

L E S

Œ U V R E S

Mathématiques

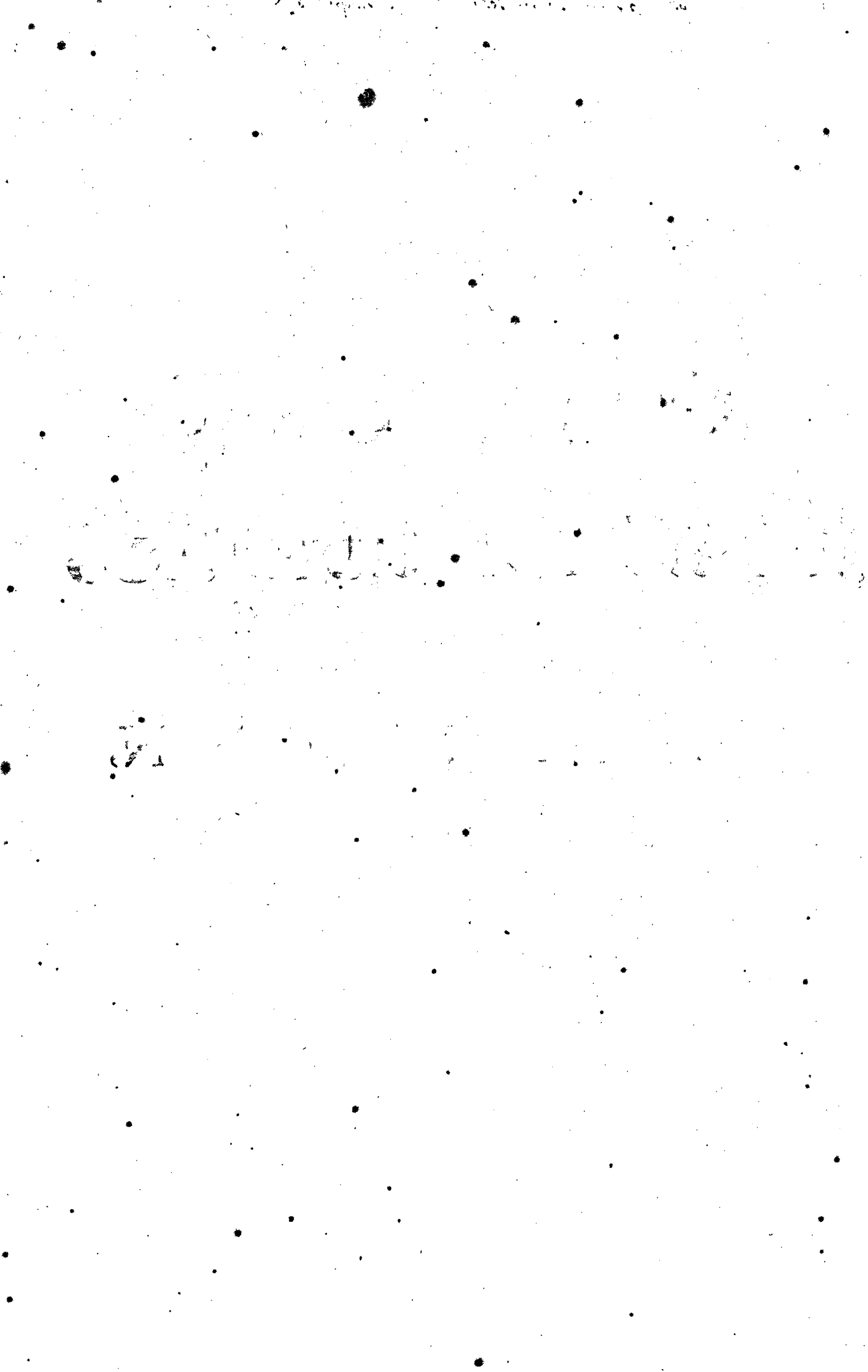
D E

S I M O N S T E V I N,

Augmentées.

Par ALBERT GIRARD.

11463



Coll. Bilunt. Societ. Res. Catal. Inscript. 1645

L E S

# ŒUVRES Mathematiques

D E

SIMON STEVIN de Bruges.

Ou font inferées les

MEMOIRES MATHÉMATIQUES,

Esquelles s'est exercé le Tres-haut & Tres-illustre Prince MAURICE  
de NASSAU, Prince d'Aurenge, Gouverneur des Provinces des  
Païs-bas unis, General par Mer & par Terre, &c.

*Le tout revue, corrigé, & augmenté*

Par ALBERT GIRARD Samiellois, Mathematicien.



A L E Y D E

Chez Bonaventure & Abraham Elsevier, Imprimeurs ordinaires  
de l'Université, ANNO 1634.

2



*A Tres-hauts & Tres-puissants Seigneurs,*

Messeigneurs les

ESTATS GENERAUX  
DE PAÏS BAS UNIS,

ET

*A Tres-haut & Tres-illustre Prince,*

Monseigneur le

PRINCE D'AURENGE,

Gouverneur desdites Provinces, General  
par Mer & par Terre, &c.



ESSEIGNEURS,

Voici une pauvre vefve avec onze enfans orphelins, auxquels le mari & pere; decedé il y a un an, n'a laissé qu'une bonne reputation d'avoir fidelement servi, & employé tout son temps a la recherche des plus beaux secrets des Mathematiques; ayant esté ravi lors qu'il projettoit d'en laisser quelques monuments, utiles a la posterité, & de sa propre invention: lesquels il eust luy mesme ap-

porté aux pieds de vos Seigneuries Tres-illustres , si Dieu luy eust donné le loisir de les parachever : Mais en ayant disposé autrement, il ne nous en reste rien de complet , que la version des œuvres du feu sieur STEVIN , auxquelles il a adjousté plusieurs beaux esclaircissements , comme pourront cognoistre ceux qui confereront les originaux avec sa traduction , qui luy a cousté beaucoup de temps & de peine. Or , comme il avoit consacré toute son industrie au service de cet estat & Republique ; aussi n'avons nous deu nous adresser à d'autres qu'à ceux qui en ont la Seigneurie & le Gouvernement , pour leur faire present de cet ouvrage , qui se recommandera de foy mesme comme nous esperons : Et pourra estre utile desormais à ceux qui sont encor' en estat & condition de servir aux occasions auxquelles il s'est porté durant sa vie. Nous supplions doncques Tres-humblement vos Tres-illustres Seigneuries , & notamment aussi vostre Excellence , Monseigneur , de recevoir d'un œil favorable , ce qui a esté entrepris & avancé par le premier auteur , à l'usage & pour les exercices ordinaires en cette science, de feu de haute memoire, Monseigneur le Prince d'Aurenge, frere de V. E. qui en a cheri & estimé l'ouvrier & l'ouvrage en sa premiere langue : afin que parlant à present François , & enrichi de plusieurs notables additions , il soit communiqué sous la  
pro-

protection de vos Tres-illustres noms , à ceux qui n'entendoient pas cy-devant son langage, & qui font grand estat de la pratique de ses enseignemens, telle qu'elle se trouve plus exactement observée en vos armées & expéditions militaires : lesquelles nous prions Dieu vouloir benir & faire prospérer de plus en plus, & nous faire la grace d'estre recognus,

M. E S S E I G N E V R S,

*De vos Tres-illustres Seigneuries, & de vostre*  
E X C E L L E N C E,

Les Tres-humbles & Tres-obeissans sujets serviteurs & servantes, la vefve & les enfans orphelins de feu

ALBERT GIRARD.

Le contenu du present œuvre,  
divisé en six Volumes,

*Assavoir:*

- I. L'ARITHMETIQUE, *Contenant*: Les Computations des nombres Arithmetiques ou vulgaires: aussi l'Algebre, avec les equations des cinq quantitez.
- Les six livres D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE: dont les quatre premiers sont de la traduction de *Simon Stevin*; & les deux derniers sont nouvellement traduits par *Albert Girard, Samielois*.
- La PRACTIQUE D'ARITHMETIQUE de *Simon Stevin*, contenant: LES TABLES D'INTEREST, LA DISME; Item un Traicté des Incommesurables grandeurs: avec l'Explication du dixiesme livre d'Euclide.

Suivent les Memoires Mathematiques du PRINCE  
MAVRICE DE NASSAV.

- II. LA COSMOGRAPHIE, *Contenant*: LA DOCTRINE DES TRIANGLES, LA GEOGRAPHIE, & L'ASTRONOMIE.
- III. LA PRACTIQUE DE GEOMETRIE.
- IV. L'ART PONDERAIRE, OU LA STATIQUE.
- V. L'OPTIQUE.

Et apres les susdites Memoires,

- VI. LA CASTRAMETATION,  
LA FORTIFICATION PAR ESCLUSES,  
LA FORTIFICATION.





LE PREMIER LIVRE  
D'ARITHMETIQUE  
DES DEFINITIONS.

PREMIERE PARTIE DES DEFINITIONS

*De l'Arithmetique & des nombres Arithmetiques.*

**A**R C È que l'Arithmetique (ce qui est aussi commun aux autres arts) s'explique par mots comme signes de l'affection de l'ame, lesquels se denotent par escriptures; Il nous faut premierement descrire la signification des propres vocables de ceste science. Car avant que l'on comprenne la matiere de la doctrine, il convient entendre les motz par lesquels on l'explique. Nous ferons doncques nostre premier livre de leurs definitions, descripuaunt tousiours du commencement (au tant qu'il nous sera possible) ce qui consiste premier en la nature.

AVERTISSEMENT  
A L'APPRENTIF.

**V**eu qu'il viendra bien à poinct sous aucunes definitions, d'argumenter des proprietes des nombres (lesquelles l'apprentif pour le premier n'est pas tenu de sçavoir) il m'a semblé bon l'avertir comment nous avons appliqué tels argumens distinctement avec leurs titres sous leurs definitions, a fin que pour le premier se contentant des definitions, & de leurs explications, il puisse à son plus grand prouffit les passer oultre.

DEFINITION I.

*Arithmetique est la science des nombres.*

DEFINITION II.

*Nombre est cela, par lequel s'explique la quantité de chacune chose.*

EXPLICATION.

Comme l'unité est nombre par lequel la quantité d'une chose expliquée se dict un : Et deux par lequel on la nomme deux : Et demi par lequel on l'appelle demi : Et racine de trois par lequel on la nomme racine de trois, &c.

QUE L'UNITÉ EST  
NOMBRE.

**P**lusieurs personnes voulans traicter de quelque matiere difficile, ont pour coustume de declarer, cōment beaucoup d'empeschemens les ont destourbes en leur conception, cōme autres occupations plus necessaires;

de ne s'estre longuement exercé en icelle estude, &c. à fin qu'il leur tourneroit à moindre prejudice ce en quoy il se pourroyent, avoir abusé, ou plustost, comme estiment les aucuns, à fin qu'on diroit, *s'il a sceu executer cela estant ainsi destourbé, qu'eust il fait s'il eust esté libre?* Nous sçaurions faire le semblable en ce que nous voulons icy dire de l'Unité, mais non pas en verité, car je n'ay point seulement leu à bon loisir, & sans empeschement d'autres affaires, tous les Philosophes anciens & modernes, que je trouvois traicter de ceste matiere, mais j'ay aussi communiqué de bouche avec quelques doctes, certes de ce temps pas des moindres, & en ceste matiere d'autre opinion que nous: Mais pourquoy cela? par ce que je doubtois en ce que je proposois de l'Unité? Non certes, car j'en estois ainsi asseuré, comme si la Nature mesme me l'eust dict de sa propre bouche, voire je le voyois (commē feront aussi de brief ceux qui ne sont pas du tout aueugles) par infiniz effects, qui n'ont point mestier de preuve: Pourquoy donc? A fin que je serois d'autant mieux pourveu, contre toutes objections que j'en atendois:

Or doncques pour venir à la matiere; Il est notoire que l'on dict vulgairement; que l'Unité ne soit point nombre, ains seulement son principe, ou commencement, & tel en nombre comme le poinct en la ligne; ce que nous nions, & en pouvons argumenter en ceste sorte:

*La partie est de mesme matiere qu'est son entier,*

*Unité est partie de multitude d'unités,*

*Ergo l'unité est de mesme matiere qu'est la multitude d'unités;*

*Mais la matiere de multitude d'unités est nombre,*

*Doncques la matiere d'unité est nombre.*

Et qui le nie, fait comme celuy, qui nie qu'une piece de pain soit du pain. Nous pourrions aussi dire ainsi:

*Si du nombre donné l'on ne sousttraict nul nombre, le nombre donné demeure,*

*Soit trois le nombre donné, & du mesme sousttrayons un, qui n'est point nombre comme tu veux.*

*Doncques le nombre donné demeure; c'est à dire qu'il y restera encore trois, ce qui est absurd.*

Nous pourrions aussi reciter plusieurs subtiles & sophistiques questions, qui nous ont esté proposées de bouche par les susdictes personnes, ensemble nostre refutation

futation d'icelles, & mille absurdités en suivantes: mais les omettant (car il empliroit bien un particulier & grand volume) & à fin de ne perdre huile & labeur, venons aux causes mesmes; la cognoissance desquelles donne parfaite intelligéce. Il faut doncques sçavoir, que les hommes j'adis voyans, qu'il leur estoit mestier de parler & avoir intelligéce de la quantité des choses, ils nommoient chascune chose simple, un; & quand à la mesme estoit appliquée encore une autre, les appelloient ensemble deux, & quand la proposée simple chose estoit divisée en deux parties égales, ils nommoient chascune partie demy, &c.

Puis considerans que un, deux, trois, demy, tiers, &c. estoient noms propres, & cōvenables, pour l'explication de ladicte quantité, ils ont veu qu'il estoit necessaire de comprendre toutes ces especes sous un genre (car telle est leur maniere de faire en tous autres semblables, comme bled, orge, avoine, ils le nomment en genre Grain; aigle, tourterelle, rosignol, en genre Oiseau) lequel genre ils appelloient nombre; Estant doncques par les principes ou causes mesmes chascun d'iceux nombre, sans doubte ils suivent leur opinion errante, qui en après sans consideration des causes, ont exclu l'unité. Mais quelcun me pourra maintenant dire selon la commune sentence des Philosophes, que pour traicter ordonnéement de quelque quantité, la Nature tesmoigne qu'il faut commencer de son principe, comme il appert en la quantité grande, de laquelle le manifeste principe est le point, mais il y a icy question de la quantité qui se dict nombre, il y faut donc dire du principe ou commencement du nombre: Certes je ne le concede pas simplement, ains l'affirme par la suivante 3. definition, car veu que la communauté & similitude de grandeur & nombre, est si universelle qu'il ressemble quasi identité, sans doubte le nombre aura quelque chose en soy, qui se refere au point. Mais que sera ce? Ils disent l'unité: O heure infortunée en laquelle fut premierement produicte ceste definition du principe du nombre! O cause de difficulté & d'obscurité de ce qui en la Nature est facile & clair! O dommageable advis de ceux qui l'ont concedé, &c. qui nous a faict tel avancement en l'Arithmetique, comme il eust esté à la Geometrie, s'ils eussent concedé que le point soit quelque partie de la ligne, car comme de cestuy-la n'eust suivi que absurd, ainsi (parce que du faux ne procede que faux) de cestuy-cy. Mais quelle communauté (je vous supplie) y a il entre l'unité & le point? certes nulle servant au propos; car deux unitez (comme ils disent) font nombre, mais deux, voire mille points ne font nulle ligne: L'unité est divisible en parties (vray est qu'ils le nient, mais mille leurs distinctions ne font pas suffisantes, de pouvoir ainsi opprimer la nature du nombre, qu'elle ne manifeste par force son essence, es Arithmetiques operations de plusieurs Auteurs, comme entre autres par l'absolue partition de l'unité de la 33. question du 4. livre, & la 12. 13. 14. 15. question du cinquiésme livre du Prince des Arithmeticiens Diophante) le point est indivisible: L'unité est partie du nombre, le point n'est pas partie de la ligne, & ainsi des autres: L'unité doncques n'est point telle en nombre comme le point en ligne. Qu'est-ce donc qui luy correspond? Je di que cest 0 (qui se dict vulgairement Nul, & que nous nommons commencement en la suivante 3. definition) ce que ne tesmoignent pas seulement leurs parfaites & generales communautés, mais aussi les irrefutables effects. Les communautés sont telles:

Comme le point est joint de la ligne, & luy mesme pas ligne, ainsi est 0 joint du nombre, & luy mesme pas nombre.

Comme le point ne se divise pas en parties, Ainsi le 0 ne se divise en parties.

Comme beaucoup de points, voire & qu'ils fussent de multitude infinie, ne font pas ligne; ainsi beaucoup des 0, encore qu'ils fussent en multitude infinie, ne font nul nombre.

Comme la ligne AB ne se peut  
augmenter par addition du point  
C, ainsi ne se peut du nombre D 6,  
augmenter par l'addition de E 0,  
car ajoutant 0 à 6 ils ne font ensemble que 6.

Mais si l'on concede que  
AB soit prolongée jusques  
au point C, ainsi que AC

soit une continue ligne, alors AB s'augmente par l'aide du point C; Et semblablement si l'on concede que D 6, soit prolongé jusques en E 0, ainsi que DE 60 soit un continue nombre faisant soixante, alors D 6 s'augmente par l'aide du nul 0, & ainsi en plusieurs autres que nous passons outre pour briefveté.

Quant aux effects, nous pourrions dire du commencement de quantité algebratique, defini à la suivante 14. definition, aussi du commencement defini à la deuxième definition de la D I S M E, par les constructions, desquelles il appert suffisamment, que le 0 est le vray & naturel commencement, lequel comme ferme fondement nous a conduit à quelques inventions descriptes (telles qu'elles sont) au suivant: Mais à fin que l'on n'estime que je veux proposer outre cuideement, mes inventions à telle preuve, nous prendrons autre matiere suffisante, non pas d'auteurs de peu d'estime, mais entre autres les tables de Ptolemée, Alfonse, Nicolas Copérne, Jehan de Montroial, & semblables, esquelles la description, ou signification du point geometrique, se rencontre souvent entre les nombres. Prennons pour exemple les tables des Sinus des Jehan de Montroial, la ou chascun degré est une ligne oblique, de laquelle la longueur est la  $\frac{3}{560}$  de la peripherie du circle, l'extrémité de laquelle ligne, est le point Mathematique dont nous avons dict cy dessus: Mais avec quoy est signifié chascun d'iceux, qui sont jusques à nonante? certes (en mon exemplaire) par 0 au commencement de chascun premiere colonne, & semblables exemples sont fort communs en plusieurs autres tables. Or si encore le 0 ne fust pas cela en nombre, ce que le point est en ligne, lesdicts grands mathematiciens, voire la nature avec eux, ont en ceci tous falli; Soit ainsi, doneques au point se refere quelque autre chose que 0, posons que ce soit selon vostre opinion 1, & en examinons la verité, mettant 1 pour le commencement ou extreme point (par exemple) du 3. degré, auquel correspond 523360 (je parle de la table de Jean de Montroial, la ou le demi diametre faict 1000000) mais ceci est faux, car à 1, comme demonstre ladicte table, correspond 526265: Ou bien pour veoir double rencontre, il appert que 0, commencement du nombre, correspond à 0, point & commencement du quadrant, à l'encontre duquel tu veux mettre 1, mais à 1 correspond 2909. Doncques 1 ne signifie pas le point, mais 0; Et qui ne le peut veoir l'auteur de Nature, aye pitié de ses infortunez yeulx, car la faute n'est pas en l'object, ains à la veüe que nous ne luy sçavons pas donner.

QUE NOMBRE N'EST POINT  
QUANTITE DISCONTINUE.

NOUS pourrions icy descrire plusieurs inconveniens, procedez du susdict faux fondement, mais veu qu'il auroit bien mestier d'un traicte particulier, ce ne fera

## DES DEFINITIONS.

ne sera pas icy son lieu : Mais parce que nous avons dict cy dessus, que 6. prolonge jusques en 0; fait un continue nombre de soixante; contre le vulgaire, Nombre est quantité discontinue ou disjoincte: il nous faut encore refuter ceste impropre definition ainsi.

*Tout ce, qui n'est qu'une quantité, n'est point quantité disjoincte;*

*Soixante selon qu'il est nombre, est une quantité (à sçavoir un nombre.)*

*Soixante doncques selon qu'il est nombre, n'est point quantité disjoincte.*

Quant à ce que vous divisez par vostre imagination, ceste proposée unique & entiere quantité en soixante unitez (ce que pourriez faire par mesme raison en trente dualitez, ou vingt trinitéz, &c.) & que puis après vous definez le divisé, ce n'est pas definition du proposé dont il est question: vous pourriez semblablement diviser la proposée grandeur par l'imagination en soixante parties, & puis par mesme raison la definir estre quantité discontinue, ce qui est absurde. Comme doncques la generale communauté de grandeur & nombre aux autres, ainsi en cestuy-cy; à sçavoir à une continue grandeur, correspond le continue nombre qu'on luy attribue, & telle discontinuité que puis après reçoit la grandeur par quelque division, semblable discontinuité reçoit aussi son nombre. Et à fin d'en parler par exemple, le nombre est quelque chose telle en grandeur, comme l'humidité en l'eau, car comme ceste-cy s'estend par tout & en chaque partie de l'eau; Ainsi le nombre destiné à quelque grandeur s'estend par tout & en chaque partie de la grandeur: Item comme à une continue eau correspond une continue humidité, ainsi à une continue grandeur correspond un continue nombre: Item comme la continue humidité de l'entiere eau, souffre la mesme division & disjoinction que son eau; Ainsi le continue nombre souffre la mesme division & disjoinction que la grandeur; De sorte que ses deux quantitez ne se peuvent distinguer par continue & discontinue, dont nous pourrions exhiber plusieurs argumens, mais nous le concluons par ceste leur contradiction. Nombre (disent ils) est quantité disjoincte, & ailleurs au contraire, Nombre est quantité conjointe ou composée de multitude d'unitez: Certes si les unitez sont conjointes, elles ne sont pas disjoinctes, ny par consequent leur conjunction, ne produit point quantité disjoincte. Nous accomplirons la reste par la premiere These de nos Theses Mathematiques.

### DEFINITION III.

*Les caracteres par lesquels se denotent les nombres sont dix: à sçavoir 0 signifiant commencement de nombre, Et 1. un, Et 2. deux, Et 3. trois, Et 4. quatre, Et 5. cinq, Et 6. six, Et 7. sept, Et 8. huit, Et 9. neuf.*

### DEFINITION IV.

*Chaque trois caracteres d'un nombre s'appellent membre, desquels le premier, sont les premiers trois caracteres à la dextre; Et le second membre, les trois caracteres suivans vers la senestre; Et ainsi par ordre du troisieme membre, & autres suivans, tant qu'il y en aura au nombre proposé.*

### EXPLICATION.

Soit quelque nombre tel 357876297. Les 297. s'appellent premier membre, & 876 second, & 357. troisieme.

### DEFINITION V.

*Le premier caractere du premier membre commençant à dextre vers la senestre, signifie simplement sa valeur, le second autant de*

*fois dix qu'il contient unitez, le troisieme autant des fois cent qu'il contient unitez; Et le premier caractere du second membre, autant de fois mille qu'il contient unitez; & ainsi par dixiesme progression des autres caracteres contenuz en tout nombre proposé.*

### EXPLICATION.

Soit quelque nombre tel 75687130789276. Doncques selon ceste definition le premier caractere 6, fait six, & le 7 suivant septante, & le 2. suivant deux cent, & le 9. neuf mille, & ainsi des autres. Pour doncques expliquer ce nombre, on mettra sur chaque premier caractere de chaque membre (excepté le premier) un point. Puis on dira, septante cinq mille mille mille (à sçavoir autant des fois mille qu'il y a des points depuis le 7. jusques à la fin) six cents huitante sept mille mille mille, cent trente mille mille, sept cents huitante neuf mille, deux cents septante six.

### DEFINITION VI.

*Nombre Arithmetique est celui qui on explique sans adjectif de grandeur.*

### EXPLICATION.

Le nombre a deux especes, desquelles l'une est expliquée par adjectif de grandeur, comme les nombres quarez, cubiques, racines, quantitez, &c. Lesquels nous appellons nombres Geometriques, & seront definiz à la seconde partie suivante; l'autre espece est simplement expliquée sans ledict adjectif, comme un; deux; trois; trois cinqiesmes, &c. Nous appellons tels nombres par distinction de l'autre espece, nombres Arithmetiques.

### DEFINITION VII.

*Nombre entier est unite, ou composée multitude d'unitez.*

### DEFINITION VIII.

*Nombres entre eux premiers sont ceux qui n'ont point de multitude d'unitez pour commune mesure.*

### EXPLICATION.

Comme 5 & 7 ou 10 & 13 & semblables: par ce qu'ils n'ont point de multitude d'unitez, qui leur soit commune mesure, s'appellent nombres entre eux premiers.

### DEFINITION IX.

*Nombres entre eux composez sont ceux qui ont multitude d'unitez pour commune mesure.*

### EXPLICATION.

Comme 9 & 12, par ce que nombre de multitude d'unitez, à sçavoir 3, est leur commune mesure, ils s'appellent nombres entre eux composez.

### DEFINITION X.

*Nombre rompu, est partie ou parties de nombre entier.*

### EXPLICATION.

Comme estant un divisé en trois parties egales, une des mesmes est nombre rompu, qu'on descript ainsi  $\frac{1}{3}$ , & s'appelle un tiers. Ou estant 1 parti en quatre parties egales, trois des mesmes est nombre rompu; lequel se descript ainsi  $\frac{3}{4}$ , & s'appelle trois quarts. Ou estant 1 parti en trois parties egales, sept de telles parties est nombre rompu qu'on descript ainsi  $\frac{7}{3}$ , & s'appelle sept troisiemes.

### DEFINITION XI.

*Numerateur de rompu, est le nombre superieur expliquant la multitude des parties y contenues.*

EXPLICATION.

Soient trois quarts descriptis ainsi  $\frac{3}{4}$ , doncques le 3 s'appelle numérateur, par ce qu'il explique au nombre la multitude des parties contenues au mesme rompu: car  $\frac{3}{4}$  est un rompu composé de quarts, & le 3. nous montre (comme en nombrant) que des mesmes quarts il en y a trois, d'où il est appelé numérateur.

DEFINITION XII.

Nominateur de rompu, est le nombre inferieur expliquant sa qualité.

EXPLICATION.

Soient trois quarts escripts ainsi  $\frac{3}{4}$ : l'inférieur nombre donc 4, parce qu'il explique sa qualité où qu'il nome quel rompu, c'est à sçavoir un rompu de quarts, on l'appelle nominateur.

DEFINITION XIII.

Rompu premier, est celui duquel le numérateur & nominateur sont nombres entre eux premiers.

EXPLICATION.

Comme  $\frac{2}{7}$  ou  $\frac{3}{8}$  & semblables.

LA SECONDE PARTIE, DES DEFINITIONS DES NOMBRES GEOMETRIQUES.

APRES que les anciens avoyent apperceu la vertu de la progression des nombres, comme ceux-cy 2. 4. 8. 16. 32. &c. ou 3. 9. 27. 81. 243. &c. la où le premier multiplié par soy, donne pour produit le second de l'ordre, puis le second autrefois multiplié par le premier, donne le troisieme de l'ordre, & le troisieme multiplié par le premier donne le quatrieme de l'ordre, & ainsi des autres; car 2. par soy fait le 4, le mesme par 2. fait 8, & cestuy-cy par 2. fait 16, &c. Semblablement 3. par soy fait 9, le mesme par 3. fait 27, & cestuy-cy par 3. fait 81, &c. Ils ont veu qu'il estoit necessaire, de donner des propres noms à ces nombres, par lesquels on les pourroit distinctement signifier, appellans le premier en l'ordre *Prime*, que nous signifierons par ①, & le deuxieme en l'ordre ils le nommoient *Seconde*, que nous denotons par ②, & ainsi des autres, par exemple:

① 2. ② 4. ③ 8. ④ 16. ⑤ 32. ⑥ 64, &c.

Item:

① 3. ② 9. ③ 27. ④ 81. ⑤ 243. ⑥ 729, &c.

Puis voyans que ce premier nombre, estoit, comme costé de carré, & le second son carré, & le troisieme le cube du premier, &c. & que ceste similitude des nombres & grandeurs, manifestoit plusieurs secrets des nombres, ils leur ont aussi attribué les noms des grandeurs, appellans le premier *Costé*, le second *Quarré*, le troisieme *Cube*, &c. & conséquemment tous ces nombres en general *Nombres Geometriques*. Mais considéré l'utilité de la parfaite intelligence de la communauté de ces nombres avec leurs grandeurs, nous descriprons ces grandeurs par ordre comme leur fondement, en ceste sorte:

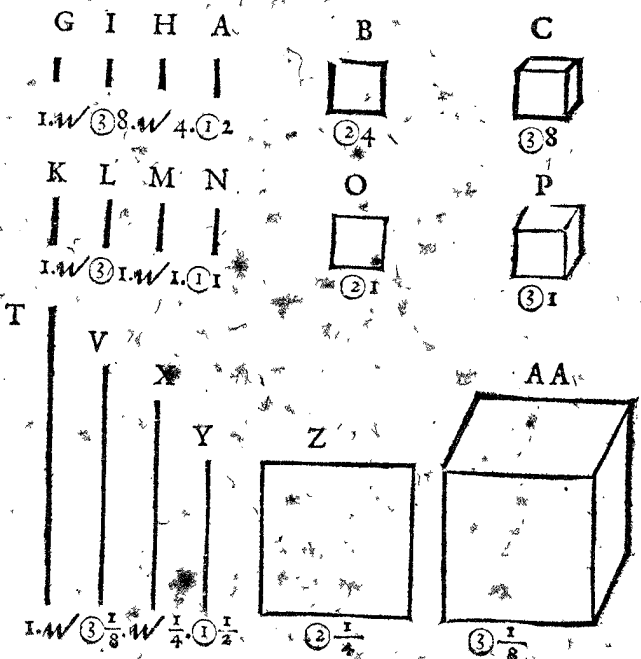
DESCRIPTION DV FONDEMENT DES NOMBRES GEOMETRIQUES.

SOIT tirée la ligne A, de laquelle la quantité soit plus grande qu'unité, comme 2. (2. doigts ou pieds, ou

ce que l'on voudra.) Puis soit escript le quarré B, duquel le costé soit egal à la ligne A, & semblablement le cube C, duquel le costé soit egal à A. Item le docide D, (cest à dire, pourre ou solide rectagle, qui a le costé entre deux quarrés oppositez plus long que le costé du quarré) en telle raison au cube C, comme le nombre expliquant le quarré B, au nombre expliquant la A, & que sa base quarrée (comme aussi de tous les docides suivans) soit egal au quarré B. Puis le docide E, en telle raison à D, comme D à C. Item le docide F, en telle raison à E, comme D à C: & ainsi on pourroit continuer plus avant. Puis soit tirée la ligne G, respondante à l'unité: à sçavoir a telle unité, comme A en fait 2. Item soit tirée la ligne H, moyenne proportionnelle entre G & A. Item la ligne I antecedente de deux moyennes proportionnelles entre G & A. & les quantitez des grandeurs seront telles A 2. B 4. C 8. D 16. E 32. F 64. H. racine quarrée de racine quarrée de 4. (à sçavoir du quarré B.) & I racine cubique, de racine cubique de 8. (à sçavoir du cube C.) & L vaudra 1. Et fera achevé le premier rang procedant de la ligne A maieure qu'unité.

Soit aussi descript de mesme sorte le rang K. L. M. N. O. P. Q. R. S. desquelles N soit ligne respondante à la A, & sa quantité soit de unité, & O soit quarré, quantité respondante à la B, & ainsi des autres, & toutes les quantitez comme P Q R S, seront cubes & la quantité de chascune grandeur sera 1. Et fera achevé le second rang procedant de la ligne N, de laquelle la quantité est unité.

Et de mesme sorte soit descript le rang T. V. X. Y. Z. AA. BB. CC. DD. desquelles Y soit ligne respondante à la A, & sa quantité soit moindre qu'unité, comme  $\frac{1}{2}$ , & Z soit quarré, quantité respondante à la B, & ainsi des autres, & les quantitez BB. CC. DD. seront proportionnels plinthides, c'est à dire tuilles ou solides rectangles, qui ont le costé entre deux quarrés oppositez plus court que le costé du quarré, & leurs quarrés sont egaux au quarré Z. Et les quantitez des grandeurs seront telles Y  $\frac{1}{2}$ . Z  $\frac{1}{4}$ . AA  $\frac{1}{8}$ . BB  $\frac{1}{16}$ . CC  $\frac{1}{32}$ . DD  $\frac{1}{64}$ . X racine quarrée de racine quarrée de  $\frac{1}{4}$ , à sçavoir du quarré Z, & V racine cubique de racine cubique de  $\frac{1}{8}$ , à sçavoir du cube AA, & T vaudra 1. Et sera parfait le troisieme rang procedant de la ligne Y moindre qu'unité.



## EXPLICATION.

Comme (par exemple) c'est autre chose au zodiaque le commencement du Bellier, autre le premier degré du Bellier: car l'un est point, l'autre ligne: à sçavoir la  $\frac{1}{360}$  de son circle. Ainsi voulons nous ici par commencement de quantité signifier autre chose que par première quantité de laquelle la définition s'enfuit. Doncques tout nombre Arithmetique ou radical quelconque, qu'on use en computation algebraique comme 6 ou  $\sqrt{3}$  ou  $2 + \sqrt{3}$  &c. nous l'appellons commencement des quantitez, le caractère le signifiant est tel  $\textcircled{1}$ ; mais sera seulement usé quand les nombres Arithmetiques ou radicaux ne seront pas absolument descriptis:

## DEFINITION XV.

Prime quantité, est un ligne droite nombre expliquée, son caractère est tel  $\textcircled{1}$ .

## EXPLICATION.

Comme la ligne A, nombre expliquée, à sçavoir 2, s'appelle prime quantité, & de mesme sorte est prime quantité la ligne N, de laquelle le nombre l'explicant est 1. Item la ligne Y de laquelle le nombre l'explicant est  $\frac{1}{2}$ .

## DEFINITION XVI.

Seconde quantité, est un quarré descript d'une ligne egale à la prime quantité, son caractère est tel  $\textcircled{2}$ .

## EXPLICATION.

Comme le quarré B, s'appelle seconde quantité, & de mesme sorte sont secondes quantitez les quarrés O & Z.

## DEFINITION XVII.

Tierce quantité, est un cube duquel le costé est egal à la prime quantité, son caractère est tel  $\textcircled{3}$ .

## EXPLICATION.

Comme le cube C, s'appelle tierce quantité, & de mesme sorte sont tierces quantitez les cubes P & A A.

## DEFINITION XVIII.

Quarte quantité, est un solide rectangle, duquel deux bases opposites sont quarrés egaux à la seconde quantité, & en telle raison à la tierce quantité, comme le nombre de la seconde quantité au nombre de la prime quantité: son caractère est tel  $\textcircled{4}$ . Quinte quantité est un solide rectangle duquel deux bases opposites sont quarrés egaux à la seconde quantité, & en telle raison à la quarte quantité, comme la quarte à la tierce: son caractère est tel  $\textcircled{5}$ . Et la mesme raison a toute autre quantité consequente à son antecedente.

## EXPLICATION.

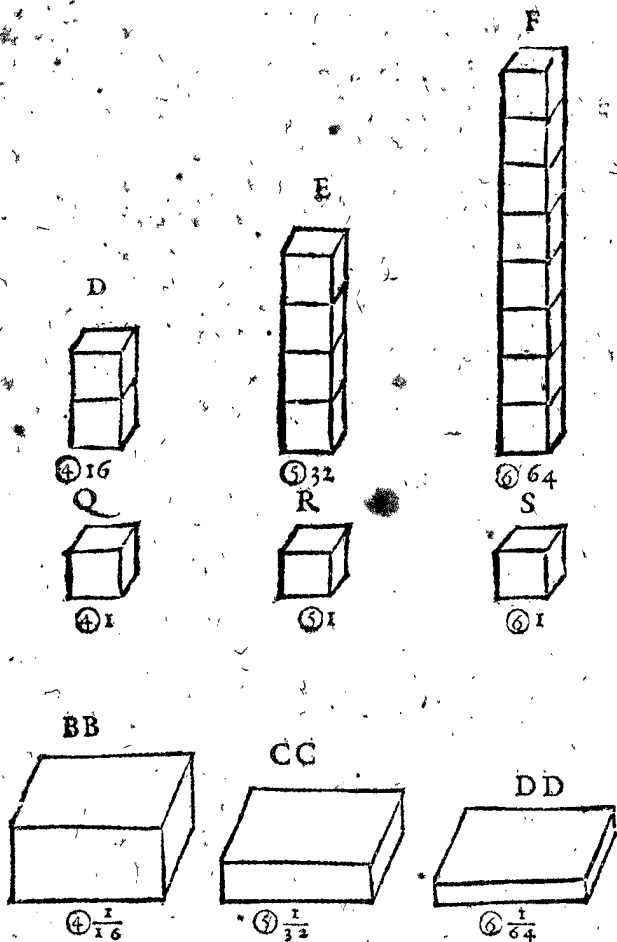
Comme les solides rectangles D. Q. B B s'appellent quartes quantitez. Item les solides rectangles E & R & C C s'appellent quintes quantitez, & F. S. D D. sextes quantitez, & ainsi des autres semblables.

## (NOTA.

Il est à noter que les trois premières quantitez desquelles avons dict cy dessus (à sçavoir prime, seconde, & tierce quantité) ne changent point de forme; comme fait la quatriesme & autres ensuivantes: c'est à dire  $\textcircled{1}$  est toujours quelque ligne droite, &  $\textcircled{2}$  toujours quarré. Et la troisieme quantité toujours cube, mais la quarte quantité & autres suivantes ne sont pas toujours figures de mesme forme: car quand le nombre de la  $\textcircled{1}$  est maieur que unité, seront tous docides, & estant unité, seront tous cubes: mais estant moindre que unité, seront tous plinthides.

## DEFINITION XIV.

Commencement de quantité, est tout nombre Arithmetique ou radical quelconque, son caractère est tel  $\textcircled{1}$ .



Voilà achevée la description du fondement des nombres Geometriques, par lequel nous esperons facilement demonstrier leurs vrayes proprietéz, & refuter legitime-ment quelques absurditez en usé.

Premierement faut considerer, qu'au lieu de nostre sexte quantité F qui est docide, & de la sexte quantité DD qui est plinthide, il est vulgaire d'en faire un cube qu'ils appellent cube de quarré, ou quarré de cube. Et semblable differéce y a il en toutes les figures suivantes la quarte quantité: mais que ces formes cy sont les vrayes & naturelles & pas celles la, appert entre beaucoup d'autres par la racine, ou le costé des mesmes quantitez. Par exemple, l'on requiert la racine ou le costé de ladicte sixiesme quantité F 64, nous disons tous qu'il est 2. Or voyons quelle des figures est propre, vrayement c'est le docide, & point le cube: car il appert en nostre figure F, que chaque costé des bases est egal à A, qui fait 2 par l'Hypothese: mais quand au lieu de F docide, sera fait un cube: son costé sera 4: on dira doncques que le costé de 4 est 2, qui est absurd. Et de mesme sorte quand le costé de tel cube sera 100, tu le diras estre 10. Item quand pour la sixiesme quantité DD  $\frac{1}{64}$  qui est plinthide, on met un cube, nous dirons tous que son costé sera  $\frac{1}{2}$ , ce qui est vray au plinthide, mais au cube il sera manifeste qu'en tout son corps n'y a aucune ligne si longue, car son costé sera seulement de  $\frac{1}{4}$ , ergo absurd. Et semblable impropriété se pourra demonstrier aux autres quantitez. Telles figures doncques ne nous expliquent pas les vrais fondemens.

Au second; veu que la proportion des quantitez est continue, c'est equitable & utile, que la mesme continuité appert aussi à l'œil aux figures, comme au precedent fondement. La reste dependant de ceste maniere sera declairée au suivant chascun en son lieu, la ou il viendra à point.

QUE LES DIGNITEZ OV DENOMINATEURS des quantitez ne sont pas necessairement nombres entiers, mais potentiellement nombres rompus & nombres radicaux quelconques.

Il est assez notoire à ceux qui s'exercent en computations algebriques (car c'est à eux que nous parlons icy) que quand il y a extraire racine quarrée de ①, ou de ③, ou bien racine cubique de ② & de semblables, qu'il faut dire, que c'est racine d'autant. Par exemple, racine quarrée de 4 ① se dict  $\sqrt{4}$  ①; la raison est, qu'il n'y a en use aucunes algebriques quantitez qui pourroyent autrement signifier telles racines. Toutesfois le  $\frac{2}{3}$  en circle seroit le caractere de racine de ①, parce que le mesme (suivant la reigle de multiplication des autres quantitez) multiplié en soy donne produit ①, & par consequent  $\frac{2}{3}$  en un circle seroit le caractere de racine quarrée de ③, par ce que telle  $\frac{2}{3}$  en circle multipliée en soy donne produit ③, & ainsi des autres; de sorte que par tel moyen on pourroit de toutes simples quantitez extraire especes de racines quelconques, comme racine cubique de ② seroit  $\frac{2}{3}$  en circle, &c.

Or par la consideration de ces choses nous est devenu manifeste ce qui au paravant nous estoit plus obscur, à sçavoir, que la prime quantité, laquelle les algebriens uient pour l'inférieure, ne l'est pas consideré ce qui consiste potentiellement en eux: mais comme il y a un infini maieur progres des quantitez depuis l'unité, ou de la prime quantité en ascendant, comme ① ② ③, &c. ainsi y a il semblable infini moindre progres de la prime quantité en descendant, qui se pourroit signifier par  $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$  en circles, & si pourroit on par les mesmes proceder comme par denominateurs entiers.

Or si l'usage de telles quantitez pouvoit avancer en la reigle de trois algebrique (vulgairement dicté equation) à sçavoir que par icelles on sceust venir au dessus des quantitez ④ ③ ② ① ① de Lois de Ferrare (ce qu'avons tenté, mais combien qu'ainsi je pouvois extraire racines de toutes quantitez; toutesfois n'y avons peu avenir, comme à son lieu en dirons plus amplement) certes leur usage seroit par raison à conceder. Mais n'estant cela pour l'heure pas ainsi, userons seulement les vulgaires entieres, d'autant plus que toutes computations algebriques se peuvent àchever sans icelles. Car à la fin autant faisons par racine de 4 ①, comme par 2 mis devant  $\frac{2}{2}$  en circle. Tellement que par ce discours avons seulement voulu manifester ce qui consiste potentiellement en la matiere, à fin que par ainsi rendissions le subject plus notoire. Il pourroit aussi avenir que ceste souvenance causeroit à un autre quelque avancement.

DEFINITION XIX.

Nombre algebrique entier, est quantité ou composée multitudine de quantitez.

EXPLICATION.

Il est à considerer qu'integrité ou fraction de nombre algebrique, ne se refere point au nombre de multitude, ou valeur de la quantité; mais seulement à la denomination ou dignité d'icelle, car  $\frac{3}{4}$  ① ou  $\sqrt{2}$  ③ & semblables, sont autant nombres algebriques entiers comme 3 ①, par ce que comme nous avons dict nous prenons seulement regard à la denomination de la quantité, qui est icy entiere: mais fraction algebrique est telle comme la definition en suit.

DEFINITION XX.

Nombre algebrique rompu, est partie ou parties de nombre algebrique entier.

EXPLICATION.

Comme  $\frac{2}{3}$  ① est nombre algebrique rompu, qui s'explique ainsi; deux primes divisées par trois secondes.

DEFINITION XXI.

Quantitez entre elles premieres, sont celles qui n'ont point de diverses especes de quantitez pour commune mesure.

DEFINITION XXII.

Quantitez entre elles composées sont celles, qui ont diverses especes de quantitez pour commune mesure.

DEFINITION XXIII.

Rompu algebrique premier est celui duquel le numerateur & nominateur sont nombres entre eux premiers.

DEFINITION XXIV.

Quantitez continues en l'ordre, sont celles entre lesquelles ne defaut aucune quantité de leur naturelle progression.

EXPLICATION.

Comme ① & ①. Item ② & ③. Item ① ② ③ ④, &c. s'appellent quantitez continues. Et par le contraire est manifeste qu'elles quantitez sont discontinues, à sçavoir comme ① & ③, ou ② & ⑤, &c.

DEFINITION XXV.

Superieure quantité est celle, de laquelle le nominateur l'expliquant est maieur.

EXPLICATION.

Comme ④ appellons superieure ou plus haulte quantité que ② ou ③, & par le contraire est manifeste qu'elle est quantité inferieure. Nous appellons telle quantité, quantité superieure; à fin d'oster l'ambiguité qui se rencontre en les appellans quantitez maieures: par exemple foyent 6 ① & 3 ②. Or si l'on parle icy de maieure quantité, sera chose ambigue, quel des deux sera la maieure: à sçavoir si le vocable maieure se deura referer au nombre de la multitude des quantitez: en quel respect seront maieures les 6 ①; ou en respect des nominateurs des quantitez, selon lequel sont maieures les 3 ②. Ou en respect de leurs valeurs, selon lequel chascun pourra estre le maieur. Par exemple, si la valeur de 1 ④ fust 2, les trois ② seront maieures, car vaudront 24; & les 6 ① seulement 12: mais si la valeur de 1 ① fust 1, alors au contraire les 6 ① seront maieures: car elles vaudront 6, & les 3 ② seulement 3: mais quand nous difons de la superieure quantité, ce sera sans doute parlé des 3 ②.

DEFINITION XXVI.

Multinomie algebrique est un nombre consistant de plusieurs diverses quantitez.

EXPLICATION.

Comme 3 ③ + 5 ② - 4 ① + 6 s'appelle multinomie algebrique. Et quand il aura deux quantitez comme 2 ① + 4 ② s'appellent binomie, & de trois quantitez s'appellera trinomie, &c.

DEFINITION XXVII.

① Appliquée à ① nous nommons quantitez primitives. Et quantité quelconque superieure que ① appliquée à ① leurs derivatives, & toutes quantitez appliquées a ① auxquels n'existent autres inferieurs denominateurs de quantitez à leurs denominateurs proportionnels, nous nommons primitives, & icelles proportionnelles leurs derivatives.

EXPLICATION.

Comme ① & ① nous nommons quantitez primitives, & leurs

& leurs derivatives comme ②①①, ou ③①①, ou ④①①, &c. Mais quand il y a plus d'une quantité appliquée a ①, comme ②①①①, ou ③①①①, ou ④①①①, ou ⑤①①①, ou ⑥①①①, ou ⑦①①①, &c. auxquels n'existent autres inferieurs denominateurs à leurs denominateurs proportionels & de mesme multitude, nous les nommons primitives; & quand autres appliquez nominareurs sont à iceux appliquez denominateurs proportionels, nommons iceux autres leurs derivatifs, comme ④②① sont derivatifs desdicts ②①①, parce que comme 2 a 1 (denominateurs) ainsi 4 a 2, & pareillement dirons ⑥③① estre derivatifs desdicts ②①①, par ce que comme 2 a 1 ainsi 6 a 3. Et de mesme sorte dirons ⑥②① estre derivatifs de ③①①. Et semblablement ⑧⑥④②①, ou ⑩⑧⑥④②① estre derivatifs de ④③②①①, & ainsi des autres.

Mais pour dire de l'utilité de ceste definition, faut sçavoir, qu'en la regle de proportion des quantitez, la ou par trois termes donnez, nous cherchons un quatriesme proportionel, les derivatifs ont la mesme maniere d'operation que leurs primitifs. Comme si les deux premiers termes furent derivatifs, tels ②①, ou ③①, ils auront une operation semblable à celle de leurs primitifs ① & ①. Item si les deux premiers termes furent ④ & ②①, ou ⑥ & ③①, &c. ils auront une operation semblable à icelle de leurs primitifs ② & ①①. Et ainsi de tous autres: d'ou s'ensuyvra qu'en un seul probleme, à sçavoir le 78. comprendrons tous les derivatifs (qui sont en infini) des antecedens primitifs; Pourtant celuy qui voudra bien entendre ledict 78. prob. il sera necessaire de bien entendre ceste definition.

## DEFINITION XXVIII.

*Quantitez postposées sont celles qui en l'algebre se posent aucunes fois apres les positives.*

## EXPLICATION.

Toutes les quantitez d'une algebraique operation, qui ne sont pas notées du signe des postposées quantitez, sont toujours positives ou premieres posées, & d'une mesme progression, mais par ce que en aucunes operations est necessaire de poser quantitez d'une autre progression que n'est la premiere, appellons les mesmes postposées quantitez, & leurs signes sont tels, 1 sec ① signifie une seconde ①, c'est à dire 1 ① secondement posée, car toutes quantitez qui n'ont point tel vocable comme 1 ① ou 3 ②, &c. sont positives ou premierement posées. Item 1 ter ① signifie une tierce ①; c'est à dire 1 ① tiercement posée. Item 2 sec ③ signifie 2 secondes ③, à sçavoir 2 ③ procedans de la 1 sec ①. Item 3 ① M sec ① signifie 3 ① multipliées par 1 sec ①, ou le produit de 3 ① multipliées par 1 sec ①. Item 3 ① M sec ① M ter ② signifie 3 ① multipliées par 1 sec ① & le mesme multiplié par 1 ter ②.

Item 5 ② D sec ① M ter ② signifie 5 ② divisées par 1 sec ①, & le mesme multiplié par 1 ter ②, &c.

## DEFINITION XXIX.

*La prime quantité qui est egale au costé de chaque quantité, s'appelle aussi racine, la marque de costé ou racine est telle √.*

## EXPLICATION.

La prime quantité de la 15 definition s'appelle aussi métaphoriquement racine; & cela à cause que comme la racine est source de tout ce qui croist sur luy, ainsi ressemble la prime quantité la source ou racine de toutes les quantitez de son reng, & est toujours egal a chaque costé du mesme, comme A au fondement est égale au

costé de B, de C, de D (à sçavoir au moindre costé de D.) La marque signifiant racine ou costé est telle √, laquelle mise devant ③ comme √③ denote racine de cube, ou racine de tierce quantité: & semblablement √④ signifie racine de quarte quantité. Et de mesme sorte pourrions dire √② signifier racine de quarré, ou de seconde quantité, mais pour la signifier il est en use (à cause de brieveté) de delaisser le signé ②, & mettre seulement √, par lequel on entend racine ou costé de quarré.

QUE RACINE EST VOCABLE  
CONVENABLE A L'ART.

Il y a des aucuns qui rejectans le vocable racine, disent, costé de quarré ou de cube, ne se pouvoir nommer racine sinon ineptement, mais à mon avis ils n'exhibent pas convenable distinction. Car combien que racine est toujours egale à costé; toutesfois autre quantité, est racine comme A, que costé de B ou de C: pourtant quand nous disons racine de B, c'est à dire A: car A est sa racine ou source: mais quand nous disons costé de B, qui est a la A egal, a donc nous parlons du costé essentiel de B. Nous userons donc à bon droit avec les anciens le vocable racine là ou il viendra à point.

## DEFINITION XXX.

*Racine de quarré de racine de quarré, est une ligne moyenne proportionnelle entre la prime quantité, & une ligne respondante à l'unité de la mesme: sa marque est telle √. Et racine cubique de racine cubique, est l'antecedente ligne de deux lignes moyennes proportionnelles entre la prime quantité & une ligne respondante à l'unité de la mesme, sa marque est telle √③. & ainsi des autres semblables.*

## EXPLICATION.

Comme la ligne H s'appelle racine quarrée de racine quarrée, à sçavoir du quarré B, car par la construction du fondement elle est moyenne proportionnelle entre A & G, laquelle G respond à l'unité de la A, Semblablement dirons la M & X estre racines quarrées de racines quarrées. Et de mesme sorte entendra on la racine quarrée de racine quarrée de racine quarrée de B estre la moyenne ligne proportionnelle entre G & H, de laquelle la marque est telle √. & semblablement procedera on en infini pour les racines quarrées de racines quarrées quelconques.

Item la ligne I s'appelle racine cubique de racine cubique (à sçavoir du cube C:) car par la construction du fondement elle est antecedente ligne de deux moyennes lignes proportionnelles entre la prime quantité & une ligne respondante à l'unité de la mesme. qui est entre G & A. Et semblablement dirons les lignes L & V estre racines de racines cubiques.

De mesme sorte entendra on la racine cubique de racine cubique de racine cubique de C estre l'antecedente ligne de deux moyennes proportionnelles entre G & I, sa marque sera telle √③. & ainsi procedera on en infini pour racines de racines cubiques de racines cubiques quelconques.

Et ainsi procedera on en toutes les autres quantitez; car la racine de racine de quarte quantité, est l'antecedente ligne de trois lignes moyennes proportionnelles entre G & A, de laquelle la marque sera telle √④.

## NOTA I.

Nous avons dict à la 29 definition que racine de quarré a marque telle √. Item à la 30 definition; que racine de quarré, de racine de quarré a marque telle √: mais

mais faut bien noter ceste syllabe *de*, car  $\sqrt{\quad}$  ne signifie pas simplement racine, mais il y faut encore adjoindre ledict *de*, veu qu'il y a grande difference entre racine, & racine *de*. Comme par exemple  $\sqrt{4}$  signifie racine de quarré 4, laquelle vaut 2, mais racine quarrée 4, vaut 4, comme le quarré 16, à sa racine 4, & point  $\sqrt{4}$ . Ledict avertissement du vocable *de*, appliquera on aussi à toutes autres racines comme  $\sqrt[3]{\quad}$ ,  $\sqrt[4]{\quad}$ , &c.

## NOTA 2.

Ceste marque signifiant racine de quarré telle  $\sqrt{\quad}$ , & de racine de racine de quarré telle  $\sqrt{\sqrt{\quad}}$ , est par plusieurs en usé, est aussi fort commode pour telle signification, & continuant telle progression s'en suit que  $\sqrt[3]{\quad}$  doit signifier racine de racine, de racine de quarré. Ils sont doncques improprement ceux qui par  $\sqrt[3]{\quad}$  veulent signifier racine de cube, veu qu'autre chose est racine de cube, que racine de racine, de racine de quarré. Car la ligne A au fondement est (comme aussi de toutes les quantitez suivantes) egale à la racine du cube C. Mais racine de racine, de racine de quarré, est la ligne moyenne proportionnelle entre G & H. laquelle est bien d'autre quantité (excepté quand la racine est 1, comme au second rang des figures du fondement.) Et pour en donner exemple en nombres, il est notoire que  $\sqrt[3]{256}$  est 2. mais  $\sqrt[3]{3256}$  est plus que 6.

Concluons doncques que  $\sqrt[3]{\quad}$  ne peult distinctement signifier racine cubique.

Quant aux figures comme  $\text{㉞}$ ,  $\text{㉟}$ , &c. qu'aucuns suivans les anciens usent au lieu de nos marques ① ② ③ (qu'aussi a usé Raphael Bombelle, excepte ④) peut estre que les mesmes ont vulgairement (comme aupres de nous L cinquante, C cent, M mille, &c.) aupres les Arabes inventeurs de l'algebre signifie les mesmes que 1. 2. 3. &c. ou ① ② ③. Mais quoy qu'il en soit, j'entens la signification de telles caracteres necessaires à l'Arithmeticien pour entendre les auteurs qui les usent : mais en nostre Arithmetique nous n'en useros pas, n'y aussi ceux qui seront selon nostre conseil : car l'utilité des marques ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧, &c. est telle, que l'operation qui par iceux caracteres est obscure, laborieuse, & ennuyeuse, (par ce que telles figures ne nous signifient pas vulgairement ce qu'ils denotoient d'aventure aux Arabes) sera par ces marques claire, legiere, & plaisante. Car comme les caracteres 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. (en respect de plusieurs autres marques signifiant nombres) ne sont seulement briefves, mais necessaires : voire il semble, que sans leur convenable & naturel ordre, il eust esté impossible à l'homme de parvenir aux secrets d'Arithmetique qu'il a acquis; Et de mesme sorte entendra on que cecy sont les caracteres qui au naturel ordre sont requis; lesquels aux quatre numerations generales, & principalement aux rompuz des mesmes qui souventesfois se rencontrent, voire par toutes computations algebriques, donnent telle facilité, que ce qu'a plusieurs seroyt autrement impossible de comprendre, leur sera facile, mettant le tout au jugement de ceux qui entendent la chose.

Or estant ainsi definies les grandeurs du fondement, faut maintenant venir à leurs nombres.

## DEFINITION XXXI.

Nombre expliquant la valeur de quantité geometrique, s'appelle nombre geometrique, & obtient le nom conforme à l'espece de la quantité qu'il explique.

## EXPLICATION.

Comme le nombre 2. expliquant la valeur de la prime

quantité A, ou le nombre 1 la valeur de la prime quantité N, ou le nombre  $\frac{1}{2}$  la valeur de la prime quantité Y, s'appellent (par ce que les mesmes primes quantitez sont racines) nombres radicaux.

Item le nombre 4, expliquant la valeur de la seconde quantité B, & semblablement 1 de O, &  $\frac{1}{4}$  de Z, se nomment (par ce que les mesmes secondes quantitez sont quarez) nombres quarez.

Item le nombre 8, expliquant la valeur de la tierce quantité C, & semblablement 1 de P, &  $\frac{1}{8}$  de A A, s'appellent (par ce que les mesmes tierces quantitez sont cubes) nombres cubiques.

Item le nombre 16 expliquant la valeur de la quarte quantité D, & semblablement 1 de Q, &  $\frac{1}{16}$  de B B, s'appellent (par ce que les mesmes sont quartes quantitez) nombres de quarte quantité, & ainsi des autres semblables.

Item le nombre 2 expliquant la valeur du costé de B, & semblablement 1 du costé de O, &  $\frac{1}{2}$  du costé de Z, se nomment (par ce que se sont costez de quarez) costez de quarez. Et 2 expliquant la valeur du costé de C, s'appellent costé cubique, & de D, costé de quarte quantité, &c.

Item le nombre  $\sqrt[3]{\quad}$  4 expliquant la valeur de H, & semblablement  $\sqrt[3]{\quad}$  1 de M, &  $\sqrt[3]{\quad}$   $\frac{1}{4}$  de X, se nomment racines quarrées de racines quarrées, parce que telles lignes par la 30 definition sont racines quarrées de racines quarrées.

Item le nombre  $\sqrt[3]{\quad}$  8 expliquant la valeur de I, & semblablement  $\sqrt[3]{\quad}$  1 de L, &  $\sqrt[3]{\quad}$   $\frac{1}{8}$  de V, s'appellent racines cubiques de racines cubiques; parce que telles lignes par la 30 definition sont racines cubiques de racines cubiques.

## NOTA.

Il est vray que  $\sqrt[3]{\quad}$  4 vaut le mesme que  $\sqrt[3]{\quad}$ , comme  $\sqrt[3]{\quad}$  81 vaut 3, comme fait aussi  $\sqrt[3]{\quad}$  81. Mais entant que l'une est ligne comme H, & l'autre costé de quantité comme D, elles sont par raison à distinguer:

QUE NOMBRES QUELCONQUES PEUVENT estre Nombres quarez, cubiques, &c. Aussi que racine quelconque est nombre.

Puis que les nombres explicans les valeurs des quantitez geometriques, reçoivent un nom conforme à la mesme quantité (comme 4 ou 9 & semblables explicans les valeurs des quarez, s'appellent pourtant nombres quarrées. Item 8 & 27, &c. explicans les valeurs de cubes, s'appellent pourtant nombres cubiques) s'en suit que 6 ou 7 ou 8, & semblables explicans les valeurs des quarez, se nommeront pourtant aussi nombres quarez. Et 9 ou 10, &c. explicans les valeurs des cubes s'appelleront pourtant aussi nombres cubiques. Ce que estant apertement ainsi, s'en suit que ceux la s'abusent qui veulent le contraire. Mais quelle est leur raison? 8 me dira quelque adversaire ne peut estre nombre quare, par ce qu'il n'y a nul nombre qui multiplié en soy, produise 8. Il est vray (dira il) que racine de 8 en soy produit, mais elle n'est pas nombre : Or je luy pourrois nier qu'aucun nombre soit pourtât nombre quare, par ce qu'il se trouve nombre qui multiplié en soi produit le mesme nombre, consideré qu'il obtient seulement le nom de quare, pource qu'il explique sa valeur, & point pour quelque autre accident: de sorte que 4 ou 9, ou semblables considererez simplement, & abstraicts de quarez, ne sont pas nombres quarez : Mais passant tout cecy, nous responderons à son propos, prouvans que la  $\sqrt[3]{\quad}$  8, est nombre en ceste sorte: La partie est de la mesme matiere qu'est son entier;



entier; Racine de 8 est partie de son quarré 8: Doncques  $\sqrt{8}$  est de la mesme matiere qu'est 8: Mais la matiere de 8 est nombre; Doncques la matiere de  $\sqrt{8}$  est nombre: Et par consequent  $\sqrt{8}$  est nombre. Aussi seroit ce de dire, le quarré de  $\sqrt{8}$  est 8, mais 8 n'est point quarré: vrayment c'est absurd, & ne se peut par distinction tant faire, que tel fondement ne demeure confus. Doncques  $\sqrt{8}$  est nombre, & par consequent 8, voire & nombre quelconque, comme  $\sqrt{6}$ , ou  $\sqrt{3}$ , & semblable, expliquant la quantité d'un quarré, ou en effect, ou seulement par l'hypothese, est nombre quarré. Il est vray que 4 & 9, & semblables, sont quarrés de quelque autre propriété que n'est nombre quarré 8, & requierent distinction; mais pas faulx, n'y causant confusion, mais plustost facilité, laquelle sera; que ceux la sont nombres quarrés à leurs racines commensurables, ceux cy incommensurables.

Nous pourrions faire plus long discours sur ceste matiere; mais transportant le different entre noz theses mathématiques; Concluons icy pour les raisons susdictes, que tous nombres quels qu'ils soient peuvent estre nombres quarrés, cubiques, &c. Aussi que racine quelconque est nombre.

*QUE LA QUINTE QUANTITE NE SE  
doibt point nommer sursolidum, ou plus  
long d'un costé.*

Les aucuns nomment la quinte quantité sursolidum; les autres plus long d'un costé: par sursolidum denotent ilz une sourde quantité solide; Sourde (disent ilz) par ce qu'elle n'a ny racine quarrée, ny racine cubique discrete; en quoy ils s'abusent: car combien que tel accident avient à aucunes, il n'aviendra point à infinies autres, car racine de quinte quantité 1024, est 4, & la racine quarrée du mesme nombre 1024, est 32. Item la racine de quinte quantité 32768, est 8, & racine cubique du mesme nombre est 32. Aussi la potence de quinte quantité de 64, aura (par la 9 proposition du 9 livre d'Eucl.) racine de quinte quantité, & racine quarrée, & racine cubique; Et encore que cela ne fust pas ainsi, ce seroit mauvaise consequence de dire; la quinte quantité n'a point de racine quarrée, ou cubique discrete; ergo elle est absurde; car comme le quarré tient sa racine quarrée, & le cube sa racine cubique, ainsi tient la quinte quantité, sa racine de quinte quantité. Doncques la quinte quantité n'est point sourde, ny sursolidum.

Quant à l'appellation de plus long d'un costé, elle est aussi mal propre; veu que la quinte quantité R, est un cube; aussi que plusieurs autres quantitez, comme les quartes D, & BB, qui sont aussi plus longues d'un costé, toutesfois ne sont pas quintes quantitez. A fin doncques d'oster d'une part toutes ambiguités, & impropriétés, & que d'autre part aurions vocables servans, à la facilité de la doctrine, nous les appellons quarte, quinte, sexte quantité, &c.

*QU'IL NY A AUCUNS NOMBRES ABSURDES, irracionels, irreguliers, inexplicables,  
ou sourds.*

C'est chose tresvulgair entre les Autheurs d'Arith. de traicter de nombres, comme  $\sqrt{8}$ , & semblables, qu'ils appellent absurds, irracionels, irreguliers, inexplicables, sourds, &c. Ce que nous nions, à quelque nombre avenir: Mais par quelle raison l'adversaire le pourra il prouver? Il me dict premièrement, que racine de 8, est à nombre Arithmetique (comme 3 ou 4) incommensurable, ergo  $\sqrt{8}$ , est absurde irracionelle, &c. Mais la

conclusion est absurde; veu que l'incommensuration ne cause pas absurdité des termes incommensurables; ce que s'éprouve par la ligne & superficie qui sont grands incommensurables; c'est à dire, qu'ils ne reçoivent point de commune mesure, toutesfois ny ligne ny superficie n'est quantité absurde ny inexplicable: car disant que celle la est ligne, & ceste cy superficie, nous les expliquons. Et encore que ceste incommensuration procreast (ce que toutesfois ne peut estre; mais posons les cas) absurdité à l'une des quantitez comparées, nous trouverons le nombre Arithmetique autant coupable, que le radical: car comme la Sphere autant que le cube, & le cube autant comme la Sphere, est cause de leur dissimilitude; ainsi de ces nombres. Mais pour faire encore autre preuve par deux quantitez d'un mesme genre de grandeur; prenons le costé & diagonale d'un quarré, qui sont lignes entre elles (par la dernière proposition du 10. livre d'Euclide) incommensurables, toutesfois ny diagonale, ny costé (abstrait de nombre) n'est ligne absurde ou irracionelle. l'incommensuration doncques des quantitez, n'est pas l'absurdité d'icelles, mais c'est plustost leur naturelle mutuelle habitude. L'adversaire me replique qu'il y a lignes racionelles, & irracionelles, (desquelles traite Euclide en son dixiesme livre) les definitions desquelles (selon Campane defin. 5 & 7. que Zambert met la 7 & 8) sont telles: Toute ligne droicte proposée s'appelle racionelle. Et les lignes à icelle incommensurables, se nomment irracionelles: Dont il conclut, que les nombres explicans ces lignes irracionelles; sont nombres irracionels. Je respons qu'il est notoire que c'est argument soit inartificiel consistant en seule autorité, à laquelle il faut preferer l'irrefutable raison, qui est; Premièrement que demonsturons contradiction en ceste sorte: Soit ligne proposée la diagonale (car la definition dict de toute ligne) d'un quarré duquel le costé est 2: Or ceste ligne proposée (dict il) est racionelle, & le nombre l'explicant sera de mesme qualité; parquoy le nombre explicant ceste ligne qui est  $\sqrt{8}$ , sera racionel: & d'autre part dict que  $\sqrt{8}$  est irracionelle; ce qui est contradiction. Au second nous pouvons demonstrier (mesmes selon le dire de l'adversaire) que nulle ligne n'est par soy irracionelle: car s'il dict que celle la est racionelle (à sçavoir diagonale ou costé de quarré) qu'on explique par nombre Arithmetique; & l'autre irracionelle; s'en suit que selon l'attribution du nombre Arithmetique, le costé pourra l'une fois estre racionel, autrefois irracionel; doncques il ne l'est pas par soy, mais en respect d'un nombre dont il y a icy question: Tel argument doncques n'est pas pour luy; ains plustost une declaration de la confusion consistante en son opinion. Qu'est ce qu'il a encore?

Il me mande que je luy explique quelle chose soit  $\sqrt{8}$ . Je luy respons qu'il m'explique quelle chose soient  $\frac{3}{4}$  (qui selon son dire sont racionels) & puis je la luy expliqueray. Il me dira d'aventure que  $\frac{3}{4}$  (pour changer de voix) sont  $\frac{6}{8}$ . Et je luy respons que  $\sqrt{8}$  est  $\sqrt{\frac{26}{2}}$ . Il dict que  $\frac{3}{4}$  sont à tout nombre Arithmetique commensurable, &  $\sqrt{8}$  à nul d'iceux; Je luy respons que  $\sqrt{8}$  est a infiniz nombres, comme  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{32}$ , commensurable, &  $\frac{3}{4}$  à nul d'iceux. Il me dict, que si on partist une chose en 4 parties egales, que  $\frac{3}{4}$  est cela qui denote la quantité de trois d'icelles parties; & je luy respons, que si la grandeur d'un quarré fust 8, que  $\sqrt{8}$  est le nombre qui denote la quantité de son costé. Item si on luy demande combien soit le quotient de la division de 3 par 4, il respondra que c'est le quotient de la division de 3 par 4: Et tout par mesme elegance dis-je qu'en extrahant racine quarrée de 8, ce qui en sort est racine quarrée de 8. Ou s'il pense de satisfaire par quelque changement de voix, qui en effect est le mesme, disant que

que tel quotient font trois quarts, je luy feray le semblable sur la racine, disant que c'est le costé de quarré 8. Il veult que nous appliquons les nombres, comme  $\frac{3}{4}$  &  $\sqrt{8}$ , à quelque matiere, comme a une aulne, & dict qu'il me pourra monstrier legitimement les  $\frac{3}{4}$  d'une aulne par la 9 proposition du 6 livre d'Euclide; Et moy je luy monstrieray legitimement la racine quarrée de 8, d'une aulne par la 13 proposition du 6 livre du mesme Euclide. Car la ligne moyenne proportionnelle entre toute l'aulne & une huitiesme partie d'icelle, est  $\sqrt{8}$  de la mesme aulne.

Les qualitez doncques de  $\sqrt{8}$  &  $\frac{3}{4}$  (en tant que touche ceste question) sont semblables. Or de choses semblables se fait mesme jugement; par quoy si  $\sqrt{8}$  est nombre absurd, irrationel, irregulier, inexplicable, & sourd; les  $\frac{3}{4}$  le seront aussi; Mais l'adversaire ne concede cela aucunement; ains veut tout au contraire; il faut donc de necessité qu'il confesse que  $\sqrt{8}$  est excellente, rationelle, reguliere, explicable, & bien oyante. Ce que nous avons demonstrier de  $\sqrt{8}$ , fera aussi entendu de  $\sqrt{3}$ , & autres racines quelconques: car combien que de toute ligne ne pouvons legitimement couper racine cubique (à cause que les deux lignes moyennes proportionnelles entre deux lignes données, ne sont encore geometriquement inventées) comme faisons racine quarrée, cela n'est pas la coulpe des nombres; car ce qu'en lignes ne sçavons faire, nous l'achevons par nombres facilement.

Mais a fin que parlions aussi de l'utilité de ceste matiere, & que l'on n'estime que ce soit disputé de l'ombre de l'asne, faut sçavoir que ceste absurde opinion de nombres absurds; que ce ne seroyent pas nombres, &c. a tellement obscurci la doctrine des incommensurables grâdeurs, que la difficulté du dixiesme livre d'Euclide (qui traite de ceste matiere) est à plusieurs devenu en horreur; voire jusques à l'appeller la croix des mathématiciens, matiere trop dure à digerer, & en laquelle n'apperçoivent aucune utilité. C'est aussi ce ferme fondement, qui nous a avancé en la description d'icelles, qui s'ensuyvera en un traité particulier, la ou sont rendu faciles & claires (à mon avis) en 3 problemes seulement, les difficiles & obscures propositions dudit Dixiesme, qui en contient selon Zambert 118. Voire non pas seulement ce qui est contenu audit dixiesme, mais encore un facile infini progres des choses y commencées, lequel (infini progres dis-je) semble incomprehensible par tel fondement. Et celuy qui donnera plus de lieu à la raison, qu'à vaine opinion; plus de credit aux defenseurs, des parfaites & divines Mathematiques, qu'à ceux qui l'accusent d'imperfection & d'absurdité, ne trouvera pas moindre facilité, en plusieurs operations Mathematiques, qui semblent autrement fort difficiles.

Nous concluons doncques, qu'il n'y a aucuns nombres absurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou sourds; mais qu'il y a en eux telle excellence, & cōcordance, que nous avons matiere de mediter nuit & jour, en leur admirable perfection; Et s'il falloit dire d'absurdité, je la concederois plustost en nostre entendement, lequel ne peut autant comprendre des decrets qui consistent en la nature, qu'il soit digne comparaison à ce qu'il ignore. Finalement ce que nous n'avons satisfait en ceste matiere par les argumens precedens, nous l'accomplirons contre tous adversaires par la 4<sup>e</sup> these de nos theses Mathematiques.

## NOTA.

Aucuns au lieu de la quarte quantité, disent quarré de quarré; Et de la sexte quantité, quarré de cube, ou

cube de quarré; Et de la huitiesme, quarré de quarré de quarré; Et de la neuvesme, cube de cube, &c. ce qui sont des noms de ce qui ne consiste point en grandeur: vray est qu'ils ont quelque similitude à leur subject en tant qu'il est nombre; mais trop obscure: Nous n'userons doncques pas de ces noms, d'une part pour les incommodeitez qu'en procedent, d'autre part pour la facilité des autres, comme apparoitra aux computations qui s'en feront cy apres.

## DEFINITION XXXII.

*Racine quarrée algebraique de quantité, est celle qui multipliée en soy, produit la mesme quantité. Racine cubique algebraique de quantité, est celle qui multipliée cubiquement, produit la mesme quantité; & ainsi de la quarte quantité & autres suivantes.*

## EXPLICATION.

Comme 3 ① s'appellent la racine quarrée algebraique de 9 ②, parce que multipliées en elles produisent 9 ②; Et pour mesme raison 4 ② se disent la racine quarrée de 16 ④; Et 2 ② + 3 ①, la racine quarrée de 4 ④ + 12 ③ + 9 ②; Et 2 ① la racine cubique de 8 ③; Et 3 ② + 2 ① la racine cubique de 27 ⑥ + 54 ⑤ + 36 ④ + 8 ③. Et  $\sqrt{3}$  ②, la racine de 3 ②, & ainsi d'autres semblables.

## DEFINITION XXXIII.

*Le nombre Arithmetique devant la marque de quantité, s'appelle nombre de multitude des quantitez; & dedans la marque, denominateur, ou dignité de quantité: mais derriere la marque, valeur de quantité.*

## EXPLICATION.

En toute quantité qu'on use en operation algebraique, il y a à considerer trois nombres differens; comme de multitude, denominateur, & valeur de quantité. Par exemple, 3 ② 12, c'est à dire trois secondes quantitez valans douze, de sorte que le 3 est nombre de multitude des quantitez, & 2 denominateur de quantité, mais 12 valeur des quantitez.

Consideré bien ceste definition, à fin qu'au suivant la disposition des caracteres ne vous abuse: car comme 19 sont les mesmes cyfres que 91, toutesfois l'une est majeure quantité que l'autre; Tout ainsi ③ 8, sont les mesmes caracteres que 8 ③, mais cestuy cy est bien un autre que cestuy la: car ③ 8 signifie cube, duquel la valeur est 8. Mais 8 ③, denote huit cubes desquels la valeur est icy encore incognee.

## DEFINITION XXXIV.

*Le nombre radical mis devant la marque de quantité & séparé par signe tel X, sera nombre de multitude des quantitez: mais sans iceluy signe de separation, a lors  $\sqrt{\quad}$  denote la racine du nombre de multitude, ensemble la racine de la quantité.*

## EXPLICATION.

Comme  $\sqrt{9}$  X ②, c'est à dire racine de 9 secondes, mais consideré que la  $\sqrt{\quad}$  se refere seulement au 9, & point à ②, ce que denote la marque de separation X: de sorte que  $\sqrt{9}$  X ②, vaut autant (veu que  $\sqrt{9}$ , fait 3) comme 3 ②; Mais quand le nombre radical sera a nombre Arithmetique incommensurable, comme  $\sqrt{5}$  X ②, il faut qu'il demeure ainsi; Mais sans icelle separation de la marque X, comme  $\sqrt{9}$  ②, ce fera aussi à dire racine de 9 secondes, mais consideré (par ce qu'il n'y a point de marque de separation) que la  $\sqrt{\quad}$  se refere & a 9, & a ②, de sorte que  $\sqrt{9}$  ② vaut autant comme 3 ①. Item  $\sqrt{3}$  ③ 8 autant comme 2 ①.

DEFI-

## DEFINITION XXXV.

Toute quantité s'appelle la puissance de sa racine.

## EXPLICATION.

Comme carré 9 s'appelle la puissance quarrée de sa racine 3; Et 8, puissance quarrée de  $\sqrt{8}$ ; & 27, puissance cubique de sa racine 3; & 81, puissance de quarte quantité de sa racine 3. & ainsi des autres en infini.

## DEFINITION XXXVI.

+ Signifie plus, & — signifie moins.

## EXPLICATION.

Il vient à cause de l'incommensuration des nombres qu'il les faut conjoindre ou disjoindre, par les mots de plus & moins. Mais par ce que les mêmes se rencontrent souvent aux opérations Arithmétiques, tant des nombres algebriques ou quantitez, que des nombres radicaux, l'on use pour briefveté des signes fort commodes, à sçavoir + signifiant plus, & — denotant moins.

## DEFINITION XXXVII.

Nombres commensurables sont ceux ausquels existe quelque nombre qui leur soit commune mesure.

## EXPLICATION.

Tous nombres Arithmetiques comme 7 & 9 (ausquels l'unité est la commune mesure) s'appellent nombres commensurables. Semblablement beaucoup des nombres géométriques, comme  $\sqrt{27}$ , &  $\sqrt{3}$ , lesquels ont pour commune mesure  $\sqrt{3}$ , comme apparoit par le 20 problème.

## DEFINITION XXXVIII.

Nombres incommensurables sont ceux ausquels n'existe quelque nombre qui leur soit commune mesure.

## EXPLICATION.

Comme 4 &  $\sqrt{6}$ , & autres semblables, par ce qu'il n'y a aucun nombre qui leur soit commune mesure, s'appellent nombres incommensurables.

## NOTA.

Les commensurations & incommensurations des nombres qui se rencontrent aux binomies (car cest des binomies que traiterons d'oresnavant) se distinguent communément en trois especes, desquelles la première selon nostre maniere est telle:

Quelques deux nombres sont de telle condition, qu'ils sont commensurables, comme 5 & 6, ou  $\sqrt{3}$  &  $\sqrt{12}$  & semblables.

## DEUXIESME ESPECE.

Autres deux nombres y a il de telle qualité, qu'ils sont incommensurables, mais leurs quarez sont commensurables. Comme 4 &  $\sqrt{7}$ , sont incommensurables; Mais leurs quarez comme 16 & 7, sont commensurables.

## TROISIEME ESPECE.

Il y a autres deux nombres de telle condition, qu'ils sont incommensurables, & leurs quarez sont aussi incommensurables; comme 4 &  $\sqrt{7}$  sont incommensurables, & leurs quarez 16 & 7 sont aussi incommensurables.

Or pour distinction de ces trois différences, les autres nomment la première vulgairement (par similitude des lignes desquelles traite Euclide es définitions de son

dixième livre) commensurables en longueur; La seconde incommensurables en longueur; mais commensurables en puissance. Et la troisième incommensurables en puissance & longueur.

Mais selon mon opinion nous nommons ces différences plus clairement, disans absolument que tous deux nombres proposez sont commensurables; ou incommensurables. Quant à la commensuration ou incommensuration qu'il y a entre leurs puissances ou quarez, celle la ne faut il pas attribuer aux proposez, mais absolument à leurs puissances. Et pour en parler par exemple, qu'est ce si quelcun dict que la peripherie d'un cercle est droicte en son diamètre? Vrayement veu que toutes peripheries sont obliques, il n'y a point de sens, mais si l'on dict que les peripheries sont obliques, & que leur diametres sont droicts, on explique la vraie qualité de l'un & l'autre: Ainsi de dire que 4 &  $\sqrt{7}$  sont commensurables en leurs quarez ou puissances (veu qu'ils sont incommensurables) il n'y a point de sens. Mais si l'on dict, que 4 &  $\sqrt{7}$ , sont incommensurables, & que leurs puissances sont commensurables, les plus rudes le pourront entendre.

## DEFINITION XXXIX.

Multinomie radical, est un nombre consistant de plusieurs nombres incommensurables.

## EXPLICATION.

Comme  $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ , parce qu'il consiste de plusieurs nombres incommensurables, s'appelle multinomie radical: Radical, pour distinction du multinomie algebrique de la 26 définition.

## DEFINITION XL.

Binomie radical, est multinomie consistant de deux nombres incommensurables: Trinomie radical, de trois; & ainsi des autres. le multinomie s'appelle selon la multitude des nombres incommensurables desquels il existe.

## EXPLICATION.

Comme  $2 + \sqrt{3}$  est binomie, parce que 2 &  $\sqrt{3}$  sont deux nombres incommensurables, & pour mesme raison s'appelle  $2 - \sqrt{3}$  aussi binomie. Et  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 5$  (par ce qu'il a trois nombres incommensurables) trinomie.

## COROLLAIRE.

D'où s'ensuit que  $\sqrt{2} + \sqrt{8}$  & semblables ne sont pas binomies, par ce qu'ils sont commensurables, & qu'on les peut expliquer par un nombre, comme sera démontré au 24 problème. Toutesfois il avient d'aventure que nous mettrons quelque fois en un multinomie quelques nombres commensurables; mais ce sera pour exemple & briefveté, & on les usera par hypothese, comme s'ils fussent incommensurables, comme le semblable se rencontre souventes fois en la Géométrie, la ou quelque figure fera d'aventure trapeze, qui doit estre quarré. Mais pour en parler proprement, deux noms commensurables ne font pas deux noms en un multinomie, veu (comme nous avons dict) que l'on en peut faire un.

## DEFINITION XLI.

Chascun nombre d'un multinomie s'appelle nom, desquels le majeur se dict majeur nom, & le moindre, moindre.

## EXPLICATION.

Comme de binomie  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ , la  $\sqrt{3}$ , s'appelle majeur nom, & la  $\sqrt{2}$  moindre nom.

DEFINITION XLII.

Multinomie conjointe, est celui duquel les noms sont conjointes par plus.

EXPLICATION.

Comme  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ , est binomie conjointe, & ainsi  $\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{3}$  trinomie conjointe.

DEFINITION XLIII.

Multinomie disjuncte, est celui duquel les noms sont disjunctes par moins.

EXPLICATION.

Comme  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  est binomie disjuncte, qu'autres appellent aussi apotome, residu, ou reste. Item  $8 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$  est trinomie disjuncte.

NOTA.

La binomie disjuncte, est par Euclide appellé apotome ou reste, & semble qu'il ne l'a voulu nommer binomie, par ce que l'apotome est une ligne, qui ne contient point en soy l'un des noms qu'on explique. Mais veu que l'appellation de multinomie n'est point en respect de quantité, selon laquelle tout multinomie est aussi bien une seule ligne comme celle d'un nom; Mais en respect de qualité: S'enfuit que l'apotome sera aussi bien binomie; à sçavoir disjuncte (veu qu'en l'expliquant, il faut user de deux noms) comme le conjointe. Doncques par binomie disjuncte (qui par plusieurs autres, est aussi en usage, & à mon avis il est plus propre) entendra on le mesme; ce que Euclide signifie par apotome.

DEFINITION XLIV.

Multinomie en partie conjointe & en partie disjuncte, est celui qui a noms conjointes par plus, & autres disjunctes par moins.

EXPLICATION.

Comme  $\sqrt{7} + \sqrt{2} - \sqrt{5}$ , est multinomie en partie conjointe & en partie disjuncte. Ceste definition ne compete point au binomie qui est seulement ou conjointe ou disjuncte.

NOTA.

Entre les multinomies les binomies sont de la plus grande consideration, à cause que toutes leurs especes sont plus notoires, les mesmes a Euclide diligemment defini & distingué es lignes en son 10 livre; lesquelles nous applicquerons aux nombres, comme s'enfuit:

Il y a douze especes de binomies, desquelles les 6 sont conjointes, & 6 disjunctes; & chascune sixaine a deux fortes; desquelles les trois sont telles, que la difference des potences quarrées de leurs noms, tient racine quarrée à son majeur nom commensurable. Les autres trois binomies sont telles, que la difference des potences quarrées de leurs noms tient racine à son majeur nom incommensurable; Et de chascun de ces trois binomies, les deux ont chascun un nom à nombre Arithmetique commensurable; mais le troisieme a ses deux noms, à nombre Arithmetique incommensurables. Et pour plus grand esclarcissement distinguons leurs differences par telle table.

Le binomie a 12 especes, desquelles les

Six sont conjointes; des mesmes les

Trois sont desquelles la difference des potences quarrées, tient racine au majeur nom commensurable, des mesmes

Les deux ont un nom à nombre Arithmetique commensurable, desquels

La troisieme a les deux noms à nombre Arithmetique incommensurables.

L'une est celle de laquelle le majeur nom est à nombre Arithmetique commensurable.

L'autre de laquelle le moindre nom est à nombre Arithmetique commensurable.

Trois sont desquelles la difference des potences quarrées tient racine au majeur nom incommensurable, des mesmes

Les deux ont un nom à nombre Arithmetique commensurable, desquelles

La troisieme a les deux noms à nombre Arithmetique incommensurables.

L'une est celle de laquelle le majeur nom est à nombre Arithmetique commensurable.

L'autre de laquelle le moindre nom est à nombre Arithmetique commensurable.

Six sont disjunctes, & reçoivent subdivisions semblables à celles des conjointes.

Leurs definitions sont telles:

DEFINITION XLV.

Quand le majeur nom d'un binomie conjointe, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrés tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie premier.

EXPLICATION.

Soit binomie conjointe  $3 + \sqrt{5}$ .  
 Quarrez des noms  $\left\{ \begin{matrix} 9 \\ 5 \end{matrix} \right.$   
 Leur difference 4  
 Sa racine 2

Par ce que le majeur nom 3 du binomie conjointe, est au nombre Arithmetique commensurable, & que la difference 4 des quarrés de deux noms tient racine quarrée 2, au majeur nom 3 commensurable, le binomie donné  $3 + \sqrt{5}$ , s'appelle le premier.

DEFINITION XLVI.

Quand le moindre nom d'un binomie conjointe, est au nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrés tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie second.

EXPLICATION.

Soit binomie conjointe  $\sqrt{18} + 4$   
 Quarrez des noms  $\left\{ \begin{matrix} 18 \\ 16 \end{matrix} \right.$   
 Leur difference 2  
 Sa racine  $\sqrt{2}$

Parce que le moindre nom 4 du binomie conjointe, est au nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrés tient racine quarrée (à sçavoir  $\sqrt{2}$ ) au majeur nom commensurable par le 20 probleme, le binomie donné  $\sqrt{18} + 4$  s'appelle le second.

DEFINITION XLVII.

Quand les deux noms d'un binomie conjointe, sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrés

quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie troisiéme.

## EXPLICATION.

|                       |   |
|-----------------------|---|
| Soit binomie conjoint | $\sqrt{50} + \sqrt{32}$ .                                 |
| Quarrez des noms      | $\left\{ \begin{array}{l} 50. \\ 32. \end{array} \right.$ |
| Leur difference       | 18.   |
| Sa racine             | $\sqrt{18}$ .   |

Par ce que les deux noms du binomie conjoint  $\sqrt{50} + \sqrt{32}$  sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez 18, tient racine au majeur nom  $\sqrt{50}$ . commensurable par le 20 probleme, le binomie donné  $\sqrt{50} + \sqrt{32}$ . s'appelle le troisiéme.

## DEFINITION XLVIII.

Quand le majeur nom d'un binomie conjoint, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie quatriéme.

## EXPLICATION.

|                       |   |
|-----------------------|---|
| Soit binomie conjoint | $5 + \sqrt{12}$ .   |
| Quarrez des noms      | $\left\{ \begin{array}{l} 25. \\ 12. \end{array} \right.$ |
| Leur difference       | 13.   |
| Sa racine             | $\sqrt{13}$ .   |

Par ce que le majeur nom 5, du binomie conjoint, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference 13 des quarrez des deux noms tient racine quarrée (à sçavoir  $\sqrt{13}$ ) au majeur nom 5 incommensurable par le 20 probleme, le binomie donné  $5 + \sqrt{12}$ , s'appelle le quatriéme.

## DEFINITION XLIX.

Quand le moindre nom d'un binomie conjoint, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie cinquiéme.

## EXPLICATION.

|                       |   |
|-----------------------|---|
| Soit binomie conjoint | $\sqrt{6} + 2$ .  |
| Quarrez des noms      | $\left\{ \begin{array}{l} 6. \\ 4. \end{array} \right.$ |
| Leur difference       | 2.  |
| Sa racine             | $\sqrt{2}$ .  |

Parce que le moindre nom 2 est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference 2 des quarrez des noms tient racine quarrée (à sçavoir  $\sqrt{2}$ ) au majeur nom  $\sqrt{6}$  incommensurable par le 20 probleme, le binomie donné  $\sqrt{6} + 2$ . s'appelle le cinquiéme.

## DEFINITION L.

Quand les deux noms d'un binomie conjoint, sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie sixiéme.

## EXPLICATION.

|                       |   |
|-----------------------|---|
| Soit binomie conjoint | $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ .                                 |
| Quarrez des noms      | $\left\{ \begin{array}{l} 5. \\ 3. \end{array} \right.$ |
| Leur difference       | 2.  |
| Sa racine.            | $\sqrt{2}$ .  |

Par ce que les deux noms du binomie conjoint,  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ . sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez 2, tient racine quarrée au majeur nom  $\sqrt{5}$  incommensurable par le

20 probleme, le binomie donné  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$  s'appelle le sixiéme.

## DEFINITION LI.

Quand le majeur nom d'un binomie disjunct est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie septiéme.

## EXPLICATION.

Comme  $3 - \sqrt{5}$  est binomie disjunct, ayant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 45 definition, il s'appelle donc binomie septiéme.

## DEFINITION LII.

Quand le moindre nom d'un binomie disjunct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie huitiéme.

## EXPLICATION.

Comme  $\sqrt{18} - 4$ , est binomie disjunct, ayant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 46 definition, il s'appelle doncques binomie huitiéme.

## DEFINITION LIII.

Quand les deux noms d'un binomie disjunct, sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie neuviéme.

## EXPLICATION.

Comme  $\sqrt{50} - \sqrt{32}$ , est binomie disjunct, ayant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 47 definition, il s'appelle doncques binomie neuviéme.

## DEFINITION LIV.

Quand le majeur nom d'un binomie disjunct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie dixiéme.

## EXPLICATION.

Comme  $5 - \sqrt{12}$  est binomie disjunct, ayant les conditions de ceste definition, comme appert en l'explication de la 48 definition, il s'appelle doncques binomie dixiéme.

## DEFINITION LV.

Quand le moindre nom d'un binomie disjunct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie onziéme.

## EXPLICATION.

Comme  $\sqrt{6} - 2$  est binomie disjunct, ayant les conditions de ceste definition; comme appert en l'explication de la 49 definition, il s'appelle doncques binomie onziéme.

## DEFINITION LVI.

Quand les deux noms d'un binomie disjunct, sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie douziéme.

## EXPLICATION.

Comme  $\sqrt{5} - \sqrt{3}$  est binomie disjointe, ayant les conditions de ceste definition, comme appert en l'explication de la 30 definition, il s'appelle donc binomie douziésme.

## DEFINITION LVII.

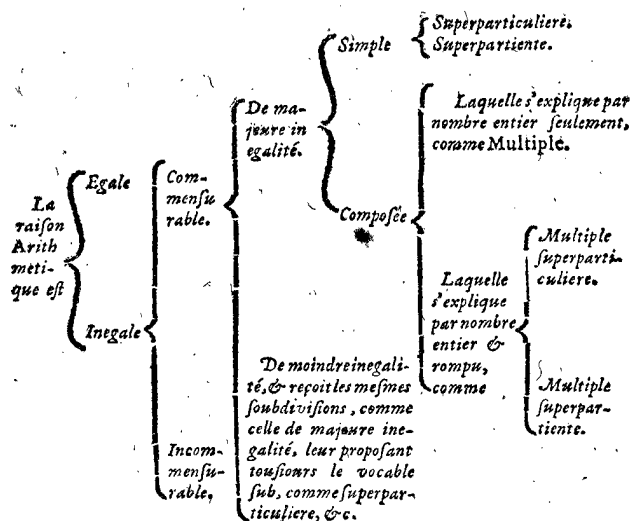
Binomie conjointe, & binomie disjointe respondans, sont ceux qui ont les noms egaux.

## EXPLICATION.

Comme binomie conjointe  $4 + \sqrt{3}$ , & binomie disjointe  $4 - \sqrt{3}$ , par ce que leurs noms sont egaux, ils s'appellent respondans.

### TROISIÈME PARTIE DES DEFINITIONS DE LA RAISON ET PROPORTION Arithmetique, & de leurs dependances.

Table demonstrent l'ordre de la raison Arithmetique des definitions suivantes.



**QUE 2. 4. 8. ou 2. 3. 4. 6. ET SEMBLA-**  
bles, ne font pas proportion Geometrique. Aussi que nombres  
comme 1. 2. 3. ou 12. 10. 6. 4. & pareils, ne font pas pro-  
portion Arithmetique. Item que 153. 144. 136. & semblables,  
ne font pas proportion harmonique.

La proportion, pour en parler un peu en general, a-  
vant que parvenir au particulier, est la similitude de deux  
raisons egales. Raison est comparaison de deux termes  
d'une mesme espece de quantité. Et si tous les termes  
d'une proportion fussent grandeurs, ce sera proportion  
geometrique. Mais s'ils estoient tous nombres, sera pro-  
portion Arithmetique. Et estant tous sons harmonieux,  
c'est proportion harmonique. Semblablement quand  
les termes sont parties de predication ou de proposition,  
c'est proportion dialectique. De sorte que toute propor-  
tion obtient le nom conforme à la matiere de ses termes.  
Ce qui estant ainsi, s'en suit que ceux la s'abusent, disans  
que nombres, comme 2. 4. 8. ou 2. 3. 4. 6. font proportion  
geometrique, l'une cõtinue l'autre discontinue, veu qu'il  
n'y a icy nulles grandeurs, qui toutesfois pour la raison  
que dessus & par la 3 & 4 definition du 5 livre d'Eucl.  
font en toute proportion geometrique requises; veu  
aussi que c'est une manifeste proportion Arithmetique.

Item, que nombres, comme 153. 144. 136. seroyent pro-  
portion harmonique, puis que les sons entre eux en telle  
raison, ne font qu'une absurde resonance. Item que 1. 2. 3  
& 12. 10. 6. 4. soit proportion Arithmetique, l'une con-  
tinue l'autre discontinue, consideré que c'est contre la  
21 definition du 7 livre d'Euclide, approuvée de tous  
sonnant ainsi: *Nombres sont proportionels, quand le premier est  
telle multiplicite partie ou parties du second, comme le troisiésme  
du quatriésme.* Nous pourrions argumenter de ceste ma-  
tiere plus amplement, esprouvant en beaucoup des ma-  
nieres nostre propos, & que le concedé du contrai-  
re est une confusion en la discipline mathematique, la-  
quelle n'enseigne pas que c'est proportion: mais plu-  
stost empesche à plusieurs de pouvoir suffisamment com-  
prendre si grand mystere. Ce qui est aussi l'occasion pour-  
quoy la theorie de musique est (au respect de ce qui con-  
siste potentiellement en la nature) si obscure & de si peu  
de personnes exercée, dont entre les compositeurs d'i-  
celle (pour le default de vray & ferme fondement) nais-  
sent plusieurs dissentions, comme en son lieu en traitte-  
rons quelque fois plus amplement. Mais veu que ce dif-  
ferent sera transporté entre noz theses mathematiques,  
nous en ferons icy une fin; Concluans, que proportion  
geometrique est celle, de laquelle les termes sont gran-  
deurs proportionelles. les definitions desquelles nous  
avons descrypt aultre part: Item que proportion harmo-  
nique est celle, de laquelle les termes sont sons harmo-  
nieux, desquels deserirons les definitions ailleurs: Aussi  
que la proportion Arithmetique est celle, de laquelle  
les termes sont nombres proportionels, desquels decla-  
rerons les definitions en ceste sorte.

## DEFINITION LVIII.

Terme Arithmetique est un nombre.

## EXPLICATION.

Comme 1 ou 2 ou  $\frac{1}{2}$  ou  $\sqrt{3}$ , &c. s'appelle terme A-  
rithmetique.

## DEFINITION LIX.

Raison Arithmetique est la mutuelle habitude selon la quantité  
entre deux ou plusieurs termes.

## EXPLICATION.

Soyent termes quelconques comme 3. 1. 6. Or leur  
mutuelle habitude selon la quantité, comme le premier  
triple au second, & le second subsexuple au troisiésme,  
& le troisiésme double au premier, &c. s'appelle raison.

## NOTA 1.

Raison consiste au moins en deux termes.

## NOTA 2.

La raison qui des autres se limite seulement en deux  
termes, nous la disons consister en tous termes quelcon-  
ques, dont il y a trois occasions principales; La premiere  
que cecy est plus conforme à la maniere qu'on use en la  
practique. Par exemple, quand on dict comme 2 a 5, & 5 a  
3, ainsi 4 a 10, & 10 a 6; l'on appelle cecy aussi bien une  
proportion, comme celle de laquelle chascune raison  
contient deux termes: mais toute proportion consiste en  
deux raisons. doncques lesdicts 2. 5. 3. font une raison. Il  
est aussi manifeste par la 19 definition du 5 livre d'Eucli-  
de, que la raison de la perturbée proportion consiste en  
trois termes. L'autre occasion est, qu'il est plus confor-  
me à la nature: car trois ou plusieurs termes ont entre  
eux en un mesme moment, aussi bien la mutuelle habi-  
tude comme les deux: La troisiésme & principale, que  
ceste

ceste maniere est plus commode pour les demonstrations mathematiques; car de prouver par divers arguments la proportionalite des derniers termes, laquelle est manifeste par les principes, il est inutile. Nous concluons doncques, la raison pouvoit consister en termes quelconques.

## DEFINITION LX.

Raison binaire est celle de deux termes: la ternaire de trois; & ainsi des autres selon la multitude des termes.

## EXPLICATION.

Comme 5 a 6, s'appelle raison binaire, & 5. 7. 3. ternaire, &c.

## DEFINITION LXI.

Raison d'egalite est celle de laquelle les termes sont egaux.

## EXPLICATION.

Comme 3 a 3, ou 5 a 5, s'appelle raison d'egalite, ou raison egale.

## DEFINITION LXII.

Raison d'inegalite est celle de laquelle les termes sont inegaux.

## EXPLICATION.

Comme 5 a 2 ou 3 a 7, s'appelle raison d'inegalite, ou raison inegale.

## DEFINITION LXIII.

Raison commensurable est celle de laquelle existe aux termes commune mesure.

## EXPLICATION.

Comme 4 a 6, s'appelle raison commensurable, car 2 est leur commune mesure. Et de mesme sorte se dira  $\frac{2}{3}$  a  $\frac{4}{3}$  raison commensurable, parce que  $\frac{2}{3}$  est leur commune mesure. En somme toute raison de nombres Arithmetiques est commensurable.

## DEFINITION LXIV.

Raison d'inegalite maieure est, quand on compare le maieur terme au moindre.

## EXPLICATION.

Comme comparaison de 7 a 3, s'appelle raison d'inegalite maieure.

## DEFINITION LXV.

Raison superparticuliere est, quand le maieur terme contient le moindre une fois, & d'avantage une partie.

## EXPLICATION.

Comme 3 a 2, est raison superparticuliere nommée sesquialtere, & 4 a 3, sesquiterce, & 7 a 6, sesquisepte, &c.

## DEFINITION LXVI.

Raison superpartiente est, quand le maieur terme contient le moindre une fois, & d'avantage plusieurs parties.

## EXPLICATION.

Comme 5 a 3, est raison superpartiente, nommée superbipartiente tierces, & 7 a 4, raison supertripartiente quartes, &c.

## DEFINITION LXVII.

Raison multiple est, quand le maieur terme contient le moindre plusieurs fois precisement.

## EXPLICATION.

Comme 4 a 2, est raison multiple, nommée duple; & 9 a 3, raison triple, &c.

## DEFINITION LXVIII.

Raison multiple superparticuliere est, quand le maieur terme contient le moindre plusieurs fois, & d'avantage une partie.

## EXPLICATION.

Comme 5 a 2, est raison multiple superparticuliere, nommée duple sesquialtere, & 17 a 4, est raison quadruple sesquiquarte, &c.

## DEFINITION LXIX.

Raison multiple superpartiente est, quand le maieur terme contient le moindre plusieurs fois, & d'avantage plusieurs parties.

## EXPLICATION.

Comme 8 a 3, est raison multiple superpartiente, nommée double superbipartiente tierces, & 24 a 5, quadruple superquadrupartiente quintes, &c.

## DEFINITION LXX.

Raison de moindre inegalite est, quand on compare le moindre terme au maieur.

## EXPLICATION.

Comme la comparaison de 2 au 5, s'appelle raison de moindre inegalite.

## NOTA.

La raison de moindre inegalite recoit les memes especes que la maieure y mettant toujours devant ceste syllabe *sub*, comme 2 a 3, est raison subsequaltere, & 3 a 5, subsuperbipartiente tierces, & 2 a 4, subduple, & 2 a 5, subduple sesquialtere, & 3 a 8, subduple superbipartiente tierces, de sorte que maieure & moindre raison d'inegalite sont toujours relates. Comme si 4 a 2, est raison duple, ergo 2 a 4, est raison subduple.

## DEFINITION LXXI.

Raison incommensurable, est celle de laquelle n'existe aux termes aucune commune mesure.

## EXPLICATION.

Comme  $\sqrt{3}$  a 2, s'appelle raison incommensurable, par ce que les termes ne recoivent aucune commune mesure.

## DEFINITION LXXII.

Raison transformee, est celle en laquelle par resumption aient transformation des termes.

## EXPLICATION.

Soit raison 8.6.3. si doncques on prend 8. & 6 & 3, tous ensemble, font 17, & qu'on compare les memes 17 a 6, telle reprise de 17 a 6, (a cause de la transformation des termes) s'appelle raison transformee. Ou autrement, prenant desdicts 17, quelque nombre comme 12, & le comparant ausdicts 17, ou a quelque partie d'iceux, nous appellons telle comparaison raison transformee. Ou autrement, si quelque terme des trois termes ou partie d'iceux se multiplie ou divise par quelque nombre, & que tel produit ou quotient soit comparé a quelque quantité desdicts 17, nous appellons semblablement telle comparaison raison transformee. Tellement que nous comprenons sous ceste definition, la raison conjointe & disoincte, ensemble toutes autres auxquelles aient telle mutation.

## DEFINITION LXXIII.

Raison renversee, est celle en laquelle on compare le terme consequent, à l'antecedent.

## EXPLICATION.

Soit raison de 3 a 6, Si doncques on compare le terme consequent 6, à l'antecedent 3; telle comparaison s'appelle raison renversée.

## DEFINITION LXXIV.

Raison perturbée, est la comparaison du second terme au troisieme, & du premier au second, mais si la raison fut de plus de termes que de trois; Alors du second au troisieme, & du troisieme au quatrieme, & ainsi ensuyvant tant qu'il y aura des termes, & finalement du premier au second.

## EXPLICATION.

Soyent termes 2. 6. 8. si doncques on compare 6 a 8, puis 2 a 6, ceste comparaison s'appelle raison perturbée. Soyent maintenant quatre termes 3. 5. 7. 2, si doncques on compare 5 a 7, puis 7 a 2, & finalement 3 a 5, telle comparaison comme dessus, s'appelle raison perturbée.

## NOTA.

Raison perturbée consiste au moins en trois termes.

## DEFINITION LXXV.

Raisons egales sont celles qui ont egale multitude de termes, & comme le premier terme au second de l'une raison, ainsi le premier au second de l'autre: Mais si la raison fust ternaire, alors comme le premier terme au second, & le second au troisieme de l'une raison, ainsi le premier au second, & le second au troisieme de l'autre, & ainsi de toute autre raison selon la multitude des termes.

## EXPLICATION.

Soit l'une raison 4 a 2, de laquelle le premier terme est double au second, & l'autre 6 a 3, de laquelle le premier terme 6 est aussi double au second 3; nous disons donc, que la raison de 4 a 2 est egale à celle de 6 a 3; mais si l'une raison fust ternaire comme 3. 2. 4, de laquelle le premier terme obtient au second raison sesquialtere, & le second au troisieme raison subduple; Et que l'autre fust 6. 4. 8, de laquelle le premier terme au second, obtient aussi raison sesquialtere, & le second au troisieme aussi raison subduple; Telles deux raisons ternaires s'appellent aussi egales. Et ainsi de la quaternaire raison & autres quelconques.

## DEFINITION LXXVI.

Proportion Arithmetique, est la comparaison de deux raisons egales.

## EXPLICATION.

Soyent deux raisons egales 2 a 3, & 4 a 6, leur comparaison (disant comme 2 a 3, ainsi 4 a 6.) s'appelle proportion; ou nous disons que les termes 2. 3. sont proportionnels aux termes 4. 6. Et le mesme s'entendra des autres raisons quelconques, comme ternaire, quaternaire.

## DEFINITION LXXVII.

Proportion binaire, est celle de deux egales raisons binaires: Mais la ternaire celle de deux egales raisons ternaires; & ainsi des autres selon l'espece des raisons s'appellera la proportion.

## EXPLICATION.

Comme deux egales raisons binaires 2. 3 — 4. 6. font proportion binaire. Semblablement deux egales raisons ternaires, comme 3. 2. 5 — 9. 6. 15, font proportion ternaire; Et ainsi de la quaternaire & autres semblables.

## DEFINITION LXXVIII.

Proportion continue est; quand les termes moyens se peuvent prendre comme antecedens & consequens.

## EXPLICATION.

Soyent termes 8. 4. 2. 1, desquels les extremes sont 8 & 1, & les moyens compris entre les extremes 4 & 2. Parce donc que 4 & 2 se peuvent prendre pour termes antecedens & consequens (car 4 est terme consequent par l'hypothese; & est aussi antecedent, quand nous disons, comme 4 a 2, ainsi 2 a 1; Et de mesme sorte se démontrera que le 2 se pourra prendre pour terme antecedent & consequent) la proportion 8. 4. 2. 1, s'appelle continue qui s'explique ainsi: comme 8 a 4, ainsi 4 a 2; & 2 a 1.

## NOTA.

La proportion continue consiste au moins en trois termes: Soit par exemple proportion 3. 6. 12. en laquelle on dict, comme 3 a 6, ainsi 6 a 12, & appert qu'elle ne peut (veu que toute proportion a deux raisons) consister en moindre multitude de termes.

## DEFINITION LXXIX.

Proportion discontinue est, quand les termes moyens ne se peuvent prendre comme antecedens & consequens.

## EXPLICATION.

Soit proportion 6. 3. — 4. 2. parce doncques que 3 & 4 ne se peuvent prendre comme antecedens & consequens (car comme 6 a 3, ainsi n'est pas 3 a 4) telle proportion se dict discontinue.

## NOTA.

La proportion discontinue consiste au moins en quatre termes. Soit par exemple proportion 6. 3 — 4. 2. en laquelle on dict, comme 6 a 3, ainsi 4 a 2, & appert (veu que toute proportion a deux raisons) qu'elle ne peut consister en moindre multitude.

## DEFINITION LXXX.

Termes homologues sont le premier de chacune raison. Semblablement sont homologues le deuxiesme, & ainsi des autres.

## EXPLICATION.

Soit proportion quelconque, comme ternaire 3. 2. 5. — 9. 6. 15. Doncques 3 & 9 (qui sont le premier terme de chacune raison) s'appellent termes homologues. Semblablement sont termes homologues 2 & 6, aussi 5 & 15.

## DEFINITION LXXXI.

Proportion transformée, est celle qui consiste en deux raisons egales transformées.

## EXPLICATION.

Soyent deux raisons 5. 1. 4. 7 — 15. 3. 12. 21. & la transformée raison de la première raison, soit 9. 6. à sçavoir 9 procedant de l'ajoustement de 5 & 4, & les 6 pour reste de la soustraction de 1 de 7: Soit aussi la transformée raison de la seconde raison 27, 18; a sçavoir 27, procedant aussi de l'ajoustement de 15 & 12, & les 18 aussi pour reste de la soustraction de 3 & 21; Doncques 9. 6 — 27. 18. font deux transformées raisons par la 72 definition, & aussi egales par la 75 definition, desquelles la comparaison s'appelle transformée proportion. Or que ce sont termes proportionels, apert en cela qu'il y a telle raison de 9 & 6 commé de 27 a 18.

## NOTA.



NOTA.

Cette transformée proportion se peut rencontrer en infinité diverses manieres, de laquelle l'utilité apparoitra en son lieu.

## DEFINITION LXXXII.

Proportion renversée, est celle qui consiste en deux raisons égales renversées.

## EXPLICATION.

Soit proportion 5. 3 — 10. 6. Si doncques nous dissons, comme 3 a 5, (ce qui est renversée raison de 5 a 3; par la 73 definition) ainsi 6 a 10, ou autrement, comme 6 a 10, ainsi 3 a 5, telle argumentation se dict par proportion renversée.

## DEFINITION LXXXIII.

Proportion alterne, est semblable sumption de termes homologues à termes homologues.

## EXPLICATION.

Soit quelque proportion, comme ceste ternaire 2. 4. 3. — 6. 12. 9. & prenons semblablement termes homologues, comme 2. 6. & 3. 9, (qui sont homologues par la 80 definition.) Doncques telle proportion 2. 6 — 3. 9. s'appelle alterne de la proportion donnée. Telle sumption se peut rencontrer en diverses manieres, car nous pouvons aussi dire; comme 9 a 3, ainsi 12 a 4. Item comme 6 a 2, ainsi 12 a 4, &c. Il y a en la definition semblable sumption, c'est à dire, si l'antecedent terme de la premiere raison alterne, fust hors de la premiere raison donnée, qu'il sera necessaire de prendre l'antecedent terme de la seconde raison alterne, aussi hors de la premiere raison donnée. Il faut doncques necessairement observer ceste semblable sumption, car combien que 6 & 2, puis 3 & 9, de la proportion donnée, sont termes homologues, toutesfois comme 6 a 2, ainsi n'est pas 3 a 9.

## DEFINITION LXXXIV.

Proportion perturbée, est la comparaison de deux égales raisons, desquelles l'une est raison perturbée.

## EXPLICATION.

Soit raison reguliere 6. 4. 2. & perturbée par la 74 definition, & égale à la premiere 18. 9. 6. c'est à dire, comme 6 a 4, & 4 a 2, ainsi 9 a 6, & 18 a 9, doncques telle proportion, à sçavoir 6. 4. 2 — 18. 9. 6. s'appelle perturbée. Le mesme s'entend de la proportion perturbée consistant en plus de termes que six; comme 12. 8. 4. 2 — 6. 3. 2. 1. L'utilité de ceste definition apparoit aux demonstrations d'aucunes propositions, à cause de la proportion reguliere, toujours contenue aux extremes; c'est à dire, s'il y a telle raison de 12 a 8, & de 8 a 4, & de 4 a 2, comme de 3 a 2, & de 2 a 1, & de 6 a 3. Ergo conclud on, comme 12 a 2, ainsi 6 a 1.

NOTA.

La proportion perturbée consiste au moins en six termes.

## DEFINITION LXXXV.

Si trois termes sont proportionaux, le premier se dict au troisieme avoir la raison qu'il a au second, doublée. Mais si quatre termes fussent en continue proportion, le premier se dict au quatriesme avoir la raison qu'il a au second, triplée. Et ainsi toujours un d'avantage, jusques à la fin de la proportion.

## EXPLICATION.

Soyent termes en continue proportion tels, 3. 9. 27. 81. 243. or le 3 au 27, se dict avoir la raison de 3 a 9, doublée. Item le 3 a 81, se dict avoir la raison de 3 a 9. triplée. Ainsi la raison de 3 a 243, se dict avoir la raison de 3 a 9, qua-

druplée. La cause de ceste appellation est manifeste (comme en son lieu apparoitra) par la multiplication des raisons. Car si l'on multiplie la raison de 3 a 9, par 2, le produit, est raison de 9 a 81, qui est la mesme que 3 a 27. doncques (selon la definition) 3 a 27 contient la raison de 3 a 9, doublée. Semblablement si on multiplie la raison de 3 a 9, par 3, le produit sera raison de 27 a 729, qui est la mesme que 3 a 81, doncques 3 a 81, contient la raison de 3 a 9, triplée, &c.

## QUATRIESME PARTIE DES DEFINITIONS DES COMPUTATIONS RATIONELLES, COM- me Ajuster, Soustraire, Multiplier, Diviser, & leurs de- pendances.

## DEFINITION LXXXVI.

Ajuster est trouver un nombre egal à deux ou plusieurs nombres donnez.

## EXPLICATION.

Comme quand on dict

& 3.

fait 5.

L'on trouve un nombre 5 egal à deux nombres donnez 2 & 3, telle invention donc de 5 s'appelle Ajuster.

## DEFINITION LXXXVII.

Iceux deux ou plusieurs nombres donnez, s'appellent nombres à ajuster.

## EXPLICATION.

Comme le 2 & 3, à la 86 definition, s'appellent nombres à Ajuster.

## DEFINITION LXXXVIII.

Et le nombre egal aux nombres à adjuster s'appelle somme.

## EXPLICATION.

Comme le 5 à la 86 definition s'appelle somme.

## DEFINITION LXXXIX.

Soustraire est trouver la difference de deux nombres donnez.

## EXPLICATION.

Comme quand on dict de

3.

soustraiçt 2.

reste 1.

L'on trouve 1 difference de 3 & 2; telle invention donc de 1 s'appelle soustraire.

## DEFINITION XC.

L'un des nombres donnez s'appelle nombre duquel on soustraiçt.

## EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le trois s'appelle nombre duquel on soustraiçt.

## DEFINITION XCI.

Et l'autre des nombres donnez s'appelle nombre à soustraire.

## EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le 2 s'appelle nombre à soustraire.

## DEFINITION XCII.

Et leur difference s'appelle Reste.

## EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le 1 s'appelle Reste.

## DEFINITION XCIII.

Multiplier est trouver un nombre contenant autant de fois le premier donné, qu'il y a d'unités au second donné.

## EXPLICATION.

Comme quand on dict  

$$\begin{array}{r} 3. \\ \times 2. \\ \hline 6. \end{array}$$
 fait 6.

L'on trouve un nombre 6 contenant autant de fois le premier donné 3, qu'il y a d'unités au second donné 2, car 6 contient le 3 deux fois, aussi y a il deux unités au 2 donné: telle invention donc de 6 s'appelle multiplier.

## DEFINITION XCIV.

L'une d'iceux nombres donnez s'appelle nombre à multiplier.

## EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 3 s'appelle nombre à multiplier.

## DEFINITION XCV.

Et l'autre nombre s'appelle multiplicateur.

## EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 2 s'appelle multiplicateur.

## DEFINITION XCVI.

Et le nombre contenant autant de fois le nombre à multiplier, qu'il y a des unités au multiplicateur, s'appelle produit.

## EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 6 s'appelle produit.

## DEFINITION XCVII.

Diviser est trouver un nombre contenant autant de fois l'unité, qu'un nombre donné contient un autre nombre donné.

## EXPLICATION.

Comme quand on dict 6.  
 combien de fois contient il 2? fait 3 fois.

L'on trouve un nombre 3 contenant autant de fois l'unité, que le 6 donné contient le 2 donné: car 3 contient l'unité trois fois, aussi contient le 6 trois fois le 2. Telle invention donc de 3 s'appelle diviser.

## DEFINITION XCVIII.

L'un des nombres donnez s'appelle nombre à diviser.

## EXPLICATION.

Comme à la 97 definition le 6 s'appelle nombre à diviser.

## DEFINITION XCIX.

L'autre des nombres donnez s'appelle diviseur.

## EXPLICATION.

Comme à la 97 definition le 2 s'appelle diviseur.

## DEFINITION C.

Et le nombre contenant autant de fois l'unité, que le nombre à diviser contient le diviseur, s'appelle quotient.

## EXPLICATION.

Comme à la 97 definition, le 3 s'appelle quotient.

## CINQUIESME PARTIE DES DEFINITIONS DES COMPUTATIONS PROPORTIONELLES.

## DEFINITION CI.

Regle de trois est celle, par laquelle à trois termes donnez, on trouve un quatriesme proportionel.

## EXPLICATION.

Comme si les trois termes donnez fussent 4. 2. 6. & que l'on trouve leur quatriesme proportionel 3. (car comme 4 est le double de 2, ainsi est 6 le double de 3) telle invention s'appelle regle de trois.

## DEFINITION CII.

Regle de proportionelle partition, est celle par laquelle on partit un nombre donné en parties proportionelles à nombres donnez.

## EXPLICATION.

Soit par exemple 9 partit en 6 & 3, à sçavoir en parties proportionelles à quelques nombres donnez 4 & 2, telle operation s'appelle regle de proportionelle partition, & a en l'Arithmetique telle similitude à la regle de trois, comme en la Geometrie la 10<sup>o</sup> proposit. du 6 livre d'Euclid. à la 12<sup>o</sup> proposit. du mesme. Elle est aussi le fondement de plusieurs regles, comme de compagnie, d'alligation, &c. comme apparoitra en son lieu.

## DEFINITION CIII.

Regle des faux est celle par laquelle on trouve, le requis par position faulse.

## NOTA.

Ceste regle de faux se rencontre par semblables manieres d'operations autant en nombres radicaux & Algebriques, qu'en Arithmetiques. D'ou non improprement l'Algebre (qu'on appelle aussi *Almucabale*, *Ars magna*, *Regula de cosa*) se peut nommer regle de faux des quantitez.

## DE LA SIGNIFICATION DES VOCABLES, PROBLEME, THEOREME, ET HYPOTHESE.

IL y a quelques trois vocables Grecqs, comme Probleme, Theoreme, & Hypothese, qui autant en langue François & Latine, que en la Grecque, sont par les Mathematiciens en usage, & par ce qu'on les cite souvétesfois, il m'a semblé bon d'expliquer (pour ceux qui ne les entendent pas) leur signification. Il faut doncques sçavoir que la proposition mathematique a deux especes éomé Probleme, & Theoreme. Par probleme on entend celle en laquelle est requis quelque acti<sup>o</sup> ou cōstruction, & apres la mesme encore sa demonstration, par laquelle on esprouve la construction estre bonne. Theoreme est une proposition en laquelle est seulement requis demonstration de quelque question proposée. Et ont ces deux propositions certains membres, aufquels en chacun est distinctement traitté une certaine partie de la mesme proposition. ceux du Probleme sont tels:

Le premier membre est une generale proposition, par laquelle on requiert avoir fait quelque chose. Pour exemple, le premier probleme suivant (par lequel on veut enseigner l'addition de nombres entiers) a son premier membre tel: *Estant donnez nombres à adjoſter entiers: Trouver leur somme.*

Le second mesme est du donné. Par le vocable donné (qui est en use tant par Grecqs & Latins que François) entend on la chose proposée conforme à la petition du premier membre.

Le troiesime membre est du Requis, auquel on explique ce que du donné du second membre l'on veut avoir effectué.

Le quatriesme membre est de la Construction, en laquelle se fait par le donné quelque operation conforme au requis.

Le cincquiesme membre est Preparation de la demonstration

stration: mais tous problemes ne l'ont pas necessairement à faire, par ce qu'il avient souventesfois que les choses sont suffisantes par eux mesmes pour estre démontrées, sans faire ceste preparation.

Le sixiesme membre est de la *Demonstration*, en laquelle on esprouve que la construction est vraie & conforme au requis. Laquelle demonstration quand elle semble difficile ou longue, nous la distinguons en articles, à fin que quand l'on repete les choses qui sont devant démontrées, qu'on ne die pas seulement, *Comme nous avons démontré dessus*, mais que l'on y peut encore ajouter l'article, la ou telle chose a esté démontrée.

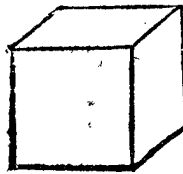
Le septiesme membre est de la *Conclusion*, en laquelle on conclut (repetant quasi tous les motz du premier membre) que tout ce qui au probleme estoit requis est accompli.

Et semblables membres reçoit le theoreme, excepté le quatriesme qui est de la construction. Vray est qu'aucuns le luy attribuent: mais pour en parler proprement, ce n'est point construction: mais preparation de demonstration.

Or à fin que traictions de tout clairement, nous avons distingué ces membres (comme aussi a fait Dasipodius commentateur en Euclide) par leurs capitales lettres. Et n'est l'utilité de telles distinctions pas petite, par ce que quand construction, preparation de demonstration, & demonstration, sont meslees l'un en l'autre, que le mesme cause souventesfois grande obscurité.

Hypothese se interprete matiere, argument, cause ou proposition. Mais pour declarer sa propre signification en doctrine mathematique, il faut sçavoir que quand nous affermons quelque chose par l'hypothese, c'est au-

A



tant comme affermer par le cas, qui au paravant a esté ainsi posé. Par exemple, estant quelque question à demonstrier par un cube, on le descript comme A. Et disons, Soit un cube. A (il est vray qu'en verité ce n'est pas cube, veu que c'est figure plaine, mais nous posons le cas qu'il le soit; par ce que cela suffit à nostre intention.) Or s'il y eust (par exemple) à esprouver que toutes les superficies du corps A, sont quarez, l'on pourroit dire; le corps A est cube par l'hypothese (c'est à dire par le cas au paravant ainsi posé.) Ergo toutes ses superficies sont quarez. Doncques comme nous avons dict dessus: Affermer par l'hypothese, c'est autant comme affermer par le cas qui au paravant a esté ainsi posé.

### BRIEFVE COLLECTION DES CHARACTERES QV'ON VSERA EN CESTE ARITHMETIQUE.

Veue que la cognoissance des caracteres est de grande consequence, par ce qu'on les use en l'Arithmetique au lieu des mots, nous les ajoutterons icy, (combien qu'au precedent chascun a esté amplement declaré

en la definition) par ordre tous ensemble cōme s'ensuit.

Les caracteres signifians quantitez, desquels l'explication se trouve es 14. 15. 16. 17. 18. definitions, sont tels:

① Commencement de quantité qui est nombre Arith. ou radical quelconque.

① prime quantité.

② seconde quantité.

③ tierce quantité.

④ quarte quantité, &c.

Les caracteres signifians postposées quantitez, desquels l'explication se trouve à la 28 definition, sont tels:

1 sec ① Vne prime quantité secondement posée.

4 ter ② Quatre secondes quantitez tiercement posées, ou procedans de la prime quantité tiercement posée.

1 ① sec ① Produit d'une prime quantité par une prime quantité secondement posée.

5 ④ ter ② Produit de cinq quartes quantitez par une seconde quantité tiercement posée.

Les caracteres signifians racines desquels l'explication se trouve à la 29 & 30 definition sont tels:

✓ Racine de quarré.

✓✓ Racine de racine de quarré.

✓✓✓ Racine de racine de racine de quarré.

✓✓✓✓ Racine de racine de racine de racine de quarré.

✓ ③ Racine de cube.

✓✓ ③ Racine de racine de cube.

✓✓ ④ Racine de quarte quantité.

✓✓✓ ④ Racine de racine de quarte quantité, &c.

Le caractère signifiant la separation entre le signe de racine & la quantité, duquel l'explication se trouve à la 34. definition, est tel.

✓, Comme ✓ 3 ✓ ② n'est pas le mesme que ✓ 3 ②, comme dict est à ladicte 34. definition.

Les caracteres signifians plus & moins, comme à la 36 definition, sont tels:

+ Plus.

− Moins.

Et pour expliquer la racine d'un multinomie (qu'aucuns appellent racine universelle) nous userons le vocable du multinomie, comme:

✓ bino 2 + ✓ 3, c'est à dire racine quarrée de binomie, ou de la somme de 2 & ✓ 3.

✓ trino ✓ 3 + ✓ 2 − ✓ 5, c'est à dire racine quarrée de trinomie, ou de la somme de ✓ 3 & ✓ 2 & − ✓ 5.

✓ ③ bino ✓ 2 + ✓ 3, c'est à dire racine cubique de binomie ✓ 2 + ✓ 3.

✓ bino 2 ② + 1 ①, c'est à dire racine quarrée de binomie 2 ② + 1 ①.

✓ ③ bino 2 ② + 1 ①, c'est à dire racine cubique de binomie 2 ② + 1 ①, &c.

FIN DV I. LIVRE.

LE SECOND LIVRE  
D'ARITHMETIQUE  
DE L'OPERATION.

Premiere partie de l'operation des nombres Arithmetiques.

Premiere distinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques entiers.

De l'addition des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME I.



STANT donnez nombres Arithmetiques entiers à ajouter: Trouver leur somme.

*Explication du donné.* Soient les nombres donnez à ajouter tels 379, & 7692, & 4545. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On disposera les nombres donnez comme cy dessous; de sorte que leurs premieres caracteres vers la dextre, correspondent l'un sous l'autre, & que pareillement correspondent leurs deuxiesmes caracteres, & autres ensuyvants, tirant au dessous une ligne; Puis on ajoutera tous les caracteres du premier rang vers la dextre, disant 9 & 2 font 11, & 5 font 16, desquels on mettera le 6 sous le premier rang, & le 1 desdicts 16 ajoutera on au second rang, disant, 1 & 7 font 8, & 9 font 17, & 4 font 21, desquels on mettera le 1 sous le second rang, & le 2 ajoutera on au troisiemes rang, disant 2 & 3 font 5, & 6 font 11, & 5 font 16, desquels on mettera le 6 sous le troisiemes rang, & le 1 s'ajoutera au quatriemes, disant 1 & 7 font 8, & 4 font 12, lesquels on mettera entierement sous leur rang en ceste sorte.

Nombres donnez  
379  
7692  
4545  
Somme 12616

Je di que 12616 est la somme requise. *Demonstration.* Si des trois nombres donnez on soustraiet les deux premiers donnez, restera le dernier nombre donnez 4545, & si de la somme trouvée 12616 on soustraiet aussi les deux premiers nombres donnez, reste aussi 4545. Mais par le commun axiome; si de choses egales on soustraiet choses egales, les restes seront egales, & au revers si les restes sont egales aux restes, & choses soustraietes au choses soustraietes, leurs tous sont egaux; Doncques 12616 est egal aux trois nombres donnez, c'est doncques par la 86 definition leur somme; ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques donez nombres Arithmetiques entiers à ajouter, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soustraction des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME II.

ESTANT donné nombre Arithmetique entier duquel on soustraiet, & nombre Arithmetique entier à soustraire: Trouver leur reste.

*Explication du donné.* Soit donné nombre duquel on soustraiet 238754207 & nombre à soustraire 71572604. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On mettera le nombre à soustraire sous le nombre duquel il faut soustraire, ainsi que le 4

corresponde au 7, & le 0 au 0, & ainsi des autres, tirant une ligne entre les nombres donnez, & encore une autre sous le nombre à soustraire, comme cy dessous; Puis commençant à dextre, on soustraira 4 de 7, reste 3, lequel on mettera sous le 4; Puis on dira 0 de 0 reste 0, le mettant sous le 0, puis 6 de 2 qui estant impossible, on dira 6 de 12, reste 6, le mettant sous le 6, puis 2 de 3 (il est vray que l'on diroit 2 de 4, n'eust esté que de 4 on eust 1 emprunté, pour le precedent 2 faire valoir 12) reste 1, le mettant sous le 2, & ainsi des autres, dont la disposition des caracteres est telle.

Nombre duquel on soustraiet 238754207  
Nombre à soustraire 71572604  
Reste 167181603

Je di que 167181603 est la reste requise. *Demonstration.*

Ajoutant le reste 167181603 au nombre à soustraire 71572604, leur somme sera egale au nombre duquel on soustraiet, parquoy 167181603, est la difference entre le nombre duquel on soustraiet, & le nombre à soustraire; doncques par la 89 definition elle est aussi leur reste; ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques, donné nombre Arithmetique entier duquel on soustraiet, & nombre Arithmetique entier à soustraire, nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME III.

ESTANT donné nombre Arithmetique entier à multiplier, & nombre Arithmetique entier multiplicateur: Trouver leur produit.

*Explication du donné:* Soit donné nombre à multiplier 546, & multiplicateur 37. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produit. *NOTA.* Pour facilement solver ceste proposition, il convient de sçavoir par memoire; la multiplication des neuf simples caracteres 1.2.3.4.5.6.7.8.9. entre eux: comme, que 5 fois 7 font 35, & que 9 fois 6 font 54, & ainsi des autres: Or pour facilité du mesme on prepare communement une table

|   |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 2 | 4  | 6  | 8  | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 6  | 9  | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 8  | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

comme cy dessous, vulgairement dicte la table Pythagorique. son usage est tel: voulant sçavoir le produit de deux caracteres proposez, on cherche l'un en la premiere colomne à la fenestre, & l'autre en la superieure ligne, & le nombre

nombre en l'angle commun demonstre le produit. Par exemple, voulant sçavoir combien soit 8 fois 3, on cherche 8 en la premiere colonne à fenestre, & 3 en la supérieure ligne, & en l'angle commun y a 24, qui denote 8 fois 3 faire 24, & ainsi des autres. *Construction.* On mettera les nombres l'un sous l'autre, tirant un trait comme cy dessous; Puis on dira 7 fois 6 font 42, mettant 2 sous le 7, & retenant (à cause des quatre dizaines) 4 à la memoire; puis 7 fois 4 font 28, & 4 qu'on tient à la memoire, font 32, desquels on mettera le 2 sous le 3, retenant 3; puis 7 fois 5 font 35, & 3 qu'on a retenu font 38; lesquels on mettera pareillement dessous le trait. De mesme sorte multipliera on les 546 par le 3 du multiplicateur, disant 3 fois 6 font 18, mettant le 8 sous le 3, & ainsi des autres; puis on tirera un trait ajoutant par le 1 probleme tout ce qui est entre les deux lignes, en ceste sorte:

|                     |       |
|---------------------|-------|
| Nombre à multiplier | 546   |
| Multiplicateur      | 37    |
|                     | 3822  |
|                     | 1638  |
| Produit             | 20202 |

Je di que 20202 est le produit requis. *Demonstration.* Le 20202 contient le 37 autant de fois, qu'il y a unitez en 546; Doncques

par la 93 definition c'est multiplication legitime, & 20202 est leur produit, ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique entier à multiplier, & nombre Arithmetique entier multiplicateur, nous avons trouvé leur produit, ce qu'il falloit faire.

De la division des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME IV.

**E**stant donné nombre Arithmetique entier à diviser, & nombre Arithmetique entier diviseur: Trouver leur quotient.

*Explication du donné.* Soit donné nombre à diviser 995, & diviseur 28. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On mettera le nombre à diviser & diviseur en ordre, tirant une ligne oblique comme cy dessous: disant combien de fois 2 en 9? fait 3 fois (il est vray qu'il en y a 4 fois restant 1, mais nous dirons cy dessous la raison pourquoy il faut dite seulement 3 fois) qui denote 3 pour premier caractere du quotient, lequel 3 on mettera derriere la ligne oblique, & le 3 restant sur le 9, trenchât le 2 & 9. Puis on multipliera le 8 du diviseur, par le 3 du quotient, fait 24, lequel soustrait de 39 (icy appert l'occasion pourquoy nous avons dict cy dessus, que le 2 est en 9 seulement 3 fois, car si nous eussions dict 4 fois restant 1 sur le 9, & que nous eussions alors multiplié le 8 par tel 4, ce seroit 32, lequel seroit à soustraire de 39 restant par dessus le diviseur, ce qui seroit impossible, pourtant il faut toujours mettre tel nombre à la ligne oblique, qu'on puisse soustraire tel produit d'icelle reste) reste 15, lesquels on mettera dessus le 39, trenchant & le 39, & le 8, & sera alors la disposition des caracteres telle.

|        |  |
|--------|--|
| 1      | Or pour trouver le second caractere du quotient, il faut mettre autrefois le diviseur sous le nombre à diviser, mettant le |
| 35     | 8 du diviseur sous le 5, & le 2 sous le  |
| 995 (3 | 8 du premier diviseur, disant combien  |
| 28     | de fois 2 en 15? fait 5 fois (lequel 5 on  |

mettera à la ligne oblique apres le 3 pour second caractere du quotient) reste 5, lequel on mettera sur le 5 desdicts 15 trenchant les memes 15 & 2, puis on multipliera le 8 diviseur, par le 5 du quotient, fait 40, qui soustrait de 55 reste 15, lesquels on mettera dessus le 55, trenchant le 55 & le 8, & distinguant le 15 restant par

une ligne oblique; Puis on tirera une ligne apres les 35 du quotient, mettant sur icelle ledict restant 15, & dessous la mesme le 28, qui est le diviseur, dont la disposition des caracteres est telle.

(1 Je di que  $35\frac{15}{28}$  est le quotient requis. *Demonstration.* Les  $35\frac{15}{28}$  contiennent autant de fois l'unité, quantes fois le nombre à diviser 995 contient le diviseur 28; Doncques  $35\frac{15}{28}$  est par la 97 definition leur quotient requis; ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique entier à diviser, & nombre Arithmetique entier diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

Deuxiesme distinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompus, & d'autres computations à icelles appartenantes.

PROBLEME V.

**E**stant donnez nombres Arithmetiques entiers: Trouver leur plus grande commune mesure.

*Explication du donné.* Soyent donnez nombres Arithmetiques entiers 91 & 117. *Explication du requis.* Il faut trouver leur plus grande commune mesure. *Construction.* On divisera le majeur nombre 117 par le moindre 91, donne reste (car du quotient ne prenons icy cure) 26, par les memes divisera on autrefois les 91, done reste 13, par les memes divisera on autrefois les 26, & ne reste rien. Je di que 13, par ce qu'en la dernière division il n'y restoit rien (car pour regle generale, le nombre qui en telle dernière division est diviseur, sera toujours la plus grande commune mesure) est la plus grande commune mesure requise. *Demonstration.* Si l'on mesure combien de fois il y a 13 en 91, (c'est à dire, si on divise 91 par 13) se trouve précisément 7 fois; Semblablement combien de fois ledict 13 font en 117, se trouve précisément 9 fois. Doncques 13 (puis qu'il mesure & l'un & l'autre) est leur commune mesure. Aussi que c'est la plus grande, est manifeste, par ce que 7 & 9 sont nombres entr'eux premiers; ce qu'il falloit demonstrier. *Nota.* Mais estant à trouver la plus grande commune mesure de plus que de deux nombres, comme (par exemple) de 18.12.4. On trouvera premierement la plus grande commune mesure des deux, comme de 18 & 12, qui est 6, puis de 6 & 4, qui est 2, pour le requis; & ainsi d'autres nombres quelconques. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres Arithmetiques entiers, nous avons trouvé leur plus grande commune mesure; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME VI.

**E**stant donné nombre Arithmetique rompu: Trouver son premier rompu.

*Explication du donné.* Soit donné rompu  $\frac{91}{117}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver son premier rompu. *Construction.* On trouvera la plus grande commune mesure de 91 & 117, laquelle par le 5 probleme sera 13, par les memes divisera on 91, donne quotient 7; lequel se mettera sur une ligne, puis on divisera les 117 par ledict 13, donne quotient 9, lequel on mettera dessous ladicte ligne en ceste sorte  $\frac{7}{9}$ . Je di que  $\frac{7}{9}$  est le premier rompu requis. *Demonstr.* Estant numerateur & nominateur de  $\frac{7}{9}$  nombres entre eux premiers, par la 8 definition, ils seront le premier rompu du rompu donné  $\frac{91}{117}$ , par la 13 definition; ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques donné

donné nombre Arithmétique rompu, nous avons trouvé son premier rompu; ce qu'il falloit faire.

## PROBLÈME VII.

**E**stant donné nombre Arithmétique entier & rompu: Trouver un rompu qui leur soit égal.

*Explication du donné.* Soient donnez  $4\frac{2}{3}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver un rompu, qui leur soit égal. *Construction.* On multipliera les 4 par 3, font 12, auxquels s'ajoutera le 2 numérateur du rompu donné; font 14; sous les mesmes mettera on le 3 numérateur du rompu donné en ceste sorte  $\frac{14}{3}$ . Je di que  $\frac{14}{3}$  est le rompu requis egal aux  $4\frac{2}{3}$ . *Démonstration.* Il est manifeste par le suivant 8 probleme, que  $\frac{14}{3}$  vallent  $4\frac{2}{3}$ ; ce qu'il falloit démonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmétique entier & rompu, nous avons trouvé un rompu qui leur est egal; ce qu'il falloit faire.

## PROBLÈME VIII.

**E**stant donnée fraction Arithmétique majeure que unité: Trouver combien des unitez, & plus quelle fraction moindre que unité, la fraction donnée contienne.

*Explication du donné.* Soit fraction donnée majeure que unité  $\frac{14}{3}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver combien des unitez, & plus quelle fraction moindre que unité, ladicte fraction  $\frac{14}{3}$  contienne. *Construction.* On divisera le numérateur 14, par le nominateur 3, donne quotient  $4\frac{2}{3}$ . Je di que  $4\frac{2}{3}$  est le nombre requis. *Démonstration.* Premièrement que  $4\frac{2}{3}$  font quatre unitez, & plus fraction  $\frac{2}{3}$  moindre que unité, est par soi manifeste; Au second, que les  $4\frac{2}{3}$  font egaux à  $\frac{14}{3}$ , appert par le 7 probleme; ce qu'il falloit démonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnée fraction Arithmétique, &c. ce qu'il falloit faire.

## PROBLÈME IX.

**E**stant donnez nombres Arithmetiques rompus d'inegauls nominateurs: Les reduire en rompus de commun nominateur.

*Explication du donné.* Soient les rompus donnez  $\frac{2}{3}$  &  $\frac{4}{5}$ . *Explication du requis.* Il les faut reduire en nombres rompus de commun nominateur, c'est à dire qu'il faut trouver deux autres rompus egaux aux donnez, & ayans egauls nominateurs. *Construction.* On multipliera le 4 par 3, fait 12, lequel se mettera sur le 4, semblablement on multipliera 2 par 5, fait 10, les mesmes mettera on sur le 2, puis 3 par 5 fait 15, lequel on mettera dessous en ceste sorte. Je di que  $\frac{10}{15}$  &  $\frac{12}{15}$  font les nombres requis, à sçavoir ayant un commun nominateur 15. *Démonstration.* Que ces nombres trouvent ont 15 pour commun nominateur, est manifeste, & que les  $\frac{10}{15}$  font egales à  $\frac{2}{3}$ , appertten cela, que  $\frac{2}{3}$  font le premier rompu de  $\frac{10}{15}$  par le 6 probleme; Semblablement font les  $\frac{12}{15}$  egales à les  $\frac{4}{5}$ ; ce qu'il falloit démonstrer. *Autre exemple.* Si les nombres donnez fussent plus que deux, comme par exemple ces trois  $\frac{2}{3}$   $\frac{4}{5}$   $\frac{6}{7}$ . On multipliera 3 par 5, fait 15, lesquels autrefois multipliez par 7 font pour commun nominateur requis 105; puis pour trouver le numérateur respondant aux  $\frac{2}{3}$  donnez, on multipliera les 105 par les 2 des  $\frac{2}{3}$  fait 210: les mesmes divisez par le 3 des mesmes  $\frac{2}{3}$ , donnent quotient 70; pour numérateur respondant à les  $\frac{2}{3}$  donnez. Et par mesme moyen on trouvera que aux  $\frac{4}{5}$  respondent 84 & aux  $\frac{6}{7}$  90; Doncques  $\frac{70}{105}$   $\frac{84}{105}$   $\frac{90}{105}$  font les trois nombres ayant un commun nominateur 105, comme il estoit requis, dont la démonstration depend de la precedente. Et la disposition des caractères de l'operation est telle. *Conclusion.* Estant doncques

70  $\frac{84}{105}$  90 donnez nombres rompus d'inegauls nominateurs, nous les avons reduict en rompus de commun nominateur; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres Arithmetiques rompus.

## PROBLÈME X.

**E**stant donnez nombres Arithmetiques rompus à ajouter: Trouver leur somme.

*Explication du donné.* Soient les nombres donnez à ajouter tels  $\frac{2}{3}$  &  $\frac{4}{5}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On mettera les deux rompus donnez l'un chez l'autre, appliquant tel rompu des deux à dextre ou fenestre comme il avendra, les distinguant par une croix (laquelle denote qu'il faudra multiplier par croix) comme cy dessous; puis on multipliera 3 par 4, font 12: lesquels on mettera joignant le 4, Semblablement se multipliera 2 par 5 font 10; puis on ajoutera 12 & 10, font 22, sous les mesmes tirera on une ligne, puis on multipliera 3 par 5, font 15, lequel on mettra sous ladicte ligne en ceste sorte. Je di que  $\frac{22}{15}$  (qui vallent par le 8. probleme  $1\frac{7}{15}$ ) est la somme requise. *Démonstration.* Parce que le 3 multiplié par 4 fait 12, & le mesme 3 multiplié par 5 fait 15, il y aura, par la 18 proposition du 7 livre d'Euclide, telle raison de 12 à 15, comme de 4 à 5; Doncques nous avons trouvé deux termes 12 & 15, lesquels disposez ainsi  $\frac{12}{15}$ , donnent un rompu egal à  $\frac{2}{3}$ . Semblablement par ce que ledict 5 multiplié par 2 fait 10; & le mesme 5 par 3 fait 15; il y aura telle raison (par ladicte 18 proposition du 7 Euclid.) de 10 à 15, comme de 2 à 3. nous avons doncques trouvé deux termes 10 & 15, lesquels disposez ainsi  $\frac{10}{15}$ , font un rompu egal à  $\frac{2}{3}$ . parquoy la somme de  $\frac{12}{15}$  &  $\frac{10}{15}$  est aussi la somme de  $\frac{2}{3}$  &  $\frac{2}{3}$ : Mais douze quinziesmes, & dix quinziesmes, font vingt & deux quinziesmes, doncques la somme de  $\frac{12}{15}$  &  $\frac{10}{15}$ , est  $\frac{22}{15}$ , & par consequent  $\frac{22}{15}$  est aussi la somme de  $\frac{2}{3}$  &  $\frac{4}{5}$ ; ce qu'il falloit démonstrer. *Nota.* Si les rompus donnez eussent egauls nominateurs, on pourra à cause de brieveté ajouter les numérateurs, y supposant le nominateur. Comme par exemple estant à ajouter  $\frac{2}{7}$  &  $\frac{3}{7}$  on conjindra 2 & 3, font 5, y mettant dessous le nominateur 7, fait pour solution  $\frac{5}{7}$ . Mais s'il y eust à ajouter entiers & rompus à entiers & rompus, on ajoutera les entiers à part par le 1 probleme, & les rompus par ce 10 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres Arithmetiques rompus, nous avons trouvé leur somme, ce qu'il falloit faire.

De la soustraction des nombres Arithmetiques rompus.

## PROBLÈME XI.

**E**stant donné nombre Arithmétique rompu, duquel on soustraict, & nombre Arithmétique rompu à soustraire: Trouver leur reste.

*Explication du donné.* Soit donné nombre duquel on soustraict  $\frac{2}{6}$ , & nombre à soustraire  $\frac{2}{3}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On mettera le nombre à soustraire  $\frac{2}{3}$  à la fenestre, & le nombre duquel on soustraict  $\frac{2}{6}$ , à la dextre, les distinguant par une croix, puis on multipliera, 3 par 5 fait 15, le mettant chez le 5, semblablement 2 par 6 fait 12, lequel on mettera chez le 6, & tirant une ligne entre 15 & 12, on levera les 12 des 15, reste 3, puis on multipliera 3 (à sçavoir 3 numérateur des  $\frac{2}{3}$ ) par 6, font 18, les mettant sous

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{18}$$

soubs le 3 en ceste sorte. Je di que  $\frac{3}{18}$  (desquels le premier rompu par le 6 probleme est  $\frac{1}{6}$ ) est la reste requise. *Demonstration.* Pour ce que le 3 multiplié par 5, fait 15, & le mesme 3 par 6 fait 18; il y aura, par la 18 proposition du 7 livre d'Euclide, telle raison de 15 a 18, comme de 5 a 6; Doncques nous avons trouvé deux termes 15 & 18, lesquels disposez ainsi  $\frac{15}{18}$ , font rompu egal a  $\frac{5}{6}$ ; Semblablement parce que ledict 6 multiplié par 2 fait 12, & le mesme 6 par 3 fait 18, il y aura telle raison, par ladicte 18 proposition du 7 livre d'Euclide, de 12 a 18, comme de 2 a 3; Nous avons doncques trouvé deux termes 12 & 18, lesquels disposez ainsi  $\frac{12}{18}$ , font un rompu egal a  $\frac{2}{3}$ ; parquoy la reste de la soustraction de  $\frac{12}{18}$  de  $\frac{15}{18}$ , est aussi la reste de la soustraction de  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{5}{6}$ ; mais soustrahant douze dixethuictiesmes, de quinze dixethuictiesmes, restent trois dixethuictiesmes: doncques la reste de  $\frac{12}{18}$  de  $\frac{15}{18}$ , est  $\frac{3}{18}$ , & par consequent  $\frac{3}{18}$  est aussi la reste de  $\frac{2}{3}$  soustraict de  $\frac{5}{6}$ ; ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA.

Si les rompus donnés eussent egaux nominateurs, on pourroit à cause de brieveté soustraire le moindre numerateur du maieur, mettant soubs la reste leur commun nominateur. Comme estant à soustraire  $\frac{2}{7}$  de  $\frac{3}{7}$  on levera 2 de 3, reste 1, soubs le mesme mis le 7, fait pour solution  $\frac{1}{7}$ . Mais s'il y eust à soustraire entiers & rompus, d'entiers & rompus, & que le rompu à soustraire fust moindre que celuy duquel on soustraict; Alors on soustraira le nombre entier, du nombre entier, par le 2 probleme, puis rompu de rompu, par cest 11 probleme.

Mais pour soustraire rompu d'entier, on empruntera 1 de l'entier, lequel on partira en tant des parties que contient unitez le nominateur du rompu à soustraire. Comme si de 4 on veult soustraire  $\frac{2}{3}$ , on emprunte 1 de 4, lequel 1 se dict estre  $\frac{3}{3}$  (parce que le nominateur du rompu à soustraire est 3) puis de  $\frac{3}{3}$  levant  $\frac{2}{3}$ , reste  $\frac{1}{3}$ , & sera route la reste  $\frac{1}{3}$ .

Mais si d'entiers & rompus, on veult soustraire entiers & rompus, & que le rompu à soustraire fust maieur que le rompu duquel il fault soustraire; on empruntera 1 de l'entier, lequel 1 il faut partir en tant de parties, que contient unitez le nominateur du rompu duquel on soustraict, & l'ajouster au mesme rompu, & d'iceluy ajoutement lever le rompu à soustraire. Comme par exemple: voulant soustraire  $3\frac{2}{3}$ , de  $7\frac{2}{3}$ , on emprunte 1 du 7 l'appellant  $\frac{3}{3}$ , lesquels ajoustez aux  $\frac{2}{3}$ , font  $\frac{5}{3}$ , desquels soustraict  $\frac{2}{3}$ , reste (par cest 11 probleme)  $\frac{3}{3}$ , dont toute la reste sera  $3\frac{1}{3}$ . *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique rompu duquel on soustraict, & nombre Arithmetique rompu a soustraire, nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres Arithmetiques rompus.

PROBLEME XII.

Estant donné nombre Arithmetique rompu à multiplier & nombre Arithmetique rompu multiplicateur: Trouver leur produit.

*Explication du donné.* Soit donné nombre à multiplier  $\frac{2}{3}$ , & multiplicateur  $\frac{7}{9}$ . *Explication du requis.* Il fault trouver leur produit. *Construction.* On mettera les deux nombres l'un chez l'autre, & tel rompu des deux à dextre ou fenestre comme il aviendra; Puis on multipliera 2 par 7, fait 14, les mettant joignant le 7; semblablement 3 par 9, fait 27, les mettant chez le 9 en

ceste sorte. Je di que  $\frac{14}{27}$  est le produit requis. *Demonstration.* Les  $\frac{14}{27}$  contiennent les  $\frac{2}{3}$  autant des fois qu'il y a des unitez en  $\frac{7}{9}$  (car l'unité est en  $\frac{9}{9}$  septneufiesme fois, aussi est  $\frac{2}{3}$  contenu en  $\frac{14}{27}$  septneufiesme fois) doncques par la 97 definition, c'est legitime multiplication, & par consequent  $\frac{14}{27}$  est le vray produit: ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA. Si les nombres donnez fussent entiers & rompus, comme  $2\frac{1}{2}$  &  $4\frac{2}{3}$ , on trouvera deux rompus egaux aux entiers & rompus donnez, par le 7 probleme, à sçavoir  $\frac{5}{2}$  egaux à  $2\frac{1}{2}$ , &  $\frac{14}{3}$  a  $4\frac{2}{3}$ , lesquels  $\frac{5}{2}$  &  $\frac{14}{3}$  multipliez comme en ce 12 probleme, font pour solution  $\frac{70}{6}$ , qui vallent par le 8 probleme  $11\frac{5}{6}$ .

Mais si l'un nombre donné fust entier, & l'autre rompu, on mettera soubs l'entier tousiours 1, l'usant apres comme s'il fust rompu. Soyent par exemple  $\frac{2}{7}$  à multiplier par 3, l'on mettera 1 soubs le 3, en ceste maniere  $\frac{3}{7}$ , puis multipliant  $\frac{2}{7}$  par  $\frac{3}{7}$ , fait par ce probleme  $\frac{6}{49}$ . *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique rompu à multiplier, & nombre Arithmetique rompu multiplicateur, nous avons trouvé leur produit; ce qu'il falloit faire.

De la division des nombres Arithmetiques rompus.

PROBLEME XIII.

Estant donné nombre Arithmetique rompu à diviser, & nombre Arithmetique rompu diviseur. Trouver leur quotient.

*Explication du donné.* Soit donné nombre à diviser  $\frac{5}{7}$ , & diviseur  $\frac{2}{3}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On mettera le nombre à diviser  $\frac{5}{7}$  à la dextre, & le diviseur à fenestre, les distinguant par une croix, puis on multipliera 3 par 5, font 15, les mettant chez le 5, semblablement 2 par 7, font 14, les mettant joignant le 7 en ceste sorte. Je di que  $\frac{15}{14}$  (qui par le 8 probleme vallent  $1\frac{1}{14}$ ) est le

quotient requis. *Demonstration.* Les  $\frac{15}{14}$  contiennent autant des fois l'unité, que le nombre à diviser  $\frac{5}{7}$  contient le diviseur  $\frac{2}{3}$  (car  $\frac{15}{14}$  contiennent l'unité une & une quatorzieme fois, & autant de fois contiennent aussi les  $\frac{5}{7}$  le diviseur  $\frac{2}{3}$ ) doncques  $\frac{15}{14}$  par la 97 definition, font leur quotient; ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA. Si les nombres donnez fussent entiers & rompus, comme nombre à diviser  $2\frac{2}{3}$  & diviseur  $3\frac{1}{2}$ , on trouvera deux rompus egaux aux entiers & rompus donnez par le 7 probleme; à sçavoir  $\frac{8}{3}$  egales aux  $2\frac{2}{3}$ , &  $\frac{7}{2}$  egales aux  $3\frac{1}{2}$ , lesquels  $\frac{8}{3}$  divisés par  $\frac{7}{2}$ , donnent quotient & solution par ce probleme  $\frac{16}{21}$ .

Mais si l'un nombre donné fust entier, & l'autre rompu, on mettera tousiours soubs l'entier 1, l'usant apres comme s'il fust rompu: Soit par exemple nombre à diviser  $\frac{3}{4}$ , & diviseur 5; On mettera 1 soubs 5 en ceste sorte  $\frac{5}{4}$ , puis divisant par  $\frac{3}{4}$  les  $\frac{5}{4}$ , donne quotient & solution  $\frac{5}{3}$ . *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique rompu à diviser, & nombre Arithmetique rompu diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Nous avons déclaré jusques icy, les quatre computations des nombres Arithmetiques rompus, la ou la disposition des caracteres, a en chascun probleme esté telle, comme nous entendons que celuy doit faire, qui suyvera nostre conseil; non seulement pour la facilité de

de ces rompuz Arithmetiques (combien que c'est chose assez importante) mais aussi des rompuz radicaux, & algebriques, la ou nous tiendrons le mesme ordre que dessus. Quelle facilité il causera, je le mets au jugement de ceux qui l'auront bien experimenté. Mais à fin de declarer un peu, est quoy consiste ceste singularité, c'est principalement en cela, que de l'operation de la soustraction & division, (parce que nous voulons que nombre à soustraire & diviseur soit toujours mis à fenestre) forte toujours necessairement le requis par une mesme maniere, sans inutilement descrire quelques lettres plusieurs fois, comme il avient les mettant autrement: Et cecy ne consiste pas en opinion, mais on ne peut donner bonne raison par les nombres entiers: car comme l'on y met toujours le nombre à soustraire & diviseur en certaine disposition: qui est dessous leurs nombres respondans (ce que la nature semble ainsi requerir, veu que le contraire causeroit confusion) semblablement comme il ne faut pas necessairement observer cecy en l'addition, & multiplication, car on met tel des nombres donnez, dessus ou dessous comme il avient: Tout ainsi en les quatre computations de tous autres nombres de qualité quelconque.

Troiesme distinction de la reigle de trois des nombres Arithmetiques.

PROBLEME XIII.

**E**stant donnez trois termes de nombres Arithmetiques: Trouver leur quatriesme terme proportionnel.

*Explication du donné.* Soient trois termes donnez 2.3.4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionnel; c'est à dire, en telle raison au troiesme terme 4, comme le second 3 au premier 2. *Construction.* On multipliera le deuxiesme terme 3 par le troiesme 4, donne produit 12, lequel divisé par le premier terme 2, donne quotient 6. Je di que 6 est le quatriesme terme proportionnel requis. *Demonstration.* Il y a de 6 a 4 raison sesquialtere, & la mesme raison y a il aussi de 3 a 2, ou bien il y a de 2 a 3 raison subsesquialtere, & la mesme y a il aussi de 4 a 6, doncques 6 est leur quatriesme terme proportionnel; ce qu'il falloit demonstret. **NOTA.** Si les trois termes donnez fussent nombres rompuz, ou en partie rompuz, l'operation sera semblable à la precedante. Soient par exemple les trois termes donnez tels,  $3\frac{1}{2}$ .  $2\frac{2}{3}$ . On multipliera  $3\frac{1}{2}$  par  $2\frac{2}{3}$ , fait par le 12 probleme  $\frac{26}{6}$ , lesquelles divisees par 3 premier terme, donnent quotient & solution  $3\frac{1}{9}$ . *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes de nombres Arithmetiques, nous avons trouvé le quatriesme terme proportionnel; ce qu'il falloit faire.

Quatriesme distinction de la reigle de proportionnelle partition des nombres Arithmetiques.

PROBLEME XV.

**P**Artir le nombre Arithmetique donné en parties proportionnelles à nombres donnez.

*Explication du donné.* Soit le nombre donné 18, & les nombres donnez 4.2.3. *Explication du requis.* Il faut partir le 18 en trois parties proportionnelles aux trois nombres donnez 4.2.3. *Construction.* On ajoutera les nombres donnez, à sçavoir 4.2.3. font 9, puis on dira 9 donnent 4, combien 18? fait (par le 14 probleme) 8, pour

le premier nombre requis; de mesme sorte on dira 9 donnent 2, combien 18? fait 4 pour le second nombre requis. Et finalement 9 donnent 3, combien 18? fait 6 pour le troiesme nombre requis. La disposition des caracteres de l'operation achevee est telle. Je di que 18 est parti en trois nombres 8.4.6. proportionels (à sçavoir en ternaire proportion) aux trois nombres donnez 4.2.3. comme il estoit requis. *Demonstration.* Comme 4 a 2, & 2 a 3; ainsi 8 a 4, & 4 a 6; Et la somme de 8.4.6 est 18, doncques ce sont les nombres requis; ce qu'il falloit demonstret. Semblable fera aussi le progres par nombres rompuz, & de multitude de nombres donnez quelconque. *Conclusion.* Nous avons doncques parti le nombre donné, en parties proportionnelles à nombres donnez, ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Comme le precedant 14 probleme est tel en nombres, comme la 12 proposition du 6 livre d'Euclide en lignes; Ainsi est ce 15 probleme tel en nombre, comme la 10 proposition dudit 6 d'Euclide en lignes. Aussi comme cestuy-la est de grande consideration en la Geometrie, servant pour reigle generale à plusieurs operations Geometriques; Ainsi est cestuy-cy le semblable en l'Arithmetique, commode à beaucoup des operations qui s'y rencontrent, comme en la reigle de faux, de compaignie, d'Alligation, & de plusieurs autres, comme apparoitra en la pratique d'Arithmetique chascun en son lieu.

Cincquiesme distinction de la reigle de faux des nombres Arithmetiques.

D'une faulse position.

PROBLEME XVI.

**E**stant proposée question qui se solve par une faulse position en nombres Arithmetiques: La solver par une faulse position.

*Explication du donné & requis.* On veult sçavoir quel nombre avec sa moitié fera. *Construction.* On posera quelque nombre ainsi qu'il aviendra, comme s'il fust le vray nombre requis, soit 2: le mesme avec sa moitié qui est 1, fait 3: Or ce n'est pas 3 ce que nous voulons, mais 18; Donc la position de 2 estoit faulse, parquoy a fin d'avoir le vray requis, on dira 3 viennent de 2, d'ou viendront 18? fait pour solution 12.

Mais a fin que demonstons aussi la disposition, & ordre que nous tiendrons en la reigle des faux de quantitez, qui est en l'operation algebrique, nous donnerons icy semblable construction en ces nombres Arithmetiques.

AVLTRE CONSTRUCTION EN FORME ALGEBRAIQUE.

Soit le nombre requis nombre Arithmetique quelconque comme

|                  |    |
|------------------|----|
| 4                | 12 |
| Sa moitié.       | 6  |
| Leur somme       | 18 |
| Egal en valeur a | 18 |

Or 6 vallent 18, ergo l'unité vault 3 (car disant, 6 vault ou donne 18, combien 1? fait 3) C'est à dire que chascune unité des nombres 4.2.6. vault 3; D'ou s'ensuit que le 4 vaudra 12 (car disant, 1 vault 3, combien 4? fait 12) Et pour mesme raison 2 vaudra 6, & le 6 vaudra 18, lesquels 12.6.18. on mettera derriere la ligne joignant leurs membres respondans, comme cy dessus. Or comme l'on cherchoit icy la valeur de l'unité, par lequel on vient à la

cognois-



cognoissance des nombres requis ; Ainsi cherchera on toujours en l'algebre la valeur de 1 <sup>(1)</sup> ; par laquelle on viendra de mesme sorte à la cognoissance des autres nombres requis , & ne differera l'algebratique disposition en rien de ceste cy : car la ou nous aurons icy nombres Arithmetiques, 4. 2. 6. 18, nous aurons en l'algebre des quantitez algebratiques, comme le tout fera plus clair en son lieu par les exemples. Laquelle leur affinité avions proposé de declarer. Je di doncques que 12 est le nombre requis. *Demonstration.* 12, avec sa moitié 6, fait 18, selon le requis ; ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques proposé question, qui se solve par une fausse position en nombres Arithmetiques, nous l'avons solvée par une fausse position ; ce qu'il falloit faire.

De deux fausses positions.

PROBLEME XVII.

**E**stant proposée question qui se solve par deux fausses positions en nombres Arithmetiques : La solve par deux fausses positions.

*Explication du donné & requis.* On veut sçavoir quel nombre avec sa moitié sera 9. *Construction.* On posera pour premiere position quelque nombre ainsi qu'il aviendra, comme s'il fust le nombre requis, soit 2, le mesme avec sa moitié qui est 1, fait 3 ; Or ce n'est pas 3 que nous voulons, mais 9 ; Doncques la premiere position de 2 est fausse, & vient trop peu ou moins 6, ce que se notera en ceste sorte :

$$2 \text{ moins } 6.$$

Puis on posera pour seconde position quelque autre nombre que n'est le 2 de la premiere position ; comme s'il fust le nombre requis, soit 4, le mesme avec sa moitié qui est 2, fait 6. Or ce n'est pas 6 que nous voulons, mais 9 ; Doncques la seconde position de 4 est aussi fausse, & vient trop peu ou moins 3, ce que se mettera sous la premiere position, & sera leur disposition telle :

$$2 \text{ moins } 6.$$

$$4 \text{ moins } 3.$$

Puis on multipliera par croix, c'est à dire, 4 par 6, fait 24, le mesme mettera on chez le 6, puis 2 par 3 fait 6, lequel mis chez le 3, leur disposition sera alors telle :

$$2 \text{ moins } 6. \quad 24.$$

$$4 \text{ moins } 3. \quad 6.$$

Puis il faut considerer si les deux vocables comme plus & moins sont semblables : c'est à dire, tous deux plus, ou tous deux moins, ou s'ils sont dissemblables, c'est à dire, l'un plus, & l'autre moins : car pour reigle generale :

*Semblables requierent soustraction,*

*Et dissemblables addition.*

Or les vocables de cest exemple sont semblables : à sçavoir tous deux moins : il faut donc soustraire le moindre du majeur ; à sçavoir 6 de 24, reste 18, & 3 de 6 reste 3 ; puis il faut diviser le 18, par le 3, donne quotient & solution 6. La disposition des caracteres de l'operation achevée est telle : Je di que 6 est le nombre requis. *Demonstration.* 6 avec sa

$$2 \text{ moins } 6. \quad 24$$

$$4 \text{ moins } 3. \quad 6$$

$$3. \quad 18 \text{ fait } 6$$

moitié 3 fait 9 selon le requis ; ce qu'il falloit demonstrier.

**NOTA.** Si les deux vocables lesquels cy dessus sont moins, eussent esté tous deux plus, l'operation eust esté semblable à la precedente ; mais si l'un eust esté plus, & l'autre moins, on eust fallu ajouter, comme appert en ceste disposition de caracteres d'operation achevée telle : Toutes Questions que l'on solve par une fausse po-

$$\begin{array}{r} 2 \text{ moins } 6. \quad 60 \\ 10 \text{ plus } 6. \quad 12 \\ \hline 12. \quad 72 \text{ fait } 6. \end{array}$$

sition, se peuvent solver par deux, mais pas au contraire : Il faut aussi sçavoir, que les exemples que l'on

propose à solver par reigle de faux, semblent aucunes fois fort differens ; toutesfois si l'on y prend bien regard, l'operation est en tous d'une mesme methode ; comme apparoitra par les exemples que nous en donnerons en la pratique d'Arithmetique suivante ; la ou les nombres seront appliquez à quelques matieres. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solve par deux fausses positions en nombres Arithmetiques, Nous l'avons solvée par deux fausses positions ; ce qu'il falloit faire :

SECONDE PARTIE DE L'OPERATION DES NOMBRES RADICAVX.

Premiere distinction des extractions des racines des nombres simples.

PROBLEME XVIII.

**E**stant donné nombre geometrique simple : Trouver sa racine requise.

NOTA.

Il faut premierement trouver, pour la generale construction de ce probleme, quelques nombres propres, en ceste sorte : On écrira 2, puis 3. 4. 5. 6. d'un & d'autre costé dudit 2, & de points entre deux par forme de triangle en ceste sorte. Puis on adjoustera, 3 & 3 font 6, le mesme se mettera au point du milieu entre 4 & 4, puis on adjoustera ledit 6 & 4, font 10, les mesmes mettera on deux fois entre le 5 & 5, laissant un point entre chascun des deux nombres ; puis on ajoutera 10 & 10, font 20, le mettant au milieu entre 6 & 6, puis s'adjoustera 10 & 5, font 15, le mettant, d'un & d'autre costé aux points du milieu entre 20 & 6, puis on mettera chez chascun des caracteres, 2. 3. 4. 5. 6. à dextre 0, & alors sera leur disposition telle.

$$\begin{array}{cccccccc} & & 2 & & & & & & \\ & & & & 3 & & & & \\ & & & & & & 3 & & \\ & & & & & & & & 3 & \\ & & & & & & & & & & 4 & \\ & & & & & & & & & & & & 4 & \\ & & & & & & & & & & & & & & 5 & \\ & & & & & & & & & & & & & & & & 5 & \\ & & & & & & & & & & & & & & & & & & 6 & \\ & 6 & \end{array}$$

Or pour choisir les propres caracteres servans à l'operation de l'extraction de chascune racine, il faut sçavoir, que la

premiere ligne, comme 20, sert pour l'extraction de racine quarrée, & la seconde ligne 3. 30, pour l'extraction de racine cubique ; & la troisieme ligne 4. 6. 40, pour l'extraction de la racine de quarte quantité, & ainsi des autres. Mais lesdicts nombres requierent encore autre distinction telle.

Pour les racines quarrées servira 20.

Pour les racines cubiques, il faut mettre les 3. 30 en deux parties telles :

$$\begin{array}{r} 300 \\ 30 \end{array}$$

Pour les racines de quarte quantité, il faut mettre les 4. 6. 40 en trois parties telles :

$$\begin{array}{r} 4000 \\ 600 \\ 40 \end{array}$$

Pour les racines de quinte quantité, il faut mettre les 5. 10. 10. 50. en quatre parties telles :

$$\begin{array}{r} 50000 \end{array}$$

50000  
10000  
1000  
50

Pour les racines de sexte quantité, il faut mettre les 6, 15, 20, 15, 60 en cinq parties telles:

60000  
150000  
20000  
1500  
60

Et de mesme sorte pourra on proceder en infini, pour trouver nombres servans à l'extraction de racine quelconque, comme de septiesme, octave quantité, &c.

**P**remier exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à sa racine commensurable.

*Explication du donné.* Soit donné nombre quarré 186624.

*Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée.

*Construction.* On tirera sous le nombre donné deux lignes, & entre les mesmes mettera on un point sous le premier caractere à dextre, à sçavoir sous le 4; semblablement un point sous le 6, laissant un caractere entre deux; puis un point sous le 8, laissant pareillement un caractere entre deux; Et semblablement metteroit on d'avantage des points, s'il y eust plus de caractères. Et signifient ces trois points, les trois lieux des trois caractères, qui sortiront pour la racine requise, desquelles la disposition est telle. Puis il faut prendre la racine quarrée en nombres entiers de 18, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera 4, le mettant au premier point

1 8 6 6 2 4

sous le 8, puis on soustraira le quarré de 4, qui est 16, de 18, reste 2, le mettant sur le 8, & trenchant 16 & 18, & leur disposition sera alors telle.

2  
1 8 6 6 2 4  
4  
x 6

Or pour trouver le second caractere de la racine, il faut mettre à part 20 (qui est le nombre servant généralement pour l'extraction de toute racine quarrée, comme nous avons dict cy dessus à la note de ce probleme) & au devant des

mesmes 20, il faut mettre ce qu'il y a venu pour racine; à sçavoir 4, multipliant les 20 par 4, font 80: par les mesmes faut il diviser les 266, & se trouve pour quotient 3, le mesme se mettera au second point entre les lignes, & aussi joignant les 20, qui sont mis apart: Aussi on mettera sous le 3, son quarrée 9. & sera alors leur disposition telle. Puis il faut multiplier les 20 par les 4,

4. 20. 3. 2  
9. 9. 217  
249. x 8 6 6 2 4  
4 3  
x 6 4 9  
z

font 80, & les mesmes par 3, font 240, lesquels on mettera chez le 3, y ajoutant encore le 9, & la somme sera 249, laquelle se mettera aussi dessous les 266, les soustrayant d'icelles, & resteront encore 17, & leur disposition sera alors telle. Or pour trouver le troisieme caractere de la racine, il faut proceder de mesme sorte

4. 20. 3. 240. 217  
9. 9. x 8 6 6 2 4  
249. 4 3  
x 6 4 9  
z

comme l'on a fait pour l'invention du second caractere. On mettera doncques autrefois apart le

20 (à sçavoir le 20 servant généralement pour toute extraction de racine quarrée) & au devant des mesmes 20 on mettera ce qu'il y a venu pour racine; à sçavoir 43, multipliant le 20 par le 43, font 860, par les mesmes se divisera le 1734, & se trouve 2 pour quotient, le mesme mettera on au troisieme point entre les lignes, & aussi joignant le 20, qui sont mis apart, aussi on mettera dessous lesdicts 2, son quarré 4, & sera alors la disposition

4. 20. 3. 240. 217  
9. 9. x 8 6 6 2 4  
249. 4 3 2  
x 6 4 9  
z

telle. Puis on multipliera le 20 par 43, fait 860, & les mesmes par 2, fait 1720, lesquels on mettera chez le 2, y ajoutant encore le 4, & la somme sera 1724,

laquelle on mettera aussi sous les 1724 de l'extraction, les soustrayant d'icelles, & ne restera rien, & sera alors

4. 20. 3. 240. 217  
9. 9. x 8 6 6 2 4  
249. 4 3 2  
43. 20. 2. 1720. 4 3 2  
4. 4. x 6 4 9 2 4  
1724. 217

la disposition achevée telle. Je di que 432 est la racine requise. *Demonstration.* Multipliant 432 en soy, donne produit 186624 egal au nombre quarré donné; doncques 432 est la vraie racine requise; ce qu'il falloit demonstrier.

**S**econd exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à sa racine commensurable, d'autre maniere que par le precedent premier exemple.

NOTA.

L'extraction de racine quarrée, que nous avons descript au precedent premier exemple, describons nous autrefois en ce second exemple, mais par autre maniere d'operation, à sçavoir comme nous l'ufons en la pratique, & à mon advis plus facile que n'est la precedente, laquelle nous y avons seulement mis, pour demonstrier par icelle, la generale methode des extractions de toutes especes de racines, comme cubiques, de quarte quantité, de quinte quantité, &c. Car conferant l'extraction precedente, à semblables suivantes, il apparoitra que c'est tout un mesme ordre.

*Explication du donné.* Soit donné autre fois nombre quarré 186624. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* On tirera sous le nombre donné deux lignes, & entre les mesmes mettera on trois points, comme nous avons fait au precedent premier

1 8 6 6 2 4

exemple, en ceste sorte. Puis il faut prendre la racine quarrée en nombres entiers, de 18, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera 4, le mettant au point sous le 8, disant 4 fois quatre font 16, de 18, reste 2, le mettant sur le 8, & trenchant le 18; puis il faut doubler ce qu'il y a entre les lignes, à sçavoir le 4, fait 8, lequel mis sous le 6, leur disposition sera alors telle. Puis il faut dire, combien de fois 8 en 26? se trouve 3 fois, lequel on mettera

2  
1 8 6 6 2 4  
4  
8

au point suivant sous le 6, disant, 8 fois 3 font 24, de 26, reste 2, lequel on mettera sur le 6, trenchant 26; puis on multipliera 3 par soy, fait 9, qui soustrait de 26, reste 17, lequel on mettra sur le 26, trenchant les mesmes 26.

Et leur disposition sera alors telle. Or pour trouver le troisieme caractere de la racine, il faut proceder comme on a fait cy dessus pour l'invention du second caractere, car si l'on y prent bien regard, on ne trouvera en

en l'operation aucune difference. Il faut doncques doubler tout ce qu'il y a entre les lignes, à sçavoir 43, font 86, lequel on mettera sous le 72; Puis il faut dire; combien de fois 8 en 17? & se trouve 2 fois, lequel on mettra au point restant entre les lignes, disant 8 fois 2 font 16, de 17 reste 1, lequel on mettra sur le 7, trenchant le 17; Puis on multipliera 6 par 2, font 12, lequel sousttraict de 12, & trenchant les mesmes 12, ne reste rien; Puis on multipliera le 2 entre les lignes par soy, fait 4, qui sousttraict de 4, & trenchant le mesme 4, ne reste rien; & sera alors leur disposition achevée telle. Semblable seroit l'operation, s'il y eust d'avantage des points entre les lignes. Je di que 432 est la racine quarrée requise; dont la demonstration est faicte au precedent premier exemple.

**T**roiesime exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à sa racine incommensurable.

*Explication du donné.* Soit le nombre entier à sa racine incommensurable 227. *Explication du requis.* Il faut trouver la racine quarrée. *Construction.* On dira pour solution que c'est  $\sqrt{227}$ ; Dont la demonstration est manifeste.

**Q**uatriesime exemple de l'extraction de racine quarrée bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre entier à sa racine incommensurable.

*Explication du donné.* Soit donné nombre quarré entier à sa racine incommensurable 227. *Explication du requis.* Il faut trouver la racine quarrée bien pres, & à nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine quarrée par le precedent 2 exemple, & sera 15, restant 2, lequel on mettra sur une ligne, & dessous la mesme toujours le double de la racine plus 1, qui fait 31. Et la disposition des caracteres de l'operation achevée sera telle. Je di que  $15\frac{2}{31}$  est la racine requise, à sçavoir bien pres de la vraye, & à nombre Arithmetique commensurable. *Demonstration.* Multipliant  $15\frac{2}{31}$  par soy fait  $226\frac{202}{961}$ , qui faudroit estre pour l'avoir parfaitement 227; c'est doncques bien pres. Mais qu'elle est à son quarré commensurable, est manifeste; ce qu'il falloit demonstrier.

*Autre maniere d'approcher infiniment plus pres.*

Mais si on vouloit la racine de 227 encore plus pres, que par le precedent quatriesime exemple, on multipliera 100 par soy, fait 10000, par les mesmes se multipliera 227, fait 2270000, duquel on extraira racine quarrée par le 4 exemple, & sera  $1506\frac{1964}{3013}$ , les mesmes divisez par 100 (parce que par 100 a este multiplié) donne quotient bien du requis  $15\frac{19021}{30630}$ .

Mais si on voulust approcher encore beaucoup plus pres, on multipliera 1000, ou 10000, &c. en soy, & l'on fera par icelles, comme nous avons fait cy dessus par 100; De sorte que nous pouvons ainsi infiniment approcher à la vraye racine, mais j'amaï n'y pouvons avenir par telle maniere; la raison est, que l'incommensurable ne peut estre commensurable.

**C**inquiesime exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre rompu à sa racine commensurable.

*Explication du donné.* Soit donné nombre quarré

rompu à sa racine commensurable  $\frac{4}{9}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver la racine quarrée. *Construction.* On extraira racine quarrée du numerateur 4, qui est 2, lequel on mettra sur une ligne, semblablement racine du nominateur 9, qui est 3, le mettant dessous ladicte ligne en ceste sorte  $\frac{2}{3}$ . Je di que  $\frac{2}{3}$  est la racine quarrée requise. *Demonstration.* Multipliant  $\frac{2}{3}$  par soy fait  $\frac{4}{9}$ , egal au nombre quarré donné; Doncques  $\frac{2}{3}$  est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrier.

**S**ixiesme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre rompu à sa racine incommensurable.

*Explication du donné.* Soit donné nombre quarré rompu, à sa racine incommensurable  $\frac{3}{7}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver la racine. *Construction.* On dira pour solution que c'est  $\sqrt{\frac{3}{7}}$ ; Dont la demonstration est manifeste.

**S**eptiesme exemple de l'extraction de racine quarrée bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre quarré rompu à sa racine incommensurable.

*Explication du donné.* Soit donné le nombre quarré rompu à sa racine incommensurable  $\frac{2}{3}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver la racine quarrée bien pres, & à nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine quarrée bien pres de 3 par le 4 exemple, qui soit  $1\frac{2}{3}$ , les mettant sur une ligne; Et semblablement racine quarrée bien pres de 7, laquelle soit  $2\frac{2}{7}$ , les mettant dessous ladicte ligne en ceste sorte, qui  $1\frac{2}{3}$  vallent  $\frac{23}{39}$ . Je di que  $\frac{23}{39}$  est la racine requise, à sçavoir bien pres de la vraye racine, & à nombre Arithmetique commensurable. *Demonstration.* Multipliant  $\frac{23}{39}$  par soy, fait  $\frac{625}{1521}$ , & faudroit estre pour l'avoir parfaitement  $\frac{2}{3}$ , parquoy il differe seulement en  $\frac{188}{10647}$ , c'est doncques bien pres. Mais qu'elle soit à nombre Arithmetique commensurable, est manifeste; ce qu'il falloit demonstrier.

*Autre maniere sur ce septiesme exemple.*

Mais nous pouvons faire plus proprement; trouvant racine quarrée parfaite respondante au numerateur ou nominateur en ceste sorte: On mettra le 3 sur une ligne, & la racine du produit de 3 par 7 (c'est à dire racine de 21, qui est assez pres  $4\frac{1}{9}$ ) dessous ladicte ligne, qui fera rompu tel \*vallant pour solution  $\frac{27}{41}$ , son quarré est  $\frac{729}{1681}$ , qui differe du vray seulement en  $\frac{1}{1767}$ .

Ou autrement on pourra mettre 7 sous la ligne, & les  $4\frac{1}{9}$  trouvez cy devant dessus la ligne, & fera rompu tel \* qui vaut pour solution  $\frac{41}{63}$ , son quarré est  $\frac{1681}{3969}$ , qui differe du vray (à sçavoir des  $\frac{2}{7}$ ) seulement en  $\frac{140}{27783}$ .

NOTA I.

Si le rompu donné ne fust pas rompu premier, on le trouvera par le 6. probleme; car il aïent aucunes fois, que de cestuy-là on ne pourra extraire racine à son quarré commensurable, mais bien de cestuy-cy. Par exemple, en  $\frac{8}{13}$ , chascun terme contient racine à son quarré incommensurable, mais son premier rompu  $\frac{4}{9}$ , tient en chascun terme la racine commensurable, à sçavoir  $\frac{2}{3}$ . On peut aussi en routes ces extractions approcher infiniment au requis, par la doctrine du 4. exemple.

NOTA II.

Tout nombre entier n'ayant racine entiere, sera à la racine

racine incommensurable; la raison est, que tout nombre rompu ne vallant nombre entier precisement, & multiplié en foy, ne peut donner produit qui soit en valeur nombre entier, le mesme s'entendra de racine d'espece quelconque.

**H**uitiesme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre entier à sa racine commensurable.

*Explication du donné.* Soit donné nombre cubique à sa racine commensurable 34012224. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On se preparera une table des potences des neuf caracteres d'Arithmetique servant pour commencer l'extraction des racines de tous nombres cubiques, qui sera telle. Puis on tirera sous le nombre donné deux lignes,

mettant un point entre icelles sous le premier caractere à dextre, puis un autre point sous le 2 quatriesme caractere vers la fenestre, laissant deux caracteres entre deux points; & au dernier un point sous le 4, laissant autre fois deux caracteres entre deux points: Et semblablement procederait on en la position des autres points, s'il eust plus des caracteres, laissant toujours deux caracteres entre deux points. Ces trois points signifient les lieux des trois caracteres qui fortiront pour racine requise. La disposition du susdict est telle. Puis il faut prendre la racine cubique en nombres entiers de 34, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera (par la table cy dessus)

34012224

3, le mettant au premier point; Puis on soustraira 27 (qui est le cube de 3) de 34, reste 7, le mettant sur le 4, & trenchant 27 & 34; Dont la disposition sera alors telle. Or pour trouver le second caractere de la racine, il faut mettre à part 30 sous 300 (qui sont les nombres servans generalement à l'extraction, de toute racine cubique, comme nous avons dict à la note cy devant) & au devant de 30 il faut mettre ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 3, & le quarré de 3 qui est 9, sur le 3 chez le 300; Puis on multipliera 300 par 9, fait 2700, par le mesme divisé le 7012, se trouve 2 pour quotient, le mesme se mettera au second point entre les lignes, & aussi joignant les 300 qui sont mis à part; Puis on mettera sous 2 son quarré qui est 4, & sous le mesme, le cube dudit 2, qui est 8, & leur disposition sera alors telle. Puis il faut multiplier les 300 par le 9, font 2700, & le mesme par 2, fait 5400, le mettant chez le 2; Semblablement se multipliera le 30 par le 3, font 90, les mesmes par le 4, fait 360, qui se mettera chez le 30; Puis on mettra autre fois le 8 sous le 360, & la somme de ces trois parties sera 5768, laquelle on mettra aussi sous les 7012, la soustrayant d'icelles, & restera encore 1244; dont leur disposition sera alors telle. Or

|    |      |    |          |
|----|------|----|----------|
| 9. | 300. | 2. | 7        |
| 3. | 30.  | 4. | 34012224 |
|    | 8.   | 8  | 3 2      |
|    |      |    | 27       |

|    |      |    |          |          |
|----|------|----|----------|----------|
| 9. | 300. | 2. | 5400     | r        |
| 3. | 30.  | 4. | 360      | 7244     |
|    | 8.   | 8  | 34012224 | 34012224 |
|    |      |    | 5768     | 3 2      |
|    |      |    |          | 27768    |
|    |      |    |          | 8        |

pour trouver le troisieme caractere de la racine, il faut proceder de mesme sorte comme nous avons

fait pour l'invention du second, mettant autrefois à part en ordre le 300 & 30 (à sçavoir 300 & 30 servans generalement pour toute extraction de racine cubique) & au devant dudit 30, ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 32, & son quarré qui est 1024, sur les mesmes 32, joignant les 300; Puis on multipliera les 300 par 1024, font 307200, par les mesmes se divisera le 1244224, & se trouve 4 pour quotient, le mettant au troisieme point entre les lignes, & aussi joignant le 300 qui est mis apart; Puis sous 4, son quarré 16, & sous le mesme le cube dudit 4, qui est 64, & leur disposition sera alors telle. Puis il faut multiplier le 300 par le 1024, fait 307200, le mesme par 4 fait 1228800, les mettât joignant le 4; Semblablement se multipliera le 30 par le 32, fait 960, qui par 16 fait 15360, le mettant joignant le 16; Puis on mettra autre fois le 64 sous le 15360, & la somme de ces trois parties sera 1244224, laquelle aussi mise sous le 1244224 de l'extraction, les soustrayant d'icelle, ne restera rien, & la disposition des caracteres de la construction achevée sera alors comme s'ensuit. Je di que 324 est la racine requise.

|       |      |     |          |          |
|-------|------|-----|----------|----------|
| 9.    | 300. | 2.  | 5400     | r        |
| 3.    | 30.  | 4.  | 360      | 7244     |
|       | 8.   | 8   | 34012224 | 34012224 |
|       |      |     | 5768     | 3 2 4    |
|       |      |     |          | 27768    |
|       |      |     |          | 8        |
| 1024. | 300. | 4.  |          |          |
| 32.   | 30.  | 16. |          |          |
|       |      | 64. |          |          |

par le 1024, fait 307200, le mesme par 4 fait 1228800, les mettât joignant le 4; Semblablement se multipliera le 30 par le 32, fait 960, qui par 16 fait 15360, le mettant joignant le 16; Puis on mettra autre fois le 64 sous le 15360, & la somme de ces trois parties sera 1244224, laquelle aussi mise sous le 1244224 de l'extraction, les soustrayant d'icelle, ne restera rien, & la disposition des caracteres de la construction achevée sera alors comme s'ensuit. Je di que 324 est la racine requise.

|       |      |     |          |          |
|-------|------|-----|----------|----------|
| 9.    | 300. | 2.  | 5400     | r        |
| 3.    | 30.  | 4.  | 360      | 7244     |
|       | 8.   | 8   | 34012224 | 34012224 |
|       |      |     | 5768     | 3 2 4    |
|       |      |     |          | 27768224 |
|       |      |     |          | 8244     |
| 1024. | 300. | 4.  | 1228800  |          |
| 32.   | 30.  | 16. | 15360    |          |
|       |      | 64. | 64       |          |
|       |      |     | 1244224  |          |

*Demonstration.* Le cube de 324 est 34012224 egal au nombre cubique donné; Doncques 324 est la vraie racine requise; ce qu'il falloit demonstrier.

**N**eufiesme exemple de l'extraction de racine cubique, de nombre entier à sa racine commensurable, d'autre maniere que par le precedent 8. exemple.

**N O T A.**

L'Extraction de racine cubique, que nous avons descript au precedent 8 exemple, declarerons autrefois en ce neuvesime, mais par autre maniere d'operation, à sçavoir comme nous l'usons en la pratique, & à mon advis plus facile que n'est la precedente, laquelle nous avons seulement descript, pour demonstret par icelle, la generale methode des extractions de toutes racines. *Explication du donné.* Soit donné autre fois le nombre cubique à sa racine commensurable, 34012224. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On tirera sous le nombre donné deux lignes, entre les mesmes mettera on trois points comme au precedent huitiesme exemple, en la sorte suiivante. Puis pour avoir le premier caractere de la racine, il faut prendre la racine cubique de 34, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera (ce qu'on trouve dans la table du huitiesme exemple) 3, le mettant au premier point entre les lignes vers la fenestre; puis disant 3 en foy fait

9, on le mettera sous ledict 3; puis 3 fois 9 fait 27, de 34 reste 7, le mettant sur le 4, & trenchant 9 & 34; & leur disposition sera telle. Or pour trouver le second caractere de la racine, il faut multiplier ce qu'il y a venu pour premier caractere, à sçavoir 3, tousiours par 3, fait 9, lequel autrefois multiplié par 3, premier caractere de la racine, fait 27; sous lequel on mettera autrefois le 9 du produit precedent, & la disposition sera alors telle.

|                  |     |          |
|------------------|-----|----------|
| Du premier point | 3.  |          |
| Tousiours        | 3.  |          |
| Produit          | 9.  | 7        |
| Du premier point | 3.  | 34012224 |
| Produit          | 27. | 3        |
| Produit anteced. | 9.  | 9        |
| Du second point  | :   |          |
| Produit.         | :   |          |

Puis il faut mettre le 27 sous le 70 disant; combien de fois 2 (trenchant le 2) en 7? se trouve 2 fois, reste 3, lequel 2 on mettra au second point, & le reste 3 (trenchant le 7) sur le 7; Puis 7 fois 2 fait 14, de 30, reste 16, le mettant sur le 30, & trenchant 7 & 30; Puis on multipliera le 9 (auquel est escript, Produit antecedant) par le 2 second point, fait 18; Et la disposition sera alors telle.

|                    |     |          |
|--------------------|-----|----------|
| Du premier point   | 3.  | 1        |
| Tousiours          | 3.  | 3        |
| Produit            | 9.  | 76       |
| Du premier point   | 3.  | 34012224 |
| Produit            | 27. | 3 2      |
| Produit antecedant | 9.  |          |
| Du second point    | 2.  | 97       |
| Produit            | 18. | 2        |

Puis il faut mettre ces 18 sous le 61, disant 1 fois 2 (2 du second point) fait 2, de 6, reste 4, le mettant sur le 6, & trenchant 1 & 6; Puis 8 fois 2 font 16, de 141, reste 125, trenchant 8 & 141; Puis 2 du second point en soy fait 4, le mettant sous le 2; puis 4 fois 2 fait 8, de 1252, reste 1244, trenchant 4, &c. Et la disposition sera alors telle.

|                    |     |          |
|--------------------|-----|----------|
| Du premier point   | 3.  | 12       |
| Tousiours          | 3.  | 344      |
| Produit            | 9.  | 7684     |
| Du premier point   | 3.  | 34012224 |
| Produit            | 27. | 3 2      |
| Produit antecedant | 9.  |          |
| Second point       | 2.  | 9784     |
| Produit            | 18. | 22       |

Or pour trouver le troisieme caractere de la racine, il faut proceder tout ainsi come on a fait cy dessus pour trouver le second, & ne se trouvera en l'operation aucune difference. Il faut doncques multiplier ce qu'il y a venu pour les deux premiers caracteres de la racine: à sçavoir 32, tousiours par 3, fait 96, lequel autrefois multiplié par 32, donne produit 3072, sous le mesme se mettra autrefois le 96 du produit antecedant; Dont la disposition sera alors telle.

|                    |     |                       |       |
|--------------------|-----|-----------------------|-------|
| Du premier point   | 3.  | Du premier & 2. point | 32.   |
| Tousiours          | 3.  | Tousiours             | 3.    |
| Produit            | 9.  | Produit               | 96.   |
| Du premier point   | 3.  | Du premier & 2. point | 32.   |
| Produit            | 27. | Produit               | 3072. |
| Produit antecedant | 9.  | Produit antecedant    | 96.   |
| Second point       | 2.  | Troisieme point       |       |
| Produit            | 18. | Produit               |       |

|          |  |
|----------|--|
| 12       |  |
| 344      |  |
| 7684     |  |
| 34012224 |  |
| 3 2      |  |
| 9784     |  |
| 22       |  |

7 & 44) reste 16, le mettant sur le 44; puis 2 fois 4 font 8 de 162 (trenchant 2 & 6) reste 154; Puis on multipliera les 96 (96 auquel est escript, Produit antecedant) par le 4 du troisieme point, fait 384. Et la disposition sera alors telle.

|                    |     |                       |       |
|--------------------|-----|-----------------------|-------|
| Du premier point   | 3.  | Du premier & 2. point | 32.   |
| Tousiours          | 3.  | Tousiours             | 3.    |
| Produit            | 9.  | Produit               | 96.   |
| Du premier point   | 3.  | Du premier & 2. point | 32.   |
| Produit            | 27. | Produit               | 3072. |
| Produit antecedant | 9.  | Produit antecedant    | 96.   |
| Second point       | 2.  | Du troisieme point    | 4.    |
| Produit            | 18. | Produit               | 384.  |

Puis on mettera ce 384 sous le 1542, disant, 3 fois 4 fait 12, de 15 (trenchant le 3 & 15) reste 3; puis 8 fois 4 fait 32 de 34 reste 2, trenchant le 8 & 34; Puis 4 fois 4 fait 16 de 22 (trenchant 4 & 22) reste 6, puis 4 du troisieme point en soy fait 16, le mettant sous 64, & disant 1 fois 4 fait 4, de 6 (trenchant 1 & 6) reste 2, on le mettera sur le 6, puis multiplié 6 par 4, fait 24, qui soustrait de 24 (trenchant 6 & 24) n'y reste rien; Et la disposition achevée sera alors telle.

|                    |     |                       |       |
|--------------------|-----|-----------------------|-------|
| Du premier point   | 3.  | Du premier & 2. point | 32.   |
| Tousiours          | 3.  | Tousiours             | 3.    |
| Produit            | 9.  | Produit               | 96.   |
| Du premier point   | 3.  | Du premier & 2. point | 32.   |
| Produit            | 27. | Produit               | 3072. |
| Produit antecedant | 9.  | Produit antecedant    | 96.   |
| Du second point    | 2.  | Du troisieme point    | 4.    |
| Produit            | 18. | Produit               | 384.  |

Et semblable seroit le progres de l'operation, s'il y eust d'avantage des points entre les lignes. Je di que 324 est la racine requise; Dont la demonstration est faite au precedent huitiesme exemple.

|          |  |
|----------|--|
| 3        |  |
| 2228     |  |
| 344622   |  |
| 768446   |  |
| 34012224 |  |
| 3 2 4    |  |
| 9784246  |  |
| 220782   |  |
| 3 3      |  |

**D**ixiesme exemple de l'extraction de racine cubique, de nombre entier à sa racine incommensurable.

*Explication du donné.* Soit le nombre cubique entier à sa racine incommensurable 600. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On dira pour solution que c'est  $\sqrt[3]{600}$ ; Dont la demonstration est manifeste.

**O**nzieme exemple de l'extraction de racine cubique bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre cubique entier à sa racine incommensurable.

*Explication du donné.* Soit donné le nombre cubique entier

entier à sa racine incommensurable 600. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique bien pres, & à nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine cubique de 600 par le 9 exemple, & sera 8, restant 88, le mesme se mettra pour numerateur sur une ligne; Et pour trouver le nominateur, il faut faire ainsi:

|                                       |     |
|---------------------------------------|-----|
| Racine trouyée                        | 8   |
| A la quelle ajousté tousiours         | 1   |
| Faiçt en Somme                        | 9   |
| Le triple de la racine trouyée        | 24  |
| Qui multiplié par ladicte somme faiçt | 216 |
| Auquel ajousté tousiours              | 1   |
| Faiçt                                 | 217 |

Le mesme 217 se mettera sous le susdict 88 en ceste sorte  $\frac{88}{217}$ . Je di que  $8\frac{88}{217}$  est la racine cubique requise, à sçavoir bien pres de la vraye racine, & à nombre Arithmetique commensurable.

NOTA. Nicolas Tartalia traitant curieusement de ceste reste, n'ajousté point ce dernier 1, comme nous (avec Juan Peris de Moya) avons fait, & à mon avis, voulant donner reigle generale, il y a plus de raison de l'ajouster, que de le laisser. Il est vray qu'il y a aucuns exemples, auxquels nous approchons plus pres en le laissant, mais il y a aussi des autres esquels au contraire nous approchons plus pres en l'ajoustant. Comme la racine cubique de 9, omettant ce dernier 1, est  $2\frac{1}{8}$ , & sera plus pres au requis, qu'en l'ajoustant, comme  $2\frac{1}{9}$ , car le cube de  $2\frac{1}{8}$ , est  $8\frac{3}{8}$ , qui est plus pres au 9, que le cube de  $2\frac{1}{9}$ . Mais prenons maintenant la racine cubique de 7, selon l'une & l'autre maniere, & se trouvera qu'en ajoustant le dict 1, la racine sera  $1\frac{6}{7}$ , qui sera plus pres, qu'en l'omettant, laquelle alors sera 2: Car le cube de  $1\frac{6}{7}$ , qui est  $6\frac{13}{49}$ , est plus pres au 7, que n'est le cube de 2, qui est 8. Or l'argument (tel qu'il est, car c'est d'un différent de peu d'importance) par lequel je prefere ceste maniere à celle la, est, qu'il semble plus equitable, que la potence de racine trouyée, n'excede jamais au nombre donné; Comme nous voyons le semblable en extractions de racines quarrées, la ou le quarré de la racine n'excede jamais au nombre donné; un autre en pourra faire à sa fantaisie. *Demonstration.* Le cube de  $8\frac{88}{217}$  est  $593\frac{8944613}{10218313}$ , & faudroit estre, pour l'avoir precisement 600, c'est doncques bien pres; il appert aussi que c'est racine à nombre Arithmetique commensurable; ce qu'il falloit demonstrier.

#### Autre maniere d'approcher infiniment plus pres.

Mais si on voulust la racine cubique de 600, encore plus pres, on pourra proceder comme nous avons fait au 4 exemple en ceste sorte: On prendra le cube de 100, qui est 1000000, par le mesme se multipliera 600, fait 600000000, du mesme extraira on racine cubique par cest 11 exemple, & sera  $843\frac{922893}{2134477}$ , les mesmes divi-fera on par 100 (par ce que par 100 a esté multiplié) & donne quotient  $8\frac{922703404}{213447700}$ , qui est plus pres du requis que n'est la précédante première solution.

Mais si on voulust approcher encore beaucoup plus pres, on prendra le cube de 1000, ou 10000, &c. & on fera par iceluy, comme nous avons fait ey dessus par le cube de 100. De sorte qu'on peult ainsi infiniment approcher au vray, mais jamais n'y peult on avenir par telle maniere: dont la raison est (comme nous avons aussi dict de la racine quarrée au 4 exemple) que l'incommensurable ne peult estre commensurable.

**D**ouzième exemple de l'extraction de racine cubique de nombre rompu à sa racine incommensurable.

*Explication du donné.* Soit donné nombre cubique rompu à sa racine commensurable  $\frac{8}{27}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On extraira racine cubique du numerateur 8, qui est 2, le mettant sur une ligne: Puis racine cubique du nominateur 27, qui est 3, le mettant sous ladicte ligne, en ceste sorte  $\frac{2}{3}$ . Je di que  $\frac{2}{3}$  est la racine cubique requise. *Demonstration.* Le cube de  $\frac{2}{3}$ , est  $\frac{8}{27}$ , qui sont egales au nombre cubique donné; Doncques  $\frac{2}{3}$  est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrier.

**T**reizième exemple de l'extraction de racine cubique de nombre rompu à sa racine incommensurable.

*Explication du donné.* Soit donné nombre rompu à sa racine incommensurable  $\frac{9}{28}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On dira pour solution que c'est  $\sqrt[3]{3\frac{9}{28}}$ ; Dont la demonstration est manifeste.

**Q**uatorzième exemple de l'extraction de racine cubique bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre cubique rompu à sa racine incommensurable.

*Explication du donné.* Soit donné nombre cubique rompu à sa racine incommensurable  $\frac{9}{28}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique bien pres, & à nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine cubique bien pres de 9, par le 11 exemple, qui soit  $2\frac{1}{9}$ , les mettant sur une ligne; Et puis racine cubique bien pres de 28, qui soit  $3\frac{1}{7}$ , les mettant sous ladicte ligne en ceste sorte. qui vail-lent  $\frac{1443}{128}$ . Je di que  $\frac{1443}{128}$  est la racine cubique requise; à sçavoir bien pres. dont la demonstration sera semblable aux précédantes.

$$\frac{2\frac{1}{9}}{3\frac{1}{7}}$$

#### Autre maniere sur ce quatorzième exemple.

Mais nous ferons plus proprement, trouvant racine cubique parfaite, respondant au numerateur ou nominateur, ainsi: On mettera le 9 sur une ligne, puis se multipliera le 28 par 9, fait 252, le mesme autre fois par 9, fait 2268, duquel la racine cubique assez pres  $13\frac{71}{47}$ , lesquels on mettra sous ladicte ligne, & sera rompu tel: qui vault  $\frac{547}{98}$ .

Ou autrement, on pourra mettre le 28 sous la ligne, multipliant le 28 par 9, fait 252, le mesme autrefois par 28, fait 7056, duquel la racine cubique, par le 11 exemple, assez pres est  $19\frac{197}{1141}$ , lesquels on mettra dessus la ligne en ceste sorte. qui vail-lent  $\frac{5469}{7984}$ .

NOTA. Si le rompu donné, ne fust pas rompu premier, on le trouvera par le 6 probleme: car il aient aucunes fois, que de cestuy-la on ne pourra extraire racine à son quarré commensurable, mais bien de cestuy-cy; par exemple, de  $\frac{24}{81}$ , chascun terme tient racine cubique à son cube incommensurable. Mais son premier rompu  $\frac{8}{27}$ , tient chascun terme à sa racine commensurable, comme  $\frac{2}{3}$ .

**Q**uinziesme exemple de l'extraction de racine de quarte quantité de nombre entier à sa racine commensurable.

*Explication du donné.* Soit donné nombre de quarte quantité à sa racine commensurable 11019960576; *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine de quarte quantité.

NOTA.

NOTA. Nous pourrions pour solution de ceste proposition, extraire racine quarrée du nombre donné, qui est 104976, & de la mesme autre fois racine quarré, qui est pour solution 324, & est ceste operation plus facile que la suivante: Mais à fin que nous demonstions ceste generale reigle, de l'extraction de toutes especes de racines, nous le ferons par icelle. *Construction.* On se preparera premierement une table des potences de quarte quantité, des neuf caracteres de l'Arithmetique telle:

| Racines | Potences |
|---------|----------|
| 1.      | 1        |
| 2.      | 16       |
| 3.      | 81       |
| 4.      | 256      |
| 5.      | 625      |
| 6.      | 1296     |
| 7.      | 2401     |
| 8.      | 4096     |
| 9.      | 6561     |

Puis on tirera sous le nombre donné deux lignes, & entre les mesmes se mettront des points, de quatriesme en quatriesme caractère, commençant à la dextre, comme sont les trois points sous les caracteres 0.6.6. en ceste sorte:

Puis il faut prendre la racine de quarte quantité en nombres entiers de 110 au

plus pres qu'on peut, & moindre, qui fera par la susdicte table 3, le mettant au premier point: Puis se soustraira 81 (qui est la potence de quarte quantité de 3) de 110, reste 29, les mettant sur le 10, & trenchant 110, & 81, dont la disposition sera telle:

|             |
|-------------|
| 29          |
| xxø19960576 |
| 3           |
| 8x          |

Or pour trouver le second caractère de racine, il faut mettre à part, & en ordre, 4000, & 600, & 40 (qui sont les nombres servans generalement à toute extraction de racine de quarte quantité, comme nous avons dict cy dessus) &

au devant de 40, se mettra ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 3, & la potence quarré 9, sur le mesme 3 joignant 600: Puis le cube de 3 qui est 27, joignant 4000, puis se multipliera le 4000, par le 27, fait 108000, par le mesme se divisera 291996, & se trouve 2 pour quotient, le mesme se mettra au second point, entre les lignes, & aussi pres 4000, qui sont mis à part: Puis on mettra sous 2 son quarré 4, & sous le mesme le cube dudit 2, qui est 8, & sous le mesme la potence de quarte quantité de 2 qui est 16, dont leur disposition sera alors telle:

|     |       |     |             |
|-----|-------|-----|-------------|
| 27. | 4000. | 2.  | 29          |
| 9.  | 600.  | 4.  | xxø19960576 |
| 3.  | 40.   | 8.  | 3 2         |
|     |       | 16. | 8x          |

Puis il faut multiplier le 4000, par 27, done produit 108000, & le mesme

par 2, donne produit 216000, lequel se mettra par le 2: Semblablement se multipliera 600 par 9, fait 5400, le mesme par 4, fait 21600, lequel se mettra pres le 4: Semblablement se multipliera 40, par 3, fait 120, le mesme par 8, fait 960, lequel se mettra joignant 8: Puis on mettra autre fois le 16, sous le 960, & la somme de ces quatre parties sera 238576, laquelle se mettra aussi sous le 291996, la soustrayant d'icelle, & restera encore 53420; Dont la disposition sera alors telle:

|     |       |     |         |                |
|-----|-------|-----|---------|----------------|
| 27. | 4000. | 2.  | 216000. | 5              |
| 9.  | 600.  | 4.  | 21600.  | 293420         |
| 3.  | 40.   | 8.  | 960.    | xxøxøøøøøøøøøø |
|     |       | 16. | 16.     | 3 2            |
|     |       |     | 238576. | 8x8876         |
|     |       |     |         | 2x             |

Or pour trouver le troisieme caractère de la racine, il faut proceder tout de mesme sorte, comme nous avons fait pour l'invention du second caractère; On mettra doncques autrefois apart & en ordre le 4000, & 600, & 40 (qui sont les nombres servans generalement pour toute extraction de racine de quarte quantité) & au devant dudit 40 se mettra ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 32, & son quarré 1024, sur le mesme 32, joignant 600, puis le cube dudit 32, qui est 32768, se mettra sur le 1024, joignant 4000; Puis on multipliera le 4000, par le 32768, fait 131072000, par le mesme faut il diviser le 728600576, & se trouve pour quotient 4, le mesme se mettra au troisieme point entre les lignes, & aussi joignant 4000, qui sont mis à part; Puis on mettra sous 4, son quarré 16, & sous le mesme, le cube dudit 4, qui est 64, & sous le mesme la quarte quantité dudit 4, qui est 256. Et leur disposition sera alors telle:

|        |       |      |         |                |
|--------|-------|------|---------|----------------|
| 27.    | 4000. | 2.   | 216000. | 5              |
| 9.     | 600.  | 4.   | 21600.  | 293420         |
| 3.     | 40.   | 8.   | 960.    | xxøxøøøøøøøøøø |
|        |       | 16.  | 16.     | 3 2 4          |
|        |       |      | 238576. | 8x8876         |
| 32768. | 4000. | 4.   |         | 2x             |
| 1024.  | 600.  | 16.  |         |                |
| 32.    | 40.   | 64.  |         |                |
|        |       | 256. |         |                |

Puis il faut multiplier le 4000, par le 32768, fait 131072000, le mesme par 4, fait 524288000, lequel se mettra joignant 4; Semblablement se multipliera 600 par 1024, fait 9830400, lequel se mettra pres le 16; Semblablement 40, par 32, fait 1280, & le mesme par 64, fait 81920, puis on mettra autrefois le 256 sous le 81920, & la somme de ces quatre parties sera 534200576, laquelle se mettra aussi sous le 534200576 de l'extraction, les soustrayant d'icelle, & ne restera rien. Et la disposition achevée sera alors telle:

|        |       |      |            |                  |
|--------|-------|------|------------|------------------|
| 27.    | 4000. | 2.   | 216000.    | 5                |
| 9.     | 600.  | 4.   | 21600.     | 293420           |
| 3.     | 48.   | 8.   | 960.       | xxøxøøøøøøøøøø   |
|        |       | 16.  | 16.        | 3 2 4            |
|        |       |      | 238576.    | 8x8876øøøøøøøøøø |
|        |       |      |            | 293420           |
|        |       |      |            | 5                |
| 32768. | 4000. | 4.   | 524288000. |                  |
| 1024.  | 600.  | 16.  | 9830400.   |                  |
| 32.    | 40.   | 64.  | 81920.     |                  |
|        |       | 256. | 256.       |                  |
|        |       |      | 534200576. |                  |

Je di que 324 est la racine de quarte quantité requise. *Demonstration.* La potence de quarte quantité de 324 est 1019960576, laquelle est egale au nombre donné, doncques 324 est la vraie racine requise; ce qu'il falloit demonstrier.

**S**ixiesme exemple, de l'extraction de racine de quinte-quantité, de nombre entier à sa racine commensurable.

*Explication du donné.* Soit donné nombre de quinte quantité à sa racine commensurable 3570467226624.

*Explication du requis.* Il faut trouver la racine de quinte-quantité. *Construction.* Premierement on se preparera une table de potences de quinte-quantité des neuf caracteres des cyffres telle:

| Racines | Potences |
|---------|----------|
| 1.      | 1.       |
| 2.      | 32.      |
| 3.      | 243.     |
| 4.      | 1024.    |
| 5.      | 3125.    |
| 6.      | 7776.    |
| 7.      | 16807.   |
| 8.      | 32768.   |
| 9.      | 59049.   |

Quant au reste, veu que nous auons assez amplement demonsté aux precedans exemples, l'ordre qu'il faut tenir en les extractions de toutes especes de racines, nous ne ferons de ceste construction aucune explication verbale, mais seulement la disposition des caracteres de l'operation acheuée en telle sorte :

|          |        |      |               |               |
|----------|--------|------|---------------|---------------|
| 81.      | 50000. | 2.   | 8100000.      | 21            |
| 27.      | 10000. | 4.   | 1080000.      | 21488248      |
| 9.       | 1000.  | 8.   | 72000.        | 3876467226824 |
| 3.       | 50.    | 16.  | 2400.         | 3 2 4         |
|          | 32.    | 32.  |               | 2438443226824 |
|          |        |      | 9254432.      | 8288248       |
|          |        |      |               | 21            |
| 1048576. | 50000. | 4.   | 209715200000. |               |
| 32768.   | 10000. | 16.  | 5242880000.   |               |
| 1024.    | 1000.  | 64.  | 65536000.     |               |
| 32.      | 50.    | 256. | 409600.       |               |
|          | 1024.  |      | 1024.         |               |
|          |        |      | 215024026624. |               |

Je di que le 324 est la racine de quinte quantité requise. *Demonstration.* La potence de quinte quantité de 324 est 3570467226624, qui est egale au nombre donné; ce qu'il falloit demonsté.

NOTA I.

Il appert assez aux precedans exemples, quel sera l'infini progres de toutes les autres extractions de racines, comme de sexte, septiesme quantitez, &c. Les avertissemens des exemples precedans, se peuvent aussi appliquer à ces deux derniers; à sçavoir de l'extraction de racines à leurs quarez incommensurables; Et de l'infini approchement au requis; Et de l'extraction de racines de nombres rompuz.

NOTA II.

Quant aux extractions des racines de racines, les mesmes sont par les precedantes assez manifestes : car la voulant extraire de 16, la premiere racine quarrée sera 4, & autrefois racine quarrée de 4, est 2; Doncques 2 est racine quarrée de racine quarrée de 16. Et de mesme sorte nous dirons que racine quarrée de racine quarrée de 9, est  $\sqrt[4]{3}$ , mais de 7 est  $\sqrt[4]{7}$ . Aussi que la racine cubique de racine cubique de 512, est 2, & de 8 est  $\sqrt[3]{2}$ , & de 10 est  $\sqrt[3]{10}$ . Semblablement que la racine quarrée de la racine cubique de 729 est 3, &c. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre geometrique-simple, nous auons trouvé la racine requise; ce qu'il falloit faire.

Deuxiesme distinction des quatre numerations de racines entieres simples, & d'autres computations à icelles appartenantes.

PROBLEME XIX.

**E**stant donnees deux racines d'especes differentes: les reduire en racines d'une mesme espece. *Explication du donné.* Soyent donnees deux racines d'e-

speces differentes telles,  $\sqrt[2]{5}$ , &  $\sqrt[3]{6}$ . *Explication du requis.* Il les faut reduire en racines d'une mesme espece, c'est à dire, qu'il faut trouver deux autres racines d'une mesme espece, & egales à les donnees.

*NOTA.* Ceste construction se trouve semblable à celle du 9 probleme, de la réduction des nombres Arithmetiques rompuz à un commun nominateur. *Construction.* On prendra la potence de seconde quantité (de seconde quantité, par ce que l'une racine donnée est de seconde quantité) ou quarrée de 6 (6 de la  $\sqrt[3]{6}$  donnée) qui est 36: Semblablement la potence de tierce quantité (de tierce quantité, par ce que l'autre racine donnée est de tierce quantité) ou cubique de 5 (de 5 de la  $\sqrt[2]{5}$  donnée) qui est 125: Or pour trouver leur commune quantité, on multipliera les nominateurs des racines donnees, qui sont 2 & 3, l'un par l'autre, disant, 2 fois 3 fait 6, doncques la sexte quantité est aux 36, & 125 la commune quantité: c'est à dire, que  $\sqrt[6]{125}$ , &  $\sqrt[6]{36}$ , sont les racines requises, à sçavoir d'une mesme espece, & egales à les racines donnees; Dont la disposition des caracteres de l'operation acheuée est telle: *Demonstration.* Que les racines trouuees sont d'une mesme espece de 6. Aussi que  $\sqrt[6]{125}$  est (par le 18 probleme)  $\sqrt[2]{5}$ . Item que  $\sqrt[6]{36}$  vault  $\sqrt[3]{6}$ , est manifeste; ce qu'il falloit demonsté. *Conclusion.* Estant doncques donnees deux racines d'especes differantes, nous les auons reduict en racines d'une mesme espece, ce qu'il falloit faire.

$$\sqrt[2]{5} \times \sqrt[3]{6} = \sqrt[6]{125} \times \sqrt[6]{36} = \sqrt[6]{2250}$$

PROBLEME XX.

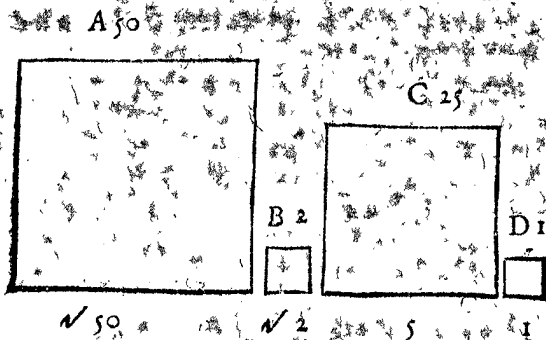
**E**stant donnees deux racines: Trouver s'elles sont commensurables ou incommensurables.

*Exemple 1. de racines quarrées.*

*Explication du donné.* Soyent donnees deux racines quarrées telles,  $\sqrt{50}$ , &  $\sqrt{2}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver s'ils sont commensurables, ou incommensurables. *Construction.* La generale reigle en toutes racines est, que l'on divisera la potence de la maieure racine, par la potence de la moindre, & si le quotient contient racine (à sçavoir telle espece de racine quelle sont les racines donnees) à luy commensurable, on dira, que les racines donnees sont commensurables; Mais si tel quotient ne tient point racine à luy commensurable, on dira, que les racines donnees sont incommensurables: Suivant donc ceste reigle, il faut diuiser 50 (qui est la potence quarrée de  $\sqrt{50}$ ) par 2 (qui est la potence quarrée de  $\sqrt{2}$ ) & donnent quotient 25, duquel la racine quarrée (racine quarrée, parce que les donnees sont racines quarrées; car s'elles fussent racines cubiques, il faudroit extraire racine cubique, &c.) est 5, qui est au 25 commensurable; Dont se conclud, que les racines donnees sont commensurables: Et le contraire se concludroit, si le contraire auenoit. *Preparation de la demonstration.* Soit le quarré A de 50, & le quarré B de 2, puis diuisons le quarré A, par le quarré B, & se trouuera pour quotient 25, desquels soit descript le quarré C; Soit aussi descript le quarré D, duquel la quantité soit 1.

*Demon-*





precedant 20 probleme, si les racines donnees sont commensurables, ou incommensurables; S'elles fussent incommensurables, on diroit que leur raison est comme de  $\sqrt{50}$  à  $\sqrt{2}$ : Mais il se trouve qu'elles sont commensurables, il faut donc proceder en ceste sorte: l'invention de leur commensurance, nous a demonstré, que la racine du quotient de leurs potences quatriees, est 5, d'ou on conclura, comme 5 a l'unité, ainsi  $\sqrt{50}$  a  $\sqrt{2}$ , mais 5 est a 1 en raison quincuple, ergo di-je,  $\sqrt{50}$ , est a  $\sqrt{2}$  en raison quincuple, ce qui estoit requis, dont la demonstration est notoire par celle du 20 probleme.

NOTA. Mais si de deux raisons incommensurables, on voulust cognoistre la majeure; on disposera les raisons en forme de rompu, les multipliant par croix, selon la maniere du 9 probleme. Par exemple, il y a deux raisons, l'une de  $2a\sqrt{7}$ , l'autre de  $\sqrt{5}a^3$ , desquelles on veut cognoistre la majeure; Le les dispose comme cy desfoubs, multipliant par croix, & mettant sur chascun son produit, mais  $\sqrt{36}$  est majeure que  $\sqrt{35}$ , je concluz doncques, que la raison de  $2a\sqrt{7}$  est majeure que de  $\sqrt{5}a^3$ .

Mais si ces produits fussent egaux, je les conclurois estre egales, comme en ceste exemple.

Conclusion. Estant doncques donnees deux racines, nous avons trouve leur raison.

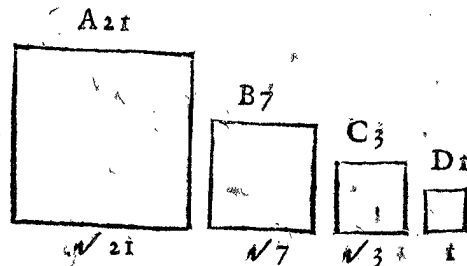
De la multiplication de racines simples.

PROBLEME XXII.

Estant donnee racine simple à multiplier, & racine simple multiplicateur: Trouver leur produit.

Exemple 1.

Explication du donnee. Soit donnee racine à multiplier  $\sqrt{7}$ , & racine multiplicateur  $\sqrt{3}$ . Explication du requis. Il fault trouver leur produit. Construction. On multipliera 7 (qui est le potence de  $\sqrt{7}$ ) par 3 (qui est la potence de  $\sqrt{3}$ ) fait 21, la racine quarrée (racine quarrée parce que les racines donnees sont quarrées) est  $\sqrt{21}$ . Je di, que  $\sqrt{21}$ , est le produit requis. Preparation de la demonstration. Soient descripts quatre quarrés, à sçavoir A 21, & B 7, & C 3, & D 1, & leurs costez seront,  $\sqrt{21}$ , &  $\sqrt{7}$ , &  $\sqrt{3}$ , & 1.



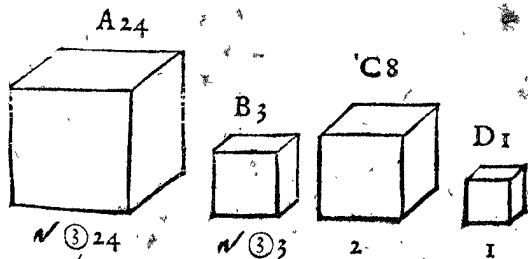
Demonstration. Comme le quarré A, au quarré B, ainsi le quarré C, au quarré D; Doncques par la 22 proposition du 6 livre d'Euclide, comme le costé de A, au costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D, c'est à dire, comme  $\sqrt{21}$ , a  $\sqrt{7}$ , ainsi  $\sqrt{3}$ , a 1: Nous avons donc trouvé le nombre  $\sqrt{21}$ , contenant autant de fois le premier donnee  $\sqrt{7}$ , qu'il y a des unitez au nombre second donnee  $\sqrt{3}$ ; c'est doncques par la 93 definition, legitime multiplication, & par consequant le produit  $\sqrt{21}$ , est le vray produit requis; ce qu'il falloit demonstret.

Exemple

Demonstration. Puis que ABC sont termes de division, & D unité, s'enfuit que comme le quarré de C, au quarré de D, ainsi le quarré A, au quarré B, & par la 22 proposition du 6 livre d'Euclide, comme le costé de C 5, au costé de D 1, ainsi le costé de A  $\sqrt{50}$ , au costé de B  $\sqrt{2}$ ; Mais 5, est a 1 quincuple; Doncques  $\sqrt{50}$ , est a  $\sqrt{2}$  quincuple; Mais les quantitez en raison quincuple, sont entre eux commensurables; Doncques  $\sqrt{50}$  est a  $\sqrt{2}$  commensurable; ce qu'il falloit demonstret. Semblable sera aussi la demonstration des racines incommensurables, laquelle nous passons outre à cause de brieveté.

Exemple 11. de racines cubiques.

Explication du donnee. Soient donnees deux racines cubiques telles,  $\sqrt[3]{24}$ , &  $\sqrt[3]{3}$ . Explication du requis. Il faut trouver s'ils sont commensurables ou incommensurables. Construction. Il faut diviser (suivant la regle du precedent premier exemple) 24 (qui est potence cubique de  $\sqrt[3]{24}$ ) par 3 (qui est potence cubique de  $\sqrt[3]{3}$ ) donne quotient 8, à sa racine cubique 2 commensurable; Dont se conclud que les racines donnees sont commensurables, & le contraire se concluroit, si le contraire fust avenu, & semblable sera l'operation en toute autre espee de racine quelconque. Preparation de la demonstration. Soit le cube A de 24, & le cube B de 3, puis divisons le cube A, par le cube B, & selon le quotient 8, soit descript le cube C, puis un autre cube D, duquel la quantité soit 1.



Demonstration. Comme le cube C, au cube D, ainsi le cube A, au cube B, & par la 37 proposition de 11 livre d'Euclide, comme le costé de C 2, au costé de D 1, ainsi le costé de A  $\sqrt[3]{24}$ , au costé de B  $\sqrt[3]{3}$ ; Mais 2 est a 1 en raison duple, doncques  $\sqrt[3]{24}$  est a  $\sqrt[3]{3}$  en raison duple, & les quantitez qui sont en raison duple, sont entre eux commensurables; Ergo  $\sqrt[3]{24}$  est a  $\sqrt[3]{3}$  commensurable; ce qu'il falloit demonstret. Conclusion. Estant doncques donnees deux racines, nous avons trouvé s'ils sont commensurables, ou incommensurables; ce qu'il falloit faire.

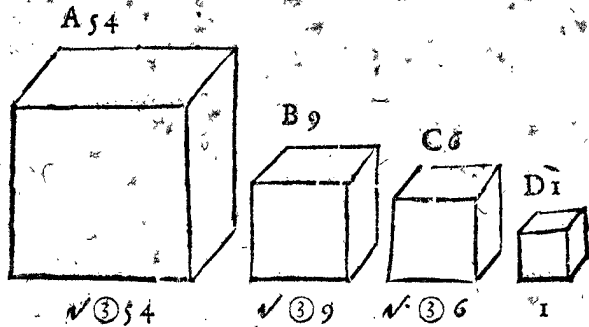
PROBLEME XXI.

Estant donnees deux racines: Trouver leur raison.

Explication du donnee. Soient quelques deux racines donnees telles,  $\sqrt{50}$ , &  $\sqrt{2}$ . Explication du requis. Il faut trouver leur raison. Construction. On verra par le

Exemple 11.

*Explication du donné.* Soit donnée racine à multiplier  $\sqrt[3]{9}$ , & racine multiplicateur  $\sqrt[3]{6}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur produit. *Construction.* On multipliera 9 (qui est le cube de  $\sqrt[3]{9}$ ) par 6 (qui est le cube de  $\sqrt[3]{6}$ ) fait 54, duquel la racine cubique est  $\sqrt[3]{54}$ . Je di qu'elle est le produit requis. *Preparation de la demonstration.* Soient descriptz quatre cubes, à sçavoir A de 54, & B de 9, & C de 6, & D de 1, & leurs costez seront,  $\sqrt[3]{54}$ , &  $\sqrt[3]{9}$ , &  $\sqrt[3]{6}$ , & 1.



*Demonstration.* Comme le cube A, au cube B, ainsi le cube C, au cube D, doncques par la 37 proposition de 11 livre d'Euclide, comme le costé de A, au costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D, cest à dire, comme la  $\sqrt[3]{54}$ , à  $\sqrt[3]{9}$ , ainsi  $\sqrt[3]{6}$ , à 1; nous avons donc trouvé le nombre  $\sqrt[3]{54}$ , contenant autant de fois le premier donné  $\sqrt[3]{9}$ , qu'il y a d'unités au nombre second donné  $\sqrt[3]{6}$ ; c'est donc par la 93 definition legitime multiplication, & par conséquent,  $\sqrt[3]{54}$ , est le vray produit requis; ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA I. De mesme sorte nous dirons, que  $\sqrt[4]{2}$ , multiplié par  $\sqrt[4]{3}$ , donne produit  $\sqrt[4]{6}$ , & ainsi de quinte, sexte quantité, &c.

Item que 2, multiplié par  $\sqrt[3]{3}$ , donne produit  $\sqrt[3]{12}$ .

Item que  $\sqrt[3]{3}$ , multiplié par  $\sqrt[3]{12}$ , donne produit 6.

Et  $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ , multiplié par  $\sqrt[3]{\frac{7}{8}}$ , donne produit  $\sqrt[3]{\frac{14}{24}}$ .

Item que  $\sqrt[3]{32}$ , multiplié par  $\sqrt[3]{2}$ , donne produit 4.

Item que  $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ , multiplié par  $\sqrt[3]{\frac{4}{5}}$ , donne produit  $\sqrt[3]{\frac{8}{15}}$ .

Item que  $\sqrt[4]{3}$ , multiplié par  $\sqrt[4]{2}$ , donne produit  $\sqrt[4]{6}$ .

Item que  $\sqrt[3]{2}$ , multiplié par  $\sqrt[3]{4}$ , donne produit  $\sqrt[3]{8}$ . car les differences especes de racines, converties à une mesme espece de racine, par le 19 probleme, font  $\sqrt[3]{12}$  16, &  $\sqrt[3]{27}$  27, lesquelles multipliees font comme dessus  $\sqrt[3]{432}$ : Et ainsi des autres.

NOTA II. Il est manifeste par ce probleme, comment on trouvera la Potence requise à tout simple nombre doriné, veu que c'est autant, comme si nombre à multiplier, & multiplicateur, fussent donnez egaux. Par exemple, pour trouver le carré de 2, on multipliera ledict 4 autrefois par 2, fait pour solution 8. Et pour la potence de 4 de 2 on multipliera ledict 8 par 2, fait pour solution 16. Et semblablement le carré de  $\sqrt[3]{3}$  est 3, & son cube  $\sqrt[3]{27}$ . Aussi le carré de  $\sqrt[5]{5}$  est  $\sqrt[5]{25}$ , & son cube  $\sqrt[5]{125}$ ; & ainsi des autres. Mais si l'on requeroit la potence de quantité bien haute, par exemple potence de 8 de 3, parce qu'il seroit ennuyeux, de multiplier tant de fois, il y a compendie (que les autres appellent improprement regle de progression geometrique) tel: On multipliera 3 en soy (il est vray qu'il n'y a point de 1 au 3 donné, mais nous posons come par regle, que 3 soit la valeur de 1) fait 9 (la raison pourquoy 1 multiplié par

1 fait 2, & 2 par 2 fait 4, & 4 par 3 fait 12, &c. sera demonstrier au theoreme devant le 49 probleme: Nous le demonstrierions icy, mais estant de ce probleme; ce ne sera pas son lieu) le mesme en soy fait 81, le mesme en soy fait pour la potence de 8 requise 6561. Et si on eust requis la potence de 9 dudit 3, on multiplieroit les 8 6561, par ledict 3, fait pour solution 19683; Ou autrement, pour trouver ladicte potence de 9 de 3, on pourroit multiplier 3 en soy, fait 9, le mesme par 3, fait 27, le mesme en soy, fait 729, le mesme par ledict 3 27, fait pour solution, comme dessus 19683. & ainsi d'autres semblables. *Conclusion.* Estant doncques donnée racine simple à multiplier, & racine simple multiplicateur, nous avons trouvé leur produit; ce qu'il falloit faire.

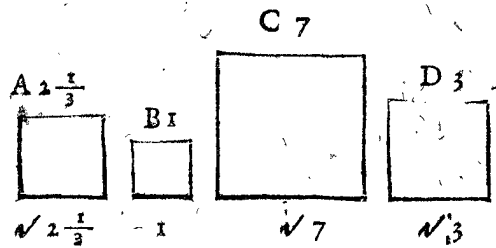
De la division de racines simples.

PROBLEME XXIII.

Estant donnée racine simple à diviser, & racine simple diviseur: Trouver leur quotient.

Exemple 1. de racines quarrées.

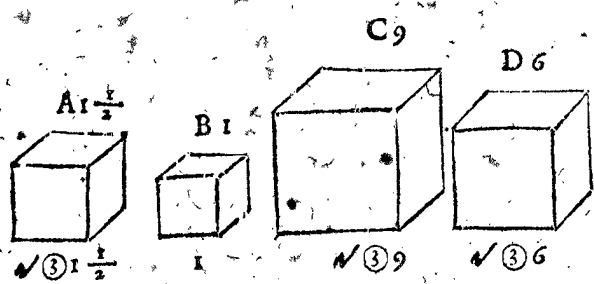
*Explication du donné.* Soit donné racine à diviser  $\sqrt{7}$ , & racine diviseur  $\sqrt{3}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera 7 (qui est le carré de  $\sqrt{7}$ ) par 3 (qui est le carré de  $\sqrt{3}$ ) donne quotient  $2\frac{1}{3}$ , desquelles la racine quarrée (racine quarrée par ce que les racines donnees sont quarrées) est  $\sqrt{2\frac{1}{3}}$ : Je di, que  $\sqrt{2\frac{1}{3}}$ , est le quotient requis. *Preparation de la demonstration.* Soient descriptz quatre quarrés, à sçavoir, A de  $2\frac{1}{3}$ , & B de 1, & C de 7, & D de 3, & leurs costez seront,  $\sqrt{2\frac{1}{3}}$ , & 1, &  $\sqrt{7}$ , &  $\sqrt{3}$ . *Demonstration.* Comme le quarré A, au quarré B, ainsi le quarré C, au quarré D; doncques par la 22 proposition du 6 livre d'Euclide, comme le costé



de A, au costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D; c'est à dire, comme  $\sqrt{2\frac{1}{3}}$ , à 1, ainsi  $\sqrt{7}$ , à  $\sqrt{3}$ ; nous avons doncques trouvé le nombre  $\sqrt{2\frac{1}{3}}$ , contenant autant de fois l'unité, quantesfois le nombre à diviser, contient le diviseur; c'est doncques par la 97 definition legitime division, & par conséquent le quotient  $\sqrt{2\frac{1}{3}}$ , est le vray quotient requis; ce qu'il falloit demonstrier.

Exemple II. de racines cubiques.

*Explication du donné.* Soit donné racine à diviser  $\sqrt[3]{9}$ , & diviseur  $\sqrt[3]{6}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera 9 (qui est le cube de  $\sqrt[3]{9}$ ) par 6 (qui est le cube de  $\sqrt[3]{6}$ ) donne quotient  $1\frac{1}{2}$ , la racine cubique est  $\sqrt[3]{1\frac{1}{2}}$ : Je di, que  $\sqrt[3]{1\frac{1}{2}}$ , est le quotient requis. *Preparation de la demonstration.* Soient descriptz quatre cubes, à sçavoir A de  $1\frac{1}{2}$ , & B de 1, & C de 9, & D de 6, & leurs costez seront,  $\sqrt[3]{1\frac{1}{2}}$ , & 1, &  $\sqrt[3]{9}$ , &  $\sqrt[3]{6}$ . *Demonstration.* Comme le cube A, au cube B, ainsi le cube C, au cube D, doncques par la 37 proposition du 11 livre d'Euclide, comme le costé de A, au costé



costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D, c'est à dire, comme  $\sqrt[3]{3} 1 \frac{1}{2}$ , à 1, ainsi  $\sqrt[3]{27}$ , à  $\sqrt[3]{8}$ ; nous avons doncques trouvé le nombre  $\sqrt[3]{3} 1 \frac{1}{2}$ , contenant autant de fois l'unité, quantes fois le nombre à diviser contient le diviseur; doncques par la 97 definition, c'est legitime division, & par consequent, le quotient  $\sqrt[3]{3} 1 \frac{1}{2}$ , est le vray quotient requis; ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA. Nous dirons par mesme raison, que  $\sqrt[4]{10}$ , divisée par  $\sqrt[4]{2}$ , donne quotient  $\sqrt[4]{5}$ , & ainsi de quinte, sexte quantité, &c.

- Item, que  $\sqrt{12}$ , divisée par 2, donne quotient  $\sqrt{3}$ .
- Item, que  $\sqrt{12}$ , divisée par  $\sqrt{3}$ , donne quotient 2.
- Item, que  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ , divisée par  $\sqrt{\frac{2}{4}}$ , donne quotient  $\sqrt{\frac{8}{9}}$ .
- Item, que  $\sqrt[3]{54}$ , divisée par  $\sqrt[3]{2}$ , donne quotient 3.
- Item, que  $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ , divisée par  $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ , donne quotient  $\sqrt[3]{\frac{9}{8}}$ .
- Item, que  $\sqrt{18}$ , divisée par  $\sqrt{3}$ , donne quotient  $\sqrt{6}$ .
- Item, que  $\sqrt{43}$ , divisée par  $\sqrt{2}$ , donne quotient  $\sqrt{21 \frac{1}{2}}$ ; car les differentes especes converties, &c.

Conclusion. Estant doncques donnée racine simple à diviser, & racine simple diviseur; nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Tout quotient plus un, multiplié par son diviseur, donne produit egal à la somme du nombre à diviser & diviseur.

Explication. Soit 10 divisé par 2, le quotient est 5, au mesme ajousté 1, fait 6, qui multiplié par le diviseur 2 fait 12, egal à la somme de 10 & 2, selon le theoreme.

Autre explication geometrique. Soit la ligne à diviser A B, triple au diviseur A C, & divisons A B, par A C, le quotient sera 3, auquel ajousté 1, par reigle, fait 4, multiplions par le mesme C A, & fera quatre fois C A, qui est C B, somme des deux quantitez donnees. Conclusion. Tout quotient donc plus un, multiplié par son diviseur, donne produit egal à la somme du nombre à diviser & diviseur; ce qu'il falloit demonstrier.

De l'addition des racines simples.

PROBLEME XXIV.

Estant donnees racines simples à ajouster: Trouver leur somme.

Exemple 1. des racines quarrées.

Explication du donné. Soyent les racines à ajouster donnees telles,  $\sqrt{8}$ , &  $\sqrt{2}$ . Explication du requis. Il faut trouver leur somme.

NOTA.

Avant que nous venons à la construction, il faut noter pour reigle generale, que tous nombres à ajouster incommensurables, se solvent par +, comme la somme de  $\sqrt{3}$  &  $\sqrt{2}$ , est  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ . Mais les commensurables, comme sont ces nombres donnez (laquelle commensurance se cognoit par le 20 probleme) se solveront par les manieres suivantes.

Premiere construction du premier exemple.

- La majeure racine donnée  $\sqrt{8}$ .
- La moindre  $\sqrt{2}$ .
- Leur quotient est 2, auquel adjousté 1, par reigle, fait 3, qui vault  $\sqrt{9}$ .
- Laquelle multipliée par la moindre racine donnée  $\sqrt{2}$ , fait  $\sqrt{18}$ .
- Le di, que  $\sqrt{18}$ , est la somme requise.

NOTA. Nous pourrions aussi mettre en la construction la majeure racine deffoubs la moindre (combien qu'il est plus commode la mettant dessus pour éviter fraction) & nous aurions la mesme somme, par exemple:

- La moindre racine donnée  $\sqrt{2}$ .
- La majeure  $\sqrt{8}$ .
- Leur quotient est  $\frac{1}{2}$ , auquel ajousté 1 par reigle, fait  $1 \frac{1}{2}$ , qui vault  $\sqrt{\frac{9}{4}}$ .
- Laquelle multipliée par la  $\sqrt{8}$  donnée, fait comme dessus  $\sqrt{18}$ .

Premier demonstration.

Tout quotient plus un, multiplié par son diviseur, donne produit egal à la somme du nombre à diviser & du diviseur, par le precedent theoreme.

Notre quotient plus un (qui est  $\sqrt{9}$ ) est multiplié par le diviseur qui est  $\sqrt{2}$ , donnant produit  $\sqrt{18}$ .

Ergo  $\sqrt{18}$ , est egale à la somme du nombre à diviser  $\sqrt{8}$ , & du diviseur qui est  $\sqrt{2}$ .

C'est à dire, que  $\sqrt{18}$ , est la somme de  $\sqrt{8}$  &  $\sqrt{2}$ , ce qu'il falloit demonstrier.

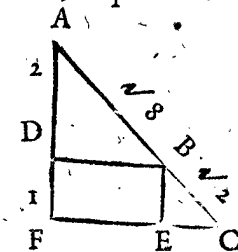
Preparation d'autre seconde demonstration.

Soit descript le rectangle A B C D, duquel la quantité soit  $\sqrt{8}$ . puis le rectangle B E F C, duquel la quantité soit  $\sqrt{2}$ . Il nous faut demonstrier, que tout le rectangle A F fait  $\sqrt{18}$ .

Seconde demonstration. Comme le rectangle A C, au rectangle B F, ainsi la ligne A B, à la B E, par la 1 proposition du 6 livre d'Euclide: Mais A C  $\sqrt{8}$ , est à B F  $\sqrt{2}$  duple, par le 21 probleme. Doncques A B, est à B E duple; Soit donc A B quelque nombre, comme 2, double à B E 1, puis divisons A C  $\sqrt{8}$ , par A B 2, donne quotient pour la ligne A D  $\sqrt{2}$ , le mesme multiplié par A E 3, donne produit pour tout le rectangle A F  $\sqrt{18}$ ; Doncques  $\sqrt{8}$  &  $\sqrt{2}$  font ensemble  $\sqrt{18}$ ; ce qu'il falloit demonstrier.

Preparation d'autre troiesieme demonstration.

Soit descript la ligne A B  $\sqrt{8}$ , & B C  $\sqrt{2}$ ; Et de la ligne A B, soit descript le triangle rectangle, isoscele A B D, tel que A B soit l'hypothénuse; Soit semblablement



descript de la ligne B C, le triangle rectangle isoscele B E C, tel que B C soit l'hypothénuse, puis soyent produites A D & C E, s'entre coupans en F. Il nous faut demonstrier que toute la ligne A C fait  $\sqrt{18}$ .

Troiesieme demonstration. Le quarré de la ligne A B, est 8, & par la 47 proposition du premier livre d'Euclide, le quarré de D A, sera la moitié de 8, à sçavoir 4. duquel la racine pour A D, est 2, & de mesme sorte se demonstrera que B E est 1, & par consequent que D F, egale à B E, est aussi 1; Doncques A F est 3, & par consequent F C aussi 3, parquoy le quarré

quarré de AF fera 9, & semblablement fera le quarré de FC 9, lesquels quarréz ensemble font 18, le quarré doncques de AC, par ladicte 47 proposition du 1 livre d'Euclide, est 18, & par consequant son costé AC, sera  $\sqrt{18}$ , ce qu'il falloit démonstrer.

Seconde construction du premier exemple, d'autre maniere.

Racines donnees  $\left\{ \begin{matrix} \sqrt{8} \\ \sqrt{2} \end{matrix} \right\}$  leur raison par le 21 probl.  $\left. \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\}$   
Leur somme  $3$   
Puis 2 donne 3, combien  $\sqrt{8}$ , fait par le 44 probl. pour solution  $\sqrt{18}$

Ou autrement.

1 donne 3, combien  $\sqrt{2}$ , fait comme dessus  $\sqrt{18}$ . Dont la demonstration est faicte cy devant, toutesfois pour plus grande evidence, nous y ajouterons encore ceste cy, conforme à sa construction. *Demonstration. Article 1.* Comme  $\sqrt{8}$  à  $\sqrt{2}$ , ainsi 2 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison duple. *Article 11.* Doncques par transformée ou composée proportion, comme  $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ , à  $\sqrt{2}$ , ainsi 2 + 1, à 1, c'est à dire ainsi 3 à 1. *Article 111.* Comme  $\sqrt{18}$  à  $\sqrt{2}$ , ainsi 3 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison triple; Doncques  $\sqrt{8} + \sqrt{2}$  &  $\sqrt{18}$ , ont à un mesme la mesme raison, (car il est aussi démontré au second article, que comme  $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ , à  $\sqrt{2}$ , ainsi 3, à 1) parquoy  $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ , est egale à  $\sqrt{18}$ : mais  $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ , est la somme des nombres donnez, doncques  $\sqrt{18}$  est aussi la somme des nombres donnez; ce qu'il falloit démonstrer.

Troisiesme construction du premier exemple d'autre maniere.

L'ordre de ceste construction ensemble de la quatriesme construction suyvante, n'est pas universelle en les additions de toutes autres especes de racines, comme font les deux ordres precedans.

Les potences des racines donnees font  $\left\{ \begin{matrix} 8 \\ 2 \end{matrix} \right\}$   
Leur produit est 16  
Sa racine quarrée est 4  
Son double par reigle generale est 8  
Qui ajoutée à la somme des potences des racines donnees fait 18  
Sa racine pour solution est  $\sqrt{18}$

Quatriesme construction du premier exemple d'autre maniere.

Les potences des racines donnees font  $\left\{ \begin{matrix} 8 \\ 2 \end{matrix} \right\}$   
Leur produit est 16  
Son quadruple pour reigle generale est 64  
Sa racine quarrée est 8  
Qui ajoutée à la somme des potences des racines donnees fait 18  
Sa racine pour solution est  $\sqrt{18}$   
Dont la demonstration est amplement faicte cy dessus.

Exemple 11. de racines cubiques.

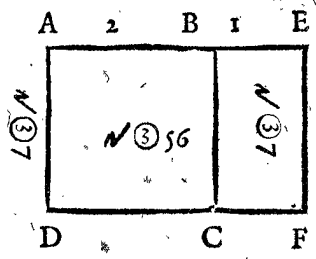
*Explication du donné.* Soyent donnees racines cubiques à ajouter  $\sqrt[3]{56}$ , &  $\sqrt[3]{7}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme.

Premiere construction du second exemple, semblable à la premiere construction du premier exemple.

La majeure racine donnée  $\sqrt[3]{56}$   
La moindre  $\sqrt[3]{7}$

Leur quotient est 2, auquel ajoutée 1 par la reigle, fait 3, qui vaut  $\sqrt[3]{27}$   
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée  $\sqrt[3]{7}$  fait  $\sqrt[3]{189}$

Je di, que  $\sqrt[3]{189}$ , est la somme requise. *Preparation de la demonstration.* Soit descript le rectangle ABCD, duquel la quantité soit  $\sqrt[3]{56}$ , puis le rectangle BEFC, duquel la quantité soit  $\sqrt[3]{7}$ . Il nous faut démonstrer, que tout le rectangle AF, fait  $\sqrt[3]{189}$ . *Demonstration.*



Comme le rectangle AC, au rectangle BF, ainsi la ligne AB, à la BE, par la 1. proposition du 6. livre d'Euclide: Mais AC  $\sqrt[3]{56}$ , est à BE  $\sqrt[3]{7}$ , en raison double, par le 21 probleme, doncques AB est à BE double; Soit AB quelque nombre, comme

2, double à BE 1, puis divisons AC  $\sqrt[3]{56}$ ; par AB 2, donne quotient pour AD  $\sqrt[3]{7}$ , le mesme multiplié par AE 3, donne produit pour tout le rectangle AF  $\sqrt[3]{189}$ . Doncques  $\sqrt[3]{56}$ , &  $\sqrt[3]{7}$ , font  $\sqrt[3]{189}$ ; ce qu'il falloit démonstrer.

NOTA. La maniere de la premiere & troisieme demonstration du precedant premier exemple, se peut aussi appliquer à ce second.

Seconde construction du second exemple semblable à la seconde construction du 1. exemple.

Racines donnees  $\left\{ \begin{matrix} \sqrt[3]{56} \\ \sqrt[3]{7} \end{matrix} \right\}$  leur raison par le 21. pro.  $\left. \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\}$   
Leur somme  $3$   
Puis 2 donne 3, combien  $\sqrt[3]{56}$ , fait par le 44. probleme pour solution  $\sqrt[3]{189}$

Ou autrement.

1. donne 3, combien  $\sqrt[3]{7}$ , fait comme dessus,  $\sqrt[3]{189}$

Dont la demonstration est faicte cy dessus; toutesfois pour plus grande evidence nous y ajouterons encore ceste cy conforme à sa construction. *Demonstration. Article 1.* Comme  $\sqrt[3]{56}$ , à  $\sqrt[3]{7}$ , ainsi 2, à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison duple. *Article 11.* Doncques par composée ou transformée proportion, comme  $\sqrt[3]{56} + \sqrt[3]{7}$ , à  $\sqrt[3]{7}$ , ainsi 2 + 1, à 1, c'est à dire, ainsi 3 à 1. *Article 111.* Comme  $\sqrt[3]{189}$ , à  $\sqrt[3]{7}$ , ainsi 3 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison triple. Doncques  $\sqrt[3]{56} + \sqrt[3]{7}$ , &  $\sqrt[3]{189}$ , ont à un mesme la mesme raison (car il est aussi démontré au second article, que comme  $\sqrt[3]{56} + \sqrt[3]{7}$ , à  $\sqrt[3]{7}$ , ainsi 3 à 1) parquoy  $\sqrt[3]{56} + \sqrt[3]{7}$ , est egale à  $\sqrt[3]{189}$ ;

Mais  $\sqrt[3]{56} + \sqrt[3]{7}$ , est la somme des nombres donnez, doncques  $\sqrt[3]{189}$  est la somme des nombres donnez; ce qu'il falloit démonstrer.

Exemple 111. de racines de racines.

*Explication du donné.* Soyent donnees racines de racines telles,  $\sqrt{32}$ , &  $\sqrt{2}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme.

Premiere construction du troisieme exemple, semblable à la premiere construction du premier exemple.

La majeure racine donnée  $\sqrt{32}$   
La moindre  $\sqrt{2}$   
Leur quotient est 2, auquel ajoutée 1 par reigle, fait 3, qui vaut  $\sqrt{81}$   
Laquelle

Laquelle multipliée par la moindre racine donnée  $\sqrt{2}$ , fait  $\sqrt{162}$   
 Je di que  $\sqrt{162}$  est la somme requise.

Seconde construction du troisieme exemple, semblable à la seconde construction du premier exemple.

Racines donnees  $\left\{ \begin{matrix} \sqrt{32} \\ \sqrt{2} \end{matrix} \right\}$  leur raison par le 21 prob.  $\left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\}$   
 Leur somme 3  
 Puis 2 donne 3, combien  $\sqrt{32}$ , fait par le 44 probleme pour solution  $\sqrt{162}$ .

Ou autrement.

1 donne 3, combien  $\sqrt{2}$  fait comme dessus  $\sqrt{162}$ .  
 Je di, que  $\sqrt{162}$  est la somme requise, dont la demonstration sera semblable aux precedantes.

NOTA. S'il y eust à ajouter des racines rompues, on procederoit en l'operation des rompuz par les doctrines de la 2 distinction, & au reste comme dessus. Soyent par exemple à ajouter  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ , &  $\sqrt{\frac{1}{6}}$ , leur operation & disposition selon la precedante premiere, sera telle:

La majeure racine donnée  $\sqrt{\frac{2}{3}}$   
 La moindre  $\sqrt{\frac{1}{6}}$   
 Leur quotient est 2, auquel ajouté 1 par reigle, fait 3, qui vaut  $\sqrt{9}$

Laquelle multipliée par la moindre racine donnée  $\sqrt{\frac{1}{6}}$ , fait pour solution  $\sqrt{1\frac{1}{2}}$   
 Et semblablement pourra on solver ceste question, par les autres manieres citées cy dessus.

Mais s'il y eust à ajouter deux racines egales, il sera plus bref de multiplier l'une par 2, par le 22. probleme, & s'il y eust trois racines egales, alors multiplier par 3, &c.  
 Conclusion. Estant doncques donnees racines simples à ajouter, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Les aucuns descrivent exemples de l'addition de racines incommensurables, desquelles la somme est racine de quelque binomie, qu'ils appellent racine universelle: Soit par exemple à ajouter  $\sqrt{3}$  à  $\sqrt{2}$ , & selon la troisieme construction du precedant premier exemple, l'operation sera telle:

Les potences des racines donnees sont  $\left\{ \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right\}$   
 Leur produit est 6  
 Sa racine quarrée est  $\sqrt{6}$   
 Son double par reigle generale est  $\sqrt{24}$   
 Qui ajouté à la somme des potences des racines donnees, fait  $\sqrt{24+5}$   
 Sa racine pour solution est  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{24+5}}$

Or il est certain que ceste solution est veritable, nous assurant de la generalité des reigles de ces constructions; Mais quant au reste, telle addition est inutile, par ce que la solution sera plus claire, & commode, disant que c'est  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ . Car si l'on dit que la solution est  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{24+5}}$ , c'est à dire, qu'on doit tirer racine de tel binomie, & que alors l'on aura le requis: Mais en extrayant la racine par le 39 probleme, on la trouvera de  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ; Il est donc plus convenable de dire au premier coup, sans faire tant de peine perdue; que c'est  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ . Aussi on ne trouve pas seulement tel binomie par icelle addition, mais aussi par la multiplication de  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$  en soy, qui fait  $\sqrt{24+5}$ , duquel la racine est comme dessus  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{24+5}}$ . Mais à fin de démonstrer plus apertement telle inutile addition par quelque exemple, posons le cas, comme si 9 & 8 fussent incommensurables, & que pour expliquer leur somme, quelqu'un dist, que c'est  $\sqrt{\text{bino. } 145 + 144}$ , un autre que c'est  $9 + 8$ , à sçavoir mon, quelle explication de ces deux est la plus claire

& commode; vrayement c'est la dernière: Et tout ainsi nous expliquons plus clairement la somme de  $\sqrt{3}$  &  $\sqrt{2}$ , disant que c'est  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ , que de dire que c'est la racine de leur potence. Cest avertissement se pourra aussi appliquer à la soustraction du probleme suivant.

THEOREME.

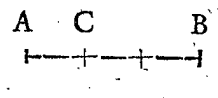
Tout quotient moins un, multiplié par son diviseur, donne produit egal à la reste de la soustraction du diviseur de nombre à diviser.

EXPLICATION.

Soit 8 divisé par 2, le quotient est 4, du mesme soustrait 1, reste 3, qui multiplié par le diviseur 2, fait 6, egal à la reste de la soustraction de 2 de 8, selon le theoreme.

Autre explication Geometrique.

Soit la ligne à diviser AB, triple au diviseur AC, & divisons AB, par AC, le quotient sera 3, duquel soustrait 1 par reigle, reste 2, par le mesme multiplié CA, fera deux fois CA, qui est CB, reste de la soustraction des donnez, à sçavoir CA, de AB. Conclusion. Tout quotient doncques moins un, multiplié par son diviseur, donne produit egal à la reste de la soustraction du diviseur de nombre à diviser; ce qu'il falloit demonstret.



De la soustraction des racines simples.

PROBLEME XXV.

Estant donnée racine simple de laquelle on soustrait, & une racine simple à soustraire. Trouver leur reste.

Exemple 1. des racines quarrées.

Explication du donné. Soit donnée racine de laquelle on soustrait  $\sqrt{32}$ , & racine à soustraire  $\sqrt{2}$ . Explication du requis. Il faut trouver leur reste.

NOTA. Avant que nous venons à la construction, il faut noter pour reigle generale, que tous nombres à soustraire incommensurables, se solveront par  $\sqrt{\quad}$ ; comme estant à soustraire  $\sqrt{4}$ , de  $\sqrt{7}$ , la reste sera  $\sqrt{7} - \sqrt{4}$ . Mais les commensurables, comme sont ces nombres donnez (laquelle commensurance se cognoit par le 20 probleme) se solveront par les manieres suivantes.

Premiere construction du premier exemple.

La majeure racine donnée  $\sqrt{32}$   
 La moindre  $\sqrt{2}$   
 Leur quotient est 4, duquel soustrait 1 par reigle, reste 3, qui vaut  $\sqrt{9}$   
 Laquelle multipliée par la moindre racine donnée  $\sqrt{2}$ , fait  $\sqrt{18}$   
 Je di que  $\sqrt{18}$  est la reste requise.

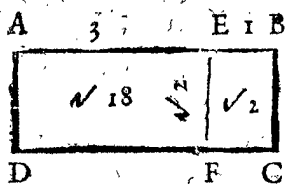
Premiere demonstration.

Tout quotient moins un, multiplié par son diviseur, donne produit egal à la reste de la soustraction du diviseur de nombre à diviser, par le precedant theoreme.

Nostre quotient moins un (qui est  $\sqrt{9}$ ) est multiplié par le diviseur  $\sqrt{2}$ , donnant produit  $\sqrt{18}$ .

Ergo  $\sqrt{18}$ , est egale à la reste de la soustraction du diviseur  $\sqrt{2}$ , du nombre à diviser  $\sqrt{32}$ .

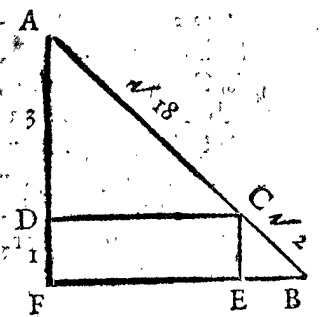
C'est à dire, que  $\sqrt{18}$ , est la reste requise; ce qu'il falloit demonstret. Preparation d'autre seconde demonstration. Soit descript le rectangle ABCD, duquel la quantité soit  $\sqrt{32}$ , & du mesme soit coupé le rectangle EBCF, duquel la quantité soit  $\sqrt{2}$ . Il faut demonstret que le rectangle restant AF, fera  $\sqrt{18}$ .



*Demonstrat.* Comme le rectangle AC, au rectangle EC, ainsi la ligne AB, à la ligne EB, par la 1. proposition du 6 livre d'Euclide; Mais AC  $\sqrt{32}$  est à EC  $\sqrt{2}$

en raison quadruple, par le 21 probleme, doncques AB est à EB quadruple; & par conséquent, AE est à EB triple; Soit doncques AE quelque nombre, comme 3, triple à EB 1, puis divisons EC  $\sqrt{2}$ , par EB 1, donne quotient pour la ligne EF  $\sqrt{2}$ , le mesme multiplié par AE 3, fait pour le rectangle AF  $\sqrt{18}$ ; Doncques de AC  $\sqrt{32}$ , soustrait EC  $\sqrt{2}$ , reste AF  $\sqrt{18}$ ; ce qu'il falloit demonstret.

*Préparation d'autre troisieme demonstration.*



Soit descript la ligne AB  $\sqrt{32}$ , & de la mesme soit coupée la ligne CB  $\sqrt{2}$ , & de la ligne AC soit descript le triangle rectangle isoscele ACD, tel que AC soit l'hypothénuse, semblablement soit descript de la ligne CB, le triangle rectangle isoscele CBE, tel que CB soit l'hypothénuse, puis soyent produictes AD, & BE, s'entrecoupan en F: Il faut demonstret que la ligne AC, fait  $\sqrt{18}$ .

*Troisieme demonstration.* Le carré de la ligne AB est 32, & par la 47 proposition du 1 livre d'Euclide, le carré de AF sera la moitié de 32, à sçavoir 16, desquelles la racine pour AF est 4; Et de mesme sorte se demonstrera, que CE est 1, & par consequent, DF (egale à la CE) est aussi 1; doncques AD est 3, & DC aussi 3; parquoy le carré de AD sera 9, & semblablement sera le carré de DC 9; lesquels quarez ensemble font 18; le carré donc de AC (par ladicte 47 proposition du 1 livre d'Euclide) est 18, & par consequent son costé AC  $\sqrt{18}$ . Doncques de AB  $\sqrt{32}$ , coupée CB  $\sqrt{2}$ , reste AC  $\sqrt{18}$ ; ce qu'il falloit demonstret.

*Seconde construction du premier exemple d'autre maniere.*

Racines donnees  $\left\{ \begin{matrix} \sqrt{32} \\ \sqrt{2} \end{matrix} \right\}$  leur raison par le 21 probl.  $\left\{ \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \right.$   
 Desquels la reste 3  
 Puis 4 donne 3, combien  $\sqrt{32}$  fait par le 44 probleme pour solution  $\sqrt{18}$

*Ou autrement.*

1 donne 3, combien  $\sqrt{2}$  fait comme dessus  $\sqrt{18}$ .

*Demonstration conforme à ceste construction. Article 1.* Comme  $\sqrt{32}$  à  $\sqrt{2}$ , ainsi 4 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison quadruple. *Article 11.* Doncques par transformée ou disjoincte proportion, comme  $\sqrt{32} - \sqrt{2}$  à  $\sqrt{2}$ , ainsi 4 - 1 à 1, c'est à dire, ainsi 3 à 1. *Article 111.* Comme  $\sqrt{18}$  à  $\sqrt{2}$ , ainsi 3 à 1, par le 21 probleme: car l'une & l'autre est raison triple, doncques  $\sqrt{32} - \sqrt{2}$ , &  $\sqrt{18}$ , ont à un mesme la mesme raison (car il est aussi demonstret au second article, que comme  $\sqrt{32} - \sqrt{2}$  à  $\sqrt{2}$ , ainsi 3 à 1) parquoy  $\sqrt{32} - \sqrt{2}$ , est egale à  $\sqrt{18}$ . Mais  $\sqrt{32} - \sqrt{2}$  est la reste requise, doncques  $\sqrt{18}$  est aussi la reste requise; ce qu'il falloit demonstret.

*Troisieme construction du premier exemple d'autre maniere.*

L'ordre de ceste construction, ensemble de la qua-

triesme construction suivante, n'est pas universelle en soustractions de toutes autres espèces de racines, comme sont les deux ordres precedans.

Les potences des racines donnees sont  $\left\{ \begin{matrix} 32 \\ 2 \end{matrix} \right.$   
 Leur produit 64  
 Sa racine quarrée est 8  
 Son double par reigle est 16  
 Qui soustrait de la somme des potences de racines donnees reste 18  
 Sa racine pour solution est  $\sqrt{18}$

*Quatrieme construction du premier exemple d'autre maniere.*

Les potences de racines donnees sont  $\left\{ \begin{matrix} 32 \\ 2 \end{matrix} \right.$   
 Leur produit 64  
 Son quadruple par reigle est 256  
 Sa racine quarrée est 16  
 Qui soustrait de la somme des potences des racines donnees reste 18  
 Sa racine pour solution  $\sqrt{18}$   
 Dont la demonstration est amplement faicte cy dessus.

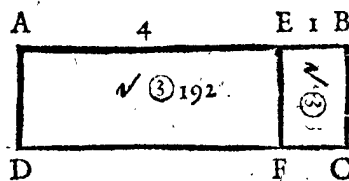
*Exemple 11. de racines cubiques.*

*Explication du donné.* Soit donnée racine de laquelle on soustrait,  $\sqrt[3]{375}$ , & racine à soustraire  $\sqrt[3]{3}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste.

*Premiere construction du second exemple, semblable à la premiere construction du premier exemple.*

La maieure racine donnée  $\sqrt[3]{375}$   
 La moindre  $\sqrt[3]{3}$   
 Leur quotient est 5, duquel soustrait 1 par reigle, reste 4, qui vaut  $\sqrt[3]{64}$   
 Laquelle multipliée par la moindre racine donnée  $\sqrt[3]{3}$ , fait  $\sqrt[3]{192}$

Je di, que  $\sqrt[3]{192}$ , est la reste requise. *Préparation de la demonstration.* Soit descript le rectangle ABCD, duquel la quantité soit  $\sqrt[3]{375}$ . & du mesme soit coupé le rectangle EBCF, duquel la quantité soit  $\sqrt[3]{3}$ . Il faut demonstret que le rectangle restant AF, fait  $\sqrt[3]{192}$ . *Demonstration.* Comme le rectangle AC, au



rectangle EC, ainsi la ligne AB, à la ligne EB, par la 1 proposition du 6 livre d'Euclide; mais AC  $\sqrt[3]{375}$ , est à EC  $\sqrt[3]{3}$  en raison quincuple, par le 21

probleme: doncques AB, est à EB quincuple, & par consequent AE, à EB, quadruple: Soit donc AE quelque quantité, comme 4, quadruple à EB 1, puis divisons EC  $\sqrt[3]{3}$ , par EB 1, donne quotient pour la ligne EF  $\sqrt[3]{3}$ , la mesme multipliée par AE 4, donne produit pour le rectangle AF  $\sqrt[3]{192}$ ; Doncques de AC  $\sqrt[3]{375}$ , soustrait EC  $\sqrt[3]{3}$ , reste AF  $\sqrt[3]{192}$ ; ce qu'il falloit demonstret.

NOTA. La maniere de la premiere & troisieme demonstration, du precedant premier exemple, se peut aussi appliquer à ce second.

*Seconde construction du second exemple, semblable à la seconde construction du premier exemple.*

Racines donnees  $\left\{ \begin{matrix} \sqrt[3]{375} \\ \sqrt[3]{3} \end{matrix} \right\}$  leur raison par le 21 pr.  $\left\{ \begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix} \right.$   
 Desquels la reste 4  
 Puis

Puis, donne 4, combien  $\sqrt{375}$ , fait par le 44 probleme pour solution  $\sqrt{3192}$

Ou autrement.

1 donne 4, combien  $\sqrt{3}$ ? fait comme dessus  $\sqrt{3192}$

Dont la demonstration est faite cy dessus, toutesfois en plus grande evidence nous y ajouterons encore ceste cy, conforme à la construction. *Demonstration. Article I.* Comme  $\sqrt{375}$  à  $\sqrt{3}$ , ainsi 5 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison quincuple. *Article II.* Ergo par transformée ou disjoincte proportion, comme  $\sqrt{375}$  —  $\sqrt{3}$ , à  $\sqrt{3}$ , ainsi 5 — 1, c'est à dire, ainsi 4 à 1. *Article III.* Comme  $\sqrt{3192}$ , à  $\sqrt{3}$ , ainsi 4 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison quadruple; Doncques  $\sqrt{375}$  —  $\sqrt{3}$ , &  $\sqrt{3192}$ , ont à un mesme la mesme raison (car il est aussi démontré au second article, que comme  $\sqrt{375}$  —  $\sqrt{3}$ , à  $\sqrt{3}$ , ainsi 4 à 1) parquoy  $\sqrt{375}$  —  $\sqrt{3}$ , est egale à  $\sqrt{3192}$ ; Mais  $\sqrt{375}$  —  $\sqrt{3}$ , est la reste requise; Doncques  $\sqrt{3192}$ , est aussi la reste requise; ce qu'il falloit démontrer.

Exemple III. de racines de racines.

Explication du donné. Soit donné racine de laquelle on soustrait  $\sqrt{3888}$ , & racine à soustraire  $\sqrt{3}$ . Explication du requis. Il faut trouver leur reste.

Première construction du troisieme exemple, semblable à la première construction du premier exemple.

La majeure racine donnée  $\sqrt{3888}$   
 La moindre  $\sqrt{3}$   
 Leur quotient est 6, duquel soustrait 1 par reigle, reste 5, qui vaut  $\sqrt{625}$   
 Laquelle multipliée par la moindre racine donnée  $\sqrt{3}$ , fait  $\sqrt{1875}$   
 Je di, que  $\sqrt{1875}$  est la reste requise.

Seconde construction de ce troisieme exemple, semblable à la seconde construction du premier exemple.

Racin. don.  $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{3888} \\ \sqrt{3} \end{array} \right\}$  leur raison par le 21 probl.  $\left\{ \begin{array}{l} 6 \\ 1 \end{array} \right\}$   
 Desquels la reste 5  
 Puis 6 donne 5, combien  $\sqrt{3888}$ ? fait par le 44 probleme pour solution  $\sqrt{1875}$ .

Ou autrement.

1 donne 5 combien  $\sqrt{3}$ ? fait comme dessus;  $\sqrt{1875}$ .  
 Je di, que  $\sqrt{1875}$ , est la reste requise, dont la demonstration sera semblable aux precedantes.

NOTA. S'il y eust à soustraire par quelques racines rompues, on procederoit en l'operation des rompuz, par les doctriines de la 2 distinction, & au reste comme dessus. Soit par exemple racine de laquelle il faut soustraire  $\sqrt{\frac{50}{63}}$ , & racine à soustraire  $\sqrt{\frac{2}{7}}$ , leur operation & disposition selon la precedante première construction sera telle:

La majeure racine donnée  $\sqrt{\frac{50}{63}}$   
 La moindre  $\sqrt{\frac{2}{7}}$   
 Leur quotient  $\frac{5}{3}$ , duquel soustrait 1, par reigle, reste  $\frac{2}{3}$ , qui vaut  $\sqrt{\frac{4}{9}}$   
 Laquelle multipliée par la moindre racine donnée  $\sqrt{\frac{2}{7}}$ , fait pour solution  $\sqrt{\frac{8}{63}}$

Et semblablement on pourra solver ceste question par les autres manieres declarees cy dessus. *Conclusion.* Estant donc donnée racine simple de laquelle on soustrait, & racine simple à soustraire, nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire..

NOTA. Nous avons décrit diverses manieres des constructions, aux deux problemes precedans, à fin de rendre bien notoire le subject: mais pour dire de la plus

commode, nous usons en la pratique la première de chacun exemple, comme estant générale, & aussi la plus facile. Car ayant seulement à la memoire les theoremes qui sont décrits devant lesdicts problemes, l'on aura une générale reigle pour toutes additions & soustractions quelconques, tant de racines de multinomies radicaux, & de racines de multinomies algebriques (comme en son lieu donnerons leurs exemples) que pour les precedantes racines simples. Veux doncques que l'utilité desdicts theoremes est si grande, nous les comprendrons succinctement ensemble; à fin qu'elles demeurent plus facilement à la memoire, en ceste sorte:

Quotient  $\left\{ \begin{array}{l} \text{plus} \\ \text{moins} \end{array} \right\}$  un, multiplié par diviseur, donne  $\left\{ \begin{array}{l} \text{forme} \\ \text{reste} \end{array} \right\}$  des donnez.

Troisieme distinction des quatre numerations de multinomies radicaux entiers.

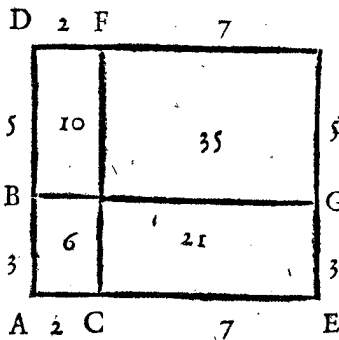
THEOREME.

Plus multiplié par plus, donne produit plus, & moins multiplié par moins, donne produit plus, & plus multiplié par moins, ou moins multiplié par plus, donne produit moins.

Explication du donné. Soit 8 — 5 multiplié par 9 — 7, en ceste sorte; — 7 fois — 5 font + 35 ( + 35, par ce que, comme dict le theoreme, — par —, fait + ) Puis — 7 fois 8 fait — 56 ( — 56, par ce que, comme dict est au theoreme, — par +, fait — ) Et semblablement soit 8 — 5, multiplié par le 9, & donneront produits 72 — 45; Puis ajoutez + 72 + 35, font 107. Puis ajoutez les — 56 — 45, font — 101; Et soustrait le 101 de 107 reste 6, pour produit de telle multiplication. De laquelle la disposition des caracteres de l'operation est telle:

Explication du requis. Il faut démontrer par ledict donné, que + multiplié par +, fait +, & que — par —, fait +, & que + par —, ou — par +, fait —. *Demonstration.* Le nombre à multiplier 8 — 5, vaut 3, & le multiplicateur 9 — 7 vaut 2; Mais multipliant 2 par 3, le produit est 6; Doncques le produit cy dessus aussi 6, est le vray produit: Mais le mesme est trouvé par multiplication, là ou nous avons dict que + multiplié par +, donne produit +, & — par — donne produit +, & + par —, ou — par +, donne produit —, doncques le theoreme est veritable.

Autre demonstration geometrique.



Soit AB 8 — 5 (à sçavoir AD 8 — DB 5) Puis AC 9 — 7 (à sçavoir AC 9 — EC 7) leur produit sera CB: ou bien selon la multiplication precedante ED 72 — EF 56 — DG 45 + GF 35, Lesquelles nous demonstresons estre egales à CB en ceste sorte. De tout le ED + GF, soustrait EF, & DG, reste CB. *Conclusion.* Plus doncques multiplié par plus, donne produit plus. & moins multiplié par moins, donne produit plus, & plus multiplié par moins, ou moins multiplié par plus, donne produit moins; ce qu'il falloit démontrer.

De la multiplication des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXVI.

Estant donné multinomie radical entier à multiplier, & multinomie entier multiplicateur: Trouver leur produit.

Explication du donné. Soit donné multinomie à multiplier  $\sqrt{7} + \sqrt{5} - \sqrt{6}$ , & multinomie multiplicateur  $\sqrt{4} - \sqrt{8} + \sqrt{3}$ . Explication du requis. Il faut trouver leur produit. Construction. On disposera les donnez en ordre, comme dessus, disant:  $+$   $\sqrt{3}$  fois  $-\sqrt{6}$ , fait  $-\sqrt{18}$ ; car  $+$  multiplié par  $-$ , donne produit  $-$ , par le precedent theoreme. Et ainsi des autres. La disposition des caracteres de l'operation achevée est telle.

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{7} + \sqrt{5} - \sqrt{6} \\
 \sqrt{4} - \sqrt{8} + \sqrt{3} \\
 \hline
 + \sqrt{21} + \sqrt{15} - \sqrt{18} \\
 - \sqrt{56} - \sqrt{40} + \sqrt{48} \\
 \sqrt{28} + \sqrt{20} - \sqrt{24} \\
 \hline
 \sqrt{28} + \sqrt{20} - \sqrt{24} - \sqrt{56} - \sqrt{40} + \sqrt{48} + \sqrt{21} + \sqrt{15} - \sqrt{18}
 \end{array}$$

Le di, que ledict produit, est le produit requis; & s'il y eust quelques noms commensurables, on les pourroit ajouter, par le 24. probleme. Dont la demonstration sera semblable à celle du 22. probleme.

NOTA. Semblable sera l'operation de racine d'espece quelconque. car si tous les noms donnez fussent racines cubiques, le produit seroit de racines cubiques, & ainsi des autres: Mais s'il y eust à multiplier multinomies de diverses especes de racines, on les convertira à une mesme espece, par le 19. probleme, & puis comme dessus. on pourra aussi appliquer cest avertissement aux trois problemes suyvans. Conclusion. Estant doncques donné multinomie radical entier à multiplier, & multinomie entier multiplicateur, nous avons trouvé leur produit; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Plus divisé par plus, donner quotient plus, & moins divisé par moins, donner quotient plus, & plus divisé par moins, ou moins divisé par plus, donner quotient moins.

Explication du donné. Soyent  $72 - 101 + 35$ , divisez par  $9 - 7$ , en ceste sorte: Combien de fois  $9$  en  $72$ ? fait  $+ 8$  fois ( $+ 8$  parce que, comme dict le theoreme,  $+$  divisé par  $+$  donne quotient  $+$ ) Puis  $-7$  fois  $8$  font  $-56$ , de  $101$ , reste  $-45$ . Puis mettant autrefois le diviseur, & disant; combien de fois  $9$  en  $-45$ ? fait  $-5$  fois ( $-5$  par ce que, comme dict le theoreme,  $-$  divisé par  $+$ , donne quotient  $-$ ) Puis  $-7$  fois  $-5$  fait  $+35$ , de  $+35$ , ne reste rien; Doncques le quotient de telle division sera  $8 - 5$ . Dont la disposition des caracteres de l'operation est telle:

Explication du requis. Il faut demonstrier par ledict donné, que  $+$  divisé par  $+$ , donne quotient  $+$ , & que  $-$  par  $-$  donne  $+$ , & que  $+$  par  $-$ , ou  $-$  par  $+$ , donne  $-$ . Demonstration.

$$\begin{array}{r}
 48 \\
 72 - 101 + 35 \quad (8 - 5) \\
 9 - 7 - 7 \\
 8
 \end{array}$$

Le nombre à diviser  $72 - 101 + 35$ , vaut  $6$ . Et le diviseur  $9 - 7$ , vaut  $2$ ; Mais divisant  $6$  par  $2$ , le quotient est  $3$ ; Doncques le quotient cy dessus  $8 - 5$ , qui vault aussi  $3$ , est le vray quotient: Mais le mesme est trou-

vé par division, la ou  $+$  divisé par  $+$ , se dict donner quotient  $+$ , &  $-$  par  $-$  donner  $+$ , &  $+$  par  $-$  ou  $-$  par  $+$ , donner  $-$ ; doncques le theoreme est veritable.

Autre demonstration Geometrique.

Soit au theoreme precedent ED  $72 - EF$ , avec  $DG 101 + GF 35$ , à diviser par AE  $9 - CE 7$  (qui est autant à dire, comme soit CB à diviser par AC) & le quotient, selon la division precedent, sera AD  $8 - DB 5$ , le mesme est egal à BA  $3$ . Doncques (car BA est le quotient de CB, divisé par AC) c'est le vray quotient requis. Conclusion. Plus doncques divisé par plus, donne quotient plus, & moins divisé par moins donne quotient plus, & plus divisé par moins, ou moins divisé par plus, donne quotient moins; ce qu'il falloit demonstrier.

De la division des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXVII.

Estant donné multinomie radical entier à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.

Premier exemple, la ou le diviseur est d'un nom.

Explication du donné. Soit donné multinomie à diviser  $\sqrt{15} + \sqrt{18} - \sqrt{12}$ , & diviseur  $\sqrt{3}$ . Explication du requis. Il faut trouver leur quotient. Construction. On divisera la  $\sqrt{15}$  par  $\sqrt{3}$ , fait, par le 23. probleme,  $\sqrt{5}$ ; Item la  $\sqrt{18}$  par la mesme  $\sqrt{3}$ , fait  $\sqrt{6}$ , & la  $-\sqrt{12}$  par la mesme  $\sqrt{3}$ , fait  $-\sqrt{4}$ . Le di que le trinomie  $\sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{4}$  est le quotient requis.

Second exemple la ou le diviseur est multinomie.

Pour diviser par diviseur qui soit multinomie, il faut considerer deux points; Le premier est, que multinomie se peut convertir en simple nom, par multiplication de son respondant contraire; binomie  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ , multiplié par son respondant contraire  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ , ou  $-\sqrt{3} + \sqrt{2}$ , donne produit simple nom  $1$ , ou  $-1$ . Item trinomie  $\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$ , multiplié par son respondant contraire  $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$ , donne produit  $4 + \sqrt{24}$ , qui autrefois multiplié par son respondant contraire  $-4 + \sqrt{24}$ , donne produit simple nom  $8$ . L'on pourroit aussi multiplier trinomie  $\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$ , par autre respondant contraire quelconque. comme par  $\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1$ , ou par  $-\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1$ , &c. & nous parviendrons à une mesme fin. Item le quadrinomie, comme  $\sqrt{5} + \sqrt{4} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$ , multiplié par son respondant contraire  $\sqrt{5} + \sqrt{4} - \sqrt{3} - \sqrt{2}$ , donne produit trinomie, & puis comme dessus.

Le second point est, que si nombre à diviser & diviseur sont multipliez par nombres egaux, les produits divisez l'un par l'autre, donnent le mesme quotient, que les nombres donnez. Soit par exemple nombre à diviser  $6$ , & diviseur  $2$ ; Puis multiplions l'un & l'autre par  $4$ , les produits seront  $24$ , &  $8$ , desquels le quotient  $3$ , est egal au quotient de  $6$  &  $2$  donné. Et si autrefois nous multiplions  $24$  &  $8$ , par nombres egaux, soit par  $5$ , les produits seront  $120$ , &  $40$ , desquels le quotient est autrefois  $3$ .

Lesquels deux points entenduz, ne reste que de convertir le multinomie donné en simple nom, par multiplication, comme nous avons dict cy dessus au premier point. Puis par les mesmes nombres, par lesquels en la conversion le diviseur a esté multiplié, aussi multiplier le nombre à diviser; Et ainsi on aura le nombre à diviser multinomie, & le diviseur simple nom, desquels le quotient se trouve par le precedent premier exemple, qui pour les raisons que dessus, sera aussi le quotient des nombres donnez.



Soit par exemple  $\sqrt{8} + \sqrt{6}$ , à diviser par  $\sqrt{4} + \sqrt{2}$  : On multipliera premièrement le diviseur  $\sqrt{4} + \sqrt{2}$ , par son respondant contraire  $\sqrt{4} - \sqrt{2}$ , donne produit  $2$ ; puis multiplié aussi  $\sqrt{8} + \sqrt{6}$ , par  $\sqrt{4} - \sqrt{2}$ , donne produit  $\sqrt{32} + \sqrt{24} - \sqrt{16} - \sqrt{12}$ , qui divise par  $2$ , ou par  $\sqrt{4}$ , donne par le premier exemple pour quotient requis  $\sqrt{8} + \sqrt{6} - 2 - \sqrt{3}$ .

Semblable sera aussi l'operation par diviseur trinomie; Soit par exemple nombre à diviser  $\sqrt{8}$ , & diviseur  $\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$ ; On multipliera premièrement le diviseur par son respondant contraire, soit par  $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$ , donne produit  $4 + \sqrt{24}$ ; Qui autrefois multiplié par son respondant contraire  $-4 + \sqrt{24}$ , donne produit  $8$ : Or veu qu'on a multiplié le diviseur premièrement par  $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$ , & le produit autrefois par  $-4 + \sqrt{4}$ , faudra pour les raisons que dessus multiplier le nombre à diviser  $\sqrt{8}$ , premièrement par  $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$ , donne produit  $\sqrt{24} + 4 - \sqrt{8}$ , puis le mesme par  $-4 + \sqrt{24}$ , donne produit  $8 + \sqrt{128} - \sqrt{192}$ ; De sorte qu'au lieu des nombres donnez  $\sqrt{8}$ , &  $\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$ , nous avons autres nombres entre eux en la mesme raison; à sçavoir nombre à diviser  $8 + \sqrt{128} - \sqrt{192}$ , & diviseur  $8$ , desquels le quotient requis par le premier exemple, est  $1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ , & ainsi d'autres semblables.

NOTA. L'on pourroit aussi donner solution, par fraction de multinomie, mettant le nombre à diviser  $\sqrt{8}$  sur une ligne, & le diviseur dessous, en ceste sorte,  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}$ , lequel se dict aussi le quotient requis, & est egal à l'autre quotient  $1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ . *Demonstration.* Chascun des precedens quotiens, contient autant de fois l'unité, quantes fois le nombre à diviser contient le diviseur; Car comme le quotient à l'unité, ainsi le nombre à diviser au diviseur; c'est doncques legitime division, par la 97 definition, & les quotiens sont les vrais quotiens requis. Ou autrement, on pourroit multiplier le diviseur par le quotient. Et par ce que le produit est egal au nombre à diviser donné, nous concluons comme devant, que les solutions sont vrayes; ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques donné, multinomie entier à diviser, & multinomie entier diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Plus ajouté à plus, donner somme plus, & moins ajouté à moins, donner somme moins, & moins ajouté à plus, a lors la difference des nombres, avec le signe du majeur nombre; estre la somme.

*Explication du donné.* Soient  $15 - 3 - 4 - 5$ , &  $6 - 2 + 8 + 3$ , ajoutez en ceste sorte;  $+ 15$  &  $+ 6$  font  $+ 21$  (car le theoreme dict, que  $+$  ajouté à  $+$ , donne somme  $+$ ) Puis  $- 3$  &  $- 2$  font  $- 5$  (car le theoreme dict, que  $-$  ajouté à  $-$ , donne somme  $-$ ) Puis  $- 4$  &  $+ 8$  font  $+ 4$  (car le theoreme dict, que  $-$  ajouté à  $+$ , a lors leur difference avec le signe du majeur nombre, donne la somme) Et de mesme sorte  $- 5$  avec  $+ 3$  fera  $- 2$ .

|                   |  |
|-------------------|--|
| Nombres à ajouter | $\left\{ \begin{array}{l} 15 - 3 - 4 - 5 \\ 6 - 2 + 8 + 3 \end{array} \right.$ |
| Somme             | $21 - 5 + 4 - 2$   |

*Explication du requis.* Il faut demonstrier par ledict donné, que  $+$  ajouté à  $+$ , donne somme  $+$  & le reste du theoreme. *Demonstration.* Les  $15 - 3 - 4 - 5$  vallent  $3$ ; Et les  $6 - 2 + 8 + 3$  vallent  $15$ , desquels  $3$  &  $15$ , la somme est  $18$ , pour la somme des donnez; Aussi vaut  $18$  la somme de  $21 - 5 + 4 - 2$ ; Doncques  $21 - 5 + 4 - 2$  est la vraye somme; Mais elle est trouvée par operation

conforme au theoreme; parquoy le theoreme est veritable. *Conclusion.* Doncques plus ajouté à plus, donne somme plus, &c. ce qu'il falloit demonstrier.

De l'addition des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXVIII.

Estant donnez multinomies radicaux entiers : Trouver leur somme.

*Explication du donné.* Soient multinomies radicaux entiers à ajouter  $\sqrt{8} - \sqrt{3} + \sqrt{20} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ; Et  $\sqrt{2} - \sqrt{12} - \sqrt{5} + \sqrt{27} - \sqrt{18}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On ajoutera les nombres, observant les reigles de  $+$  &  $-$ , contenues au theoreme cy devant. Or doncques ajoutez  $\sqrt{8}$  à  $\sqrt{2}$ , fait, par le 24 probleme,  $+ \sqrt{18}$  ( $+ \sqrt{18}$  par ce que  $+$  avec  $+$  selon le theoreme fait  $+$ ) ainsi des autres: la disposition des caracteres de l'operation est telle:

|                 |   |
|-----------------|---|
| Nomb. à ajouter | $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{8} - \sqrt{3} + \sqrt{20} - \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ \sqrt{2} - \sqrt{12} - \sqrt{5} + \sqrt{27} - \sqrt{18} \end{array} \right.$ |
| Somme           | $\sqrt{18} - \sqrt{27} + \sqrt{5} + \sqrt{12} - \sqrt{8}$   |

Le di, que la dicte somme, est la somme requise; Dont la demonstration est manifeste, par celle du theoreme precedent. *Conclusion.* Estant doncques donnez multinomies radicaux entiers à ajouter, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Plus avec moindre nombre, soustraiet de plus avec majeur nombre, donner reste plus; & moins avec moindre nombre, soustraiet de moins avec majeur nombre, donner reste moins; & plus avec majeur nombre, soustraiet de plus avec moindre nombre, doncq la difference des nombres avec moins estre la reste; & moins avec majeur nombre, soustraiet de moins avec moindre nombre, adonc leur difference avec plus, estre la reste; & plus de moins, ou moins de plus, adonc la somme des nombres, avec le signe du nombre à soustraire, estre la reste.

*Explication du donné.* Soient  $12 - 2 + 5 - 8 + 4 - 8$ , soustraiets de  $20 - 6 + 2 - 3 - 2 + 3$ , en ceste sorte:  $+ 12$  de  $+ 20$  donne reste  $+ 8$  (car le theoreme dict, que  $+$  avec moindre nombre, soustraiet de  $+$  avec majeur nombre, donne reste  $+$ ) & le suyvant selon le theoreme.

|                     |                          |
|---------------------|--------------------------|
| Nombre duquel       | $20 - 6 + 2 - 3 - 2 + 3$ |
| Nombre à soustraire | $12 - 2 + 5 - 8 + 4 - 8$ |
| Reste               | $8 - 4 - 3 + 5 - 6 + 11$ |

*Explication du requis.* Il faut demonstrier par ledict donné, que  $+$  avec moindre nombre, soustraiet de  $+$  avec majeur nombre, donne reste  $+$ , & le suyvant du theoreme. *Demonstration.* Le nombre donné duquel il faut soustraire, vaut  $14$ , & le nombre à soustraire vaut  $3$ , & soustraiet  $3$  de  $14$  reste  $11$ ; Aussi vaut  $11$  la reste  $8 - 4 - 3 + 5 - 6 + 11$ ; Doncques c'est la vraye reste; mais elle est trouvé par operation conforme au theoreme, comme il appert en l'explication du donné; parquoy le theoreme est veritable. *Conclusion.* Doncques plus avec moindre nombre, soustraiet de  $+$  avec majeur nombre, donne reste  $+$ , &c. ce qu'il falloit demonstrier.

De la soustraction des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXIX.

Estant donné multinomie radical entier duquel on soustraiet, & multinomie radical entier à soustraire: Trouver leur reste.

*Explication du donné.* Soit donné multinomie radical  
D 3 duquel

duquel on sousttraict  $\sqrt{18} - \sqrt{20} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{8} - \sqrt{2}$ ; Et à sousttraire  $\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{2} + \sqrt{8}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On sousttraira les donnez, observant les reigles de + & - contenues au precedent theoreme: Or doncques sousttraict  $+\sqrt{2}$ , de  $+\sqrt{18}$ , reste, par le 25 probleme,  $+\sqrt{8}$  ( $+\sqrt{8}$ , parce qu'au theoreme est dict, que + avec moindre nombre, sousttraict de + avec majeur nombre, donne reste +) & ainsi des autres; dont la disposition des caracteres de l'operation est telle:

$$\begin{array}{r} \text{Multi. duq. } \sqrt{18} - \sqrt{20} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{8} - \sqrt{2} \\ \text{Mult. à soust. } \sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{2} + \sqrt{8} \\ \hline \text{Reste } \sqrt{8} - \sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{18} \end{array}$$

Dont la demonstration est manifeste, par celle du 25 probleme, & par le precedent theoreme. *Conclusion.* Estât doncques donné multinomie radical entier duquel on sousttraict & multinomie radical entier à sousttraire, nous avons trouvé leur reste, ce qu'il falloit faire.

#### Quatriesme distinction des quatre numerations des multinomies radicaux rompuz.

De la multiplication des multinomies radicaux rompuz.

##### PROBLEME XXX.

**E**stant donné multinomie radical rompu à multiplier, & multinomie rompu multiplicateur: Trouver leur produit.

*Explication du donné.* Soit donné multinomie rompu à multiplier  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{4}}$ , & multiplicateur  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{4}}{\sqrt{8} + \sqrt{2}}$ .

*Explication du requis.* Il faut trouver leur produit.

*NOTA.* Celuy qui aura bien entendu les quatre numerations des multinomies entiers, & la disposition des caracteres des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompuz, comme sont celles du 10. 11. 12. & 13. probleme; il pourra facilement entendre ces quatre numerations de multinomies rompuz; veu que c'est la mesme methode. *Construction.* On multipliera les numerateurs  $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ , &  $\sqrt{3} + \sqrt{4}$ , l'un par l'autre, font par le 26 probleme  $\sqrt{6} + \sqrt{18} + \sqrt{8} + \sqrt{24}$ , lequel abbrevié, fait  $\sqrt{54} + \sqrt{50}$  (car  $\sqrt{6}$  &  $\sqrt{24}$  font  $\sqrt{54}$ , &  $\sqrt{18}$  avec  $\sqrt{8}$  font  $\sqrt{50}$ ) Puis on multipliera les denominateurs  $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ , &  $\sqrt{2} + \sqrt{4}$ , l'un par l'autre, font par ledict 26 probleme  $\sqrt{16} + \sqrt{32} + \sqrt{4} + \sqrt{8}$ , lequel abbrevié, fait  $6 + \sqrt{72}$  (car  $\sqrt{16}$ , &  $\sqrt{4}$ , font 6, &  $\sqrt{32}$  avec  $\sqrt{8}$  font  $\sqrt{72}$ ) Et la disposition des caracteres de l'operation achevée sera telle:

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{4}}{\sqrt{8} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{54} + \sqrt{50}}{6 + \sqrt{72}}$$

Je di que  $\frac{\sqrt{54} + \sqrt{50}}{6 + \sqrt{72}}$  est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste par icelle du 22 probleme, & par le theoreme devant le 26 probleme. *Conclusion.* Estât doncques donné multinomie rompu à multiplier, & multinomie rompu multiplicateur, nous avons trouvé leur produit; ce qu'il falloit faire.

De la division des multinomies radicaux rompuz.

##### PROBLEME XXXI.

**E**stant donné multinomie radical rompu à diviser, & multinomie rompu diviseur: Trouver leur quotient.

*Explication du donné.* Soit donné multinomie à diviser  $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{4}}$  & diviseur  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{4}}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On multipliera par

croix, à sçavoir  $\sqrt{2} + \sqrt{4}$ , par  $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ , fait (estant abbrevié)  $6 + \sqrt{72}$ . Puis  $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ , par  $\sqrt{3} + \sqrt{4}$ , fait  $\sqrt{54} + \sqrt{50}$ ; Et la disposition des caracteres de l'operation achevée sera telle:

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} = \frac{6 + \sqrt{72}}{\sqrt{54} + \sqrt{50}}$$

Je di que  $\frac{6 + \sqrt{72}}{\sqrt{54} + \sqrt{50}}$  est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste par celle du 23 probleme, & par le theoreme devant le 27 probleme. *Conclusion.* Estât doncques donné multinomie radical rompu à diviser, & multinomie rompu diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des multinomies radicaux rompuz.

##### PROBLEME XXXII.

**E**stant donnéz multinomies rompuz à ajouter: Trouver leur somme.

*Explication du donné.* Soient donnéz multinomies rompuz à ajouter,  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{4}}$ , &  $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{4}}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On suyvera la methode de la construction du 10 probleme en ceste sorte: On multipliera en croix, à sçavoir  $\sqrt{2} + \sqrt{4}$ , par  $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ , fait  $6 + \sqrt{72}$ : Puis  $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ , par  $\sqrt{3} + \sqrt{4}$ , fait  $\sqrt{54} + \sqrt{50}$ : Puis on ajoutera ces deux produits, à sçavoir  $6 + \sqrt{72}$ , avec  $\sqrt{54} + \sqrt{50}$ , font par le 28 probleme  $6 + \sqrt{54} + \sqrt{242}$ : Puis on multipliera  $\sqrt{2} + \sqrt{4}$ , par  $\sqrt{3} + \sqrt{4}$ , fait  $\sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{8} + 4$ , Et la disposition des caracteres de l'operation achevée sera telle:

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} = \frac{6 + \sqrt{72}}{\sqrt{54} + \sqrt{50}}$$

$$\frac{6 + \sqrt{72}}{\sqrt{54} + \sqrt{50}} + \frac{\sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{8} + 4}{\sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{8} + 4}$$

Je di, que  $\frac{6 + \sqrt{54} + \sqrt{242}}{\sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{8} + 4}$  est la somme requise; Dont la demonstration est manifeste par celle du 22 & 24 probleme, & par les theoremes devant le 26 & 28 probleme. *Conclusion.* Estât doncques donnéz multinomies rompuz à ajouter, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soustraction des multinomies radicaux rompuz.

##### PROBLEME XXXIII.

**E**stant donné multinomie radical rompu duquel on sousttraict, & multinomie radical rompu à sousttraire: Trouver leur reste.

*Explication du donné.* Soit donné multinomie rompu duquel on sousttraict  $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{4}}$ ; Et multinomie à sousttraire  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{4}}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On suyvera la methode de la construction de 11 probleme en ceste sorte: On multipliera par croix, à sçavoir  $\sqrt{2} + \sqrt{4}$ , par  $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ , fait  $6 + \sqrt{72}$ : Puis  $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ , par  $\sqrt{3} + \sqrt{4}$ , fait  $\sqrt{54} + \sqrt{50}$ : Puis on sousttraira  $\sqrt{54} + \sqrt{50}$  de  $6 + \sqrt{72}$ , & reste (par le 29 probleme)  $6 + \sqrt{2} - \sqrt{54}$ : Puis on multipliera  $\sqrt{2} + \sqrt{4}$ , par  $\sqrt{3} + \sqrt{4}$ , fait  $\sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{8} + 4$ . Et la disposition des caracteres de l'operation achevée sera telle:

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} = \frac{6 + \sqrt{72}}{\sqrt{54} + \sqrt{50}}$$

$$\frac{6 + \sqrt{2} - \sqrt{54}}{\sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{8} + 4}$$

Je di que  $\frac{6 + \sqrt{2} - \sqrt{54}}{\sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{8} + 4}$  est la reste requise. dont la demon-

demonstration est manifeste, par celle du 22 & 25 probleme, & par les theoremes devant le 26 & 29 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie radical rompu duquel on sousttraict, & multinomie radical rompu a sousttraire; Nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

NOTA I. Semblable fera l'operation des quatre numerations des multinomies d'autres especes de racines quelconques. Et s'il y eust à multiplier, diviser, ajouter, ou sousttraire, par differentes especes de racines, on les convertira à une mesme espece, par le 19 probleme, & puis comme dessus.

NOTA II. Il avient aucunesfois, que de deux multinomies radicaux, l'on veult cognoistre le maieur; Il est vray, que la sousttraction des incommensurables par —, donne la reste, mais nous ne cognoissons pas encore le maieur, nous en ferons doncques prob. tel:

PROBLEME XXXIV.

**E**stant donnez deux multinomies radicaux: Trouver quel est le maieur.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux multinomies radicaux tels: le premier  $3 + \sqrt{8}$ , le second  $8 - \sqrt{5}$ .

*Explication du requis.* Il faut trouver quel des deux est le maieur. *Construction.*

- Sousttraict de chascune partie 3, restera du premier  $\sqrt{8}$ , du second  $5 - \sqrt{5}$ .
- Puis prins le quarré de chascun nombre, le premier sera 8, le second  $30 - \sqrt{500}$ .
- Puis sousttraict de chascun partie 8, restera du premier 0, du second  $22 - \sqrt{500}$ .
- Puis ajoutée à chascun partie  $\sqrt{500}$ , le premier sera  $\sqrt{500}$ , le second 22 qui vault  $\sqrt{484}$ .

Doncques le premier nombre donné  $3 + \sqrt{8}$  est maieur que le second nombre donné  $8 - \sqrt{5}$ .

*Demonstration.* La demonstration est manifeste par commune sentence; Si à inegaux on ajoute ou sousttraict egaux, le maieur demeure le maieur. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux multinomies radicaux, nous avos trouvé quel est le maieur, ce qu'il falloit faire.

Cinquiemesme distinction de l'invention des douze especes de binomies, & autres computations y appartenantes.

PROBLEME XXXV.

**T**rouver deux nombres quarréz, à leurs racines commensurables, & desquels la somme soit aussi à sa racine commensurable.

*Construction.* On prendra quelques deux produits inegaux; de deux termes de nombres Arithmetiques, de deux raisons egales. Comme 4. 2. & 2. 1. font deux raisons egales; & le produit des termes de l'une raison est 8, & de l'autre 2; Les mesmes soyent disposez en ceste sorte:

|   |   |    |
|---|---|----|
| Produits inegaux desdictes raisons egales | } | 8  |
| Leur reste                                | } | 2  |
| Sa moitié                                 | } | 6  |
| Sa potence quarrée                        | } | 3  |
| Le produit de 8 & 2 est                   | } | 9  |
|   | } | 16 |

Je di, que le cinquesme & sixiesme en l'ordre, à sçavoir 9 & 16, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 9 & 16 sont les deux nombres quarréz, à leurs racines commensurables, car la racine de l'un est 3, & de l'autre

est 4; Aussi leur somme 25, est quarré, à sa racine 5 commensurable; ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Nous avons doncques trouvez deux nombres, à leurs racines commensurables, & desquels la somme est aussi à sa racine commensurable; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXXVI.

**T**rouver deux nombres quarréz, à leurs racines commensurables, & desquels la somme soit à sa racine quarrée incommensurable.

*Construction.* Les produits inegaux de deux raisons egales, par la doctrine de la construction du precedent

|   |   |    |
|---|---|----|
| 35 probleme, sont                           | } | 8  |
| Leur reste                                  | } | 2  |
| Sa moitié                                   | } | 6  |
| De laquelle sousttraict 1 par reigle, reste | } | 3  |
| Son quarré                                  | } | 2  |
| Le produit de 8 & 2 est                     | } | 4  |
|   | } | 16 |

Je di, que 4 & 16, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 4 & 16, sont deux quarréz, à leurs racines commensurables; car la racine de l'un est 2, & de l'autre 4: Aussi leur somme, à sçavoir 20, est nombre quarré, à sa racine  $\sqrt{20}$  incommensurable; ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Nous avons donc trouvé deux nombres quarréz, à leurs racines commensurables, & desquels la somme est à sa racine incommensurable; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXXVII.

**T**rouver deux nombres, desquels la somme divisée par chascun d'iceux, le quotient soit quarré à sa racine incommensurable.

*Construction.*

On prendra quelque nombre à sa racine commensurable, comme 9; le mesme se divisera en quelques deux parties, comme 6 & 3, chascune à sa racine quarrée incommensurable; Je di que 6 & 3 sont les nombres requis. *Demonstration.* La somme de 6 & 3 est 9, laquelle divisée par 3, donne quotient 3, qui est à sa racine quarrée incommensurable: Semblablement le mesme 9 divisé par 6, donne quotient  $1\frac{1}{2}$ , qui est aussi à sa racine incommensurable selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Nous avons donc trouvé deux nombres, desquels la somme divisé par chascun d'iceux, le quotient est quarré, à sa racine incommensurable; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXXVIII.

**T**rouver les douze especes de binomies.

*Construction du premier binomie.*

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| Quelques deux nombres de la qualité du 35. prob.                    | } | 8                     |
| Leur reste  | } | 2                     |
| Quelque nombre Arithmetique   | } | 6                     |
| Son quarré  | } | 3                     |
| Puis ledict 8 donne ledict 6, combien ledict 9? fait $6\frac{3}{4}$ | } | 9                     |
| Sa racine quarrée est   | } | $\sqrt{6\frac{3}{4}}$ |

Je di, que le quatriemesme & dernier en l'ordre, à sçavoir  $3 + \sqrt{6\frac{3}{4}}$ , font le premier binomie requis.

*Construction du second binomie.*

|  |   |             |
|--|---|-------------|
| Quelques deux nombres de la qualité du 35 prob.          | } | 8           |
| Leur reste   | } | 2           |
| Quelque nombre Arithmetique                              | } | 6           |
| Puis ledict 6, donne ledict 8, combien ledict 9? fait 12 | } | 3           |
| Sa racine quarrée est                                    | } | $\sqrt{12}$ |

Je di, que le quatriefme & dernier en l'ordre, à ſçavoir  $3 + \sqrt{12}$ , font le ſecond binomie requis.

*Construction du troiſieſme binomie.*

Quelque deux nombres de la qualité du 35 prob.  $\left\{ \begin{array}{l} 8 \\ 2 \end{array} \right.$   
 Leur reſte  $6$   
 Auquel ajoûté par reigle  $1$   
 Leur ſomme (laquelle doit eſtre à ſa racine incommenſurable) eſt  $7$   
 Quelque nombre Arithmetique comme  $3$   
 Son quarré  $9$   
 Puis ledict 7, donne ledict 8, combien ledict 9?  $10 \frac{2}{7}$   
 fait  $\sqrt{10 \frac{2}{7}}$   
 Sa racine eſt  $\sqrt{10 \frac{2}{7}}$   
 Puis ledict 8 donne ledict 6, combien ledict  $10 \frac{2}{7}$ ? fait  $7 \frac{5}{7}$   
 Sa racine eſt  $\sqrt{7 \frac{5}{7}}$   
 Je di, que le neufieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir  $\sqrt{10 \frac{2}{7}} + \sqrt{7 \frac{5}{7}}$ , font le troiſieſme binomie requis.

*Construction du quatriefme binomie.*

Quelque deux nombres de la qualité du 37 prob.  $\left\{ \begin{array}{l} 6 \\ 3 \end{array} \right.$   
 Leur ſomme  $9$   
 Quelque nombre Arithmetique  $2$   
 Son quarré  $4$   
 Puis ledict 9, donne ledict 6, combien ledict 4?  $2 \frac{2}{3}$   
 fait  $\sqrt{2 \frac{2}{3}}$   
 Sa racine eſt  $\sqrt{2 \frac{2}{3}}$   
 Je di, que le quatriefme & dernier en l'ordre, à ſçavoir  $2 + \sqrt{2 \frac{2}{3}}$ , font le quatriefme binomie requis.

*Construction du cinqueſme binomie.*

Quelque deux nombres de la qualité du 37. prob.  $\left\{ \begin{array}{l} 6 \\ 3 \end{array} \right.$   
 Leur ſomme  $9$   
 Quelque nombre Arithmetique  $2$   
 Son quarré  $4$   
 Puis ledict 6, donne ledict 9, combien ledict 4? fait  $6$   
 Sa racine  $\sqrt{6}$   
 Je di, que le quatriefme & dernier en l'ordre, à ſçavoir  $2 + \sqrt{6}$ , font le cinqueſme binomie requis.

*Construction du ſixieſme binomie.*

On prendra quelque nombre Arithmetique, à ſa racine incommenſurable, ſoit 12, le meſme partitons en deux parties entre eux premieres, comme  $\left\{ \begin{array}{l} 7 \\ 5 \end{array} \right.$   
 Leur ſomme  $12$   
 Le quarré de quelque nombre Arithmetique  $9$   
 Quelque nombre Arithmetique  $6$   
 Son quarré  $36$   
 Puis ledict 9, donne ledict 12, combien ledict 36?  $48$   
 fait  $\sqrt{48}$   
 Sa racine eſt  $\sqrt{48}$   
 Puis ledict 12, donne ledict 7, combien ledict 48?  $28$   
 fait  $\sqrt{28}$   
 Sa racine eſt  $\sqrt{28}$   
 Je di, que le huitieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir  $\sqrt{48} + \sqrt{28}$ , font le ſixieſme binomie requis.

*Construction du ſeptieſme binomie.*

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction, du premier binomie, les diſoignant par —: Soyent  $3 - \sqrt{6 \frac{3}{4}}$ . Je di qu'il eſt le ſeptieſme binomie requis.

*Construction du huitieſme binomie.*

On trouvera deux noms, par la doctrine de la pre-

cedente construction, du ſecond binomie, les diſoignant par —: Soyent  $\sqrt{12} - 3$ . Je di qu'il eſt le huitieſme binomie requis.

*Construction du neufieſme binomie.*

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction, du troiſieſme binomie, les diſoignant par —: Soyent  $\sqrt{10 \frac{2}{7}} - \sqrt{7 \frac{5}{7}}$ . Je di qu'il eſt le neufieſme binomie requis.

*Construction du dixieſme binomie.*

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction du quatriefme binomie, les diſoignant par —: Soyent  $2 - \sqrt{2 \frac{2}{3}}$ . Je di qu'il eſt le dixieſme binomie requis.

*Construction de l'onzieſme binomie.*

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction, du cinqueſme binomie, les diſoignant par —: Soyent  $\sqrt{6} - 2$ . Je di qu'il eſt l'onzieſme binomie requis.

*Construction du douzieſme binomie.*

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction, du ſixieſme binomie, les diſoignant par —: Soyent  $\sqrt{48} - \sqrt{28}$ . Je di qu'il eſt le douzieſme binomie requis. *Demonstration.* La demonstration de la premiere construction, à ſçavoir que  $3 + \sqrt{6 \frac{3}{4}}$ , ſoit un premier binomie, eſt manifeſte, parce qu'il a les conditions de la 45 definition: & du ſecond binomie par la 46 definition: & ainſi des autres chaſcun par ſa reſpondante definition; Dont l'origine ſe peut colliger des 35. 36. 37. problemes precedants; ce qu'il falloir demonſtrer. *Conclusion.* Nous avons donc trouvé les douze eſpeces de binomies; ce qu'il falloir faire.

Sixieſme diſtinction des extractions des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XXXIX.

**E**ſtant donné multinomie radical: Trouver ſa racine requiſe.

*Exemple 1. de l'extraction de racine quarrée de binomie premier.*

*Explication du donné.* Soit donné binomie premier  $7 + \sqrt{48}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

*Construction.*

|  |                 |
|--|-----------------|
| Le quarré du maieur nom donné eſt                | 49              |
| Duquel ſouſtraict le quarré du moindre nom donné | 48              |
| Reſte  | 1               |
| Son quart par reigle eſt                         | $\frac{1}{4}$   |
| Sa racine quarrée                                | $\frac{1}{2}$   |
| A laquelle ajoûté la moitié du maieur nom donné  | $3 \frac{1}{2}$ |
| Fait   | 4               |
| Sa racine quarrée                                | 2               |
| La moitié du maieur nom donné                    | $3 \frac{1}{2}$ |
| Du meſme ſouſtraict le cinqueſme en l'ordre      | $\frac{1}{2}$   |
| Reſte  | 3               |
| Sa racine eſt                                    | $\sqrt{3}$      |

Je di, que le huitieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir  $\sqrt{3} + 2$ , eſt la racine requiſe.

NOTA I. La ligne reſpondante à ceſte racine de premier binomie, s'appelle par Euclide proposition 36 livre 10. ſelon le commentateur Zambertus, *linea ex binis nominibus.*

NOTA II. Il eſt vray que l'ordre des extractions des racines quarrées, des onze eſpeces de binomies ſuivantes

vantes, est en chascune semblable à l'ordre precedent, toutesfois en plus grande evidence nous mettrons leurs constructions au long, comme la precedente, à fin de demonstrier plus claiement, quelle espece de racine tient chascun binomie, & à quelle ligne elle se refere au dixiesme livre d'Euclide.

Exemple II. de l'extraction de racine quarree, de binomie second.

Explication du donné. Soit donné binomie second  $\sqrt{18} + 4$ . Explication du requis. Il faut trouver la racine quarree.

Construction.

Le quarré du majeur nom donné est 18  
 Duquel soubstraiçt le quarré du moindre nom donné 16  
 Reste 2  
 Son quart par reigle  $\frac{1}{2}$   
 Sa racine quarree est  $\sqrt{\frac{1}{2}}$   
 A laquelle ajoutté la moitié du majeur nom donné  $\sqrt{4\frac{1}{2}}$   
 Faict  $\sqrt{8}$   
 Sa racine  $\sqrt{8}$   
 La moitié du majeur nom donné  $\sqrt{4\frac{1}{2}}$   
 Du mesme soubstraiçt le cinquesime en l'ordre  $\sqrt{\frac{1}{2}}$   
 Reste  $\sqrt{2}$   
 Sa racine est  $\sqrt{2}$   
 Je di, que le huitiesime & dernier en l'ordre, à sçavoir  $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ , est la racine requise.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de second binomie, s'appelle par Euclide proposition 37 livre 10. *linea ex binis mediis prima*, & est telle, que le rectangle contenu sous ses noms (qu'Euclide appelle *rationale*) s'explique par nombre Arithmetique, car le produit de  $\sqrt{8}$  par  $\sqrt{2}$  est 2.

Exemple III. de l'extraction de racine quarree de binomie troisieme.

Explication du donné. Soit donné binomie troisieme  $\sqrt{20} + \sqrt{15}$ . Explication du requis. Il faut trouver la racine quarree.

Construction.

Le quarré du majeur nom donné est 20  
 Duquel soubstraiçt le quarré du moindre nom donné 15  
 Reste 5  
 Son quart par reigle  $\frac{1}{4}$   
 Sa racine quarree est  $\sqrt{\frac{1}{4}}$   
 A laquelle ajoutté la moitié du majeur nom donné  $\sqrt{11\frac{1}{4}}$   
 Faict  $\sqrt{11\frac{1}{4}}$   
 Sa racine quarree est  $\sqrt{11\frac{1}{4}}$   
 La moitié du majeur nom donné  $\sqrt{5}$   
 Du mesme soubstraiçt le cinquesime en l'ordre  $\sqrt{\frac{1}{4}}$   
 Reste  $\sqrt{\frac{5}{4}}$   
 Sa racine est  $\sqrt{\frac{5}{4}}$   
 Je di, que le huitiesime & dernier en l'ordre, à sçavoir  $\sqrt{11\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{5}{4}}$ , est la racine requise.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine troisieme binomie, s'appelle par Euclide proposit. 38. livre 10. *linea ex binis mediis secunda*, & est telle, que le rectangle contenu sous ces noms (lequel rectangle Euclide appelle *medium*) s'explique par racine à son quarré incommensurable, car le produit de  $\sqrt{11\frac{1}{4}}$  par  $\sqrt{\frac{5}{4}}$  est  $\sqrt{\frac{5}{4}}$ .

Exemple IV. de l'extraction de racine quarree de binomie quatrieme.

Explication du donné. Soit donné binomie quatrieme

$5 + \sqrt{12}$ . Explication du requis. Il faut trouver la racine quarree.

Construction.

Le quarré du majeur nom donné 25  
 Duquel soubstraiçt le quarré du moindre nom donné 12  
 Reste 13  
 Son quart par reigle  $\frac{1}{4}$   
 Sa racine quarree  $\sqrt{\frac{1}{4}}$   
 A laquelle ajoutté la moitié du majeur nom donné  $2\frac{1}{2}$   
 Faict  $2\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}}$   
 Sa racine est  $\sqrt{2\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}}}$   
 La moitié du majeur nom donné  $2\frac{1}{2}$   
 Du mesme soubstraiçt le cinquesime en l'ordre  $\sqrt{\frac{1}{4}}$   
 Reste  $2\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}}$   
 Sa racine est  $\sqrt{2\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}}}$   
 Je di, que le huitiesime & dernier en l'ordre, à sçavoir  $\sqrt{2\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}}} + \sqrt{2\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}}}$ , est la racine requise.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de quatrieme binomie, s'appelle par Euclide proposit. 39. livre 10. *linea major*, & a deux proprietes; la premiere, que le rectangle contenu sous les deux parties, de laquelle la ligne est composée, fera *medium*; c'est à dire, que ce sera une superficie, de laquelle la quantité s'expliquera, par quelque racine à son quarré incommensurable, qui est en cest exemple  $\sqrt{3}$ , lequel se prouve en multipliant  $\sqrt{2\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}}}$  (qui se refere à l'une partie de ladicte ligne) par  $\sqrt{2\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}}}$  (qui se refere à l'autre partie de ladicte ligne) desquels le produit, par le 40 probleme, est  $\sqrt{3}$ , comme dessus. La seconde propriété de ceste *linea major*, est, que le rectangle composé des deux quarez, descripts desdictes ses deux parties, faict une superficie, qu'Euclide appelle *rationale*; c'est à dire, que le nombre l'explicant sera nombre Arithmetique, car il est en cest exemple 5, lequel se prouve ainsi: Le quarré de l'une partie  $\sqrt{2\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}}}$ , est  $2\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}}$ , & le quarré de l'autre partie  $\sqrt{2\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}}}$ , est  $2\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}}$ , lesquels deux quarez ensemble, par le suivant 42 probleme, font 5, comme dessus.

Exemple V de l'extraction de racine quarree de binomie cinquesime.

Explication du donné. Soit donné binomie cinquesime  $\sqrt{6} + 2$ . Explication du requis. Il faut trouver la racine quarree.

Construction.

Le quarré du majeur nom donné 6  
 Duquel soub. le quarré du moindre nom donné 4  
 Reste 2  
 Son quart par reigle est  $\frac{1}{4}$   
 Sa racine quarree est  $\sqrt{\frac{1}{4}}$   
 A laquelle ajoutté la moitié du majeur nom donné  $\sqrt{1\frac{1}{4}}$   
 Faict  $\sqrt{1\frac{1}{4}}$   
 Sa racine est  $\sqrt{1\frac{1}{4}}$   
 La moitié du majeur nom donné  $\sqrt{1\frac{1}{4}}$   
 Du mesme soubstraiçt le cinquesime en l'ordre  $\sqrt{\frac{1}{4}}$   
 Reste  $\sqrt{1\frac{1}{4}}$   
 Sa racine  $\sqrt{1\frac{1}{4}}$   
 Je di, que le huitiesime & dernier en l'ordre, à sçavoir  $\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$ , est la racine requise.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de cinquesime binomie, s'appelle, par Euclide proposition 40 livre 10, *linea rationale mediumque potens*, & a deux proprietes conformes au nom d'icelle: desquelles la premiere

miere est, que le rectangle contenu sous les deux parties, de laquelle elle est composée, sera *rationalis*; c'est à dire, que le nombre l'explicant, sera nombre Arithmétique; car il est en cest exemple 1, lequel se prouve, en multipliant  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}}$  (qui se refere à l'une partie de ladicte ligne) par  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}}$  (qui se refere à l'autre partie de ladicte ligne) desquels le produit, par le 40 probleme suivant, est 1, comme dessus: La seconde propriété est, que le rectangle composé des deux quarez, descripts desdictes deux parties desquelles elle est composée, est une superficie, laquelle Euclide appelle *medium*, c'est à dire, qu'elle s'expliquera par quelque nombre qui sera racine à son quarré incommensurable, car il est en ceste exemple  $\sqrt{6}$ , lequel se prouve ainsi: Le quarré de l'une partie  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}}$ , est  $\sqrt{1\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ , & le quarré de l'autre partie  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}}$ , est  $\sqrt{1\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$ , lesquels deux quarez ensemble (par le 42 probleme) font  $\sqrt{6}$ , comme dessus.

Exemple vi de l'extraction de racine quarrée de binomie sixiesme.

Explication du donné. Soit donné binomie sixiesme  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ . Explication du requis. Il faut trouver la racine quarrée.

Construction.

|   |  |
|---|--|
| Le quarré du majeur nom donné                   | 5  |
| Duquel soust. le quarré du moindre nom donné    | 3  |
| Reste   | 2  |
| Son quart par reigle est                        | $\frac{1}{2}$  |
| Sa racine quarrée est.                          | $\sqrt{\frac{1}{2}}$   |
| A laquelle ajouté la moitié du majeur nom donné |  |
| Fait  | $\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$                      |
| Sa racine quarrée est                           | $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{1\frac{1}{2}}}$ |
| La moitié du majeur nom donné                   | $\sqrt{1\frac{1}{4}}$  |
| Du mesme soustraict le cinqiesme en l'ordre     | $\sqrt{1\frac{1}{2}}$  |
| Reste   | $\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{1\frac{1}{2}}$                      |
| Sa racine est                                   | $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{1\frac{1}{2}}}$ |

Je di, que le huitiesme & dernier en l'ordre, à sçavoir  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{1\frac{1}{2}} + \sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{1\frac{1}{2}}}$ , est la racine requise.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de sixiesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 41 livre 10. *Linea bina media potens*, & a deux proprietéz, conformes au nom d'icelle, desquels est la premiere, que le rectangle contenu sous les deux parties, de laquelle elle est composée, sera *medium*, c'est à dire, que le nombre l'explicant, sera racine à son quarré incommensurable, car il est en cest exemple  $\sqrt{\frac{3}{4}}$ , lequel se prouve en multipliant  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{1\frac{1}{2}}}$  (qui se refere à l'une partie de ladicte ligne) par  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{1\frac{1}{2}}}$  (qui se refere à l'autre partie de ladicte ligne) desquels le produit, par le 40 probleme suivant, est  $\sqrt{\frac{3}{4}}$  comme dessus: La seconde propriété est, que le rectangle composé des deux quarez, descripts desdictes deux parties, de laquelle elle est composée, est aussi *medium*, car il est en cest exemple  $\sqrt{5}$ , lequel se prouve ainsi: Le quarré de l'une partie, qui est  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{1\frac{1}{2}}}$ , est  $\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{1\frac{1}{2}}$ , & le quarré de l'autre partie, qui est  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{1\frac{1}{2}}}$ , est  $\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{1\frac{1}{2}}$ , lesquels deux quarez ensemble (par le 42 probleme suivant) font  $\sqrt{5}$ , comme dessus.

Exemple vii. de l'extraction de racine quarrée de binomie septiesme.

Explication du donné. Soit donné binomie septiesme  $3 - \sqrt{5}$ . Explication du requis. Il faut trouver la racine

quarrée. Construction. La construction sera semblable à celle du premier exemple, excepté que ceste racine sera binomie disjoinct tel  $\sqrt{2\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$ , lequel je di estre la racine requise.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de septiesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 73 livre 10 *Apotome*.

Exemple viii. de l'extraction de racine quarrée de binomie huitiesme.

Explication du donné. Soit donné binomie huitiesme  $\sqrt{18} - 4$ . Explication du requis. Il faut trouver la racine quarrée. Construction. La construction sera semblable à celle du second exemple, excepté que ceste racine sera binomie disjoinct tel  $\sqrt{8} - \sqrt{2}$ .

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de huitiesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 74. livre 10 *media Apotome prima*, & ses noms reçoivent aussi la propriété de la note du second exemple.

Exemple ix. de l'extraction de racine quarrée de binomie neufiesme.

Explication du donné. Soit donné binomie neufiesme  $\sqrt{20} - \sqrt{15}$ . Explication du requis. Il faut trouver la racine quarrée. Construction. La construction sera semblable à celle du troisieme exemple, excepté que ceste racine sera binomie disjoinct tel  $\sqrt{11\frac{1}{4}} - \sqrt{1\frac{1}{4}}$ .

NOTA.

La ligne respondante à ceste racine de neufiesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 75. livre 10. *media Apotome secunda*, & ses noms reçoivent aussi la propriété de la note du troisieme exemple.

Exemple x. de l'extraction de racine quarrée de binomie dixiesme.

Explication du donné. Soit donné binomie dixiesme  $5 - \sqrt{12}$ . Explication du requis. Il faut trouver la racine quarrée. Construction. La construction sera semblable à celle du quatrieme exemple, excepté que ceste racine sera de deux racines de binomies entre eux disjoinctes telle,  $\sqrt{\text{bino. } 2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}}} - \sqrt{\text{bino. } 2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}}$ .

NOTA.

La ligne respondante à ceste racine de dixiesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 76 livre 10. *linea minor*, & ses noms reçoivent aussi les proprietéz de la note du quatrieme exemple.

Exemple xi. de l'extraction de racine quarrée de binomie onzieme.

Explication du donné. Soit donné binomie onzieme  $\sqrt{6} - 2$ . Explication du requis. Il faut trouver la racine quarrée. Construction. La construction sera semblable à celle du cinqiesme exemple, excepté que ceste racine sera de deux racines de binomies entre eux disjoinctes telle,  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}} - \sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}}$ .

NOTA.

La ligne respondante à ceste racine de onzieme binomie, s'appelle par Euclide proposition 77 livre 10. *linea cum rationali medium totum efficiens*, & ses noms reçoivent aussi les proprietéz de la note du cinqiesme exemple.

Exemple xii. de l'extraction de racine quarrée de binomie douzieme.

Explication du donné. Soit donné binomie douzieme  $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ . Explication du requis. Il faut trouver la racine quarrée. Construction. La construction sera semblable

blable à celle du sixiesme exemple, excepté que ceste racine sera de deux racines de binomies entre eux disjointes telle,  $\sqrt{bino. \sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{2}}} - \sqrt{bino. \sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}}$ .

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de douziemes binomie, s'appelle par Euclide proposition 78. livre 10. *Linea cum medio medium totum efficiens*, & ses noms reçoivent aussi les proprietés de la note du sixiesme exemple.

DE L'ORIGINE DES PRECEDENTES DOUZE CONSTRUCTION.

Pour declarer l'origine de l'invention des precedentes operations, il faut sçavoir, qu'estant donné un binomie, son carré a toujours le maieur nom, composé de la somme des quarrés des noms du binomie donné, & son moindre nom, est tel que son carré, à telle difference au carré du maieur nom, comme il y a entre les quarrés des noms du carré du binomie donné. Soit par exemple binomie donné  $2 + \sqrt{3}$ , son carré est  $7 + \sqrt{48}$ : Il appert donc, que le maieur nom 7 est composé, ou egal, aux deux quarrés de 2 &  $\sqrt{3}$ , dont l'occasion est notoire, par les caracteres procedans de la multiplication de  $2 + \sqrt{3}$  en soy. Item la difference des quarrés de 2 &  $\sqrt{3}$ , qui est 1, est egale à la difference des quarrés de 7 &  $\sqrt{48}$ : Lequel estant reigle generale, & voulant trouver la racine de  $7 + \sqrt{48}$  l'on se propose question telle: *Trouvons deux nombres tels, que leurs quarrés fassent 7 (7 pour le maieur nom donné) & que l'un quarré soustraiçt de l'autre, il y en reste 1, à sçavoir un, pour la difference des quarrés de 7 &  $\sqrt{48}$ : Et de l'algebrique operation de ceste question, est colligé ladicte construction du precedant probleme; laquelle origine nous avons proposé de declarer. Mais comment ladicte question se solve, ce n'est pas icy le lieu pour le declarer, parce que les antecedans necessaires à telle operation, ne sont encore descrites, aussi ne sont telles causes point necessaires sceues aux apprentifs, qui seront venuz jusques icy, mais on trouvera telle operation au 81 probleme, là ou elle est la 3 question: Et de mesme sorte nous descrirons les naissances de diverses constructions suivantes, là ou il viendra à point.*

Autre maniere de construction.

Il y a des autres manieres de construction que la precedante, desquelles nous descrirons celle, qui nous a conduit à l'invention de l'extraction de racine des autres multinomies, come quadrinomies, fixnomies, septinomies, &c. en ceste sorte: Soit (comme au precedant premier exemple) à trouver la racine quarrée de  $7 + \sqrt{48}$ .

Construction.

|   |                 |
|---|-----------------|
| Moitie du maieur nom donné  | $\frac{7}{2}$   |
| Son quarré  | $12\frac{3}{4}$ |
| Du mesme soustraiçt le quarré de la moitie du moindre nom donné, qui est 12, reste                  | $\frac{3}{4}$   |
| Sa racine   | $\frac{3}{2}$   |
| Qui ajoutée au premier en l'ordre, fait 4, sa racine  | 2               |
| Et ladicte $\frac{3}{2}$ soustraiçt du premier en l'ordre, reste 3, sa racine                       | $\sqrt{3}$      |
| Et sont lesdictes $2 + \sqrt{3}$ la racine requise, comme au premier exemple.                       |                 |
| Soit autrefois (comme au precedant second exemple) à trouver la racine quarrée de $\sqrt{18} + 4$ . |                 |

Construction.

|                            |                |
|----------------------------|----------------|
| Moitie du maieur nom donné | $\sqrt{18}$    |
| Son quarré                 | $4\frac{3}{4}$ |

|  |                      |
|--|----------------------|
| Du mesme soustraiçt le quarré de la moitie du moindre nom donné, qui est 4, reste  | $\frac{1}{2}$        |
| Sa racine  | $\sqrt{\frac{1}{2}}$ |
| Laquelle ajoutée au premier en l'ordre, fait $\sqrt{8}$ , sa racine est  | $\sqrt{8}$           |
| Et ladicte $\sqrt{\frac{1}{2}}$ soustraiçt du premier en l'ordre, reste $\sqrt{2}$ , sa racine   | $\sqrt{2}$           |
| Et sont lesdictes $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ la racine requise, comme au precedant second exemple. Et le semblable se pourroit faire de tous les autres binomies. |                      |

DE L'ORIGINE DE CESTE SECONDE MANIERE DE CONSTRUCTION.

Il y a autre propriété entre le binomie & sa racine, de laquelle le theoreme est tel: *Le moindre nom de binomie, est le double du produit des deux parties, desquelles se compose sa racine: Et le maieur nom, est egal aux deux quarrés desdictes deux parties.* Par exemple, du binomie cy dessus  $7 + \sqrt{48}$ , le moindre nom  $\sqrt{48}$ , est le double du produit des deux parties de sa racine; c'est à dire, le double du produit de 2 par  $\sqrt{3}$ . Item le maieur nom 7, est egal aux deux quarrés des deux parties de la racine, car les quarrés de 2 &  $\sqrt{3}$  font 7. D'ont l'occasion est manifeste, en les caracteres procedans de la multiplication de  $2 + \sqrt{3}$  en soy: Or à cause de tel theoreme, l'on se peut proposer question telle: *Trouvons deux nombres tels, que le double de leur produit soit  $\sqrt{48}$ , & la somme de leurs quarrés 7.* Et ceste question est la 4 du 81 probleme: Par l'operation de laquelle est colligée ceste seconde maniere de construction; Laquelle origine nous avons proposé de declarer.

NOTA. Nous avons déclaré aux precedans exemples, l'extraction de racine quarrée de binomies, s'en suit maintenant à demonstrier nostre invention, de l'extraction de racine quarrée de multinomies, de plus de noms que de deux, qui sera seulement des multinomies, qui sont potences quarrées de quelques multinomies. Quant aux racines des autres multinomies, on dira pour solution, que c'est la racine du donné: laquelle solution est plus claire & commode, qu'aucune autre, qu'on pourroit trouver en son lieu, comme aussi en les binomies. Par exemple, estant question de trouver la racine de binomie quatriesme (du premier, second, & troisiemes binomie il y a d'autre raison) comme de  $5 + \sqrt{12}$ , il est notoire, que  $\sqrt{bino. 5 + \sqrt{12}}$  est plus commode, pour en faire quelque Arithmetique operation (comme pour les multiplier, ou diviser, par quelques autres nombres) que de dire selon le precedant quatriesme exemple, que c'est  $\sqrt{bino. 2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}} + \sqrt{bino. 2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}}$ : Tellement que ceste extraction, sert pour demonstrier les proprietés des lignes du dixiesme livre d'Euclide, qu'autre commodité qui en forte; Lequel estant ainsi, & n'estant les proprietés des trinomies & quadrinomies, encore par quelqu'un descrites, & distingues, comme des binomies, telle extraction seroit de peu de consequence. Nous demonstrerons doncques les extractions d'iceux multinomies, qui sont potence quarrée de quelque autre multinomie, & qui seroyent (si leurs differences fussent distingues, comme des binomies) multinomies premiers, & seconds. Or le premier multinomie, ayant racine servant à nostre propos, qui se peut rencontrer apres le binomie, c'est le quadrinomie; Car le trinomie ne l'a point, parce qu'il ne peut estre potence quarrée de trinomie, ou binomie: Nous commencerons doncques au quadrinomie, duquel la racine peut estre trinomie, ou quadrinomie,

Exemple

Exemple XIII. de l'extraction de racine quarrée de quadri-  
nomie, de laquelle la racine est trinomie.

Explication du donné. Soit donné quadrinomie tel: 10  
√60 + √40 - √24. Explication du requis. Il faut  
trouver sa racine quarrée.

NOTA. Si les termes donnez ne fussent pas disposez,  
ainsi que le majeur fust toujours devant, on les dispose-  
ra ainsi; car autrement on ne se pourroit servir de nostre  
generale reigle.

Construction.

Moitie du second nom donné —√15  
 Moitie du troisieme nom donné √10  
 Le double de leur produit (à sçavoir de —√15 par √10)  
 est —√600  
 Qui divisé par le dernier nom donné —√24,  
 donne quotient 5, sa racine pour le premier nom  
 de la racine requise √5  
 Par le mesme se divisera —√15 premier en l'or-  
 dre, donne quotient pour le second nom de la  
 racine requise —√3  
 Et par ladicte √5, divisé √10 second en l'ordre,  
 donne quotient pour le troisieme nom de la ra-  
 cine requise √2  
 Puis on verra si les trois quarez de ces trois noms trou-  
 vez, comme √5, & —√3, & √2, font ensemble le pre-  
 mier nom donné, à sçavoir 10, & se trouve que ouy; on  
 conclura doncques, que √5 —√3 + √2, est la racine  
 requise: Mais si ces trois quarez, ne fussent pas egaux  
 audict premier nom, alors ledict trinomie ne seroit pas  
 la racine desirée: Parquoy l'on pourroit encore veoir,  
 par la I note à la fin de ce problemé, si on la pourroit ex-  
 traire; Mais s'il ne se pouvoit faire ainsi, nous conclu-  
 rons absolument, que le quadrinomie donné, n'a  
 point de racine selon nostre intention.

DE L'ORIGINE, DE CESTE CON-  
STRUCTION, & DE CELLE DV XIII  
EXEMPLE SVIVANT.

Pour declarer l'origine de ceste construction, il faut  
sçavoir que nous avons multiplié en soy √5 —√3 +  
√2, laquelle multiplication nous descrirons, pour plus  
grande evidéce, en ceste sorte: Or nous avons veu, que le

|                      |                 |
|----------------------|-----------------|
| √5 — √3 + √2         | second nom du   |
| √5 — √3 + √2         | produit — √     |
| + √10 — √6 + 2       | 60, est le dou- |
| — √15 + 3 — √6       | ble du produit  |
| 5 — √15 + √10        | du premier nō   |
| 10 — √60 + √40 — √24 | donné √5 par    |
|                      | le second nom   |

—√3; Item que  
√40, est le double du produit de √5 par √2; Item  
que —√24, est le double du produit de —√3 par √2;  
parquoy je propose question algebraique telle: Trou-  
vons trois nombres tels, que le double du produit du premier & se-  
cond, soit —√60. Et le double du produit du premier par le  
troisieme, soit √40; Et le double du produit du second par le pre-  
mier soit —√24. Qui est la cinquieme question, du  
81 probleme, par la construction de laquelle il est notoi-  
re estre colligée la reigle de ceste construction. Laquel-  
le origine nous avons proposé à declarer.

Exemple XIII de l'extraction de racine quarrée de quadri-  
nomie, de laquelle la racine est trinomie, duquel les  
noms sont racines de racines.

Explication du donné. Soit donné quadrinomie tel

√72 — √48 + √24 — 4. Explication du requis. Il faut  
trouver sa racine quarrée.

Construction semblable à la precedante.

Moitie du second nom donné —√12  
 Moitie du troisieme nom donné √6  
 Le double de leur produit (à sçavoir de —√12  
 & √6) est —√288  
 Qui divisé par le dernier nom donné —4, don-  
 ne quotient √18, sa racine pour le premier  
 nom de la racine requise √18  
 Par le mesme se divisera —√12 premier en l'or-  
 dre, donne quotient, pour le second nom de  
 la racine requise, —√8  
 Et par ladicte √18, divisé le second en l'ordre  
 √6, donne quotient pour le troisieme nom  
 de la racine requise √2  
 Puis on verra si les trois quarez de ces trois noms  
 trouvés, comme √18, & —√8, & √2, font ensem-  
 ble le premier nom donné, à sçavoir √72, & se trouve  
 qu'ouy: Je conclus doncques, que √18 —√8 + √2,  
 est la racine requise.

Exemple xv de l'extraction de racine quarrée de septinomie,  
de laquelle le produit des deux noms moiens de la racine,  
est moindre que le produit des extremes.

NOTA. Quand le septinomie tient racine selon no-  
stre intention, le produit des moiens noms de la racine  
pourra aucunes fois estre moindre, que le produit des  
extremes; autrefois majeur, qui ont quelque petite dif-  
ference en l'operation: pourtant nous en descrirons de  
chascune maniere un exemple; à fin que si la racine ne  
se trouve par la maniere du premier, on la puisse cher-  
cher par celle du second.

Explication du donné. Soit donné septinomie tel: 13 +  
√84 + √56 — √28 + √24 — √12 — √28. Expli-  
cation du requis. Il faut trouver sa racine quarrée.

Construction.

Moitie du second nom donné √21  
 Moitie du troisieme nom donné √14  
 Moitie du quatriesme nom donné —√7  
 Le produit du premier & second en l'ordre,  
 √294, son double √1176  
 Le mesme divisé par le cinquieme nom don-  
 né √24, donne quotient 7, sa racine pour  
 le premier nom de la racine requise √7  
 Par la mesme √7, divisé √21, premier en l'ordre,  
 donne quotient pour le second nom de la racine  
 requise √3  
 Et par ladicte √7, divisé √14, second en l'ordre,  
 donne quotient, pour le troisieme nom de la ra-  
 cine requise √2  
 Et par ladicte √7, divisé —√7, troisieme en l'or-  
 dre, donne quotient pour le quatriesme nom de  
 la racine requise —1  
 Puis on verra, si les quatre quarez de ces quatre noms  
 trouvez, comme de √7, & √3, & √2, & —1, font ensem-  
 ble le premier nom donné; à sçavoir 13; & se trouve  
 qu'ouy: Je conclus doncques que √7 + √3 + √2  
 — 1, est la racine requise.

Exemple XVI de l'extraction de racine quarrée de septinomie,  
de laquelle le produit des deux noms moiens de la racine  
est majeur que le produit des extremes.

Explication du donné. Soit donné septinomie tel: 17 +  
√140 + √84 + √60 — √56 — √40 — √24. Ex-  
plication du requis. Il faut trouver sa racine quarrée.



Construction.

Moitié du second nom donné  $\sqrt{35}$   
 Moitié du troisieme nom donné  $\sqrt{21}$   
 Moitié du cinquieme nom donné  $\sqrt{14}$   
 Le produit du premier & second en l'ordre, est  $\sqrt{735}$ , son double  $\sqrt{2940}$   
 Le mesme divisé par le quatrieme nom donné  $\sqrt{60}$ , donne quotient 7, sa racine pour le premier nom de la racine requise  $\sqrt{7}$   
 Par le mesme  $\sqrt{7}$  divisé  $\sqrt{35}$  premier en l'ordre, donne quotient pour le second nom de la racine requise  $\sqrt{5}$   
 Et par ladicte  $\sqrt{7}$ , divisé  $\sqrt{21}$  second en l'ordre, donne quotient pour le troisieme nom de la racine requise  $\sqrt{3}$   
 Et par ladicte  $\sqrt{7}$ , divisé  $\sqrt{14}$  troisieme en l'ordre, donne quotient pour le quatrieme nom de la racine requise  $\sqrt{2}$   
 Puis on verra, si les quatre quarez de ces quatre noms trouvez, comme de  $\sqrt{7}$ , &  $\sqrt{5}$ , &  $\sqrt{3}$ , &  $\sqrt{2}$ , sont ensemble le premier nom donné, à sçavoir 17, & se trouve qu'ouy: le conclus doncques, que  $\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}$ , est la racine requise.

DE L'ORIGINE DE CESTE CONSTRUCTION.

Mettons la multiplication en soy de  $\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}$ , en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} \sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ \sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ \hline -\sqrt{14} - \sqrt{10} - \sqrt{6} + \sqrt{2} \\ +\sqrt{21} + \sqrt{15} + \sqrt{3} - \sqrt{6} \\ +\sqrt{35} + \sqrt{5} + \sqrt{15} + \sqrt{10} \\ \hline 7 + \sqrt{35} + \sqrt{21} - \sqrt{14} \\ \hline 17 + \sqrt{140} + \sqrt{84} + \sqrt{60} - \sqrt{56} - \sqrt{40} - \sqrt{24} \end{array}$$

Il appert, que le second nom du produit, est le double du produit du premier & second nom de la racine; c'est à dire, que  $\sqrt{140}$ , est le double du produit de  $\sqrt{7}$  &  $\sqrt{5}$ ; Item que  $\sqrt{84}$ , est le double du produit de  $\sqrt{7}$  &  $\sqrt{3}$ ; Item que  $\sqrt{60}$ , est le double du produit de  $\sqrt{5}$  &  $\sqrt{3}$ ; Item que  $\sqrt{56}$ , est le double du produit de  $\sqrt{7}$  &  $\sqrt{2}$ ; Item que  $\sqrt{40}$ , est le double du produit de  $\sqrt{5}$  &  $\sqrt{2}$ ; Item que  $\sqrt{24}$  est le double du produit de  $\sqrt{3}$  &  $\sqrt{2}$ ; parquoy je propose question telle: *Trouvons quatre nombres tels, que le double du produit du premier & second, soit  $\sqrt{140}$ ; Et du premier & troisieme  $\sqrt{84}$ ; & du second & troisieme  $\sqrt{60}$ ; Et du premier & quatrieme  $\sqrt{56}$ ; Et du second & quatrieme  $\sqrt{40}$ ; Et du troisieme & quatrieme  $\sqrt{24}$ .* Laquelle question est la fixieme du 81 probleme, & de la construction d'icelle est colligée la regle de ceste precedente construction. Laquelle origine nous avions proposé à declarer.

NOTA I. Il se peut rencontrer quelque quadrinomie, qui aura racine aussi quadrinomie, mais sa legitime extraction n'avons nous point trouvé pour l'heure; Nous mettrons la chose si claire comme pourrons, pour accommoder à ceux, auxquels il plaira s'en occuper. Or il est notoire, que quand on multiplie en soy un quadrinomie radical, duquel les noms sont en discontinue proportion (ils ne peuvent estre en continue proportion, parce que le premier & troisieme, item le second & quatrieme, seroyent commensurables, & par consequent, ne seroit en effect que binomie) que leur produit ou quarré, sera aussi quadrinomie, duquel les quatre noms seront aussi en discontinue proportion; D'ou se conclu-

ra, que quadrinomie n'ayant point ses noms en discontinue proportion; n'avoir point sa racine quadrinomie. Prennons pour exemple le quarré de quadrinomie, duquel les noms sont en discontinue proportion tel,  $\sqrt{6} + \sqrt{4} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$ , la multiplication du mesme en soy est telle:

$$\begin{array}{r} \sqrt{6} + \sqrt{4} + \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ \sqrt{6} + \sqrt{4} + \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ \hline +\sqrt{12} + \sqrt{8} + \sqrt{6} + \sqrt{2} \\ +\sqrt{18} + \sqrt{12} + \sqrt{3} + \sqrt{6} \\ +\sqrt{24} + \sqrt{4} + \sqrt{12} + \sqrt{8} \\ \hline 6 + \sqrt{24} + \sqrt{18} + \sqrt{12} \\ \hline 15 + \sqrt{96} + \sqrt{72} + \sqrt{192} + \sqrt{32} + \sqrt{24} \end{array}$$

Or ledict produit (ajoustant  $\sqrt{96}$ , &  $\sqrt{24}$ ; Aussi  $\sqrt{72}$ , &  $\sqrt{24}$ ) vaut  $15 + \sqrt{216} + \sqrt{200} + \sqrt{192}$ . Nous sçavons doncques, que  $\sqrt{6} + \sqrt{4} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$ , est racine quarrée de  $15 + \sqrt{216} + \sqrt{200} + \sqrt{192}$ . Nous voyons aussi, que le second nom  $\sqrt{216}$ , est la somme du double du produit de  $\sqrt{6}$  &  $\sqrt{4}$ , & du double du produit de  $\sqrt{3}$  &  $\sqrt{2}$ ; Ité, que  $\sqrt{200}$ , est la somme du double du produit de  $\sqrt{6}$  &  $\sqrt{3}$ , & du double du produit de  $\sqrt{4}$  &  $\sqrt{2}$ ; Ité, que  $\sqrt{192}$ , est le quadruple du produit de  $\sqrt{6}$  &  $\sqrt{2}$ , ou bien de  $\sqrt{4}$  &  $\sqrt{3}$ ; parquoy je propose question telle; *Trouvons quatre nombres tels; que le double du produit du premier & second ajouté au double du produit du troisieme & quatrieme face  $\sqrt{216}$ . Item que le double du produit du premier & troisieme, ajouté au double du produit du second & quatrieme, face  $\sqrt{200}$ ; Item que le quadruple du produit du premier & quatrieme face  $\sqrt{192}$ .* Or posons, que nous avons trouvé par algebratique operation, que les quatre nombres sont  $\sqrt{6}$  &  $\sqrt{4}$  &  $\sqrt{3}$  &  $\sqrt{2}$ , & parce que la somme de leurs quarez 15, est egale au majeur nom donné, on concluroit, les nombres trouvez estre la racine requise: & de telle operation, se pourroit faire regle, comme nous avons fait des precedentes.

Il y a encore d'autres proprietiez aux nombres donnez (par lesquels on pourroit faire autre operation algebratique que dessus) telles:

Le second nom, comme  $\sqrt{216}$ , est toujours racine du quadruple du produit de la somme des deux quarez, de  $\sqrt{6}$ , &  $\sqrt{3}$ , par la somme des deux quarez, de  $\sqrt{4}$ , &  $\sqrt{2}$ , qui est en cest exemple racine du quadruple du produit de 9 par 6; Item le troisieme nom, comme  $\sqrt{200}$ , est toujours racine quarrée, du quadruple du produit de la somme des deux quarez, des deux premiers noms,  $\sqrt{6}$ , &  $\sqrt{4}$ , par la somme des deux quarez des deux derniers noms,  $\sqrt{3}$ , &  $\sqrt{2}$ , qui est en cest exemple racine du quadruple du produit de 10 par 5.

Quant à l'extraction des racines quarrées d'autres multinomies, i'estime que celuy qui entendra les origines precedentes, facilement verra l'infini progres des autres.

NOTA II. L'extraction de la racine cubique de binomie, selon l'intention susdicte, n'est encore legitimement inventée, que je sache. Quant à ce que quelqu'un pour expliquer la racine cubique de  $\sqrt[3]{243} + \sqrt[3]{242}$ , qui est  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ , nommera plusieurs racines de multinomies, il semble inutile: & se pourroit plus convenablement dire  $\sqrt[3]{\text{bino. } 243 + \sqrt{242}}$ ; Le mesme s'entendra de racine de quinte & sexte quantité, & d'autres semblables. Quant à la racine de quarte quantité, la mesme se peult trouver, extrayant deux fois racine quarrée, & de huitiesme quantité extrayant trois fois racine quarrée, &c.

Demonstration.

Multipliant par soy la racine quarrée trouvée au premier exemple, qui est  $\sqrt{2\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ , donne produit

(par

(par le 26 probleme)  $3 + \sqrt{5}$ , qui est le binomie donné; doncques  $\sqrt{2\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}}$ , est la vraye racine requise: Et semblable fera la demonstration de tous les autres exemples, moyennant qu'on multiplie les racines du 4e. 5e. 6e. 10e. 11e. 12e. binomie en soy, par le 40. probleme; ce qu'il falloit demonst. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie radical, nous avons trouvé la racine requise; ce qu'il falloit faire.

Septiesme distinction des quatre numérations des racines de multinomies radicaux.

De la multiplication des racines de multinomies radicaux;

PROBLEME XL.

**E**stant donnée racine multinomie radical à multiplier, & racine de multinomie radical multiplicateur: Trouver leur produit.

*Premier exemple.*

*Explication du donné.* Soit donné racine de multinomie à multiplier telle  $\sqrt{\text{bino. } 5 + \sqrt{3}}$ , & racine de multinomie multiplicateur telle,  $\sqrt{\text{bino. } 5 - \sqrt{3}}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur produit. *Construction.* La construction est semblable à celle du 26 probleme, excepté, que du produit 22, trouvé par icelle maniere, il faut encore (par ce que les donnez sont racines quarrées) prédre la racine quarrée, qui est pour solution  $\sqrt{22}$ .

*Second exemple.*

*Explication du donné.* Soit donnée racine de multinomie à multiplier telle;  $\sqrt{\text{bino. } 5 + \sqrt{3} + \sqrt{\text{bino. } 5 - \sqrt{3}}}$ ; & multiplicateur  $\sqrt{\text{bino. } 5 + \sqrt{3} + \sqrt{\text{bino. } 5 - \sqrt{3}}}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur produit. *Construction.* On disposera les donnez selon l'ordre vulgaire, comme cy dessoubz, puis on multipliera (non pas simple nom par simple nom, mais  $\sqrt{\text{bino.}}$  par  $\sqrt{\text{bino.}}$ )  $\sqrt{\text{bino. } 5 - \sqrt{3}}$ , par  $\sqrt{\text{bino. } 5 - \sqrt{3}}$ , fait  $5 - \sqrt{3}$  (Car delaisant le signe  $\sqrt{\text{bino.}}$  les restans  $5 - \sqrt{3}$  sont le produit, comme le semblable est vulgaire en multipliant  $\sqrt{3}$  par  $\sqrt{3}$ , qui fait 3) Puis on multipliera  $\sqrt{\text{bino. } 5 - \sqrt{3}}$ , par  $\sqrt{\text{bino. } 5 + \sqrt{3}}$ , fait par le precedent premier exemple  $\sqrt{22}$ ; puis on multipliera l'autre  $\sqrt{\text{bino. } 5 + \sqrt{3}}$  par l'autre  $\sqrt{\text{bino. } 5 - \sqrt{3}}$ , fait  $\sqrt{22}$ ; puis se multipliera l'une  $\sqrt{\text{bino. } 5 + \sqrt{3}}$ , par l'autre  $\sqrt{\text{bino. } 5 + \sqrt{3}}$ , fait  $5 + \sqrt{3}$ ; puis ajoutez ces quatre produits, il est manifeste qu'ils sont  $10 + \sqrt{88}$ . La disposition des caracteres de l'operation achevée est telle:

$$\begin{array}{r} \sqrt{\text{bino. } 5 + \sqrt{3}} + \sqrt{\text{bino. } 5 - \sqrt{3}} \\ \sqrt{\text{bino. } 5 + \sqrt{3}} + \sqrt{\text{bino. } 5 - \sqrt{3}} \\ \hline \qquad \qquad \qquad + \sqrt{22} \qquad \qquad + 5 - \sqrt{3} \\ 5 + \sqrt{3} \qquad + \sqrt{22} \end{array}$$

Produit & solution  $10 + \sqrt{88}$ .

**NOTA.** On fera par la maniere de ces precedens exemples, la preuve des extractions de racine quarrée de quatriesme, cinquesme, sixiesme, dixiesme, onzieme, & douzieme binomie du 38. probleme.

Et multipliant  $\sqrt{\text{bino. } 1 + \sqrt{2}}$ , par  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ , le produit fera  $\sqrt{\text{quadrino. } \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{10}}$ . Item si l'un des donnez fust  $\sqrt{\text{multinomie}}$ , & que l'autre ne fust pas, on prendra la racine de la potence de celuy qui ne l'est pas, puis comme dessus. Et la demonstration des exemples cy dessus est manifeste par les demonstrations des multiplications precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donné racine de multinomie radical à multiplier, & racine de multinomie radical multiplicateur, nous avons trouvé leur produit; ce qu'il falloit faire.

De la division des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XLI.

**E**stant donnée racine de multinomie radical à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.

*Explication du donné.* Soit donnée  $\sqrt{\text{quadrinomie } \sqrt{35} + \sqrt{30} + \sqrt{14} + \sqrt{12}}$ , à diviser, & diviseur  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{5} + \sqrt{2}}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On delaissera leur signe de  $\sqrt{\text{multinomie}}$ , & demeurera à diviser  $\sqrt{35} + \sqrt{30} + \sqrt{14} + \sqrt{12}$ , par  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ , lesquels divisez par le 27 probleme, donnent quotient  $\sqrt{7} + \sqrt{6}$ , auquel applicant autrefois le signe de  $\sqrt{\text{multinomie}}$ , le quotient sera  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{7} + \sqrt{6}}$ . Je di que  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{7} + \sqrt{6}}$  est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste, par les demonstrations des divisions precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donné racine de multinomie radical à diviser, & diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XLII.

**E**stant données racines de multinomies radicaux à ajouster. Trouver leur somme.

*Explication du donné.* Soyent données racines de multinomies telles;  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{48} + \sqrt{32}}$ , &  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{3} + \sqrt{2}}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On divisera le majeur nombre donné  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{48} + \sqrt{32}}$ , par  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{3} + \sqrt{2}}$ , donne quotient 2, par le 41 probleme: (s'ils fussent incommensurables, on les solveroit par +) au mesme ajouste 1 par reigle generale, fait 3, qui vaut  $\sqrt{81}$ , par la mesme multiplié le diviseur  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{3} + \sqrt{2}}$ , fait  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{243} + \sqrt{162}}$ , laquelle je di estre la somme requise. *Demonstration.* Tout quotient plus un, multiplié par son diviseur, donne produit egal à la somme du nombre à diviser, & diviseur, par le theoreme devant le 24 probleme.

Nostre quotient plus un (qui est  $\sqrt{81}$ ) est multiplié par le diviseur qui est  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{3} + \sqrt{2}}$ , donnant produit  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{243} + \sqrt{162}}$ . Ergo  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{243} + \sqrt{162}}$ , est egale à la somme du nombre à diviser,  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{48} + \sqrt{32}}$ , & du diviseur, qui est  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{3} + \sqrt{2}}$ . C'est à dire, que  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{243} + \sqrt{162}}$ , est la somme des donnez; ce qu'il falloit demonst. *Conclusion.* Estant doncques données racines de multinomies radicaux à ajouster; Nous avons trouvé leur somme, ce qu'il falloit faire.

**NOTA.** Il y a quelques racines de binomies, qui sont entre eux incommensurables, toutesfois ils se peuvent ajouster par autre maniere, ainsi que leur somme soit racine de binomie ou de simple nom, & cecy sont les deux parties, desquelles se compose la racine quarrée du quatriesme, cinquesme, sixiesme, dixiesme, onzieme, & douzieme binomie; à sçavoir la racine de binomie conjointe ajouste à la racine de son respondant disjoinct, les mesmes (pour ladicte incommensurance) ne se peuvent ajouster comme les commensurables. Mais la racine de leur potence quarrée, sera la somme requise. Par exemple; l'on requiert la somme de  $\sqrt{\text{bino. } 2 + \sqrt{3}}$ , &  $\sqrt{\text{bino. } 2 - \sqrt{3}}$ : On multipliera  $\sqrt{\text{bino. } 2 + \sqrt{3} + \sqrt{\text{bino. } 2 - \sqrt{3}}}$  en soy, fait, par le 40 probleme, 6; la racine pour la somme requise, est  $\sqrt{6}$ . Et pour mesme raison, la somme de  $\sqrt{\text{bino. } 5 + \sqrt{3}}$ , &  $\sqrt{\text{bino. } 5 - \sqrt{3}}$ , fera  $\sqrt{\text{bino. } 10 + \sqrt{88}}$ . Ceste note se peut aussi appliquer à la soustraction suivante.

De la soustraction des racines de multinomies radicaux.

## PROBLEME XLIII.

**E**stant donnée racine de multinomie radical de laquelle on soustraiçt, & racine de multinomie radical à soustraire: Trouver leur reste.

*Explication du donné.* Soit donné racine de multinomie de laquelle on soustraiçt telle:  $\sqrt[4]{\text{bino. } 243 + \sqrt[4]{162}}$ ; &  $\sqrt[4]{\text{bino.}}$  à soustraire telle:  $\sqrt[4]{\text{bino. } 3 + \sqrt[4]{2}}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On divisera la  $\sqrt[4]{\text{bino. } 243 + \sqrt[4]{162}}$ , par  $\sqrt[4]{\text{bino. } 3 + \sqrt[4]{2}}$ , donne (par le 41 probleme) quotient 3; (s'ils fussent incommensurables, on les solveroit par —) du mesme, pour reigle generale, soustraiçt 1, reste 2, qui vaut  $\sqrt[4]{16}$ , & par la mesme divisé le diviseur  $\sqrt[4]{\text{bino. } 3 + \sqrt[4]{2}}$ , fait  $\sqrt[4]{\text{bino. } 48 + \sqrt[4]{32}}$ , laquelle je di estre la racine requise. *Demonstration.* Tout quotient moins un multiplié par son diviseur, donne produict egal au reste de la soustraction, du diviseur de nombre à diviser, par le theoreme devant le 25. probleme.

Nostre quotient moins un (qui est  $\sqrt[4]{16}$ ) est multiplié par diviseur  $\sqrt[4]{\text{bino. } 3 + \sqrt[4]{2}}$ , donnant produict  $\sqrt[4]{48 + \sqrt[4]{32}}$ . Ergo  $\sqrt[4]{\text{bino. } 48 + \sqrt[4]{32}}$  est egale au reste du soustraction de le diviseur  $\sqrt[4]{\text{bino. } 3 + \sqrt[4]{2}}$ , du nombre à diviser  $\sqrt[4]{\text{bino. } 243 + \sqrt[4]{162}}$ , c'est à dire, que  $\sqrt[4]{\text{bino. } 48 + \sqrt[4]{32}}$ , est la reste requis; ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques donnée racine de multinomie radical, de laquelle on soustraiçt, & racine de multinomie radical à soustraire; nous avons trouvé leur reste, ce qu'il falloit faire.

## THEOREME I.

**L**e multinomie ne se peut diviser en autres noms de mesme multitude.

**NOTA.** Il faut entendre que nous parons icy de propre multinomie, c'est duquel tous les noms sont entre eux incommensurables, car  $\sqrt[4]{2 + \sqrt[4]{8}}$ , n'est pas binomie, comme nous avons dict au corollaire de la 40 definition. *Explication du donné.* Soit donné binomie tel:  $4 + \sqrt[4]{32}$ . *Explication du requis.* Il nous faut demonstrier que le binomie donné  $4 + \sqrt[4]{32}$ , ne se peut diviser en autres deux noms: C'est à dire, qu'on ne peut trouver deux autres noms, lesquels ensemble soyent egaux ausdicts  $4 + \sqrt[4]{32}$ ; Et pour encore expliquer plus clairement le sens de ce theoreme, posons  $6 + 4$ , comme s'il fust binomie, le mesme se peut diviser en autres deux parties, comme  $7 + 3$ , qui vallent aussi 10: Or il nous faut demonstrier, que le semblable est impossible en vray binomie. *Demonstration.*

Soustrayons premierement du nom  $\sqrt[4]{32}$  quelque partie, comme 2; commensurable au 4, & restera  $\sqrt[4]{32} - 2$ , puis ajoutons le 2 premierement soustraiçt, à 4, font 6, & nous aurons alors,  $6 + \sqrt[4]{32} - 2$ , qui est egal à  $4 + \sqrt[4]{32}$ , mais ce n'est pas binomie.

Soustrayons au second, de  $\sqrt[4]{32}$ , quelque partie telle, que le reste soit simple nom comme  $\sqrt[4]{2}$ , & restera  $\sqrt[4]{18}$ ; Puis ajoutant la  $\sqrt[4]{2}$  à 4, fera  $4 + \sqrt[4]{2}$ , & le tout ensemble fera  $4 + \sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{18}$ , lequel combien qu'il est egal à  $4 + \sqrt[4]{32}$ , toutesfois ce n'est pas binomie.

Soustrayons au troisieme, de  $\sqrt[4]{32}$ , quelque partie incommensurable, à chascun nom du binomie donné, comme  $\sqrt[4]{7}$ , l'ajoutant à 4, & demeurera alors  $4 + \sqrt[4]{7} + \sqrt[4]{32} - \sqrt[4]{7}$ , qui est aussi egal à  $4 + \sqrt[4]{32}$ , toutesfois ce n'est pas binomie. Le mesme se demonstrera en tous autres semblables. *Conclusion.* Le multinomie doncques, ne se peut diviser en autres noms de mesme multitude; ce qu'il falloit demonstrier.

## THEOREME II.

**S**i on multiplie ou divisé multinomie radical, par nombre Arithmetique: Le produict ou quotient sera multinomie, de mesme multitude de noms, & de mesme ordre; comme le multinomie multiplié, ou divisé. Il sera aussi commensurable audict multinomie multiplié ou divisé.

*Explication du donné.* Soit donné binomie à multiplier ou diviser tel  $\sqrt[4]{12} - \sqrt[4]{24}$ ; Et nombre Arithmetique multiplicateur ou diviseur 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrier que le produict, ou quotient, sera binomie de mesme multitude de noms, & de mesme ordre, comme  $\sqrt[4]{12} - \sqrt[4]{24}$ : Item que tel produict ou quotient, sera commensurable audict binomie  $\sqrt[4]{12} - \sqrt[4]{24}$ . *Preparation de la demonstration.* Multiplions  $\sqrt[4]{12} - \sqrt[4]{24}$ , par 2, & donne produict par le 26 probleme  $\sqrt[4]{48} - \sqrt[4]{96}$ ; Puis divisons le mesme binomie  $\sqrt[4]{12} - \sqrt[4]{24}$ , par 2, & donne quotient par le 27 probleme  $\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{6}$ . *Demonstration.* Que le produict  $\sqrt[4]{48} - \sqrt[4]{96}$ ; Item le quotient  $\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{6}$ , sont binomie come le donné, est manifeste. Il appert aussi par la 56 definition qu'ils sont de mesme ordre: à sçavoir toutes trois le douzieme en l'ordre: Item que ledict produict & quotient, sont commensurables au binomie donné, est aussi manifeste; car par la preparation de la demonstration, le produict est le duple du donné, & le quotient son subduple. *Conclusion.* Si doncques on multiplie ou divisé multinomie nombre, par nombre Arithmetique; Le produict ou quotient, &c, ce qu'il falloit demonstrier.

## COROLLAIRE I.

S'ensuit par le revers de ce 2. theoreme, que si deux multinomies sont commensurables, qu'ils seront de mesme multitude de noms, & de mesme ordre.

## COROLLAIRE II.

Il est aussi notoire par le precedent theoreme, que si on multiplie, ou divisé quelque simple racine, par nombre Arithmetique, que le produict ou quotient, sera racine de mesme qualité, comme la racine multipliée, ou divisée. Par exemple,  $\sqrt[4]{3}$  (qui est à nombre Arithmetique incommensurable) multipliée par 2 donne produict  $\sqrt[4]{48}$ , qui est aussi racine de racine, & à nombre Arithmetique incommensurable.

**NOTA.** Les precedens deux theoremes, nous serviront entre autres, pour quelques demonstrations en nostre traité des incommensurables grandeurs.

## Huitiesme distinction de la reigle de trois des nombres radicaux, &amp; de l'invention des moyens proportionels.

## PROBLEME XLIV.

**E**stant donnez trois termes de nombres radicaux: Trouver leur quatriesme proportionel.

*Explication du donné.* Soient donnez trois termes tels  $\sqrt[4]{7}$ ,  $\sqrt[4]{5}$ ,  $\sqrt[4]{6}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme proportionel. *Construction.* On multipliera le deuxiesme terme  $\sqrt[4]{5}$ , par le troisieme  $\sqrt[4]{6}$ , donne produict (par le 22 probleme)  $\sqrt[4]{30}$ , laquelle on divisera par le premier terme  $\sqrt[4]{7}$ , donne quotient par le 23 probleme  $\sqrt[4]{4 \frac{2}{7}}$ . Je di que  $\sqrt[4]{4 \frac{2}{7}}$  est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Il y a par le 21 probleme, telle raison de  $\sqrt[4]{4 \frac{2}{7}}$ , à  $\sqrt[4]{6}$ , comme de  $\sqrt[4]{5}$ , à  $\sqrt[4]{7}$ ; Ergo  $\sqrt[4]{4 \frac{2}{7}}$  est leur quatriesme proportionel: ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes de nombres radicaux, nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XLV.

**E**stant donnez deux nombres quelconques: Trouver leurs moyens proportionels requis.

Exemple i.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux nombres 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leur moyen proportionel. *Construction.* On multipliera 2 par 10, font 20; des mesmes la racine quarrée est  $\sqrt{20}$ . Je di que  $\sqrt{20}$  est le moyen proportionel requis.

Exemple ii.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux nombres 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs deux moyens proportionels. *Construction.* Le quarré de 2 donné, est 4, par le mesme se multipliera le 10 donné, fait 40, des mesmes la racine cubique est  $\sqrt[3]{40}$ , pour le premier des deux moyens proportionels requis; Et pour trouver le second, on dira; 2 donnent  $\sqrt[3]{40}$ , combien  $\sqrt[3]{40}$ ? fait par le 44 probleme,  $\sqrt[3]{200}$ , pour le second moyen proportionel requis.

Je di que  $\sqrt[3]{40}$ , &  $\sqrt[3]{200}$ , sont les deux moyens proportionels requis.

Exemple iii.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux nombres tels: 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs trois moyens proportionels. *Construction.* Leur moyen proportionel par le premier exemple, est  $\sqrt{20}$ ; Et le moyen proportionel entre 2 &  $\sqrt{20}$ , est (par ledict i. exemple)  $\sqrt{80}$ ; Item le moyen proportionel entre  $\sqrt{20}$  & 10, est  $\sqrt{2000}$ . Je di que  $\sqrt{80}$ , &  $\sqrt{20}$ , &  $\sqrt{2000}$ , sont les trois moyens proportionels requis.

Exemple iv.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux nombres tels 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs quatre moyens proportionels. *Construction.* On prendra la puissance de quarté quantité de 2, fait 16, par les mesmes multipliez les 10, font 160, desquels la racine de quinte quantité est  $\sqrt[5]{160}$ . Puis on trouvera entre  $\sqrt[5]{160}$ , & 10, trois moyens proportionels, par le precedent 3 exemple, qui seront  $\sqrt[5]{800}$ ,  $\sqrt[5]{4000}$ , &  $\sqrt[5]{20000}$ . Je di que  $\sqrt[5]{160}$ , &  $\sqrt[5]{800}$ , &  $\sqrt[5]{4000}$ , &  $\sqrt[5]{20000}$ , sont les quatre moyens proportionels requis.

Exemple v.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux nombres tels 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs cinq moyens proportionels. *Construction.* On trouvera leur moyen proportionel, par le premier exemple, qui est  $\sqrt{20}$ ; Puis on trouvera par le second exemple, deux moyens proportionels, entre 2, &  $\sqrt{20}$ , qui seront  $\sqrt[3]{320}$ , &  $\sqrt[3]{40}$ ; Et semblablement deux moyens proportionels entre  $\sqrt{20}$ , & 10, qui seront  $\sqrt[3]{200}$ , &  $\sqrt[3]{20000}$ . Je di que  $\sqrt[3]{320}$ , &  $\sqrt[3]{40}$ , &  $\sqrt[3]{200}$ , &  $\sqrt[3]{20000}$ , sont les cinq moyens proportionels requis. Et semblable sera l'operation des autres moyens proportionels quelconques. *Demonstrat.* Comme au premier exemple 2, à  $\sqrt{20}$ , ainsi  $\sqrt{20}$ , à 10, par le 21 probleme, doncques  $\sqrt{20}$  est le moyen proportionel requis au premier exemple. Item comme au second exemple 2, à  $\sqrt[3]{40}$ , ainsi  $\sqrt[3]{40}$ , à  $\sqrt[3]{200}$ , & ainsi  $\sqrt[3]{200}$ , à 10; doncques  $\sqrt[3]{40}$ , &  $\sqrt[3]{200}$ , sont les deux moyens proportionels requis. Et semblable sera la demonstration des autres exemples; ce qu'il falloit démonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux nombres quelconques, nous avons trouvez leurs moyens proportionels requis; ce qu'il falloit faire.

Neufiesme distinction, de la reigle de proportionelle partition des nombres radicaux.

PROBLEME XLVI.

**P**artir un nombre Geometrique donné en parties proportionnelles à nombres Geometriques donnez.

*Explication du donné.* Soit nombre Geometrique donné  $\sqrt{7}$ , & nombres Geometriques donnez  $\sqrt{2}$  &  $\sqrt{5}$ . *Explication du requis.* Il faut partir la  $\sqrt{7}$  en deux parties proportionnelles au deux nombres  $\sqrt{2}$  &  $\sqrt{5}$  donnez. *Construction.* On ajoutera les nombres donnez, à sçavoir  $\sqrt{2}$  &  $\sqrt{5}$ , font  $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ ; Puis on dira par le precedent 45 probleme,  $\sqrt{2} + \sqrt{5}$  donnent  $\sqrt{2}$ , combien  $\sqrt{7}$ ? fait  $\sqrt{23\frac{1}{3}} - \sqrt{9\frac{1}{3}}$  pour premier nombre requis; Et de mesme sorte on dira,  $\sqrt{2} + \sqrt{5}$  donnent  $\sqrt{5}$ , combien  $\sqrt{7}$ ? fait  $\sqrt{58\frac{2}{3}} - \sqrt{23\frac{1}{3}}$  pour le second nombre requis. La disposition des caracteres de l'operation semblable à celle du 15 probleme, est telle:

$$\begin{array}{r} \sqrt{2} \\ \sqrt{5} \\ \hline \sqrt{2} + \sqrt{5} \end{array} \quad \begin{array}{r} \sqrt{23\frac{1}{3}} - \sqrt{9\frac{1}{3}} \\ \sqrt{58\frac{2}{3}} - \sqrt{23\frac{1}{3}} \\ \hline \sqrt{7} \end{array}$$

Je di que  $\sqrt{7}$  est divisée en deux parties (à sçavoir deux binomies disioinctes tels  $\sqrt{23\frac{1}{3}} - \sqrt{9\frac{1}{3}}$ , &  $\sqrt{58\frac{2}{3}} - \sqrt{23\frac{1}{3}}$ ) proportionels aux deux nombres  $\sqrt{2}$  &  $\sqrt{5}$ , comme il estoit requis. *Demonstration.* Comme  $\sqrt{2}$  à  $\sqrt{5}$ , ainsi  $\sqrt{23\frac{1}{3}} - \sqrt{9\frac{1}{3}}$ , à  $\sqrt{58\frac{2}{3}} - \sqrt{23\frac{1}{3}}$ , par le 21 probleme, & la somme de  $\sqrt{23\frac{1}{3}} - \sqrt{9\frac{1}{3}}$ , &  $\sqrt{58\frac{2}{3}} - \sqrt{23\frac{1}{3}}$ , est  $\sqrt{7}$ , par le 28 probleme; ce qu'il falloit démonstrer. *Conclusion.* Nous avons doncques parti un nombre geometrique donné, en parties proportionnelles à nombres geometriques donnez; ce qu'il falloit faire.

Dixiesme distinction, de la reigle de faux des nombres radicaux.

D'une faulse position.

PROBLEME XLVII.

**E**stant proposée question qui se solve par une faulse position en nombres radicaux; La solve par une faulse position.

*Explication du donné & requis.* On veult sçavoir quel nombre avec sa moitie fera  $\sqrt{5}$ . *Construction.* On posera quelque nombre ainsi qu'il aviendra, comme s'il fust le nombre requis, soit 2, le mesme avec sa moitie, qui est 1, fait 3; Or ce n'est pas 3 que nous voulons; mais  $\sqrt{5}$ , doncques la position de 2 estoit faulse, parquoy pour avoir le vray requis, on dira; 3 vient de 2, d'ou viendra  $\sqrt{5}$ ? fait par le 44 probleme  $\sqrt{2\frac{2}{9}}$ . Je di que  $\sqrt{2\frac{2}{9}}$ , est le nombre requis, qui avec sa moitie fera  $\sqrt{5}$ . *Demonstration.* La  $\sqrt{2\frac{2}{9}}$  avec sa moitie  $\sqrt{\frac{2}{9}}$  donne somme par le 24 probleme  $\sqrt{5}$ , ce qu'il falloit démonstrer. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solve par une faulse position en nombres radicaux, nous l'avons solve par une faulse position; ce qu'il falloit faire.

De deux faulses positions.

PROBLEME XLVIII.

**E**stant proposée question qui se solve par deux faulses positions en nombres radicaux; La solve par deux faulses positions.

*Explication du donné & requis.* On veult sçavoir quel nombre avec sa moitie fera  $\sqrt{5}$ . *Construction.* On posera pour première position quelque nombre ainsi qu'il

viendra, comme s'il fust le nombre requis, soit 2; le mesme avec sa moitié, qui est 1, fait 3. Or ce n'est pas 3 que nous voulons, mais  $\sqrt{5}$ , donc la première position de 2, est faulſe, & pour estre  $\sqrt{5}$ , vient trop, ou plus  $\sqrt{9} - \sqrt{5}$ , lesquelles on mettera en ceste sorte :

$$2 \text{ Plus } \sqrt{9} - \sqrt{5}.$$

Puis on posera pour seconde position, quelque autre nombre que n'est le nombre 2 de la première position, comme s'il fust le nombre requis; soit 4 le mesme avec sa moitié qui est 2, fait 6: Or ce n'est pas 6 que nous voulons, mais  $\sqrt{5}$ ; doncques la seconde position de 4; est aussi faulſe; & pour estre  $\sqrt{5}$ , vient trop ou plus  $\sqrt{36} - \sqrt{5}$ , lesquelles on mettra sous la première position; & leur disposition sera telle:

$$\begin{array}{r} 2 \text{ Plus } \sqrt{9} - \sqrt{5} \\ 4 \text{ Plus } \sqrt{36} - \sqrt{5} \end{array}$$

Puis il faut multiplier par croix; c'est à dire 4 par  $\sqrt{9} - \sqrt{5}$ , fait  $\sqrt{144} - \sqrt{80}$ , lesquels on mettra joignant la  $\sqrt{9} - \sqrt{5}$ ; Puis on multipliera 2 par  $\sqrt{36} - \sqrt{5}$ , font  $\sqrt{144} + \sqrt{20}$ , lesquelles on mettra pres la  $\sqrt{36} - \sqrt{5}$ , & leur disposition sera alors telle:

$$\begin{array}{r} 2 \text{ Plus } \sqrt{9} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{144} - \sqrt{80} \\ 4 \text{ Plus } \sqrt{36} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{144} - \sqrt{20} \end{array}$$

Puis il faut considerer si les deux vocables (comme font plus & moins) sont semblables, c'est à dire tous deux plus, ou tous deux moins, ou s'ils sont dissemblables, comme l'un plus, & l'autre moins, car pour generale reigle, comme nous avons aussi dict au 17. probleme,

*Semblables requierent soustraction, Et dissemblables addition.*

Or les vocables de c'est exemple sont semblables, à sçavoir tous deux plus, il faut doncques soustraire le moindre du majeur; à sçavoir  $\sqrt{144} - \sqrt{80}$ , de  $\sqrt{144} - \sqrt{20}$ , reste (par le 33 probleme)  $\sqrt{20}$ ; Puis  $\sqrt{9} - \sqrt{5}$ , de  $\sqrt{36} - \sqrt{5}$ , reste  $\sqrt{9}$ ; Puis il faut diviser  $\sqrt{20}$  par  $\sqrt{9}$ , donne quotient & solution  $\sqrt{2\frac{2}{9}}$ . La disposition des caracteres de l'operation achevée est telle:

$$\begin{array}{r} 2 \text{ Plus } \sqrt{9} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{144} - \sqrt{80} \\ 4 \text{ Plus } \sqrt{36} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{144} - \sqrt{20} \\ \hline \sqrt{9} \quad \sqrt{20} \text{ fait } \sqrt{2\frac{2}{9}} \end{array}$$

Je di que  $\sqrt{2\frac{2}{9}}$  est le nombre requis, qui avec sa moitié fait  $\sqrt{5}$ . *Demonstration.* La  $\sqrt{2\frac{2}{9}}$  avec sa moitié qui est  $\sqrt{\frac{3}{9}}$ , fait (par le 24 probleme)  $\sqrt{5}$ ; ce qu'il falloit demonſtrer. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solve par deux faulſes positions en nombres radicaux, nous l'avons solvée par deux faulſes positions; ce qu'il falloit faire.

*Fin de la seconde partie de l'operation.*

TROISIEME PARTIE

DE L'OPERATION DES NOMBRES ALGEBRAIQUES.

Premiere distinction des quatre numerations des nombres algebrayques entiers.

THEOREME.

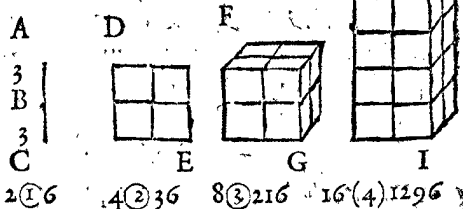
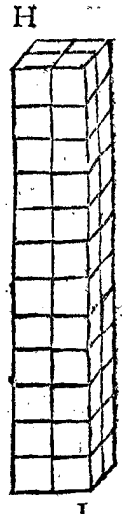
**Q**uantité algebrayque multipliée par quantité algebrayque, donner produict quantité, de laquelle le nominateur est egal, à la somme des nominateurs de la quantité à multiplier, & du multiplicateur.

Exemple I.

*Explication du donné.* Soyent au fondement des nombres geometriques devant la 14 definition, la seconde quantité B 4, & la tierce quantité C 8. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer que B, multiplié par C, donnent produict quinte quantité; à sçavoir la somme de leurs nominateurs qui sont 2 & 3, faisans ensemble 5 nominateur de la quinte quantité. *Demonstration.* Multiplions 4 de B, par 8 de C, font 32, qui est la quinte quantité E.

Exemple II.

Nous avons demonſtré cy dessus que simple quantité, multipliée par simple quantité, donne produict certaine simple quantité; Il nous faut demonſtrer le mesme en quantitez composees. A laquelle fin, soit descript la ligne AB, qui soit 1 ① vallant 3, & BC egale à la AB, soit aultre 1 ①, de sorte que toute la AC fera 2 ①; Puis soit descript le quarré DE, duquel le costé soit egal à la AC, le mesme sera de 4 ②, ou 4 quarez, descripts de AB; Puis soit descript le cube FG, duquel le costé soit egal à AC, le mesme sera de 8 ③, ou 8 cubes descripts de 1 ① AB; Puis soit descript le solide rectangle HI, de 16 (4), & ainsi pourroit on proceder es aultres quantitez en infini. Doncques 1 ① AB vallant 3, les 2 ① AC vouldront 6, & les 4 ② DE 36, & les 8 ③ FG 216, & les 16 (4) HI 1296. *Explication du donné.* Soyent donnez aux figures cy dessus 2 ① AC 6, & 8 ③ FG 216.



*Explication du requis.* Il faut demonſtrer que AC, multiplié par FG, donnent produict quarte quantitez HI, à sçavoir la somme de leurs nominateurs, qui sont 1 & 3, faisans ensemble 4, nominateur de la quarte quantité. *Demonstration.* Multiplions 6 de AC, par 216 de FG, font 1296, qui est la quarte quantité HI. *Conclusion.* Quantité doncques algebrayque multipliée par quantité algebrayque donne produict quantité, de laquelle le nominateur est egal à la somme des nominateurs de la quantité à multiplier, & du multiplicateur; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA.

On entendra par ce theoreme, que ② multiplié par (4), donne produict ⑧, comme 3 ②, multipliés par 7 E 3 (4), font

(4), font 21 ⑥; Et 2 ③, par 4 ①, fait 8 (4); Et 5 ③, par 2, (qui est par 2 ②) faire 10 ③, &c.

De la multiplication des nombres algebriques entiers.

PROBLEME XLIX.

**E**stant donné nombre algebrique entier à multiplier, & nombre algebrique entier multiplicateur: Trouver leur produit.

*Explication du donné.* Soit donné nombre algebrique entier à multiplier tel:  $2\textcircled{3} - 4\textcircled{2} + 3\textcircled{1}$ ; Et multiplicateur  $2\textcircled{4} + 3\textcircled{3}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur produit. *Construction.* On disposera les donnez en ordre vulgaire comme deffoubz, disant,  $+3\textcircled{1}$  fois  $+3\textcircled{3}$ , font  $+9\textcircled{4}$  (car tel produit estre  $+$  appert par le theoreme devant le 26 probleme. Aussi que c'est (4), appert par ce precedent theoreme, la ou il est démontré, que  $1\textcircled{1}$  multiplié par  $3\textcircled{3}$ , donne produit  $3\textcircled{4}$ ) & ainsi des autres; Puis ajouste ce qu'il y a entre les deux lignes; il y aura produit  $4\textcircled{7} - 2\textcircled{6} - 6\textcircled{5} + 9\textcircled{4}$ ; La disposition des caracteres de l'operation est telle.

|                     |   |
|---------------------|---|
| Nombre à multiplier | $2\textcircled{3} - 4\textcircled{2} + 3\textcircled{1}$                    |
| Multiplicateur      | $+ 2\textcircled{4} + 3\textcircled{3}$                                     |
|                     | <hr style="width: 100%;"/>  |
|                     | $+ 6\textcircled{6} - 12\textcircled{5} + 9\textcircled{4}$                 |
|                     | $4\textcircled{7} - 8\textcircled{6} + 6\textcircled{5}$                    |
|                     | <hr style="width: 100%;"/>  |
| Produit             | $4\textcircled{7} - 2\textcircled{6} - 6\textcircled{5} + 9\textcircled{4}$ |

Je di, que ledict produit, est le produit requis. Et de mesme sorte multipliant  $\sqrt{3}\textcircled{1}$ , par  $\sqrt{2}\textcircled{2}$ , fait  $\sqrt{6}\textcircled{3}$ .

Item multipliant  $\sqrt{3}\textcircled{X}\textcircled{1}$ , par  $\sqrt{2}\textcircled{X}\textcircled{2}$ , fait  $\sqrt{6}\textcircled{X}\textcircled{3}$ .

Item pour multiplier  $\sqrt{3}\textcircled{X}\textcircled{1}$  par  $\sqrt{2}\textcircled{2}$ , on convertira la prime quantité aussi en racine, qui est  $\sqrt{3}\textcircled{2}$ , & leur produit sera  $\sqrt{6}\textcircled{4}$ .

Item multipliant  $\sqrt{\text{bino. } 3\textcircled{2} + 2\textcircled{1}}$ , par  $\sqrt{\text{bino. } 5\textcircled{2} + 4\textcircled{1}}$ , font  $\sqrt{\text{trino. } 15\textcircled{4} + 22\textcircled{3} + 8\textcircled{2}}$ .

Item multipliant  $\sqrt{\text{bino. } 3\textcircled{2} + 2\textcircled{1}}$ , par  $\sqrt{\text{bino. } 5\textcircled{2} + 4\textcircled{1}}$ , font  $\sqrt{\text{quadrino. } 15\textcircled{4} + 12\textcircled{3} + 10\textcircled{2} + 8\textcircled{1}}$ .

*Demonstration.*

La demonstration de ce probleme, est manifeste par les demonstrations des problemes des multiplications precedentes; Ou autrement par la division du suyvant probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebrique entier multiplicateur; nous avons trouvé leur produit; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

**Q**uantité algebrique divisée par quantité algebrique, donner quotient quantité, de laquelle le nominateur est egal à la reste de nominateur du diviseur soustraict du nominateur de la quantité à diviser.

*Premier exemple.*

*Explication du donné.* Soyent au fondement des nombres geometriques devant la 14 definition la sixte quantité F 64, & la seconde quantité B 4. *Explication du requis.* Il faut demonstrier que F, divisée par B, donne quotient quarte quantité D, qui est quantité de laquelle le nominateur est egal à la reste de 2, soustraict de 6, nominateurs des donnez. *Demonstration.* Divisons 64 de F, par 4 de B, donne quotient 16, qui est la quarte quantité D.

*Second exemple.*

*Explication du donné.* Et pour demonstrier le mesme en quantitez composees; Soyent aux figures devant le 49

probleme 16 (4) HI 1296, & 8 ③ FG 216. *Explication du requis.* Il faut demonstrier, que HI, divisé par FG, donnent quotient primes quantitez AC; qui sont quantitez de laquelle le nominateur est egal à la reste de 3 soustraict de 4, nominateurs des donnez. *Demonstration.* Divisons 1296 de HI, par 216 de FG, donne quotient 6, qui sont les 2 ① AC. *Conclusion.* Quantité doncques algebrique, divisée par quantité algebrique, donne quotient quantité, de laquelle &c. ce qu'il falloit demonstrier.

*NOTA.* On entendra par ce theoreme, que ⑤ divisées par ②, donnent quotient ③, comme 6 ⑤, divisées par 3 ②, donnent quotient 2 ③; Et 8 ③, divisées par 2, (qui est 2 ②) donnent quotient 4 ③, &c.

De la division des nombres algebriques entiers.

PROBLEME L.

**E**stant donné nombre algebrique entier à diviser, & nombre algebrique entier diviseur: Trouver leur quotient.

*Exemple I.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre algebrique entier à diviser tel:  $9\textcircled{4} - 14\textcircled{3} + 6\textcircled{1} - 5$ ; Et diviseur  $3\textcircled{2}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On disposera les nombres donnez comme cy deffoubz, disant, combien de fois  $3\textcircled{2}$  en  $9\textcircled{4}$  fait  $+3\textcircled{2}$  (+ par le theoreme devant le 27 probleme, & ② par le theoreme devant ce 50 probleme) lesquels  $3\textcircled{2}$  on mettra au vulgaire lieu du quotient; & alors leur disposition sera telle:

$$\begin{array}{r} 9\textcircled{4} - 14\textcircled{3} + 6\textcircled{1} - 5 \\ \underline{3\textcircled{2}} \end{array}$$

Puis on mettra autrefois le diviseur  $3\textcircled{2}$ , soubz  $-14\textcircled{3}$ , & on dira, combien de fois  $+3\textcircled{2}$  en  $-14\textcircled{3}$  fait  $-4\frac{2}{3}\textcircled{1}$ ; Puis mettant autrefois le diviseur soubz  $+6\textcircled{1}$ , on dira, combien de fois  $+3\textcircled{2}$  en  $+6\textcircled{1}$  fait  $+2\frac{0}{3}\textcircled{0}$ ; (ce que devient toujours telle fraction algebrique, quand le nominateur du diviseur est majeur que le nombre à diviser.) Puis on mettra autrefois le diviseur soubz  $-5$ , disant, combien de fois  $3\textcircled{2}$  en  $-5$  fait  $-\frac{5}{3}\textcircled{0}$ . Et la disposition des caracteres de l'operation achevee sera telle:

$$\begin{array}{r} 9\textcircled{4} - 14\textcircled{3} + 6\textcircled{1} - 5 \\ \underline{3\textcircled{2}} \quad \underline{3\textcircled{2}} \quad \underline{3\textcircled{2}} \quad \underline{3\textcircled{2}} \end{array}$$

Je di que  $3\textcircled{2} - 4\frac{2}{3}\textcircled{1} + \frac{6\textcircled{1}}{3\textcircled{2}} - \frac{5}{3\textcircled{2}}$  est le quotient requis.

L'on pourroit aussi pour solution mettre le nombre à diviser sur une ligne, & le diviseur deffoubz, & le quotient requis seroit fraction telle:

$$\frac{9\textcircled{4} - 14\textcircled{3} + 6\textcircled{1} - 5}{3\textcircled{2}}$$

*Exemple II.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre algebrique entier à diviser  $4\textcircled{7} - 2\textcircled{6} - 6\textcircled{5} + 9\textcircled{4}$ . Et diviseur  $2\textcircled{4} + 3\textcircled{3}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* La construction sera par la construction du precedent premier exemple assez notoire, parquoy nous mettrons seulement la disposition des caracteres de l'operation achevee telle:

$$\begin{array}{r} 8\textcircled{6} \quad 6\textcircled{5} \\ 4\textcircled{7} - 2\textcircled{6} - 6\textcircled{5} + 9\textcircled{4} \quad 2\textcircled{3} - 4\textcircled{2} + 3\textcircled{1} \\ \underline{2\textcircled{4} + 3\textcircled{3}} \quad \underline{2\textcircled{4} + 3\textcircled{3}} \quad \underline{2\textcircled{4} + 3\textcircled{3}} \quad \underline{2\textcircled{4} + 3\textcircled{3}} \end{array}$$

Je di,

Je di, que  $2 \textcircled{3} - 4 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1}$ , est le quotient requis.

Exemple III.

Explication du donné. Soit donné nombre algebratique entier à diviser  $32 \textcircled{3} + 4$ , & diviseur  $4 \textcircled{1} + 2$ . Explication du requis. Il faut trouver leur quotient. Construction. On disposera les donnez en ceste sorte:

Puis on dira, combien de fois  $4 \textcircled{1}$   
 $32 \textcircled{3} + 4$  en  $32 \textcircled{3}$ ? fait  $8 \textcircled{2}$  fois, les mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 par  $8 \textcircled{2}$ , font  $16 \textcircled{2}$ , qui soustraites de ce qu'il y a dessus, restera  $-16 \textcircled{2} + 4$ ; & leur disposition sera alors telle:

Puis on mettra autrefois le diviseur; disant, combien de fois  $4 \textcircled{1}$  en  $-16 \textcircled{2}$ ? fait  $-4 \textcircled{1}$  fois, les mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 par  $-4 \textcircled{1}$ , fait  $-8 \textcircled{1}$ , qui soustrait de ce qu'il y a dessus, restera  $8 \textcircled{1} + 4$ ; & leur disposition sera alors telle:

Puis on mettra autrefois le diviseur, disant, combien de fois  $4 \textcircled{1}$  en  $8 \textcircled{1}$ ? fait 2 fois, le mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 du diviseur, par 2 du quotient, font 4, qui soustrait de ce qu'il y a dessus, ne restera rien; & leur disposition achevée sera alors telle:

Je di, que  $8 \textcircled{2} - 4 \textcircled{1} + 2$ , est le quotient requis. Et de mesme sorte, estant à diviser  $6 \textcircled{3} + 12$ , par  $2 \textcircled{1} + 2$ , on trouvera (suivant le precedent exemple) pour quotient,  $3 \textcircled{2} - 3 \textcircled{1} + 3 + \frac{6}{2 \textcircled{1} + 2}$ .

Item divisant  $\sqrt{6 \textcircled{3}}$  par  $\sqrt{3 \textcircled{1}}$ , donne quotient  $\sqrt{2 \textcircled{2}}$ .

Item divisant  $\sqrt{6 \textcircled{3}}$  par  $\sqrt{3 \textcircled{1}}$ , donne quotient  $\sqrt{2 \textcircled{2}}$ .

Item pour diviser  $\sqrt{6 \textcircled{4}}$  par  $\sqrt{3 \textcircled{1}}$ , on convertira la prime quantité aussi en racine, qui est  $\sqrt{3 \textcircled{2}}$ , & leur quotient sera  $\sqrt{2 \textcircled{2}}$ .

Item, divisant  $\sqrt{\text{trino. } 15 \textcircled{4} + 22 \textcircled{3} + 8 \textcircled{2}}$ , par  $\sqrt{\text{bino. } 3 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}}$ , donne quotient  $\sqrt{\text{bino. } 5 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1}}$ .

Item, divisant  $\sqrt{\text{quadrino. } 15 \textcircled{4} + 12 \textcircled{3} + 10 \textcircled{2} + 8 \textcircled{1}}$ , par  $\sqrt{\text{bino. } 3 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}}$ , donne quotient  $\sqrt{\text{bino. } 5 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1}}$ .

La démonstration des susdicts exemples, est manifeste par les demonstrations des problemes des divisions precedentes. Ou autrement par la multiplication du precedente probleme. Conclusion. Estant doncques donné nombre algebratique entier à diviser, & nombre algebratique entier diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres algebratiques entiers.

PROBLEME LI.

Estant donnez nombres algebratiques entiers à ajouter. Trouver leur somme.

Explication du donné. Soyent donnez nombres algebratiques à ajouter tels:  $3 \textcircled{3} - 4 \textcircled{4} - 2 \textcircled{3} + 5 \textcircled{2} + 7 \textcircled{1} + 8$ . Et  $2 \textcircled{5} - 3 \textcircled{4} + 6 \textcircled{3} - 5 \textcircled{1} - 5$ . Explication du requis. Il faut trouver leur somme. Construction. On ajoutera les nombres de multitude, observant les reigles de + & - contenues au theoreme devant le 28. probleme. Or doncques ajoutez  $3 \textcircled{5}$  à  $2 \textcircled{5}$ , font  $5 \textcircled{5}$ ; & ainsi des autres; La disposition des caracteres de l'operation est telle.

Item pour ajouter  $\sqrt{2 \textcircled{1}}$  à  $\sqrt{8 \textcircled{1}}$ , on ajoutera  $\sqrt{2}$  &  $\sqrt{8}$ , font par le 24. probleme  $\sqrt{18}$ ; doncques  $\sqrt{18 \textcircled{1}}$  est la somme requise. Et de mesme sorte dirons, que  $\sqrt{2 \textcircled{1}}$  ajoutée à  $\sqrt{8 \textcircled{1}}$ , fait  $\sqrt{18 \textcircled{1}}$ .

Item pour ajouter racines de multinomies algebratiques commensurables, comme  $\sqrt{\text{bino. } 3 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}}$  à  $\sqrt{\text{bino. } 27 \textcircled{2} + 18 \textcircled{1}}$ , on se souviendra de la note à la fin du 23. probleme; à sçavoir que quotient des donnez, plus un, multiplié par diviseur, donne somme des donnez; Divisant doncques  $\sqrt{\text{bino. } 27 \textcircled{2} + 18 \textcircled{1}}$ , par  $\sqrt{\text{bino. } 3 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}}$ , donne quotient (par le 50. probleme) 3, auquel par reigle ajoutée 1, fait 4; par le mesme multiplié le diviseur  $\sqrt{\text{bino. } 3 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}}$ , donne somme requise  $\sqrt{\text{bino. } 48 \textcircled{2} + 32 \textcircled{1}}$ .

Et par mesme maniere s'entendra que  $\sqrt{\text{bino. } 48 \textcircled{2} + 32 \textcircled{1}}$  ajoutée à  $\sqrt{\text{bino. } 12 \textcircled{2} + 8 \textcircled{1}}$  fait  $\sqrt{\text{bino. } 243 \textcircled{2} + 162 \textcircled{1}}$ .

L'utilité de ces additions, & de semblables soustractions au probleme suivant, est, que par icelles nous pouvons reduire (comme apparoistra es reductions) deux egales quantitez algebratiques, ainsi que nous en pourrons trouver le valeur de 1, qui autrement nous seroit impossible.

Item comme l'on ajoute les nombres incommensurables par + & -, ainsi on ajoutera diverses especes de quantitez par + & -, comme  $2 \textcircled{1}$  &  $3 \textcircled{2}$ , font  $2 \textcircled{1} + 3 \textcircled{2}$ .

Item  $2 \textcircled{1}$  &  $-3 \textcircled{3}$ , font  $2 \textcircled{1} - 3 \textcircled{3}$ , &c.

La démonstration des susdicts exemples est manifeste, par les demonstrations des problemes des additions precedentes. Ou autrement par la soustraction du probleme suivant. Conclusion. Estant doncques donnez nombres algebratiques entiers à ajouter, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soustraction des nombres algebratiques entiers.

PROBLEME LII.

Estant donné nombre algebratique entier duquel on soustrait, & nombre algebratique entier à soustraire. Trouver leur reste.

Explication du donné. Soit donné nombre algebratique duquel on soustrait tel:  $4 \textcircled{8} - 6 \textcircled{7} + 7 \textcircled{6} - 6 \textcircled{5} + 3 \textcircled{4} - 4 \textcircled{3} + 8 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} - 7$ , & nombre à soustraire tel:  $4 \textcircled{8} - 6 \textcircled{7} + 4 \textcircled{6} - 5 \textcircled{5} + 5 \textcircled{4} - 7 \textcircled{3} - 5 \textcircled{2} - 8 \textcircled{1} + 2$ . Explication du requis. Il faut trouver leur reste. Construction. On soustraira les donnez, observant les reigles de + & - contenues au theoreme devant le 29. probleme. Or doncques soustrait  $4 \textcircled{8}$  de  $4 \textcircled{8}$ , ne reste rien; Et  $-6 \textcircled{7}$  de  $-6 \textcircled{7}$ , ne reste rien; &  $+4 \textcircled{6}$  de  $+7 \textcircled{6}$ , reste  $+3 \textcircled{6}$ , & ainsi des autres; La disposition des caracteres de l'operation est telle:

Reste  $3 \textcircled{6} - 1 \textcircled{5} - 2 \textcircled{4} + 3 \textcircled{3} + 13 \textcircled{2} - 14 \textcircled{1} - 9$

Je di, que ladicte reste est la reste requise. Item pour soustraire  $\sqrt{2 \textcircled{1}}$  de  $\sqrt{8 \textcircled{1}}$ , on soustraira

straira  $\sqrt{2}$  de  $\sqrt{8}$ , reste par le 25 probleme  $\sqrt{2}$ , doncques  $\sqrt{2}$  ①, est la reste requise.

Et de mesme sorte nous dirons; que  $2 \times$  ①, soustraiçt de  $\sqrt{8} \times$  ①, donne reste  $\sqrt{2} \times$  ①.

Item pour soustraire par racines de multinomies algebriques entre eux commensurables, comme estant  $\sqrt{bino. 3}$  ② + 2 ① à soustraire de  $\sqrt{bino. 27}$  ② + 18 ①, on se souviendra de la note du 25 probleme; à sçavoir que quotient des donnez moins un, multiplié par diviseur, donne reste des donnez; divisant doncques  $\sqrt{bino. 27}$  ② + 18 ① par  $\sqrt{bino. 3}$  ② + 2 ①, donne quotient (par le 50 probleme) 3; duquel soustraiçt, par reigle, 1, reste 2; par le mesme multiplié le diviseur  $\sqrt{bino. 3}$  ② + 2 ①, donne reste requise  $\sqrt{bino. 12}$  ② + 8 ①.

Et par mesme moyen s'entendra, que  $\sqrt{bino. \sqrt{3}}$  ② +  $\sqrt{2} \times$  ①, soustraiçt de  $\sqrt{bino. \sqrt{48}}$  ② + 32 ①, reste  $\sqrt{bino. \sqrt{3}}$  ② +  $\sqrt{2} \times$  ①.

Item comme on soustraiçt les racines incommensurables par + & -, ainsi on soustraira diverses especes de quantitez par + & -; comme 2 ①, soustraiçtes de 3 ②, reste 3 ② - 2 ①. Item - 2 ①, soustraiçtes de 3 ②, reste 3 ② + 2 ①, &c.

La demonstration des susdicts exemples, est manifeste par les demonstrations des problemes des soustractions precedentes; ou autrement; par l'addition du 51 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebrique entier duquel on soustraiçt, & nombre algebrique entier à soustraire, nous avons trouvé leur reste, ce qu'il falloit faire.

Seconde distinction des quatre numerations des nombres algebriques rompuz, & d'autres computations à icelles appartenantes.

PROBLEME LIII.

**E**stant donnez deux multinomies algebriques: Trouver leur plus grande commune mesure.

*Nota.* Petrus Nonius au commencement de la troisieme partie de son Algebre, estimoit qu'alors ce probleme n'estoit par generale reigle inventé; parquoy il en descrivoit quelque maniere à tastons. Nous descrivons sa legitime construction, qui sera semblable à l'operation de l'invention de la plus grande commune mesure des nombres Arithmetiques entiers du 5 probleme: à sçavoir on divisera premierement le maieur par le moindre, & puis le diviseur autrefois par la reste, jusques à ce qu'il n'y reste rien, &c. comme le tout sera plus clair par exemple.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux multinomies algebriques tels: l'un 1 ③ + 1 ②, l'autre 1 ② + 7 ① + 6. *Explication du donné.* Il faut trouver leur plus grande commune mesure. *Construction.* On divisera le multinomie auquel est la superieure quantite, comme est icy le premier donné 1 ③ + 1 ②, par l'autre (du quotient, qui est 1 ①, comme audict 5 probleme, ne prenons icy cure) en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ ③} + 1 \text{ ②} \\ - 1 \text{ ②} + 7 \text{ ①} + 6 \\ \hline 1 \text{ ③} + x \text{ ②} + 7 \text{ ①} + 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \text{ ①} \\ x \text{ ②} + 7 \text{ ①} + 6 \\ - 6 \text{ ②} - 6 \text{ ①} \\ \hline - 6 \text{ ②} - 6 \text{ ①} \end{array} \left( \frac{x}{6} \right)$$

$$\begin{array}{r} - 6 \text{ ②} - 6 \text{ ①} \\ + 6 \text{ ①} + 6 \\ \hline - 6 \text{ ②} \end{array} \left( - 1 \text{ ①} \right)$$

Et restera - 6 ② - 6 ①, par les mesmes on divisera autre fois le precedent diviseur, en ceste sorte:

Et restera 6 ① + 6; par les mesmes se divisera autre fois le precedent diviseur, en ceste sorte:

Et n'y reste rien; parquoy je di, que 6 ① + 6, est la plus grande commune mesure requise.

*Demonstration.* Si l'on mesuré, combien de fois il y a 6 ① + 6 en 1 ③ + 1 ②, (c'est à dire, si on divise 1 ③ + 1 ② par 6 ① + 6) se trouve (par le 50 probleme)  $\frac{1}{6}$  ② fois: Semblablement, combien de fois les mesmes 6 ① + 6 sont en 1 ② + 7 ① + 6, se trouve  $\frac{1}{6}$  ① + 1 fois: Mais que c'est aussi la plus grande commune mesure, est manifeste, par ce que  $\frac{1}{6}$  ② &  $\frac{1}{6}$  ① + 1, sont quantitez (par la 21 definition) entre elles premieres; ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux multinomies algebriques, nous avons trouvé leur plus grande commune mesure, ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LIV.

**E**stant donné nombre algebrique rompu: Trouver son premier rompu.

*Explication du donné.* Soit donné rompu algebrique tel  $\frac{1 \text{ ③} + 1 \text{ ②}}{1 \text{ ②} + 7 \text{ ①} + 6}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver son premier rompu. *Construction.* On trouvera la plus grande commune mesure, de 1 ③ + 1 ②, & 1 ② + 7 ① + 6, qui par le 53 probleme sera 6 ① + 6: par les mesmes se divisera 1 ③ + 1 ②, donne quotient (par le 50 probleme)  $\frac{1}{6}$  ②, lequel on mettra sur une ligne; Puis on divisera les 1 ② + 7 ① + 6, par lesdicts 6 ① + 6, donne quotient  $\frac{1}{6}$  ① + 1, lesquels on mettra souz ladicte ligne en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} \frac{1}{6} \text{ ②} \\ \frac{1}{6} \text{ ①} + 1 \\ * \frac{1}{6} \text{ ②} \\ \hline \frac{1}{6} \text{ ①} + 1 \end{array}$$

Le di que le mesme est le premier rompu requis. *Demonstration.* Estant numerateur & nominateur de \* nombres entre eux premiers, par la 21 definition, ils feront le premier rompu du rompu  $\frac{1 \text{ ③} + 1 \text{ ②}}{1 \text{ ②} + 7 \text{ ①} + 6}$ , par la 23 defin. ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebrique rompu, nous avons trouvé son premier rompu; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LV.

**E**stant donné nombre algebrique d'entier & rompu: Trouver un rompu qui leur soit egal.

*Explication du donné.* Soit donné nombre algebrique d'entier & rompu tel 2 ③ +  $\frac{3 \text{ ②}}{5}$ .

*Explication du requis.* Il faut trouver un rompu qui leur soit egal. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 7 probleme; On dira doncques, 5 (4) fois 2 ③, font 10 ⑦, auxquels ajoutez les 3 ②, font 10 ⑦ + 3 ②, lesquels on mettra sur une ligne, & les 5 (4) souz la ligne, en ceste sorte  $\frac{10 \text{ ⑦} + 3 \text{ ②}}{5 \text{ ④}}$ . Je di que le mesme est le rompu requis, egal à l'entier & rompu donné. *Demonstration.* La demonstration est par division manifeste; Car divisant 10 ⑦ + 3 ②, par 5 (4), donne quotient 2 ③ +  $\frac{3 \text{ ②}}{5 \text{ ④}}$ , comme dessus, ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebrique d'entier & rompu, nous avons trouvé un rompu qui leur est egal; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LVI.

**E**stant donnez nombres algebriques rompuz, ayans inegaux nominateurs; Les reduire en rompuz ayans commun denominateur.

*Explication du donné.* Soyent les rompuz donnez ayans inegaux nominateurs tels  $\frac{2 \text{ ①}}{3 \text{ ②}}$  &  $\frac{4 \text{ ①}}{5 \text{ ③}}$ . *Explication du requis.* Il les faut reduire en rompuz ayans un commun nominateur: c'est à dire, qu'il faut trouver deux autres rompuz egaux aux donnez, & ayans egaux nominateurs. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 9 probleme. On disposera doncques les donnez



donnez comme ci deffous; Puis on dira, 3 ② fois 4 ④, font 12 ⑥, les mettant sur les  $\frac{4}{3}$  ①. Puis 5 ③ fois 2 ① font 10 ④, les mettant sur les  $\frac{2}{5}$  ②; Puis on multipliera 3 ②, par 5 ③, font 15 ⑤, lesquels on mettra deffous. Et la disposition des caracteres de l'operation sera telle:

$$\begin{array}{r} 10 \text{ ④} \\ \frac{2 \text{ ①}}{3 \text{ ②}} \times \frac{4 \text{ ④}}{5 \text{ ③}} \\ \hline 15 \text{ ⑤} \end{array}$$

Je di que  $\frac{10}{3}$  ④ &  $\frac{4}{5}$  ③ sont les rompus requis. *Demonstration.* Les rompus avoir 15 ⑤ pour commun nominateur, est manifeste. Et les  $\frac{10}{3}$  ④ estre egales à  $\frac{2}{3}$  ①, apert en cela, que  $\frac{2}{3}$  ① est premier rompu des  $\frac{10}{3}$  ④, aussi sont les mesmes  $\frac{2}{3}$  ① premier rompu de  $\frac{4}{5}$  ③ par le 54 probleme. Et semblablement se demonstrera que  $\frac{4}{5}$  ③ sont egales à les  $\frac{4}{5}$  ③; ce qu'il falloit demonstret.

COROLLAIRE:

Il est manifeste par ce probleme, comment la raison donnee en nombres rompus se convertira en nombres entiers, car les rompus donnez sont en telle raison comme 10 ④ à 12 ⑥.

*Conclusion.* Estant doncques donnez nombres algebrayques rompus ayans inegaux nominateurs, nous les avons reduict en rompus ayans commun nominateur; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres algebrayques rompus.

PROBLEME LVII.

**E**stant donné nombre algebrayque rompu à multiplier, & multiplicateur: Trouver leur produit.

*Explication du donné.* Soit donné le rompu à multiplier  $\frac{3}{2}$  ①, & multiplicateur  $\frac{5}{3}$  ②. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produit. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 12 probleme. On multipliera doncques 3 ①, par 5 ②, font 15 ③; Puis 2 ③, par 3 ①, font 6 ④. Et la disposition des caracteres de l'operation sera telle:

$$\begin{array}{r} 3 \text{ ①} \cdot 5 \text{ ②} \cdot 15 \text{ ③} \\ 2 \text{ ③} \cdot 3 \text{ ①} \cdot 6 \text{ ④} \end{array}$$

Je di que  $\frac{15}{6}$  ③ est le produit requis; dont la demonstration sera semblable aux precedentes demonstrations des multiplications, ou bien par la division suivante.

NOTA. Et semblable sera aussi l'operation en multinomies rompus; car il faudroit alors multiplier les multinomies l'un par l'autre, comme nous avons fait icy par les simples noms, desquels (à cause de brieveté & aussi que la chose est notoire) ne donnerons aucuns exemples. Et ceste note servira aussi pour semblable avertissement aux trois problemes suivans. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebrayque rompu à multiplier, & multiplicateur; Nous avons trouvé leur produit; ce qu'il falloit faire.

De la division des nombres algebrayques rompus.

PROBLEME LVIII.

**E**stant donné nombre algebrayque rompu à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.

*Explication du donné.* Soit donné le nombre à diviser  $\frac{12}{3}$  ①, & diviseur  $\frac{2}{5}$  ②. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 13 probleme. On multipliera doncques par croix, à sçavoir 6 (4), par 2 ①, font 12 ③; Puis 2 ②, par 5 ②, font 10 (4). Et la disposition des caracteres de l'operation sera telle:

$$\begin{array}{r} \frac{12}{3} \text{ ①} \times \frac{2}{5} \text{ ②} \\ \hline 10 \text{ ④} \end{array}$$

Je di que  $\frac{12}{10}$  ③ est le quotient requis; Dont la demonstration sera semblable à celles des precedentes divisions, ou bien

par la multiplication precedente. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebrayque rompu à diviser, & diviseur; nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres algebrayques rompus

PROBLEME LIX.

**E**stant donné nombres algebrayques rompus à ajoûter: Trouver leur somme.

*Explication du donné.* Soient donnez nombres algebrayques rompus à ajoûter tels,  $\frac{2}{4}$  ① &  $\frac{8}{3}$  ②. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* Ceste construction sera semblable à celle du 10 probleme. On multipliera doncques 4 ④ par 2 ①, font 8 ③; Puis 2 ③, par 5 ③, font 10 ③; Puis ajoûtant 10 ③, & 8 ③, font 10 ③ + 8 ③; Puis on dira, 4 ④ fois 5 ③, font 20 ⑤. Et la disposition des caracteres de l'operation sera telle:

$$\begin{array}{r} \frac{2}{4} \text{ ①} \times \frac{8}{3} \text{ ②} \cdot \frac{8}{5} \text{ ③} \\ \hline \frac{10}{5} \text{ ③} + \frac{8}{5} \text{ ③} \\ \hline 20 \text{ ⑤} \end{array}$$

Je di que  $\frac{10+8}{20}$  ⑤ est la somme requise; Dont la demonstration sera semblable aux demonstrations des additions precedentes.

*Conclusion.* Estant doncques donnez nombres algebrayques rompus à ajoûter, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soustraction des nombres algebrayques rompus.

PROBLEME LX.

**E**stant donné nombre algebrayque duquel on soustraiet, & à soustraire: Trouver leur reste.

*Explication du donné.* Soit donné nombre duquel on soustraiet  $\frac{9}{3}$  ①, & nombre à soustraire  $\frac{4}{2}$  ②.

*Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* Ceste construction sera semblable à celle de 11 probleme. On multipliera doncques 2 ②, par 9 ③, fait 18 ⑤; Puis 4 ①, par 3 (4), fait 12 ③; Puis soustrayant 12 ③, de 18 ⑤, reste 6 ⑤; Puis on multipliera 2 ②, par 3 (4), fait 6 ⑥. Et la disposition des caracteres de l'operation sera telle:

$$\begin{array}{r} \frac{9}{3} \text{ ①} \times \frac{4}{2} \text{ ②} \cdot 18 \text{ ⑤} \\ \hline \frac{12}{3} \text{ ③} \\ \hline 6 \text{ ⑤} \\ \hline 6 \text{ ⑥} \end{array}$$

Je di que  $\frac{6}{6}$  ⑥ est la reste requise; dont la demonstration sera semblable aux demonstrations des soustractions precedentes.

*Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebrayque duquel on soustraiet, & à soustraire, nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

Troiesme distinction, des extractions de racines de nombres algebrayques:

PROBLEME LXI.

**E**stant donné nombre algebrayque: Trouver sa racine requise.

DE L'ORIGINE DE L'EXTRACTION DES RACINES DES NOMBRES ALGEBRAIQUES.

L'origine de l'extraction des nombres algebrayques se collige par sumption de leurs potences, desquelles nous dirons distinctement de chacun en particulier.

Au premier pour demonstrier l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui soit simple nom, nous multiplierons quelque simple nom en soy, comme 3 ①; son quarré sera 9 ②; doncques 3 ①, sont racine quarrée desdictes 9 ②; Mais il appert que 9 est le quarré de 3, & que le denominateur ② est double au denoniminateur ①, dont par le revers se collige reigle telle:

## REIGLE I.

**P**our extraire racine quarrée qui soit simple nom, il faut prendre la racine quarrée du nombre de multitude, luy appliquant quantité, de laquelle le denoniminateur soit la moitié du denoniminateur donné.

Quant aux origines des extractions des racines quarrées des multinomies, il faut premierement soigner, que les superieures quantitez, tant donnees, que requises, soyent tousiours mises devant, comme nous observons le mesme par tout en nostre Arithmetique. Il faut aussi noter, que 2 ④ est plus haute quantité que  $\sqrt{4}$  ⑦; car le quarré de celle la, est 4 ⑧, & de ceste cy seulement 4 ⑦, & ainsi des autres semblables.

Or pour declarer l'origine de l'extraction de racine quarrée qui sera binomie, nous multiplierons quelque binomie en soy, comme 2 ② + 3 ①; son quarré sera trinomie tel: 4 ④ + 12 ③ + 9 ②; Doncques 2 ② + 3 ①, sont racine quarrée dudit trinomie: mais il appert, que 4 ④ sont le quarré des 2 ②, & que 9 ② sont le quarré des 3 ①; dont par le revers se collige reigle telle:

## REIGLE II.

**P**our extraire racine quarrée qui soit binomie, on prendra les racines quarrées des extremes.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui sera trinomie, nous multiplierons quelque trinomie en soy, comme 2 ② + 3 ① + 4, son quarré sera quinomie tel: 4 ④ + 12 ③ + 25 ② + 24 ① + 16; Doncques 2 ② + 3 ① + 4, sont racine quarrée dudit quinomie; Mais il appert, que 4 ④ sont le quarré des 2 ②, & que les 12 ③ sont le double du produit de 2 ② par 3 ①, & que 16 sont le quarré de 4; Dont par le revers se collige reigle telle:

## REIGLE III.

**P**our extraire racine quarrée qui soit trinomie, on prendra les racines quarrées des extremes; puis la moitié du quotient de la division du second nom donné, par la racine quarrée du premier nom donné.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée qui sera quadrimomie, nous multiplierons quelque quadrimomie en soy, comme 2 ③ + 3 ② + 4 ① + 5, son quarré sera septinomie tel 4 ⑥ + 12 ⑤ + 25 ④ + 44 ③ + 46 ② + 40 ① + 25; Doncques 2 ③ + 3 ② + 4 ① + 5, sont racine quarrée dudit septinomie; Mais il appert que les 4 ⑥ sont le quarré des 2 ③, & que les 12 ⑤, sont le double du produit de 2 ③ par 3 ②, & que 40 ①, sont le double du produit de 4 ① par 5, & que 25 sont le quarré de 5; dont par le revers se collige reigle telle:

## REIGLE IV.

**P**our extraire racine quarrée qui soit quadrimomie, on extraira les racines quarrées des extremes; puis on prendra la moitié du quotient de la division du second nom donné, par la racine quarrée du premier nom donné; puis la moitié du quotient de la division du penultième nom donné, par la racine quarrée du dernier nom donné.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui

sera quinomie, on multipliera quelque quinomie en soy, comme dessus, & se trouvera alors reigle telle:

## REIGLE V.

**P**our extraire racine quarrée qui soit quinomie, alors le premier, second, quatriesme, & cinquiesme nom de la racine requise, se trouvent comme le quadrimomie de la quatriesme reigle; mais le troiesme nom de la racine requise, se trouvera en soustrayant de l'antepenultième nom donné, le quarré du quatriesme de la racine requise, & divisant la moitié du reste par la racine du dernier nom donné.

Car le quotient sera le troiesme nom du quinomie de la racine requise. La raison est, que l'antepenultième nom donné, se compose du double du produit, du troiesme nom de la racine requise, par le dernier nom de la racine requise, avec le quarré du quatriesme nom de la racine requise. Et semblablement pourroit on proceder en infini pour reigles des extractions des racines quarrées quelconques. Nous viendrons donc aux racines cubiques.

Et premierement pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui soit simple nom, nous prendrons la potence cubique de quelque simple nom, comme de 3 ②, son cube est 27 ⑥. Doncques 3 ②, sont racine cubique des 27 ⑥; Mais il appert que 27 sont le cube de 3, & que le denoniminateur ⑥ est triple au denoniminateur ②; Dont par le revers se collige reigle telle:

## REIGLE VI.

**P**our extraire racine cubique qui soit simple nom, il faut prendre la racine cubique du nombre de multitude, luy appliquant quantité, de laquelle le denoniminateur soit le tiers du denoniminateur de la quantité donnée.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui sera binomie, nous prendrons la potence cubique de quelque binomie, comme de 5 ① + 2, son cube sera quadrimomie tel, 125 ③ + 150 ② + 60 ① + 8; Doncques 5 ① + 2, sont racine cubique dudit quadrimomie; Mais il appert que 125 ③, sont le cube des 5 ①, & que 8 sont le cube de 2; Dont par le revers se collige reigle telle:

## REIGLE VII.

**P**our extraire racine cubique qui soit binomie, on prendra les racines cubiques des extremes.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui sera trinomie, nous prendrons la potence cubique de quelque trinomie, comme de 3 ② + 2 ① + 4, son cube 27 ⑥ + 54 ⑤ + 144 ④ + 152 ③ + 192 ② + 96 ① + 64; Doncques 3 ② + 2 ① + 4 est racine cubique dudit septinomie; Mais il appert, que 27 ⑥, sont le cube de 3 ②, & que 54 ⑤, sont le triple du produit, du quarré des 3 ②, par les 2 ①, & que 64 sont le cube de 4; Dont par le revers se collige reigle telle:

## REIGLE VIII.

**P**our extraire racine cubique qui soit trinomie, on prendra les racines cubiques des extremes, puis le quotient de la division du tiers du second nom donné, par le quarré de la racine cubique du premier nom donné.

Il est vray que l'on pourroit faire des autres reigles que ceste cy, mais elle est la plus briefve que pour l'heure je voyois, & la colligeai des deux quantitez, desquels se compose le second nom donné, à sçavoir tousiours en double raison, ce que je vi proceder de theoreme tel:

Le double du produit du premier & second nombre, multiplié par le premier, est double au carré du premier, multiplié par le second.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique, qui sera quadrimomie, nous prendrons la potence cubique de quelque quadrimomie, & se trouvera alors reigle telle:

REIGLE IX.

Pour extraire racine cubique qui soit quadrimomie, alors le premier, second, & dernier nom de la racine requise, se trouveront comme le trinomie de la huitiesme reigle; mais le troisieme nom de la racine, se trouvera tout ainsi par les deux derniers noms donnez, comme le second nom de la racine se trouva par les deux premiers noms donnez.

Et ainsi l'on pourroit proceder en infini pour la description de ces reigles, mais estant ainsi les origines asses manifestes, nous viendrons aux exemples de nostre probleme.

Exemple I. de simple nom.

Explication du donné. Soit donné nombre algebratique simple 9 (2). Explication du requis. Il faut trouver la racine quarrée. Construction. Si le simple nom donné, tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement simple nom, il nous faut doncques par la precedente 1 reigle, extraire racine quarrée qui soit simple nom, ainsi: On prendra la racine quarrée du 9, qui est 3, & la moitié du denominateur (2), qui est (1), lequel appliqué à 3, font 3 (1), lesquelles je di estre la racine requise.

Item de 8 (4) la racine quarrée sera  $\sqrt[4]{8 \times (2)}$ , &c.

Mais parce que toute quantité multipliée en foy, donne produit une quantité, de laquelle le nominateur est nombre per, s'ensuit, que denominateur imper, comme (1) ou (3), ou (5), &c. n'aura autre solution, sinon disant que c'est racine d'autant: par exemple, racine quarrée de 9 (3), est  $\sqrt[4]{9 \times (3)}$ .

Multinomie ayant extreme quantité —, ne se solve que par racine quarrée d'autant. Item de binomie ne s'extrait autrement racine quarrée, sinon en disant que c'est racine d'autant; la raison est, qu'il n'y a aucunes quantitez, qui multipliées en eux, peuvent produire binomie, nous commencerons doncques au trinomie.

Exemple II. de trinomie.

Explication du donné. Soit donné trinomie algebratique 4 (4) + 12 (3) + 9 (2). Explication du requis. Il faut trouver la racine quarrée. Construction. Si le trinomie donné tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement binomie: il faut doncques par la precedente 2 reigle, extraire racine quarrée, qui soit binomie, ainsi: On prendra des extremes quantitez donnees, les racines quarrées, qui sont 2 (2) & 3 (1); Puis on verra si le carré de 2 (2) + 3 (1), est egal au trinomie donné; & se trouve qu'ouy; nous dirons doncques, que 2 (2) + 3 (1), est la racine requise; Mais quand ledict carré est inegal au trinomie donné, alors se solvera par racine d'autant.

Item de 2 (2) + 12 (1) + 18, la racine sera  $\sqrt[4]{2 \times (1 + 18)}$ ; car les multipliant en eux, donnent produit le trinomie donné.

NOTA.

L'on peut aussi autrement que par la multiplication en eux, cognoistre si la somme des racines des extremes, est la racine requise, à sçavoir par le produit des extremes noms donnez: car estant tel produit egal au carré de la moitié du moyen nom donné, alors le seront. Comme le produit des susdictes 2 (2), par 18, fait 36 (2), aussi fait 36 (2), le carré de la moitié des 12 (1) (dont la

raison apparoist en multipliant un binomie algebratique en foy.) Doncques je concluz que la somme des racines des extremes, est le requis. Item de 4 (4) — 12 (3) + 9 (2) la racine quarrée sera autant 2 (2) — 3 (1) comme — 2 (2) + 3 (1).

Exemple III. de quadrimomie.

Explication du donné. Soit donné quadrimomie algebratique 64 (4) + 64 (3) — 8 (1) + 1. Explication du requis. Il faut trouver la racine quarrée. Construction. Si le quadrimomie donné, tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement trinomie; il faut doncques par la precedente troisieme reigle, extraire racine quarrée qui soit trinomie, ainsi: on extraira la racine quarrée de 64 (4), & fera 8 (2)

Puis se divisera le second nom donné, 64 (3); par 8 (2) premier en l'ordre, donne quotient 8 (1); Sa moitié 4 (1)  
Racine quarrée du dernier nom donné 1

Puis il faut considerer, si le second, ou troisieme nom donné, est — (car tout quadrimomie ayant racine quarrée trinomie, aura necessairement second ou troisieme nom —) & appert que cest le troisieme, nous dirons doncques, que le premier & second en l'ordre est —, & que le troisieme en l'ordre est +, à sçavoir — 8 (2) — 4 (1) + 1. Ou autrement, nous dirons, que le premier & second en l'ordre est +, & le troisieme en l'ordre —, à sçavoir 8 (2) + 4 (1) — 1, & fera autant l'un trinomie, comme l'autre la racine requise.

Mais si le second nom donné eust esté —, comme 64 (4) — 64 (3) + 8 (1) + 1, nous dirons, que le second & troisieme en l'ordre est —, & le premier +, à sçavoir 8 (2) — 4 (1) — 1. Ou autrement, que le second & troisieme en l'ordre est +, & le premier —; à sçavoir — 8 (2) + 4 (1) + 1, & fera autant l'un trinomie comme l'autre la racine requise.

Quant au quinomie, la racine quarrée peut estre ou trinomie, ou quadrimomie, ou quinomie; à sçavoir trinomie, si tous les noms fussent +; quadrimomie, ou quinomie, s'il y eust un ou deux noms avec —; & si la racine fust quadrimomie, elle se pourra rencontrer (Il est vray que l'operation, est selon la precedente 4 reigle, en toutes la mesme, mais au respect de la disposition du + ou —) en 12 differences: car quinomie donné, comme + — + + +, pourra avoir racines — + — — —, ou + — — —, + — + +, ou — + + +, toutes lesquelles differences nous pourrions descrire, mais celuy qui entendra les antecedens, facilement verra l'infini progrès d'icelles: nous dirons doncques des racines cubiques.

Exemple IV. de simple nom.

Explication du donné. Soit donné nombre algebratique simple 27 (6). Explication du requis. Il faut trouver la racine cubique. Construction. Si le simple nom donné, tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement simple nom, il faut doncques par la precedente 6 reigle, extraire racine cubique qui soit simple nom, ainsi; On prendra la racine cubique de 27, qui est 3, & le tiers du denominateur (6), qui est (2), appliqué à 3, seront 3 (2), lesquelles je di estre la racine requise.

Item de 6 (3) la racine cubique sera  $\sqrt[3]{6 \times (3)}$ , &c.

Mais parce que toute potence cubique de quantité, tient son denominateur triple au denominateur de la quantité, s'ensuit que denominateur, qui ne se mesure point par 3, comme (5), & (7), &c. n'aura autre solution, sinon disant, que c'est racine d'autant. Par exemple, racine cubique de 8 (3), est  $\sqrt[3]{8 \times (3)}$ .

De binomie, & trinomie, ne s'extrait autrement racine cubique, sinon en disant, que c'est racine d'autant, dont la raison est, qu'il n'y a aucunes quantitez, desquel-

les les potences cubiques sont binomie ou trinomie. Nous commencerons doncques au quadrimomie;

*Exemple v. de quadrimomie.*

*Explication du donné.* Soit donné quadrimomie algébrique  $8 \textcircled{3} + 36 \textcircled{2} + 54 \textcircled{1} + 27$ . *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* Si le quadrimomie donné a racine comme nous cherchons, elle fera seulement binomie, il faut doncques par la precedente 7 reigle, extraire racine cubique qui soit binomie, ainsi: On prendra des extremes noms donnez les racines cubiques, qui sont  $2 \textcircled{1}$ , &  $3$ ; puis on verra si le cube de  $2 \textcircled{1} + 3$ , est egal au quadrimomie donné, & se trouve qu'ouy; Nous dirons doncques que  $2 \textcircled{1} + 3$ , est la racine requise, mais quand ledict cube est inegal au quadrimomie donné, alors se solvera par racine d'autant.

Item, quand les donnez sont quadrimomie  $+ - + -$ , la racine cubique pourra estre  $+ -$ , mais de quadrimomie  $- + - +$  pourra estre  $- +$ . Et semblablement pourra on proceder en infini par racines d'especes quelconques.

*Demonstration.*

La demonstration est manifeste en chascune construction avant que nous affermames d'avoir trouvé la racine requise. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebratique, nous avons trouvé sa racine requise; ce qu'il falloit faire.

### Quatriesme distinction, des quatre numerations, des postposées quantitez.

De la multiplication des postposées quantitez.

#### PROBLEME LXII.

**E**stant donnée postposée quantité à multiplier, & multiplicateur: Trouver leur produit.

*Explication du donné.* Soit donné nombre à multiplier  $3 \textcircled{sec. 1}$ , & multiplicateur  $2 \textcircled{ter. 2}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur produit. *Construction.* On multipliera  $3$  par  $2$ , font  $6$ , auxquels appliqué la  $sec. 1$ , seront  $6 \textcircled{sec. 1}$ ; puis on mettra M avec l'autre denominateur donné, en ceste sorte,  $6 \textcircled{sec. 1} \textcircled{M ter. 2}$ , qui (pour produit requis) signifie par la 28 definition  $6 \textcircled{sec. 1}$  multipliées par  $1 \textcircled{ter. 2}$ . Ou autrement, ayant multiplié  $3$  par  $2$ , l'on peut au produit  $6$  appliquer la  $ter. 2$ , & seront  $6 \textcircled{ter. 2}$ ; Puis on mettra M avec l'autre denominateur de quantité, en ceste sorte:  $6 \textcircled{ter. 2} \textcircled{M sec. 1}$ , & sera autant le produit requis, comme le premier. *Demonstration.* Posons que  $1 \textcircled{sec. 1}$  vaille  $4$ , doncques  $3 \textcircled{sec. 1}$ , nombre à multiplier, vaudront  $12$ ; puis posons que  $1 \textcircled{ter. 2}$  vaille  $5$ , doncques  $2 \textcircled{ter. 2}$ , multiplicateur, vaudront  $10$ , parquoy le produit du nombre à multiplier  $12$ , par multiplicateur  $10$ , fait  $120$ , Mais le produit  $6 \textcircled{sec. 1} \textcircled{M ter. 2}$ , vaut aussi  $120$ ; Car par l'hypothese  $1 \textcircled{sec. 1}$  vaut  $4$ , parquoy le  $6 \textcircled{sec. 1}$  vaudront  $24$ , qui multipliez par  $5$ , valeur de  $1 \textcircled{ter. 2}$ , fait comme dessus  $120$ . Ou autrement,  $6 \textcircled{ter. 2}$ , valent  $30$  (car  $1 \textcircled{ter. 2}$ , vaut  $5$ , par l'hypothese) qui multiplié par  $4$ , valeur de  $1 \textcircled{sec. 1}$ , fait aussi  $120$ . Le mesme se prouvera de position de valeur quelconque; c'est doncques le vray produit requis; ce qu'il falloit demonstrier.

**NOTA.** De mesme sorte nous dirons, que  $2 \textcircled{sec. 1}$ , multipliées par  $3 \textcircled{1}$ , font  $6 \textcircled{1} \textcircled{M sec. 1}$ . Mais postposées quantitez d'une mesme progression, comme toutes de seconde position, ou toutes de tierce position, se multiplient comme les precedentes de premiere position, comme  $3 \textcircled{sec. 1}$ , par  $2 \textcircled{sec. 1}$ , font  $6 \textcircled{sec. 2}$ , &c.

Mais si multinomie fust à multiplier par multinomie, comme  $4 \textcircled{sec. 2} + 5 \textcircled{1}$  par  $3 \textcircled{sec. 3} + 2 \textcircled{1}$ ; On multi-

pliera selon l'ordre vulgaire, comme demonstre ceste disposition de caracteres de l'operation achevée.

$$\begin{array}{r} 4 \textcircled{sec. 2} + 5 \textcircled{1} \\ 3 \textcircled{sec. 2} + 2 \textcircled{1} \\ \hline + 8 \textcircled{1} \textcircled{M sec. 2} + 10 \textcircled{2} \\ 12 \textcircled{sec. 4} + 15 \textcircled{1} \textcircled{M sec. 2} \\ \hline 12 \textcircled{sec. 4} + 23 \textcircled{1} \textcircled{M sec. 2} + 10 \textcircled{2} \end{array}$$

Mais s'il y eust à multiplier par quantitez multipliées, ou divisées; comme  $2 \textcircled{1} + 4 \textcircled{sec. 3}$  par  $2 \textcircled{1} \textcircled{M sec. 1}$ , on les disposera en ordre comme dessous, disant,  $4 \textcircled{sec. 3}$  fois  $2 \textcircled{1} \textcircled{sec. 2}$ , font  $8 \textcircled{1} \textcircled{M sec. 5}$  (car multipliant  $sec. 3$  par  $sec. 2$  fait  $sec. 5$ ) Puis  $3 \textcircled{2}$  fois  $2 \textcircled{1} \textcircled{sec. 2}$ , fait  $6 \textcircled{3} \textcircled{sec. 2}$ , & le produit requis & disposition de caracteres sera comme cy dessous:

$$\begin{array}{r} 2 \textcircled{1} \textcircled{sec. 3} \\ 3 \textcircled{2} + 4 \textcircled{sec. 3} \\ \hline 6 \textcircled{3} \textcircled{M sec. 3} + 8 \textcircled{1} \textcircled{M sec. 3} \end{array}$$

Et pour demonstrier que ledict produit est le vray produit requis, posons pour  $1 \textcircled{1}$  quelque valeur, comme  $3$ , & pour  $1 \textcircled{sec. 1}$  posons  $2$ , doncques le nombre à multiplier vaudra  $24$ , & multiplicateur vaudra  $59$ , leur produit est  $1416$ ; aussi vaut  $1416$  le produit de la solution.

Item  $3 \textcircled{1} \textcircled{M sec. 2}$ , par  $3 \textcircled{2} \textcircled{M ter. 1}$ , font  $9 \textcircled{3} \textcircled{M sec. 2} \textcircled{M ter. 1}$ , le mesme se prouve posant quelques valeurs des quantitez; par exemple,  $1 \textcircled{1}$  valoir  $3$ , &  $1 \textcircled{sec. 1}$  valoir  $2$ , &  $1 \textcircled{ter. 1}$  valoir  $4$ ; car nombre à multiplier vaudra  $36$ , & multiplicateur  $108$ , desquels le produit est  $3888$ ; aussi vaut  $3888$  ledict produit: car  $9 \textcircled{3}$  valent  $243$ , qui multipliez par valeur de  $1 \textcircled{sec. 2}$ , qui est par  $4$ , fait  $972$ , qui multiplié par valeur de  $1 \textcircled{ter. 1}$ , qui est par  $4$ , fait comme dessus  $3888$ .

Item  $2 \textcircled{1} \textcircled{D sec. 2}$ , multipliées par  $3 \textcircled{2} \textcircled{D ter. 3}$ , donnent produit  $6 \textcircled{3} \textcircled{D sec. 2} \textcircled{D ter. 3}$ .

Item  $3 \textcircled{2} + 2 \textcircled{sec. 3}$ , multipliées par  $2 \textcircled{1} \textcircled{D sec. 2}$ , donnent produit  $6 \textcircled{3} \textcircled{D sec. 3} + 4 \textcircled{1} \textcircled{D sec. 2} \textcircled{M sec. 3}$ , desquels les demonstrations sont semblables aux precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnée postposée quantité à multiplier, & multiplicateur; nous avons trouvé leur produit; ce qu'il falloit faire.

De la division des postposées quantitez.

#### PROBLEME LXIII.

**E**stant donnée postposée quantité à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.

*Explication du donné.* Soit donné nombre à diviser  $6 \textcircled{ter. 3}$ , & diviseur  $2 \textcircled{sec. 1}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera le  $6$  par  $2$ , donne quotient  $3$ , auquel appliqué la  $ter. 3$ , seront  $3 \textcircled{ter. 3}$ ; puis on mettra D avec l'autre denominateur donné, en ceste sorte:  $3 \textcircled{ter. 3} \textcircled{D sec. 1}$ , qui (pour quotient requis) signifie par la 28 definition  $3 \textcircled{ter. 3}$  divisées par  $1 \textcircled{sec. 1}$ . *Demonstration.* Posons que  $1 \textcircled{ter. 3}$  vaille  $2$ , doncques  $6 \textcircled{ter. 3}$  à diviser vaudront  $12$ , puis posons que  $1 \textcircled{sec. 1}$  vaille  $3$ , doncques  $2 \textcircled{sec. 1}$  diviseur vaudront  $6$ , ergo le quotient de nombre à diviser  $12$ , par diviseur  $6$ , est  $2$ ; Mais le quotient de la solution cy dessus vaut aussi  $2$ , car  $1 \textcircled{ter. 3}$  vaut (par l'hypothese)  $2$ , parquoy les  $3 \textcircled{ter. 3}$ , valent  $6$ , qui divisé par  $3$  valeur de  $1 \textcircled{sec. 1}$ , donne quotient comme dessus  $2$ . Le mesme se prouvera par position de valeur quelconque, c'est doncques le vray produit requis; ce qu'il falloit demonstrier.

**NOTA.** Postposées quantitez d'une mesme progression,

gression, se divisent comme les precedentes premiere-  
ment posees, comme 8 ter. ④, divisees par 4 ter. ①, don-  
nent quotient 2 ter. ②, &c.

Item divisant 6 ③ M sec. ①, par 2 ① M ter. ②, don-  
nent quotient 3 ② M sec. ① D ter. ②.

Item divisant 6 ③ D sec. ①, par 2 ① D ter. ②, donne  
quotient 3 ② D sec. ① M ter. ②.

Item divisant 6 ③ D sec. ①, par 2 ① M ter. ②, donne  
quotient 3 ② D sec. ① D ter. ②.

Item divisant 6 ③ M sec. ①, par 2 ① D ter. ②, don-  
ne quotient 3 ② M sec. ① M ter. ②: Desquelles les de-  
monstrations seront semblables à les precedentes.  
Nous pourrions de ces divisions donner autres exem-  
ples plus difficiles, mais celui qui entendra bien les  
precedens, facilement procedera plus avant. *Conclusion.*  
Estant doncques donnée postposée quantité à diviser,  
& diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il  
falloit faire.

De l'addition des postposees quantitez.

PROBLEME LXIV.

**E**stant donnees postposees quantitez à ajouter: Trouver leur  
somme.

*Explication du donné.* Soyent donnees postposees quan-  
titez à ajouter 2 sec. ⑤ & 3 ter. ①. *Explication du requis.* Il  
faut trouver leur somme. *Construction.* On les ajoutera  
par +, disant que c'est 2 sec. ① + 3 ter. ①; dont la de-  
monstration est manifeste.

Quant au + & - qui se rencontrent en additions  
des multinomies, on ensuivra les reigles des addi-  
tions precedentes: mais quantitez d'une mesme pro-  
gression, s'ajoutent commé les premierement posees;  
par exemple, 3 sec. ③, avec 5 sec. ③, font 8 sec. ③, &c. Et  
semblable avertissement servira au probleme suivant.  
*Conclusion.* Estant doncques donnees postposees quan-  
titez à ajouter, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il  
falloit faire.

De la soustraction des postposees quantitez.

PROBLEME LXV.

**E**stant donnée postposée quantité de laquelle on soustraiçt,  
& à soustraire: Trouver leur reste.

*Explication du donné.* Soit donnée postposée quantité  
de laquelle on soustraiçt ④ ter. ①, & à soustraire 2  
sec. ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Con-  
struction.* On les soustraira par -, disant que c'est 4 ter.  
① - 2 sec. ①; dont la demonstration est manifeste. *Con-  
clusion.* Estant doncques donnée postposée quantité de  
laquelle on soustraiçt, & à soustraire, Nous avons  
trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

Cinquiesme distinction, de la reigle de  
trois des quantitez.

**V**eu que les nombres Arithmetiques, & radicaux,  
à la precedente 1. & 2. partie de ce second livre,  
ont eu apres leurs computations rationelles, aussi leurs  
computations proportionelles; S'en suit (selon qu'il a  
esté promis en l'argument) qu'en ceste troisieme par-  
tie, apres les precedentes computations rationelles des  
quantitez, il nous faut aussi descrire leurs computations  
proportionelles, & premierement leur reigle de trois.  
Mais avant que d'y venir, nous annoterons quelques ar-  
ticles necessaires, desquels le premier est tel:

LA RAISON POURQUOY NOUS

appelons Reigle de trois, ou invention du quatriesme pro-  
portional des quantitez; ce que vulgairement se dict  
equation des quantitez.

**V**eu que les noms convenables, sont en les sciences  
de grande importance, & principalement es diffi-  
ciles, ce n'est point à tort, que nous les choisissons, au  
lieu des inconvenables; ce qui sera icy, de l'invention de  
quatriesme proportional des quantitez, qui se dict vul-  
gairement equation; Nous le nommons ainsi, parce qu'il  
est plus commode à la doctrine; Car puis qu'il y a tou-  
siours donnez trois termes, ausquels on cherche un qua-  
triesme proportional (comme apparoitra en son lieu)  
pourquoy ne s'appelleroit cecy pas aussi bien invention  
de quatriesme proportional, comme en tous autres?  
Quant à ce que l'on me dira, que c'est aussi equation, cer-  
tes je le concede, & non pas seulement en quantitez al-  
gebriques, mais en tous autres. Par exemple, 6 aulnes  
coustent 4 lb, combien 3 aulnes? l'on trouve son qua-  
triesme proportional 2 lb, ce qui est aussi equation, car  
on egale à la valeur des 3 aulnes, la valeur de 2 lb: toutes-  
fois il n'est point en usage de le nommer equation; mais  
on l'appelle (& à bon droict, puis qu'il est plus propre)  
invention de quatriesme proportional: Et pour la mes-  
me raison le nommons nous icy ainsi, à fin que le grand  
mistere de proportion en quantitez, ensemble les causes  
de choses, soyent plus faciles & notoires, que oncques  
au paravant. Car ce mot d'equation a faict penser aux  
apprentifs, que c'estoit quelque matiere singuliere, la-  
quelle toutesfois est commune en la vulgaire arithmeti-  
que, car nous cherchons à trois termes donnez, un qua-  
triesme proportional. Mais comme cela qu'ils nomment  
equation, ne consiste point en egalité des quantitez ab-  
solue, ains en egalité de leurs valeurs; Ainsi cōsiste ceste  
proportion en la valeur des quantitez, comme le sem-  
blable est vulgaire, aux communes choses corporelles.  
Par exemple, un beuf vault 2 moutons avec 8 lb, ergo 1  
mouton vault 4 lb, lesquels sont quatre termes propor-  
tionaux, non pas selon la quantité, en respect de laquel-  
le, le produit des extremes, n'est point egal au produit  
des moyens, mais selon la valeur: car comme 16 lb va-  
leur du beuf, à 16 lb valeur de 2 moutons avec 8 lb, ainsi 4  
lb valeur de 1 mouton, à 4 lb valeur du quatriesme ter-  
me, lesquels termes proportionels, nous mettrons en or-  
dre, pour plus grande evidence, en ceste sorte:

|         |                   |           |      |
|---------|-------------------|-----------|------|
| 1 beuf. | 2 moutons + 8 lb. | 1 mouton. | 4 lb |
| 16 lb.  | 16 lb.            | 4 lb.     | 4 lb |

Le mesme s'entend aussi des quantitez: car quand  
nous disons, 1 ② est egale, ou vault 2 ① + 8, ergo 1 ①  
vault 4, ce sont quatre termes proportionaux; mais au  
respect de leurs valeurs, desquelles le produit des ex-  
tremes, est seulement egal au produit des moyens. Leur  
disposition conforme à la precedente est telle:

|      |          |      |    |
|------|----------|------|----|
| 1 ②. | 2 ① + 8. | 1 ①. | 4. |
| 16.  | 16.      | 4.   | 4. |

DES TROIS TERMES DONNEZ,  
ausquels pour le temps present, on sçait legitimement  
trouver un quatriesme proportional.

**C**OMME tous problemes en la geometrie, ne sont  
encore inventez; Car l'on y desire la quadrature  
du circle, aussi l'invention de deux lignes moyennes pro-  
portionelles entre deux lignes donnees, &c. lesquelles  
toutesfois nous sentons par la raison se pouvoir trouver:

Ainsi nous avient le semblable en l'Arithmetique à l'invention du quatriesme terme proportionel des quantitez; Car quand le premier & second, sont composez de ces cinq quantitez ④③②①①, ou de partie d'icelles, ou de leurs derivatifs, ou qu'il nous soit possible de convertir les donnez à telles especes, par la reduction (laquelle reduction se declarera cy deffous) alors l'on en peut trouver (soit le troisieme terme de quantitez quelconque) le quatriesme proportionel: excepté quelque difficulté qui se rencontre aucunesfois en ③ égale a ① + ①, comme nous en dirons plus amplement, à la fin de la premiere difference du 69 probleme. De tous les autres n'est pour l'heure (combien qu'il est possible) trouvée legitime generale reigle, sinon une que j'ay naguere inventée voir assez commode par autre voye que l'ordinaire. voyez la fin du Probl. 77. Les differences qui se rencontrent desdictes cinq quantitez (desquelles nous descrirons onze Problemes) sont telles:

|   |         |       |
|---|---------|-------|
| ① | Egale a | ①     |
| ② |         | ①①    |
| ③ |         | ①①    |
| ③ |         | ②①    |
| ③ |         | ②①①   |
| ④ |         | ①①    |
| ④ |         | ②①①   |
| ④ |         | ③①    |
| ④ |         | ③②①   |
| ④ |         | ③②①①  |
| ④ |         | ③②①①① |

Il est vray qu'il y auroit des differences beaucoup d'avantage, prenant ② égale à ① pour une, & ④ égale à ②①, pour autre, &c. Mais veu que cecy sont derivatifs des autres, par la 27 definition, desquels l'operation sera semblable à celle de leurs primitifs, nous les comprendrons tous sous un probleme, qui sera le 78. Et après le mesme suit une reigle generale; puis suivront encore deux problemes, de l'invention de quatriesme terme proportionel des postposees quantitez.

### DES INVENTEURS DE CES REIGLES DE TROIS DES QUANTITEZ.

Les inventeurs de ces reigles de trois des quantitez ont esté:

Mahomet filz de Mose Arabien de  $\left\{ \begin{array}{l} \text{① égale à ①.} \\ \text{Leurs derivatifs.} \\ \text{② égale à ①①.} \end{array} \right.$

Et quelque auther incognu de leurs derivatifs.

Quelque autre auther incognu de  $\left\{ \begin{array}{l} \text{③ égale à ①①.} \\ \text{③ égale à ②①.} \end{array} \right.$

Louys de Ferrare de ④ ega. à ③②①①.

Quant à Diophante, il semble qu'en son temps les inventions de Mahomet aient seulement esté cognues, comme se peut colliger de ses six premiers livres; Il est vray qu'il solve de merueilleuses questions, comme nous declarerons en son lieu, mais il conduict communement ses operations par une admirable subtilité, ainsi, que le premier & second terme, deviennent ① égale à ①, ou leurs derivatifs, & aucunesfois, mais rarement, à ② égale a ①①.

Les derivatifs de ② égale à ①①, inventez par le susdict premier auther incognu, sont descriptz par Lucas Pacciolo.

Quant aux inventions du second auther incognu, Cardane se dict les avoir trouvés par escript; mais qu'elles n'estoyent point divulgees; Aussi que Scipio Perreus de Boloigne, aie trouvé la premiere sorte, qui est de ③ égale à ①①; Auquel suivoit Nicolas Tartalia Bressian, mais par occasion de quelque dispute, qu'il eust de

ceste matiere avec Antonio Maria Florido Venetien, disciple dudit Scipio, en laquelle il discouvra quelque chose, par laquelle Nicolas le conjectura, & trouva; Lequel apres beaucoup de prieres de Cardane, le lui a déclaré, ce que luy Cardane estoit fondement, par lequel il est venu au bout de plusieurs demonstrations geometriques, de ③ égale à ②①①, & leurs dependances, dont il a descript un livre intitulé *Arsmagna*.

Mais l'invention de Louys de Ferrare est naguere divulguée en langue Italienne par Raphael Bombelle grand Arithmeticien de nostre temps.

### DE LA REDUCTION.

AVANT que venir à ces problemes de la reigle de trois des quantitez, il nous faut considerer, que souventesfois lesdicts premier & second, ou egaux termes donnez, ne semblent au premier regard point de ceux dont nous avons dict ci deffus, à sçavoir desquels on sçait trouver le quatriesme proportionel; toutesfois estant reduicts, on trouvera qu'ils le seront. Il nous faut doncques declarer apertement ceste reduction. & pour l'expliquer premierement par quelque exemple vulgaire; Posons le cas qu'il ya proposez trois termes desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: 8 aulnes de drap, plus 2 livres de poivre, moins 3 livres de canelle, valent 2 livres de poivre, plus 24 escuz, moins 3 livres de canelle; combien vaudront 2 aulnes de drap? Or parce que le premier & second terme, ont des ajoincts de plus & moins, il y a proposez quelque question, qui semble confuse; car de multiplier le troisieme par le second, & diviser le produit par le premier, comme ilz sont proposez (pour en trouver le quatriesme proportionel) ce seroit chose tresfacheuse & obscure; parquoy il faut remedier à ce plus & moins (lequel remede s'appelle ici reduction) en ceste sorte: Puis que le premier & second terme donnez, sont par l'hypothese d'egale valeur, s'ensuit, que si d'un & d'autre costé nous ajoinstons & soustrayons choses egales; que sommes & restes seront egales, lesquelles nous servent au lieu des premiers donnez (comme le semblable est chose vulgaire en autres computations communes. Par exemple, si l'on dict, 4 aulnes valent 6 lb, combien 5 aulnes? ou autrement, 2 aulnes valent 3 lb, combien 5 aulnes? l'un & l'autre donne un mesme quatriesme) Soustrayons doncques de chascun terme, à sçavoir du premier & second, 2 livres de poivre, & demeureront 8 aulnes de drap, moins 3 livres de canelle; equivallans à 24 escuz, moins 3 livres de canelle; Puis ajoinstons (par ce qu'il y a moins) à chascun desdicts termes 3 livres de canelle, & la somme de l'un sera 8 aulnes de drap, & de l'autre 24 escuz, lesquels seront autresfois d'egale valeur; & ceci sont les termes reduicts, par lesquels on pourra facilement venir au requis; Car disant 8 aulnes de drap valent 24 escuz, combien 2 aulnes? le requis sera par vulgaire solution 6 escuz. Tout de mesme sorte faut il entendre, qu'en la reigle de trois des quantitez (pour le plus & moins & autres semblables occurrences qui se rencontrent en icelle) est aucunesfois necessaire telle reduction, aucunesfois n'est il pas besoing, comme apparostrera en son lieu par les exemples. Et s'appelle ceci reduction, parce qu'on reduict les termes donnez, en autres termes, qui sont de maieure ou moindre valeur que les premiers, cobie qu'ilz demeurēt entre eux en la mesme egale raison.

Or aiant déclaré quelle chose est reduction, nous viendrons à la pratique de reduire, & la comprendrons en 10 reigles, desquelles la premiere est telle:

REIGLE

REIGLE I.

Si les deux termes egaux donnez n'eussent pas l'inférieure quantité, on posera qu'il le soit, delaisant son signe de plus haute quantité, & chascune des autres quantitez, descendra par egale distance.

EXPLICATION.

Soient trouvez 2 ④, egales à 6 ③; Or les 6 ③, sont d'inférieure quantité; il faut doncques delaisier le signe de quantité, & au lieu de 6 ③ poser seulement 6; mais les 2 ④ estoient un degré plus haut que les 6 ③; il faudra doncques au lieu de 2 ④, prendre 2 ①, qui sont d'un degré plus haut que 6 ③; Car ainsi (comme veult la reigle) ils descendront tous par egale distance, à sçavoir & l'une & l'autre quantité par trois degrez. De sorte qu'au lieu de 2 ④, egales 6 ③; nous dirons pour termes reduictes 2 ①, egales à 6.

Et de mesme sorte l'entendra, que 5 ⑥, egales à 8 ②, seront reduictes 5 ④, egales à 8.

Item 1 ⑦ egale à 3 ⑥ + 4 ③, seront reduictes 1 ② egale à 3 ① + 4.

Item 1 ⑨ egale à 3 ⑥ + 5 ③, seront reduictes 1 ④ egale à 3 ③ + 5. Et ainsi de tous autres semblables:

REIGLE II.

Pour reduire le nombre de multitude de la supérieure quantité en unité, on divisera par luy toutes les quantitez proposées.

EXPLICATION.

Soient 3 ③, egales à 9 ② + 12; Or parce que le nombre de la supérieure quantité n'est pas 1 (car il est 3) on divisera toutes les quantitez par 3, & alors 1 ③ sera egale à 3 ② + 4. Et de mesme sorte,  $\frac{1}{3}$  ② egale à 2 ① + 3, & divisée chascune quantité par  $\frac{1}{3}$ , sera reduict 1 ② egale à 6 ① + 9.

REIGLE III.

Si les deux termes egaux eussent quantitez de mesme hauteur, on les ostera toutes deux, ou l'une, par le moien d'egale addition, ou d'egale soustraction.

EXPLICATION.

Soient 3 ② + 4 egales à 2 ① + 4; Or parce qu'en l'un & l'autre terme, il y a des quantitez d'egale hauteur, à sçavoir 4 en l'un & 4 en l'autre, qui sont toutes deux ④, on soustraira d'un & d'autre costé 4, & resteroit 3 ② egales à 2 ①. Et de mesme sorte, quand 3 ② - 4 sont egales à 2 ② - 4, on aioudera à chascune partie 4; & les sommes, à sçavoir 3 ② + 2 ①, seront egales.

Item estant 4 ③ + 7 ①, egales à 2 ② + 3 ①, on soustraira d'un & d'autre costé 3 ①, & resteroit 4 ③ + 4 ①, egales à 2 ②.

Item estant 4 ③ - 7 ①, egales à 2 ② - 3 ①, on aioudera à chascun terme 3 ①, & 4 ③ - 4 ① seront egales à 2 ②. Ou autrement, on aioudera à chascun terme 7 ①, & 4 ③ seront egales à 2 ② + 4 ①.

Item estant 4 ③ - 7 ①, egales à 2 ② + 3 ①, on aioudera à chascune partie 7 ①, & 4 ③ seront egales à 2 ② + 10 ①. Ou autrement, on soustraira de chascune partie 3 ①, & 4 ③ - 10 ① seront egales à 2 ②.

Item estant  $\sqrt{bino. 27}$  ② + 8 ①, egale à 3 +  $\sqrt{bino. 3}$  ② + 2 ①, on soustraira par le 43 probleme de chascune partie  $\sqrt{bino. 3}$  ② + 2 ①, & restera  $\sqrt{bino. 12}$  ② + 8 ①, egale à 3, & par la 6 reigle 12 ② + 8 ① seront egales à 9.

Item estant 5 ③ + 7 ② - 4 ① + 2, egales à 4 ① - 4 ③ + 2 ② + 3 ① + 2. On aioudera à chascune partie 4 ③ (parce qu'à chascune partie y a des ③) & seront 9 ③ + 7 ② - 4 ① + 2, egales à 4 ④ + 2 ② + 3 ① + 2. Puis

on soustraira de chascune partie 2 ②, & seront 9 ③ + 5 ② - 4 ① + 2, egales à 4 ④ + 3 ① + 2. Puis on aioudera à chascune partie 4 ①, & seront 9 ③ + 5 ② + 2, egales à 4 ④ + 7 ① + 2. Puis on soustraira de chascune partie 2, & seront 9 ③ + 5 ②, egales à 4 ④ + 7 ①.

La reste qui leur est necessaire, pour estre finalement reduictes, à sçavoir que le supérieur nom doit estre mis seul, sera demonsté à la 4 reigle suivante.

REIGLE IV.

Si la supérieure quantité ne fust pas seule, on la mettra seule & première, par la precedente 3 reigle, & les superiores quantitez suivantes par ordre tousiours devant.

EXPLICATION.

Comme à la fin de la presenté explication, se trouva 9 ③ + 5 ②, egale à 4 ④ + 7 ①, mais la supérieure quantité, à sçavoir 4 ④, ne se trouve point seule, ny devant ny les autres en ordre; il faut doncques soustraire de chascune partie 7 ①, & resteroit 4 ④ egales (mettant la supérieure quantité ③ devant, puis ②, puis ①) à 9 ③ + 5 ② - 7 ①, desquelles (les convertissant par la 1 reigle en 4 ③, egales à 9 ② + 5 ① - 7; Et par la 2 reigle en 1 ③, egale à  $\frac{9}{4}$  ② +  $\frac{5}{4}$  ① -  $\frac{7}{4}$ ) on pourra trouver le quatrieme terme proportionel, par le 71 probleme.

REIGLE V.

Si aux egaux termes; il y eust fraction algebratique, on les convertira en termes de quantitez entieres.

EXPLICATION.

Soient  $\frac{3}{4}$  ①, egales à 2, on les convertira en nombres entiers de la mesme raison par le corollaire du 56 probleme, qui seront 8 ②, egales à 3 ①.

Et de mesme sorte nous dirons, que  $\frac{4}{3}$  ①, egales à  $\frac{2}{3}$ , seront convertiz par ceste reigle, 10 ② + 12, egales à 12 ①.

Item  $\frac{2}{3}$  ①, egales à  $\frac{4}{3}$  ①, seront convertiz par ceste reigle, 10 ②, egales à 12 ③ + 20 ①, & ainsi des autres semblables.

REIGLE VI.

Si l'un des termes egaux fust racine, on peut comparer à la puissance du mesme, semblable puissance de l'autre terme.

EXPLICATION.

Soient 3 ① egales à  $\sqrt{2}$ : Parce doncques que l'un terme est racine quarrée, on peut comparer (combien qu'en cest & semblables exemples il n'est point necessaire, comme apparoiſtra en son lieu) la puissance quarrée de 3 ①, qui est 9 ②, à la puissance quarrée de  $\sqrt{2}$ , qui est 2, de sorte que pour reduction achevée, 9 ② seront egales à 2.

Item estant 1 ① + 3, egales à  $\sqrt{bino. 11}$  +  $\sqrt{3}$ , l'on pourra dire, que la puissance quarrée de l'un 1 ② + 6 ① + 9, est egale à la puissance quarrée de l'autre, qui est 11 +  $\sqrt{3}$ .

Ou autrement, sans ceste reigle, soustraire 3 de chascun terme donné, & restera 1 ①, egale à -3 +  $\sqrt{bino. 11}$  +  $\sqrt{3}$ .

Item estant 2 ①, egales à  $\sqrt{bino. 3}$  ③ + 4 ①, on dira que la puissance quarrée de 2 ①, qui est 4 ②, est egale à la puissance quarrée de l'autre, qui est 3 ③ + 4 ①; Et semblablement procedera on aux autres.

Mais si 2 ③ +  $\sqrt{3}$  ②, fussent egales à 5 ②, la vulgaire maniere est de mettre la  $\sqrt{3}$  ② seule, soustrayant de chascun terme 2 ③, & demeureront  $\sqrt{3}$  ② egales

à  $-2 \textcircled{3} + 3 \textcircled{2}$ ; Puis de prendre le carré de l'une & l'autre partie, & seront  $3 \textcircled{2}$ , égales à  $4 \textcircled{6} - 20 \textcircled{3} + 25 \textcircled{4}$ ; qui réduits par les précédentes règles (à sçavoir mettant la supérieure quantité seule, par la 4 règle, & les rabaisant ainsi que l'inférieure quantité soit  $\textcircled{6}$ , par la 1 règle, & réduisant le nombre de multitude du supérieur nom en unité par la 2 règle) fera finalement  $1 \textcircled{4}$  égale à  $5 \textcircled{3} - \frac{25}{4} \textcircled{2} + \frac{3}{4}$ .

Mais sur ceste & semblables questions, nous avons veu autre maniere de réduction plus briefue, & commode, par laquelle nous pourrions rendre les termes réduits tels, qu'on en pourra trouver son quatriesme proportionnel, qui souventsois seroit impossible par la maniere cômme dessus; nous déclarerons la mesme en règle telle.

REIGLE VII.

**Q**uand quelque racine de quantité contient nominateur de quantité entier, on en extraira sa racine.

EXPLICATION.

Soient (comme au dernier exemple ci dessus)  $2 \textcircled{3} + \sqrt{3} \textcircled{2}$  égales à  $5 \textcircled{2}$ . Or parce qu'il y a une racine, à sçavoir  $\sqrt{3} \textcircled{2}$ , conforme à ceste règle (car la racine quarrée de  $\textcircled{2}$  est  $\textcircled{1}$ , qui a nominateur entier, & de mesme forte dirons, que  $\sqrt{3} \textcircled{6} \textcircled{3}$ ; Item  $\sqrt{5} \textcircled{4}$ ; Item  $\sqrt{3} \textcircled{2} \textcircled{6}$ , &c. sont des racines de la qualité requise en ceste règle; Mais racines, comme  $\sqrt{3} \textcircled{3} \textcircled{2}$ , ne les sont pas, parce que la racine cubique de  $\textcircled{2}$  obtient nominateur rompu, à sçavoir  $\frac{2}{3}$  en circle) on extraira la racine des  $3 \textcircled{2}$ , qui est par le 61 problème,  $\sqrt{3} \textcircled{X} \textcircled{1}$ , lequel nous mettrons au lieu de  $\sqrt{3} \textcircled{2}$ ; &  $2 \textcircled{3} + \sqrt{3} \textcircled{X} \textcircled{1}$ , seront égales à  $5 \textcircled{2}$ , lesquels autrefois réduits par les précédens,  $2 \textcircled{2}$  seront égales à  $5 \textcircled{1} - \sqrt{3}$ , qui sont beaucoup plus commodes pour en trouver le quatriesme terme proportionnel, que par la réduction de l'autre maniere cy dessus; là où je trouvois  $1 \textcircled{4}$ , égale à  $5 \textcircled{3} - \frac{25}{4} \textcircled{2} + \frac{3}{4}$ .

Mais si de cecy on voulust prendre quelque facile preuve, l'on se pourroit proposer  $2 \textcircled{3} + \sqrt{9} \textcircled{2}$ , égales à  $7 \textcircled{2}$  (qui est autant à dire, veu que  $\sqrt{9} \textcircled{2}$  font  $3 \textcircled{1}$ , comme  $2 \textcircled{3} + 3 \textcircled{1}$ , égales à  $7 \textcircled{2}$ ) desquels il est notoire par le 68 problème, que le quatriesme terme proportionnel (réduisant les donnez, & posant pour le troisieme  $1 \textcircled{1}$ ) sera  $3$ ; Et suivant l'operation, comme dessus à la 6 règle, se trouvera à la fin  $1 \textcircled{4}$ , égale à  $7 \textcircled{3} - 12 \frac{1}{4} \textcircled{2} + \frac{9}{4}$ , desquels il appert par le 76 problème, que  $3$ , comme dessus, est aussi leur quatriesme terme proportionnel; Ce que nous voulions ainsi prouver.

Et celuy qui aura bien entendu les choses susdictes, facilement entendra, qu'estant  $2 \textcircled{3} + \sqrt{12} \textcircled{2}$  égales à  $8 \textcircled{1}$ , qu'alors réduites  $1 \textcircled{2}$ , sera égale à  $4 - \sqrt{3}$ .

Item estant  $2 \textcircled{2}$  égales à  $\sqrt{5} \textcircled{2} \textcircled{5} - \sqrt{4} \textcircled{3} \textcircled{4} + \sqrt{3} \textcircled{6} \textcircled{3} + \sqrt{6} \textcircled{2} - 2 \textcircled{1}$ , qu'alors  $2 \textcircled{3}$  seront égales à  $\sqrt{5} \textcircled{2} - \sqrt{4} \textcircled{3} + \sqrt{3} \textcircled{6} + \sqrt{6} - 2$ , desquels on peut facilement se trouver le quatriesme terme proportionnel, car (posant le troisieme terme  $1 \textcircled{1}$ ) sera par le 67 problème

$$\frac{\sqrt{5} \textcircled{2} - \sqrt{4} \textcircled{3} + \sqrt{3} \textcircled{6} + \sqrt{6} + 2}{2}$$

De sorte que par ceste réduction (laquelle n'a esté animadvertie par cy devant, que je sçache) l'on pourra solver questions, que sans la mesme on n'a sceu achever, non seulement de termes, ausquels se rencontre binomie, trinomie, quadrimie algebraique, mais (se rencontrans en telle sorte) de millenomies.

REIGLE VIII.

**O**n ne peut abbroger les termes égaux, par extraction de racine de chaque terme.

EXPLICATION.

Quand l'un & l'autre des termes égaux, tient racine qui soit de moindre multitude de quantitez, on peut extraire telles racines, & seront égales. Mais il faut bien noter ces mots de *moindre multitude de quantitez*; Car par exemple,  $2 \textcircled{3} + 5 \textcircled{1}$  est binomie, qui a racine  $\sqrt{\text{bino. } 2 \textcircled{3} + 5 \textcircled{1}}$ ; mais elle n'est pas de moindre multitude de quantitez que sa potence; doncques telle racine ne nous duiet point à ce propos, mais celles qui s'ensuivent.

Soient  $16 \textcircled{4} + 24 \textcircled{3} + 9 \textcircled{2}$  égales à  $25$ . On extraira racine quarrée du premier terme, laquelle par le 2 exemple du 61 problème se trouve de  $4 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1}$ . Et semblable racine, s'extraira de  $25$ , qui est  $5$ , & les termes réduits par ceste règle seront  $4 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1}$ , égales à  $5$ .

Item soient  $27 \textcircled{9} + 54 \textcircled{7} + 36 \textcircled{5} + 8 \textcircled{3}$  égales à  $125 \textcircled{6} + 150 \textcircled{5} + 200 \textcircled{4} + 216 \textcircled{3}$ ; On extraira s'il est possible, racine cubique servante à nostre propos (car la quarrée n'y est point) du premier terme, & sera par le 5 exemple du 61 problème;  $3 \textcircled{3} + 2 \textcircled{1}$ : Semblablement on extraira racine cubique de l'autre terme, & sera  $5 \textcircled{2} - 6 \textcircled{1}$ : Doncques  $3 \textcircled{3} + 2 \textcircled{1}$ , seront égales à  $5 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1}$ , lesquels autrefois réduits par les précédens (à sçavoir mettant la supérieure quantité seule, & les rabaisant, ainsi que l'inférieure soit  $\textcircled{6}$ , & réduisant le nombre de multitude de la supérieure à unité, par la 2 règle) finalement  $1 \textcircled{2}$  sera égale à  $\frac{5}{3} \textcircled{1} - \frac{8}{3}$ .

REIGLE IX.

**S**i tous les nombres de multitude des quantitez des deux termes égaux eussent commune mesure, on les peut convertir par la mesme en moindres nombres.

EXPLICATION.

Soient  $20 \textcircled{3}$ , égales à  $60 \textcircled{1}$ : Or parce que la plus grande commune mesure des nombres est  $20$ , on pourra diviser & l'une & l'autre partie par  $20$ , & se trouvera  $1 \textcircled{3}$ , égale à  $3 \textcircled{1}$ . Et de mesme forte estant  $200 \textcircled{2}$ , égales à  $300 \textcircled{1} + 400$ ; parce que leur plus grande commune mesure est  $100$ ; on peut diviser toutes les quantitez par  $100$ , & demeureront  $2 \textcircled{2}$ , égales à  $3 \textcircled{1} + 4$ . Cecy ce fait aucunes fois, à fin que les operations algebraiques seroyent par moindres nombres plus faciles.

REIGLE X.

**S**i deux termes égaux, eussent commune mesure algebraique, on les peut convertir par la mesme, en moindre multitude de quantitez.

EXPLICATION.

Soient  $8 \textcircled{5} + 6 \textcircled{3}$ , égales à  $12 \textcircled{4} + 20 \textcircled{3} + 9 \textcircled{2} + 15 \textcircled{1}$ ; On verra s'ils ont commune mesure par le 53 problème, & se trouve qu'ouy, & que la maieure est  $4 \textcircled{3} + 3 \textcircled{1}$ ; on divisera doncques & l'un & l'autre terme par  $4 \textcircled{3} + 3 \textcircled{1}$ , & l'on aura  $2 \textcircled{2}$ , égales à  $3 \textcircled{1} + 5$ .

NOTA.

Les réductions (qui sont en l'algebre chose de grande conséquence) se pourroient encore rencôtrer, en beaucoup d'autres sortes, qui sont impossibles de se pouvoir par menu toutes descrire: mais je m'estime avoir icy déclaré les principales, & à la chose plus necessaires, par lesquelles celuy les entendant, pourra facilement parvenir à l'invention de plusieurs autres. Quant aux réductions, cômme

- $\textcircled{2}$  égale à  $1 \textcircled{6}$  en  $1$  égale à  $\textcircled{6}$
- $\textcircled{3}$  égale à  $2 \textcircled{6}$
- $\textcircled{3}$  égale à  $2 \textcircled{1} \textcircled{6}$  } en  $3$  égale à  $1 \textcircled{6}$
- $\textcircled{4}$  égale à  $1 \textcircled{6}$
- $\textcircled{4}$  égale à  $2 \textcircled{1} \textcircled{6}$
- $\textcircled{4}$  égale à  $3 \textcircled{6}$
- $\textcircled{4}$  égale à  $3 \textcircled{1} \textcircled{6}$  } en  $2$  égale à  $1 \textcircled{6}$
- $\textcircled{4}$  égale à  $3 \textcircled{2} \textcircled{6}$
- $\textcircled{4}$  égale à  $3 \textcircled{2} \textcircled{1} \textcircled{6}$



leur lieu ne fera pas icy, parce qu'icelles reductions font les origines de leurs problemes, & sont appliquées chascun au sien.

Estant doncques ainsi achevée la reduction, il faut maintenant venir à la proportion des nombres algebriques, en laquelle ne proposerons autres termes egaux (qui font le premier & second), que ceux, qui sont reduicts, par les reigles precedentes, s'ils l'eussent eu besoing.

ANNO TATION

D'ALB. GIRARD.

Que le Lecteur se resouviene, que les problemes suyvens, qui enseignent de trouver le 4<sup>e</sup> terme proportionnel, ne doivent estre entendus parler de toute sorte de proportion comme de majeure & mineure inegalité, mais seulement de la proportion egale, ce qui est aussi de l'Intention de l'Auteur, comme on le pourroit prouver en plusieurs lieux precedens & suyvens, comme aussi il vient de dire (termes egaux.) Car autrement il s'ensuyvroit de l'absurdité, pour preuve de quoy je mettray c'est exemple. Soyent trois termes donnez, dont le premier soit 1 ①, le second 4 ① + 5, le troisieme 1 ①; le dis que le 4<sup>e</sup> terme proportionnel est incertain; car iceluy peut estre tout nombre quelquonque majeur à 4; veu que 1 ② estant posée valoir 36, alors 4 ① + 5 vaudroit 29 (comme le suyvant probleme l'apprendra) & 1 ① vaudroit 6; or le quatrieme proportionnel de ces trois, 36, 29 & 6, est  $4\frac{5}{6}$ , qui seroit aussi celuy des trois susmentionné, car que 1 ② aye telle raison à 4 ① + 5 comme 1 ① à  $4\frac{5}{6}$  cela sera certain si on prend que 1 ① vaille 6; La raison de cecy est que les nombres algebriques sont quantités indefinies, si on n'adjoinct quant & quant leur valeur par supposition. Mais si je dis que 1 ② est egale ou vaut autant que 4 ① + 5, alors 1 ① vaudra infailliblement un nombre certain & est 5. & en ceste maniere se devront entendre les Problemes suyvens en commençant au Probleme 68; car les deux suyvens, le second terme estant ②, assavoir nombre absolu, & tous les trois non meslés de nombres algebriques & absolus par + & -, ont leur quatrieme proportionnel certain; J'ay dit cy dessus que le quatrieme terme de l'exemple proposé est tout nombre quelquonque majeur à 4, c'est à dire que si l'on veut que ce soit 6, 7, 8 ou 9, on prendra que 1 ① vaille  $2\frac{1}{2}$ ,  $1\frac{2}{3}$ ,  $1\frac{1}{4}$ , ou 1, &c.

PROBLEME LXVI.

Estant donnez trois termes, desquels le premier 1 ①, le second ②, le troisieme nombre algebrique quelconque: Trouver leur quatrieme terme proportionnel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ①, le second 4, le troisieme 5 ①. Explication du requis. Il faut trouver leur quatrieme terme proportionnel. Construction. On multipliera le troisieme terme donné 5 ①, par le second 4, fait 20 ①; Puis on divisera les mesmes par le premier terme donné, qui est 1 ①, & donne quotient (par le 50 probleme) 20: Je di que 20 est le quatrieme terme proportionnel requis. Demonstration. Puis que nous disons par ce probleme, que 5 ① vallent 20, la 1 ① vaudra 4. Mettons doncques sous chascun terme sa valeur en ceste sorte:

|      |    |      |     |
|------|----|------|-----|
| 1 ①. | 4. | 5 ①. | 20. |
| 4.   | 4. | 20.  | 20. |

Et appert que 20 est leur quatrieme terme proportionnel, car comme 4 à 4, ainsi 20 à 20; ce qu'il falloit demonstret.

Nota. Et de mesme sorte s'entendra, que 1 ① val-

lant 4, les 5 ① + 3 vaudront 23, car les 5 ① vallent par ce probleme 20, & plus 3 font 23.

Item 1 ① vallant 4, les 5 ① - 3 vaudront 17, car 5 ① vallent 20, par ce probleme, desquels sousttraict 3 reste 17.

Item 1 ① vallant 3, alors 1 ② (veu que 1 ② est la potence quarrée de 1 ①) vaudra 9.

Item 1 ① vallant 3, les 4 ② vaudront 4 fois 9, qui est 36.

Item 1 ① vallant 3; la 1 ③ (veu que 1 ③ est la potence cubique de 1 ①) vaudra 27.

Item 1 ① vallant 3, les 4 ③ vaudront 4 fois 27, qui est 108.

Item 1 ① vallant 5, les 2 ② + 6 ① vaudront 80; car 2 ② vallent 50, & 6 ① vallent 30, font ensemble 80.

Item 1 ① vallant 2, les 3 ③ + 4 ② - 5 ① + 7 vaudront 37, car les 3 ③ vallent 24, & 4 ② vallent 16, & 7 vaut 7, desquels la somme (à sçavoir de 24. 16. 7) est 47; des mesmes sousttraict 10 pour les - 5 ①, reste pour solution comme dessus 37.

Item 1 ① vallant 3, les  $\frac{2(2)+3(1)-7}{3(3)-4(2)+6}$  vaudront  $\frac{20}{5}$ , car les 2 ② + 3 ① - 7 vallent 20, & les 3 ③ - 4 ② + 6 vallent 5.

Item 1 ① vallant  $\sqrt{2}$ , alors 3 ① vaudront trois fois  $\sqrt{2}$ , qui est par le 22 probleme  $\sqrt{18}$ .

Item 1 ① vallant  $\sqrt{2}$ , alors 1 ② (veu que 1 ② est potence quarrée de 1 ①) vaudra 2, & 3 ② vaudront 6.

Item 1 ① vallant  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ , les 3 ① vaudront trois fois autant, qui est  $\sqrt{18} + \sqrt{27}$ .

Item 1 ① vallant  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ , la 1 ② vaudra le quarré de  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ , qui est  $5 + \sqrt{24}$ . Et ainsi d'autres semblables. Conclusion. Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier 1 ①, le second ②, le troisieme nombre algebrique quelconque; nous avons trouvé leur quatrieme terme proportionnel; ce qu'il falloit faire.

Nota. Ce 66 probleme differe du suyvant seulement en cela, que son premier terme donné est d'une prime quantité; mais le suyvant de multitude de primes quantitez quelconque: aussi que les exemples du probleme precedent ont le troisieme terme donné de plusieurs quantitez, mais le suyvant toujours de 1 ①.

Et pour dire de son utilité & propriété, faut sçavoir, qu'aux problemes suyvens de trois termes donnez, le troisieme sera toujours nombre algebrique quelconque, toutesfois nous ne donnerons en les exemples des mesmes pour troisieme terme, autre que 1 ①. Comment doncques (pourroit quelcun dire) fera on quant le troisieme terme sera quelque multinomie algebrique, selon la proposition? le respos que par double operation; Premièrement on trouvera la valeur de 1 ①, par son probleme, qui estant cognu on trouvera alors par ce 66 probleme la valeur du multinomie proposé pour troisieme terme donné, disant, 1 ① donne autant, combien tel multinomie? Par exemple, si les trois termes donnez fussent tels: le premier 1 ③, le second 3 ① + 2, le troisieme 3 ② + 4 ①: On diroit premierement, 1 ③ vaut 3 ① + 2, combien 1 ①? fait par le 69 probleme 2. Puis pour seconde operation, on diroit autrefois, 1 ① vaut 2, combien 3 ② + 4 ①, fait par ce 66 probleme, pour le quatrieme terme proportionnel requis, 20. Et ainsi d'autres semblables. Ce probleme servira aussi, pour les demonstretions Arithmetiques, des problemes suyvens, comme le tout apparoitra par les exemples, chascun en son lieu.

PROBLEME LXVII.

**E**stant donnez trois termes, desquels le premier ①, le second ②, le troisieme nombre algebratique quelconque: Trouver leur quatrieme terme proportionel.

*Explication du donne.* Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 2 ①, le second 6; le troisieme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieme terme proportionel. *Construction.* On divisera le 6 du second terme, par 2 du premier terme (car puis que le nombre du troisieme terme est 1, il ne sera besoing de faire la vulgaire multiplication du troisieme & second terme, qui seroit 6 ①) donne quotient 3. Je di que 3 est le quatrieme terme proportionel requis. *Demonstration.* Puis que nous disons par ce probleme, 1 ① valoir 3, doncques par le 66 probleme, 2 ① vaudront 6, mettons doncques sous chascun terme sa valeur en ceste sorte:

|      |    |      |    |
|------|----|------|----|
| 2 ①. | 6. | 1 ①. | 3. |
| 6    | 6. | 3.   | 3. |

Et appert que 3 est leur quatrieme terme proportionel, car comme 6 à 6, ainsi 3 à 3; ce qu'il falloit demonstrier. Quant à la demonstration geometrique, la chose est si notoire, qu'il ne semble point de mestier.

*NOTA.* Si les trois termes donnez fussent tels: le premier 5 ①, le second  $\sqrt{3}$ , le troisieme 1 ①, on divisera (comme dessus)  $\sqrt{3}$  par 5, donne solution  $\sqrt{\frac{3}{25}}$ . Autrement, on pourroit solver ceste question reduisant les termes egaux par la 6 reigle de la reduction, à sçavoir prenant la potence quarrée, de chascun terme, & seront 5 ②, egales à 3, & seroit alors question, requirant l'operation du 78 probleme.

Item si les trois termes donnez fussent tels: le premier 3 ①, le second  $\sqrt{3 + \sqrt{2}}$ , le troisieme 1 ①; On divisera (comme dessus)  $\sqrt{3 + \sqrt{2}}$  par 3 (des 3 ①) donne solution  $\sqrt{\frac{3 + \sqrt{2}}{9}}$ . Et ainsi d'autres semblables.

*Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ①, le second ②, le troisieme nombre algebratique quelconque; Nous avons trouvé leur quatrieme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXVIII.

**E**stant donnez trois termes, desquels le premier ②, le second ① ③, le troisieme nombre algebratique quelconque: Trouver leur quatrieme terme proportionel.

*NOTA.* Le binomie du second terme donné de ce probleme se peut rencontrer en trois differences, à sçavoir:

- ① + ②. Desquelles les autres en donnent trois diverses operations, aufquels
- ① + ②. Michel Stiffle a commodé ce mot
- ① - ②. *Amastias.* & Cardane livre 10 chap. 5. ce carme,

*Querna, dabis. Nuquer, admi. Requan, Minue dami.*

Mais nous demonstrierons une seule maniere, par laquelle sans varier d'une syllabe, l'operation sera en toutes trois la mesme: Parquoi faut sçavoir que nous ne les appellons pas Differences, en respect des operations; car comme nous disons, l'operation est en toutes la mesme, mais en respect des diversitez, de la disposition des quatrieme, du second terme donné.

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ① + ②.

*Explication du donne.* Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ②, le second 4 ① + 12, le

troisieme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieme terme proportionel.

*Construction.*

|   |    |
|---|----|
| La moitie de 4 (des 4 ①) est                            | 2  |
| Son quarré  | 4  |
| Au mesme aiousté le ② donné, qui est                    | 12 |
| Donne somme   | 16 |
| Sa racine quarrée                                       | 4  |
| A la mesme aiousté 2 premier en l'ordre fait            | 6  |
| Je di que 6 est le quatrieme terme proportionel requis. |    |

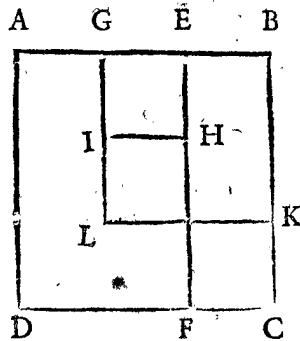
*Demonstration Arithmetique.* Puis que nous disons 1 ① valoir 6, doncques par le 66 probleme; 1 ② vaudra 36, & 4 ① + 12 vaudront aussi 36; Parquoi mettons sous chascun terme sa valeur en ceste sorte:

|      |           |      |    |
|------|-----------|------|----|
| 1 ②. | 4 ① + 12. | 1 ①. | 6. |
| 36   | 36.       | 6.   | 6. |

Et appert que 6 est leur quatrieme terme proportionel.

*Autre demonstration geometrique.*

Soit descript le quarré ABCD, denotant 1 ②; doncques son costé BC (lequel prouverons valoir 6, à la fin de la demonstration) sera 1 ①, car multipliant 1 ① en soi, fait



1 ②. Puis soit menée la ligne EF, parallele avec AD, & soit AE 4; Ergo le rectangle AF (veu que AD est 1 ①) sera 4 ①. Or puis que tout le quarré ABCD, qui est 1 ②, est egal à 4 ① + 12, & que le rectangle AF fait 4 ①, le rectangle EC fera 12. Doncques les trois termes donnez en nombres, nous les avons ici en grâ-

deurs, à sçavoir ABCD 1 ②, egale à AF 4 ① + EC 12; Et BC est la 1 ①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres en ceste sorte:

|   |    |
|---|----|
| La moitie de AE 4, qui est GE, est  | 2  |
| Son quarré GEHI   | 4  |
| Au mesme aiousté le ② donné, c'est à dire EC  | 12 |
| Donne somme, pour le gnomon HIGBCF, ou pour le quarré GBKL (qui est egal audict gnomon)   | 16 |
| Sa racine BK  | 4  |
| A la mesme aiousté GE 2 premier en l'ordre, ou en son lieu KC (car KC est egal à GE) fait | 6  |

Ce qu'il falloit demonstrier.

*NOTA.* Le quatrieme terme proportionel vient aucunefois à nombre Arithmetique incommensurable, duquel nous mettrons deux exemples.

Soient premierement les trois termes, desquels on requiert le quatrieme proportionel, tels: le premier 1 ②, le second 6 ① + 3, le troisieme 1 ①.

*Construction.*

|   |                 |
|---|-----------------|
| La moitie de 6 (des 6 ①) est                                | 3               |
| Son quarré  | 9               |
| Au mesme aiousté le ② donné, qui est                        | 3               |
| Donne somme   | 12              |
| Sa racine quarrée   | $\sqrt{12}$     |
| A la mesme aiousté 3 premier en l'ordre, fait pour solution | $\sqrt{12} + 3$ |

Soient au second les trois termes, desquels on requiert le quatrieme proportionel, tels: le premier 1 ②, le second  $\sqrt{8} \times ①$ , le troisieme  $\sqrt{3}$ .

DES EQUATIONS. PROB. LXVIII.

Construction.

La moitié de  $\sqrt{8}$  (de  $\sqrt{8} \times \textcircled{1}$ ) est  $\sqrt{2}$   
 Son carré  $2$   
 Au mesme ajousté le  $\textcircled{2}$  donné, qui est  $2 + \sqrt{3}$   
 Donne somme  $2 + \sqrt{3}$   
 Sa racine quarrée  $\sqrt{\text{bino. } 2 + \sqrt{3}}$   
 A la mesme ajousté  $\sqrt{2}$  premier en l'ordre, fait pour solution  $2 + \sqrt{\text{bino. } 2 + \sqrt{3}}$

Seconde maniere de construction.

Autre maniere d'operation y a il, laquelle demonstres en toutes les trois differences, aussi la mesme; par laquelle il ne sera mestier de convertir par la 2 reigle de reduction, le nombre de multitude de  $\textcircled{2}$ , en unité. Et celuy qui voudra suivre ceste reigle, evitera aucunes fois les rompuz, qui procedent de telle reduction.

Soyent par exemple les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier  $3 \textcircled{2}$ , le second  $8 \textcircled{1} + 16$ , le troisieme  $1 \textcircled{1}$ .

Construction.

La moitié de  $8$  (des  $8 \textcircled{1}$ ) est  $4$   
 Son carré  $16$   
 Au mesme ajousté le produit de  $3$  (des  $3 \textcircled{2}$ ) par le  $\textcircled{2}$  donné, qui est  $48$   
 Donne somme  $64$   
 Sa racine quarrée  $8$   
 A la mesme ajousté  $4$  premier en l'ordre, fait  $12$   
 Qui divisé par  $3$  (des  $3 \textcircled{2}$ ) donne quotient & solution  $4$

DEUXIEMME DIFFERENCE, DE SECONDD TERME  $- \textcircled{1} + \textcircled{2}$

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier  $1 \textcircled{2}$ , le second  $- 6 \textcircled{1} + 16$ , le troisieme  $1 \textcircled{1}$ . Explication du requis. Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

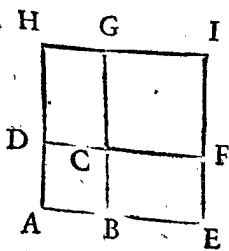
La moitié de  $- 6$  (des  $- 6 \textcircled{1}$ ) est  $- 3$   
 Son carré (car  $- 3$  par  $- 3$  fait  $+ 9$ ) est  $9$   
 Au mesme ajousté le  $\textcircled{2}$  donné, qui est  $16$   
 Donne somme  $25$   
 Sa racine quarrée  $5$   
 A la mesme ajousté  $- 3$  premier en l'ordre, fait  $2$   
 Je di que  $2$  est le quatriesme terme proportionel requis.

Demonstration Arithmetique. Puis que nous disons  $1 \textcircled{1}$  valoir  $2$ , ergo par le 66 probleme  $1 \textcircled{2}$  vaudra  $4$ , &  $- 6 \textcircled{1} + 16$  vaudront aussi  $4$ . Mettons doncques sous chascun terme sa valeur en ceste sorte:

$1 \textcircled{2}$                    $- 6 \textcircled{1} + 16$                    $1 \textcircled{1}$                    $2$   
 $4$                            $4$                            $2$                            $2$

Et apert que  $2$  est leur quatriesme terme proportionel requis.

Autre demonstration Geometrique.



Soit descript le carré AB CD, denotant  $1 \textcircled{2}$ , ergo son costé AB (lequel prouverons valoir  $2$  à la fin de la demonstration) sera  $1 \textcircled{1}$ . Puis soyt produicte la ligne AB, en E, qui soit BE, & de BE, & BC, soit descript le rectangle BEFC, & semblablement soit produict BC, en G, & soit CG  $3$ , & de

CG, & CD, soit descript le rectangle DCGH, Ergo le rectangle BEFC (veu que EB est  $3$ , & BC  $1 \textcircled{1}$ ) sera  $3 \textcircled{1}$ . Et semblablement sera le rectangle CDGH  $3 \textcircled{1}$ . Or puis que le carré ABCD  $1 \textcircled{2}$ , est egal à  $- 6 \textcircled{1} + 16$ , & que les deux rectangles CE, CH, font  $6 \textcircled{1}$ : s'en suit que le gnomon CFE AHG fera  $16$ . Doncques les trois termes donnez en nombres nous les avons icy en grandeurs; à sçavoir ABCD  $1 \textcircled{2}$ , egale à  $- 6 \textcircled{1} + 16$ ; Et AB est la  $1 \textcircled{1}$ : Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres, en ceste sorte:

La moitié des deux lignes FC, & CG, qui soit FC, est  $- 3$   
 Son carré CFG  $9$   
 Au mesme ajousté le  $\textcircled{2}$  donné, c'est à dire le gnomon CFE AHG  $16$   
 Donne somme pour le carré AEIH  $25$   
 Sa racine AE  $5$   
 A la mesme ajousté  $- 3$  premier en l'ordre, ou en son lieu  $- 3$ , fait pour AB,  $2$   
 Ce qu'il falloit demonstres.

Seconde maniere de construction, qui est sans convertir le nombre de multitude de  $\textcircled{2}$  en unité.

Soyent les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier  $4 \textcircled{2}$ , le second  $4 \textcircled{1} + 24$ , le troisieme  $1 \textcircled{1}$ .

Construction.

La moitié de  $- 4$  (des  $- 4 \textcircled{1}$ ) est  $- 2$   
 Son carré  $4$   
 Au mesme ajousté le produit de  $4$  (des  $4 \textcircled{2}$ ) par le  $\textcircled{2}$  donné, qui est  $96$   
 Donne somme  $100$   
 Sa racine quarrée  $10$   
 A la mesme ajousté  $- 2$  premier en l'ordre, fait  $8$   
 Qui divisé par  $4$  (des  $4 \textcircled{2}$ ) donne quotient & solution  $2$

Et encore pourroit par l'origine des constructions de ce probleme (laquelle origine nous descrivons derriere de ce probleme) former beaucoup d'autres reigles, des mesmes constructions, & viendroyent toutes à une mesme solution. Nous en donnerons deux sur la question precedente (qui se pourroit aussi appliquer tant à la difference precedente, qu'à la suivante) en ceste sorte:

La moitié de  $- 4$  (des  $- 4 \textcircled{1}$ ) est  $- 2$   
 Son carré  $4$ ; qui divisé par  $4$  (des  $4 \textcircled{2}$ ) donne quotient  $1$   
 Au mesme ajousté le  $\textcircled{2}$  donné, qui est  $24$ , donne somme  $25$   
 Sa racine quarrée  $5$   
 De la mesme soustraiet la racine de  $1$ , second en l'ordre, qui est  $1$ , reste  $4$   
 Qui divisé par la racine de  $4$  (des  $4 \textcircled{2}$ ) qui est par  $2$ , donne quotient & solution comme dessus  $2$

Autrement.

Racine de  $4$  (des  $4 \textcircled{2}$ ) est  $2$ ; son double  $4$ , par le mesme divisé  $4$  (des  $4 \textcircled{1}$ ) donne quotient  $1$   
 Au mesme ajousté le  $\textcircled{2}$  donné, qui est  $24$ , donne somme  $25$   
 Sa racine quarrée  $5$   
 De la mesme soustraiet la racine de  $1$ , second en l'ordre, qui est  $1$ , reste  $4$   
 Qui divisé par la racine de  $4$  (des  $4 \textcircled{2}$ ) qui est par  $2$ , donne quotient & solution comme dessus  $2$   
 Mais la premiere de ces trois constructions est la plus commode pour éviter computations radicales, qui se

rencontrent souventesfois en la deuxiesme & troisieme maniere, lesquelles nous mettons, plus pour rendre notoite les causes (qui par l'origine apparoiſteront) qu'autrement.

TROISIÈSME DIFFÉRENCE, DE SECOND TERME ①—②.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1 ②, le second 6 ①—5, le troisieme 1 ①. Explication du requis. Il faut trouver leur quatrieme terme proportionel.

Construction.

La moitié de 6 (des 6 ①) est 3  
 Son carré 9  
 Au mesme ajouté le ② donné, qui est —5  
 Donne somme 4  
 Sa racine carrée 2  
 A la mesme ajouté 3 premier en l'ordre, fait pour maieure solution 5  
 Ou autrement, soustrait ledict 2 de 3 premier en l'ordre (ce qui est le propre de ceste troisieme difference, dont la raison sera manifeste, par l'origine de ces constructions suivantes) reste pour moindre solution 1

Je di que 5 & 1 est le quatrieme terme proportionel requis. Demonstration Arithmetique. Puis que nous difons 1 ① valoir 5; ergo par le 66 probleme, 1 ② vaudra 25, & les 6 ①—5 vaudront aussi 25; Mettons doneques sous chascun terme sa valeur en ceste sorte:

|      |        |      |    |
|------|--------|------|----|
| 1 ②. | 6 ①—5. | 1 ①. | 5. |
| 25.  | 25.    | 5.   | 5. |

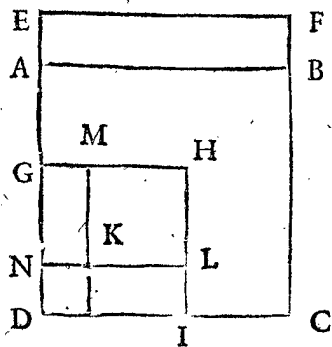
Et appert que 5 est leur quatrieme terme proportionel requis.

Mais que la solution 1 est aussi veritable, se demonstre par mesme maniere. Mettons sous chascun terme sa valeur en ceste sorte:

|      |        |      |    |
|------|--------|------|----|
| 1 ②. | 6 ①—5. | 1 ①. | 1. |
| 1.   | 1.     | 1.   | 1. |

Et appert que 1 est leur quatrieme terme proportionel requis.

Autre demonstration Geometrique.



Soit descript le carré ABCD, denotant 1 ②, ergo son costé AD (lequel prouverons valoir 5 à la fin de la demonstration) sera 1 ①. Puis soit produit la ligne DA, en E, & soit toute la DE 6, & de AE, & AB, soit descript le rectangle AEFB; ergo le rectangle DEFC (veu que DE est 6, & DC 1 ①) sera 6 ①: Or puis que le carré ABCD, qui est 1 ②, est egal à 6 ①—5, & que le rectangle DEFC fait 6 ①, ergo le rectangle AF sera 5. Doncques les trois termes donnez en nombres nous les avons icy en grandeurs, à sçavoir ABCD 1 ②, egale à DF 6 ①—AF 5; Et AD est la 1 ①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres, en ceste sorte:

La moitié de ED 6, qui soit GD, sera 3  
 Son carré 9  
 Au mesme ajouté le ② donné, qui est —5  
 Donne somme 4  
 Sa racine carrée 2  
 A la mesme ajouté 6 premier en l'ordre, fait pour premiere solution 6  
 Ou autrement, 0 cinquieme en l'ordre, soustrait de 6 premier en l'ordre, restera pour seconde solution 6

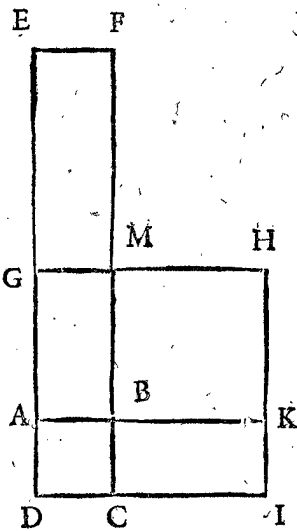
Son carré GHID  
 Au mesme ajouté le —5 donné, c'est à dire moins le gnomon KLIDGM, qui soit egal au rectangle AF

Donne somme pour le carré MHLK  
 Sa racine MK ou GN est 2

A la mesme ajouté GD 3 premier en l'ordre, ou en son lieu GE 3; fait pour NE 5. Mais AD est egale à NE (lequel se prouve, soustrayant AD 5 de ED 6, reste AE 1, qui multiplié par AB 5, donne son vray produit 5) fait doncques pour AD

Ce qu'il falloit demonstrier.

Mais que la solution 1 est aussi veritable, se demostre geometriquement ainsi: Soit descript le carré ABCD, denotant 1 ②, ergo son costé AD (lequel nous prouverons valoir 1, à la fin de la demonstration) sera 1 ①. Puis soit produit DA en E, & soit toute la DE 6, & de AE, & AB, soit descript le rectangle AEFB; Ergo le rectangle DEFC (veu que DE est 6, & DC 1 ①) sera 6 ①. Or puis que le carré ABCD, qui est 1 ②, est egal à



6 ①—5, & que le rectangle DEFC fait 6 ①, ergo le rectangle AF sera 5. Doncques les trois termes donnez en nombres, nous les avons icy en grandeurs, à sçavoir ABCD 1 ②, egale à DEFC 6 ①—AF 5; Et AD est la 1 ①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres, en ceste sorte:

La moitié de ED 6, qui soit GD, sera 3  
 Son carré GHID 9  
 Au mesme ajouté le —5 donné, c'est à dire moins le gnomon BKIDGM, qui soit egal au rectangle AF,

Somme pour le carré MHKB  
 Sa racine MB ou GA est 2

La mesme soustrait de GD 3, premier en l'ordre, reste pour AD 1

Ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA 1. Quant à l'exception qu'aucuns font en ceste troisieme difference, ce ne doit (à mon avis) point estre d'exception; veu que nous venons au vray requis par generale reigle, & par une mesme maniere. Prenons pour exemple, que les trois termes, desquels on requiert le quatrieme proportionel, soyent tels: le premier 1 ②, le second 12 ①—36, le troisieme 1 ①, & faisons en operation, semblable à la precedente, en ceste sorte:

La moitié de 12 (des 12 ①) est 6  
 Son carré 36  
 Au mesme ajouté le ② donné, qui est —36  
 Donne somme 0  
 Sa racine carrée 0  
 A la mesme ajouté 6 premier en l'ordre, fait pour premiere solution 6  
 Ou autrement, 0 cinquieme en l'ordre, soustrait de 6 premier en l'ordre, restera pour seconde solution 6

Et appert, que celui qui suivra la generale règle, ne sera en rien deceu.

NOTA 2. Quelqu'un pourroit doubter, que veult signifier la double solution de ceste troisieme difference (qui se peuvent rencontrer, comme en aucuns exemples suivans en six diverses sortes) & comment l'une & l'autre pourra estre bonne. Or combien que cecy apparoistra assez en diverses exemples d'algebre suivans; Toutesfois pour ceux qui ce pendant pourroyent estre en doute, nous en dirons icy quelque chose. Posons le cas, qu'il y a proposé de partir 6 en deux parties telles, que leur produit soit 8. On trouvera par la premiere maniere que l'une nombre requis sera 4, & par l'autre maniere, se trouvera 2. Mais que l'un & l'autre solution soit bonne, est manifeste. Car si on dict que l'un nombre est 4, doncques soustraiet 4 de 6, reste 2 pour l'autre nombre, lesquels 4 & 2 donnent produit selon le requis 8. Ou si on dict par la seconde maniere, que l'un nombre est 2, ergo soustraiet 2 de 6 reste 4 pour l'autre nombre, lesquels 2 & 4 donnent le mesme produit requis 8. En ceste question doncques & semblables voit on l'usage de ceste double solution.

NOTA 3. Nous pourrions donner exemples en la seconde & troisieme difference, la ou se rencontrent nombres radicaux, comme nous avons fait à la precedente premiere difference; Mais veu que l'operation est en toutes trois la mesme, comme il appert, & comme nous avons promis d'exhiber au commencement de ce probleme, il ne sera point de mestier.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRUCTION DV PRECEDENT  
LXVIII. PROBLEME.

Nous avons amplement fait aux constructions precedentes leurs demonstrations, tant Geometriques, qu'Arithmetiques; Mais encore n'est pas notoire par icelles l'occasion qui a fait inventer à Mahomet telle règle. A fin doncques que la chose soit entendue parfaitement, nous la declarerons par ses causes comme s'ensuit.

Quand ② est egale à ① ③, nous la pouvons reduire en ①, egale à ③, & alors est la valeur de 1 ① notoire par le precedent 67 probleme, & de telle reduction est colligée la maniere de ladicte construction, comme apparoitra. Soit par exemple:

$$1 \textcircled{2} \text{ egale a } -6 \textcircled{1} + 16.$$

Qui sont le premier & second terme, de la premiere construction, de la seconde difference; Et ajoutons à chascune partie 6 ①, & seront

$$1 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} \text{ egales à } 16.$$

Reste maintenant de trouver quelque ③, qui ajoutté à ② + 6 ①, tel trinomie aie racine, qui soit 1 ① + quelque ③. Or pour trouver tel nombre, il ne faut que multiplier la moitié de 6 (des 6 ①) qui est 3, en soy, fait 9, & on l'aura (la raison pourquoy le carré de la moitié du nombre de ①, est toujours le ③, qu'il faut ajouter à tel binomie, & par cela manifeste, que le produit du nombre de ②, qui est icy unité, multiplié par le ③, est toujours egal au carré de la moitié du nombre ①; Et qui encore veut sçavoir pourquoy tel produit est toujours egal au carré, de la moitié du nombre de ①; Qu'il multiplie 1 ① + quelque ③, en soy, & facilement verra la cause, es nombres procedens de l'operation de telle multiplication) Ajouttons doncques 9, à chascune des egales parties, & seront

$$1 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} + 9, \text{ egales à } 25.$$

Puis extrayons de chascune partie racine quarrée, & seront:

$$1 \textcircled{1} + 3, \text{ egales à } 5.$$

Puis soustrayons de chascune partie 3, & sera

$$1 \textcircled{1} \text{ egale, ou vaudra pour solution } 2.$$

Et par ceste maniere, nous pourrions solver tous semblables exemples; Mais à fin que telle invention de valeur de 1 ①, soit plus commode, on l'a redigé en ordre, & on en a fait une règle; considerant d'ou nous procede tel 2, valeur de 1 ①, & nous voyons apertement, qu'on ajoute toujours le carré du nombre de ①, au ③, & que nous extrayons de la somme racine quarrée, & que de telle racine on soustraiet encore la moitié du nombre de ①; & pourtant est-ce, qu'on applique ces choses ainsi en règle de ladicte construction.

Quant à l'origine de la seconde construction, qu'il y a en chascune difference, elle est semblable à la precedente. Soient par exemple 4 ③, egales à  $-4 \textcircled{1} + 24$ , qui sont le premier & second terme de la seconde construction, de la seconde difference; Et ajoutons à chascune partie 4 ①, & seront

$$4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1}, \text{ egales à } 24.$$

Reste maintenant de trouver quelque ③, qui ajoutté à 4 ② + 4 ①, le trinomie aie racine, qui soit ① + quelque ③.

Or pour le trouver, il ne faut que multiplier la moitié de 4 (des 4 ①) qui est 2, en soy, fait 4, & diviser le mesme par 4 (des 4 ②,) donne quotient 1, pour tel nombre requis: la raison pourquoy l'on trouve tel nombre toujours ainsi, est notoire par ce que nous en avons dict cy dessus. Ajouttons doncques à chascune partie 1, & seront

$$4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 1, \text{ egales à } 25.$$

Puis extrayons de chascune partie racine quarrée, & seront

$$2 \textcircled{1} + 1, \text{ egales à } 5.$$

Puis soustrayons de chascune partie 1, & seront

$$2 \textcircled{1}, \text{ egales à } 4.$$

Divisant doncques 4 par 2 (des 2 ①) on aura la valeur de 1 ①, qui sera 2; Et appert que de ceste operation est colligée la règle de l'un des exemples de ladicte deuxiesme difference.

Item si l'on considere, que nombre de multitude de ① divisé par le double de la racine du nombre de multitude de ②, donne toujours quotient ③, duquel le carré ajoutté au binomie, luy fait trinomie, ayant racine composée de ① & ③, on en colligera encore une autre maniere.

Et par les choses dessus dictes est assés notoire l'origine des autres deux differences, toutesfois parce que nous avons dict, qu'en l'origine appert pourquoy la troisieme difference a deux solutions, nous la declarerons. Soit 1 ②, egale à 6 ① - 5, qui sont le premier & second terme de l'exemple de la troisieme difference, & soustrayons de chascune partie 6 ①, & sera

$$1 \textcircled{2} - 6 \textcircled{1}, \text{ egale à } -5.$$

Reste maintenant de trouver quelque ③, qui ajoutté à 1 ② - 6 ①, le trinomie aie racine, qui soit 1 ① & quelque ③, le mesme pour les raisons que dessus sera 9 (à sçavoir le carré de -3 moitié de -6 des -6 ①.) Ajouttons doncques à chascune partie 9, & seront

$$1 \textcircled{2} - 6 \textcircled{1} + 9, \text{ egales à } 4.$$

Puis extrayons de chascune partie racine quarrée, & sera

$$1 \textcircled{1} - 3, \text{ egale à } 2.$$

ou autrement

$$-1 \textcircled{1} + 3, \text{ egale à } 2.$$

Car

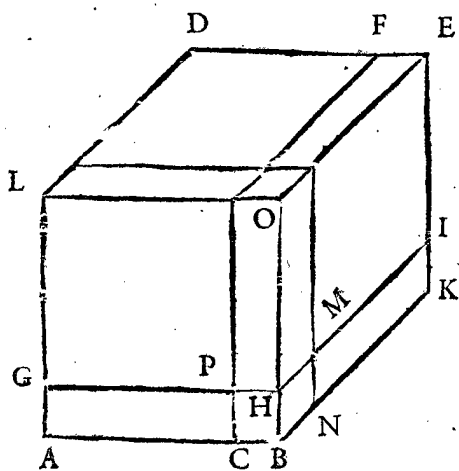
Car autant  $1 \textcircled{1} - 3$ , comme  $-1 \textcircled{1} + 3$ , est racine de  $1 \textcircled{2} - 6 \textcircled{1} + 9$ ; quand doncques nous posons pour racine  $1 \textcircled{1} + 3$  egale à 2, il faut ajouter à chascune partie 3, &  $1 \textcircled{1}$  sera egale, ou vaudra 5. Mais si nous posons pour racine  $-1 \textcircled{1} + 3$ , egale à 2, il faudra soustraire de chascune partie 2, & restera  $-1 \textcircled{1} + 1$ , egale à 0; Et ajoutant à chascune partie  $1 \textcircled{1}$ , alors sera  $1 \textcircled{1}$  egale ou vallant 1. Et est la cause de la double solution à ladicte troisieme difference par ces choses si manifeste, qu'il n'est mestier d'en sonner plus mot; Laquelle origine il falloit declarer. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier  $\textcircled{2}$ , le second  $1 \textcircled{1}$ , le troisieme nombre algebratique quelconque, nous avons trouvé leur quatrieme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

*NOTA.* Voyla achevée l'invention du quatrieme terme proportionel iadis practifée par Mahomet. S'ensuivent celles de ses successeurs; Mais avant qu'y venir nous descrirons quelque theoreme necessaire à leurs opérations & demonstrations, que nous avons colligé du theoreme de Tartalia, descript par Cardane chap: 6. livre A L G E B. & formé selon nostre guise, à nos demonstrations plus commode, comme s'ensuit.

T H E O R E M E.

**S**i on coupe une ligne droicte en lieu quelconque, le cube de toute la ligne, sera egal aux deux cubes des parties, & trois fois le solide rectangle, contenu sous les deux parties & toute la ligne.

*Explication du donné.* Soit la ligne droicte A B, coupée ou que ce soit en C. *Explication du requis.* Il faut



Preparation de la demonstration.

Descrivons de la ligne A B, le cube A D E B, qui soit coupé par le plain C F, parallele au quarré B E, & puis par le plain G H I, parallele à la base A K, & ainsi que H B soit egale à C B; puis par le plain L N, parallele au quarré A O, & ainsi que H M soit egale à la H B. *Demonstration.*

Toutes les parties sont egales à leur tout,  
Deux cubes de A C, & C B, & les trois rectangles contenus sous A C, & C B, & A B, ou sous leurs egales, font tout le cube de A B,

Ergo lesdictes parties sont egales au cube de A B.

L'assomption se prouve ainsi: Le cube de A C est celui duquel le quarré est L F, & le cube de C B est C H N, & les trois solides rectangles sont L H, & N F, & G C, (nous denotons par G C, le solide rectangle consistant sous la superficie G C) lesquelles sont les parties integrantes du cube A E. Mais que lesdicts trois solides rectangles, sont contenus sous trois lignes egales à A C,

C B, & A B, se demonstre ainsi: du solide L H la H O est egale à la A C, & H M, à la B C, & G H, à la A B; & semblable sera la demonstration des deux autres solides, N F, & G C.

L'on pourroit encore prendre les trois solides rectangles d'autre sorte que dessus; à sçavoir L C, & H F, & N I. Nous denotons par N I, le solide rectangle consistant sous la superficie N I.

Application des nombres aux grandeurs cy dessus.

|   |      |
|---|------|
| Soit toute la A B quelque nombre comme 10, &  |      |
| A C soit 8, & B C 2, ergo le cube de A C  | 512  |
| Et le cube de C B   | 8    |
| Et le solide rectangle L H 160, son triple pour les trois solides rectangles                                | 480  |
| Leur somme  | 1000 |
| Egale au cube de A B 10, qui est aussi  | 1000 |
| <i>Conclusion.</i> Si doncques on coupe une ligne droicte en lieu quelconque, &c. ce qu'il falloit demonst. |      |

C O R O L L A I R E I.

Il appert, que le quarré A B, est egal au quarré de A C, avec le gnomon P O B A.

C O R O L L A I R E II.

Il est notoire que le gnomon P O B A est egal au quarré de C B, & le double du produit de A C & C B.

C O R O L L A I R E III.

Il est manifeste, que le nombre des trois solides rectangles, L H, N F, G C, est egal au nombre de 6 quarez de A C, & 12 lignes de A C. Par exemple, les 6 quarez de A C (veu que nous posons A C 8) font 384, & 12 fois A C fait 96, qui avec 384 fait 480: Et aussi font 480 lesdicts trois solides rectangles.

C O R O L L A I R E IV.

Il est evident, que le nombre du cube de la ligne A B, est egal au nombre du cube de A C, & de 6 quarez de A C, & de 12 lignes A C, & du cube de C B.

|  |      |
|--|------|
| Car, le nombre du cube de A B (posant pour A B 10, & pour C B 2, comme dessus) est | 1000 |
| Qui sera egal au nombre du cube de A C   | 512  |
| Et de 6 quarez de A C  | 384  |
| Et de 12 lignes A C  | 96   |
| Et du cube de C B  | 8    |
| Desquels la somme est aussi  | 1000 |

C O R O L L A I R E V.

Il appert, que le quarré de A B, excède au quarré de A C, ou P G, au gnomon P O B A, d'où s'ensuit que six quarez de A B, excèdent à six quarez de A C, en six gnomons P O B A, &c.

P R O B L E M E L X I X.

**E**stant donnez trois termes, desquels le premier  $\textcircled{3}$ , le second  $1 \textcircled{1}$ , le troisieme nombre algebratique quelconque: Trouver leur quatrieme terme proportionel.

$1 \textcircled{1} + \textcircled{2}$       *NOTA.* Le binomie du second terme  
 $-1 \textcircled{1} + \textcircled{2}$       donné de ce probleme, se peut rencontrer  
 $1 \textcircled{1} - \textcircled{2}$       en trois differences, à sçavoir:  
 Lesquelles trois differences nous declarerons separement.

PREMIERE DIFFERENCE DE SE-  
COND TERME ① + ②

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier ③, le second 6 ① + 40, le troisieme 1 ①. Explication du requis. Il faut trouver leur quatrieme terme proportionel.

## Construction.

Le quarré de la moitié de 40 donné, est 400  
Du mesme soustraiçt le cube de 2 (tiers de 6 de 6 ①) qui est 8, reste 392, sa racine  $\sqrt{392}$ , qui ajoutée à 20, moitié de 40 donnez, fait  $20 + \sqrt{392}$

Sa racine cubique est  $\sqrt[3]{\text{bino. } 20 + \sqrt{392}}$

A laquelle ajoutée son respondant binomie disioinct comme  $\sqrt[3]{\text{bino. } 20 - \sqrt{392}}$

Donne somme  $\sqrt[3]{\text{bino. } 20 + \sqrt{392}} + \sqrt[3]{\text{bino. } 20 - \sqrt{392}}$

Laquelle je di estre le quatrieme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Si la conversion du multinomie de ceste solution en nombre Arith. fust legitimement inventée (quand il sera possible comme icy) ce seroit singuliere invention, servant autant aux problemes suivans, comme a cestui-cy; & le trouverions valoir 4, par lequel nous pouvons faire demonstration, mettant soubz chascun terme sa valeur en ceste sorte:

|      |           |      |    |
|------|-----------|------|----|
| 1 ③. | 6 ① + 40. | 1 ①. | 4. |
| 64   | 64.       | 4.   | 4. |

Et appert que 4 est leur quatrieme terme proportionel.

Quant à l'addition, que nous avons dict generale, par le moyen du theoreme du 24 probleme; à sçavoir que multipliant le quotient des deux racines cubiques plus un, par le diviseur; Elle ne nous faille en rien, mais parce que les parties sont incommensurables, à la fin nous reviennent les mesmes deux racines cubiques des binomies donnez.

Mais pour trouver ce 4 terme en nombre absolus, parfaictement ou si pres que l'on veut, nous renvoyons le Lecteur à une reigle generale qui sera mise à la fin du 77. probleme suivant, ce qui servira non seulement icy, mais aussi à tous les problemes suivans jusques à la mesme reigle.

## Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soient à la figure du theoreme devant ce 69 probleme selon la precedente operation, deux cubes, LF 20 +  $\sqrt{392}$ , & CHN 20 -  $\sqrt{392}$ , leur somme est 40, & leur produit 8; Doncques le costé DF, ou AC, fait  $\sqrt[3]{\text{bino. } 20 + \sqrt{392}}$ , & le costé CB, fait  $\sqrt[3]{\text{bino. } 20 - \sqrt{392}}$ , lesquels deux costez AC, & CB, ajoutez, font pour le costé AB, du cube AE,  $\sqrt[3]{\text{bino. } 20 + \sqrt{392}} + \sqrt[3]{\text{bino. } 20 - \sqrt{392}}$ . Il faut demonstrer, que tout le cube AE vaudra 6 ① + 40, qui estant fait nous aurons le requis; car si on demonstre que le cube qui est AE, de 1 ① AB  $\sqrt[3]{\text{bino. } 20 + \sqrt{392}} + \sqrt[3]{\text{bino. } 20 - \sqrt{392}}$ , vaut 6 ① + 40; Doncques on conclura par la renverse raison que du cube AE 6 ① + 40, la 1 ① AB vaudra  $\sqrt[3]{\text{bino. } 20 + \sqrt{392}} + \sqrt[3]{\text{bino. } 20 - \sqrt{392}}$ , & par consequent 1 ③ vallant 6 ① + 40, qu'alors 1 ① vaudra  $\sqrt[3]{\text{bino. } 20 + \sqrt{392}} + \sqrt[3]{\text{bino. } 20 - \sqrt{392}}$ . *Demonstration.* Le produit de AC  $\sqrt[3]{\text{bino. } 20 + \sqrt{392}}$ , par CB  $\sqrt[3]{\text{bino. } 20 - \sqrt{392}}$  est (par le 40 probleme) 2, pour la superficie GC, parquoy la superficie MO sera aussi 2, qui multipliée par 1 ① GH (car GH est egale à 1

① AB) donne produit pour le solide rectangle LH 2 ①, & semblablement seront les deux solides rectangles NF, & GC, aussi chascun 2 ①, & tous trois ensemble feront 6 ①. Item les deux cubes LF, & CHN (veu que leurs costez sont comme dessus) font ensemble 40; doncques tout le cube AE, fait 6 ① + 40; Ergo, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Il avient aucunesfois que les racines cubiques de l'operation vallent nombre Arithmetique, desquels l'operation peut estre la mesme comme dessus. Par exemple 1 ③ vault 12 ① + 16, & on requiert la valeur de 1 ①.

## Construction.

Le quarré de la moitié de 16 donné, est 64; du mesme soustraiçt le cube de 4 (tiers de 12 des 12 ①) qui est 64, reste 0, sa racine  $\sqrt{0}$ , qui ajoutée à 8, moitié de 16 donné, fait 8 +  $\sqrt{0}$ , sa racine cubique est  $\sqrt[3]{\text{bino. } 8 + \sqrt{0}}$

A laquelle ajoutée son respondant binomie disioinct comme  $\sqrt[3]{\text{bino. } 8 - \sqrt{0}}$

Donne somme pour solution  $\sqrt[3]{\text{bino. } 8 + \sqrt{0}} + \sqrt[3]{\text{bino. } 8 - \sqrt{0}}$

Qui vaut 4. Et ainsi d'autres semblables. Nous appelons cecy racine cubique de binomie, non pas que veritablement il le soit; Mais à fin de demonstrer la generalité de l'ordre de la construction. Ceste note soit aussi pour avertissement aux problemes suivans la ou le semblable pourroit avenir; Car de descrire diverses reigles (comme font aucuns) de ce qui se peut faire par une reigle generale, il semble inutile.

## DE L'IMPERFECTION QU'IL Y A EN

## CESTE PREMIERE DIFFERENCE.

Il avient en aucuns exemples de ceste difference, que le quarré de la moitié du ② donné, sera moindre que le cube du tiers du nombre de multitude de ① donnée; D'où s'ensuit que le mesme cube, ne se pourra soustraire d'iceluy quarré, comme veut la reigle de la precedente construction; de sorte que ceste premiere difference (ensemble aucuns exemples des problemes suivans, qui se convertissent en icelle) est encore imparfaicte. Rafael Bombelle la solve par diction de *plus de moins & moins de moins* en ceste sorte: Soient les trois termes donnez, desquels on requiert le quatrieme proportionel, tels: le premier 1 ③, le second 30 ① + 36, le troisieme 1 ①.

## Construction semblable à la precedente.

Le quarré de la moitié de 36 donné est 324  
Du mesme soustraiçt le cube de 10 (tiers de 30 des 30 ① données) qui est 1000, reste -676, sa racine + de -26, qui ajoutée à 18, moitié des 36, fait 18 + de -26

Sa racine cubique  $\sqrt[3]{\text{bino. } 18 + \text{de } -26}$

A laquelle ajoutée son respondant binomie disioinct, comme  $\sqrt[3]{\text{bino. } 18 - \text{de } -26}$

Donne somme & solution  $\sqrt[3]{\text{bino. } 18 + \text{de } -26} + \sqrt[3]{\text{bino. } 18 - \text{de } -26}$

Or si par les nombres de ceste solution, l'on sceust approcher infinement à 6 (car ils vallent precisement autant) comme on fait par les nombres de la solution, du precedent premier exemple, certes ceste difference seroit en sa desirée perfeccion.

Cardane met aussi en son *Aliza* quelques exemples, servans à ceste matiere, mais par generaux, ains à tastons, par lesquels après grand travail, on ne peut souventes-

PROBLEME LXX.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ②⓪, le troisieme nombre algebräique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Le binomie du second terme donne de ce probleme, se peult rencontrer en trois differences, à sçavoir:

- ② + ③
  - ② + ③
  - ② - ③
- Lesquelles trois differences nous avons reduict à une mesme maniere d'operation, lesquelles nous descripons separement pour plus grande evidence, en ceste sorte:

PREMIERE DIFFERENCE DE SECONDE TERME ② - ③.

Explication du donne. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier ③, le second ⑥② + 400, le troisieme ①①. Explication du requis. Il nous faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Ceste construction se peut faire en deux sortes: L'une procedant d'origine à laquelle se fait conversion des termes donnez, en ③ egale à ① + ③; L'autre en ③ egale à - ① + ③. Or quand ③ est egale à ① + ③, alors la valeur de ① se trouve par la premiere difference du 69 probleme: Mais quand telle solution ne se pourra faire par icelle, pour les raisons que nous en avons dict à la mesme difference, alors ne se pourra aussi faire, par telle maniere, en ceste premiere difference; Pourtant on la pourra solver par ladicte deuxiesme maniere, à sçavoir, procedant de reduction en ③ egale à - ① + ③; Laquelle est generale. Parquoy nous descripons les manieres toutes deux; Et premierement la construction precedente de conversion en ③ egale à ① + ③ comme s'ensuit.

Construction.

Le tiers de 6 (des 6②) est 2  
 Qui multiplié par son double 4 fait 8, au mesme ajouté le quarré de 2 premier en l'ordre, fait 12, auquel appliqué ① sera 12①  
 Puis de 400 donnez soustraiet le cube de 2 premier en l'ordre, qui est 8, reste 392  
 Au mesme ajouté le produit de 2 premier en l'ordre, par 12 du second en l'ordre, qui est 24, fait 416  
 Puis on dira ③ (par reigle) vaut 12① (second en l'ordre) + 416 (quatriesme en l'ordre) combien ① fait (par la 1 difference du 69 probleme)  $\sqrt[3]{③ \text{ bino. } 208 + \sqrt[3]{43200} + \sqrt[3]{③ \text{ bino. } 208 - \sqrt[3]{43200}}$   
 Au mesme ajouté 2 premier en l'ordre, fait  $\sqrt[3]{③ \text{ bino. } 208 + \sqrt[3]{43200} + \sqrt[3]{③ \text{ bino. } 208 - \sqrt[3]{43200} + 2}$

Je di que le mesme est le quatriesme terme proportionel requis.

Demonstration Arithmerique. La solution cy dessus, pour valeur de ①, est egale à 10; mettons doncques par le moyen du 66 probleme, sous chascun terme sa valeur en ceste sorte:

|       |           |     |     |
|-------|-----------|-----|-----|
| ③.    | 6② + 400. | ①①. | 10. |
| 1000. | 1000.     | 10. | 10. |

Et appert que 10 est leur quatriesme terme proportionel.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme, ① AB, egale ou vallant 6② AB + 400; Et soit CB 2, à sçavoir le tiers de 6 des 6② donnez.

Il faut demonstrier que son costé ou ① AB vaudra  $\sqrt[3]{③ \text{ bino. } 208 + \sqrt[3]{43200} + \sqrt[3]{③ \text{ bino. } 208 - \sqrt[3]{43200} + 2}$ . Demonstration. ① AB est par l'hypothese, egale à 6② AB + 400.

Mais ① AB, est egale à ① AC + le gnomon POB A, par le 1 Corollaire devant le 69 probleme; parquoy 6② AB, sont egales à 6② AC + 6 gnomons POB A; Ergo ① AB, est egale à 6② AC + 6 gnomons POB A + 400.

Mais le gnomon POB A, est egal à ① CB + le double du produit de ① AC par CB par le 2 Corollaire devant le 69 probleme; parquoy 6 gnomons POB A, sont egaux à 6② CB + 24① AC.

Ergo ① AB, est egale à 6② AC + 6② CB + 24① AC + 400.

Mais 6② CB, sont egales à 24 (car CB est 2;) parquoy 6② CB (veu que chascun cube de CB vaut 8) sont egales à 3③ BC;

Ergo ① AB, est egale à 6② AC + 3③ CB + 24① AC + 400.

Mais ① AB, est egale à ① AC + ① CB + 3 solides rectangles L.H.N.F.G.C. par le mesme theoreme devant le 69 probleme.

Ergo ① AC + ① CB + 3 solides rectangles L.H.N.F.G.C, sont egales à 6② AC + 3③ CB + 24① AC + 400.

Mais les trois solides rectangles L.H.N.F.G.C, sont egaux à 6② AC + 12① AC, par le 3 corollaire devant le 69 probleme;

Ergo ① AC + ① CB + 6② AC + 12① AC, sont egales à 6② AC + 3③ CB + 24① AC + 400.

Puis soustrayons de chascun partie ① CB + 6② AC + 12① AC;

Ergo restera ① AC, egale à 2③ CB + 12① AC + 400.

Mais 2③ CB (parce que CB fait 2) vallent 16; Ergo ① AC, sera egale à 12① AC + 416.

Mais estant ① AC egale ou vallant 12① AC + 416, alors par le 69 probleme ① AC vaudra  $\sqrt[3]{③ \text{ bino. } 208 + \sqrt[3]{43200} + \sqrt[3]{③ \text{ bino. } 208 - \sqrt[3]{43200}}$ . A la mesme AC, ajouté CB 2, fait pour ① AB  $\sqrt[3]{③ \text{ bino. } 208 + \sqrt[3]{43200} + \sqrt[3]{③ \text{ bino. } 208 - \sqrt[3]{43200} + 2}$ ; ce qu'il falloit demonstrier.

SECONDE MANIERE DE CONSTRUCTION, QUI EST GENERALE,

procedante de conversion des termes donnez, en ③ egale à - ① + ③.

Explication du donne. Soient donnez les mesmes termes de la precedente premiere maniere, tels: le premier ③, le second 6② + 400, le troisieme ①①. Explication du requis. Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le produit des 400 donnez par le 6 des 6② donnez, fait 2400, auquel appliqué - & ① fait - 2400①

Le quarré de 400 donné est 1600

Puis ③ (par reigle) donne - 2400① + 1600 (pre-



(premier & second en l'ordre) combien 1 ①;  
 fait par la 2 difference du 69 probleme 40  
 Par le mesme divisé le 400 donne donne quotient 10  
 Je di que 10 est le quatriesme terme proportionel requis, dont l'Arithmetique & geometrique demonstrations sont faittes ci devant, mais l'origine s'ensuivra à la fin de ce probleme,

SECONDE DIFFERENCE DE SE-  
 COND TERME — ② + 0.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ③, le second — 6 ② + 32, le troisieme 1 ①. Explication du requis. Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction semblable à la premiere construction, de la premiere difference.

Le tiers de — 6 (des 6 ②) est — 2  
 Qui multiplié par son double — 4, fait 8, au mesme ajouté le quarré de — 2 premier en l'ordre, fait 12, auquel appliqué ① fera 12 ①  
 Puis des 32 donnez, soustrait le cube de — 2 premier en l'ordre, qui est — 8, reste 40  
 Au mesme ajouté le produit de — 2 premier en l'ordre, par 12 second en l'ordre, qui est — 24, fait 16

Puis on dira, 1 ③ (par reigle) vaut 12 ① (second en l'ordre) + 16 (quatriesme en l'ordre) combien 1 ①? fait par le 69 probleme 4  
 Au mesme ajouté — 2 premier en l'ordre, fait 2

Je di que 2 est le quatriesme terme proportionel requis. Demonstration Arithmetique. Mettons par le moyen du 66 probleme, sous chascun terme son valeur en ceste sorte:

|      |             |      |    |
|------|-------------|------|----|
| 1 ③. | — 6 ② + 32. | 1 ①. | 2. |
| 8.   | 8.          | 2.   | 2. |

Et appert que 2 est leur quatriesme terme proportionel.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme, 1 ③ AC, egale ou vallant — 6 ② + 32; Et soit CB 2, à sçavoir le tiers de 6, des 6 ② donnez. Il faut demonstrier, que son costé ou 1 ① AC vaudra 2.

Demonstration. 1 ③ AC, est par l'hypothese egale à — 6 ② AC + 32.

Ajoustons doncques à chascune partie 6 ② AC;

Ergo 1 ③ AC + 6 ② AC, seront egales à 32.

Puis ajoutons à chascune partie 1 ③ CB + 3 solides rectangles LH. NF. GC;

Ergo 1 ③ AC + 6 ② AC + 1 ③ CB + 3 solides rectangles LH. NF. GC, seront egales à 1 ③ CB + 3 solides rectangles LH. NF. GC + 32.

Mais 1 ③ AC + 1 ③ CB + 3 solides rectangles LH. NF. GC, sont egales à 1 ③ AB par le mesme theoreme devant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ AB + 6 ② AC, sont egales à 1 ③ CB + 3 solides rectangles LH. NF. GC. + 32.

Mais les 3 solides rectangles LH. NF. GC, sont egales à 6 ② AC + 12 ① AC, par le troisieme corol. devant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ AB + 6 ② AC, sont egales à 1 ③ CB + 6 ② AC + 12 ① AC + 32.

Puis soustrayons de chascune partie 6 ② AC;

Ergo 1 ③ AB, demeurera egale à 1 ③ CB + 12 ① AC + 32.

Mais 12 ① AC, sont moindres que 12 ① AB, en 12 ① CB; Parquoi ajoutons à chascune partie 12 ① CB;

Ergo 1 ③ AB + 12 ① CB, seront egales à 1 ③ CB + 12 ① AB + 32.

Mais 12 ① CB, sont egales à 3 ③ CB; car estant chascune CB 2, s'ensuit que 12 ① CB font 24. Item que 3 ③ CB seront aussi 24;

Ergo 1 ③ AB + 3 ③ CB, sont egales à 1 ③ CB + 12 ① AB + 32.

Puis soustrayons de chascune partie 1 ③ CB;

Ergo 1 ③ AB + 2 ③ CB demeurera egale à 12 ① AB + 32.

Mais 2 ③ CB (veu que chascune C B fait 2) sont egales à 16;

Ergo 1 ③ AB + 16, sont egales à 12 ① AB + 32. Puis soustrayons de chascune partie 16;

Ergo 1 ③ AB, demeurera egale à 12 ① AB + 32.

Mais estant 1 ③ AB, egale ou vallant 12 ① AB + 16; alors par le 69 probleme 1 ① AB vaudra 4. Puis de ladite AB soustrait CB 2, restera 1 ① AC 2; ce qu'il falloit demonstrier.

TROISIEME DIFFERENCE DE SE-  
 COND TERME ① — 0.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ③, le second 6 ② — 32, le troisieme 1 ①. Explication du requis. Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le tiers de 6 (des 6 ②) est 2  
 Qui multiplié par son double 4 fait 8; au mesme ajouté le quarré de 2 premier en l'ordre, fait 12, auquel appliqué ① fera 12 ①  
 Puis des — 32 donnez, soustrait le cube de 2 premier en l'ordre qui est 8, reste 40  
 Au mesme ajouté le produit de 2 premier en l'ordre, par 12 second en l'ordre, qui est 24, fait — 16  
 Puis on dira, 1 ③ (par reigle) vaut 12 ① (second en l'ordre) — 16 (quatriesme en l'ordre) combien 1 ①? fait par le 69 probleme 2  
 Au mesme ajouté 2, premier en l'ordre, fait 4

Je di que 4 est le quatriesme terme proportionel requis. Demonstration d'Arithmetique. Mettons par le moyen du 66 probleme sous chascun terme sa valeur, en ceste sorte:

|      |           |      |    |
|------|-----------|------|----|
| 1 ③. | 6 ② — 32. | 1 ①. | 4. |
| 64.  | 64.       | 4.   | 4. |

Et appert que 4 est leur quatriesme terme proportionel requis.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme 1 ③ AB, egale ou vallant 6 ② AB — 32; Et soit CB 2, à sçavoir le tiers de 6 des 6 ② donnez; Il faut demonstrier que son costé ou 1 ① AB vaudra 4. Demonstration. 1 ③ AB, est par l'hypothese egale à 6 ② AB — 32.

Mais 1 ② AB, est egale à 1 ② AC + le gnomon POBA, par le 1 Corollaire devant le 69 probleme, parquoi 6 ② AB, sont egales à 6 ② AC + 6 gnomons POBA;

Ergo 1 ③ AB, est egale à 6 ② AC + 6 gnomons POBA — 32.

Mais le gnomon POBA, est egal à  $1 \textcircled{2} CB +$  le double du produit de  $1 \textcircled{1} AC$  par  $CB$ , par le 2<sup>e</sup> corollaire devant le 69 probleme, parquoy 6 gnomons POBA, sont egaux à  $6 \textcircled{2} CB + 24 \textcircled{1} AC$ ;

Ergo  $1 \textcircled{3} AB$ , est egale à  $6 \textcircled{2} AC + 6 \textcircled{2} CB + 24 \textcircled{1} AC - 32$ .

Mais  $6 \textcircled{2} CB$ , sont egales à 24 (car  $CB$  est 2) parquoy  $6 \textcircled{2} CB$  (veu que chaque cube de  $CB$  vaut 8) sont egales à  $3 \textcircled{3} CB$ ;

Ergo  $1 \textcircled{3} AB$ , est egale à  $6 \textcircled{2} AC + 3 \textcircled{3} CB + 24 \textcircled{1} AC - 32$ .

Mais  $1 \textcircled{3} AB$ , est egale à  $1 \textcircled{3} AC + 1 \textcircled{3} CB + 3$  solides rectangles L.H. N.F. GC par le mesme theoreme devant le 69 probleme;

Ergo  $1 \textcircled{3} AC + 1 \textcircled{3} CB + 3$  solides rectangles L.H. N.F. GC, sont egales à  $6 \textcircled{2} AC + 3 \textcircled{3} CB + 24 \textcircled{1} AC - 32$ .

Mais les trois solides rectangles L.H. N.F. GC, sont egaux à  $6 \textcircled{2} AC + 12 \textcircled{1} AC$  par le 3<sup>e</sup> corollaire devant le 69 probleme.

Ergo  $1 \textcircled{3} AC + 1 \textcircled{3} CB + 6 \textcircled{2} AC + 12 \textcircled{1} AC$  sont egales à  $6 \textcircled{2} AC + 3 \textcircled{3} CB + 24 \textcircled{1} AC - 32$ .

Puis soustrayons de chaque partie  $1 \textcircled{3} CB + 6 \textcircled{2} AC + 12 \textcircled{1} AC$ ;

Ergo restera  $1 \textcircled{3} AC$  egale à  $2 \textcircled{3} CB + 12 \textcircled{1} AC - 32$ ;

Mais  $2 \textcircled{3} CB$  (parce que  $CB$  fait 2) valent 16;

Ergo  $1 \textcircled{3} AC$  sera egale à  $12 \textcircled{1} AC - 16$ ;

Mais estant  $1 \textcircled{3} AC$  egale ou vallant  $12 \textcircled{1} AC - 16$ , alors par le 69 probleme  $1 \textcircled{1} AC$  vaudra 2, à la mesme  $AC$  ajoutée  $CB$ , fait pour  $1 \textcircled{1} AB$  4; ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier  $\textcircled{3}$ , le second  $\textcircled{2}$ , le troisieme nombre algebratique quelconque: Nous avons trouvé leur quatrieme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

#### DE L'ORIGINE DE LA CONSTRUCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand  $\textcircled{3}$  est egale à  $\textcircled{2}$  &  $\textcircled{0}$ , nous les pouvons reduire, en  $\textcircled{3}$ , egale à  $\textcircled{1}$ , &  $\textcircled{0}$ , ou en  $\textcircled{2}$  egale à  $\textcircled{0}$ , & alors devient la valeur de  $1 \textcircled{1}$  notoire par le precedent 69 probleme, & de telle reduction est colligée la maniere de ladicte construction comme il apparoitra. Soit par exemple :

$$1 \textcircled{3} \text{ egale a } 6 \textcircled{2} + 400.$$

Qui sont le premier & second terme de la premiere difference; Et soustrayons de chaque partie  $6 \textcircled{2}$ ;

Ergo  $1 \textcircled{3} - 6 \textcircled{2}$ , demeurera egale à 400.

Puis ajoutons à chaque partie quelque  $\textcircled{1}$ , &  $\textcircled{0}$ , telles que la premiere partie aie racine cubique de  $1 \textcircled{1} +$  quelque  $\textcircled{0}$ . Or pour trouver telles quantitez, ne faut que multiplier en soy cubiquement  $1 \textcircled{1} -$  le tiers de 6, des  $6 \textcircled{2}$ , qui est  $1 \textcircled{1} - 2$  (la raison pourquoy il faut prendre le tiers de 6 des  $6 \textcircled{2}$ , est, que la potence cubique de  $1 \textcircled{1} - \textcircled{0}$ , a toujours le nombre de ses  $\textcircled{2}$ , triple au  $\textcircled{0}$  de la racine, dont la raison appert, es nombres procedans de l'operation de telle cubique multiplication) Et donne produit  $1 \textcircled{3} - 6 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} - 8$ ; du mesme soustraiet la premiere des egales parties  $1 \textcircled{1} - 6 \textcircled{2}$ , reste  $12 \textcircled{1} - 8$ , qui ajoutez à chaque partie fera que la premiere partie aura racine cubique de  $\textcircled{1} \textcircled{0}$ ; ajoutons les doncques à chaque partie;

Ergo  $1 \textcircled{3} - 6 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} - 8$ , seront egales à  $12 \textcircled{1} + 392$ .

Puis extrayons de chaque partie racine cubique.

Ergo  $1 \textcircled{1} - 2$ , seront egales à  $\sqrt[3]{\textcircled{3} \text{ bino. } 12 \textcircled{1} + 392}$ .

Or parce que la seconde partie n'a point de racine servant à nostre propos, il nous faudra achever la reste par l'aide de la figure du theoreme devant le 69 probleme en ceste sorte: Soit chascune  $\textcircled{1}$  de noz egales parties la ligne  $AB$ ;

Ergo  $1 \textcircled{1} AB - 2$ , sera egale à  $\sqrt[3]{\textcircled{3} \text{ bino. } 12 \textcircled{1} AB + 392}$ .

Puis posons que  $CB$  soit 2;

Ergo  $1 \textcircled{1} AC$ , sera egale à  $\sqrt[3]{\textcircled{3} \text{ bino. } 12 \textcircled{1} AB + 392}$ .

Puis prenons la potence cubique de chaque partie;

Ergo  $1 \textcircled{3} AC$  sera egale à  $12 \textcircled{1} AB + 392$ .

Mais  $12 \textcircled{1} AB$ , valent  $12 \textcircled{1} AC + 24$  (car 12 fois  $CB$ , fait 24) osons doncques les  $12 \textcircled{1} AB -$ , en son lieu posons  $12 \textcircled{1} AC + 24$ ;

Ergo  $1 \textcircled{3} AC$ , sera egale à  $12 \textcircled{1} AC + 416$ .

Et ainsi au lieu des donnez  $1 \textcircled{3} AB$  egale à  $6 \textcircled{2} AB + 400$ , nous avons  $1 \textcircled{3} AC$ , egale à  $12 \textcircled{1} AC + 416$ . Desquelles estant trouvé la valeur de  $\textcircled{1} AC$ , qui par le 69 probleme est  $\sqrt[3]{\textcircled{3} \text{ bino. } 208 + \sqrt{43200} + \sqrt{\textcircled{3} \text{ bino. } 208 - \sqrt{43200}}}$ ; s'ensuit que pour avoir la valeur de toute la  $AB$  requise, qu'il y faut encore ajouter la  $CB$ , qui par l'hypothese est 2, & sera pour solution comme dessus  $\sqrt[3]{\textcircled{3} \text{ bino. } 208 + \sqrt{43200} + \sqrt{\textcircled{3} \text{ bino. } 208 - \sqrt{43200} + 2}$ .

Or que ceci est l'origine de ladicte construction, est manifeste; toutesfois pour plus grande evidence nous repeterons en brief le susdict en ceste sorte:

Premierement il appert (par les nombres faisans la cubique multiplication de  $1 \textcircled{1} - 2$ ) que le tiers de 6 des  $6 \textcircled{2}$  qui est 2, multiplié par son double fait 8, & au mesme aiouste le quarré dudit 2 fait (toujours pour nombre des  $\textcircled{1}$  reduictes) 12, & les appliquant  $\textcircled{1}$  font

12  $\textcircled{1}$

Il appert aussi que des 400 donnez, on a soustraiet le cube du susdict 2, qui est 8, & restoit 392, aux mesmes s'aiousta le produit dudit 2, par ledict 12, qui est 24, fait (toujours pour le  $\textcircled{0}$  reduict)

416

Puis il appert, qu'estant  $1 \textcircled{3}$  egale à  $12 \textcircled{1} AC + 416$ , qu'on en cherche la valeur de  $1 \textcircled{1}$  par le 69 probleme qui est  $\sqrt[3]{\textcircled{3} \text{ bino. } 208 + \sqrt{43200} + \sqrt{\textcircled{3} \text{ bino. } 208 - \sqrt{43200}}}$ .

Puis qu'au mesme on ajouste encore ledict tiers de 6 des  $6 \textcircled{2}$ , qui est 2, fait pour solution  $\sqrt[3]{\textcircled{3} \text{ bino. } 208 + \sqrt{43200} + \sqrt{\textcircled{3} \text{ bino. } 208 - \sqrt{43200} + 2}$ .

De sorte qu'il appert de point en point, que ceci est la vraie origine de la construction de la premiere difference; Et celui qui entendra bien ceste ci, entendra aussi celles des deux autres differences. Laquelle origine il nous falloit declarer.

#### DE L'ORIGINE DE LA SECONDE CONSTRUCTION DE LA PRECEDENTE premiere difference.

Quand  $\textcircled{3}$  est egale à  $\textcircled{2} + \textcircled{0}$ , nous la pouvons reduire en  $\textcircled{3}$  egale à  $-\textcircled{1} + \textcircled{0}$ , & alors devient la valeur de  $1 \textcircled{1}$  notoire par la seconde difference du 69 probleme, & de telle reduction est colligée la maniere de la seconde construction de la precedente premiere difference, comme il apparoitra. Soit par exemple  $1 \textcircled{3}$ , egale à  $6 \textcircled{2} + 400$ , qui sont le premier & second terme de ladicte difference. Mais pour clairement expliquer le propose, nous mettrons dessous noz quatre termes leurs valeurs, en ceste sorte:

1  $\textcircled{3}$ .

$$\begin{array}{r} 1 \textcircled{3}. \\ 1000. \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \textcircled{2} + 400. \\ 1000. \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \textcircled{1}. \\ 10. \end{array} \quad \begin{array}{r} 10. \\ 10. \end{array}$$

Or il est notoire par les mesmes, que le cube de la valeur de  $1 \textcircled{1}$ , est egal à six quarez du mesme valeur + 400: Pourtant si nous avions nombre tel, que de son cube sousttraict les six quarez du mesme nombre, & que la reste fust 400, il est manifeste, que tel nombre seroit la valeur de  $1 \textcircled{1}$  requise. Pourtant mettons ceci en question telle: *Trouvons un nombre tel, que de son cube sousttraict les six quarez dudit nombre, la reste soit 400.* Or si nous commençames à besoigner selon la vulgaire maniere, qui sera enseignée au 81 probleme, nous trouverions à la fin, egaleté de termes, qui seroient les mesmes que les termes donnez; de sorte que ne prouffiterions ainsi rien; Parquoi il nous faut mettre autre question que la precedente, laquelle est inventée en ceste sorte: *Le voi aux susdicts quatre termes, que si ie divisois le 400 donnez, par le 10 valeur de  $1 \textcircled{1}$ , le quotient seroit 40: Doncques 40 & 10 sont deux nombres tels, que leur produit est 400, & du cube de l'un (à sçavoir du 10) sousttraict les 6 quarez du mesme nombre, reste 400.* parquoi je propose ceci en question telle: *Trouvons deux nombres tels, que leur produit soit 400. & du cube de l'un, sousttraict les six quarez du mesme nombre, la reste soit 400.* Et est notoire que estant trouvez tels deux nombres, l'un sera celui que nous cherchons: Or ceste question est la 10 du 81 probleme, par l'operation de laquelle, il est notoire estre colligée ladicte construction; Car apres la reduction,  $1 \textcircled{3}$  se trouva egale a  $-2400 \textcircled{1} + 160000$ , mais ce 2400, est le produit de 6 & 400 donnez, auquel precede -, & leur quantité est  $1 \textcircled{1}$ : Et le 160000 est le quare du 400 donne, ce qui avient ainsi en tous exemples semblables; & pourtant est ce, que l'on a mis tout ceci en reigle plus briefue. Quant au 400 qui se divise finalement par le 40 trouvé; La raison est notoire audict 10 exemple du 81 probleme. Laquelle origine il nous falloit declarer.

DES SOLUTIONS QUE L'ON PEUT FAIRE PAR - SUR LES PRECEDENS PROBLEMES.

Aucuns des precedens problemes, de la proportion des nombres algebriques, reçoivent par dessus les solutions ci devant données, encore d'autre solution par -; Et combien les mesmes ne semblent que solutions songées, toutesfois elles sont utiles, pour venir par les mesmes aux vraies solutions des problemes suivans par +; La cause est, qu'au valeur de  $1 \textcircled{1}$  trouvé par quelque des problemes precedens, il faudra aucunesfois encore aiouster quelque certain nombre, comme apparoitra; d'ou s'ensuit, que quand le nombre à aiouster, sera maieur que ladicte solution par -, que leur difference sera vraie solution par +. Or lesdictes solutions par - (lesquelles nous expliquerons par articles selon l'ordre des problemes) & leurs differentes precedentes sont telles:

ARTICLE I. Estant  $1 \textcircled{1}$  egale à  $\textcircled{0}$ , la valeur de  $1 \textcircled{3}$ , ne peut estre -: la raison est, que la valeur du premier terme seroit tousiours -, & du second terme tousiours +, lesquels ne peuvent estre egaux.

ARTICLE II. Estant  $2 \textcircled{2}$  egale à  $1 \textcircled{1} + \textcircled{0}$ , la solution se peut faire par -; Par exemple  $1 \textcircled{2}$  vaut  $4 \textcircled{1} + 21$ , combien  $1 \textcircled{1}$ ? On changera le second terme donné ainsi:  $1 \textcircled{2}$  vaut  $-4 \textcircled{1} + 21$ , combien  $1 \textcircled{1}$ ? fait par le 68 probleme 3, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est -3. l'Arithmetique demonstration en est telle:

$$\begin{array}{r} 1 \textcircled{2}. \\ 9. \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \textcircled{1} + 21. \\ -12 + 21. \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \textcircled{1}. \\ -3. \end{array} \quad \begin{array}{r} -3. \\ -3. \end{array}$$

ARTICLE III. Estant  $2 \textcircled{2}$  egale a  $-1 \textcircled{1} + \textcircled{0}$ , la solution se peut faire par -. Par exemple,  $1 \textcircled{2}$  vaut  $-4 \textcircled{1} + 21$ , combien  $1 \textcircled{1}$ ? On changera le second terme donné ainsi:  $1 \textcircled{2}$  vaut  $4 \textcircled{1} + 21$ , combien  $1 \textcircled{1}$ ? fait par le 68 probleme 7, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est -7; l'Arithmetique demonstration en est telle:

$$\begin{array}{r} 1 \textcircled{2}. \\ 49. \end{array} \quad \begin{array}{r} -4 \textcircled{1} + 21. \\ 28 + 21. \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \textcircled{1}. \\ -7. \end{array} \quad \begin{array}{r} -7. \\ -7. \end{array}$$

ARTICLE IV. Estant  $2 \textcircled{2}$  egale à  $1 \textcircled{1} - \textcircled{0}$ , la valeur de  $1 \textcircled{1}$  ne peut estre -: la raison est, que la valeur du second terme seroit tousiours +, & du second terme tousiours -, lesquels ne peuvent estre egaux.

ARTICLE V. Estant  $3 \textcircled{3}$  egale à  $1 \textcircled{1} + \textcircled{0}$ , on vera si le produit des  $\frac{2}{3}$  du nombre de  $1 \textcircled{1}$ , par la racine quarrée de  $\frac{1}{3}$  du mesme nombre, est Egal, Maieur ou Moindre, que  $\textcircled{0}$  donné. Car quand tel produit est egal, ou maieur, ils auront chascune une solution par -, mais estant moindre, il ne l'aura pas. Et premierement nous donnerons exemple, auquel se rencontre egaleté, ainsi:  $1 \textcircled{3}$  vaut  $12 \textcircled{1} + 16$ , combien  $1 \textcircled{1}$ ? Car le produit de 8 (pour les  $\frac{2}{3}$  de 12 des  $12 \textcircled{1}$ ) par 2 (pour la racine de  $\frac{1}{3}$  desdicts 12) fait 16, qui est egal au  $\textcircled{0}$  donné. ils auront doncques une solution par -, laquelle on trouve en ceste sorte: On changera le second terme donné ainsi:  $1 \textcircled{3}$  vaut  $12 \textcircled{1} - 16$ , combien  $1 \textcircled{1}$ ? fait par le 69 probleme 2, lequel appliqué à nostre question nous dirons, que la solution sera -2. l'Arithmetique demonstration en est telle:

$$\begin{array}{r} 1 \textcircled{3}. \\ -8. \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \textcircled{1} + 16. \\ -24 + 16. \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \textcircled{1}. \\ -2. \end{array} \quad \begin{array}{r} -2. \\ -2. \end{array}$$

Et estant ledict produit Maieur, les donnez auront aussi (comme nous avons dict) solution par -. Par exemple,  $1 \textcircled{3}$  vaut  $12 \textcircled{1} + 9$ , combien  $1 \textcircled{1}$ ? On changera le second terme donné ainsi:  $1 \textcircled{3}$  vaut  $12 \textcircled{1} - 9$ , combien  $1 \textcircled{1}$ ? fait par le 69 probleme, pour maieure solution 3, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est -3: L'arithmetique demonstration en est telle:

$$\begin{array}{r} 1 \textcircled{3}. \\ -27. \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \textcircled{1} + 9. \\ -36 + 9. \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \textcircled{1}. \\ -3. \end{array} \quad \begin{array}{r} -3. \\ -3. \end{array}$$

Mais estant ledict produit moindre, ils ne peuvent (comme nous avons dict dessus) avoir solution par -: la raison est que la valeur du deuxiesme terme donné seroit tousiours necessairement maieur, que celui du premier.

ARTICLE VI. Estant  $3 \textcircled{3}$  egale à  $-1 \textcircled{1} + \textcircled{0}$ , la valeur de  $1 \textcircled{1}$  ne peut estre -: la raison est, que la valeur du premier terme seroit tousiours -, & du second terme tousiours +, lesquels ne peuvent estre egaux.

ARTICLE VII. Estant  $3 \textcircled{3}$  egale à  $1 \textcircled{1} - \textcircled{0}$ , la solution se peut faire par -. Par exemple,  $1 \textcircled{3}$  vaut  $2 \textcircled{1} - 21$ , combien  $1 \textcircled{1}$ ? On changera le second terme ainsi:  $1 \textcircled{3}$  vaut  $2 \textcircled{1} + 21$ , combien  $1 \textcircled{1}$ ? fait par le 69 probleme 3, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est -3. L'arithmetique demonstration en est telle:

$$\begin{array}{r} 1 \textcircled{3}. \\ -27. \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \textcircled{1} - 21. \\ -6 - 21. \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \textcircled{1}. \\ -3. \end{array} \quad \begin{array}{r} -3. \\ -3. \end{array}$$

ARTICLE VIII. Et si l'on posoit 1 (3) egale a — 3 (1) — 4, la solution se pourroit aussi faire par — changeant le second terme comme dessus, en ceste sorte: 1 (3) faut — 3 (1) + 4, combien 1 (1)? fait par le 69 probleme 1; Lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 1. L'arithmetique demonstration en est telle:

$$\begin{array}{r} 1 (3). \quad -3 (1) - 4. \quad 1 (2). \quad -1. \\ -1. \quad +3 - 4. \quad -1. \quad -1. \end{array}$$

ARTICLE IX. Estant (3) egale à (2) + (0), la valeur de 1 (1) ne peut estre —, la raison est, que la valeur du premier terme, seroit toujours —, & du second terme toujours +, lesquels ne peuvent estre égaux.

ARTICLE X. Estant (3) egale à + (2) + (0); On verra si le produit de  $\frac{1}{3}$  du nombre de (2), par le carré des  $\frac{2}{3}$ , du mesme nombre, est Egal, ou Maieur, ou Moindre, que (0) donné. Car quand tel produit est egal, ils auront une solution par —. Et estant maieur, ils auront deux solutions par —: mais estât moindres, ils n'auront point de solution par —. Et premierement nous donnerons exemple, auquel se rencontre egaleté, ainsi, 1 (3) vaut — 3 (2) + 4, combien 1 (1)? Car le produit 1 (pour  $\frac{1}{3}$  de 3 des 3 (2)) par 4 (pour le carré des  $\frac{2}{3}$  desdicts 3) fait 4, qui est egal au (0) donné. Ils auront doncques une solution par —, laquelle on trouve en ceste sorte: On changera le second terme donné ainsi, 1 (3) vaut 3 (2) — 4, combien 1 (1)? fait par le 70. probleme 2, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 2. L'Arithmetique demonstration en sera telle:

$$\begin{array}{r} 1 (3). \quad -3 (2) + 4. \quad 1 (1). \quad -2. \\ -8. \quad -12 + 4. \quad -2. \quad -2. \end{array}$$

Et estant ledict produit maieur, nous aurons alors deux solutions par —. Par exemple, 1 (3) vaut — 11 (2) + 72, combien 1 (2)? On changera comme dessus, le second terme ainsi: 1 (3) vaut 11 (2) — 72, combien 1 (1)? fait par le 70 probleme, pour maieure solution 3, & pour moindre solution  $\sqrt{40} - 4$ , lesquels appliquez à nostre question, nous dirons que la solution est & — 3, & —  $\sqrt{40} - 4$ . L'Arithmetique demonstration en est telle:

$$\begin{array}{r} 1 (3). \quad -11 (2) + 72. \quad 1 (1). \quad -3. \\ -27. \quad -99 + 72. \quad -3. \quad -3. \end{array}$$

Item.

$$\begin{array}{r} 1 (3). \quad -11 (2) + 72. \quad 1 (1). \quad -\sqrt{40} - 4. \\ -1309760 - 544. \quad -1309760 - 616 + 72. \quad -140 - 4. \quad -140 - 4. \end{array}$$

Mais estant ledict produit moindre, alors ne se pourra (comme nous avons dict dessus) avoir solution par —: la raison est que la valeur du deuxiesme terme, devient toujours necessairement maieure, que celui du premier.

ARTICLE XI. Estant (3) egale à (2) — (0), la solution se peut faire par —. Par exemple 1 (3) vaut 6 (2) — 400, combien 1 (1)? On changera le second terme ainsi, 1 (3) vaut 6 (2) + 400, combien 1 (1)? fait par le 70 probleme 10. lequel appliqué à nostre question nous dirons que la solution est — 10. L'Arithmetique demonstration en est telle:

$$\begin{array}{r} 1 (3). \quad 6 (2) - 400. \quad 1 (1). \quad -10. \\ -1000. \quad -600 - 400. \quad -10. \quad -10. \end{array}$$

PROBLEME LXXI.

Estant donnez trois termes, desquels le premier (3), le second (2) (1) (0), le troisieme nombre algebratique: Trouver leur quatrieme terme proportionel.

NOTA. Le trinomie du second terme donné de ce probl. se peut rencontrer en sept differences, à sçavoir:

- (2) + (1) + (0)
  - (2) + (1) + (0)
  - (2) + (1) — (0)
  - (2) + (1) — (0)
  - (2) — (1) + (0)
  - (2) — (1) + (0)
  - (2) — (1) — (0)
- Lesquelles sept differences selon les autres auteurs, reçoivent bien 25 diverses manieres d'operations: Mais nous l'avons convertie en une simple, facile & generale en ceste sorte:

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME (2) + (1) + (0).

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 (3), le second 6 (2) + 10 (1) + 300, le troisieme 1 (1). Explication du requis. Il faut trouver leur quatrieme terme proportionel.

Construction.

Le tiers de 6 (des 6 (3)) est 2  
 Qui multiplié par son double 4, fait 8, au mesme  
 aiousté le carré dudit 2, fait 12, au mesme  
 aiousté 10 (des 10 (1)) fait 22, auquel appliqué  
 (1), seront 22 (1)  
 Puis du nombre (0) donné 300  
 Soubstrait le cube de 2 premier en l'ordre qui est 8, reste 292  
 Au mesme aiousté le produit de 2 premier en l'ordre, par 22 second en l'ordre, qui est 44, fait 336  
 Puis on dira 1 (3) (par reigle) vaut 22 (1) (second en l'ordre) + 336 cinquiesme en l'ordre, combien 1 (1)? fait par le 69 probleme 8  
 Au mesme aiousté 2, premier en l'ordre, fait 10  
 Je di que 10 est le quatrieme terme proportionel requis. Demonstration d'Arithmetique. Mettons par le moien du 66 probleme, sous chascun terme sa valeur, en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} 1 (3). \quad 6 (2) + 10 (1) + 300. \quad 1 (1). \quad 10. \\ 1000. \quad 1000. \quad 10. \quad 10. \end{array}$$

Et appert que 10, est leur quatrieme terme proportionel.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soient à la figure du theoreme devant le 69 probleme 1 (3) AB, egale au vallant 6 (2) AB + 10 (1) AB + 300; Et soit CB 2, à sçavoir le tiers de 6 des 6 (2) donnez. Il nous faut demonstrier que son costé, ou 1 (1) AB, vaudra 10. Demonstration. 1 (3) AB, est par l'hypothese, egale à 6 (2) AB + 10 (2) AB + 300.

Mais 1 (3) AB, est aussi egal à 1 (3) AC + 6 (2) AC + 12 (1) AC + 1 (3) CB, par le 4 corollaire devant le 69 probleme.

Ergo 1 (3) AC + 6 (2) AC + 12 (1) AC + 1 (3) CB, sont egales à 6 (2) AB + 10 (1) AB + 300.

Mais 1 (3) CB (veu que CB est 2) est egale à 8, par quoi soubstrayons de l'une partie 1 (3) CB, & de l'autre partie 8;

Ergo 1 (3) AC + 6 (2) AC + 12 (1) AC, sont egales à 6 (2) AB + 10 (1) AB + 292.

Mais 6 (2) AB, excèdent aux 6 (2) AC, en 6 gnomons

mons POBA, par le 5 corollaire devant le 69 probleme. Et les 6 gnomons POBA, font  $24 \textcircled{1} AB - 6 \textcircled{2} CB$  (car estant  $AB \textcircled{1}$ , &  $HB \textcircled{2}$ , alors sera  $AH \textcircled{1}$ , &  $CO \textcircled{2}$ , parquoy chaque gnomon sera  $4 \textcircled{1} - 1 \textcircled{2} CB$ , à sçavoir  $4 \textcircled{1} AB - 1 \textcircled{2} CB$ , parce que le produit de  $HB \textcircled{2}$ , par  $A \textcircled{1}$ , fait aussi bien le double de  $AB$ , comme la superficie  $AH$ ; doncques les 6 gnomons, comme nous avons dict, font  $24 \textcircled{1} AB - 6 \textcircled{2} CB$  parquoy  $6 \textcircled{2} AB$ , excèdent à  $6 \textcircled{2} AC$ , en  $24 \textcircled{1} AB - 6 \textcircled{2} CB$ . Mais  $6 \textcircled{2} CB$  font  $24$ , parquoy  $6 \textcircled{2} AB$ , excèdent à  $6 \textcircled{2} AC$ , en  $24 \textcircled{1} AB - 24$ . Parquoy  $6 \textcircled{2} AB$ , sont egales à  $6 \textcircled{2} AC + 24 \textcircled{1} AB - 24$ . Soubstrayons doncques de la susdicte seconde partie des egales parties  $6 \textcircled{2} AB$ , & ajoutons en son lieu  $6 \textcircled{2} AC + 24 \textcircled{1} AB - 24$ ;

Ergo  $1 \textcircled{3} AC + 6 \textcircled{2} AC + 12 \textcircled{1} AC$ , sont egales à  $6 \textcircled{2} AC + 34 \textcircled{1} AB \textcircled{2} 268$ .

Puis soubstrayons de chaque partie  $6 \textcircled{2} AC$ ;

Ergo  $1 \textcircled{3} AC + 12 \textcircled{1} AC$ , sont egales à  $34 \textcircled{1} AB + 268$ .

Mais  $34 \textcircled{1} AB$ , sont egales à  $34 \textcircled{1} AC + 34 \textcircled{1} CB$ , &  $34 \textcircled{1} CB$  (parce que  $BC$  est  $2$ ) font  $68$ , parquoy  $34 \textcircled{1} AB$  sont egales à  $27 \textcircled{1} AC + 68$ . Soubstrayons doncques de la premiere partie des egales parties  $34 \textcircled{1} AB$ , & en son lieu ajoutons  $34 \textcircled{1} AC + 68$ ;

Ergo  $1 \textcircled{3} AC + 12 \textcircled{1} AC$ , sont egales à  $34 \textcircled{1} AC + 336$ .

Puis soubstrayons de chaque partie  $12 \textcircled{1} AC$ .

Ergo  $1 \textcircled{3} AC$ , est egale à  $22 \textcircled{1} AC + 336$ .

Mais estant  $1 \textcircled{3} AC$ , egale ou vallant  $22 \textcircled{1} AC + 336$ , alors par le 69. probleme,  $1 \textcircled{1} AC$  vaudra  $8$ ; Au mesme ajouté  $CB \textcircled{2}$ , donne somme, pour  $1 \textcircled{1} AC \textcircled{1} 10$ ; ce qu'il falloit demonstrier.

SECONDE DIFFERENCE DE SECONDE TERME  $- \textcircled{2} + \textcircled{1} + \textcircled{0}$ .

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier  $1 \textcircled{3}$ , le second  $-6 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} + 26$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction.*

Le tiers de  $-6$  (des  $-6 \textcircled{2}$ ) est  $-2$   
 Qui multiplié par son double  $-4$ , fait  $8$ , au mesme ajouté le quarré dudit  $-2$ , fait  $12$ , au mesme ajouté  $3$  (des  $3 \textcircled{1}$ ) fait  $15$ , auquel appliqué  $\textcircled{1}$  seront  $15 \textcircled{1}$

Puis du  $\textcircled{0}$  donné qui est  $26$

Soubstrait le cube de  $-2$  premier en l'ordre, qui est  $-8$ , reste  $34$

Au mesme ajouté le produit de  $-2$  premier en l'ordre, par  $15$  du second en l'ordre, qui est  $-30$ , fait  $4$

Puis on dira  $1 \textcircled{3}$  (par reigle) vault  $15 \textcircled{1}$  (second en l'ordre)  $+ 4$  (cincquiesme en l'ordre) combien  $1 \textcircled{1}$  fait par le 69 probleme  $4$

Au mesme ajouté  $-2$  premier en l'ordre, fait  $2$

Je di que  $2$  est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme, sous chascun terme sa valeur en ceste forte:

|                       |   |                       |       |
|-----------------------|---|-----------------------|-------|
| $1 \textcircled{3}$ . | $-6 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} + 26$ . | $1 \textcircled{1}$ . | $2$ . |
| $8$ .                 | $8$ .   | $2$ .                 | $2$ . |

Et appert que  $2$  est leur quatriesme terme proportionel requis.

*Preparation d'autre demonstration Geometrique.*

Soit à la figure du theoreme devant le 69 problemè  $1 \textcircled{3} AC$ , egale ou vallant  $-6 \textcircled{2} AC + 3 \textcircled{1} AC + 26$ ; Et soit  $CB \textcircled{2}$ , à sçavoir le tiers de  $6$ , des  $6 \textcircled{2}$  donnez. Il faut demonstrier que son costé ou  $1 \textcircled{1} AC$  vaudra  $2$ . *Demonstration.*  $AB$  fait  $1 \textcircled{1} AC + 2$ , mais le cube de  $1 \textcircled{1} AC + 2$  fait (par le 49 probleme, & par le 4 Corollaire devant le 69 probleme)  $1 \textcircled{3} AC + 6 \textcircled{2} AC + 12 \textcircled{1} AC + 1 \textcircled{3} CB \textcircled{8}$ ;

Ergo  $1 \textcircled{3} AB$ , est egale à  $1 \textcircled{3} AC + 6 \textcircled{2} AC + 12 \textcircled{1} AC + 1 \textcircled{3} CB \textcircled{8}$ .

Mais puis que par l'hypothese  $1 \textcircled{3} AC$ , est egale à  $-6 \textcircled{2} AC + 3 \textcircled{1} AC + 26$ : Doncques si nous ajoutons à chascune partie  $6 \textcircled{2}$ , alors  $1 \textcircled{3} AC + 6 \textcircled{2} AC$  seront egales à  $3 \textcircled{1} AC + 26$ ; soubstrayons doncques de la seconde des egales parties  $1 \textcircled{3} AC + 6 \textcircled{2} AC$ , & en son lieu posons  $3 \textcircled{1} AC + 26$ ;

Ergo  $1 \textcircled{3} AB$ , est egale à  $15 \textcircled{1} AC + 34$ .

Mais  $15 \textcircled{1} CB$  sont egales à  $30$ , parquoy ajoutons à l'une partie  $30$ , & à l'autre  $15 \textcircled{1} CB$ ;

Ergo  $1 \textcircled{3} AB + 30$ , sera egal à  $15 \textcircled{1} AB + 34$ .

Puis soubstrayons de chaque partie  $30$ ;

Ergo  $1 \textcircled{3} AB$ , est egale à  $15 \textcircled{1} AB + 4$ .

Mais estant  $1 \textcircled{3} AB$ , egale ou vallant  $15 \textcircled{1} AB + 4$  alors par le 69 probleme  $1 \textcircled{1} AB$  vaudra  $4$ , de la mesme soubstrait  $CB \textcircled{2}$  reste  $1 \textcircled{1} AC \textcircled{2}$ ; ce qu'il falloit demonstrier.

Le general ordre que nous avons promis sur les questions qui se peuvent rencontrer en ce probleme, apparoist assez es constructions des deux exemples precedens, car il n'y a en l'une pas une syllabe autrement qu'en l'autre, & pourroient satisfaire à ce probleme, toutesfois pour les moins exercés, nous descriprons leurs diversitez. Mais (à fin de ne mesuser le temps, & gaster papier) seulement les nombres de l'ordre, auxquels on entendra se referer les mots des constructions precedens, en ceste sorte:

|   |  |
|---|--|
| $1 \textcircled{3}$ egale a                   | $1 \textcircled{3}$ egale a                  |
| $-6 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} + 22$ | $-6 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} + 4$ |
| $-2$  | $-2$   |
| $15 \textcircled{1}$                          | $15 \textcircled{1}$                         |
| $22$  | $4$  |
| $30$  | $12$   |
| $0$   | $-18$  |
| $\sqrt{15}$                                   | $3$  |
| $\sqrt{15} - 2$                               | $1$  |

On entendra par ces constructions, que  $1 \textcircled{3}$  vallant  $-6 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} + 22$ , alors  $1 \textcircled{3}$  vaudra  $\sqrt{15} - 2$ . Aussi  $1 \textcircled{3}$  vallant  $-6 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} + 4$ , alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $1$ . Et ainsi des autres suivans.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECONDE TERME  $\textcircled{2} + \textcircled{1} - \textcircled{0}$ .

|  |  |  |
|--|--|--|
| $1 \textcircled{3}$ egale a                  | $1 \textcircled{3}$ egale a                  | $1 \textcircled{3}$ egale a                  |
| $6 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} - 24$ | $6 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} - 18$ | $6 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} - 44$ |
| $2$  | $2$  | $2$  |
| $16 \textcircled{1}$                         | $15 \textcircled{1}$                         | $15 \textcircled{1}$                         |
| $-24$  | $-18$  | $-44$  |
| $-32$  | $-26$  | $-52$  |
| $0$  | $4$  | $-22$  |
| $4$  | $4$  | $2$  |
| $6$  | $6$  | $4$  |

QUATRIESME DIFFERENCE DE  
SECOND TERME  $-2 + 1 - 0$ .

1 ③ egale a  
 $-6 ② + 18 ① - 4$   
 -2  
 30 ①  
 -4  
 4  
 -56  
 4  
 2

1 ③ egale a  
 $-6 ② - 15 ① + 62$   
 -2  
 -3 ①  
 62  
 70  
 76  
 4  
 2

1 ③ egale a  
 $-6 ② - 1 ① + 8$   
 -2  
 11 ①  
 8  
 16  
 -6

Par le 69 { & } 3  
 probleme. { & / }  $\frac{27}{4} - \frac{3}{2}$   
 Maieure solution 1  
 Moindre solution  $\sqrt[3]{\frac{17}{4}} - \frac{7}{2}$  si  
 vous plaist la solution par moins.

CINQUIESME DIFFERENCE DE  
SECOND TERME  $2 - 1 + 0$ .

|  |  |   |
|--|--|---|
| 1 ③ egale a<br>$6 ② - 12 ① + 8$<br>2<br>0 ①<br>8<br>0<br>0<br>0<br>2 | 1 ③ egale a<br>$6 ② - 12 ① + 9$<br>2<br>0 ①<br>9<br>1<br>1<br>1<br>3 | 1 ③ egale a<br>$6 ② - 12 ① + 7$<br>2<br>0 ①<br>7<br>-1<br>-1<br>-1<br>1 |
|--|--|---|

|  |   |   |
|--|---|---|
| 1 ③ egale a<br>$6 ② - 10 ① + 3$<br>2<br>2 ①<br>3<br>-5<br>-1<br>1<br>3 | 1 ③ egale a<br>$6 ② - 14 ① + 15$<br>2<br>-2 ①<br>15<br>7<br>3<br>1 fait par le 8art. devant ce 71. prob.<br>3 | 1 ③ egale a<br>$6 ② - 15 ① + 10$<br>2<br>-3 ①<br>10<br>2<br>-4<br>-1<br>1 |
|--|---|---|

|   |   |
|---|---|
| 1 ③ egale a<br>$6 ② - 9 ① + 4$<br>2<br>3 ①<br>4<br>-4<br>2<br>4 | 1 ③ egale a<br>$6 ② - 10 ① + 4$<br>2<br>2 ①<br>4<br>-4<br>0 |
|---|---|

Faict par la note du 69 probleme { & / } 2  
 Faict aussi par le 7 article devant ce 71 prob. { & } 0  
 Et à chascun de ces trois ajoutté 2 premier en  $2 + \sqrt{2}$   
 l'ordre, faict pour premiere solution 2  
 Et pour seconde solution 2  
 Et pour troisieme solution  $2 - \sqrt{2}$

SIXIESME DIFFERENCE DE SE-  
COND TERME  $-2 - 1 + 0$ .

|  |  |   |
|--|--|---|
| 1 ③ egale a<br>$-6 ② - 12 ① + 56$<br>-2<br>0 ①<br>56<br>64<br>64<br>4<br>2 | 1 ③ egale a<br>$-6 ② - 3 ① + 10$<br>-2<br>9 ①<br>10<br>18<br>0<br>3<br>1 | 1 ③ egale a<br>$-6 ② - 3 ① + 38$<br>-2<br>9 ①<br>38<br>46<br>28<br>4<br>2 |
|--|--|---|

SEPTIESME DIFFERENCE DE  
SECOND TERME  $2 - 1 - 0$ .

|  |  |   |
|--|--|---|
| 1 ③ egale a<br>$6 ② - 3 ① - 10$<br>2<br>9 ①<br>-10<br>-18<br>0<br>3<br>5 | 1 ③ egale a<br>$6 ② - 4 ① - 5$<br>2<br>8 ①<br>-5<br>-13<br>3<br>3<br>5 | 1 ③ egale a<br>$6 ② - 4 ① - 16$<br>2<br>8 ①<br>-16<br>-24<br>-8<br>2<br>2 |
|--|--|---|

Par le 69 { & } 2  
 prob. { & / }  $5 - 1$   
 Maieure solution 4  
 Moindre solution  $\sqrt[3]{5} + 1$

Conclusion. Estant doncques donnez trois termes, des-  
 quels le premier ③, le second ② ① ①, le troisieme  
 nombre algebratique quelconque: Nous avens trouvé  
 leur quatriesme proportionel; ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CON-  
STRUCTION DV PRECEDENT  
LXXI. PROBLEME.

Quand ③ est egale à ② ① ①, nous les pouvons re-  
 duire, en ③ egale à ① ①, ou en ③ egale à une quantité,  
 & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le proble-  
 me conformé aux termes reduicts, & de telle reduction  
 est colligée la maniere de ladicte construction, comme  
 apparoitra. Soit par exemple 1 ③ egale à  $6 ② + 10 ①$   
 + 300. Qui sont le premier & second terme, de la pre-  
 miere difference; Et soubstrayons de chascue partie  
 6 ②.

Ergo 1 ③ - 6 ②, demeurera egale à  $10 ① + 300$ .  
 Puis ajouttons à chascue partie quelque ① & ① telles  
 que la premiere partie aie racine cubique de ① + quel-  
 que ①; Et est demonstté en l'origine du 70 probleme  
 que ce seront  $12 ① - 8$ ; Ajouttons les doncques à chas-  
 que partie;

Ergo 1 ③ - 6 ② + 12 ① - 8, seront egales à  $22 ①$   
 + 292.

Puis extrayons de chascue partie racine cubique.  
 Ergo 1 ① - 2, seront egales à  $\sqrt[3]{3 \text{ bino. } 21 ① + 292}$ .

Or parce que la seconde partie n'a point de racine  
 servant à nostre propos, il faudra achever la reste par  
 l'aide de la figure du theoreme devant le 69 probleme,  
 en ceste sorte: Soit chascune ① de noz egales parties la  
 ligne AB.

Ergo 1 ① AB - 2 sera egale à  $\sqrt[3]{3 \text{ bino. } 22 ① AB + 292}$ .

Puis posons que BC soit 2.  
 Ergo 1 ① AC, sera egale à  $\sqrt[3]{3 \text{ bino. } 22 ① AB + 292}$ .

Puis prenons la potence cubique de chaque partie;  
Ergo 1 ③ A C, sera egale à 22 ① A B + 292.

Mais 22 ① A B, vallent 22 ① A C + 44 (car 22 fois C B font 44.) oſtons doncques les 22 ① A B, & en ſon lieu poſons 22 ① A C + 44;

Ergo 1 ③ A C, sera egale à 22 ① A C + 336.

Et ainſi au lieu des donnez 1 ③ A B, egale à 6 ② A B + 10 ① A B + 300, nous avons 1 ③ A C, egale à 22 ① A C + 336; Deſquels eſtant trouvé la valeur de 1 ① A C, qui par le 69 probleme eſt 8: S'enſuit que pour avoir la valeur de toute la A B requiſe, qu'il y faut encore ajouter la C B, qui par l'hypotheſe eſt 2, & fera pour ſolution comme deſſus 10.

Or que cecy eſt l'origine de ladicte conſtruction (comme nous avons demonſtré le ſemblable, plus amplement à la fin de l'origine du 70 probleme, ſemblable à ceſte ci) eſt manifeſte. Laquelle origine il falloir declarer.

PROBLEME LXXII.

**E**ſtant donnez trois termes, deſquels le premier ④, le ſecond ① ②, le troiſieſme, nombre algebratique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

NOTA. Le binomie du ſecond terme donné, de ce probleme, ſe peut rencontrer en trois differences, à ſçavoir:

① + ②      Deſquelles trois differences les autres  
- ① + ②      en donnent trois diverſes manieres d'op-  
① - ②      perations, mais nous en donnerons une  
ſimple & generale en ceſte forte:

PREMIERE DIFFERENCE DE SE-  
COND TERME ① + ②.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſecond 12 ① + 5, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.*

$\frac{1}{4}$  ③ (par reigle) + 5 ① (pour le 5 donné, lui applicent ①) vallent 36 (quarrée de 6, moitié de 12 des 12 ① donnez) combien 1 ①? fait par le 69 probleme

Le quarré de ſa moitié 2 eſt  
Au meſme ajoſté 5 donné, fait  
Sa racine quarrée

De la meſme ſouſtraict 2 moitié de 4 premier en l'ordre, reſte

La racine quarrée de 4 premier en l'ordre, eſt 2, laquelle quand au + ou - ſera par reigle comme les 12 ① donnez, qui ſont +, ſera doncques + 2, à laquelle appliqué ① par reigle ſeront

Puis on dira 1 ② (par reigle) vaut 2 ① (ſixieſme en l'ordre) + 1 (cinqueſme en l'ordre) combien 1 ①? fait par le 68 probleme

Je di que  $\sqrt{2+1}$  eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte forte:

1 ④.      12 ① + 5.      1 ①.       $\sqrt{2+1}$ .  
17 +  $\sqrt{288}$ .    17 +  $\sqrt{288}$ .     $\sqrt{2+1}$ .     $\sqrt{2+1}$ .

Et appert que  $\sqrt{2+1}$ , eſt leur quatrieſme terme proportionel.

DEVXIESME DIFFERENCE DE  
SECOND TERME - ① + ②.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſeconde - 32 ① + 60, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.*

$\frac{1}{4}$  ③ (par reigle) + 60 ① (pour le + 60 donné, lui applicent ①) vallent 256 (quarré de - 16, moitié de - 32 des - 22 ① donnees) combien 1 ①? fait par le 69 probleme

Le quarré de ſa moitié 2 eſt  
Au meſme ajoſté 60 donné, fait  
Sa racine quarrée

De la meſme ſouſtraict 2, moitié de 4 premier en l'ordre, reſte

La racine quarrée de 4 premier en l'ordre eſt 2, laquelle quand au + ou -, ſera par reigle comme les - 32 ① donnez, qui ſont -, ſera donc - 2, à laquelle appliqué ① (par reigle) ſera

Puis on dira - 1 ② (par reigle) vaut - 2 ① (ſixieſme en l'ordre) + 6 (cinqueſme en l'ordre) combien 1 ①, fait par le 68 probleme

Je di que  $\sqrt{7-1}$  eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte forte:

1 ④.      - 32 ① + 60.      1 ①.       $\sqrt{7-1}$   
92 -  $\sqrt{7168}$ .    92 -  $\sqrt{7168}$ .     $\sqrt{7-1}$ .     $\sqrt{7-1}$

Et appert que  $\sqrt{7-1}$  eſt leur quatrieſme terme proportionel.

TROISIESME DIFFERENCE DE  
SECOND TERME ① - ②.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſecond 4 ① - 3, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.*

$\frac{1}{4}$  ③ (par reigle) - 3 ① (pour le - 3 donné, lui applicent ①) vallent 4 (quarré de 2 moitié de 4 des 4 ①) combien 1 ①? fait par le 66 probleme

Le quarré de ſa moitié 2 eſt  
Au meſme ajoſté - 3 donné fait  
Sa racine quarrée

De la meſme ſouſtraict 2, moitié de 4 premier en l'ordre, reſte

La racine quarrée de 4 premier en l'ordre, eſt 2, laquelle quand au + ou -, ſera par reigle comme les 4 ① donnez, qui ſont +, ſera donc + 2, à laquelle appliqué ① (par reigle) ſera

Puis on dira 1 ② (par reigle) vaut 2 ① (ſixieſme en l'ordre) - 1 (cinqueſme en l'ordre) combien 1 ①? fait par le 68 probleme

Je di que 1 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte forte:

1 ④.      4 ① - 3.      1 ①.      1.  
1.      1.      1.      1.

Et appert que 1 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis. *Conclusion.* Eſtant doncques donnez trois termes,

termes, desquels le premier ④, le second ①⓪, le troisieme nombre algebratique quelconque; Nous avons trouvé leur quatrieme terme proportionel; ce qu'il falloit faire,

+ 30 ① + 16, le troisieme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieme terme proportionel.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRUCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand ④ est egale à ①⓪, nous les pouvons reduire, en ②, egale à ①⓪, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le 68 probleme, comme apparoistra. Soit 1 ④, egale à 12 ① + 5; Qui sont le premier & second terme de la premiere difference. Il faut doneques trouver quelque ② & ③ telles, qui ajoutées à la 1 ④ la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1 ② + quelque ③. Puis lesdictes ② & ③ ajoutez aux 12 ① + 5, que la somme soit trinomie, duquel la racine soit ① & ③. Or pour les trouver, il sera premierement necessaire, que le carré de la moitié du nombre de multitude des ②, soit egal au ③, car autres ② & ③ ajoutez a 1 ④, ne peuvent faire que la somme aie racine servant à nostre propos. Au second, que le produit du nombre des ②, par la somme de tel ③ trouvé, & le 5 donné soit egal à 36, à sçavoir au carré de 6, moitié de 12 des 12 ①, car autres ② & ③ ajoutez à 12 ① + 5 ne peuvent faire, que la somme aie racine servante à nostre propos: *Il nous faut doncques trouver deux nombres tels, que le carré de la moitié du premier soit egal au second, & que le produit du premier par le second + 5 soit 36.* & est ceste question la 11 du 81 probleme, par laquelle il appert, que le premier est 4, & le second aussi 4, le premier doncques fera le nombre des ②, & le second le ③. De sorte que les deux quantitez requises, seront 4 ② + 4. Ajoutons les mesmes à chacune de noz egales parties donnees;

Ergo 1 ④ + 4 ② + 4, seront egales à 4 ② + 12 ① + 9.

Puis extrayons de chascune partie racine quarrée;

Ergo 1 ② + 2, seront egales à 2 ① + 3.

Puis soubstrayons de chascque partie 2;

Ergo 1 ②, demeurera egale à 2 ① + 1.

Et ainsi au lieu de 1 ④, egale à 12 ① + 5, nous avons 1 ②, egale à 2 ① + 1. Et la valeur de 1 ①, par le 68 probleme est  $\sqrt{2+1}$ . Et est manifeste que ceci est l'origine de nostre construction du precedent probleme. Laquelle il nous falloit declarer.

PROBLEME LXXIII.

**E**stant donnez trois termes desquels le premier ④, le second ②①⓪, le troisieme nombre algebratique quelconque: Trouver leur quatrieme terme proportionel.

NOTA. Le trinomie du second terme de ce probleme se peut rencontrer en sept differences à sçavoir:

- ② + ① + ③ Lesquelles sept differences reçoivent plusieurs diverses manieres d'operations selon les autres autheurs, mais nous en avons fait une seule & generale, comme s'ensuit.
- ② + ① + ③
- ② + ① - ③
- ② + ① - ③
- ② - ① + ③
- ② - ① + ③
- ② - ① - ③

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ② + ① - ③.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1 ④, le second 3 ②

Construction.

$\frac{1}{4}$  ③ (par reigle) +  $\frac{3}{4}$  ② (pour le  $\frac{1}{4}$ , par reigle, des 3 ② donnez) + 16 (pour le 16 donné, luy appliquant ①) vallent 177 (exces de 225 quarré de la moitié de 30 des 30 ① donnez, sur 48 produit de 16 donné par 3 des 3 ② donnez) combien 1 ①? fait par le 70 probleme 6  
 Auquel ajousté 3, des 3 ② donnez, fait 9  
 Le quarré de 3, moitié de 6 premier en l'ordre, est 9  
 Au mesme ajousté 16 donné, fait 25  
 Sa racine quarrée 5  
 De la mesme soubstrait 3, moitié de 6 premier en l'ordre, reste 2  
 La racine quarrée de 9 second en l'ordre est 3, à laquelle appliqué ① par reigle seront 3 ①  
 Puis on dira, 1 ② par reigle vaut 3 ① (septiesme en l'ordre) + 2 (sixiesme en l'ordre) combien 1 ①? fait par le 68 probleme  $\sqrt{4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}}$   
 Je di que les mesmes sont le quatrieme terme proportionel requis.

*Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme soubz chascun terme sa valeur en ceste sorte:

$$1(4). \quad 3(2) + 30(1) + 16. \quad 1(1). \quad \sqrt{4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}}.$$

$$80\frac{1}{2} + \sqrt{6464} - \frac{1}{4}. \quad 80\frac{1}{2} + \sqrt{6464} - \frac{1}{4}. \quad \sqrt{4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}}. \quad \sqrt{4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}}.$$

Et appert que  $\sqrt{4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}}$  est leur quatrieme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrier.

Veü que la reigle de ceste construction est generale, nous n'appliquerons pas (comme nous avons aussi fait au 71 probleme) les escriptures aux nombres des ordres, pour la multitude des differences.

1 ④ egale a  
 15 ② + 36 ① + 27  
 - 6  
 9  
 9  
 36  
 6  
 9  
 3 ①  
 $\sqrt{11\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}}$

NOTA. Quant le second terme donné tient racine qui soit binomie, l'on extraira pour plus grande facilite (combien que la reigle ci dessus est generale) de chascque partie racine. Soit par exemple 1 ④, egale à 4 ② + 12 ① + 9. Or parce que le second terme, tient telle racine, on l'extraira de chascque terme, & 1 ② sera egale à 2 ① + 3, & par le 68 probleme 1 ① vaudra 3.

DE VIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME - ② + ① + ③.

1 ④ egale a  
 - 1 ② + 4 ① + 3  
 2  
 1  
 1  
 4  
 4  
 1  
 1 ①  
 $\sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}$

QUATRIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME - ② + ① - ③.

1 ④ egale a  
 - 2 ② + 8 ① - 5  
 6  
 4  
 9  
 4  
 2  
 - 1  
 2 ①  
 1

TROIS



TROISIEME DIFFERENCE DE SECOND TERME

$(2) + (1) - (0)$   
 $1(4)$  egale a  
 $8(2) + 16(1) - 12$   
 8.  
 16.  
 16.  
 4.  
 2.  
 -2.  
 $4(1)$   
 Soluti-  $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$   
 on ou  $\sqrt{2 - \sqrt{2}}$

Voyla les quatre premieres differences achevees, & sont celles qui ont toutes eues au second terme, la moyenne quantite +, a sçavoir + (1); s'ensuivent maintenant les trois autres, qui ont ladicte moyenne quantite -; Et recevront en la construction quelque petite mutation; La raison est, que leurs origines mesmes, les recoivent, qui procede (comme apparoitra plus amplement en son lieu) de cela, que (2)

(1) + (0), ont autant - (1) + (0), pour racine, comme (1) - (0), desquelles ne sçavons en l'origine mesme quelle sera la vraye, par ce que la valeur des quantitez que nous cherchons, nous est incognue. D'ou s'ensuit que desdictes differentes suivantes on pourra faire deux constructions, qui seront aucunesfois toutes deux bonnes; aucunesfois seulement l'une, desquelles nous pourrons choisir la vraye.

Or la premiere de ces deux constructions, differe de la precedente seulement en cela, qu'il faut, que le septieme nombre en l'ordre (lequel cy dessus s'a toujours dict +) soit par reigle -.

Et la deuxiesme de ces deux constructions, differe de la precedente seulement en cela, qu'il faut que le cinquesme nombre en l'ordre (lequel cy dessus s'a toujours dict +) soit par reigle -.

Lesquelles choses estant fort evidentes, nous en donnerons seulement les exemples par les caracteres des nombres de l'ordre.

CINQVIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME (2) - (1) + (0)

|                     |                     |                                |
|---------------------|---------------------|--------------------------------|
| $1(4)$ egale a      | $1(4)$ egale a      | $1(4)$ egale a                 |
| $14(2) - 16(1) + 3$ | $11(2) - 18(1) + 8$ | $10(2) - 40(1) + 16$           |
| 2                   | 2 - 2               | -2 6 6                         |
| 16                  | 16 9                | 9 16 16                        |
| 1                   | 1 1                 | 1 9 9                          |
| 4                   | 4 9                 | 9 25 25                        |
| 2                   | -2 3                | -3 5 -5                        |
| 1                   | -3 4                | -2 2 -8                        |
| $-4(2)$             | $4(1) - 3(1)$       | $3(2) - 4(1) 4(1)$             |
| $\sqrt{5} - 2$      | $\sqrt{3} - 1$      | $\sqrt{2\sqrt{6} - 2}$         |
| ou $\sqrt{1}$       | ou $\sqrt{1}$       | Cestui n'a point de vraye sol. |

NOTA. Quand le second terme donne, aura racine qui soit binomie, on en pourra faire comme nous avons dict sous la premiere sorte.

SIXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME

$(2) - (1) + (0)$   
 $1(4)$  egale a  
 $-3(2) - 6(1) + 5$   
 4  
 1  
 4  
 9  
 3  
 1  
 $-1(1)$

SEPTIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME

$(2) - (1) - (0)$   
 $1(4)$  egale a  
 $19(2) - 20(1) - 5$   
 6  
 25  
 9  
 4  
 -2  
 -5

$\sqrt{1\frac{1}{4}} - \frac{1}{2}$

ou  $\sqrt{2\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}}$   
 $\sqrt{2\frac{1}{2} - \sqrt{1\frac{1}{4}}}$

La demonstration de chascune difference sera semblable a celle de la premiere difference. Conclusion. Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier 4, le second (2) (1) (0), le troisieme nombre algebratique quelconque: nous avons trouve leur quatriesme terme proportionnel ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRUCTION DU PRECEDENT PROBLEME.

Quand (4) est egale a (2) (1) (0), nous les pouvons reduire en (2), egale a (1) (0), & alors devient la valeur de (1) notoire par le 68 probleme, comme il apparoitra. Soit 1(4), egale a 3(2) + 30(1) + 16, qui sont le premier & second terme de la premiere difference. Il faut doncques trouver quelques (2) & (0), tels que ajoustez a la 1(4), la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1(2) + quelque (0); Puis lesdictes 2(0), ajoustez aux 3(1) + 30(1) + 16, la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1(1) & (0); Or pour les trouver, il sera premiere-ment necessaire, que le quarré de la moitie du nombre de multitude des (2) soit egal au (0), car autres (2) & (0) ajoustez a 1(4), ne peuvent faire que la somme aie racine servante a nostre propos, par la note du 2 exemple du 61 probleme. Au second, que le produit de la somme de 3 (des 3 (2) donnez) & le nombre des (2) trouve, par la somme de 16 donne, & du (0) trouve, soit egal a 225, a sçavoir au quarré de 15, moitie de 30 des 30(1) donnez, car autres (2) & (0), ajoustez a 3(2) + 30(1) + 16 ne peuvent faire que la somme aie racine servante a nostre propos, par ladicte note du 61 probleme. Il nous faut doncques trouver deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier soit egal au second, & que le produit du premier + 3 par le second + 16 soit 225. Et est ceste question la 12 du 81 probleme; par laquelle appert, que le premier est 6, & le second 9; le premier doncques sera le nombre des (2), & le second sera le (0). De sorte que les deux quantitez requises seront 6(2) + 9: Ajoustez les mesmes a chascune de noz egales parties donnees;

Ergo 1(4) + 6(2) + 9, seront egales a 9(2) + 30(1) + 25.

Puis extrayons de chascune partie racine quarrée;

Ergo 1(2) + 3, seront egales a 3(1) + 5.

Puis soustrayons de chascune partie 3;

Ergo 1(2), demeurera egale a 3(1) + 2.

Et ainsi au lieu de 1(4) egale a 3(2) + 30(1) + 16, nous avons 1(2) egale a 3(1) + 2; Dont la valeur de 1(1) par le 68 probleme est  $\sqrt{4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}}$ .

Et est manifeste, que ceci est l'origine de nostre construction du probleme precedent; Laquelle il nous falloit declarer.

PROBLEME LXXIV.

Estant donnez trois termes, desquels le premier (4), le second (3) (0), le troisieme nombre algebratique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionnel.

NOTA. Le binomie du second terme donne de ce probleme se peut rencontrer en trois telles differences:

$(3) + (0)$   
 $-(3) + (0)$   
 $(3) - (0)$

Desquelles nous donnerons trois constructions, toutes d'une mesme maniere

d'operation.

PREMIERE.

PREMIERE DIFFERENCE DE  
SECOND TERME ③ + ①.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second 2 ③ + 27, le troisieme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieme terme proportionel.

*Construction.*

1 ④ (par reigle) + 2 ① (pour 2 des 2 ③ donnez, les applicant ①) vaut 3 (racine cubique des 27 donnez) combien 1 ①? fait par le 72 probleme 1, par le mesme divisé ledict 3 racine de 27 donne quotient

Je di que 3 est le quatrieme terme proportionel requis. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubz chascun terme sa valeur en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ ④.} \quad \quad \quad 2 \text{ ③} + 27. \quad \quad \quad 1 \text{ ①.} \quad \quad \quad 3. \\ 81. \quad \quad \quad 81. \quad \quad \quad 3. \quad \quad \quad 3. \end{array}$$

Et appert que 3 est leur quatrieme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrier.

SECONDE DIFFERENCE DE SE-  
COND TERME - ③ + ①.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1 ④, le second - 2 ③ + 32, le troisieme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieme terme proportionel.

*Construction.*

1 ④ (par reigle) - 2 ① (pour - 2 des - 2 ③ donnez, les applicant ①) vaut  $\sqrt[3]{32}$  (à sçavoir racine cubique des 32 donnez) combien 1 ①? fait par le 72 probleme  $\sqrt[3]{32}$ , par la mesme divisé la dicte  $\sqrt[3]{32}$  donne quotient

Je di que 2 est le quatrieme terme proportionel requis. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probleme soubz chascun terme sa valeur en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ ④.} \quad \quad \quad - 2 \text{ ③} + 32. \quad \quad \quad 1 \text{ ①.} \quad \quad \quad 2. \\ 16. \quad \quad \quad 16. \quad \quad \quad 2 \quad \quad \quad 2. \end{array}$$

Et appert que 2 est leur quatrieme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonstrier.

TROISIEME DIFFERENCE DE  
SECOND TERME ③ - ①.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second 3 ③ - 8, le troisieme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieme terme proportionel.

*Construction.*

1 ④ (par reigle) + 3 ① (pour 3 des 3 ③ donnez, les applicant a ①) vaut - 2 (à sçavoir racine cubique des - 8 donnez) combien 1 ①? fait par le 72 probleme - 1, par le mesme divisé ledict - 2 racine de - 8 donne quotient

Je di que 2 est le quatrieme terme proportionel requis. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubz chascun terme sa valeur en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ ④.} \quad \quad \quad 3 \text{ ③} - 8. \quad \quad \quad 1 \text{ ①.} \quad \quad \quad 2. \\ 16. \quad \quad \quad 16. \quad \quad \quad 2. \quad \quad \quad 2. \end{array}$$

Et appert que 2 est leur quatrieme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonstrier.

DE L'ORIGINE DE LA CON-  
STRUCTION DE CE LXXIV.  
PROBLEME.

Posons que 1 ④ soit egale à  $-2 ① + 3$ ; Ou bien (ce qui vaut le mesme)  $1 ④ + 2 ①$ , egales à 3, desquels nous cherchons la valeur de 1 ①, que nous sçavons estre 13; Divisons par le mesme le 3 donné, donne quotient 3; doncques 1 & 3, sont deux nombres, desquels le produit fait le 3 donné, & le produit dudit nombre 1 par - 2 (des - 2 ① donnees) qui est - 2, ajoüsté à la potence de quarte quantité dudit nombre 1, reste ledict nombre donné 3. Quand doncques nous aurons trouvé tels deux nombres comme sont lesdicts 1 & 3, il est notoire que l'un sera la valeur de 1 ① requise. Pourtant mettons le susdict en forme de question ainsi: *Trouvons deux nombres tels que leur produit soit 3, & que le produit de l'un nombre par 2 ajoüsté à la potence de quarte quantité dudit nombre, la somme soit aussi 3.* Qui est la 13 question du 81 probleme; Et appert aux termes reduicts, que 1 ④ se trouva egale à  $2 ③ + 27$  (lequel 27 est le cube du 3 donné) desquels la valeur de 1 ① est 3; Par le mesme (pour trouver l'autre nombre requis) se divide le 3 (qui est le 3 du second terme posé ci dessus.) Quand doncques 1 ④, est egale à  $-2 ① + 3$ , alors pour trouver la valeur de 1 ①, nous pouvons (comme par reigle generale) mettre en leur lieu, 1 ④ egale à  $2 ③$  (à sçavoir + 2 au lieu du - 2 donné, & ③ au lieu de ① donnée) + 27 (pour le cube de 3 donné) divisant la racine cubique de 27, par ladicte valeur de 1 ①, lequel quotient sera le requis. Et par le revers de ces choses, Quand 1 ④ est egale à  $2 ③ + 27$ , alors pour trouver la valeur de 1 ① nous pouvons mettre en leur lieu 1 ④, egale à  $-2 ① + 3$ , divisant par la valeur de 1 ① la racine cubique du 27 donné, qui est l'operation de sa susdicte premiere difference semblable aux deux autres. Laquelle origine il nous falloit declarer.

NOTA I. L'on pourroit encore descrire autre maniere de construction que n'est la precedente; à sçavoir par l'operation du 14 exemple du 81 probleme; Mais nous le passons outre à cause de briefueté.

NOTA II. Considerant d'une part que l'origine des constructions des trois problemes suivans, est en tous assez la mesme; Et d'autre part la multitude des differences des differences que reçoivent aucuns d'iceux problemes, nous descrivons leurs origines mesmes, au lieu de construction, commençant à ce 74 probleme, duquel nous donnerons (outre les constructions precedentes) autre maniere de construction, comme s'ensuit.

*Explication du donné.* Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second  $6 ③ + 3 \frac{1}{3}$ , le troisieme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieme terme proportionel.

NOTA. Afin de declarer le sens, autant de ceste construction, comme des trois problemes suivans, faut sçavoir, que nous tachons d'ajoüster à chascun partie, quelques quantitez egales, telles, que chascun somme aie racine de moindre multitude de quantitez que les quantitez donnees; & deviennent ainsi finalement convertiz en ② egale à ① ①, desquelles la valeur de 1 ① est alors notoire, par le 68 probleme.

*Construction.*

On appliquera les ③ donnees, ou par egale addition, ou par egale soustraction, tousiours à la 1 ④, il faut doncques icy soustraire de chascun partie  $6 ③$ ;

Ergo 1 ④ -  $6 ③$ , demeureront egales à  $3 \frac{1}{3}$ .

Puis il faut ajoûter à chascune partie quelques  $\textcircled{2}$   $\textcircled{1}$   $\textcircled{0}$ , ainsi que l'une aie pour racine quarrée, trinomie, & l'autre binomie. Or puis que les deux premiers caracteres de la premiere partie, sont  $1 \textcircled{4} - 6 \textcircled{3}$ , il est notoire que les deux premiers caracteres de la racine (après l'addition desdictes  $\textcircled{2}$   $\textcircled{1}$   $\textcircled{0}$ ) seront  $1 \textcircled{2} - 3 \textcircled{1}$  (comme il appert par la multiplication de quantitez en eux) à sçavoir  $-3$  (des  $-3 \textcircled{1}$ ) pour moitié de  $-6$  (des  $-6 \textcircled{3}$  donnés.) Il reste maintenant d'appliquer à iceux  $1 \textcircled{2} - 3 \textcircled{1}$ , quelque  $\textcircled{3}$  tel, que le quarré de tel trinomie aie les quantitez comme  $\textcircled{2}$   $\textcircled{1}$   $\textcircled{0}$ , telles, que les mesmes ajoûtez à la seconde partie, qui est  $3 \frac{1}{2}$ , la somme aie racine qui soit  $\textcircled{1}$   $\textcircled{0}$ , qui sera (par la note au 2 exemple du 61 probleme) quand le quarré de la moitié du nombre de multitude des  $\textcircled{1}$ , soit egal au produit du  $\textcircled{0}$ , par le nombre de multitude des  $\textcircled{2}$ ; Mais veu qu'en l'invention de ce  $\textcircled{0}$ , qui doit estre appliqué à  $1 \textcircled{2} - 3 \textcircled{1}$ , nous

n'avons que faire des signes des quantitez, nous les laisserons, à fin qu'elles ne nous causent confusion, & que ne soyons contraincts de besoigner par postposées quantitez, disant ainsi: *Trouvons un*  $- \textcircled{0}$  (car cest notoire que  $+ \textcircled{0}$  ne le pourra estre) qui appliqué a  $1 - 3$ , Et puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebriques, Et au dernier nombre du produit ajoûte  $3 \frac{1}{2}$ , qu' alors le quarré de la moitié du cinqiesme, soit egal au produit du quatriesme par le sixiesme. Et est ceste question la 15 du 81 probleme, par laquelle il appert que le nombre requis est  $-2$ , qui appliqué ausdicts  $1 \textcircled{2} - 3 \textcircled{1}$ , fera  $1 \textcircled{2} - 3 \textcircled{1} - 2$ , son quarré  $1 \textcircled{4} - 6 \textcircled{3} + 5 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 4$ . du mesme soustraict la premiere de noz egales parties, reste  $5 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 4$  ajoûtons les mesmes à chascune de noz egales parties,

Ergo  $1 \textcircled{4} - 6 \textcircled{3} + 5 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 4$ , seront egales à  $5 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 7 \frac{1}{2}$ . Puis extrayons de chascune partie racine quarrée.

Ergo  $1 \textcircled{2} - 3 \textcircled{1} + 2$  seront egales à  $\sqrt{5 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 7 \frac{1}{2}}$ .

Lesquels reduicts  $1 \textcircled{2}$  fera egale à  $3 \textcircled{1} + \sqrt{5 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 7 \frac{1}{2}} + 2$ .

Et par le 68 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $1 \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} + \sqrt{\text{bino. } 5 \frac{1}{2} + \sqrt{36 \frac{9}{20}}}$ .

La disposition des caracteres de l'operation des choses susdictes est telle:

|                                 |  |     |     |     |            |   |
|---------------------------------|--|-----|-----|-----|------------|---|
| Quantitez données               | $1 \textcircled{4} - 6 \textcircled{3}$  | $0$ | $0$ | $0$ | } egales à | $\left\{ \begin{array}{l} 0 \quad 0 \quad 3 \frac{1}{2} \\ 5 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 4 \\ \hline 5 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 7 \frac{1}{2} \\ \sqrt{5 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 7 \frac{1}{2}} \\ 3 \textcircled{1} + \sqrt{5 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 7 \frac{1}{2}} + 2 \end{array} \right.$ |
| Quant. à chascune parties ajou. | $+ 5 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 4$                                       |     |     |     |            |   |
| Sommes                          | $1 \textcircled{4} - 6 \textcircled{3} + 5 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 4$ |     |     |     |            |   |
| Leurs racines quarrées          | $1 \textcircled{2} - 3 \textcircled{1} - 2$  |     |     |     |            |   |
| Reduictes                       | $1 \textcircled{2}$  |     |     |     |            |   |

Et  $1 \textcircled{1}$  vaut par le 68 probleme  $1 \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} + \sqrt{\text{bino. } 5 \frac{1}{2} + \sqrt{36 \frac{9}{20}}}$ .

Et par semblable disposition de caracteres, despècherons nous les constructions des trois problemes suivans.

N O T A .

Le  $-2$ , ci dessus trouvé par la 15 question du 81 probleme se peut encore trouver par la 16 question du mesme probleme.

Item si  $1 \textcircled{4}$ , fust donnée egale à  $-8 \textcircled{3} + 1 \frac{1}{3}$ , l'operation & disposition des caracteres semblable à la precedente, fera telle:

|                                 |   |     |     |     |            |   |
|---------------------------------|---|-----|-----|-----|------------|---|
| Quantitez données               | $1 \textcircled{4} + 8 \textcircled{3}$   | $0$ | $0$ | $0$ | } egales à | $\left\{ \begin{array}{l} 0 \quad 0 \quad 1 \frac{1}{3} \\ 12 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 4 \\ \hline 12 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 5 \frac{1}{3} \\ -\sqrt{12 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 5 \frac{1}{3}} \\ -4 \textcircled{1} - \sqrt{12 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 5 \frac{1}{3}} + 2 \end{array} \right.$ |
| Quant. à chascune part. ajoûte. | $12 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 4$   |     |     |     |            |   |
| Sommes                          | $1 \textcircled{4} + 8 \textcircled{3} + 12 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 4$ |     |     |     |            |   |
| Leurs racines quarrées          | $1 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} - 2$   |     |     |     |            |   |
| Reduictes                       | $1 \textcircled{2}$   |     |     |     |            |   |

Et  $1 \textcircled{1}$  par le 68 probleme vaut  $-2 - \sqrt{3} + \sqrt{\text{bino. } 9 + \sqrt{85 \frac{1}{3}}}$ .

Item si  $1 \textcircled{4}$  fust donnée egale à  $8 \textcircled{3} - \frac{4}{3}$ , l'operation & disposition de caracteres semblable à la precedente fera telle:

|                                  |   |     |     |     |            |   |
|----------------------------------|---|-----|-----|-----|------------|---|
| Quantitez données                | $1 \textcircled{4} - 8 \textcircled{3}$   | $0$ | $0$ | $0$ | } egales à | $\left\{ \begin{array}{l} 0 \quad 0 \quad -\frac{4}{3} \\ 20 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 4 \\ \hline 20 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 3 \frac{1}{3} \\ -\sqrt{20 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 3 \frac{1}{3}} \\ 4 \textcircled{1} - \sqrt{20 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 3 \frac{1}{3}} - 2 \end{array} \right.$ |
| Quant. à chascune partie ajoûte. | $20 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 4$   |     |     |     |            |   |
| Sommes                           | $1 \textcircled{4} - 8 \textcircled{3} + 20 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 4$ |     |     |     |            |   |
| Leurs racines                    | $1 \textcircled{2} - 4 \textcircled{1} + 2$   |     |     |     |            |   |
| Reduictes                        | $1 \textcircled{2}$   |     |     |     |            |   |

Et  $1 \textcircled{1}$  par le 68 probleme vaut  $2 - \sqrt{5} + \sqrt{\text{bino. } 7 - \sqrt{51 \frac{1}{3}}}$ .

Dont les demonstrations seront semblables aux precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes desquels le premier  $(4)$ , le second  $(3)$   $(0)$ , le troisieme nombre algebrique quelconque; nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

P R O B L E M E L X X V .

Estant donnez trois termes, desquels le premier  $(4)$ , le second  $(3)$   $(0)$ , le troisieme nombre algebrique quelconque. Trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier  $1 \textcircled{4}$ , le second  $4 \textcircled{3} + 8 \textcircled{1} - 32$ , le troisieme  $1 \textcircled{1}$ .

*Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction.* La construction sera semblable à celle du precedent probleme. Et le 6 (derniere quantité de  $1 \textcircled{2} - 2 \textcircled{1} + 6$ ) est trouvé par la 17 ou 18 question du 81 probleme; la disposition des caracteres de l'operation, semblable aux precedentes, est telle.

H

Quantit-

|                                     |                                     |      |      |        |   |          |                      |
|-------------------------------------|-------------------------------------|------|------|--------|---|----------|----------------------|
| Quantitez donnees                   | $1(4) - 4(3)$                       | $0.$ | $0.$ | $0.$   | } | egales à | $8(1) - 32$          |
| Quantitez à chacune partie ajoutées | $16(2) - 24(1) + 36.$               |      |      |        |   |          | $16(2) - 24(1) + 36$ |
| Sommes                              | $1(4) - 4(3) + 16(2) - 24(1) + 26.$ |      |      |        |   |          | $16(2) - 16(1) + 4$  |
| Leurs racines quarrées              | $1(2) - 2(1) + 6.$                  |      |      |        |   |          | $4(1) - 2$           |
| Reduictes                           |                                     |      |      | $1(2)$ |   |          | $6(1) - 8$           |

Et  $1(1)$  par le 68 probleme vaudra 4 ou 2.

Item si  $1(4)$  fust donné egale à  $-8(3) + 4(1) - 32$ , l'operation & disposition des caracteres semblable à la précédente sera telle:

|                                     |                                    |      |      |        |   |          |                     |
|-------------------------------------|------------------------------------|------|------|--------|---|----------|---------------------|
| Quantitez donnees                   | $1(4) - 8(3)$                      | $0.$ | $0.$ | $0.$   | } | egales à | $40(1) - 32$        |
| Quantitez à chacune partie ajoutées | $4(2) - 48(1) + 36.$               |      |      |        |   |          | $4(2) - 48(1) + 36$ |
| Sommes                              | $1(4) + 8(3) + 4(2) - 48(1) + 36.$ |      |      |        |   |          | $4(2) - 8(1) + 4$   |
| Leurs racines quarrées              | $1(2) + 4(1) - 6.$                 |      |      |        |   |          | $2(1) - 2$          |
| Reduictes                           |                                    |      |      | $1(2)$ |   |          | $-2(1) + 4$         |

Et  $1(1)$  par le 68 probleme vaudra  $\sqrt{5-1}$ .

Item si  $1(4)$  fust donné egale à  $8(3) + 2(1) + 589$ , l'operation & disposition des caracteres semblable à la précédente sera telle:

|                                     |                                    |      |      |        |   |          |                      |
|-------------------------------------|------------------------------------|------|------|--------|---|----------|----------------------|
| Quantitez donnees                   | $1(4) - 8(3)$                      | $0.$ | $0.$ | $0.$   | } | egales à | $2(1) + 589$         |
| Quantitez à chacune partie ajoutées | $4(2) + 48(1) + 36.$               |      |      |        |   |          | $4(2) + 48(1) + 36$  |
| Sommes                              | $1(4) - 8(3) + 4(2) + 48(1) + 36.$ |      |      |        |   |          | $4(2) + 50(1) + 625$ |
| Leurs racines quarrées              | $1(2) - 4(1) - 6.$                 |      |      |        |   |          | $2(1) + 25$          |
| Reduictes                           |                                    |      |      | $1(2)$ |   |          | $6(1) + 31$          |

Et  $1(1)$  par le 68 probleme vaut  $3 + \sqrt{40}$ .

Et semblable sera l'operation en toutes les autres differences. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probleme, sous chacun terme du precedent premier exemple sa valeur, en ceste sorte:

|         |                     |         |      |
|---------|---------------------|---------|------|
| $1(4).$ | $4(3) + 8(1) - 32.$ | $1(1).$ | $4.$ |
| $256.$  | $256.$              | $4.$    | $4.$ |
|         | Item.               |         |      |
| $1(4).$ | $4(3) + 8(1) - 32.$ | $1(1).$ | $4.$ |
| $16.$   | $16.$               | $2.$    | $2.$ |

Et appert, qu'autant 4 comme 2, est leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrier.

*Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier (4), le second (3)(1)(0), le troisieme nombre algebratique quelconque, nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

#### PROBLEME LXXVI.

**E**stant donnez trois termes, desquels le premier (4), le second (3)(2)(0), le troisieme nombre algebratique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier  $1(4)$ , le second  $4(3) + 4(2) - 12$ , le troisieme  $1(1)$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

#### Construction.

La construction sera semblable à celle du precedent probleme. Et le 4 (derniere quantité de  $1(2) - 2(1) + 4$ ) est trouvé par la 19 ou 20 question du 81 probleme. La disposition des caracteres de l'operation semblable aux precedentes est telle:

|                                     |                                     |      |                       |        |   |          |                      |
|-------------------------------------|-------------------------------------|------|-----------------------|--------|---|----------|----------------------|
| Quantitez donnees                   | $1(4) - 4(3)$                       | $0.$ | $0.$                  | $0.$   | } | egales à | $4(2) - 0 - 12$      |
| Quantitez à chacune partie ajoutées | $0.$                                | $0.$ | $12(2) - 16(1) + 16.$ |        |   |          | $12(2) - 16(1) + 16$ |
| Sommes                              | $1(4) - 4(3) + 12(2) - 16(1) + 16.$ |      |                       |        |   |          | $16(2) - 16(1) + 4$  |
| Leurs racines quarrées              | $1(2) - 2(1) + 4.$                  |      |                       |        |   |          | $4(1) - 2$           |
| Reduictes                           |                                     |      |                       | $1(2)$ |   |          | $6(1) - 6$           |

Et  $1(1)$ , par le 68 probleme, vaut  $3 + \sqrt{3}$ , ou  $3 - \sqrt{3}$ .

Item si  $1(4)$  fust donnée egale à  $4(3) - 1(2) - 5$ , l'operation & disposition des caracteres semblable à la précédente, sera telle:

Quantitez donnees  $1(4) - 4(3)$ .  $0$ .  $0$ .  $0$ .  
 Quantitez à chascune partie ajoutées  $10(2) - 12(1) + 9$ .  
 Sommes  $1(4) - 4(3) + 10(2) - 12(1) + 9$ .  
 Leurs racines quarrées  $1(2) - 2(1) + 3$ .  
 Reduictes  $1(2)$ .

egales à  $\left\{ \begin{array}{l} -1(2) \\ 10(2) - 12(1) + 9 \\ 9(2) - 12(1) + 4 \\ 3(1) - 2 \\ 5(1) - 5 \end{array} \right.$

Et  $1(1)$  par le 68 probleme vaut  $\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}}$ , ou  $\frac{5}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}}$ .

Et semblable fera l'operation en toutes les autres sortes. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probleme sous chascun terme du precedent premier exemple sa valeur, en ceste sorte:

$1(4)$ .  $4(3) + 4(2) - 12$ .  $1(1)$ .  $3 + \sqrt{3}$ .  
 $252 + \sqrt{62208}$ .  $252 + \sqrt{62208}$ .  $3 + \sqrt{3}$ .  $3 + \sqrt{3}$ .

Item.

$1(4)$ .  $4(3) + 4(2) - 12$ .  $1(1)$ .  $3 - \sqrt{3}$ .  
 $252 - \sqrt{62208}$ .  $252 - \sqrt{62208}$ .  $3 - \sqrt{3}$ .  $3 - \sqrt{3}$ .

Et appert que autant  $3 + \sqrt{3}$ , comme  $3 - \sqrt{3}$ , est leur quatriesme proportionel; ce qu'il falloit demonst. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier (4), le second (3)(2)(1)(0), le troiesime nombre algebratique quelconque: Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel, ce qu'il falloit faire.

*Explication du donne.* Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier  $1(4)$ , le second  $-4(3) + 4(2) + 40(1) + 33$ , le troiesime  $1(1)$ .

*Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction.*

La construction sera semblable à celle du precedent probleme. Et le 4 (derniere quantité de  $1(2) + 2(1) + 4$ ) est trouvé par la 21 ou 22 question du 81 probleme. La disposition des caracteres de l'operation semblable aux precedentes est telle:

PROBLEME LXXVII.

**E**stant donnez trois termes, desquels le premier (4), le second (3)(2)(1)(0), le troiesime nombre algebratique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

Quantitez donnees  $1(4) + 4(3)$ .  $0$ .  $0$ .  $0$ .  
 Quantitez à chascune partie ajoutées  $12(2) + 16(1) + 16$ .  
 Sommes  $1(4) + 4(3) + 12(2) + 16(1) + 16$ .  
 Leurs racines quarrées  $1(2) + 2(1) + 4$ .  
 Reduictes  $1(2)$ .

egales à  $\left\{ \begin{array}{l} 4(2) + 40(1) + 33 \\ 12(2) + 16(1) + 16 \\ 16(2) + 56(1) + 49 \\ 4(1) + 7 \\ 2(1) + 3 \end{array} \right.$

Et  $1(1)$  par le 68 probleme vaudra 3; lequel je di estre le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probleme sous chascun terme sa valeur en ceste sorte:

$1(4)$ .  $-4(3) + 4(2) + 40(1) + 33$ .  $1(1)$ .  $3$ .  
 $81$ .  $81$ .  $3$ .  $3$ .

Et appert, que 3 est leur quatriesme terme proportionel, selon le requis, ce qu'il falloit demonst.

Et semblable fera l'operation en toutes les autres sortes. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier (4), le second (3)(2)(1)(0), le troiesime nombre algebratique quelconque; Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

**NOTA.** Nous demonst. encore, comment l'on trouvera aux problemes precedens, le quatriesme terme proportionel, n'estant le nombre de multitude de la superieure quantité pas unité, comme a esté aux exemples precedens; D'ou il ne sera pas mestier de convertir (par la 2 reigle de reduction) ledict nombre de multitude en unité, & sera pour éviter aucune fois les rompuz, qui procedent de telle reduction.

Soient par exemple les trois termes donnez, desquels il faut trouver le quatriesme proportionel, tels: le premier 9(4), le second  $-12(3) + 30(2) + 204(1) + 171$ , le troiesime  $1(1)$ . *Construction.* L'on prendra (par reigle) la racine quarrée des 9(4), qui est  $-3(2)$ . Puis on divisera la moitié de  $12(3)$ , par iceux  $3(2)$ . donne quotient  $2(1)$ ; Doncques  $3(2) + 2(1)$ , sont les deux premiers caracteres, ausquels il nous faudra trouver quelque (0), comme l'on trouve, par la 22 question du 81 probleme, & sera 5. Et puis la reste comme dessus. La disposition des caracteres de l'operation, semblable aux precedentes, est telle:

Quantitez donnez  $9(4) + 12(3)$ .  $0$ .  $0$ .  $0$ .  
 Quantitez à chascun parties ajoutées.  $34(2) + 20(1) + 25$ .  
 Sommes  $9(4) + 12(3) + 34(2) + 20(1) + 25$ .  
 Leurs racines quarrées  $3(2) + 2(1) + 5$ .  
 Reduictes  $1(2)$ .

egales à  $\left\{ \begin{array}{l} 30(2) + 204(1) + 171 \\ 34(2) + 20(1) + 25 \\ 64(2) + 224(1) + 196 \\ 8(1) + 14 \\ 2(1) + 3 \end{array} \right.$

Et  $1(1)$  par le 68 probleme, vaudra 3, dont la demonstration sera semblable aux precedentes.

## REIGLE

**E**stant donnez trois termes de nombres Algebraïques quelconques : Trouver leur quatrième proportionel, ou parfait, ou avec infini approchement.

J'ay descrit (depuis le 66 probleme jusques au 80) l'invention du quatrième terme proportionel, de trois Algebraïques donnez, & cela si avant comme j'estime qu'icelle matiere est cogneue: Mais j'ay puis apres trouve une reigle generale, pour de tous trois termes Algebraïques donnez trouver le quatrième, ou valeur de 1 (1) parfaite, ou avec infini approchement, ce qu'en la pratique nous donne quasi autant comme une operation qui consiste en la parfaite demonstration Mathematique; car comme les sinus sont en leurs tables imparfaits, & toutesfois en la pratique sont autant comme si c'estoyent multinomies radicaux accomplis, ainsi se fait le semblable en ceste matiere Algebraïque.

*Le donne.* Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: Le premier 1 (2), le second 300 (1) + 33915024, le troisième 1 (1).

*Le requis.* Il nous faut trouver leur quatrième terme proportionel.

*Construction.* Pour premièrement declarer en general la methode suivante, je di qu'on trouvera de combien de caracteres doit estre la valeur de 1 (1): Laquelle multitude de caracteres estant cogneue, on trouvera puis apres le premier caractère, qui sera un de ces neuf, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9: Puis se trouvera semblablement le deuxième, & tous les autres tant qu'il y en a.

Or pour venir à la chose, & premièrement trouver de combien de caracteres doit estre la valeur de 1 (1) donnée, je mets pour icelle 1, enquiers par le mesme ce qu'il en sortira, disant, veu que 1 (1) fait 1, les 300 (1) font 300, par le 67 probleme: aux mesmes adjousté 33915024, fait pour la valeur du deuxième terme 33915024: Et le premier terme, à sçavoir 1 (2), fera tant seulement 1: Ce qui estant trop peu, parce que la valeur du premier terme doit estre egal avec la valeur du second, & pourtant je mets au second 10 pour la valeur de 1 (1), & enquiers par le mesme comme dessus, & trouve la valeur du second terme de 33918024, & le premier terme de 1000: Ce qui estant autrefois trop peu, je mets au troisième 100 pour valeur de 1 (1); le mesme estant aussi trop peu, je mets au quatrième 1000, par lequel je trouve le premier terme trop grand: Pourtant la valeur de 1 (1) est moindre que 1000, & majeure que 100, elle est donc necessairement de trois caracteres.

Or estant cogneue la desirée valeur est de trois caracteres, il faut que le premier soit un de ces neuf, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Mais il est cy dessus enquis avec le premier caractère 1, à sçavoir avec 100, & trouvois trop peu, pourtant je l'essaye maintenant avec le premier caractère 2, mettant 200 pour valeur de 1 (1), & trouve trop peu: Je l'enquiers puis apres avec 300, & vient aussi trop peu: Puis avec 400, & trouve trop, ce qui me denote que le premier caractère doit estre 3.

Or pour trouver le second caractère, il doit necessairement estre ou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Mais il est devant esprouvé avec le second caractère 0, à sçavoir avec 300, & vient trop peu, pourtant je mets maintenant le second caractère 1, à sçavoir 310, & trouve trop peu: puis apres 320, vient aussi trop peu: puis 330, & vient trop; ce qui me signifie que le second caractère faut estre 2.

Pour trouver maintenant le troisième caractère, il doit estre necessairement ou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9.

Mais il est dessus enquis avec le troisième caractère 0, à sçavoir par 320, & vient trop peu, pourtant je mets maintenant le troisième caractère 1, à sçavoir 321, & trouve trop peu; puis apres 322, & vient aussi trop peu; puis 323, vient trop peu; puis apres 324, & trouve par iceluy la valeur du premier terme, egal à la valeur du second, à sçavoir l'un & l'autre de 34012224; ce qui me demonstre que 324 est la valeur de 1 (1), & quatrième terme proportionel requis; car comme 34012224 valeur du premier à 34012224 valeur du second terme, ainsi 324 valeur du troisième au quatrième 324.

## COROLLAIRE

Il appert par le susdit, que quand la valeur de 1 (1) est nombre entier, que la mesme valeur se peut tousiours trouver parfaitement.

Mais si le susdit compte n'eust pas venu ainsi precisement, comme par exemple, que le (1) ou nombre Arithmetique donné au lieu de 33915024, eust tant seulement esté 33900000, alors 323 eust esté peu, & 324 trop, ce qui me certifie que la valeur de 1 (1) fait 323 avec un rompu moindre que unité. Or pour trouver le mesme rompu, ou d'y approcher infiniment, je mets 323 avec encore un 0, dessus une ligne comme numerateur, & 10 dessous comme nominateur, en ceste sorte  $\frac{3230}{10}$ : Ce rompu fait 323, qui estant trop peu, il faut que 0 du numerateur face 0 avec quelque reste, ou 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Le mesme caractère estant trouvé comme dessus, & qu'il y a encore quelque superflu, on adjousterá au numerateur & nominateur autrefois 0, enquirant comme dessus, ce que doit venir au lieu d'iceluy 0 du numerateur: Et procedant ainsi infiniment, l'on approche infiniment plus pres au requis.

Mais si la desirée valeur de 1 (1) fut rompu moindre que unité, l'on enquera premièrement avec  $\frac{1}{10}$ , qui estant trop grand avec  $\frac{1}{100}$ , puis apres  $\frac{1}{1000}$  &c. Or posé le cas que  $\frac{1}{100}$  fut trop grand, mais  $\frac{1}{1000}$  trop petit, ce qui me certifie que dessus le nominateur 10000, doit venir un nombre comme numerateur majeur que 1, & moindre que 10, le mesme sera necessairement un caractère, comme 1 avec quelque superflu, ou 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Iceluy caractère estant trouvé au plus pres & moindre, & qu'il y a encore quelque residu, l'on agrandira numerateur & nominateur chacun d'un 0, enquirant puis apres comme dessus, ce que doit estre icelux dernier 0 du numerateur, & ainsi des autres.

Avisez encore qu'estant la valeur de 1 (1) nombre rompu, il peut avenir qu'on pourra approcher infiniment au requis, sans toutesfois par ceste maniere pouvoir parvenir à la parfaite solution: Comme par exemple, posons que l'incogneue valeur de 1 (1) fust  $\frac{1}{6}$ , & que l'on met le nominateur selon la susdicte reigle, on trouve que dessus le mesme 10 faut venir 8, en ceste sorte  $\frac{8}{10}$ : Mais parce qu'il est trop peu, je mets pres de chascun nombre 0, ainsi  $\frac{80}{100}$ , & cherchant puis apres quel caractère doit venir au lieu de 0 du numerateur, je trouve au plus pres & moindre 3, ainsi  $\frac{83}{100}$ : Et faisant le semblable au troisième, je trouve  $\frac{833}{1000}$ : Et au quatrième  $\frac{8333}{10000}$ . Et procedant ainsi avec les autres, l'on voit qu'on peut infiniment approcher, sans toutesfois parvenir aux  $\frac{1}{6}$  accomplis, à cause qu'il n'y a nul nombre entier en telle raison à 10, 100, ou 1000, (& semblables desquels le premier caractère est 1, avec les suivans 0) comme 5 à 6.

Nous pourrions encore donner exemples la ou la valeur de 1 (1) est de nombres radicaux à nombre Arithmetique incommensurables: mais veu que l'infini approchement est assez notoire par les precedens, il ne semble point mestier d'en faire propres declarations.

Or estant tous les susdicts exemples notoires par leur operation, nous n'en faisons point des particulieres demonstrations. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes de nombres Algebriques quelconques, nous avons trouvé leur quatriesme proportionel, ou parfaitement, ou par infini approchement, ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXVIII.

**E**stant donnez trois termes, desquels le premier & second soient quantitez derivatives des primitives, composees de  $4 \textcircled{3} \textcircled{2} \textcircled{1} \textcircled{0}$ , Le troisieme nombre algebrique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 2  $\textcircled{2}$ , le second 32 (qui sont derivatifs de 2  $\textcircled{1}$  & 32 par la 27 definition) le troisieme 1  $\textcircled{1}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* On trouvera la valeur de 1  $\textcircled{1}$  des primitives quantitez des donnees, qui est de 2  $\textcircled{1}$ , vallans 32, & sera par le 67 probleme 16. Puis on verra quelle racine algebrique est la superieure quantité des primitives de la superieure quantité des derivatives: c'est à dire, quelle racine soit  $\textcircled{1}$  de  $\textcircled{2}$ , & se trouve quarrée, il faut doncques des susdictes 16 encore prendre racine quarrée, qui est pour solution 4. *Demonstration.* Mettons par le moyen du 66 probl. sous chascun terme, sa valeur en ceste sorte:

|                     |     |                       |    |
|---------------------|-----|-----------------------|----|
| 2 $\textcircled{2}$ | 32. | 1 $\textcircled{1}$ . | 4. |
| 32.                 | 32. | 4.                    | 4. |

Et appert que 4 est leur quatriesme terme proportionel.

**NOTA.** Et par mesme raison, quand 3  $\textcircled{3}$  seront egales a 81, on trouvera la valeur de 1  $\textcircled{1}$  des primitives quantitez des termes donnez, qui est de 3  $\textcircled{1}$  egales à 81, & sera par le 67 probleme 27. Puis on verra quelle racine algebrique soit la superieure quantité des primitives, de la superieure quantité des derivatives; C'est à dire, quelle racine soit  $\textcircled{1}$  de  $\textcircled{3}$ , & appert que c'est cubique, il faut doncques des susdictes 27 encore prendre racine cubique, qui est pour solution 3.

Mais pour l'invention de la valeur de 1  $\textcircled{1}$  des derivatives quantitez composees, il faut premierement trouver leurs primitives, ainsi: On trouvera la majeure commune mesure des denominateurs donnez, & par icelle se diviseront lesdicts denominateurs, & leurs quotiens seront denominateurs des primitives quantitez requises. Soyent par exemple les derivatives quantitez  $\textcircled{4}$  &  $\textcircled{2}$ , leurs denominateurs sont 4 & 2, desquels la majeure commune mesure, par le 5 probleme est 2, par lequel divisé 4 & 2 donnent quotient 2 & 1: Doncques 2 & 1 sont les primitives quantitez requises. Et de mesme sorte, des derivatives  $\textcircled{12}$   $\textcircled{9}$   $\textcircled{3}$ , la commune mesure, par ledict 5 probleme, sera 3; par le mesme diuisez les denominateurs donnez, se trouvera pour primitives requises  $\textcircled{4}$   $\textcircled{3}$   $\textcircled{1}$ , & ainsi d'autres quelconques.

Qui estant entendu, soit 1  $\textcircled{4}$  egale à 2  $\textcircled{2}$  + 8, leurs derivatives sont 1  $\textcircled{2}$ , egale à 2  $\textcircled{1}$  + 8, desquelles la valeur de 1  $\textcircled{1}$  par le 68 probleme, est 4; sa racine quarrée (par ce que superieure quantité  $\textcircled{2}$  est racine algebrique quarrée de superieure quantité  $\textcircled{4}$ ) est pour solution 2.

Item estant 1  $\textcircled{9}$  egale à 2  $\textcircled{3}$  + 496, leurs primitives sont 1  $\textcircled{3}$ , egale à 2  $\textcircled{1}$  + 496, desquels la valeur de 1  $\textcircled{1}$  par le 69 probleme est 8, sa racine cubique (par ce que  $\textcircled{3}$  estoit racine algebrique cubique de  $\textcircled{9}$ ) est pour solution 2.

Item estant 2  $\textcircled{12}$ , egale à 2  $\textcircled{9}$  + 3  $\textcircled{6}$  + 4  $\textcircled{3}$  + 2848,

leurs derivatives sont 1  $\textcircled{4}$ , egale à 2  $\textcircled{3}$  + 3  $\textcircled{2}$  + 4  $\textcircled{1}$  + 2848, desquels la valeur de 1  $\textcircled{1}$  par le 77 probleme est 8, sa racine cubique (par ce que  $\textcircled{4}$  est racine algebrique cubique de  $\textcircled{12}$ ) est pour solution 2.

Et est ceste reigle generale, non seulement des derivatives de primitives composees de  $\textcircled{4}$ , & ses quantitez inferieures, mais de quantitez quelconques. Par exemple, estant  $\textcircled{12}$  egale à 2  $\textcircled{12}$  + 3  $\textcircled{9}$  + 2  $\textcircled{6}$  + 22912, leurs primitives seront 1  $\textcircled{3}$ , egale à 2  $\textcircled{4}$  + 3  $\textcircled{3}$  + 2  $\textcircled{2}$  + 22912, desquels la valeur de 1  $\textcircled{1}$  est 8, sa racine cubique (par ce que  $\textcircled{3}$  est racine algebrique cubique de  $\textcircled{12}$ ) est pour solution 2. Et ainsi de tous les autres.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRUCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand au lieu de 1  $\textcircled{12}$  egale a 2  $\textcircled{12}$  + 3  $\textcircled{9}$  + 2  $\textcircled{6}$  + 22912 nous posames 1  $\textcircled{3}$  egale à 2  $\textcircled{4}$  + 3  $\textcircled{3}$  + 2  $\textcircled{2}$  + 22912, il faut sçavoir, que ceste derniere position, est de postposees quantitez d'une autre progression (lesquelles ne se distinguent pas en la construction par leur signe de postposition, par ce que son absence ne cause aucune confusion) à sçavoir 1 *sec.*  $\textcircled{3}$ , egale à 2 *sec.*  $\textcircled{4}$  + 3 *sec.*  $\textcircled{3}$  + 2 *sec.*  $\textcircled{2}$  + 22912. De sorte que 1  $\textcircled{12}$  est par l'hypothese egale a 1 *sec.*  $\textcircled{3}$ , & 2  $\textcircled{12}$  egales a 2 *sec.*  $\textcircled{4}$ , & ainsi des autres chascun à son homologue. Prennons doncques desdicts termes quelques deux homologues, comme 1  $\textcircled{12}$  egale a 1 *sec.*  $\textcircled{3}$ .

Puis extrayons de chascune partie racine de quinte quantité.

Ergo 1  $\textcircled{3}$  est egale a 1 *sec.*  $\textcircled{1}$ .

Mais 1 *sec.*  $\textcircled{1}$  est egale ou vaut 8, par la construction cy dessus.

Ergo 1  $\textcircled{3}$  est egale à 8.

Il appert doncques, que quand 1  $\textcircled{12}$ , est egale a 1 *sec.*  $\textcircled{3}$ , de laquelle la valeur de sa 1 *sec.*  $\textcircled{1}$  est cognu, comme icy 8, que la mesme valeur sera aussi la valeur de 1  $\textcircled{3}$  des positives; Mais 1  $\textcircled{3}$  vallant 8, alors par le 78 probleme pour avoir la valeur de 1  $\textcircled{1}$ , il faut prendre la racine cubique de 8: il appert doncques pourquoy l'on extraiet encore quelque racine de la valeur de 1  $\textcircled{1}$  des primitives pour avoir la valeur de 1  $\textcircled{1}$  des derivatives.

Or ce que nous avons fait cy dessus par le 1  $\textcircled{12}$  & 1 *sec.*  $\textcircled{3}$ , se pourra faire semblablement, par les autres quantitez homologues, comme par les 2  $\textcircled{12}$  & 2  $\textcircled{4}$ , ou par les 3  $\textcircled{9}$  & 3  $\textcircled{3}$ , ou par les 2  $\textcircled{6}$  & 2  $\textcircled{2}$ .

Mais pour encoire demonstret, que lesdicts homologues termes sont d'egale valeur, nous mettrons sous chascun terme sa valeur, à sçavoir la 1  $\textcircled{1}$  vallant 2, & la 1 *sec.*  $\textcircled{1}$  vallant 8, en ceste sorte:

|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| 1 $\textcircled{12}$ .          | 2 $\textcircled{12}$ + 3 $\textcircled{9}$ + 2 $\textcircled{6}$ .                                    |
| 32768.                          | 8192. 1536. 128.  |
| 1 <i>sec.</i> $\textcircled{3}$ | 2 <i>sec.</i> $\textcircled{4}$ + 3 <i>sec.</i> $\textcircled{3}$ + 2 <i>sec.</i> $\textcircled{2}$ . |
| 32768.                          | 8192. 1536. 128.  |

Laquelle origine il nous falloit declarer.

Nous avons demonstret aux precedens l'invention du quatriesme terme proportionel, de trois termes donnez, estant toutes les quantitez positives, c'est à dire toutes d'une progression, & procedans d'une mesme positive, ou premiere posée prime quantité; Mais il avient en l'operation algebrique (comme il apparoitra aux exemples du 81 probleme) quand la proportion donnée, par laquelle on vient au requis, s'offre tresoculte, que joignant les positives quantitez on met

encore d'autres quantitez d'une autre progression, & procedans d'une autre prime quantitez que la positive; lesquelles nous appellons postposées quantitez; comme la 28 definition l'explique plus amplement.

Or comme aux precedens problemes de positives quantitez, l'on cherche toujours la valeur en nombre arithmetique ou radical de 1 ①, ainsi est il ici necessaire, de trouver la valeur en positives quantitez, de la prime quantitez des postposées quantitez; dont la cause sera plus notoire par leurs exemples au 81 probleme.

## PROBLEME LXXIX.

**E**stant donnez trois termes, desquels la premiere postposée quantitez de simple nom point multipliee ou divisee, le second de positives quantitez quelconques, le troisieme, de postposées quantitez quelconques, mais de la mesme progression que celle du premier terme. Trouver leur quatriesme terme proportionel, en positives quantitez.

*Explication du donne.* Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 4 sec. ①, le second 8 ③ — 4 ①, le troisieme 1 sec. ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* Parce que le troisieme terme est le quart du premier, on prendra aussi le quart du second, s'est à dire qu'on divisera le second terme par 4 (des 4 sec. ①,) donne quotient pour le quatriesme terme proportionel requis 2 ③ — 1 ①.

## COROLLAIRE.

Il est manifeste par la precedente construction, que encore que le premier & troisieme terme fussent multinomies quelconques, mais que le quotient de la division du premier terme par le troisieme, fust nombre Arithmetique ou radical, qu'on en pourra trouver le quatriesme terme proportionel. *Demonstration.* Mettons sous chascun terme sa valeur en ceste sorte:

$$\begin{array}{l} 4 \text{ sec. } ①. \quad 8 ③ - 4 ①. \quad 1 \text{ sec. } ①. \quad 2 ③ - 1 ①. \\ 8 ③ - 4 ①. \quad 8 ③ - 4 ①. \quad 2 ③ - 1 ①. \quad 2 ③ - 1 ①. \end{array}$$

Et appert que 2 ③ — 1 ①, est leur quatriesme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonstrier.

**NOTA I.** Si la quantitez du premier terme eust esté postposée quantitez plus haute que sec. ①, par exemple 4 sec. ②, on convertiroit les mesmes en quantitez de l'espece du troisieme terme donne, prenant sa racine quarrée qui est 2 sec. ①, & semblablement la racine quarrée du second terme, qui est  $\sqrt{\text{bino. } 8 ③ - 4 ①}$ , & seront 2 sec. ① egales à  $\sqrt{\text{bino. } 8 ③ - 4 ①}$ ; Puis divisant  $\sqrt{\text{bino. } 8 ③ - 4 ①}$ , par 2 (des 2 sec. ①,) viendra pour la valeur de 1 sec. ①, ou pour le quatriesme terme proportionel requis,  $\sqrt{\text{bi. } 2 ③ - 1 ①}$ .

Et de mesme sorte si 3 sec. ② valaient — 6 ② + 9 ①, & qu'on cherchast la valeur de 1 sec. ①, on extraira racine de chascun des egales parties, &  $\sqrt{3} \times \text{sec. } ①$ , seront egales à  $\sqrt{\text{bino. } -6 ② + 9 ①}$ ; Puis divisant  $\sqrt{\text{bino. } -6 ② + 9 ①}$  par  $\sqrt{3}$ , viendra (pour valeur de 1 sec. ①)  $\sqrt{\text{bino. } -2 ② + 3 ①}$ .

**NOTA II.** Mais si le troisieme terme fust quelque multinomie de postposées quantitez d'une mesme progression, on trouvera (comme le semblable se fait aux positives quantitez) premierement la valeur de 1 telle, postposée ①, laquelle connue, le troisieme terme se trouvera comme nous dirons: Soyent par exemple les trois termes donnez, tels: le premier 4 sec. ①, le second 8 ③ — 4 ①, le troisieme 2 sec. ② + 3 sec. ①. Or la valeur de 1 sec. ①, est comme dessus 2 ③ — 1 ①; Ergo les 3 sec. ①, vaudront trois fois autant, qui est 6 ③ — 6 ①, & 1 sec. ② vaudra le quarré de 2 ③ — 1 ①, qui est 4 ⑥ — 4 (4) + 1 ②; ergo les 2 sec. ②, vaudront deux fois

autant, qui est 8 ⑥ — 8 (4) + 2 ②, auxquels ajoustez les 6 ③ — 3 ①, font pour quatriesme terme proportionel requis 4 ⑥ — 4 (4) + 6 ③ + 2 ② — 3 ①.

**NOTA III.** Si (par quelque operation algebraique la postposée quantitez se rencontrast avec quelque positive, egale à quelques positives quantitez, on mettra la postposée quantitez seule, par le moien d'egale addition, ou soustraction de parties egales. Par exemple, si le premier terme donne fust 3 sec. ① + 9 ②, & le second terme à lui egal 6 ①, on soustraira de chascune partie 9 ②, & resteront 3 sec. ①, egales à — 9 ② + 6 ①, desquels on trouvera par la reigle ci dessus la valeur de 1 sec. ①, qui fera — 3 ② + 2 ①.

Cest avertissement servira aussi pour le probleme suivant. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier postposée quantitez de simple nom, &c. ce qu'il falloit faire.

## PROBLEME LXXX.

**E**stant donnez trois termes, desquels le premier positive quantitez multipliee ou divisee par postposée, le second de positives quantitez quelconques, le troisieme de postposées quantitez quelconques, mais de la mesme progression que celle du premier terme: Trouver leur quatriesme terme proportionel en positives quantitez.

*Explication du donne.* Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1 ① M sec. ①, le second 5 ③ — 2 ①, le troisieme 1 sec. ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction.* On divisera le second terme donne par la 1 ①, de la 1 ① M sec. ① donnée, donne quotient pour le quatriesme terme proportionel requis, 5 ② — 2.

*Demonstration.* Mettons sous chascun terme sa valeur en ceste sorte:

$$\begin{array}{l} 1 ① \text{ M sec. } ①. \quad 5 ③ - 2 ①. \quad 1 \text{ sec. } ①. \quad 5 ② - 2 \\ 5 ③ - 2 ①. \quad 5 ③ - 2 ①. \quad 5 ② - 2. \quad 5 ② - 2 \end{array}$$

Que la valeur de 1 ① M sec. ①, fera 5 ③ — 2 ①, est manifeste par ce que 1 ① multiplie, par la valeur de 1 sec. ①, qui est 5 ② — 2, monte 5 ③ — 2 ①. Et appert que 5 ③ — 2 ① est leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrier.

## NOTA I.

Il est manifeste par les choses susdites, que 3 ① M sec. ① vallans 36 ②, la 1 sec. ① vaudra 12 ①, car divisant 36 ② par les 3 ①, donne quotient 12 ②.

Item 3 ① M sec. ②, vallans 6 ② + 3 ①, la 1 sec. ② vaudra 2 ① + 1, & la 1 sec. ① vaudra sa racine, qui est  $\sqrt{\text{bino. } 2 ① + 1}$ .

Item 2 ② M sec. ③ vallans 6 ④, la 1 sec. ③ vaudra 3 ②, & la 1 sec. ① vaudra sa racine cubique qui est  $\sqrt[3]{3 ②}$ . Et ainsi en infini des autres semblables.

Mais si le premier terme se presentast (par exemple) 3 ② M 4 sec. ①, c'est à dire 3 ②, multipliees par 4 sec. ①, il sera notoire que la requise multiplication n'est point faite; parquoy les multipliant selon le 62 probleme, donnent produit 12 ②. M sec. ①, de sorte que le nombre de multitude des postposées quantitez est icy toujours unite: qui est aussi la raison pourquoy l'on ne descrit point expressement ceste 1 devant la sec. ①.

**NOTA II.** Mais si la positive quantitez du premier terme, fust divisee par postposée quantitez, alors au lieu ou l'on a cy dessus divisé le second terme, par la positive quantitez du premier terme, on divisera icy au contraire la positive quantitez du premier terme, par le second terme. Soyent par exemple trois termes donnez tels: le premier 6 ③ sec. ①, le deuxiesme 3 ②, le troisieme 1 sec. ①



sec. ①. On divisera les 6 ③, par 3 ②, donne quotient, & solution 2 ①; dont la demonstration par la valeur des termes est telle:

$$\begin{array}{r} 6 \text{ ③ } D \text{ sec. ①.} \\ 3 \text{ ②.} \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \text{ ②.} \\ 3 \text{ ②.} \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \text{ sec. ①.} \\ 2 \text{ ①.} \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ ①.} \\ 2 \text{ ①.} \end{array}$$

Mais si la postposée quantité fust divisée par positive, on multipliera alors la positive du premier terme, par le second terme, & le produit fera la valeur des postposées quantitez. Soyent par exemple trois termes donnez tels: le premier 3 sec. ① D ④, le second 6 ①, le troisieme 1 sec. ①: On multipliera le second terme 6 ①, par la 1 ① du premier terme; fait 6 ② pour valeur des 3 sec. ①: Mais 3 sec. ① vallans 6 ②, ergo 1 sec. ① (pour quatrieme proportionel requis) vaudra 2 ②. Dont la demonstration par la valeur des termes, est telle:

$$\begin{array}{r} 3 \text{ sec. ① } D \text{ ④.} \\ 6 \text{ ①.} \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \text{ ①.} \\ 6 \text{ ①.} \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \text{ sec. ①.} \\ 2 \text{ ②.} \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ ②.} \\ 2 \text{ ②.} \end{array}$$

Que la valeur de 3 sec. ① D ④, soit 6 ④, est manifeste, par ce que 1 sec. ① vallant 2 ②, la 1 sec. ① D ④, vaudra 2 ④, & par consequent les 3 sec. ① D ④, vaudront 6 ④. Et appert que 2 ② sont leur quatrieme proportionel; ce qu'il falloit demonstrier.

Et semblablement pourrions nous donner autres exemples de quantitez divisées, comme nous avons fait cy dessus des multipliées, ne fust que ces divisées fussent par icelles multipliées assez manifestes.

Conclusion. Estant doncques donnez trois termes desquels le premier positive quantité multipliée ou divisée, &c. ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRUCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Puis que le produit cy dessus de 1 ①, multiplié par 1 sec. ①, est egal par l'hypothese, à 5 ③ — 2 ①, c'est chose claire, que 1 sec. ① sera egal au quotient de la division de 5 ③ — 2 ①, par 1 ①, comme le semblable est vulgaire en computations communes. Par exemple, si le produit de 3 par 2, est egal à 6, ergo le 2 est egal au quotient de la division de 6 par 3.

Et le mesme se demonstre de la positive quantité du premier terme, divisée par postposée. Par exemple: Puis que le quotient de 6 ③, divisées par 1 sec. ①, est egal par l'hypothese, à 3 ②, c'est chose claire, que 1 sec. ①, sera egale, au quotient de la division de 6 ③, par les 3 ②, comme le semblable est vulgaire, en computations communes. Par exemple, si le quotient de 6 par 3, est egal à 2, ergo 3 est egal au quotient de la division de 6 par 2. Et le mesme se demonstre de la postposée quantité du premier terme divisée par positive quantité. Par exemple: Puis que le quotient de 3 sec. ① divisées par 1 ①, sont egales par l'hypothese à 6 ①, c'est chose claire, que 3 sec. ①, seront egales au produit de 6 ① par la 1 ①, comme le semblable est vulgaire en computations communes. Par exemple, si le quotient de 6 par 3 est egal à 2, ergo 6 est egal au produit de 2 par 3. donc 3 sec. ① D ④ vallans 6 ①, les 3 sec. ① vadront 6 ②, & par consequent la 1 sec. ① vaudra 2 ②. Laquelle origine il nous falloit declarer.

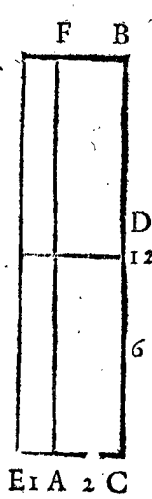
NOTA. Nous avons demonstrier au 79 & 80 probleme, l'invention du quatrieme terme, quand il y a un nom aux egaux termes donnez, qui soit postposée quantité point multipliée ou point divisée: Puis de multipliée ou divisée. Mais quand il y a multinomi-

de postposées quantitez, l'invention de la postposée prime, n'est point encore legitimement trouvée. Toutesfois l'on peut en les operations Algebriques aucunesfois venir au requis par quelque connue proportion, qu'il y a entre les termes donnez, & leur incognu valeur, comme la 23 question du 81 probleme le demonstre. Nous descrirons donc 6 theoremes explicans telles proportions que nous avons colligez du livre de Cardan intitulé *Ars Magna cap. 10.* & formé à nostre maniere: Dont le premier, second, & troisieme theoreme, seront des trois sortes des comparaisons, qui se rencontrent de 1 ① M sec. ① à quelques sec. ①, & quelques ①. Mais le quatrieme, cinquieme, & sixieme theoreme, seront des trois sortes de comparaisons, qui se rencontrent de quelques ① M sec. ①, à quelques sec. ① & 1 ②.

THEOREME I.

Quand 1 ① M sec. ① + quelques sec. ①, sont egales à quelques ①: Alors comme la valeur de 1 ①, à la valeur de 1 sec. ①, ainsi la somme de la valeur de 1 ①, & le nombre de multitude de sec. ①, au nombre de multitude de ①.

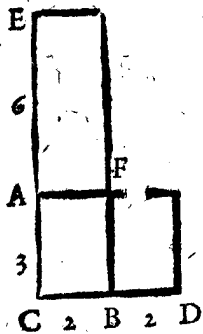
Explication du donné. Soyent 1 ① M sec. ① + 6 sec. ①, egales à 3 ④; Et la valeur de 1 ①, soit 12; Et de 1 sec. ① sera necessairement 2. Explication du requis. Il faut demonstrier le requis du theoreme. Demonstration Arithmetique. Comme 12 (valeur de 1 ①) a 2 (valeur de 1 sec. ①) ainsi 18 (la somme de 12 valeur de 1 ① & 6 nombre de multitude de sec. ①) a 3, nombre de multitude, de ①. Autre demonstration Geometrique. Soit AB 1 ① M sec. ①, contenu sous CB 1 ①, de laquelle la valeur soit 12, & sous CA 1 sec. ①, de laquelle la valeur soit 2, desquels le produit pour AB (comme dict est) sera 1 ① M sec. ①, qui vaudra 24. Puis soit AD 6 sec. ①, contenu sous CA 1 sec. ①, & sous CD 6, desquels le produit ou valeur est 12. Puis soit le rectangle EB 3 ④, contenu sous CB 1 ①, & CE 3, & soit ledict rectangle EB, egal au rectangle AB avec AD.



Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez proposees, à sçavoir 1 ① M sec. ① AB + 6 sec. ① AD, egales à 3 ④ EB.

Or que la raison de CB 12 valeur de 1 ①, à AC 2 valeur de 1 sec. ①, est comme de CB 12 valeur de 1 ① avec CD 6 nombre de multitude de sec. ①, à EC 3 nombre de multitude de ①, est par leurs nombres manifeste: Et pour demonstrier le mesme geometriquement, il faut sçavoir que le rectangle EB, est egal au rectangle AB avec AD par l'hypothese; Soubstrayons doncques d'une & d'autre partie le rectangle AB, ergo restera EF egale à AD, doncques par la

16 proposition du 6 d'Euclide, comme CB à AC, ainsi CD à AE, & par composée proportion, comme CB, à AC, ainsi CB avec CD, à AC avec AE qui est CE.



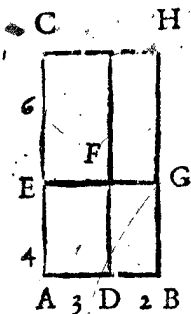
**NOTA.** Quand la valeur de 1 ① sera moindre que le nombre de multitude de sec. ①, la figure se représentera d'autre forme. Par exemple: Soit 1 ① M sec. ① + 4 sec. ①, égale à 9 ①, & la valeur de 1 ① soit 2, & de 1 sec. ① sera 3. Et la figure (sur laquelle accordera aussi la précédente geometrique demonstration) sera telle:

Et encore seroit ce autre figure, si la valeur de 1 ①, fust égale au nombre des sec. ①. Cest avertissement servira aussi aux theoremes suivans. **Conclusion.** Quand doncques 1 ① M sec. ① + quelques sec. ①, &c. ce qu'il falloit demonst.

**THEOREME II.**

**Q**uand 1 ① M sec. ①, est égale à quelques sec. ① + quelques ①: Alors comme le nombre de multitude des sec. ①, à l'excès de la valeur de 1 ①, sur le nombre de multitude de sec. ①, ainsi l'excès de la valeur de 1 sec. ①, sur le nombre de multitude de ①, au nombre de multitude de ①.

**Explication du donné.** Soit 1 ① M sec. ①, égale à 3 sec. ① + 4 ①, & la valeur de 1 ① soit 5, & de 1 sec. ① sera nécessairement 10. **Explication du requis.** Il faut demonst. le requis du theoreme. **Demonstration Arithmetique.** Comme 3 (nombre des sec. ①) à 2 (excès de 5 valeur de 1 ①, sur 3 nombre de multitude de sec. ①.) Ainsi 6 (excès de 10 valeur de 1 sec. ①, sur 4 nombre de multitude de ①) à 4, nombre de multitude de ①. **Autre demonstration Geometrique.** Soit AB 1 ① 5, & AC 1 sec. ① 10, leur produit CB sera 1 ① M sec. ①; Puis soit AD 3, nombre de multitude des sec. ①, doncques CD sera 3 sec. ①. Puis soit menée la ligne EFG, ainsi que ED soit égal à FH, & soit AE 4, nombre de multitude de ①, ergo EB sera 4 ①. Nous avons doncques en ceste figure, les égales quantitez proposées, à sçavoir 1 ① M sec. ① en C B, égales à 3 sec. ① en CD + 4 ① en EB.



Or que la raison de AD 3 (nombre de multitude de sec. ①) à DB 2 (excès de AB 5, valeur de 1 ①, sur AD 3, nombre de multitude de sec. ①) est comme de E C 6 (excès de AC 10, valeur de 1 sec. ①, sur AE 4, nombre de multitude

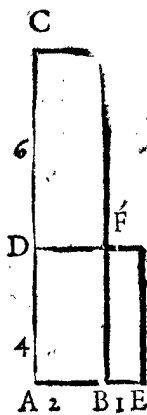
de ①) à AE 4 (nombre de multitude de ①) est par leurs nombres manifeste. Mais pour demonst. le mesmè geometriquement, il faut sçavoir, que FH est égale à ED, par l'hypothese: Ergo par le 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme AD, à FG, ou à DB, ainsi GH, ou CE, à EA. **Conclusion.** Quand doncques 1 ① M sec. ① est égal, &c. ce qu'il falloit demonst.

Cardane audict livre *Ars Magna cap. 10.* à la quatrieme demonstration dict ainsi: *Quod si productum, ex re in quantitatem, quantitatibus & rebus comparetur, consurgent duo modi tantum.* le sens est, que de la comparaison de 1 ① M sec. ① à quelques sec. ①, & quelques ①, procedent seulement deux manieres, à sçavoir celles des deux theoremes precedens: Mais nous y avons aperceu la troisieme que nous descrivons en ceste sorte:

**THEOREME III.**

**Q**uand quelques sec. ①, sont égales à 1 ① M sec. ① + quelques ①: Alors comme l'excès du nombre de multitude des sec. ①, sur la valeur de 1 ①, à la valeur de 1 ①, ainsi le nombre de multitude de ①, à la valeur de 1 sec. ①.

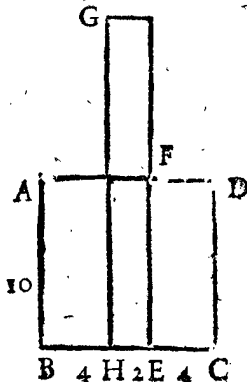
**Explication du donné.** Soient 10 sec. ①, égales à 1 ① M sec. ① + 3 ①; Et la valeur de 1 ① soit 4, & de 1 sec. ① sera nécessairement 2. **Explication du requis.** Il faut demonst. le requis du theoreme. **Demonstration Arithmetique.** Comme 6 (excès du nombre de multitude des 10 sec. ①, sur la valeur de 1 ① 4) à 4 (valeur de 1 ①) ainsi 3 (nombre de multitude des 3 ①) à 2, valeur de 1 sec. ①. **Autre demonstration Geometrique.** Soit AB 1 sec. ① 2, & AC 10, nombre de multitude de sec. ①, leur produit sera CB 10 sec. ①. Puis soit fait le rectangle DE égal à CF, & soit DA 1 ①, de laquelle la valeur 4, & AE, soit 3. Nous avons doncques en ceste figure les égales quantitez proposées; Car DB est 1 ① M sec. ①, & DE 3 ①, lesquelles ensemble sont égales à CB 10 sec. ①. Or que la raison de CD 6 (excès de AC 10 nombre de multitude de sec. ①, sur DA 4, valeur de 1 ①) à DA 4 (valeur de 1 ①) est comme AE 3 (nombre de multitude de ①) à AB 2 (valeur de 1 sec. ①) est par leurs nombres manifeste. Mais pour demonst. le mesmè geometriquement, faut sçavoir que CF est égale à la DE par l'hypothese. Ergo par la 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme CD à DA, ainsi AE à DF ou à AB. **Conclusion.** Quand doncques quelques sec. ① sont égales à &c. ce qu'il falloit demonst.



**THEOREME IV.**

**Q**uand 1 ②, est égale à quelques ① M sec. ① + quelques sec. ①: Alors comme la valeur de 1 ①, à la valeur de 1 sec. ①, ainsi le nombre de multitude de sec. ①, à l'excès de la valeur de 1 ①, sur le produit du nombre de multitude des ①, par la valeur de 1 sec. ①. Item la valeur de 1 ①, est moyen proportionel, entre la valeur de 1 sec. ①, & la somme du nombre de multitude des sec. ①, & la valeur des ①.

**Explication du donné.** Soit 1 ② égale à 3 ① M sec. ① + 2 sec. ①; Et la valeur de 1 ① soit 10, & de 1 sec. ① sera nécessairement 2. **Explication du requis.** Il faut demonst. le requis du theoreme. **Demonstration Arithmetique.** Comme 10 (valeur de 1 ①) à 2 (valeur de 1 sec. ①) ainsi 20 (nombre de multitude des sec. ①) à 4 (excès de 10 valeur de 1 ①, sur 6 produit de 3 nombre de multitude des ①, par 2 valeur de 1 sec. ①.) Item 10 (valeur de 1 ①) est moi



proportionel entre 2 (valeur de 1 sec. ①) & 50 somme de 20 nombre des sec. ① & de 30 valeur des 3 ①. **Autre demonstration Geometrique.** Soit AB 1 ① 10, & ABCD, sera 1 ②. Puis soit menée la ligne EF, ainsi que AE soit 3 ① M sec. ①. Puis soit descript le rectangle GE, égal au rectangle FC, & soit EH, 1 sec. ① 2, & HG 20: Ergo GE fait 20 sec.

20 sec. ①. Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez donnees. Or que la raison de AB 10 (valeur de 1 ①) à HE 2 (valeur de 1 sec. ①) est comme GH 20 (nombre de multitude des sec. ①) à EC 4 (exces de CB 10 valeur de 1 ① sur EB 6) est par leurs nombres manifeste.

Mais pour demonstrier ceci geometriquement, il faut sçavoir que FC, est egal à GE par l'hypothese; Ergo par la 16 proposition du sixiesme livre d'Euclide, comme DC ou AB, à HE, ainsi GH, à EC.

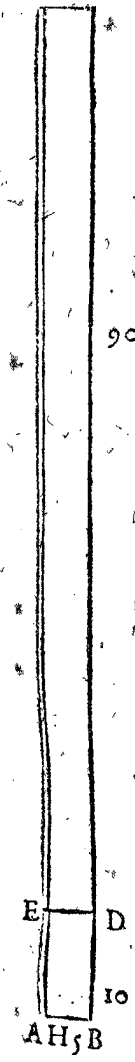
Conclusion. Quand doncques 1 ② est egale à quelques, &c. ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME. V.

Quand 1 ① M sec. ①, est egale à quelques ② + quelques sec. ①; Alors comme la valeur de 1 sec. ①, à la valeur de 1 ①, ainsi l'exces de la valeur de 1 sec. ①, sur le produit de la valeur de 1 ①, par le nombre de multitude des ②, au nombre de multitude des sec. ①. Item la valeur de 1 ① est moyen proportionel, entre le quotient procedant de la division de la valeur de la sec. ①, par le nombre de multitude des ②, & la reste procedante de la subtraction du nombre des sec. ①, de la valeur de 1 ①.

Explication du donne. Soit 1 ① M sec. ① egale à 2 ② + 4 1/2 sec. ①; Et la valeur de 1 ① soit 5, & de 1 sec. ① fera necessairement 100. Explication du requis. Il faut demonstrier le requis du theoreme. Demonstration Arithmetique. Comme 100 (valeur de 1 sec. ①) à 5 (valeur de 1 ①) Ainsi 90 (exces de 100 valeur de 1 sec. ①, sur 10 produit de 5 valeur de 1 ①, par 2 nombre des ②) à 4 1/2 (nombre de multitude des sec. ①.)

Item 5 (valeur de 1 ①) est moyen proportionel entre 50 (quotient procedant de la division de 100 valeur de 1 sec. ①, par le nombre des ②) & 1/2 (reste procedant de la subtraction de 4 1/2 nombre de multitude des sec. ① de 5 valeur de 1 ①) Autre demonstrat. Geometr. Soit AB 1 ① 5, & BC 1 sec. ① 10, doncques AC, est 1 ① M sec. ①, la mesme soit egale à 3 ② + 4 1/2 sec. ①. Puis soit la ligne BD, double à la AB (double par ce que le nombre de multitude de ② est 2) Doncques (veu que AB est 1 ①, & BD 2 ①) le rectangle AD, sera 2 ②, & la reste EC sera 4 1/2 sec. ①. Puis soit mennee la ligne FH, ainsi que FB soit egale à EC, donc EC sera 4 1/2 sec. ①, à sçavoir FC 4 1/2, par CB 1 sec. ①.



Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez donnees. Or que la raison de BC 100 (valeur de 1 sec. ①) à AB 5 (valeur de 1 ①) est comme DC 90 (exces de CB 100 valeur de 1 sec. ①, sur DB 10 produit de 5, valeur de AB 1 ①, par 2, nombre des ②) à FC 4 1/2 (nombre de multitude des sec. ①) est par leurs nombres manifeste; Mais pour demonstrier le mesme geometriquement, faut sçavoir que FB, est egal à EC, par l'hypothese: Ergo par la 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme BC, à ED, ou AB, ainsi DC, à FC.

Conclusion.

Quand doncques 1 ① M sec. ①, est egale à quelques ②, &c. ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME VI.

Quand quelques sec. ①, sont egales à 1 ① M sec. ① + quelques ②: Alors comme le nombre de multitude des sec. ①, à la somme de la valeur de 1 sec. ①, & le produit du nombre de multitude des ②, par la valeur de 1 ①, ainsi la valeur de 1 ①, à la valeur de 1 sec. ①. Item la valeur de 1 ① est moyen proportionel entre la valeur de 1 sec. ①, & le quotient procedant de la division de l'exces du nombre de multitude des sec. ①, sur la valeur de 1 ①, par le nombre des ②.

Explication du donne. Soient 4 sec. ① egales à 1 ① M sec. ① + 6 ②. Et la valeur de 1 ① soit 2, & de 1 sec. ① fera necessairement 12. Explication du requis. Il faut demonstrier le requis du theoreme. Demonstration Arithmetique. Comme 4 (nombre de sec. ①) à 24 (somme de 12 valeur de 1 sec. ①, & 12 produit de 6 nombre de multitude des ② par 2 valeur de 1 ①) ainsi 2 (valeur de 1 ①) à 12 (valeur de 1 sec. ①.)

Item 2 (valeur de 1 ①) est moyen proportionel entre 12 (valeur de 1 sec. ①) & 1/3 (quotient procedant de la division de 4 exces de 4 nombre de multitude des sec. ①, sur 2 valeur de 1 ①, par 6 nombre des ②.)

Autre demonstration Geometrique. Soit AB 1 sec. ① 12, & BC 4; Doncques CA seront 4 sec. ① egales par l'hypothese, à 1 ① M sec. ① + 6 ②, les mesmes soient DE, à sçavoir DA 1 ① 2, parquoy DB 1 ① M sec. ①, & BE, sera sextuple à FB 1 ①, c'est à dire que BE fera 6 ①, ergo FE 6 ②.

Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez donnees. Or que la raison de CB 4 (nombre de multitude des sec. ①) à AE 24 (somme de AB 12 valeur de 1 sec. ①, & BE 12 produit de 6 nombre de multitude des ② par 2 valeur de 1 ①) est comme DA 2 (valeur de 1 ①) à AB 12 (valeur de 1 sec. ①) est par leurs nombres manifeste.



Mais pour demonstrier le mesme geometriquement faut sçavoir que CA est egal à DE par l'hypothese: Ergo par la 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme CB, à AE, ainsi DA, à AB. Conclusion. Quand doncques quelques sec. ① sont egales à &c. ce qu'il falloit demonstrier.

Estant doncques ainsi achevee la reigle de proportion des quantitez, nous viendrons à leur reigle de faux. Il est bien vray que suivant l'ordre des nombres Arithmetiques & Radicaux precedens, qu'il nous faudroit premiere-ment descrire la reigle de proportionelle partition des quantitez, qui seroit chose assez facile, mais ne voyant pour le present leur utilite nous la passerons outre.

Sixiesme distinction, de la reigle des faux des nombres algebrayes, dicte reigle de

ALGEBRE.

PROBLEME LXXXI.

Estant proposee question qui se solve par Algebre: La solver par Algebre.

Or nous sommes venuz au dernier probleme de ce livre, qui est de la tressinguliere & admirable Reigle d'Alge-

d'Algebre, l'Inexhauste fontaine d'infiniz Theoremes Arithmetiques; Revelatrice des mysteres cachez en nombres; De laquelle nous avons declaré la methode par similitude, en nombres Arithmetiques, au 16 probleme, nous la demonstretons maintenant par effect en la chose mesme. Mais avant que nous y venions, il faut encote dire un mot, à sçavoir: Comme il est mestier à l'apprentif, avant qu'il vienne à la reigle de faux des nombres Arithmetiques (que nous avons descript au dict 16 probleme) qu'il cognoisse les lettres des cyffres, qu'il sache les quatre generales numerations, & la reigle de trois des nombres Arithmetiques, qui au paravant avoient esté descriptes, sans le quel il commenceroit desordonnement, & à peu de prouffit, à icelle Reigle des faux, parce qu'elles sont matiere & instrumens, par lesquels il faut operer: Tout ainsi est il necessaire, avant que venir à ceste Reigle de Faux, ou Algebre, que l'on cognoisse ses propres caracteres, ses quatre numerations generales, Reduction, & Reigle de proportion de ses nombres Algebriques. Lesquelles sont copieusement descriptes aux precedens, & sans la cognoissance d'icelles, on commencera desordonnement, & à peu d'utilité, parce qu'elles sont aussi matiere & instrumens, necessaires à l'operation d'icelle.

Item comme il n'estoit pas le lieu, d'enseigner ou repeter la maniere Ajouter, Soustraire, Multiplier, Diviser, &c. des nombres Arithmetiques, Mais cela se faisoit au paravant en son propre lieu: Ainsi ne sera ce pas ici le lieu de repeter en ceste operation la maniere d'AJouter, Soustraire, Multiplier, Diviser, Reduire, trouver quatriesme proportionel, des nombres Algebriques; Car cela confondroit & nostre distinct ordre, & mesme l'apprentif; mais il faut que tout ceci s'apprenne aux precedens; Ce que nous conseillons de faire à ceux qui en requierent facilement parvenir à chef.

QUESTION I.

**T**rouvons un nombre, qui avec sa moitié, face 18.

CONSTRUCTION.

|                       |                                 |
|-----------------------|---------------------------------|
| Soit le nombre requis | $1 \textcircled{1}$             |
| Sa moitié             | $\frac{1}{2} \textcircled{1}$   |
| Leur somme            | $1 \frac{1}{2} \textcircled{1}$ |
| Egale à               | 18                              |

Puis on mettra une ligne, joignant les nombres algebriques, & alors leur disposition sera comme cy dessus:

Puis on dira,  $1 \frac{1}{2} \textcircled{1}$  est egale, ou vaut 18, combien  $1 \textcircled{1}$  fait par le 67 probl. 12. Doncques  $1 \textcircled{1}$  premier en l'ordre vaut 12, & la  $\frac{1}{2} \textcircled{1}$  second en l'ordre vaudra (par le 66 probleme) 6, & la  $1 \frac{1}{2} \textcircled{1}$  troisieme en l'ordre vaudra 18; Lesquelles valeurs se mettront chascune joignant sa quantité, & sera alors la disposition des caracteres de la construction (lesquelles nous descrivons autre fois en ceste premiere question pour plus grande evidence) comme ci dessous:

|                       |                                 |    |
|-----------------------|---------------------------------|----|
| Soit le nombre requis | $1 \textcircled{1}$             | 12 |
| Sa moitié             | $\frac{1}{2} \textcircled{1}$   | 6  |
| Leur somme            | $1 \frac{1}{2} \textcircled{1}$ | 18 |
| Egale à               | 18                              | 18 |

Je di que 12 est le nombre requis. *Demonstration.* 12 avec sa moitié 6, fait selon le requis 18; ce qu'il falloit demonstrier.

**N O T A.** Semblable sera la methode, en toutes les questions suivantes; à sçavoir apres que (par operation conforme à la petition) on aura trouvé deux quantitez

egales, on trouvera par icelles la valeur de  $1 \textcircled{1}$ , par laquelle probleme des problemes 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. à luy respondant; qui estant connu, on trouvera par la mesme valeur de  $1 \textcircled{1}$ , la valeur de toutes les quantitez en l'ordre, par le 66 probleme; & l'on aura les nombres requis à la proposition.

L'on peut aussi souventesfois trouver les autres nombres requis par le premier nombre trouvé, sans trouver par le 66 probleme la valeur des quantitez de l'ordre. Par exemple, sçachant cy dessus, que le nombre requis est 12, nous pourrions prendre sa moitié, qui est 6, & l'ajouter à 12, fait selon le requis 18; de sorte que par l'une & l'autre maniere l'on vient à la desirée solution; Mais par ce qu'il vient souventesfois, que la raison du nombre premier trouvé est aux autres nombres requis trop obscure, voire aucunesfois pas determinée, comme il apparoitra en plusieurs questions du second livre de Diophante, & autres suivants; l'on trouvera alors la valeur des quantitez en l'ordre, comme dessus, par le moyen du 66 probleme.

Item la ou (au commencement de la construction) nous avons posé pour le nombre requis  $1 \textcircled{1}$ : On peut poser nombre algebrique quelconque, & tel qui en l'operation nous semblera le plus commode, selon la qualité de la question. Par exemple, si à cause d'eviter fraction, nous eussions voulu poser pour le nombre requis,  $2 \textcircled{1}$ , sa moitié sera  $1 \textcircled{1}$ , font ensemble  $3 \textcircled{1}$ , égales à 18, & par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudroit 6: Ergo les proposees  $2 \textcircled{1}$  (par le 66 probleme) vaudroient 12, qui est le mesme, ce que dessus valoit la posée  $1 \textcircled{1}$ , & nous vient la mesme solution.

Prennons autrefois pour nombre requis  $4 \textcircled{2}$ , sa moitié sera  $2 \textcircled{2}$ , font ensemble  $6 \textcircled{2}$  égales à 18, & par le 78 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 3; Ergo les  $4 \textcircled{2}$  par le 66 probleme vaudront comme dessus 12. Et ainsi d'autres quantitez quelconques.

QUESTION II.

**P**artons 5 en deux parties telles, que leur produit soit 6.

N O T A.

Nous dirons icy encore une fois pour tout, que les nombres derriere la ligne, sont les nombres de la solution; à sçavoir les valeurs des nombres algebriques, auxquels ils correspondent, & se mettent apres que la valeur de  $1 \textcircled{1}$  est trouvée.

CONSTRUCTION.

|                                |  |   |
|--------------------------------|--|---|
| Soit l'une partie              | $1 \textcircled{1}$                      | 3 |
| Et l'autre sera necessairement | $-1 \textcircled{1} + 5$                 | 2 |
| Leur produit                   | $-1 \textcircled{2} + 5 \textcircled{1}$ | 6 |
| Egales à                       | 6  | 6 |

Lesquels termes reduits, par la 4 reigle devant le 66 probleme, à sçavoir mettant la superieure quantité seule, &c.  $1 \textcircled{2}$  sera egale à  $5 \textcircled{1} - 6$ , & par le 68 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 3, ou 2 soit 3.

Je di que 3 & 2 sont les nombres requis. *Demonstration.* Que 3 & 2 sont les parties de 5, est noroie, & leur produit est 6 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QVE-

**QUESTION III. QUI ENSEMBLE LES**  
 IV. V. VI. QUESTIONS SUIVANTES,  
 servent à l'origine des extractions des  
 racines carrées, des multinomies  
 radicaux du 39 probleme.

**T**rouvons deux nombres tels, que leurs quarez facent 7,  
 & que l'un quarré soustrait de l'autre, reste 1.

CONSTRUCTION.

|  |   |            |
|--|---|------------|
| Soit le premier nombre requis  | $1 \textcircled{1}$                           | 2          |
| Son quarré pour premier quarré   | $1 \textcircled{2}$                           | 4          |
| Ergo le second quarré (puis qu'avec le<br>premier quarré il doit faire 7) fera<br>nécessairement | $-1 \textcircled{2} + 7$                      | 3          |
| Sa racine quarrée, pour le second nombre<br>requis.  | $\sqrt{\text{bino.} - 1 \textcircled{2} + 7}$ | $\sqrt{3}$ |
| Difference des quarez  | $2 \textcircled{2} - 7$                       | 1          |
| Egale à  | 1   |            |

Lesquels termes reduicts,  $2 \textcircled{2}$  seront egales à 8; Et par  
 le 78 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 2.

Je di, que  $2 \& \sqrt{3}$  sont les deux nombres requis.

*Demonstration.* Les deux quarez de  $2 \& \sqrt{3}$ , qui  
 sont  $4 \& 3$ , font ensemble 7. Item soustrait  $3$  de  $4$   
 reste 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

**NOTA.** L'on pourroit encore faire ceste constru-  
 ction ainsi:

|   |   |            |
|---|---|------------|
| Soit le premier nombre requis   | $1 \textcircled{1}$                         | $\sqrt{3}$ |
| Son quarré pour le premier quarré   | $1 \textcircled{2}$                         | 3          |
| Ergo le second quarré (puis que du premier<br>il doibt differer en 1) fera $+1$ ou $-1$ ,<br>soit | $1 \textcircled{2} + 1$                     | 4          |
| Sa racine quarrée pour le second nombre<br>requis   | $\sqrt{\text{bino.} 1 \textcircled{2} + 1}$ | 2          |
| Somme des quarez  | $2 \textcircled{2} + 1$                     | 7          |
| Egale à   | 7   |            |

Lesquels termes reduicts  $2 \textcircled{2}$  seront egales à 6; Et  
 par le 78 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\sqrt{3}$ . & les deux nom-  
 bres requis seront comme dessus  $2 \& \sqrt{3}$ .

QUESTION IV.

**T**rouvons deux nombres tels, que le double de leur produit  
 soit  $\sqrt{48}$ , & la somme de leurs quarez 7.

CONSTRUCTION.

|   |  |            |
|---|--|------------|
| Soit le premier nombre requis.  | $1 \textcircled{1}$                                | 2          |
| Ergo le second nombre (puis qu'il faut que<br>le double du produit du premier & se-<br>cond soit $\sqrt{48}$ ) fera | $\frac{\sqrt{12}}{1 \textcircled{1}}$              | $\sqrt{3}$ |
| Le quarré du premier nombre est   | $1 \textcircled{2}$                                | 4          |
| Le quarré du second nombre est  | $\frac{12}{1 \textcircled{2}}$                     | 3          |
| La somme des quarez   | $\frac{1 \textcircled{4} + 12}{1 \textcircled{2}}$ | 7          |
| Egale à   | 7  |            |

Lesquels termes reduicts,  $1 \textcircled{4}$  sera egale à  $7 \textcircled{2} - 12$ .  
 Et par le 78 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 2.

Je di, que  $2 \& \sqrt{3}$  sont les deux nombres requis. *Demonstration.*  
 Le produit de  $2 \& \sqrt{3}$ , est  $\sqrt{12}$ , son double  
 $\sqrt{48}$ ; Item la somme des quarez de  $2 \& \sqrt{3}$ , est 7, selon  
 le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

**NOTA.** L'on pourroit encore faire ceste constru-  
 ction ainsi:

|   |                     |   |
|---|---------------------|---|
| Soit le premier nombre requis               | $1 \textcircled{1}$ | 2 |
| Son quarré pour le premier quarré           | $1 \textcircled{2}$ | 4 |
| Ergo le second quarré (puis qu'avec le pre- |                     |   |

|  |  |             |
|--|--|-------------|
| mier quarré il doibt faire 7) sera neces-<br>sairement   | $-1 \textcircled{2} + 7$                                       | 3           |
| Sa racine quarrée pour le second nombre<br>requis  | $\sqrt{\text{bino.} - 1 \textcircled{2} + 7}$                  | $\sqrt{3}$  |
| Produit du premier & second nombre,<br>est $\sqrt{\text{bino.} - 1 \textcircled{4} + 7 \textcircled{2}}$ ; son dou-<br>ble | $\sqrt{\text{bino.} - 4 \textcircled{4} + 28 \textcircled{2}}$ | $\sqrt{48}$ |
| Egales à   | $\sqrt{48}$  |             |

Lesquels termes reduicts  $1 \textcircled{4}$  sera egale à  $7 \textcircled{2} - 12$ ;  
 Et par le 78 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 2, & les deux nom-  
 bres requis seront comme dessus  $2 \& \sqrt{3}$ .

QUESTION V.

**T**rouvons trois nombres tels, que le double du produit du  
 premier & second, soit  $\sqrt{60}$ ; Et le double du produit  
 du premier par le troisieme, soit  $\sqrt{40}$ ; Et le double du produit  
 du second par le troisieme, soit  $\sqrt{24}$ .

CONSTRUCTION.

|   |  |             |
|---|--|-------------|
| Soit le premier nombre requis   | $1 \textcircled{1}$                    | $\sqrt{5}$  |
| Ergo le second (puis qu'il faut que le dou-<br>ble du produit du premier & second<br>soit $\sqrt{60}$ ) fera              | $\frac{\sqrt{15}}{1 \textcircled{1}}$  | $\sqrt{3}$  |
| Et le troisieme (puis qu'il faut que le dou-<br>ble du produit du premier & troisieme<br>soit $\sqrt{40}$ ) fera          | $\frac{\sqrt{10}}{1 \textcircled{2}}$  | $\sqrt{2}$  |
| Le produit du second $= \frac{\sqrt{15}}{1 \textcircled{1}}$ & troisieme-<br>me $\frac{\sqrt{10}}{1 \textcircled{2}}$ est | $\frac{\sqrt{600}}{1 \textcircled{2}}$ | $\sqrt{24}$ |
| Egal à  | $\sqrt{24}$                            |             |

Lesquels termes reduicts  $\sqrt{24} \times \textcircled{2}$  seront egales à  
 $\sqrt{600}$ ; Et par le 78 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\sqrt{5}$ .

Je di que  $\sqrt{5} \& \sqrt{3} \& \sqrt{2}$  sont les trois nombres  
 requis. *Demonstration.* Le produit de  $\sqrt{5} \& \sqrt{3}$ , est  
 $\sqrt{15}$ , son double  $\sqrt{60}$ ; Item le produit de  $\sqrt{5}$   
 $\& \sqrt{2}$ , est  $\sqrt{10}$ , son double  $\sqrt{40}$ ; Item le produit de  
 $\sqrt{3} \& \sqrt{2}$ , est  $\sqrt{6}$ , son double  $\sqrt{24}$ , selon le re-  
 quis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION VI.

**T**rouvons quatre nombre tels, que le double du produit du  
 premier & second, soit  $\sqrt{140}$ ; Et du premier & troisieme  
 $\sqrt{84}$ ; Et du second & troisieme  $\sqrt{60}$ ; Et du premier & qua-  
 trieme  $\sqrt{56}$ ; Et du second & quatrieme  $\sqrt{40}$ ; Et du  
 troisieme & quatrieme  $\sqrt{24}$ .

CONSTRUCTION.

|  |   |             |
|--|---|-------------|
| Soit le premier nombre<br>requis                   | $1 \textcircled{1}$                     | $\sqrt{7}$  |
| Ergo le second                                     | $\frac{\sqrt{35}}{1 \textcircled{1}}$   | $\sqrt{5}$  |
| Ergo le troisieme                                  | $\frac{\sqrt{21}}{1 \textcircled{2}}$   | $\sqrt{3}$  |
| Ergo le quatrieme                                  | $\frac{\sqrt{14}}{1 \textcircled{3}}$   | $\sqrt{2}$  |
| Double du produit du se-<br>cond & troisieme       | $\frac{\sqrt{2940}}{1 \textcircled{2}}$ | $\sqrt{60}$ |
| Double du produit du second<br>& quatrieme         | $\frac{\sqrt{1960}}{1 \textcircled{3}}$ | $\sqrt{40}$ |
| Double du produit du<br>troisieme & qua-<br>trieme | $\frac{\sqrt{1176}}{1 \textcircled{3}}$ | $\sqrt{24}$ |

Somme de ces trois pro-  
 duits (quand aux au-  
 tres produits requis  
 les mesmes se trouvent  
 selon la question) est

|   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| $\frac{\sqrt{2940} - \sqrt{1960} - \sqrt{1176}}{1 \textcircled{2}}$ | $\sqrt{60} - \sqrt{40} - \sqrt{24}$ |
|---|-------------------------------------|

Egale à  $\sqrt{60} - \sqrt{40} - \sqrt{24}$   
 Lesquels termes reduicts  $\sqrt{60} \times \textcircled{2} + \sqrt{40} \times \textcircled{2} -$   
 $24 \times$

24 X ② seront egales à  $\sqrt{1940} - \sqrt{1960} - \sqrt{1176}$ ; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra  $\sqrt{7}$ .

Je di, que  $\sqrt{7}$ , &  $\sqrt{5}$ , &  $\sqrt{3}$ , &  $-\sqrt{2}$ , sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* Le double du produit de  $\sqrt{7}$  &  $\sqrt{5}$ , est  $\sqrt{140}$ ; Et de  $\sqrt{7}$  &  $\sqrt{3}$ , est  $\sqrt{84}$ ; Et de  $\sqrt{5}$  &  $\sqrt{3}$ , est  $\sqrt{60}$ ; Et de  $\sqrt{7}$  &  $-\sqrt{2}$  est  $-\sqrt{56}$ ; Et de  $\sqrt{5}$  &  $-\sqrt{2}$  est  $-\sqrt{40}$ ; Et de  $\sqrt{3}$  &  $-\sqrt{2}$ , est  $-\sqrt{24}$ , selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION VII, LA QUELLE ENSEMBLE LES QUESTIONS SUIVANTES jusques à la 18 servent aux originés des constructions des problemes 69.

71. 72. 73. 75. 76. 77.

**T**rouver deux nombres tels, que leur produit soit 2, & la somme de leurs cubes 40.

CONSTRUCTION.

|  |                 |   |
|--|-----------------|---|
| Soit le premier nombre requis  | 1 ①             | $\sqrt{③} \text{ bino. } 20 + \sqrt{392}$ |
| Ergo le second nombre, à fin que le produit du premier & second soit 2 (qui se trouve divisant 2 par 1 ①) sera | $\frac{2}{1 ①}$ | $\sqrt{3 \frac{8}{20 + \sqrt{392}}}$      |
| Le cube du premier nombre  | 1 ③             | $20 + \sqrt{392}$                         |
| Le cube du second nombre   | $\frac{8}{1 ③}$ | $\frac{8}{20 + \sqrt{392}}$               |
| Somme des cubes 1 ③ + $\frac{8}{1 ③}$  |                 | 40  |
| Egale à  | 40              |   |

Lesquels reduicts 1 ⑥ sera egale à  $40 ③ - 8$ ; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra  $\sqrt{3 \text{ bino. } 20 + \sqrt{392}}$ .

Je di que  $\sqrt{③} \text{ bino. } 20 + \sqrt{392}$  &  $\sqrt{③} \frac{8}{20 + \sqrt{392}}$  sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Leur produit par le 40 probleme est 2, & la somme de leurs cubes par le 28 probleme est 40, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA. Ceste question (comme nous avons dict à l'origine du 69 probleme) sert pour declaration de la construction du mesme 69 probleme; Mais il faut sçavoir qu'icelle construction est colligée des nombres procedans de l'invention du valeur de 1 ①, quand 1 ⑥ vaut  $40 ③ - 8$ .

Quant à ce que l'on prend la pour le deuxiesme nombre  $\sqrt{③} \text{ bino. } 20 - \sqrt{392}$ , & que nous trouvons icy  $\sqrt{③} \frac{8}{20 + \sqrt{392}}$ , il faut sçavoir, que c'est tout le mesme par le 27 probleme. car divisant le numerateur 8 par le denominateur  $20 + \sqrt{392}$ , &c. Doncques pour éviter fraction, on prend la toujours le binomie disoinct, respondant au premier conjoint. Et le semblable s'entendra sur la 8 question suivante:

QUESTION VIII.

**T**rouvons deux nombres tels, que leur produit soit 2, & la difference de leurs cubes 20.

CONSTRUCTION.

|  |                 |   |
|--|-----------------|---|
| Soit le premier nombre requis  | 1 ①             | $\sqrt{③} \text{ bino. } \sqrt{108 + 10}$ |
| Ergo le second nombre à fin que le produit du premier & second soit 2 sera | $\frac{2}{1 ①}$ | $\sqrt{3 \frac{8}{108 + 10}}$             |

Le cube du premier nombre

Le cube du second nombre

Difference des cubes est 1 ③ -  $\frac{8}{1 ③}$

ou bien  $1 ③ + \frac{8}{1 ③}$  soit 1 ③ -  $\frac{8}{1 ③}$

Egale à

Lesquels reduicts 1 ⑥ sera egale à  $20 ③ + 8$ ; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra  $\sqrt{③} \text{ bino. } \sqrt{108 + 10}$ .

Je di que  $\sqrt{③} \text{ bino. } \sqrt{108 + 10}$  &  $\sqrt{③} \frac{8}{108 + 10}$  sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Leur produit (par le 40 probleme) est 2, & la difference de leurs cubes (par le 29 probleme) est 20, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION IX.

**T**rouvons un nombre cubique, qui avec 6, face autant comme le costé dudit cube, multiplié par 7.

CONSTRUCTION.

|   |         |        |
|---|---------|--------|
| Soit le nombre cubique  | 1 ③     | 27     |
| Auquel ajoutée 6 fait   | 1 ③ - 6 | 21     |
| Egal à 1 ① (costé cubique du premier en l'ordre) multiplié par 7 qui est a          |         | 7 ① 21 |
| Lesquels reduicts, 1 ③ sera egale à $7 ① + 6$ ; Et par le 66 probleme 1 ① vaudra 3. |         |        |

Je di, que 27 est le nombre requis. *Demonstration.* 27 est le nombre cubique qui avec 6 fait 21. Aussi fait 21, le costé 3 dudit cube multiplié par 7; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION X.

**T**rouvons deux nombres tels, que leur produit soit 400, & du cube de l'un, soustraiets les six quarez du mesme nombre, la reste soit 400.

CONSTRUCTION.

|  |                                |      |
|--|--------------------------------|------|
| Soit le premier nombre requis                                    | 1 ①                            | 40   |
| Le second doncques sera necessairement                           | $\frac{400}{1 ①}$              | 10   |
| Son cube   | $\frac{64000}{1 ③}$            | 1000 |
| Duquel soustraiets les six quarez du second en l'ordre, qui sont | $\frac{260000}{1 ③}$           | 600  |
| Reste  | $\frac{-960000 + 640000}{1 ③}$ | 400  |
| Egal à   |                                | 400  |

Lesquels reduicts, 1 ③ sera egale a  $-2400 ① + 160000$ , & par la 2 differ. du 69 prob. la 1 ① vaudra 40.

Je di, que 40 & 10, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produit de 40 & 10, est 400, & du cube du 10, qui est 1000, soustraiets 600, pour les six quarez de 10, reste 400; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XI.

**T**rouvons deux nombres tels; que le quarré de la moitié du premier soit egal au second, & que le produit du premier par le second + 5, soit 36.

CONSTRUCTION.

|  |                 |                              |
|--|-----------------|------------------------------|
| Soit le premier nombre requis  | 1 ①             | 4                            |
| Sa moitié est $\frac{1}{2}$ ①, son quarré $\frac{1}{4}$ ②; ergo le second nombre | $\frac{1}{4}$ ② | 4                            |
| Produit du premier 1 ①, par le second $\frac{1}{4}$ ② + 5                        |                 | est $\frac{1}{4}$ ③ + 5 ① 36 |
| Egale à  |                 | 36                           |

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale à  $-20 ① + 144$ ; Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 4.

Je di, que 4 & 4 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le quarré de la moitié du premier nombre

duict de 4 par 4 + 5 (qui est le premier nombre par le second + 5) est 36, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XII.

Trouvons deux nombres tels, que le quarré de la moitié du premier soit egal au second, & que le produict du premier + 3 par le second + 16, soit 225.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1}$  | 6  
 Sa moitié est  $\frac{1}{2} \textcircled{1}$ , son quarré  $\frac{1}{4} \textcircled{2}$ ; Ergo le second nombre  $\frac{1}{4} \textcircled{2}$  | 9  
 Produict du premier  $1 \textcircled{1} + 3$ , par le second  $\frac{1}{4} \textcircled{2} + 16$ , est  $\frac{1}{4} \textcircled{3} + \frac{3}{4} \textcircled{2} + 16 \textcircled{1} + 48$  | 225  
 Egales à  $225$

Lesquels reduicts  $1 \textcircled{3}$  sera egale à  $-3 \textcircled{2} - 64 \textcircled{1} + 708$ ; Et par le 71 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 6.

Je di, que 6 & 9 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le quarré de la moitié du premier nombre 6 est 9, & est egal au second nombre 9; Item le produict du premier 6 + 3, par le second 9 + 16, est 225, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XIII.

Trouvons deux nombres tels, que leur produict soit 3, & que le produict de l'un nombre par 2, ajousté à la potence de quatre quantité dudit un nombre, la somme soit aussi 3.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1}$  | 3  
 Ergo le second nombre sera  $\frac{3}{1 \textcircled{1}}$  | 1  
 Qui multiplié par 2 fait  $\frac{6}{1 \textcircled{2}}$  | 3  
 Le mesme ajousté à la potence de quatre quantité du second nombre second en l'ordre, qui est  $\frac{81}{1 \textcircled{4}}$  | 1  
 Fait  $\frac{6(3) + 81}{1(4)}$  | 3  
 Egales à  $3$

Lesquels reduicts,  $1 \textcircled{4}$  sera egale à  $2 \textcircled{3} + 27$ ; Et par le 74 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 3.

Je di, que 3 & 1 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 3 & 1, est 3; Et le produict de 1 par 2 est 2, qui ajousté à la potence de quatre quantité dudit 1, la somme est aussi 3; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XIV.

Trouvons deux nombres tels, que leur produict soit 27, & de la potence de quatre quantité de l'un, sousttraicts ses deux cubes, la reste soit aussi 27.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1}$  | 9  
 Ergo le second nombre sera  $\frac{27}{1 \textcircled{1}}$  | 3  
 Sa potence de quatre quantité  $3^3 \frac{144}{1(3)}$  | 81  
 De laquelle sousttraicts les deux cubes du second nombre second en l'ordre, qui sont  $\frac{3 \cdot 27 \cdot 66}{1(3)}$  | 54  
 Reste  $\frac{-3 \cdot 93 \cdot 66 + 3 \cdot 144 \cdot 1}{1(4)}$  | 27  
 Egales à  $27$

Lesquels reduicts,  $1 \textcircled{4}$  sera egale à  $-1458 \textcircled{1} + 19683$ ; Et par le 72 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 9.

Je di, que 9 & 3 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 9 & 3 est 27; Puis de la potence de quatre quantité de 3 qui est 81, sousttraicts les deux cubes dudit 3, qui sont 54, la reste est aussi 27, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XV.

Trouvons un  $\textcircled{1}$ , qui appliqué à  $1 - 3$ , & puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication de quantitez algebriques. & au dernier nombre du produict ajousté  $3 \frac{1}{5}$ : qu'alors le quarré de la moitié du quatriesme, soit egal au produict du troisesme par le cinquesme.

CONSTRUCTION.

Soit le nombre requis  $-1 \textcircled{1}$  | -2  
 Qui appliqué à  $1 - 3$  fait  $1 - 3 - 1 \textcircled{1}$ .  
 multiplions les par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebriques en ceste sorte:

|                      |                      |                          |                      |
|----------------------|----------------------|--------------------------|----------------------|
| $1$                  | $-3$                 | $-1 \textcircled{1}$     |                      |
| $1$                  | $-3$                 | $-1 \textcircled{1}$     |                      |
| $-1 \textcircled{1}$ | $+3 \textcircled{1}$ | $+1 \textcircled{2}$     |                      |
| $-3$                 | $+9$                 | $+3 \textcircled{1}$     |                      |
| $1$                  | $-3$                 | $-1 \textcircled{1}$     |                      |
| $1$                  | $-3$                 | $-2 \textcircled{1} + 9$ | $+1 \textcircled{2}$ |

Doncques le troisesme nombre du produict est  $-2 \textcircled{1} + 9$  | 5  
 Et le quatriesme  $6 \textcircled{1}$  | 12  
 Et le dernier est  $1 \textcircled{2}$ , auquel selon la question ajousté  $3 \frac{1}{5}$  le dernier sera  $1 \textcircled{2} + 3 \frac{1}{5}$  |  $7 \frac{1}{5}$   
 Reste maintenant que le quarré de  $3 \textcircled{1}$  (moitié du quatriesme) qui est  $9 \textcircled{2}$  | 36  
 Soit egal au produict du troisesme, par le dernier, qui est  $-2 \textcircled{3} + 9 \textcircled{2} - 6 \frac{2}{5} \textcircled{1} + 28 \frac{4}{5}$  | 36

Lesquels reduicts  $1 \textcircled{3}$  sera egale à  $-3 \frac{1}{5} \textcircled{1} + 14 \frac{2}{5}$ ; Et  $1 \textcircled{1}$  par le 69 probleme vaudra 2, & par conséquent la posée  $-1 \textcircled{1}$  vaudra  $-2$ .

Je di, que  $-2$  est le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant  $1 - 3 - 2$ , par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication algebrique, le produict sera  $1 - 6 + 5 + 12 + 4$ ; Doncques le troisesme nombre du produict, est 5, & le quatriesme 12, & le dernier 4: auquel dernier ajousté  $3 \frac{1}{5}$ , fera  $7 \frac{1}{5}$ , qui multiplié par le troisesme 5, fait 36 egal au quarré de 6, moitié du quatriesme, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XVI.

Trouvons un  $\textcircled{1}$  tel, que son quarré +  $3 \frac{1}{3}$ , multiplié par la somme du double d'iceluy  $\textcircled{1}$ , & le quarré de  $-3$ , le produict soit egal au quarré du produict de  $-3$ , par iceluy  $\textcircled{1}$  requis.

CONSTRUCTION.

Soit le nombre requis  $-1 \textcircled{1}$  | -2  
 Son quarré est  $1 \textcircled{2}$ , auquel ajousté  $3 \frac{1}{3}$  fait  $1 \textcircled{2} + 3 \frac{1}{3}$  |  $7 \frac{1}{3}$   
 Qui multiplié par la somme du double du nombre requis, & le quarré de  $-3$  qui est par  $-2 \textcircled{1} + 9$ , fait

|   |  |                          |
|---|--|--------------------------|
| $-2 \textcircled{3} + 9 \textcircled{2} - 6 \frac{2}{3} \textcircled{1} + 28 \frac{4}{3}$ |  | 36                       |
| Egal au quarré du produict de $-3$ par $-1 \textcircled{1}$ premier en l'ordre, qui est à |  | $9 \textcircled{2}$   36 |

Lesquels reduicts  $1 \textcircled{3}$  sera egale à  $-3 \frac{1}{3} \textcircled{1} + 28 \frac{4}{3}$ ; Et par le 69 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 2.

Je di, que  $-2$  est le nombre requis. *Demonstration.* Le quarré de  $-2$  est 4, auquel ajousté  $3 \frac{1}{3}$ , fait  $7 \frac{1}{3}$ , qui multiplié par 5 (5 pour la somme du double de  $-2$

& le carré de  $-3$ , fait  $36$ , qui sont égaux au carré du produit de  $-3$  par iceluy  $-2$ ; selon le requis; ce qu'il falloit démonstrer.

QUESTION XVII.

Trouvons un  $\odot$ , qui appliqué à  $1-2$ ; & puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebriques, & au dernier nombre du produit ajouste  $-32$ , & au quatriesme nombre du produit ajouste  $8$ : Qu' alors le carré de la moitié du quatriesme, soit égal au produit du troisieme par le dernier.

CONSTRUCTION.

|   |                     |     |
|---|---------------------|-----|
| Soit le nombre requis   | $1 \textcircled{1}$ | 6   |
| Qui appliqué à $1-2$ , fait $1-2+1 \textcircled{1}$ , qui multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebriques comme nous les avons multiplié à la 15 question, donnent produit $1-4 \cdot 2 \textcircled{1} + 4 \cdot -4 \textcircled{1} \cdot 1 \textcircled{2}$ . |                     |     |
| doncques le troisieme nombre est $2 \textcircled{1} + 4$  |                     | 16  |
| Et le quatriesme $-4 \textcircled{1}$ , auquel ajouste $8$ fera $-4 \textcircled{1} + 8$  |                     | -16 |
| Et le dernier est $1 \textcircled{2}$ , à laquelle ajouste $-32$ fera $1 \textcircled{2} - 32$  |                     | 4   |
| Reste maintenant que le carré de $-2+4$ (moitié du quatriesme) qui est $4 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 16$  |                     | 64  |
| Soit égal au produit du troisieme nombre, par le dernier, qui est $2 \textcircled{3} + 4 \textcircled{2} - 64 \textcircled{1} - 128$  |                     | 64  |

Lesquels reduits,  $1 \textcircled{3}$  fera égale à  $24 \textcircled{1} + 72$ ; Et par le 69 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 6.

Je di, que 6 est le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant  $1-2+6$  par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication algebrique, le produit fera  $1-4+16-24+36$ . Doncques le troisieme nombre du produit est 16, le quatriesme  $-24$ , le dernier 36, puis au dernier ajouste  $-32$ , & au quatriesme 8, alors fera le troisieme 16, le quatriesme  $-16$ , & le dernier 4; Et le carré de  $-8$ , moitié du quatriesme, est 64, & est égal au produit du troisieme 16, par le dernier 4, selon le requis; ce qu'il falloit démonstrer.

QUESTION XVIII.

Trouvons un  $\odot$  tel, que son carré  $-32$  multiplié par la somme du double d'iceluy  $\odot$ , & le carré de  $-2$ , le produit soit égal au carré de la moitié de la somme de 8 & du produit d'iceluy  $\odot$  par  $-2$ .

CONSTRUCTION.

|   |                     |    |
|---|---------------------|----|
| Soit le nombre requis   | $1 \textcircled{1}$ | 6  |
| Son carré $1 \textcircled{2}$ , auquel ajouste $-32$ fait $1 \textcircled{2} - 32$  |                     | 4  |
| Qui multiplié par la somme du double du nombre requis, & le carré de $-2$ , qui est par $2 \textcircled{1} + 4$ , fait $2 \textcircled{3} + 4 \textcircled{2} - 64 \textcircled{1} - 128$   |                     | 64 |
| Egal au carré de la moitié de la somme de 8, & du double du produit de $1 \textcircled{1}$ premier en l'ordre, par $-2$ . c'est à dire, égal au carré de $-2 \textcircled{1} + 4$ qui est $4 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 16$ |                     | 64 |

Lesquels reduits  $1 \textcircled{3}$  fera égale à  $24 \textcircled{1} + 72$ ; Et par le 69 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 6.

Je di, que 6 est le nombre requis. *Demonstration.* Le carré de 6 est 36, qui avec  $-32$  font 4, qui multiplié par 16 (16 pour la somme du double d'iceluy 6 avec le carré de  $-2$ ) fait 64, qui sont égales au carré de la moitié

de la somme de 8, & du double du produit d'iceluy 6 par  $-2$ , selon le requis; ce qu'il falloit démonstrer.

QUESTION XIX.

Trouvons un  $\odot$ , qui appliqué à  $1-2$ ; & puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement; selon la maniere de multiplication des quantitez algebriques, & au dernier nombre du produit ajouste  $-12$ , & au troisieme nombre du produit ajouste  $4$ : Qu' alors le carré de la moitié du quatriesme, soit égal au produit du troisieme par le dernier.

CONSTRUCTION.

|  |                     |     |
|--|---------------------|-----|
| Soit le nombre requis  | $1 \textcircled{1}$ | 4   |
| Laquelle appliquée à $1-2$ fait $1-2+1 \textcircled{1}$ , qui multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebriques, comme nous les avons multiplié à la 11 question, donnent produit: |                     |     |
| $1-4 \cdot 2 \textcircled{1} + 4 \cdot -4 \textcircled{1} \cdot 1 \textcircled{2}$   |                     |     |
| Doncques le dernier nombre est $1 \textcircled{2}$ , à laquelle ajouste $-12$ fait $1 \textcircled{2} - 12$  |                     | 4   |
| Et le quatriesme est $-4 \textcircled{1}$  |                     | -16 |
| Et le troisieme est $2 \textcircled{1} + 4$ , auquel ajouste $4$ , fait $2 \textcircled{1} + 8$  |                     | 16  |
| Reste maintenant que le carré de $-2 \textcircled{1}$ (moitié du quatriesme) qui est $4 \textcircled{2}$   |                     | 64  |
| Soit égal au produit du troisieme $2 \textcircled{1} + 8$ , par le dernier $1 \textcircled{2} - 12$ , qui est à $2 \textcircled{3} + 8 \textcircled{2} - 24 \textcircled{1} - 96$  |                     | 64  |

Lesquels reduits  $1 \textcircled{3}$  fera égale à  $-2 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 48$ ; Et  $1 \textcircled{1}$  par le 71 probleme vaudra 4.

Je di que 4 est le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant  $1-2+4$  par eux mesmes distinctement selon la maniere de multiplication algebrique, le produit fera  $1-4+12-16+16$ : Doncques le dernier nombre du produit est 16, & le quatriesme  $-16$ , & le troisieme 12; puis au dernier ajouste  $-12$ , & au troisieme 4, alors fera le dernier 4, le quatriesme  $-16$ , & le troisieme 16, & le carré de  $-8$ , moitié du quatriesme, est 64, & est égal au produit du troisieme 16, par le dernier 4, selon le requis; ce qu'il falloit démonstrer.

QUESTION XX.

Trouvons un  $\odot$  tel, que son carré  $-12$  multiplié par la somme du double d'iceluy  $\odot$ , & le carré de  $-2$  & 4, le produit soit égal au carré du produit de  $-2$  par iceluy  $\odot$  requis.

CONSTRUCTION.

|   |                     |    |
|---|---------------------|----|
| Soit le nombre requis   | $1 \textcircled{1}$ | 4  |
| Son carré $1 \textcircled{2}$ , auquel ajouste $-12$ fait $1 \textcircled{2} - 12$  |                     | 4  |
| Qui multiplié par la somme du double du nombre requis, & le carré de $-2$ & 4, qui est par $2 \textcircled{1} + 8$ , fait $2 \textcircled{3} + 8 \textcircled{2} - 24 \textcircled{1} - 96$ |                     | 64 |
| Egal au carré du produit de $-2$ , par $1 \textcircled{1}$ premier en l'ordre, qui est à $4 \textcircled{2}$  |                     |    |
| Lesquels reduits, $1 \textcircled{3}$ fera égale à $-2 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 48$ ; Et $1 \textcircled{1}$ par le 71 probleme, vaudra 4.                                    |                     |    |

Je di que 4 est le nombre requis. *Demonstration.* Le carré de 4 est 16, qui avec  $-12$  fait 4, qui multiplié par 16 (16 pour la somme du double d'iceluy 4, & le carré de  $-2$  & encore 4) fait 64, qui sont égales au carré du produit de  $-2$ , par le 4 trouvé, selon le requis; ce qu'il falloit démonstrer.



QUESTION XXI.

**T**rouvons un  $\odot$  qui appliqué à  $1 + 2$ , & puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebriques, & au dernier nombre du produit ajousté 33, & au quatriesme 40, & au troisieme 4: Qu' alors le quarré de la moitié du quatriesme, soit egal au produit du troisieme, par le dernier.

CONSTRUCTION.

Soit le nombre requis  $1 \textcircled{1}$   
 Qui appliqué à  $1 + 2$ , fait  $1 + 2 + 1 \textcircled{1}$ ,  
 qui multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebriques, comme nous les avons multiplié à la II question, donnent produit

|   |    |                          |                      |   |     |
|---|----|--------------------------|----------------------|---|-----|
| I.  | 4. | $2 \textcircled{1} + 4.$ | $4 \textcircled{1}.$ | $1 \textcircled{2}.$  |     |
| Doncques le dernier nombre est $1 \textcircled{2}$ , auquel ajousté 33, fait                                  |    |                          |                      | $1 \textcircled{2} + 33$  | 49  |
| Et le quatriesme nombre $4 \textcircled{1}$ , auquel ajousté 40, fait   |    |                          |                      | $4 \textcircled{1} + 40$  | 56  |
| Et le troisieme nombre $2 \textcircled{1} + 4$ , auquel ajousté 4, fait                                       |    |                          |                      | $2 \textcircled{1} + 8$   | 16  |
| Reste maintenant que le quarré de $2 \textcircled{1} + 20$ (moitié du quatriesme) qui est                     |    |                          |                      | $4 \textcircled{2} + 80 \textcircled{1} + 400$                      | 784 |
| Soit egal au produit du troisieme $2 \textcircled{1} + 8$ , par le dernier $1 \textcircled{2} + 33$ , qui est |    |                          |                      | $-2 \textcircled{3} + 8 \textcircled{2} + 66 \textcircled{1} + 264$ | 784 |

Lesquels reduits  $1 \textcircled{3}$  sera egale à  $-2 \textcircled{2} + 7 \textcircled{1} + 68$ ; Et  $1 \textcircled{1}$  par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 est le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant  $1 + 2 + 4$  par eux mesmes distinctement selon la maniere de multiplication algebrique, le produit sera 1. 4. 12. 16. 16. Doncques le dernier nombre du produit est 16, auquel ajousté 23, fait 49; Et le quatriesme nombre du produit est aussi 16, auquel ajousté 40, fait 56; Et le troisieme nombre est 12, auquel ajousté 4, fait 16.

Or le quarré de la moitié du quatriesme 56, est 784, egal au produit du troisieme 16, par le dernier 49, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXII.

**T**rouvons un  $\odot$  tel, que son quarré + 33 multiplié par la somme du double d'icelui  $\odot$ , & le quarré de 2, & encore 4, le produit soit egal au quarré de la moitié de la somme de 40, & du double du produit de 2 par icelui  $\odot$ .

CONSTRUCTION.

|  |  |     |
|--|--|-----|
| Soit le nombre requis $1 \textcircled{1}$  | 4  |     |
| Son quarré $1 \textcircled{2}$ , auquel ajousté 33 fait $1 \textcircled{2} + 33$   | 49   |     |
| Qui multiplié par la somme du double du nombre requis & le quarré de 2 & encore 4, qui est par $2 \textcircled{1} + 8$ , fait $2 \textcircled{3} + 8 \textcircled{2} + 66 \textcircled{1} + 264$ | 784  |     |
| Egal au quarré de $2 \textcircled{1} + 20$ (pour la moitié de la somme de 40, & du double du produit de 2 par $1 \textcircled{1}$ premier en l'ordre) qui est                                    | $4 \textcircled{2} + 80 \textcircled{1} + 400$ | 784 |

Lesquels reduits,  $1 \textcircled{3}$  sera egale à  $2 \textcircled{2} + 7 \textcircled{1} + 68$ ; Et  $1 \textcircled{1}$  par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 est le nombre requis. *Demonstration.* Le quarré de 4 est 16, qui avec 33 fait 49, qui multiplié par 16 (pour la somme du double de 4, & le quarré

de 2, & encore 4) fait 784, qui sont egales au quarré de 28 (qui est la moitié de somme de 40, & du double du produit de 2 par 4) selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

**NOTA.** Les exemples suivans seront ceux la, auxquels se rencontrent postposées quantitez: Mais il faut sçavoir que toute operation qui se fait par icelles, se peut aussi faire par positives; mais parce que la raison des nombres requis est aucunesfois fort obscure, de sorte que pour l'absolver par positives quantitez, l'on auroit mestier de quelques theoremes, ou autres inductions, lesquelles souventesfois ne nous viennent à la memoire, pourtant on les despesche pour le plus commode, par les postposées. Nous donnerons doncques deux exemples de postposées quantitez point multipliees ou divisees; Puis un de postposée quantite multipliee; Et puis un autre de divisee; Et au dernier un autre par lequel sera demonstree l'usage des 6 theoremes suivans au precedent 80 probleme.

QUESTION XXIII.

**T**rouvons deux nombres desquels la difference soit 3 & leur produit 10.

**NOTA.** Pour déclarer ce qui est generalement requis es operations des postposées quantitez, il faut sçavoir, qu' apres qu'il y a posées quelques postposées quantitez, il faut operer par les mesmes, selon la question, comme l'on a fait ci devant par les positives; mais estant venu à l'egalité, on ne trouvera pas par icelle la valeur de  $1 \textcircled{1}$ , comme l'on a fait dessus, mais on trouvera la valeur des postposées en positives, par les 79 & 80 problemes. puis on commencera autre operation semblable à la premiere, mais entierement de positives quantitez, comme les exemples le déclareront plus amplement.

CONSTRUCTION.

|  |     |
|--|-----|
| Soit le premier nombre requis $1 \textcircled{1}$            |     |
| Et soit le second nombre $1 \textcircled{sec. 1}$            |     |
| Leur difference $1 \textcircled{1} - 1 \textcircled{sec. 1}$ |     |
| Egale à  | $3$ |

Lesquels reduits (mettant la  $1 \textcircled{sec. 1}$  seule)  $1 \textcircled{sec. 1}$  sera egale ou vaudra  $1 \textcircled{1} + 3$ .

Or ayant trouvé que la  $1 \textcircled{sec. 1}$  ci dessus posée selon en l'ordre vaut (en quantitez de la même progression qu'est la positive  $1 \textcircled{1}$ )  $3 \textcircled{1} - 1$ , on recommencera l'operation semblable à la precedente en ceste sorte:

|   |   |    |
|---|---|----|
| Soit le premier nombre requis $1 \textcircled{1}$   | 5                                       |    |
| Et soit le second nombre (car autant est trouvé valoir la $1 \textcircled{sec. 1}$ premierement en la premiere operation posée) | $1 \textcircled{1} - 3$                 | 2  |
| Leur difference selon le requis est 3, reste que leur produit soit 10; mais il est  | $1 \textcircled{2} - 3 \textcircled{1}$ | 10 |
| Le même doncques est egal à   | 10                                      |    |

Lesquels reduits,  $1 \textcircled{2}$  sera egale à  $3 \textcircled{1} + 10$ ; Et par le 68 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 5.

Je di, que 5 & 2 sont les nombres requis. *Demonstration.* La difference de 5 & 2 est 3. Item le produit de 5 & 2 est 10, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXIV.

**T**rouvons quatre nombres tels, que la somme du premier second & troisieme soit 10, & du second troisieme & quatriesme 14, & du troisieme quatriesme & premier 13, & du quatriesme premier & second 11.

CONSTRUCTION.

Soit le quatriesme nombre requis 1 ①, & le premier 1 sec. ①, & le second 1 ter. ①, & le troisieme 1 quart. ①; Doncques la somme du quatriesme nombre avec les trois autres est 1 ① + 10  
 Et du premier nombre avec les 3 autres, est 1 sec. ① + 14  
 Et du second nombre avec les 3 autres, est 1 ter. ① + 13  
 Et du troisieme nombre avec les trois autres, est 1 quart. ① + 11

Lesquels quatre sommes sont entre eux egales; ergo 1 sec. ① + 14, est egale à 1 ① + 10, soustrayons doncques, de chaque partie 14, & demeurera 1 sec. ① egale ou vallant 1 ① - 4  
 Et pour semblable raison, la 1 ter. ① vaudra 1 ① - 3  
 Et la 1 quart. ① vaudra 1 ① - 1

Or ayant des postposees quantitez trouvé leur valeur en positives, nous commencerons par les memes autres operations semblables à la precedente, en ceste sorte:

|   |          |    |
|---|----------|----|
| Soit le quatriesme nombre autrefois   | 1 ①      | 6  |
| Et le premier, (au lieu de 1 sec. ① que nous posames premierement) sera       | 1 ① - 4  | 2  |
| Et le second (au lieu de 1 ter. ① que nous posames au commencement) sera      | 1 ① - 3  | 3  |
| Et le troisieme (au lieu de 1 quart. ① que nous posames au commencement) sera | 1 ① - 1  | 5  |
| Leur somme  | 4 ① - 8  | 16 |
| Egale au quatriesme, & les trois autres                                       | 1 ① + 10 | 16 |

Lesquels reduicts 3 ① seront egales à 18; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 6.

Je di, que 2. 3. 5. 6. sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2. 3. 5. est 10, & de 3. 5. 6. est 14, & de 5. 6. 2. est 13, & de 6. 2. 3. est 11, selon le requis: ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXV.

**T**rouvons deux nombres tels, que le triple de leur produit avec le quadruple du majeur, soit egal au double du carré du majeur, & que les quarrés de deux nombres facent 29.

CONSTRUCTION.

|   |                    |    |
|---|--------------------|----|
| Soit le majeur nombre requis                            | 1 ①                | 5  |
| Et le moindre   | 1 sec. ①           | 2  |
| Le triple de leur produit                               | 3 ① M sec. ①       | 30 |
| Auquel ajousté le quadruple du majeur qui est 4 ①, fait | 3 ① M sec. ① + 4 ① |    |
| Egal au double du carré du majeur nombre qui est à      | 2 ②                |    |

Lesquels reduicts 3 ① M sec. ①, seront egales à 2 ② - 4 ①, & par le 80 probl. 1 sec. ① vaudra  $\frac{2}{3}$  ① -  $\frac{4}{3}$ .

Or ayant trouvé que 1 sec. ① cy dessus posée second en l'ordre vaut (en quantitez de la mesme progression qu'est la premiere posée 1 ①)  $\frac{2}{3}$  ① -  $\frac{4}{3}$ , on recommencera l'operation semblable à la precedente en ceste sorte:

|  |                                 |    |
|--|---------------------------------|----|
| Soit le maieur nombre requis   | 1 ①                             | 5  |
| Et le moindre  | $\frac{2}{3}$ ① - $\frac{4}{3}$ | 2  |
| Le triple de leur produit  | 2 ② - 4 ①                       | 30 |
| Auquel ajousté le quadruple du maieur, qui est 4 ①, la somme (egale au double du quarré du maieur nombre selon le requis) fera | 2 ②                             | 50 |

Reste maintenant que les quarrés des deux nombres facent 29, mais le quarré du

majeur nombre est 1 ②, & du moindre nombre est  $\frac{4}{9}$  ② -  $\frac{16}{9}$  ① +  $\frac{16}{9}$ , qui font ensemble  $1 \frac{4}{9}$  ② -  $\frac{16}{9}$  ① +  $\frac{16}{9}$  29

Egales à Lesquels reduicts 1 ② sera egale à  $\frac{16}{9}$  ① +  $18 \frac{11}{9}$ . Et par le 68 probleme 1 ① vaudra 5.

Je di que 5 & 2 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le triple du produit de 5 & 2, est 30, au mesme ajousté le quadruple du majeur 5, fait 50, qui est egale au double du quarré du majeur. Item le quarré de 5, est 25, auquel ajousté le quarré de 2, fait 29, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXVI.

**T**rouvons deux nombres tels, que le quotient de la division du majeur par le moindre, soit egal au triple du carré du moindre, avec le quadruple du moindre, & que le quarré du moindre, avec le double du majeur soit 84.

CONSTRUCTION.

|   |           |    |
|---|-----------|----|
| Soit le moindre nombre requis   | 1 ③       | 6  |
| Et le majeur  | 1 sec. ③  | 2  |
| Le quotient du majeur par le moindre est 1 sec. ③ D ③   |           | 3  |
| Egal au triple du quarré du moindre, qui est 3 ②, avec le quadruple du moindre qui est 4 ①, font ensemble | 3 ② + 4 ① | 5  |
| Mais estant 1 sec. ③ D ③ egale à 3 ② + 4 ①, alors par le 80 probleme, 1 sec. ③ vaut 3 ③ + 4 ②.            |           | 16 |

Or ayant trouvé que 1 sec. ③, ci dessus posée second en l'ordre, vaut (en quantitez de la mesme progression, qu'est la premiere posée 1 ③) 3 ③ + 4 ②, nous recommencerons l'operation semblable à la precedente en ceste sorte:

|   |           |    |
|---|-----------|----|
| Soit le moindre nombre requis   | 1 ①       | 2  |
| Et le maieur  | 3 ③ + 4 ② | 49 |
| Le quotient du maieur par le moindre (egal au triple du quarré du moindre, avec le quadruple du moindre selon le requis) est  | 3 ② + 4 ① | 20 |
| Reste maintenant que le quarré du moindre, avec le double du maieur, facent 84; Mais le quarré du moindre est 1 ②, & le double du maieur est 6 ③ + 8 ②, qui font ensemble | 6 ③ + 9 ② | 84 |

Egales à Lesquels reduicts 1 ③ sera egale à  $-1 \frac{1}{2}$  ② + 14

Et par le 70 probleme, 1 ① vaudra 2.  
 Je di, que 2 & 40 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le quotient de la division du maieur 40, par le moindre 2, est 20, le mesme est egal au triple du quarré de 2, qui est 12, avec le quadruple de 2. Item le quarré de 2, qui est 4, avec le double de 40 fait 84, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXVII. ET EST LA QUATRIESME QUESTION DE CARDANE chap. 10. livre 10. seulement changez les nombres.

**P**artons 26 en trois parties continues proportionelles, ainsi que le quarré de la moienne, soit egal à la somme du double du produit de la moienne par la moindre, & le sextuple de la moindre.

CONSTRUCTION.

|                                |          |    |
|--------------------------------|----------|----|
| Soit la moienne partie requise | 1 ①      | 5  |
| Et la moindre                  | 1 sec. ① | 2  |
| Le quarré de la moienne        | 1 ②      | 25 |

Est égal au double du produit de la moyenne, par la moindre 2 ① M. sec. ① avec le sextuple de la moindre partie, qui est 6 sec. ①, font ensemble 2 ① M. sec. ① + 6 sec. ①

Or si nous sçavions le moyen de trouver la valeur en positives quantitez de 1 sec. ① quand il y a quelque autre postposée quantité à la quantité multipliée, comme ici nous la pourrions trouver & proceder comme devant; ce qui n'estant pas ainsi, nous nous aiderons des theoremes derrière le 80 probleme comme s'ensuit:

Estant 1 ② égale à 2 ① M. sec. ① + 6 sec. ①; Alors (par le 4 theoreme derrière ledict 80 probleme) la valeur de 1 ② est moyenne proportionel; entre la valeur de 1 sec. ①, & la somme du nombre de multitude des sec. ① & la valeur des ①: Ergo la valeur de 1 ① est ici moyen proportionel, entre la valeur de 1 sec. ①, & la valeur de 2 ① + 6, doncques les trois valeurs de 1 sec. ①, & 1 ①, & 2 ① + 6, font en continue proportion. Mais la moindre & moyenne partie requise sont par l'hypothese 1 sec. ①, & 1 ①, ergo la troisieme & majeure partie sera 2 ① + 6

Or la somme de ces trois parties requises est 26 par l'hypothese; des mesmes soustraiet la moyenne 1 ①, & la majeure 2 ① + 6, reste pour la moindre partie (qui est pour la valeur de 1 sec. ① en positives quantitez) - 3 ① + 20

Aiant doncques par tel moyen trouvé que 1 sec. ① cy dessus posée second en l'ordre vault (en quantitez

de la mesme progression qu'est la premiere posée 1 ①) - 3 ① + 20, & que la majeure partie sera 2 ① + 6, nous recommencerons par les mesmes l'operation comme s'ensuit:

|  |            |    |
|--|------------|----|
| Soit la moindre partie requise   | - 3 ① + 20 | 2  |
| Et la moyenne  | 1 ①        | 6  |
| Et la majeure  | 2 ① + 6    | 8  |
| Le quarré de la moyenne  | 1 ②        | 36 |
| Est égal au produit des extremes (car ils sont en continue proportion par l'hypothese) à sçavoir au produit de - 3 ① + 20, par 2 ① + 6, qui est - 6 ② + 22 ① + 120 |            | 36 |

Lesquels reduicts 1 ② fera égale à 3  $\frac{1}{7}$  ① + 17  $\frac{1}{7}$ ; Et par le 68 probleme 1 ① vaudra 6.

Je di que 2. 6. 18. sont les trois nombres requis.

*Demonstration.*

La somme de 2. 6. 18. est 26, ce sont doncques les trois parties de 26. Elles sont aussi continues proportionnelles, car comme 2 a 6, ainsi 6 a 18. Item le quarré de la moyenne 6, qui est 36, est égal à la somme de 24 & 12, à sçavoir le double du produit de la moyenne, par le moindre 2, qui est 24, & le sextuple de la moindre 2, qui est 12, selon le requis; ce qu'il falloit demonstret.

## D'ALGÈBRE

DE

## DIOPHANTE D'ALEXANDRIE.

*Dont les quatre premiers sont traduits en langue Française : & expliqués par SIMON STEVIN de Bruges. Et les deux derniers par ALBERT GIRARD, Samelois.*

## PREFACE DE STEVIN.

**L**est vray, que nous avons décrit cy devant, plusieurs exemples d'Algebre, qui pourroyent suffire à leur probleme, d'autant plus que bonne partie d'iceux contiennent double utilité; Au premier qu'ils declarent le style & la maniere requise en operation Algebraique; Au second qu'ils servent aux origines des constructions des precedens problemes, demonstans ainsi les causes des choses: neantmoins voulans en tout plus abondamment satisfaire, & donner plus de contentement aux singuliers esprits, qui se pourroyent complaindre de la petite quantité de subtiles questions, il m'a semblé bon de joindre à ce 81 probleme, comme pour exemples du mesme, les quatre premiers livres de Diophante, tant pour leurs très subtiles & habiles operations, comme aussi qu'ils n'ont encores esté divulgez, que je sçache, en langue Française.

Or Diophante environ le commencement de son premier livre, se diét comprendre son Arithmetique en 13 livres, lesquels aucuns affirment tous exister: Et entre autres Jehan de Regiomonte se diét les avoir veu à la Vaticane Bibliothéque de Rome; mais les six premiers sont pour le present seulement venus en lumiere, transferez de langue Greque en Latine, par

Guillaume Xylandre, & par le mesme diligemment expliquez. Sur les deux premiers a commenté Maxime Planude. Suide & autres disent, que Hypatheia femme philosophe & Roynne d'Alexandrie en a aussi très doctement commentée, mais ses œuvres ne sont point encore divulgées.

Or desdicts six livres, nous convertirons seulement le Premier, Second, Troisième, & Quatrième, laissant le Cinquième, & Sixième, pour empeschement d'autres occupations plus necessaires. Quant au texte de Diophante, nous ne nous obligerons pas tant à la lettre, qu'au sens d'iceluy, & ce pour deux raisons: Premièrement que l'exemplaire Grecq duquel Xylandre l'avoit translaté, a esté (par le souvent rescrire, comme il semble) si rempli de vices (dont Xylandre s'en complaint souventes fois) que le texte de Diophante, ne se pourroit expliquer de mot à mot: Au second que nous avons voulu diriger les mesmes questions, en forme & disposition comme les precedentes. Quant aux nombres proposez du premier livre (qui est de questions n'ayans qu'une solution) nous les avons changé, & mis en leurs lieux des moindres: Des autres livres dont les questions ont solutions en multitude infinie, nous avons prins les mesmes nombres.

D'ALGÈBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduit en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN de Bruges.

Preface de Diophante.



PERCEVANT, trescher Dionyse, que vous esties desireux d'entendre l'explication des questions qui se proposent en nombres, me suis adonné de vous préparer la raison & moyen d'y parvenir, voire par les fondemens mesmes, sur lesquels la chose est entierement apuyée, prenant pour commencement la description de la nature & force des nombres: laquelle chose combien d'aventure elle semble tresdifficile (estant pour l'heure incognue) par ce que les esprits de ceux qui commencent ne sont pas enclinez à bon espoir de pouvoir comprendre la chose: Toutesfois & vostre courage, & ma demonstration, fera que facilement l'entendrés, car ceux la apprennent vitemment, ausquels à l'appetit d'apprendre s'applique la doctrine.

STEVIN.

APRES ladicte Preface Diophante commençant aux definitions des nombres, & choses necessaires à la construction des questions: les mesmes nous passons outre, à cause de briefueté: Aussi (comme nous avons dessus dict) que nous userons aux constructions, de noz fondemens qui sont copieusement declarez ci devant; Seulement nous descriurons ici les caracteres de Diophante, signifiant quantitez algebratiques, à cause que nous les userons en quelques lieux, ou le texte de Diophante sera translaté de mot à mot. Les caracteres sont tels:

|                  |     |  |                            |
|------------------|-----|--|----------------------------|
| Nombre           | N   | } Qui signifient selon nostre maniere. | ①<br>②<br>③<br>④<br>⑤<br>⑥ |
| Quarré           | Q   |  |                            |
| Cube             | CC  |  |                            |
| Quarré de quarré | QQ  |  |                            |
| Quarré de cube   | QQC |  |                            |
| Cube de cube     | CCC |  |                            |
| Vnité            | V   |  |                            |

Nous viendrons doncques à la premiere question, de laquelle le sens est tel:

QUESTION I.

Partons 7 en deux parties telles, que la majeure excède la moindre en 3.

CONSTRUCTION.

Soit le moindre partie requise  
 Ergo la majeure partie  
 Leur somme  
 Egale à

|         |  |   |
|---------|--|---|
| 1 ①     |  | 2 |
| 1 ② + 3 |  | 5 |
| 1 ① + 3 |  | 7 |
|         |  | 7 |

Lesquels termes reduicts 2 ① seront egales à 4; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 5 sont les deux nombres requis. Demonstration. La somme de 2 & 5 est 7; ce sont doncques les parties de 7. Item 5 excède à 2 en 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION II.

Partons 8 en deux parties, qui soyent en raison triple.

CONSTRUCTION.

Soit la moindre partie requise  
 Et la majeure sera son triple  
 Leur somme  
 Egale à

|     |  |   |
|-----|--|---|
| 1 ① |  | 2 |
| 3 ② |  | 6 |
| 4 ① |  | 8 |
|     |  | 8 |

Et par le 76 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 6 sont les nombres requis. Demonstration. La somme de 6 & 2 est 8; ce sont doncques les parties de 8. Item 6 est triple à 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION III.

Partons 10 en deux parties telles, que la majeure soit le triple plus 2 de la moindre.

CONSTRUCTION.

Soit la moindre partie requise  
 Ergo la majeure  
 Leur somme  
 Egale à

|         |  |    |
|---------|--|----|
| 1 ①     |  | 2  |
| 3 ① + 2 |  | 8  |
| 4 ① + 2 |  | 10 |
|         |  | 10 |

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 8. Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 8 sont les deux nombres requis. Demonstration. La somme de 2 & 8, est 10, ce sont doncques les parties de 10. Item 8 est le triple + 2 de 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION IV.

Trouvons deux nombres en raison triple, & que le majeur excède au moindre en 4.

CONSTRUCTION.

Soit le moindre nombre requis  
 Ergo le majeur son triple  
 Leur difference  
 Egale à

|     |  |   |
|-----|--|---|
| 1 ① |  | 2 |
| 3 ① |  | 6 |
| 2 ① |  | 4 |
|     |  | 4 |

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 6 sont les deux nombres requis. Demonstration. Le 6 est triple à 2, & excède au 2, en 4; selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

## QUESTION V.

**P** Artons 14 en deux parties telles, que le tiers de la premiere avec la moitié de la seconde, soit 6.

## CONSTRUCTION.

|   |                           |    |
|---|---------------------------|----|
| Soit le tiers de la premiere partie   | $1 \textcircled{1}$       | 2  |
| Ergo la premiere partie   | $3 \textcircled{1}$       | 6  |
| Or puis que le tiers de la premiere partie, avec la moitié de la seconde, doit faire 6, ergo la moitié de la seconde fera | $-1 \textcircled{1} + 6$  | 4  |
| Ergo la seconde partie son double   | $-2 \textcircled{1} + 12$ | 8  |
| Somme de la premiere & seconde partie   | $1 \textcircled{1} + 12$  | 14 |
| Egale à   |                           | 14 |

Lesquels reduicts,  $1 \textcircled{1}$  fera egale ou vaudra 2.

Je di que 6 & 8 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 6 & 8, est 14, ce sont doncques les parties de 14. Item le tiers de 6, qui est 2, avec 4 moitié du 8, fait 6, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

## QUESTION VI.

**P** Artons 16 en deux parties telles, que la moitié de la premiere, excède au tiers de la seconde en 3.

## CONSTRUCTION.

|   |                         |    |
|---|-------------------------|----|
| Soit la moitié de la premiere partie requise  | $1 \textcircled{1}$     | 5  |
| Ergo la premiere partie   | $2 \textcircled{1}$     | 10 |
| Et puis qu'il faut que $1 \textcircled{1}$ moitié de la premiere partie excède au tiers de la seconde en 3, ergo le tiers de la seconde partie sera | $1 \textcircled{1} - 3$ | 2  |
| Ergo la seconde partie sera son triple  | $3 \textcircled{1} - 9$ | 6  |
| Somme de la premiere & seconde partie   | $5 \textcircled{1} - 9$ | 16 |
| Egale à   |                         | 16 |

Lesquels reduicts  $5 \textcircled{1}$  seront egales à 25; Et  $1 \textcircled{1}$  par le 67 probleme, vaudra 5.

Je di que 10 & 6 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 10 & 6 est 16, ce sont doncques les parties de 16. Item 5 (moitié de 10) excède à 2 (tiers de 6) en 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

## QUESTION VII.

**T** Rouvons un nombre auquel soustraiçt 5, & du mesme soustraiçt 2, que la majeure reste soit double au moindre reste.

## CONSTRUCTION.

|  |                          |   |
|--|--------------------------|---|
| Soit le nombre requis  | $1 \textcircled{1}$      | 8 |
| Du mesme soustraiçt 5, demeure pour moindre reste                | $1 \textcircled{1} - 5$  | 3 |
| Et dudiçt nombre requis soustraiçt 2, demeure pour moindre reste | $1 \textcircled{1} - 2$  | 6 |
| Egale au double de la moindre reste qui est à                    | $2 \textcircled{1} - 10$ | 6 |

Lesquels reduicts  $1 \textcircled{1}$  fera egale ou vaudra 8.

Je di, que 8 est le nombre requis. *Demonstration.* Soustrayons 5 de 8, reste 3, puis 2 de 8, reste 6, qui est double au 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

## QUESTION VIII.

**T** Rouvons un nombre, lequel premierement ajousté à 2, puis à 7, que les deux sommes soient en raison double.

## CONSTRUCTION.

|  |                         |   |
|--|-------------------------|---|
| Soit le nombre requis                          | $1 \textcircled{1}$     | 3 |
| Le mesme ajousté à 2, fait pour moindre somme  |                         |   |
| Et lediçt nombre requis ajousté à 7, fait pour | $1 \textcircled{1} + 2$ | 5 |

majeure somme  $1 \textcircled{1} + 7$  10  
Egale au double de la moindre somme, qui est à  $2 \textcircled{1} + 4$  10

Lesquels reduicts  $1 \textcircled{1}$  fera egale ou vaudra 3.

Je di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Ajoustons 3 à 2, fait 5; Puis lediçt 3 à 7 fait 10, qui est en double raison à 5, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

## QUESTION IX.

**T** Rouvons un nombre, qui premierement soustraiçt de 5, & puis de 7, que les restes soient en raison double.

## CONSTRUCTION.

|   |                           |   |
|---|---------------------------|---|
| Soit le nombre requis   | $1 \textcircled{1}$       | 3 |
| Le mesme soustraiçt de 5 demeure pour moindre reste                 | $-1 \textcircled{1} + 5$  | 2 |
| Et lediçt nombre requis soustraiçt de 7, demeure pour majeure reste | $-1 \textcircled{1} + 7$  | 4 |
| Egal au double du moindre reste qui est à                           | $-2 \textcircled{1} + 10$ | 4 |

Lesquels reduicts  $1 \textcircled{1}$  fera egale ou vaudra 3.

Je di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Soustraiçt 3 de 5, reste 2; Puis soustraiçt lediçt 3 de 7, reste 4, qui est double audict 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

## QUESTION X.

**T** Rouvons un nombre, auquel ajousté 3, & le mesme nombre requis soustraiçt de 5, que somme à reste aie raison triple.

## CONSTRUCTION.

|  |                           |   |
|--|---------------------------|---|
| Soit le nombre requis                          | $1 \textcircled{1}$       | 3 |
| Auquel ajousté 3, la somme est                 | $1 \textcircled{1} + 3$   | 9 |
| Et soustraiçt lediçt nombre requis de 5, reste | $-1 \textcircled{1} + 5$  | 2 |
| Son triple                                     | $-3 \textcircled{1} + 15$ | 6 |
| Egal à la susdicte somme                       | $1 \textcircled{1} + 3$   | 6 |

Lesquels reduicts  $4 \textcircled{1}$  seront egales à 12, & par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 3.

Je di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Ajousté 3 à 3, donne somme 6, puis soustraiçt lediçt 3 de 5, reste 2, auquel la somme 6, obtient raison triple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

## QUESTION XI.

**T** Rouvons un nombre, auquel ajousté 4, & du mesme nombre requis soustraiçt 2, que la somme soit triple au reste.

## CONSTRUCTION.

|   |                         |   |
|---|-------------------------|---|
| Soit le nombre requis                       | $1 \textcircled{1}$     | 5 |
| Auquel ajousté 4, la somme est              | $1 \textcircled{1} + 4$ | 9 |
| Et dudiçt nombre requis soustraiçt 2, reste | $1 \textcircled{1} - 2$ | 3 |
| Le triple                                   | $3 \textcircled{1} - 6$ | 9 |
| Egal à la susdicte somme                    | $1 \textcircled{1} + 4$ | 9 |

Lesquels reduicts  $2 \textcircled{1}$  seront egales à 10; Et par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 5.

Je di que 5 est le nombre requis. *Demonstration.* Ajousté 4 à 5, donne somme 9, & dudiçt 5 soustraiçt 2, reste 3; auquel la susdicte somme 9, est en raison triple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

## QUESTION XII.

**P** Artons 5 en deux nombres, & puis le mesme 5 en deux autres nombres, tellement que le majeur de la premiere partition, soit le double du moindre de la derniere partition. Et le majeur de la derniere partition, le triple du moindre de la premiere partition.

CON-

CONSTRUCTION.

Soit le maieur nombre de la premiere partition  $1 \textcircled{1}$  4  
 Son subdouble pour le moindre nombre de la  
 derniere partition est  $\frac{1}{2} \textcircled{1}$  2  
 Mais puis que le moindre nombre de la derniere  
 partition est  $\frac{1}{2} \textcircled{1}$ , ergo le maieur nombre de  
 la derniere partition sera  $-\frac{1}{2} \textcircled{1} + 5$  3  
 Son subtriple pour le moindre nombre de la pre-  
 miere partition  $-\frac{1}{3} \textcircled{1} + \frac{5}{3}$  1  
 Somme du premier & quatr. en l'ordre  $\frac{5}{6} \textcircled{1} + \frac{5}{3}$  5  
 Egale à

Lesquels reduicts  $\frac{5}{6} \textcircled{1}$  seront egales à  $\frac{10}{3}$ ; Et par le 67  
 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 4.

Je di, que 4 & 1 nombre de la premiere partition, &  
 3 & 2, nombres de la derniere partition, sont les nom-  
 bres requis. *Demonstration.* 4 & 1 font 5. Item 3 & 2 font  
 aussi 5, ce sont doncques les parties de 5. Item 4 est le  
 double du 2, & 3 est le triple de 1, selon le requis; ce  
 qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XIII.

**P** Artons 25 trois fois en deux nombres, ainsi que le maieur  
 nombre de la premiere partition, soit le triple du moindre de  
 la seconde partition; Et que le maieur nombre de la seconde par-  
 tition, soit le double du moindre de la troisieme partition; Et que  
 le maieur nombre de la troisieme partition, soit le quadruple du  
 moindre de la premiere partition.

CONSTRUCTION.

Soit le maieur nombre de la premiere partition  $1 \textcircled{1}$  21  
 Ergo le moindre nombre de la seconde parti-  
 tion son subtriple, sera  $\frac{1}{3} \textcircled{1}$  7  
 Ergo le maieur nombre de la seconde partition  
 $-\frac{1}{3} \textcircled{1} + 25$  18  
 Ergo le moindre nombre de la troisieme parti-  
 tion son subdouble  $+\frac{1}{2} \textcircled{1} + 12$  9  
 Et puis que le maieur nombre de la premiere  
 partition est  $1 \textcircled{1}$ , doncques le moindre nom-  
 bre de la premiere partition sera  $-1 \textcircled{1} + 25$  4  
 Son quadruple pour le maieur nombre de la  
 troisieme partition, sera  $-4 \textcircled{1} + 100$  16  
 Somme du quatrieme & sixieme en l'ordre  
 $+4\frac{1}{2} \textcircled{1} + 112$  25  
 Egales à

Lesquels reduicts  $4\frac{1}{2} \textcircled{1}$  seront egales à  $87\frac{1}{2}$ ; Et par  
 le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 21.

Je di, que 21 & 4, nombres de la premiere partition,  
 & 18 & 7, nombres de la deuxieme partition, & 16 &  
 9, nombres de la troisieme partition, sont les nombres  
 requis. *Demonstration.* La somme de 21 & 4, est 25, & de  
 18 & 7, est aussi 25, & de 16 & 9, est aussi 25, ce sont donc-  
 ques les parties de 25. Item 21 est triple au 7, & 18 est  
 double au 9, & 16 est quadruple au 4, selon le requis; ce  
 qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XIV.

**T** Rouvons deux nombres tels, que leur produit soit triple à  
 leur somme.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1}$  12  
 Et le second quelque nombre maieur que le de-  
 nominateur de la triple raison requise, c'est à  
 dire maieur que 3, soit 4 4  
 Somme du premier & second nombre  $1 \textcircled{1} + 4$  16  
 Son triple  $3 \textcircled{1} + 12$  48  
 Egal au produit du premier & second nombre  $4 \textcircled{1}$  48

Lesquels reduicts,  $1 \textcircled{1}$  fera egal ou vaudra 12.  
 Je di que 12 & 4 font les deux nombres requis. *De-  
 monstration.* Le produit de 12 & 4, est 48, qui est triple  
 à 16, somme de 12 & 4; selon le requis; ce qu'il falloit  
 demonstrier.

QUESTION XV.

**T** Rouvons deux nombres tels, que du premier soustraiet 15, &  
 les ajoutant au second, que la somme soit double au reste.  
 Item soustraiet du second nombre 25, & les ajoutant au premier,  
 que la somme soit triple au reste.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1} + 15$  47  
 Ergo le second nombre (à fin que soustraiet  
 du premier 15, & les ajoutant au second, la  
 somme soit double au reste) sera  $2 \textcircled{1} - 15$  49  
 Duquel soustraiet 25, reste  $2 \textcircled{1} - 40$  24  
 Et ajoutié lesdicts 25 au premier nombre, la  
 somme est  $1 \textcircled{1} + 40$  72  
 Qui estant triple au reste troisieme en l'ordre,  
 doncques le triple du troisieme en l'ordre,  
 qui est  $6 \textcircled{1} - 120$  72  
 Sera egal au mesme quatrieme en l'ordre  $1 \textcircled{1} + 40$

Lesquels reduicts 5  $\textcircled{1}$  seront egales à 160; Et par le  
 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 32.

Je di que 47 & 49 sont les deux nombres requis. *De-  
 monstration.* De 47 soustraiet 15, reste 32, & ajoutant  
 15 à 49, donne somme 64, qui est double au reste 32.  
 Item de 49, soustraiet 25, reste 24, & ajoutant les 25 au  
 47, donne somme 72, qui est triple à ladicte reste 24, se-  
 lon le requis, ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XVI.

**T** Rouvons trois nombres, desquels la somme du premier & se-  
 cond soit 5, & du second & troisieme 7, & du troisieme  
 & premier 6.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des trois nombres requis  $1 \textcircled{1}$  9  
 Puis soustraiet du mesme le premier & deuxief-  
 me nombre, qui font ensemble 5, reste pour le  
 troisieme nombre  $1 \textcircled{1} - 5$  4  
 Et par la mesme raison trouverons nous le pre-  
 mier  $1 \textcircled{1} - 7$  2  
 Et le second nombre  $1 \textcircled{1} - 6$  3  
 Somme du premier second & troisieme nom-  
 bre  $3 \textcircled{1} - 18$  9  
 Egale au premier en l'ordre qui est  $1 \textcircled{1}$  9

Lesquels reduicts 2  $\textcircled{1}$  seront egales à 18; Et par le 67  
 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 9.

Je di que 2, 3, 4, sont les trois nombres requis. *De-  
 monstration.* La somme de 2 & 3 est 5, & de 3 & 4 est 7,  
 & de 4 & 2 est 6, selon le requis; ce qu'il falloit demon-  
 strer.

QUESTION XVII.

**T** Rouvons quatre nombres tels, que la somme du premier se-  
 cond & troisieme, soit 9; Et du second troisieme & qua-  
 trieme, 12; Et du troisieme quatrieme & premier, 11; Et du  
 quatrieme premier & second 10.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des quatre nombres requis  $1 \textcircled{1}$  14  
 Puis soustraiet de la mesme la somme du pre-  
 mier second & troisieme nombre, qui est 9,  
 reste

reste pour le quatriesme nombre requis  $1 \textcircled{1} - 9$  5  
 Et pour mesme raison sera le premier nombre  $1 \textcircled{1} - 12$  2  
 Et le second nombre  $1 \textcircled{1} - 11$  3  
 Et le troisieme nombre  $1 \textcircled{1} - 10$  4  
 Somme du premier second troisieme & quatriesme nombre  $4 \textcircled{1} - 42$  14  
 Egale au premier en l'ordre qui est  $1 \textcircled{1}$  14

Lesquels reduicts,  $3 \textcircled{1}$  seront egales à 42; Et par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 14.

Je di, que 2. 3. 4. 5. sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2. 3. 4. est 9, & de 3. 4. 5. est 12, & de 4. 5. 2. est 11, & de 5. 2. 3. est 10, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XVIII.

**T**rouvons trois nombres, desquels la somme du premier & second, excède au troisieme en 7; Et du second & troisieme, au premier en 3; Et du troisieme & premier, au second en 1.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des trois nombres requis  $1 \textcircled{1}$  11  
 Or puis que la somme du premier & second nombre, excède le troisieme en 7, s'ensuit par le theoreme suivant, que la somme de tous les nombres requis, sera le double du troisieme nombre plus 7; Soubstraiet doncques du premier en l'ordre 7, reste  $1 \textcircled{1} - 7$ , pour le double du troisieme; Ergo sa moitié pour le troisieme nombre requis, est  $\frac{1}{2} \textcircled{1} - 3\frac{1}{2}$  2  
 Et pour la mesme raison le premier sera  $\frac{1}{2} \textcircled{1} - 1\frac{1}{2}$  4  
 Et le second  $\frac{1}{2} \textcircled{1} - \frac{1}{2}$  5  
 Somme du premier second & troisieme nombre  $1\frac{1}{2} \textcircled{1} - 5\frac{1}{2}$  11  
 Egale au premier en l'ordre, qui est  $1 \textcircled{1}$  11

Lesquels reduicts  $\frac{1}{2} \textcircled{1}$  sera egale à  $5\frac{1}{2}$ ; Et par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 11.

Je di, que 4. 5. 2. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme de 4 & 5, est 9, qui excède à 2 en 7.

Item la somme de 5 & 2, qui est 7, excède au 4 en 3.

Item la somme de 2 & 4, est 6, qui excède à 5 en 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME.

**L**a somme de quelques nombres, avec quelque autre nombre, est egale au double d'iceluy autre nombre, avec l'excès de ladite somme sur iceluy autre nombre.

*Explication du donné.* Soyent donnez quelques nombres 4 & 5, & quelque autre nombre 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrier par iceux nombres ce qui est requis au theoreme. *Demonstration.* La somme de 4 & 5, est 9, qui avec l'autre nombre 2, fait 11. Le mesme est egal à 4 (double de 2) avec 7, excès de ladite somme 9, sur ledict autre nombre 2.

Soyent autre fois quelques nombres 7. 3. 5. 6. & quelque autre nombre 29. Or la somme de 7. 3. 5. 6. est 21, qui avec l'autre nombre 29, fait 50. Le mesme est egal à 58 (double de 29) avec -8, excès de ladite somme 21; sur ledict autre nombre 29. *Conclusion.* La somme doncques de quelques nombres, &c. ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XIX.

**C**este 19 question, est la mesme que la 18, mais elle se fera par autre construction comme s'ensuit.

CONSTRUCTION.

Soit le troisieme nombre requis  $1 \textcircled{1}$  2  
 Or puis que la somme du premier & second excède au troisieme en 7, leur somme doncques sera necessairement  $1 \textcircled{1} + 7$  9  
 Et puis que la somme du second & troisieme, excède au premier en 3, ie pose que le second soit la moitié de la somme de 7 & 3, qui est 5 5  
 Qui soubstraiet de la somme du premier & second  $1 \textcircled{1} + 7$ , reste pour le premier  $1 \textcircled{1} + 2$  4  
 Reste maintenant que la somme du troisieme & premier qui est  $2 \textcircled{1} + 2$  6  
 Soit egale à la somme de 1, dernier excès, & 5 du second nombre (car ainsi excèdera la somme du troisieme & premier au second en 1) font 6  
 Lesquels reduicts,  $2 \textcircled{1}$  seront egales à 4; Et par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 2.

Je di, que 4. 5. 2. sont les trois nombres requis; dont la demonstration est faite à la precedente question.

QUESTION XX.

**T**rouvons quatre nombres, desquels la somme du premier second & troisieme, excède au quatriesme en 3; Et du second troisieme & quatriesme au premier en 11; Et du troisieme quatriesme & premier au second en 13; Et du quatriesme premier & second au troisieme en 7.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des quatre nombres requis  $1 \textcircled{1}$  17  
 Or puis que la somme du premier second & troisieme excède le quatriesme en 3, s'ensuit par le theoreme de la 18 question, que la somme de tous les nombres requis, sera le double du quatriesme nombre plus 3; Soubstraiet doncques du premier en l'ordre 3, reste  $1 \textcircled{1} - 3$  pour le double du quatriesme nombre requis; Ergo sa moitié pour le quatriesme nombre requis sera  $\frac{1}{2} \textcircled{1} - 1\frac{1}{2}$  7  
 Et pour mesme raison le premier sera  $\frac{1}{2} \textcircled{1} - 5\frac{1}{2}$  3  
 Et le second  $\frac{1}{2} \textcircled{1} - 6\frac{1}{2}$  2  
 Et le troisieme  $\frac{1}{2} \textcircled{1} - 3\frac{1}{2}$  5  
 Somme du premier second troisieme & quatriesme nombre, est  $2 \textcircled{1} - 17$  17  
 Egale au premier en l'ordre, qui est  $1 \textcircled{1}$  17  
 Lesquels reduicts,  $1 \textcircled{1}$  sera egale à 17.

Je di que 3. 2. 5. 7. sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* La somme de 3. 2. 5. est 10, qui excède au 7 en 3. Item la somme de 2. 5. 7. est 14, qui excède au 3 en 11. Item la somme de 5. 7. 3. est 15, qui excède au 2 en 13. Item la somme de 7. 3. 2. est 12, qui excède au 5 en 7, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXI.

**C**este 21 question, est la mesme que la 20, mais elle se fera par autre construction en ceste sorte:

CONSTRUCTION.

Soit le quatriesme nombre requis  $1 \textcircled{1}$  7  
 Or puis que la somme du premier second & troisieme, excède au quatriesme en 3, icelle somme sera  $1 \textcircled{1} + 3$  10  
 Et



Et puis que la somme du second troisieme & quatrieme, excede au premier en 11, je pose que le second & troisieme soit la moitie de la somme des exces 11 & 3, qui est 7 7  
 Qui soustrait de la somme du premier second & troisieme  $1 \textcircled{1} + 3$ , reste le premier  $1 \textcircled{1} - 4$  3  
 Or puis que la somme du second troisieme & quatrieme excede au premier en 11; Item que la somme du troisieme quatrieme & premier excede au second en 13; Ergo la somme du troisieme & quatrieme, sera la moitie d'iceux exces 11 & 13, qui est 12 12  
 Duquel soustrait le quatrieme  $1 \textcircled{1}$ , reste pour le troisieme  $-1 \textcircled{1} + 12$  5  
 Mais la somme du second & troisieme est 7, duquel soustrait le troisieme, reste pour le second  $1 \textcircled{1} - 5$  2  
 Reste maintenant que la somme du quatrieme premier & second  $3 \textcircled{1} - 9$ , excede au troisieme  $-1 \textcircled{1} + 12$ , en 7, mais elle luy excede en  $4 \textcircled{1} - 21$ , ergo  $4 \textcircled{1} - 21$  7  
 Sont egales à 7

Lesquels reduicts  $4 \textcircled{1}$  seront egales à 28, & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 7.

Je di, que 3. 2. 5. 7, sont les quatre nombres requis, dont la demonstration est faicte, à la precedente question.

QUESTION XXII.

**P** Artons 12 en trois nombres tels, que la somme du premier & second soit le triple du troisieme; Et la somme du troisieme & second, le quincuple du premier.

CONSTRUCTION.

Soit le troisieme nombre requis  $1 \textcircled{1}$  3  
 Son triple pour la somme du premier & second, est  $3 \textcircled{1}$  9  
 Leur somme  $4 \textcircled{1}$  12  
 Egale à 12

Et par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra (pour troisieme nombre requis) 3.

Reste maintenant de trouver le premier & second.

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1}$  2  
 Son quincuple pour la somme du troisieme & second  $5 \textcircled{1}$  10  
 Leur somme  $6 \textcircled{1}$  12  
 Egale à 12

Et par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra (pour premier nombre requis) 2. Puis soustrait 3 & 2 (à sçavoir le troisieme & premier nombre) de 12, reste pour le second nombre requis 7.

Je di, que 2. 7. 3. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2. 7. 3. est 12, ce sont doncques les parties de 12. Item la somme de 2 & 7 qui est 9, est triple au 3.

Item la somme de 7 & 3, est quincuple au 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXIII.

**T** Rouvons trois nombres tels, que le maieur excede au moyen la tierce part du moindre, & que le moyen excede au moindre, en la cinquieme partie du maieur; Et que le moindre, excede au quart du moyen en 4.

CONSTRUCTION.

Soit le moyen nombre requis  $1 \textcircled{1}$  3  
 Et puis que le moindre excede au  $\frac{1}{4}$  du moyen

en 4, le moindre sera le quart du moyen plus 4 qui est  $\frac{1}{4} \textcircled{2} + 4$  6  
 Or le moyen excede au moindre, en la  $\frac{1}{3}$  du majeur, soustrait doncques le moindre du moyen, reste pour la  $\frac{1}{3}$  du majeur  $\frac{3}{4} \textcircled{1} - 4$  10  
 4, son triple pour le majeur est  $\frac{3}{4} \textcircled{1} - 20$  6  
 Or le majeur excede au moyen, en la  $\frac{1}{3}$  du moindre, soustrait doncques le moyen du majeur, reste pour la  $\frac{1}{3}$  du moindre  $\frac{11}{4} \textcircled{1}$  6  
 $- 20$ , son triple pour le moindre  $\frac{33}{4} \textcircled{1} - 60$  6  
 Egal au second en l'ordre qui est  $\frac{1}{4} \textcircled{1} + 4$  6  
 Lesquels reduicts  $8 \textcircled{1}$  seront egales à 64, & par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 8.

Je di que 6. 8. 10. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le majeur nombre 10, excede au moyen 8 en 2, qui est la tierce part du moindre 6. Item le moyen 8, excede au moindre 6 en 2, qui est la cinquieme part du majeur 10. Item le moindre 6, excede au 2 (qui est la quatrieme partie du moyen 8) en 4, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXIV.

**C** Este 24 question, est la mesme que la 23, mais elle se fera ici par autre construction en ceste sorte.

CONSTRUCTION.

Soit le moindre nombre requis  $1 \textcircled{1} + 4$  6  
 Et puis que le quart du moyen, est excede du moindre en 4, le moyen sera  $4 \textcircled{1}$  8  
 Et puis que le majeur excede au moyen le  $\frac{1}{3}$  du moindre, qui est  $\frac{1}{3} \textcircled{1} + \frac{4}{3}$ , la somme d'ice lui tiers du moindre & du moyen pour le majeur nombre sera  $4 \frac{1}{3} \textcircled{1} + \frac{4}{3}$  10  
 Et puis que le moyen, excede au moindre en la  $\frac{1}{3}$  du majeur, qui est  $\frac{13}{3} \textcircled{1} + \frac{4}{3}$ , la somme du moindre & de la  $\frac{1}{3}$  du majeur pour le moyen sera  $1 \frac{13}{3} \textcircled{1} + 4 \frac{4}{3}$  8  
 Egale au second en l'ordre qui est  $4 \textcircled{1}$  8

Lesquels reduicts  $2 \frac{2}{3} \textcircled{1}$  seront egales à  $4 \frac{4}{14}$ ; Et par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 2.

Je di, que 6. 8. 10 sont les trois nombres requis, dont la demonstration est faicte à la precedente 23 question.

QUESTION XXV.

**T** Rouvons trois nombres tels, que la somme des  $\frac{3}{4}$  du second, & du  $\frac{1}{3}$  du premier, soit egale à la somme des  $\frac{4}{5}$  du troisieme, &  $\frac{1}{4}$  du second. Item egale à la somme des  $\frac{2}{3}$  du premier; &  $\frac{1}{3}$  du troisieme.

**NOTA.** J'ai prins en ceste question les mesmes nombres de Diophante, j'ai aussi suivi son operation, posant premierement  $3 \textcircled{1}$ , à fin d'autant plus manifestement declarer (dont Xylandre se complaint au mesme lieu) ce qui deffaut en l'exemplaire Grec, auquel il ya seulement *second troisieme & premier*, la ou toutesfois il faut dire, à mon avis,  $\frac{3}{4}$  du second, &  $\frac{4}{5}$  du troisieme, &  $\frac{2}{3}$  du premier.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis  $3 \textcircled{1}$  6  
 Et le second quelque nombre Arithmetique soit  $4 \textcircled{1}$  4  
 Somme des  $\frac{3}{4}$  du second, &  $\frac{1}{3}$  du premier, est  $1 \textcircled{1} + 3$  5  
 Or puis que (selon la question) les  $\frac{2}{3}$  du premier (qui sont  $2 \textcircled{1}$ ) avec le  $\frac{1}{3}$  du troisieme faut estre egal au troisieme en l'ordre, s'ensuit que  $2 \textcircled{1}$  soustraits de  $1 \textcircled{1} + 3$ , la reste pour  $\frac{1}{3}$  du troisieme nombre requis sera  $-1 \textcircled{1}$  3

+ 3; Et son quincuple pour le troisieme nombre requis, sera — 5 ① + 15 | 5  
 Multipliant doncques  $\frac{1}{3}$  du troisieme, qui est — 1 ① + 3 par 4; le produit sera  $\frac{4}{3}$  du troisieme; lequel produit est — 4 ① + 12 | 4  
 Au mesme ajoutté selon la question le  $\frac{1}{4}$  du second, qui est 1, fait — 4 ① + 13 | 5  
 Egal au troisieme en l'ordre qui est 1 ① + 3 | 5  
 Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 10; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 6. 4. 5. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Premièrement la somme de 3 & 2; qui est 5 (à sçavoir 3 pour les  $\frac{3}{4}$  du second nombre 4, & 2 pour le  $\frac{1}{2}$  du premier nombre 6) est egale à la somme de 4 & 1, à sçavoir 4 pour les  $\frac{4}{5}$  du troisieme nombre 5, & 1 pour le  $\frac{1}{4}$  du second nombre 4. Au second ladicte somme 5, est aussi egale à la somme de 4 & 1, à sçavoir 4 pour les  $\frac{2}{3}$  du premier nombre 6, & 1 pour  $\frac{1}{3}$  du troisieme nombre 5, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXVI.

**T**rouvons quatre nombres tels, que la somme des  $\frac{3}{4}$  du second &  $\frac{1}{2}$  du premier, soit egale à la somme des  $\frac{4}{5}$  du troisieme, &  $\frac{1}{4}$  du second. Item egale à la somme des  $\frac{5}{6}$  du quatrieme, &  $\frac{1}{3}$  du troisieme. Item egale à la somme des  $\frac{2}{3}$  du premier, &  $\frac{1}{6}$  du quatrieme.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre 3 ①  $\frac{15}{23}$   
 Et le second quelque nombre Arithmetique, soit 4 4  
 Somme des  $\frac{3}{4}$  du second, & du  $\frac{1}{2}$  du premier est 1 ① + 3  $\frac{11}{23}$   
 Or puis que selon la question, la somme des  $\frac{2}{3}$  du premier ( qui sont 2 ① ) & de  $\frac{1}{6}$  du quatrieme, faut estre egale au troisieme en l'ordre, s'ensuit que 2 ① soustraiet du dict troisieme en l'ordre, la reste (pour  $\frac{1}{6}$  du quatrieme) fera — 1 ① + 3; Et son sextuple pour le 4 nombre requis — 6 ① + 18  $\frac{11}{23}$   
 Et puis que la somme des  $\frac{5}{6}$  du quatrieme (qui sont — 5 ① + 15) &  $\frac{1}{3}$  du troisieme, faut estre egale au troisieme en l'ordre, s'ensuit que — 5 ① + 15, soustraiet de 1 ① + 3; la reste pour le  $\frac{1}{3}$  du troisieme, sera 6 ① — 12, & son quincuple pour le troisieme nombre 30 ① — 60  $\frac{12}{23}$   
 Multipliant doncques  $\frac{1}{3}$  du troisieme (qui est 6 ① — 12) par 4; le produit pour  $\frac{4}{3}$  du troisieme sera 24 ① — 48  $\frac{96}{23}$   
 Au mesme ajoutté le  $\frac{1}{4}$  du second, qui est 1, la somme est 24 ① — 47  $\frac{119}{23}$   
 Egalé au troisieme en l'ordre, qui est 1 ① + 3  $\frac{119}{23}$   
 Lesquels reduicts 23 ① seront egales à 50; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{50}{23}$ .

Je di que  $\frac{15}{23}$ . 4.  $\frac{12}{23}$ .  $\frac{14}{23}$  sont les 4 nombre requis. *Demonstration.* Premièrement la somme de 3 &  $\frac{1}{2}$ , qui est  $\frac{7}{2}$  (à sçavoir 3 pour les  $\frac{3}{4}$  du second nombre 4, &  $\frac{1}{2}$  pour le  $\frac{1}{2}$  du premier  $\frac{15}{23}$ ) est egale à la somme de  $\frac{5}{6}$ , & 1 (à sçavoir  $\frac{50}{23}$  pour les  $\frac{4}{5}$  du troisieme, & 1 pour le  $\frac{1}{4}$  du second) Au second ladicte somme de  $\frac{7}{2}$ , est aussi egale à la somme de  $\frac{9}{3}$  &  $\frac{2}{3}$  (à sçavoir  $\frac{119}{23}$  pour les  $\frac{2}{3}$  du quatrieme  $\frac{114}{23}$ , & les  $\frac{2}{3}$  pour le  $\frac{1}{3}$  du troisieme  $\frac{12}{23}$ ) Au troisieme ladicte somme de  $\frac{7}{2}$ , est aussi egale à la somme de  $\frac{10}{2}$ , &  $\frac{1}{2}$  (à sçavoir  $\frac{100}{23}$  pour les  $\frac{2}{3}$  du premier  $\frac{50}{23}$ , & les  $\frac{1}{2}$  pour

le  $\frac{1}{2}$  du quatrieme  $\frac{14}{23}$ ) selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

**NOTA.** Les questions qui ne se peuvent faire selon nombre donné ou raison requise, semblent de peu d'utilité; & telles sont les precedentes 25 & 26 & les suivantes 27 & 28, les considerant simplement comé elles sont proposees. Mais on les peut rendre en leur perfection, à sçavoir selon nombre donné, par la Reigle de Proportionnelle partition. Par exemple, soyent 10 à partir en quatre parties selon le requis de ceste 26 question: On besoignera comé devant, & apres telle operation achevée, on partira 10 en quatre parties (par le 15 probleme) entre eux en telle raison comme sont les nombres de la solution, à sçavoir  $\frac{150}{23}$ . 4.  $\frac{120}{23}$ .  $\frac{114}{23}$ . Et les quatre parties de 10 requises seront telles:  $3\frac{18}{119}$ .  $1\frac{11}{119}$ .  $2\frac{6}{119}$ .  $2\frac{47}{119}$ . dont la demonstration sera semblable à la precedente; Et le mesme s'entendra aussi de la 25 & 27 & 28 questions: Mais il faut noter que eecy se fait en infinies manieres; Car si nous mettons 8 au lieu de 4 second en l'ordre de la precedente construction, les quatre nombres requis seront  $\frac{300}{23}$ , 8,  $\frac{240}{23}$ ,  $\frac{228}{23}$ , & partissant 10 en parties proportionnelles à iceux, les parties de 10 se trouveront encor autrement que les precedentes, & ainsi en l'infini.

QUESTION XXVII.

**T**rouvons trois nombres tels, que la somme du premier, & le  $\frac{1}{3}$  des deux autres, soit egale à la somme du second, & le  $\frac{1}{4}$  des deux autres. Item egale à la somme du troisieme, & le  $\frac{1}{5}$  des deux autres.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①  $\frac{13}{12}$   
 Et le second & troisieme soyent ensemble quelque nombre Arithmetique comme 3 3  
 Ergo la somme du premier, & le  $\frac{1}{3}$  des deux autres, est 1 ① + 1; mais la somme du premier, & le  $\frac{1}{3}$  des deux autres est (selon la question) egale à la somme du second, & le  $\frac{1}{4}$  des deux autres; ergo la somme du second & le  $\frac{1}{4}$  des deux autres, est 1 ① + 1, son quadruple 4 ① + 4.  
 Doncques le quadruple de la somme du second & le  $\frac{1}{4}$  des deux autres est 4 ① + 4.  
 Mais le triple du second, plus la somme de tous les trois nombres est (par le suivant theoreme) egale au quadruple de la somme du second, & le  $\frac{1}{4}$  des deux autres.  
 Ergo le triple du second, plus la somme de tous les trois; est 4 ① + 4.  
 Des mesmes soustraiet la somme de tous les trois nombres, qui sont le premier & second en l'ordre, à sçavoir 1 ① + 3; Reste pour le triple du second nombre 3 ① + 1, desquels le  $\frac{1}{3}$  pour le second nombre, est 1 ① +  $\frac{1}{3}$   $\frac{17}{12}$   
 Mais la somme du premier, &  $\frac{1}{3}$  des deux autres, est (selon la question) egale à la somme du troisieme, & le  $\frac{1}{5}$  des deux autres; Ergo la somme du troisieme nombre, & le  $\frac{1}{5}$  des deux autres, est 1 ① + 1, son quincuple 5 ① + 5.  
 Doncques le quincuple de la somme du troisieme, & le  $\frac{1}{5}$  des deux autres, est 5 ① + 5.  
 Mais le quadruple du troisieme, plus la somme de tous les trois nombres, est (par le suivant theoreme) egale au quincuple de la somme du troisieme, & le  $\frac{1}{5}$  des deux autres.

Ergo le quadruple troisieme, plus la somme de tous les trois, est  $5 \textcircled{1} + 5$ .

Des memes soustraiet la somme de tous les trois, qui sont le premier & second en l'ordre, à sçavoir  $1 \textcircled{1} + 3$ , reste pour le quadruple du troisieme nombre  $4 \textcircled{1} + 2$ , desquels le  $\frac{1}{4}$  pour le troisieme nombre  $1 \textcircled{1} + \frac{1}{2}$   $\frac{19}{12}$

La somme du premier second & troisieme nombre (qui sont le premier, troisieme & quatrieme en l'ordre) est  $3 \textcircled{1} + \frac{5}{6}$   $\frac{49}{12}$

Egale à la somme du premier & second en l'ordre  $1 \textcircled{1} + 3$   $\frac{49}{12}$

Lesquels reduicts  $2 \textcircled{1}$  seront egales à  $2 \frac{1}{6}$ ; Et par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{13}{12}$ .

Je di, que  $\frac{13}{12}$ ,  $\frac{17}{12}$ ,  $\frac{19}{12}$  sont les trois nombres requis.

Demonstration. Premièrement la somme de  $\frac{13}{12}$  &  $1$  (à sçavoir  $\frac{13}{12}$  pour le premier nombre, &  $1$  pour le  $\frac{1}{3}$  des deux autres nombres  $\frac{17}{12}$   $\frac{19}{12}$ ) qui est  $\frac{23}{12}$ , est egale à la somme de  $\frac{17}{12}$  &  $\frac{2}{3}$  (à sçavoir  $\frac{27}{12}$  pour le second nombre, &  $\frac{2}{3}$  pour le quart des deux autres nombres  $\frac{13}{12}$  &  $\frac{19}{12}$ .) Au second de ladicte somme  $\frac{23}{12}$ , est aussi egale à la somme de  $\frac{19}{12}$  &  $\frac{1}{2}$  (à sçavoir  $\frac{19}{12}$  pour le troisieme nombre, &  $\frac{1}{2}$  pour le  $\frac{1}{3}$  des deux autres nombres  $\frac{13}{12}$  &  $\frac{19}{12}$ .) selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME.

**L**E multiple d'un nombre de quelques nombres donnez, plus la somme de tous les donnez, est egal au produit du multiple d'unité maieur que le premier multiple, par la somme d'udit un nombre, & le semblable submultiple des nombres restans.

Explication du donne. Soyent donnez quelques nombres 6. 5. 2. Explication du requis. Il faut demonstrier par ces nombres ce qui est proposé au theoreme.

Demonstration. Prenons le multiple de quelque nombre des donnez; soit le triple du second 5, fait 15, au mesme ajousté tous les nombres 6. 5. 2. la somme sera 28. Or dict le theoreme, que ceste somme de 28, sera egale au quadruple (car le premier multiple estoit triple, & le second multiple doit estre d'unité maieur, ergo quadruple) de la somme de 5 & 2 (à sçavoir 5 qui dessus avoit esté multiplié, & 2 pour semblable submultiple des nombres restans, c'est à dire du subquadruple de la somme de 6 & 2) qui est aussi 28, selon le theoreme.

Et pourtant nous avons dict à la 27 question, que le triple du second, plus la somme de tous les trois, est egal au quadruple de la somme du second nombre, & le  $\frac{1}{4}$  des deux autres.

Autre exemple.

Soyent autrefois quelques nombres tels: 2. 7. 8. 3. 5. & prenons le multiple d'un des memes, soit le septuple du troisieme 8, fait 56; au mesme ajoustez tous les nombres 2. 7. 8. 3. 5. la somme sera 81. Or dict le theoreme, que ceste somme de 81, est egale à l'octuple (car le premier multiple est sextuple, & le second multiple doit estre d'unité maieur, ergo octuple) de la somme de 8 &  $2 \frac{1}{8}$  (à sçavoir 8 qui avoit esté multiplié cy dessus, &  $2 \frac{1}{8}$  pour le semblable submultiple des nombres restans, c'est à dire, le suboctuple de 17, qui est la somme de 2. 7. 3. 5.) car elle est aussi 81.

Dont se pourroit conclure, en questions comme sont la 27 & 28, que le septuple du troisieme nombre, plus la somme de tous les nombres, est egal à l'octuple de la somme du troisieme nombre, & du  $\frac{1}{8}$  des quatre autres. Conclusion. Le multiple doncques d'un nombre, plus la somme, &c. ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXVIII.

**T**rouvons quatre nombres tels, que la somme du premier, & le  $\frac{1}{3}$  des trois autres, soit egale à la somme du second & le  $\frac{1}{4}$  des trois autres: Item egale à la somme du troisieme, & le  $\frac{1}{5}$  des trois autres: Item egale à la somme du quatrieme, & le  $\frac{1}{6}$  des trois autres.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1}$   $\frac{47}{90}$   
Et le second, troisieme, & quatrieme ensemble quelque nombre Arithmetique comme 3 3

Ergo la somme du premier & le  $\frac{1}{3}$  des trois autres est (selon la question) egale à la somme du second & le  $\frac{1}{4}$  des trois autres, ergo la somme du second & le  $\frac{1}{4}$  des trois autres, est  $1 \textcircled{1} + 1$ , son quadruple  $4 \textcircled{1} + 4$ .

Doncques le quadruple de la somme du second & le  $\frac{1}{4}$  des trois autres est  $4 \textcircled{1} + 4$ .

Mais le triple du second plus la somme de tous les quatre nombres, est (par le precedent theoreme) egale au quadruple de la somme du second & le  $\frac{1}{4}$  des trois autres.

Ergo le triple du second, plus la somme de tous les quatre nombres, est  $4 \textcircled{1} + 4$ .

Des memes soustraiet la somme de tous les quatre nombres, qui sont le premier & second en l'ordre, à sçavoir  $1 \textcircled{1} + 3$ , reste pour le triple du second nombre  $3 \textcircled{1} + 1$ , desquels le  $\frac{1}{3}$  pour le second nombre est  $1 \textcircled{1} + \frac{1}{3}$   $\frac{27}{90}$

Mais la somme du premier & le  $\frac{1}{3}$  des trois autres, est selon la question, egale à la somme du troisieme & le  $\frac{1}{4}$  des trois autres; Ergo la somme du troisieme nombre & le  $\frac{1}{4}$  des trois autres, est  $1 \textcircled{1} + 1$ , son quincuple  $5 \textcircled{1} + 5$ .

Doncques le quincuple de la somme du troisieme & le  $\frac{1}{4}$  des trois autres, est  $5 \textcircled{1} + 5$ ;

Mais le quadruple du troisieme plus la somme de tous les quatre nombres est (par le precedent theoreme) egale au quincuple de la somme du troisieme & le  $\frac{1}{4}$  des trois autres;

Ergo le quadruple du troisieme, plus la somme de tous les quatre nombres, est  $5 \textcircled{1} + 5$ .

Des memes soustraiet la somme de tous les quatre qui sont le premier & second en l'ordre, à sçavoir  $1 \textcircled{1} + 3$ , reste pour le quadruple du troisieme nombre  $4 \textcircled{1} + 2$ , desquels le  $\frac{1}{4}$  pour le troisieme nombre  $1 \textcircled{1} + \frac{1}{2}$   $\frac{92}{90}$

Mais la somme du premier & le  $\frac{1}{4}$  des trois autres est (selon la question) egale à la somme du quatrieme & le  $\frac{1}{6}$  des trois autres; Ergo la somme du quatrieme nombre, & le  $\frac{1}{6}$  des trois autres, est  $1 \textcircled{1} + 1$ , son sextuple  $6 \textcircled{1} + 6$ .

Doncques le sextuple de la somme du quatrieme, & le  $\frac{1}{6}$  des trois autres est  $6 \textcircled{1} + 6$ .

Mais le quincuple du quatrieme plus la somme de tous les quatre nombres est (par le precedent theoreme) egale au sextuple de la somme du quatrieme & à  $\frac{1}{6}$  des trois autres.

Ergo le quincuple du quatrieme, plus la somme de tous les quatre nombres, est  $6 \textcircled{1} + 6$ .

Des memes soustraiet la somme de tous les quatre nombres, qui sont le premier & second en l'ordre, à sçavoir  $1 \textcircled{1} + 3$ , reste

pour le quincuple du quatriesme nombre  
 $5 \textcircled{1} + 3$ , desquels le  $\frac{1}{5}$  pour le quatriesme  
 nombre  $1 \textcircled{1} + \frac{3}{5}$   $\frac{101}{90}$   
 La somme du premier second troisieme &  
 quatriesme nombre (qui sont le premier  
 troisieme quatriesme & cinquiesme en  
 l'ordre) est  $4 \textcircled{1} + \frac{49}{30}$   $\frac{317}{90}$   
 Egale à la somme du premier & second en  
 l'ordre  $1 \textcircled{1} + 3$   $\frac{317}{90}$

Lesquels reduicts  $3 \textcircled{1}$  seront egales à  $\frac{47}{30}$ , & par le 67  
 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{47}{90}$ .

Je di, que  $\frac{47}{90}$   $\frac{77}{90}$   $\frac{92}{90}$   $\frac{101}{90}$  sont les quatre nombres  
 requis. *Demonstration.* Premièrement la somme de  $\frac{47}{90}$   
 &  $1$ , est  $\frac{137}{90}$  (à sçavoir  $\frac{47}{90}$  pour le premier nombre, &  $1$   
 pour le  $\frac{3}{5}$  des trois autres nombres) & est egale à la som-  
 me de  $\frac{77}{90}$ , &  $\frac{2}{3}$  (à sçavoir  $\frac{77}{90}$  pour le second nombre,  
 &  $\frac{2}{3}$  pour le  $\frac{1}{4}$  des trois autres.) Au second ladicte  
 somme  $\frac{137}{90}$ , est aussi egale à la somme de  $\frac{92}{90}$ , &  $\frac{1}{2}$  (à  
 sçavoir  $\frac{92}{90}$  pour le troisieme nombre, &  $\frac{1}{2}$  pour le  $\frac{1}{5}$   
 des trois autres nombres.) Au troisieme ladicte som-  
 me  $\frac{137}{90}$ , est aussi egale à la somme de  $\frac{101}{90}$  &  $\frac{2}{3}$  (à sça-  
 voir  $\frac{101}{90}$  pour le quatriesme nombre, &  $\frac{2}{3}$  pour le  $\frac{1}{6}$   
 des trois autres nombres) selon le requis; ce qu'il fal-  
 loit demonstrier.

QUESTION XXIX.

**S**oyent donnez deux nombres 8 & 2. Il faut trouver un troi-  
 sieme, qui multiplié par les donnez, donne l'un produit  
 carré, & l'autre produit son costé.

CONSTRUCTION.

Soit le nombre requis  $1 \textcircled{1}$  2  
 Qui multiplié par 8 donné, fait pour premier  
 produit  $8 \textcircled{1}$  16  
 Et multiplié ledict nombre requis par 2 donné,  
 fait pour second produit  $2 \textcircled{1}$  4  
 Qui doit estre la racine du premier produit,  
 ergo son carré  $4 \textcircled{2}$  16  
 Est egal au second en l'ordre  $8 \textcircled{1}$  16

Lesquels reduicts,  $4 \textcircled{1}$  seront egales à 8, & par le 67  
 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 2.

Je di, que 2 est le nombre requis. *Demonstration.* Mul-  
 tiplié 2 par 8, fait 16, & le mesme 2 multiplié par le 2  
 donné fait 4, qui est racine carrée du carré 16, selon  
 le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXX.

**T**rouvons deux nombres, desquels la somme soit 6, & le pro-  
 duit des mesmes 8.

CONSTRUCTION.

Soit l'un nombre  $1 \textcircled{1}$  4  
 Ergo l'autre  $-1 \textcircled{1} + 6$  2  
 Leur produit  $-1 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1}$  8  
 Egal à 8

Lesquels reduicts  $1 \textcircled{2}$  sera egale à  $6 \textcircled{1} - 8$ , & par le  
 68 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 4.

Je di, que 4 & 2 sont les deux nombres requis. *Demon-  
 strat.* La somme de 4 & 2 est 6; Et le produit de 4 & 2  
 est 8, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrier.

*Autre construction de ceste 30 question selon  
 Diophante, pour avoir à la fin simple quan-  
 tité egale à simple quantité.*

Soit l'un nombre requis  $1 \textcircled{1}$ , plus la moitié de la  
 somme des nombres requis qui est 3, fait  $1 \textcircled{1} + 3$  4

Ergo l'autre nombre (puis que leur somme doit  
 estre 6) sera  $-1 \textcircled{1} + 3$  2  
 Leur produit  $-1 \textcircled{2} + 9$  8  
 Egal au produit requis 8

Lesquels reduicts  $1 \textcircled{2}$  sera egale à 1, & par le 78 pro-  
 bleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 1.

Doncques 4 & 2 seront les nombres requis comme  
 dessus.

QUESTION XXXI.

**T**rouvons deux nombres, desquels la somme soit 6, & la som-  
 me de leurs quarez 20.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1}$  4  
 Ergo le second nombre  $-1 \textcircled{1} + 6$  2  
 Le carré du premier nombre est  $1 \textcircled{2}$  16  
 Le carré du second nombre  $1 \textcircled{2} - 12 \textcircled{1} + 36$  4  
 Somme des deux quarez  $2 \textcircled{2} - 12 \textcircled{1} + 36$  20  
 Egal à 20

Lesquels reduicts  $2 \textcircled{2}$  seront egales à  $12 \textcircled{1} - 16$ , &  
 par le 68 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 4.

Je di, que 4 & 2 sont les deux nombres requis. *Demon-  
 stration.* La somme de 4 & 2 est 6, & le carré de 4 est  
 16; auquel ajouté le carré de 2, qui est 4, la somme est  
 20, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

*Autre construction de ceste 31 question, selon  
 Diophante, pour avoir à la fin simple quan-  
 tité egale à simple quantité.*

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1}$ , plus la moi-  
 tie de la somme des nombres requis, qui est  
 3, fait  $1 \textcircled{1} + 3$  4  
 Ergo le second nombre (puis que leur somme  
 doit estre 6) sera  $-1 \textcircled{1} + 3$  2  
 Le carré du premier nombre  $1 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} + 9$  16  
 Le carré du second nombre  $1 \textcircled{2} - 6 \textcircled{1} + 9$  4  
 Sommes des deux quarez  $2 \textcircled{2} + 18$  20  
 Egal à 20

Lesquels reduicts,  $2 \textcircled{2}$  seront egales à 2, & par le 68  
 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 1.

Doncques 4 & 2, seront les deux nombres requis,  
 comme dessus.

QUESTION XXXII.

**T**rouvons deux nombres, desquels la somme soit 6, & desquels  
 le carré de l'un, excède au carré de l'autre, en 12.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1}$  4  
 Ergo le second  $-1 \textcircled{1} + 6$  2  
 Le carré du premier nombre  $1 \textcircled{2}$  16  
 Du mesme soustraiet le carré du second nom-  
 bre, qui est  $1 \textcircled{2} - 12 \textcircled{1} + 36$  4  
 Reste  $12 \textcircled{1} - 36$  12  
 Egal à 12

Lesquels reduicts,  $12 \textcircled{1}$  seront egals à 48, & par le  
 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 4.

Je di, que 4 & 2, sont les deux nombres requis. *Dé-  
 monstration.* La somme de 4 & 2 est 6, & le carré de 4  
 qui est 16, excède au carré de 2 qui est 4, en 12, selon  
 le requis, ce qu'il falloit demonstrier.

*Autre*

Autre construction de ceste 32 question, selon Diophante.

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1}$ , plus la moitié de la somme des nombres requis qui est 3, fait  $1 \textcircled{1} + 3$  4  
 Ergo le second nombre  $-1 \textcircled{1} + 3$  2  
 Le carré du premier nombre  $1 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} + 9$  16  
 Du mesme soustraiet le carré du second nombre qui est  $1 \textcircled{2} - 6 \textcircled{1} + 9$  4  
 Reste  $12 \textcircled{1}$  12  
 Egales à 12  
 Et par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 1.  
 Doncques 4 & 2 feront les deux nombres requis, comme dessus.

QUESTION XXXIII.

Trouvons deux nombres, desquels la difference soit 2, & le produit 8.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1}$  2  
 Ergo le second nombre  $1 \textcircled{1} + 2$  4  
 Leur produit  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$  8  
 Egal à 8

Et par le 68 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 2.  
 Je di, que 2 & 4 sont les nombres requis. Demonstration. La difference de 4 à 2 est 2, & le produit de 4 par 2 est 8, selon le requis; Ce qu'il falloit demonstrier.

Autre construction de ceste 33 question selon Diophante, pour avoir à la fin simple quantité egale à simple quantité.

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1}$ , plus la moitié de leur difference requise, qui est 1, fait  $1 \textcircled{1} + 1$  4  
 Ergo le second nombre, puis que leur difference doit estre 2, sera  $1 \textcircled{1} - 1$  2  
 Leur produit  $1 \textcircled{2} - 1$  8  
 Egal au produit requis 8

Lesquels reduicts  $1 \textcircled{2}$  sera egal à 9, & par le 78 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 3.  
 Doncques 4 & 2 feront les nombres requis comme dessus.

QUESTION XXXIV.

Trouvons deux nombres en raison double, & que la somme de leurs quarez, soit à la somme des mesmes nombres en raison quincuple.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1}$  3  
 Et le second nombre son double, sera  $2 \textcircled{1}$  6  
 Leur somme  $3 \textcircled{1}$  9  
 Le carré du premier nombre  $1 \textcircled{2}$  9  
 Le carré du second nombre  $4 \textcircled{2}$  36  
 La somme des quarez 5  $\textcircled{2}$ , est quincuple au troisieme en l'ordre; Ergo sa  $\frac{1}{5}$  qui est  $1 \textcircled{2}$  9  
 Est egale au troisieme en l'ordre, qui est  $3 \textcircled{1}$  9

Lesquels reduicts  $1 \textcircled{1}$  sera egale ou vaudra 3.  
 Je di, que 3 & 6 sont les deux nombres requis. Demonstration. Les nombres 6 & 3 sont en raison double, & la somme de leurs quarez 45 (à sçavoir 36 & 9) est en quincuple raison à la somme de 6 & 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXXV.

Trouvons deux nombres en raison triple, & que la somme de leurs quarez aye à la difference des nombres, raison quincuple.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1}$  1  
 Et le second nombre son triple, sera  $3 \textcircled{1}$  3  
 Leur difference est  $2 \textcircled{1}$  2  
 Le carré du premier nombre  $1 \textcircled{2}$  1  
 Le carré du second nombre  $9 \textcircled{2}$  9  
 La somme des quarez 10  $\textcircled{2}$ , est quincuple au troisieme en l'ordre, ergo sa  $\frac{1}{5}$  qui est  $2 \textcircled{2}$  2  
 Est egale au troisieme en l'ordre, qui est  $2 \textcircled{1}$  2  
 Lesquels reduicts  $2 \textcircled{1}$  seront egales à 2, & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 1.

Je di, que 1 & 3 sont les deux nombres requis. Demonstration. 3 & 1 sont en raison triple, & la somme de leurs quarez (qui sont 9 & 1) est 10, qui obtient à 2 (difference d'entre 3 & 1) raison quincuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXXVI.

Trouvons deux nombres en raison triple, & que la difference de leurs quarez, soit à la somme des mesmes nombres en raison quadruple.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1}$  2  
 Et le second nombre son triple, sera  $3 \textcircled{1}$  6  
 Leur somme  $4 \textcircled{1}$  8  
 Le carré du premier nombre  $1 \textcircled{2}$  4  
 Le carré du second nombre  $9 \textcircled{2}$  36  
 Difference des quarez 8  $\textcircled{2}$ , est quadruple au troisieme en l'ordre, ergo son  $\frac{1}{4}$  qui est  $2 \textcircled{2}$  8  
 Est egal au troisieme en l'ordre  $4 \textcircled{1}$  8

Lesquels reduicts  $2 \textcircled{1}$  seront egales à 4, & par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 2.

Je di, que 2 & 6 sont les nombres requis. Demonstration. 6 & 2 sont en raison triple, & la difference de leurs quarez 32 (à sçavoir de 36 & 4) est quadruple à la somme de 6 & 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXXVII.

Trouvons deux nombres en raison triple, & que la difference de leurs quarez aye à la difference des nombres raison quadruple.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1}$  1  
 Et le second nombre son triple, sera  $3 \textcircled{1}$  3  
 Leur difference  $2 \textcircled{1}$  2  
 Le carré du premier nombre  $1 \textcircled{2}$  1  
 Le carré du second nombre  $9 \textcircled{2}$  9  
 Difference des quarez 8  $\textcircled{2}$ , est quadruple au troisieme en l'ordre, ergo son  $\frac{1}{4}$  qui est  $2 \textcircled{2}$  2  
 Est egal au troisieme en l'ordre, qui est  $2 \textcircled{1}$  2

Lesquels reduicts  $2 \textcircled{1}$  seront egales à 2, & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 1.

Je di, que 1 & 3 sont les deux nombres requis. Demonstration. 3 & 1 sont en raison triple, & 8 difference de leurs quarez, à sçavoir de 1 & 9, obtient raison quadruple, à 2 difference des nombres 3 & 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXXVII.

**T**rouvons deux nombres en raison triple tels, que le carré du moindre, aye au maieur nombre, raison double.

CONSTRUCTION.

|  |                 |    |
|--|-----------------|----|
| Soit le moindre nombre                                   | 1 ①             | 6  |
| Et le maieur nombre son triple, fera                     | 3 ①             | 18 |
| Le carré du moindre nombre 1 ②, est double               | 1 ②             | 18 |
| au maieur nombre, ergo sa moitié qui est $\frac{1}{2}$ ② | $\frac{1}{2}$ ② | 18 |
| Est egale au maieur nombre                               | 3 ①             | 18 |

Lesquels reduicts  $\frac{1}{2}$  ① sera egale à 3, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 6.

Je di, que 6 & 18 sont les nombres requis. Demonstration. 18 & 6 sont en raison triple, & le carré 36 du moindre nombre obtient au maieur nombre 18, raison double selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXXIX.

**T**rouvons deux nombres en raison triple tels, que le carré du moindre nombre, aye au moindre nombre raison double.

CONSTRUCTION.

|   |                 |   |
|---|-----------------|---|
| Soit le moindre nombre                                    | 1 ①             | 2 |
| Et le maieur nom son triple, fera                         | 3 ①             | 6 |
| Le carré du moindre nombre 1 ②, est double                | 1 ②             | 2 |
| au moindre nombre, ergo sa moitié qui est $\frac{1}{2}$ ② | $\frac{1}{2}$ ② | 2 |
| Est egale au moindre nombre                               | 1 ①             | 2 |

Lesquels reduicts  $\frac{1}{2}$  ① sera egale à 1, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 6 sont les deux nombres requis. Demonstration. 6 & 2 sont en raison triple, & le carré 4 du moindre nombre 2, obtient au mesme moindre nombre raison double, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

ANNOTATION D'A. G.

Ceste question est fort mal proposée, & vèux bien croire qu'elle a esté adjoustée de quelque ignorant, car la deuxiesme condition n'est pas liée n'y conjointe, ce qui pourra servir d'avertissement de n'en point faire des telles.

QUESTION XL.

**T**rouvons deux nombres en raison triple tels, que le carré du moindre, aye a la somme des nombres raison double.

CONSTRUCTION.

|  |     |    |
|--|-----|----|
| Soit le moindre nombre                       | 1 ① | 8  |
| Et le maieur nombre son triple, fera         | 3 ① | 24 |
| Leur somme                                   | 4 ① | 32 |
| Le carré du moindre nombre 1 ②, est double à | 1 ② | 64 |
| la somme des nombres 4 ①, ergo               | 1 ② | 64 |
| Est egale au double de 4 ①, qui est à        | 8 ① | 64 |

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 8.

Je di, que 8 & 24 sont les deux nombres requis. Demonstration. Les nombres 24 & 8 sont en raison triple, & le carré 64 du moindre nombre 8, est double à 32, qui est la somme des 24 & 8, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XLI.

**T**rouvons deux nombres en raison triple tels, que le carré du moindre nombre, aye a la difference des nombres raison double.

CONSTRUCTION.

|                                     |     |    |
|-------------------------------------|-----|----|
| Soit le moindre nombre              | 1 ① | 4  |
| Et le maieur nombre son triple sera | 3 ① | 12 |
| Leur difference est                 | 2 ① | 8  |

Le carré du moindre nombre 1 ②, est double à la différence 2 ①, ergo  $\frac{1}{2}$  ②

Est egale à la difference des nombres 2 ①

Lesquels reduicts  $\frac{1}{2}$  ① sera egale à 2, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 4.

Je di, que 4 & 12 sont les deux nombres requis. Demonstration. 12 & 4 sont en raison triple, & le carré 16 du moindre nombre 4, est 8 (différence de 4 & 12) en raison double, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

NO TA. Ce qui est mis pour 42 question, est appendice des precedentes sonnans ainsi:

**P**ar mesme maniere on trouvera deux nombres de raison donnée, ainsi que le carré du maieur, au moindre nombre soit raison requise. Item deux nombres de raison donnée, ainsi que le carré du maieur, au mesme maieur soit raison requise. Item deux nombres de raison donnée, ainsi que le carré du maieur, obtienne à la somme des nombres, raison requise. Et au dernier deux nombres de raison donnée, ainsi que le carré du maieur, à la difference des nombres, soit raison requise.

QUESTION XLIII.

**S**oyent donnez deux nombres 3 & 2; Il faut trouver leur troiesme nombre tel, que la somme de chascques deux nombres multipliée par le troiesme, donnent trois produits d'egaux excès: desquels produits celui de 3, par la somme des deux autres, soit le maieur; Et le produit de 2, par les deux autres, le moyen; Et le produit du nombre requis, par les deux autres, le moindre.

CONSTRUCTION.

|  |         |                |
|--|---------|----------------|
| Soit le nombre requis  | 1 ①     | $\frac{3}{2}$  |
| Au mesme ajouté le 2 donné, fait pour la somme des deux nombres 1 ① + 2; | 3 ①     | $\frac{21}{2}$ |
| qui multipliée par le troiesme nombre 3, donne produit                   | 3 ① + 6 | $\frac{21}{2}$ |

|   |         |                |
|---|---------|----------------|
| Puis ajouté au nombre requis 1 ①, le 3 donné, fait pour la somme de deux nombres 1 ① + 3, | 2 ①     | $\frac{18}{2}$ |
| qui multipliée par le troiesme nombre 2, donne produit                                    | 2 ① + 6 | $\frac{18}{2}$ |

|  |     |                |
|--|-----|----------------|
| Puis ajoutez les nombres donnez 3 & 2, fait pur la somme de deux nombres 5,  | 5 ① | $\frac{15}{2}$ |
| qui multipliée par le troiesme (qui est le premier en l'ordre) donne produit | 5 ① | $\frac{15}{2}$ |

Doncques le maieur produit est 3 ① + 6, le moyen 2 ① + 6, le moindre 5 ①; Mais de trois nombres d'egal excès, le double du moyen est egal à la somme des extremes, & le moyen est icy 2 ① + 6, ergo son double 4 ① + 12

Est egal à la somme des extremes, c'est à dire à la somme de 3 ① + 6 & 5 ①, qui sont 8 ① + 6

Lesquels reduicts 4 ① seront egales a 6, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{3}{2}$ .

Je di, que  $\frac{3}{2}$  sont le nombre requis. Demonstration. Multipliant  $\frac{3}{2}$ , somme de 2 &  $\frac{3}{2}$ , par le troiesme nombre 3, le produit est  $\frac{21}{2}$ ; Puis multipliant  $\frac{3}{2}$ , somme de  $\frac{3}{2}$  & 3, par le troiesme nombre 2, le produit est  $\frac{18}{2}$ ; Puis multipliant 5, somme de 3 & 2, par le troiesme nombre  $\frac{3}{2}$ , le produit est  $\frac{15}{2}$ ; Or ces trois produits ont egaux excès, car le maieur excède au moyen en  $\frac{3}{2}$ , aussi excède le moyen au moindre en  $\frac{3}{2}$ ; Item le produit de 3, par les deux autres, est le maieur; Et le produit de 2 par les deux autres est le moyen; Et le produit du nombre requis  $\frac{3}{2}$ , par les deux autres, est le moindre selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

SECOND LIVRE

D'ALGÈBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduit en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN de Bruges.

QUESTION I.

Trouvons deux nombres, desquels la somme de leurs quarrés, aye a la somme des nombres raison decuple.

CONSTRUCTION.

|   |      |     |
|---|------|-----|
| Soit le moindre nombre  | 1 ①  | 6   |
| Et le maieur quelque autre, soit  | 2 ①  | 12  |
| Somme des nombres   | 3 ①  | 18  |
| Le quarré du moindre  | 1 ②  | 36  |
| Le quarré du maieur   | 4 ②  | 144 |
| Somme des quarrés   | 5 ②  | 180 |
| Egale au decuple de la somme des nombres troisiésme en l'ordre, qui est à | 30 ① | 180 |

Lesquels reduicts 5 ① feront egales à 30, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 6.

Je di, que 6 & 12 sont les nombres requis. Demonstration. La somme des quarrés des nombres 6 & 12 est 180, qui obtient à 18, somme des nombres, raison decuple, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION II.

Trouvons deux nombres, desquels la difference, obtienne à la difference de leurs quarrés raison subsextuple.

CONSTRUCTION.

|   |     |    |
|---|-----|----|
| Soit le moindre nombre  | 1 ① | 2  |
| Et le maieur quelque autre nombre, soit   | 2 ① | 4  |
| Leur difference   | 1 ① | 2  |
| Le quarré du moindre nombre   | 1 ② | 4  |
| Le quarré du maieur nombre  | 4 ② | 16 |
| Difference des quarrés  | 3 ② | 12 |
| Egale au sextuple de la difference des nombres troisiésme en l'ordre, qui est à | 6 ① | 12 |

Lesquels reduicts 3 ① feront egales à 6, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 sont les nombres requis. Demonstration. La difference 2 (d'entre les nombres 2 & 4) obtient à la difference 12 (d'entre leurs quarrés 16 & 4) raison subsextuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION III.

Trouvons deux nombres tels, que leur produit aye à leur somme raison sextuple.

CONSTRUCTION.

|  |      |     |
|--|------|-----|
| Soit le moindre nombre                   | 1 ①  | 9   |
| Et le maieur quelque nombre, soit        | 2 ①  | 18  |
| Leur somme                               | 3 ①  | 27  |
| Le produit du moindre & majeur           | 2 ②  | 162 |
| Egal au sextuple de la somme des nombres | 18 ① | 162 |

Lesquels reduicts 2 ① feront egales à 18, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 9.

Je di, que 9 & 18 sont les deux nombres requis. Demonstration. 162 (qui est le produit de 9 & 18) obtient à 27 (qui est la somme de 9 & 18) raison sextuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION IV.

Trouvons deux nombres, desquels la somme de leurs quarrés obtenne à la difference des nombres, raison decuple.

CONSTRUCTION.

|  |      |    |
|--|------|----|
| Soit le moindre nombre   | 1 ①  | 2  |
| Et le maieur quelque autre nombre, soit  | 2 ①  | 4  |
| Leur difference  | 1 ①  | 2  |
| Le quarré du moindre nombre  | 1 ②  | 4  |
| Le quarré du maieur nombre   | 4 ②  | 16 |
| Somme des quarrés  | 5 ②  | 20 |
| Egale au decuple de la difference des nombres troisiésme en l'ordre, qui est à | 10 ① | 20 |

Lesquels reduicts, 5 ① feront egales à 10, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 sont les deux nombres requis. Demonstration. 20 (somme des quarrés des nombres 2 & 4) obtient à 2 (qui est difference des nombres 2 & 4) raison decuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION V.

Trouvons deux nombres tels, que la difference de leurs quarrés, aye à la somme des nombres, raison sextuple.

CONSTRUCTION.

|  |      |     |
|--|------|-----|
| Soit le moindre nombre   | 1 ①  | 6   |
| Et le maieur quelque autre nombre, soit                                    | 2 ①  | 12  |
| Leur somme est   | 3 ①  | 18  |
| Le quarré du moindre   | 1 ②  | 36  |
| Le quarré du maieur  | 4 ②  | 144 |
| Difference des quarrés   | 3 ②  | 108 |
| Egale au sextuple de la somme des nombres troisiésme en l'ordre, qui est à | 18 ① | 108 |

Lesquels traduits 3 ① seront egales à 18, & 1 ① par le 67 probleme, vaudra 6.

Je di, que 6 & 12 sont les deux nombres requis. Demonstration. 108 (qui est la difference des quarrés de 6 & 12) obtient à 18 (qui est la somme des nombres 6 & 12) raison sextuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION VI.

Trouvons deux nombres, desquels la difference 2, & la difference de leurs quarrés 22.

CONSTRUCTION.

|   |               |                  |
|---|---------------|------------------|
| Soit le moindre nombre                    | 1 ①           | 4 $\frac{1}{2}$  |
| Ergo le maieur nombre                     | 1 ① + 2       | 6 $\frac{1}{2}$  |
| Le quarré du moindre nombre               | 1 ②           | 8 $\frac{1}{4}$  |
| Le quarré du maieur nombre                | 1 ② + 4 ① + 4 | 16 $\frac{9}{4}$ |
| Difference des quarrés                    | 4 ① + 4       | 22               |
| Egale à la difference des quarrés requise | 22            |                  |

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 18, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4  $\frac{1}{2}$ .

Je di, que 4  $\frac{1}{2}$  & 6  $\frac{1}{2}$  sont les deux nombres requis. Demonstration. La difference de 4  $\frac{1}{2}$  & 6  $\frac{1}{2}$  est 2, & la difference

différence de leurs quarréz (qui sont  $\frac{81}{4}$  &  $\frac{169}{4}$ ) est 22, selon le requis; ce qu'il falloit démonstrer.

QUESTION VII.

NOTA. Si l'on considère bien la 7 question, le sens se trouve tel.

**T**rouvons deux nombres desquels la différence 2, & la différence de leurs quarréz 16.

Laquelle étant semblable à la précédente 6 question nous n'en ferons point de construction.

QUESTION VIII.

**P**artons un nombre quarré à sa racine commensurable, comme 16, en deux semblables quarréz.

CONSTRUCTION.

Soit le premier quarré  $1 \textcircled{1}$   $\frac{256}{25}$   
 Ergo le second quarré  $-1 \textcircled{2} + 16$   $\frac{144}{25}$   
 Egal à quelque quarré à sa racine commensurable, pour le costé duquel on posera quelques  $1 \textcircled{1} - \sqrt{16}$ ; Soit  $2 \textcircled{1} - 4$ , & le quarré sera  $4 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 16$   $\frac{144}{25}$

Lesquels reduicts  $5 \textcircled{1}$  seront egales à 16, & par le 67 problème  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{16}{5}$ .

Je di que  $\frac{256}{25}$  &  $\frac{144}{25}$ , sont les deux quarréz requis. *Démonstration.* La somme de  $\frac{256}{25}$  &  $\frac{144}{25}$ , est 16. Item la racine de  $\frac{256}{25}$  est  $\frac{16}{5}$ , & la racine de  $\frac{144}{25}$  est  $\frac{12}{5}$ , qui sont à leurs quarréz commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit démonstrer.

NOTA. Il est notoire qu'on pourra trouver par ceste 8 question, des infiniz triangles rectangles divers, desquels chaque costé sera nombre Arithmetique. Par exemple; Si l'on pose l'un costé contenant l'angle droit, la racine des susdictes  $\frac{256}{25}$ , qui est  $\frac{16}{5}$ , & l'autre costé la racine des  $\frac{144}{25}$ , qui est  $\frac{12}{5}$ , l'hypothénuse sera 4.

QUESTION IX.

**C**este 9 question, est la mesme que la 8, mais elle se fera ici par autre construction telle.

CONSTRUCTION.

Soit le costé du premier quarré  $1 \textcircled{1}$   $\frac{16}{5}$   
 Et le costé du second quarré, soit de quelques  $1 \textcircled{1}$   
 moins  $\sqrt{16}$ , soit  $2 \textcircled{1} - 4$   $\frac{12}{5}$   
 Ergo le premier quarré  $1 \textcircled{1}$   $\frac{256}{25}$   
 Et le second quarré  $4 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 16$   $\frac{144}{25}$   
 Somme des quarréz  $5 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 16$  16  
 Egale à 16

Lesquels reduicts  $5 \textcircled{1}$  seront egales à 16, & par le 67 problème,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{16}{5}$ .

Doncques  $\frac{256}{25}$  &  $\frac{144}{25}$ , seront les deux quarréz requis, comme dessus.

QUESTION X.

**P**artons un nombre composé de deux nombres quarréz à leurs racines commensurables, comme 13 composé de 9 & 4; En deux autres semblables quarréz.

CONSTRUCTION.

Soit le costé du premier quarré, de quelques  $1 \textcircled{1}$  plus la racine de l'un quarré donné 4, comme  $1 \textcircled{1} + 2$   $\frac{18}{5}$   
 Et le costé du second quarré, soit de quelques  $1 \textcircled{1}$  moins la racine de l'autre quarré donné, comme  $2 \textcircled{1} - 3$   $\frac{1}{5}$   
 Ergo le premier quarré  $1 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 4$   $\frac{324}{25}$   
 Et le second quarré  $4 \textcircled{2} - 12 \textcircled{1} + 9$   $\frac{1}{25}$

Somme des quarréz  $5 \textcircled{2} - 8 \textcircled{1} + 13$  13  
 Egale à 13

Lesquels reduicts  $5 \textcircled{1}$  seront egales à 8, & par le 67 problème,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{8}{5}$ .

Je di que  $\frac{324}{25}$  &  $\frac{1}{25}$ , sont les deux quarréz requis. *Démonstration.* Les deux quarréz  $\frac{324}{25}$  &  $\frac{1}{25}$ , sont ensemble 13, & la racine de  $\frac{324}{25}$  est  $\frac{18}{5}$ , & la racine de  $\frac{1}{25}$  est  $\frac{1}{5}$ , lesquels racines sont à leurs quarréz commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit démonstrer.

QUESTION XI.

**T**rouvons deux nombres quarréz à leurs racines commensurables, tels que leur différence soit 60.

CONSTRUCTION.

Soit le costé du premier quarré  $1 \textcircled{1}$   $8\frac{1}{2}$   
 Et le costé du second quarré  $1 \textcircled{1}$ , & plus quelque nombre moindre que  $\sqrt{60}$  (dont la raison appert en la dernière egalité) soit  $1 \textcircled{1} + 3$   $11\frac{1}{2}$   
 Ergo le premier quarré  $1 \textcircled{2}$   $72\frac{1}{4}$   
 Et le second quarré  $1 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} + 9$   $132\frac{1}{4}$   
 Différence des quarréz  $6 \textcircled{1} + 9$  60  
 Egale à la différence requise 60

Lesquels reduicts  $6 \textcircled{1}$  seront egales à 51, & par le 67 problème,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $8\frac{1}{2}$ .

Je di que  $72\frac{1}{4}$  &  $132\frac{1}{4}$  sont les deux quarréz requis. *Démonstration.* La différence des deux quarréz  $72\frac{1}{4}$  &  $132\frac{1}{4}$  est 60, & la racine de l'une est  $8\frac{1}{2}$ , & de l'autre  $11\frac{1}{2}$ , qui sont à leurs quarréz commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit démonstrer.

NOTE DV QVARE DE DOVBLE EGALITE.

**N**ous parlerons en aucunes questions suivantes du quarré de double egalité, pourtant avant qu'y venir nous descrirons sa Definition & Invention en ceste sorte:

DEFINITION.

**E**stant deux quantitez, à l'une desquelles il faut poser estre egal quelque quarré, tel que sa valeur, ensemble la valeur de l'autre quantité, soient quarréz à leurs racines commensurables: Alors iceluy quarré posé, s'appelle quarré de double egalité.

EXPLICATION.

Soyent par exemple deux quantitez, l'une  $1 \textcircled{1} + 1$ , l'autre  $1 \textcircled{1} + 6$ , & le quarré posé, egal à  $1 \textcircled{1} + 1$  soit 4; D'ou s'ensuit que  $1 \textcircled{1} + 6$ , vaudra semblable quarré 9 (car  $1 \textcircled{1} + 1$  vallant 4, la  $1 \textcircled{1}$  vaut 3) Doncques 4 est quarré de double egalité; Nommé ainsi, par ce qu'il est quarré, egal à  $1 \textcircled{1} + 1$ , & sur cela il cause encore egalité, entre  $1 \textcircled{1} + 6$  & semblable quarré 9.

DE L'INVENTION DV QVARE DE DOVBLE EGALITE.

**E**T pour declarer son invention nous poserons deux quantitez, la moindre  $1 \textcircled{1} + 1$ , & la maieure  $1 \textcircled{1} + 6$ , desquelles il faut trouver le quarré de double egalité, egal premierement à la moindre (car on peut egalé le quarré de double egalité au moindre, ou au maieur, comme l'on veut; nous dirons doncques premierement du moindre, puis du maieur.)

On soustraira la moindre quantité proposée  $1 \textcircled{1} + 1$  de la maieure  $1 \textcircled{1} + 6$ , reste 5; puis on prendra quelques deux nombres, desquels le produit soit 5; à sçavoir egal à ladicte reste; soit l'un 5, l'autre 1 (car leur produit



produict est 5 ) leur difference 4 (difference par ce que c'est du moindre que nous cherchons, car quand on le cherche du majeur, il faut prendre leur somme) la moitié 2, son quarré, pour le quarré de double egaleté egal à la moindre quantité proposée, est 4.

La demonstration est, que la moindre quantité  $1 \textcircled{1} + 1$  vallant 4, la  $1 \textcircled{2}$  vaudra 3; Mais  $1 \textcircled{1}$  vallant 3, la majeure quantité  $1 \textcircled{1} + 6$  vaudra 9, qui est semblable quarré. Doncques 4, selon la definition ci dessus, est leur quarré de double egaleté.

Mais pour trouver le quarré de double egaleté; egal à la majeure quantité proposée  $1 \textcircled{1} + 6$ , on aiouftera les susdictes 5 & 1, font 6, sa moitié 3, son quarré, pour le quarré de double egaleté requis egal au majeur proposé, est 9, dont la demonstration est notoire par la precedente.

AVTRE EXEMPLE.

Soient autre fois deux quantitez desquelles il faut trouver le quarré de double egaleté egal au moindre, tels; le majeur  $4 \textcircled{2} + 15 \textcircled{1}$ , le moindre  $4 \textcircled{2} - 1 \textcircled{1} - 4$ .

On soustraira la moindre quantité de la majeure, reste  $16 \textcircled{1} + 4$ . Puis on prendra quelque deux nombres desquels le produict soit  $16 \textcircled{1} + 4$ , à sçavoir egal à icelle reste, soit l'un  $4 \textcircled{1} + 1$ , l'autre 4, (car leur produict est  $16 \textcircled{1} + 4$ ) leur difference  $4 \textcircled{1} - 3$ , sa moitié  $2 \textcircled{1} - \frac{3}{2}$ , son quarré (pour le quarré de double egaleté requis, egal au moindre proposé) est  $4 \textcircled{2} - 6 \textcircled{1} + \frac{9}{4}$ .

La demonstration est, qu'estant  $4 \textcircled{2} - 6 \textcircled{1} - \frac{9}{4}$  egales à  $4 \textcircled{2} - 1 \textcircled{1} - 4$ , alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{3}{4}$ , & le quarré de double egaleté  $4 \textcircled{2} - 6 \textcircled{1} + \frac{9}{4}$ , vaudra quarré à sa racine commensurable 1. Item  $4 \textcircled{2} + 15 \textcircled{1}$  vaudront semblable quarré 25.

Mais pour trouver le quarré de double egaleté egal au majeur, on aiouftera les susdictes  $4 \textcircled{1} + 1$  & 4, font  $4 \textcircled{1} + 5$ , sa moitié  $2 \textcircled{1} + \frac{5}{2}$ , son quarré (pour le quarré de double egaleté requis egal au majeur nombre proposé  $4 \textcircled{2} + 15 \textcircled{1}$ ) est  $4 \textcircled{2} + 10 \textcircled{1} + \frac{25}{4}$ . Dont la demonstration sera semblable à la precedente.

EXCEPTION:

Quant à ce que nous avons dict ci dessus (comme au premier exemple de l'invention du quarré de double egaleté) qu'on trouvera quelques deux nombres desquels le produict soit 5, il faut considerer que tous nombres combien leur produict fust 5, n'en seront pas propres ne fust que lon voulust dire la solution estre— ou 0, qui n'estant pas l'intention de Diophante, faut qu'ils soient de la qualité comprins en la règle descripte par Xylandre telle:

REIGLE.

ON trouvera deux nombres, desquels le produict soit egal à la difference des deux nombres donnez, mais par telle condition, que le quarré de la moitié de leur difference, soit majeur que le moindre nombre Arithmetique donné, ou, ce qui est le mesme, que le quarré de la moitié de leur somme, soit majeur que le majeur nombre Arithmetique donné.

Dont la cause est notoire par les operations, comme nous en dirons plus amplement à la note de la suivante 12 question.

QUESTION XII.

TRouvons un nombre, qui aiouste à 3, puis à 2, les sommes soient quarréz à leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

Soit le nombre requis  $1 \textcircled{1}$   
 Lequel aiouste à 3, la somme est  $1 \textcircled{1} + 3$   
 Et ledict nombre requis aiouste à 2, la somme est  $1 \textcircled{1} + 2$

$$\frac{97}{64}$$

$$\frac{225}{64}$$

Or chascque de ces deux sommes doit estre egale à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté, soit par position de  $4 \textcircled{2} + \frac{1}{4}$  (pour les deux nombres desquels le produict est egal à la difference de  $1 \textcircled{1} + 3$  &  $1 \textcircled{1} + 2$ ) desquels le quarré de double egaleté, egal au moindre  $1 \textcircled{1} + 2$ , est par la precedente note

$$\frac{225}{64}$$

$$\frac{97}{64}$$

Lesquels reduicts  $1 \textcircled{1}$  sera egale ou vaudra  $\frac{97}{64}$ .

Je di, que  $\frac{97}{64}$  est le nombre requis. *Demonstration.* Aioustant  $\frac{97}{64}$  à 3, fait quarré  $\frac{289}{64}$ , sa racine  $\frac{17}{8}$ . Item aiouste  $\frac{97}{64}$  à 2, fait quarré  $\frac{225}{64}$ , sa racine  $\frac{15}{8}$ ; ce sont doncques quarréz à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA. Si au lieu des deux nombres 4 &  $\frac{1}{4}$ , on eust prins 5 &  $\frac{1}{5}$  (desquels le produict est aussi 1) le nombre requis, qui satisfait aussi à la question, eust alors esté  $\frac{24}{25}$ , & ainsi d'infiniz autres.

Mais si au lieu des deux nombres 4 &  $\frac{1}{4}$ , on eust prins 2 &  $\frac{1}{2}$  (desquels le produict est aussi 1) le nombre requis, qui satisferoit aussi à la question (si l'on voulust solver par—) seroit  $\frac{23}{8}$ , lequel aiouste au 3, fait quarré  $\frac{213}{8}$ , & aiouste au 2, fait quarré  $\frac{9}{8}$ ; qui sont quarréz selon le requis.

AVTRE CONSTRUCTION SANS QUARRE DE DOVBLE EGALETE.

Posons le nombre requis tel, que l'aioustant à 2 la somme soit tel quarré, soit  $1 \textcircled{2} - 2$

$$\frac{97}{4}$$

Au mesme si on aiouste 2, sera quarré selon la question, & si au mesme nombre requis, on aiouste 3, la somme sera  $1 \textcircled{2} + 1$

$$\frac{289}{64}$$

Laquelle somme doit estre valeur de nombre quarré selon la question, doncques elle est egale à quelque tel quarré: Or pour le trouver, on fingera son costé  $1 \textcircled{1}$  moins quelque nombre Arithmetique, duquel le quarré soit majeur que le 1 de  $1 \textcircled{2}$  du second en l'ordre, dont la raison apparoist en la reduction, soit tel costé fingé  $1 \textcircled{1} - 4$ , ergo son quarré  $1 \textcircled{2} - 8 \textcircled{1} + 16$

$$\frac{289}{64}$$

Est egal au second en l'ordre, qui est  $1 \textcircled{2} + 1$

$$\frac{289}{64}$$

Lesquels reduicts 8  $1 \textcircled{1}$  seront egales à 15, & par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{13}{8}$ .

$$\frac{67}{8}$$

Doncques  $\frac{97}{64}$  sera le nombre requis comme dessus.

QUESTION XIII.

TRouvons un nombre, lequel soustraiet de 9, & puis de 21, les restes soient quarréz à leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

Silon soustraiet  $-1 \textcircled{2} + 9$ , de 9, il y en restera  $1 \textcircled{2}$  valeur de quelque quarré selon la question, posons doncques que le nombre requis soit  $-1 \textcircled{2} + 9$

$$\frac{83}{4}$$

Le mesme soustraiet de 21, reste  $1 \textcircled{2} + 12$

$$\frac{121}{4}$$

Laquelle reste doit estre valeur de nombre quarré selon la question, doncques elle est egale à quelque tel quarré: Or pour le trouver fingons que son costé soit  $1 \textcircled{1}$ ,

moins quelque nombre Arithmetique, duquel le quarré soit maieur que le 12 du second en l'ordre; dont la raison apparoist en la réduction, soit tel costé fingé 1 ① — 4, son quarré egal au second en l'ordre, est

$$1 \textcircled{2} - 8 \textcircled{1} + 16 \quad | \quad 12 \frac{1}{4}$$

Lesquels reduicts 8 ① seront egales à 4, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{1}{2}$ .

Je di, que  $8 \frac{3}{4}$  est le nombre requis. *Demonstration.* Soubstrayons  $8 \frac{3}{4}$ , de 9, reste  $\frac{1}{4}$ , la racine  $\frac{1}{2}$ ; Puis soubstrayons ledict nombre  $8 \frac{3}{4}$ , de 21, reste  $12 \frac{1}{4}$ , la racine  $\frac{7}{2}$ , ce sont doncques quarréz à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XIV.

**T**rouvons un nombre, duquel soubstraiet 6; & puis 7, que les restes soient quarréz à leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

Soit le nombre requis 1 ①  
 Du mesme soubstraiet 6, reste 1 ① — 6  
 Et d'icel nbre requis soubstraiet 7, reste 1 ① — 7  
 Or chascque de ces deux restes doit estre egale à quelque quarré, qui est à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté, soit par position de 2 &  $\frac{1}{2}$  (pour les deux nombres desquels le produit est egal à la difference de 1 ① — 6 & 1 ① — 7) Desquels le quarré de double egaleté egal au moindre 1 ① — 7, est par la note devant la 12 question

$$\begin{array}{r|l} 1 \textcircled{1} & \frac{12 \frac{1}{2}}{16} \\ 1 \textcircled{1} - 6 & \frac{12 \frac{1}{2}}{16} \\ 1 \textcircled{1} - 7 & \frac{12 \frac{1}{2}}{16} \\ \hline & \frac{9}{16} \end{array}$$

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra  $\frac{12 \frac{1}{2}}{16}$ .

Je di, que  $\frac{12 \frac{1}{2}}{16}$  est le nombre requis. *Demonstration.* De  $\frac{12 \frac{1}{2}}{16}$  soubstraiet 6, reste quarré  $\frac{2 \frac{1}{2}}{16}$ , la racine  $\frac{3}{4}$ . Item de ledictes  $\frac{12 \frac{1}{2}}{16}$  soubstraiet 7, reste  $\frac{9}{16}$ , la racine  $\frac{3}{4}$ ; ce sont doncques quarréz à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

AUTRE CONSTRUCTION SANS QUARRE DE DOUBLE EGALETE.

Posons le nombre requis tel, qu'en soubstrayant 6, la reste soit quarré, soit 1 ② + 6  
 Si du mesme on soubstraiet 6, la reste sera quarré selon la question; Et si du mesme nombre requis on soubstraiet 7, la reste sera 1 ② — 1  
 Laquelle reste doit estre valeur de quelque nombre quarré selon la question, doncques elle est egale à quelque tel quarré. Or pour le trouver, on fingera son costé 1 ① moins quelque nombre Arithmetique duquel le quarré soit maieur que — 1 second en l'ordre, dont la raison appert en la réduction; soit tel costé fingé 1 ① — 2, ergo son quarré 1 ② — 4 ① + 4  
 Est egal au second en l'ordre 1 ② — 1

$$\begin{array}{r|l} 1 \textcircled{2} + 6 & \frac{12 \frac{1}{2}}{16} \\ 1 \textcircled{2} - 1 & \frac{9}{16} \\ \hline & \frac{12 \frac{1}{2}}{16} \\ & \frac{9}{16} \end{array}$$

Lesquels reduicts, 4 ① seront egales à 5, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{12 \frac{1}{2}}{16}$ , & le nombre requis sera comme dessus  $\frac{12 \frac{1}{2}}{16}$ .

QUESTION XV.

**P**Artons 20 en deux parties, puis trouvons un nombre quarré à sa racine commensurable, lequel aïouste à chascune partie, face semblables quarréz.

CONSTRUCTION.

On prendra quelques deux nombres, tels que la somme de leurs quarréz n'excede point au 20, dont la raison apparoistra en la réduction; soient 2 & 3, puis à 2 aïouste 1 ①, fait 1 ① + 2 pour quelque costé duquel le quarré fera 1 ② + 4 ① + 4, du mesme soubstraiet un quarré qui est 1 ②, reste pour l'une partie de 20 requise 4 ① + 4

$$\begin{array}{r|l} 4 \textcircled{1} + 4 & \frac{68}{16} \\ 4 \textcircled{1} + 3 & \frac{132}{16} \\ 6 \textcircled{1} + 9 & \frac{132}{16} \\ 10 \textcircled{1} + 13 & 20 \\ \hline & 20 \end{array}$$

Puis au aïouste 1 ①, fait 1 ① + 3 pour quelque costé duquel le quarré fera 1 ② + 6 ① + 9, du mesme soubstraiet un quarré qui est 1 ②, reste pour l'autre partie de 20 requise 6 ① + 9

Somme des deux parties 10 ① + 13  
 Egale à 20

Lesquels reduicts 10 ① seront egales à 7, & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{7}{10}$ .

Je di, que  $\frac{68}{16}$  &  $\frac{132}{16}$  sont les parties de 20 requises, &  $\frac{49}{10}$  le quarré requis. *Demonstration.* La somme de  $\frac{68}{16}$  &  $\frac{132}{16}$  est 20, ce sont doncques les parties de 20. Item la racine de  $\frac{49}{10}$  est  $\frac{7}{10}$ , c'est doncques quarré à sa racine commensurable. Puis aïousteons  $\frac{49}{10}$  à  $\frac{68}{16}$  fait  $\frac{729}{160}$ , sa racine  $\frac{27}{10}$ . Item ledict quarré  $\frac{49}{10}$  à aïouste aux  $\frac{132}{16}$ , fait  $\frac{1369}{160}$ , sa racine  $\frac{37}{10}$ ; ce sont doncques quarréz à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XVI.

**P**Artons 20 en deux parties, puis trouvons un nombre quarré à sa racine commensurable, & du mesme soubstraiet chascune partie de 20, que les restes soient semblables quarréz.

CONSTRUCTION.

Soit la racine du nombre requis 1 ① + quelque nombre Arithmetique duquel le quarré n'excede point à 20, dont la raison apparoistra en la réduction, son quarré pour le quarré requis 1 ② + 4 ① + 4

$$\begin{array}{r|l} 1 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 4 & \frac{635}{36} \\ 2 \textcircled{1} + 3 & \frac{76}{36} \\ 2 \textcircled{1} + 3 & \frac{44}{36} \\ \hline & \frac{129}{6} \end{array}$$

Or il est notoïre, que si du mesme on soubstraiet les 4 ① + 4, que la reste 1 ② sera valeur de nombre quarré à sa racine commensurable: mais si on en soubstraiet 2 ① + 3, la reste sera 1 ② + 2 ① + 1, qui (veu que sa racine est 1 ① + 1) sera aussi valeur de quarré à sa racine commensurable; Doncques pour l'une partie de 20, posons 4 ① + 4

Et pour l'autre partie de 20, posons 2 ① + 3

Or quelle de ces deux parties on soubstraiet du quarré premier en l'ordre, il est notoïre que la reste sera valeur de quarré selon la question: Reste maintenant que leur somme, qui est 6 ① + 7

Soit egale à 20

Lesquels reduicts 6 ① seront egales à 13, & par le 67 probleme 1 ① vaut  $\frac{13}{6}$ .

Je di, que  $\frac{76}{36}$  &  $\frac{44}{36}$  sont les deux parties de 20 requises. Item, que  $\frac{625}{36}$  est le quarré requis. *Demonstration.* La somme de  $\frac{76}{36}$  &  $\frac{44}{36}$  est 20, ce sont doncques les deux parties de 20. Item la racine de  $\frac{625}{36}$  est  $\frac{25}{6}$ , c'est doncques quarré à sa racine commensurable. Puis soubstraiet  $\frac{76}{36}$  du quarré  $\frac{625}{36}$ , la reste est quarré  $\frac{169}{36}$ , duquel la racine  $\frac{13}{6}$ . Item soubstraiet  $\frac{44}{36}$  du mesme quarré  $\frac{625}{36}$ , la reste est  $\frac{361}{36}$ , duquel la racine est  $\frac{19}{6}$ , qui sont à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XVII.

**T**rouvons deux nombres en raison triple tels, que chacun ajouté à nombre carré à sa racine commensurable comme 9, les sommes soient semblables quarrés.

CONSTRUCTION.

On prendra 1 ① + la racine de 9 qui est 3, son carré 1 ② + 6 ① + 9; du mesme soustraict le quarré donné 9, reste pour le moindre nombre requis 1 ② + 6 ① = 1080  
Son triple pour le majeur nombre requis

3 ② + 18 ① = 3240  
Au mesme ajouté (selon la question) 9, la somme est 3 ② + 18 ① + 9 = 3249

Egale à quelque quarré duquel le costé soit binomique distinct, duquel le premier nom soit d'autant des ①, que leur potence quarré soit plus que 3 ② du troisieme en l'ordre, & que le second nom, soit la racine de 9 donnée. la raison de ces choses apparoistrà en la réduction; Soit tel binomique 2 ① - 3, son quarré sera 4 ② - 12 ① + 9 = 3249  
Lesquels reduicts 1 ① fera egale à 30.

Je di, que 1080 & 3240 sont les nombres requis.  
*Demonstration.* Les 3240 sont en raison triple aux 1080. Item ajouté 9 à 3240, fait quarré 3249, sa racine 57. Item ajouté 9 à 1080 fait quarré 1089, sa racine 33; ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XVIII.

**T**rouvons trois nombres tels, que donnant le premier sa  $\frac{1}{3}$  plus 6 au second: Le second sa  $\frac{1}{6}$  plus 7 au troisieme: le troisieme sa  $\frac{1}{7}$  plus 8 au premier: Qu' alors ils soient tous egaux.

Voila les motz selon Diophante, mais pour les mieux accommoder à conformité de la construction, nous mettrons la mesme question autre fois ainsi:

**T**rouvons trois nombres tels, que de la somme du second & la  $\frac{1}{3}$  du premier plus 6, soustraict la  $\frac{1}{6}$  du second + 7; Item de la somme du troisieme & la  $\frac{1}{6}$  du second plus 7, soustraict la  $\frac{1}{7}$  du troisieme plus 8; Item de la somme du premier & la  $\frac{1}{7}$  du troisieme plus 8, soustraict la  $\frac{1}{3}$  du premier plus 6: Les trois restes soient egaux.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis 5 ① =  $\frac{90}{7}$   
Et le second soit 6 ① =  $\frac{108}{7}$   
La somme du second nombre & la  $\frac{1}{3}$  du premier & 6 est 7 ① + 6, des mesmes soustraict la  $\frac{1}{6}$  du second + 7, reste pour premiere reste requise 6 ① - 1 =  $\frac{101}{7}$   
Ergo la troisieme reste, egale à la premiere, selon la question est aussi 6 ① - 1 =  $\frac{101}{7}$   
Or estant trouvées ces deux restes, ensemble le premier & second nombre, il faut par les mesmes trouver le troisieme nombre en ceste sorte: Au reste 6 ① - 1 ajouté 1 ①, pour la  $\frac{1}{3}$  du premier & + 6, la somme est 7 ① + 5; & des mesmes soustraict le premier nombre requis 5 ① & plus 8, reste pour la  $\frac{1}{7}$  du troisieme nombre requis 2 ① - 3; ergo son sextuple pour le troisieme nombre requis est 14 ① - 21 =  $\frac{102}{7}$   
Or estant trouvez les trois nombres requis, il faut que la seconde reste que nous trouve-

rons par les mesmes, soit aussi (comme le troisieme en l'ordre) 6 ① - 1. Il faut donc (selon la question) de la somme du troisieme nombre 14 ① - 21 &  $\frac{1}{6}$  du second, qui est 1 ①, & 7, laquelle somme est 15 ① - 14, soustraire la  $\frac{1}{7}$  du troisieme nombre, qui est 2 ① - 3 & + 8, reste pour seconde reste requise 14 ① - 19 =  $\frac{101}{7}$

Egale à la premiere reste requise 6 ① - 1 =  $\frac{101}{7}$   
Lesquels reduicts 7 ① seront egaux à 18; & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{18}{7}$

Je di, que  $\frac{90}{7}$ ,  $\frac{108}{7}$ ,  $\frac{102}{7}$  sont les trois nombres requis.  
*Demonstration.* De  $\frac{108}{7}$  qui est la somme du second & la  $\frac{1}{3}$  du premier plus 6, soustraict  $\frac{1}{6}$  (somme de  $\frac{18}{7}$  pour la  $\frac{1}{6}$  du second nombre, & 7) reste  $\frac{101}{7}$ . Item de  $\frac{102}{7}$  (somme du troisieme nombre  $\frac{102}{7}$ , & la  $\frac{1}{6}$  du second nombre  $\frac{18}{7}$ , & 7) soustraict  $\frac{1}{7}$  (somme de  $\frac{18}{7}$  pour la  $\frac{1}{7}$  du troisieme nombre, & 8) reste aussi  $\frac{101}{7}$ . Item de  $\frac{101}{7}$  (somme du premier nombre  $\frac{90}{7}$ , & la  $\frac{1}{7}$  du troisieme nombre  $\frac{18}{7}$ , & 8) soustraict  $\frac{1}{3}$  (somme de  $\frac{18}{7}$  pour la  $\frac{1}{3}$  du premier, & 6) reste aussi  $\frac{101}{7}$ . Les trois restes doncques sont egaux, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XIX.

NOTA.

Ceste 19 question est semblable à la precedente 18, discordant seulement en cela, que l'on demande icy que la somme des trois nombres requis soit 80; Dont la solution de Diophante n'est pas bonne. Xylander l'a voulu amender, mais il y a de l'erreur en sa solution aussi bien qu'en celle de Diophante. Nous experimenterons l'operation par postposées quantitez selon que SON EXCELLENCE l'a calculé, comme il en a fait de mesme en plusieurs questions de celles qui ont besoing de Theoreme.

Partons 80 en trois nombres tels, que de la somme du second &  $\frac{1}{3}$  du premier plus 6, soustraict la  $\frac{1}{6}$  du second plus 7: Puis de la somme du troisieme, & la  $\frac{1}{6}$  du second plus 7, soustraict la  $\frac{1}{7}$  du troisieme plus 8: Puis de la somme du premier &  $\frac{1}{7}$  du troisieme plus 8, soustraict  $\frac{1}{3}$  du premier plus 6, que les trois restes soient egaux.

Premiere partie de l'operation.

SON EXCELLENCE a pour le premier nombre, ou pour la premiere partie requise de 80 mis 1 ①.  
Quant à la deuxieme, veu qu'il y auroit quelque difficulté, & qu'il requiereroit beaucoup d'imagination, de la mettre en telles parties, comme la premiere en fait 1 ①, ou de le trouver par quelque autre pratique, il mettoit pour icelle deuxieme partie 1 sec. ①.  
Ce qui estant ainsi, le troisieme sera necessairement de -1 ① - 1 sec. ① + 80.  
Or avec ces trois nombres suivi le contenu de la question, à sçavoir de la somme du second nombre &  $\frac{1}{3}$  du premier + 6, soustraict la  $\frac{1}{6}$  du second + 7, il y demeure pour premiere reste  $\frac{2}{3}$  sec. ① +  $\frac{1}{3}$  ① - 1.  
Puis de la somme du troisieme nombre, & la  $\frac{1}{6}$  du second + 7, soustraict la  $\frac{1}{7}$  du troisieme + 8, il y demeure pour deuxieme reste -6 ① -  $\frac{29}{42}$  sec. ① +  $\frac{473}{7}$ .  
Les susdites deux restes doivent estre egaux, selon le contenu de la question. parquoy il les reduisoit, suivant la regle, & trouvoit finalement 1 sec. ① Egale à - $\frac{111}{16}$  + 45.  
Deuxies-

Deuxieme partie de l'operation.

Or ayant ainsi trouvé que la 1<sup>re</sup> sec. ① mise pour le deuxieme nombre, ou partie deuxieme en l'ordre, est egale en quantitez premierement posées avec  $-\frac{111}{160}$  ① + 45, il a recommencé une nouvelle operation, entierement de quantitez premierement posées, comme s'ensuit:

Pour premier nombre ou premiere partie requise de 80 soit posé  $1$  ①.

Pour le second nombre  $-\frac{111}{160}$  ① + 45.

Pour mettre maintenant le troisieme, on faut sçavoir la valeur de  $-1$  sec. ①, estant au nombre du troisieme en l'ordre de la premiere operation, laquelle se trouve, disant, 1<sup>re</sup> sec. ① vaut  $-\frac{111}{160}$  ① + 45, combien  $-1$  sec. ①? vient  $\frac{111}{160}$  ① - 45; cela mis au lieu de la susdite  $-1$  sec. ①, & l'adjoûtant avec les autres deux  $-1$  ① & + 80, alors pour le troisieme nombre ou partie requise de 80 viendra  $-\frac{49}{160}$  ① + 35.

Or avec ces trois nombres suivi le contenu de la question, à sçavoir de la somme du deuxieme nombre, & la  $\frac{1}{2}$  du premier + 6, soustraiçt la  $\frac{1}{6}$  du deuxieme + 7, il y demeure pour premiere reste  $-\frac{121}{320}$  ① +  $\frac{73}{2}$ .

Et ainsi se trouvera la deuxieme reste aussi de  $-\frac{121}{320}$  ① +  $\frac{73}{2}$ .

Et la troisieme reste de  $-\frac{121}{160}$  ① + 7.

Or doncques estant ceste troisieme reste egale à chascune des deux precedentes, à sçavoir  $\frac{121}{160}$  ① + 7, egale avec  $-\frac{121}{320}$  ① +  $\frac{73}{2}$ , il les a reduit suivant la regle, & trouvoit finalement 1 ① valoir ou faire  $\frac{9440}{363}$ , pour la premiere partie: Et les  $\frac{111}{160}$  ① + 45 faire  $\frac{2786}{363}$ , pour la deuxieme partie; & les  $-\frac{49}{160}$  ① + 35 faire  $\frac{9814}{363}$ , pour la troisieme partie.

Demonstration. Les susdits trois nombres sont ensemble 80, comme parties integrantes d'iceux 80, & quand on en fait selon le contenu de la question, on trouve les trois restes requises egales, chascune de  $\frac{2680}{363}$ , comme il appartient. Conclusion. Nous avons donc parti 80 en trois nombres tels, que de la somme du second, &c.

QUESTION XX.

Trouvons trois nombres quarez à leurs racines commensurables, & tels que la difference du majeur au moyen soit triple à la difference du moyen au moindre.

CONSTRUCTION.

Soit le moindre carré requis  $1$  ②  $\frac{23}{4}$

Et le costé du moyen soit  $1$  ① plus quelque nombre comme 1, son carré pour le moyen carré sera  $1$  ② +  $2$  ① +  $1$   $\frac{42}{4}$

La difference du moindre carré au moiën, est  $2$  ① +  $1$ , son triple  $6$  ① +  $2$ , qui ajoûté au moyen carré (à fin que le majeur carré excède au moyen le triple de la difference du moyen au moindre) fait pour le majeur carré  $1$  ② +  $8$  ① +  $4$   $\frac{121}{4}$

Egal à quelque carré fingé, duquel le costé soit  $1$  ① & plus quelque nombre Arithmetique. Mais tel que les ① & nombre Arithmetique de tel carré, n'excèdent pas (chacun à son espece) les  $8$  ① +  $4$ , mais que l'un excède & que l'autre soit excédé, dont la raison appert en la reduction; soit tel costé  $1$  ① +  $3$ , son carré  $1$  ② +  $6$  ① +  $9$   $\frac{121}{4}$

Lesquels reduicts  $2$  ① seront egales à  $5$ , & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{1}{2}$ .

Je di que  $\frac{23}{4}$ ,  $\frac{49}{4}$ ,  $\frac{121}{4}$  sont les trois nombres requis. Demonstration. Que les nombres  $\frac{23}{4}$ ,  $\frac{49}{4}$ ,  $\frac{121}{4}$  sont quarez à leurs racines commensurables, est manifeste. Item la difference 18 du majeur quarré au moyen, est triple à la difference 6 du moyen au moindre. selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXI.

Trouvons deux nombres tels, que le premier avec le quarré du second; Item le second, avec le quarré du premier, soient quarez à leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis  $1$  ①  $\frac{3}{13}$

Ergo le quarré du premier nombre  $1$  ②  $\frac{9}{169}$

Le second nombre soit tel, qu'ajoûté au quarré du premier nombre, donne pour somme un quarré selon la question, lequel se trouve en ceste sorte: on prendra le quarré de  $1$  ① plus quelque nombre Arithmetique, soit  $1$ , desquels le quarré est  $1$  ② +  $2$  ① +  $1$ , des mesmes on prendra pour second nombre requis (car à  $2$  ① +  $1$ , ajoûté le quarré du premier nombre  $1$  ②, fait  $1$  ② +  $2$  ① +  $1$ , qui aura valeur conforme à la question, veu que sa racine est  $1$  ① +  $1$ ) les  $2$  ① +  $1$   $\frac{19}{13}$

Son quarré pour quarré du second nombre  $4$  ② +  $4$  ① +  $1$   $\frac{361}{169}$

Somme du premier nombre, & du quarré du second nombre, est  $4$  ② +  $5$  ① +  $1$   $\frac{400}{169}$

Egale à quelque quarré selon la question, lequel se fingera tel, qu'il en puissent sortir des termes egaux convenables, qui sera duquel le costé  $2$  ①, & encore quelque nombre Arithmetique tel que les ① & nombre Arithmetique n'excèdent pas (chacun à son espece) les  $5$  ① +  $1$ , mais que l'un excède, & que l'autre soit excédé, comme  $-2$  (dont la raison appert en la reduction) le quarré sera  $4$  ② -  $8$  ① +  $4$   $\frac{400}{169}$

Lesquels reduicts  $13$  ① seront egales à  $3$ , & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{3}{13}$ .

Je di, que  $\frac{3}{13}$  &  $\frac{19}{13}$  sont les deux nombres requis. Demonstration. Le premier nombre  $\frac{3}{13}$ , avec le quarré du second  $\frac{361}{169}$ , fait quarré  $\frac{400}{169}$ , sa racine  $\frac{20}{13}$ . Item le second nombre  $\frac{19}{13}$ , avec le quarré du premier  $\frac{9}{169}$ , fait quarré  $\frac{236}{169}$ , sa racine  $\frac{16}{13}$ ; ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXII.

Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le moindre soustraiçt, du quarré du majeur, & le majeur du quarré du moindre, les restes soient quarez à leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

Soit le moindre nombre  $1$  ①, & plus quelque nombre Arithmetique comme  $1$  ① +  $1$   $\frac{8}{5}$

Ergo le quarré du moindre nombre  $1$  ② +  $2$  ① +  $1$   $\frac{64}{25}$

Le majeur nombre soit tel, que le mesme soustraiçt du quarré du moindre, il y en reste un quarré selon la question, lequel nombre sera toujours les ① & nombre Arithmetique du quarré du premier nombre (car les mesmes soustraiçts dudit quarré, restera encore  $1$  ②, de la-

de laquelle la valeur sera carré selon la question) qui soit  $2 \textcircled{1} + 1$   $\frac{11}{3}$   
 Son carré pour carré du second nombre  $4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 1$   $\frac{121}{9}$   
 Puis soustraiet le moindre nombre du carré du second nombre, reste  $4 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1}$   $\frac{81}{23}$   
 Egal a quelque carré selon la question, lequel on fingera tel, qu'il y en puissent sortir termes egaux convenables, qui sera prenant quelques  $\textcircled{1}$  desquels le carré soit plus que  $4 \textcircled{2}$  (dont la raison appert en la reduction) soyent  $3 \textcircled{1}$ , son carré  $9 \textcircled{2}$   $\frac{81}{23}$   
 Lesquels reduicts  $5 \textcircled{1}$  seront egales à  $3$ , & par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{3}{5}$ .

Je di, que  $\frac{8}{5}$  &  $\frac{11}{3}$  sont les deux nombres requis.  
*Demonstration.* Le moindre nombre  $\frac{8}{5}$ , soustraiet du carré du majeur nombre  $\frac{121}{25}$ , reste carré  $\frac{81}{25}$ , sa racine  $\frac{9}{5}$ . Item le majeur nombre  $\frac{11}{3}$ , soustraiet du carré du moindre nombre  $\frac{64}{9}$ , reste  $\frac{2}{9}$ , sa racine  $\frac{2}{3}$ . Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXIII.

**T**rouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le carré de chascun, ajoüsté à la somme des deux nombres, la somme soit carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le moindre nombre  $1 \textcircled{1}$   $\frac{1}{4}$   
 Ergo le carré du moindre nombre  $1 \textcircled{2}$   $\frac{1}{16}$   
 Or pour trouver le majeur nombre, on prendra la potence carrée de quelque  $\textcircled{1}$  plus quelque nombre Arithmetique, soit de  $1 \textcircled{1} + 1$ , son carré  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$ , du mesme soustraiet  $1 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1}$ , pour le moindre nombre & son carré (car ainsi la somme du carré du premier nombre, & des deux nombres  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$ , vaudra nombre carré selon la question, veu que son costé est  $1 \textcircled{1} + 1$ ) reste pour le majeur nombre  $1 \textcircled{1} + 1$   $\frac{5}{4}$   
 Son carré pour carré du majeur nombre  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$   $\frac{25}{16}$   
 Somme du carré du majeur nombre & des deux nombres requis est  $1 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 2$   $\frac{49}{16}$   
 Egal à quelque carré, que l'on fingera tel qu'il y en sortent termes egaux convenables comme souventesfois a esté dict ci dessus, soit duquel le costé  $1 \textcircled{1} - 2$ , ergo le qar.  $1 \textcircled{2} - 4 \textcircled{1} + 4$   $\frac{49}{16}$   
 Lesquels reduicts  $8 \textcircled{1}$  seront egales à  $2$ , & par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{1}{4}$ .

Je di, que  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{5}{4}$  sont les deux nombres requis.  
*Demonstration.* Du moindre nombre  $\frac{1}{4}$ , le carré est  $\frac{1}{16}$ , qui ajoüsté à  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{5}{4}$ , fait carré  $\frac{25}{16}$ , sa racine  $\frac{5}{4}$ . Item du majeur nombre  $\frac{5}{4}$ , le carré est  $\frac{25}{16}$ , qui ajoüsté à  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{5}{4}$ , fait carré  $\frac{49}{16}$ , sa racine  $\frac{7}{4}$ ; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXIV.

**T**rouvons deux nombres Arithmetiques tels, que du carré de chascun, soustraiet la somme des deux nombres, les restes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

Soit le moindre nombre requis  $1 \textcircled{1}$   $\frac{1}{4}$   
 Ergo le carré du moindre nombre  $1 \textcircled{2}$   $\frac{1}{16}$   
 Or pour trouver le majeur nombre, on prendra

le carré de quelque  $\textcircled{1}$ , plus quelque nombre Arithmetique, soit de  $1 \textcircled{1} + 1$ , son carré est  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$ , du mesme soustraiet  $1 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1}$ , pour le moindre nombre & son carré (car ainsi avienra, que du carré du majeur nombre, qui sera  $1 \textcircled{3} + 2 \textcircled{1} + 1$ , soustraiet les deux nombres requis, qui font ensemble  $2 \textcircled{1} + 1$ , restera  $1 \textcircled{2}$ , de laquelle la valeur sera carré conforme à la question) reste pour majeur nombre requis  $1 \textcircled{1} + 1$   $\frac{7}{2}$

Son carré pour carré du majeur nombre  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$   $\frac{49}{4}$   
 Puis du carré du moindre nombre, soustraiet la somme des deux nombres requis  $2 \textcircled{1} + 1$ , reste  $1 \textcircled{2} - 2 \textcircled{1} - 1$   $\frac{1}{4}$

Egal à quelque carré, que l'on fingera tel, qu'il y en sortent termes egaux convenables, soit duquel le costé  $1 \textcircled{1} - 3$ , ergo le carré  $1 \textcircled{2} - 6 \textcircled{1} + 9$   $\frac{1}{4}$

Lesquels reduicts,  $4 \textcircled{1}$  seront egales à  $10$ , & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{5}{2}$ .

Je di, que  $\frac{5}{2}$  &  $\frac{7}{2}$  sont les deux nombres requis.  
*Demonstration.* Du carré du moindre nombre requis  $\frac{25}{4}$ , soustraiet la somme des deux nombres  $\frac{5}{2}$  &  $\frac{7}{2}$  qui est  $\frac{24}{4}$ , reste carré  $\frac{1}{4}$ , sa racine  $\frac{1}{2}$ . Item du carré du majeur nombre  $\frac{49}{4}$ , soustraiet ladicte somme  $\frac{24}{4}$ , reste  $\frac{25}{4}$ , sa racine  $\frac{5}{2}$ ; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXV.

**T**rouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le carré de leur somme, ajoüsté à chascun nombre: Les sommes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des quarrez  $1 \textcircled{2}$   $\frac{1}{121}$   
 Et le moindre nombre requis soit tel, qu'ajoüsté à la somme des quarrez, la somme soit carré selon le requis, soit  $3 \textcircled{2}$   $\frac{3}{121}$   
 Et le majeur nombre soit aussi tel, qu'ajoüsté à la somme des quarrez (qui est le premier en l'ordre) la somme soit carré selon le requis, soit  $8 \textcircled{2}$   $\frac{8}{121}$   
 La somme des deux nombres requis est  $11 \textcircled{2}$ , son carré  $121 \textcircled{4}$   $\frac{1}{121}$   
 Egal au premier en l'ordre  $1 \textcircled{2}$   $\frac{1}{121}$   
 Lesquels reduicts  $121 \textcircled{2}$  seront egales à  $1$ , & par le 78 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{1}{11}$ .

Je di, que  $\frac{3}{121}$  &  $\frac{8}{121}$  sont les deux nombres requis.  
*Demonstration.* La somme des deux nombres  $\frac{3}{121}$  &  $\frac{8}{121}$ , est  $\frac{11}{121}$ , son carré  $\frac{121}{14641}$ , au mesme ajoüsté le moindre nombre  $\frac{3}{121}$ , fait carré  $\frac{1484}{14641}$ , sa racine  $\frac{22}{121}$ . Item audict carré  $\frac{121}{14641}$ , ajoüsté le majeur nombre  $\frac{8}{121}$ , fait carré  $\frac{1089}{14641}$ , sa racine  $\frac{33}{121}$ , ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXVI.

**T**rouvons deux nombres Arithmetiques tels, que du carré de leur somme, soustraiet chascun nombre, les restes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

On prendra quelque nombre carré à sa racine commensurable, soit  $16$ , puis on choisira

choisira quelques deux nombres qui soustraict de 16, donnent pour restes semblables quarez, soyent 7 & 12. Ces trois nombres nous serviront au propos comme s'enfuit : Posons pour le quarré de la somme des nombres requis

|                                    |    |                              |
|------------------------------------|----|------------------------------|
| 16                                 | ②  | $\frac{256}{361}$            |
| Et le moindre nombre requis        | 7  | ② $\frac{112}{361}$          |
| Et le majeur nombre requis         | 12 | ② $\frac{144}{361}$          |
| La somme des nombres requis est 19 | ②  | son quarré $\frac{361}{361}$ |
| Egal au premier en l'ordre         | 16 | ② $\frac{256}{361}$          |

Lesquels reduicts 361 ② seront egales à 16, & par le 78 probleme 1 ① vaudra  $\frac{4}{10}$ .

Je di, que  $\frac{112}{361}$  &  $\frac{144}{361}$  sont les deux quarez requis. *Demonstration.* La somme des deux nombres requis est  $\frac{324}{361}$ , son quarré  $\frac{256}{361}$ , du mesme soustraict le moindre nombre requis  $\frac{112}{361}$ , reste quarré,  $\frac{144}{361}$ , sa racine  $\frac{12}{19}$ . Item du mesme quarré  $\frac{256}{361}$ , soustraict le majeur nombre requis  $\frac{144}{361}$ , reste quarré  $\frac{64}{361}$ , sa racine  $\frac{8}{19}$ . Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXVII.

**T**rouvons deux nombres Arithmetiques tels, que chascun avec le produit des deux nombres, soit quarré à sa racine commensurable, & que la somme des deux racines soit 6.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①  $\frac{37}{27}$   
 Et le second nombre sera tel, que le mesme multiplié par le premier, & au produit ajoutté le premier, la somme soit quarré selon la question, doncques le second nombre soit 4 ② - 1 ①  $\frac{121}{27}$   
 Car ainsi fera le produit du premier & second 4 ② - 1 ①, auquel ajoutté le premier nombre 1 ①, fera quarré selon la question, à sçavoir pour premier quarré 4 ②, sa racine quarrée 2 ①  $\frac{74}{27}$   
 Puis au produit du premier & second nombre 4 ② - 1 ① ajouttant le second nombre fait pour second quarré 4 ② + 3 ① - 1 ①  $\frac{7744}{729}$   
 Or puis que la racine du premier quarré est 2 ①, la racine du second quarré (car leur somme doit estre 6 selon la question) sera - 2 ① + 6, desquels le quarré egal au second quarré, est 4 ② - 24 ① + 36  $\frac{7744}{729}$

Lesquels reduicts, 27 ① seront egales à 37, & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{37}{27}$ .

Je di, que  $\frac{37}{27}$  &  $\frac{121}{27}$  sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produit des deux nombres  $\frac{37}{27}$  &  $\frac{121}{27}$  est  $\frac{4477}{729}$ , au mesme ajoutté le premier nombre  $\frac{37}{27}$  fait quarré  $\frac{5476}{729}$ , sa racine  $\frac{74}{27}$ . Item audict produit  $\frac{4477}{729}$ , ajoutté le second nombre  $\frac{121}{27}$ , fait quarré  $\frac{7744}{729}$ , sa racine  $\frac{88}{27}$ . Item la somme des racines  $\frac{74}{27}$  &  $\frac{88}{27}$  est 6 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXVIII.

**T**rouvons deux nombres Arithmetiques tels, que chascun soustraict de leur produit, les restes soyent nombres quarez à leurs racines commensurables; Et que la somme de leurs racines soit 5.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre 1 ①  $\frac{26}{17}$   
 Et le second nombre sera tel, que multiplié par le premier, & du produit soustraict

le premier, le reste soit quarré selon la question, doncques le second nombre soit 4 ② + 1 ①  $\frac{121}{17}$

Car ainsi fera le produit du premier & second, 4 ② + 1 ①, duquel soustraict le premier nombre 1 ①, la reste est quarré selon la question; à sçavoir pour premier quarré 4 ②, sa racine pour racine du premier quarré 2 ①  $\frac{52}{17}$

Puis du produit du premier & second nombre 4 ② + 1 ①, soustraict le second nombre requis 4 ① + 1, reste pour second quarré 4 ② - 3 ① - 1 ①  $\frac{1089}{289}$

Or puis que la racine du premier quarré est 2 ①, la racine du second quarré (car leur somme doit estre 5 selon la question) sera - 2 ① + 5, desquels le quarré egal au second quarré, est 4 ② - 20 ① + 25  $\frac{1089}{289}$

Lesquels reduicts 17 ① seront egales à 26, & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{26}{17}$ .

Je di, que  $\frac{26}{17}$  &  $\frac{121}{17}$  sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produit des deux nombres  $\frac{26}{17}$  &  $\frac{121}{17}$  est  $\frac{3146}{289}$ , du mesme soustraict le premier nombre  $\frac{26}{17}$ , reste quarré  $\frac{2704}{289}$ , sa racine  $\frac{52}{17}$ . Item dudict produit  $\frac{3146}{289}$ , soustraict le second nombre  $\frac{121}{17}$ , la reste est quarré  $\frac{1089}{289}$ , sa racine  $\frac{33}{17}$ . Item la somme des racines  $\frac{52}{17}$  &  $\frac{33}{17}$  est 5 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA.

Xylander se dict avoir amendé aux propositions suivantes quelques erreurs du texte Grecq, mais il semble qu'il y deffaut encore quelque chose, nous declarerons le texte de Diophante de mot à mot comme s'enfuit.

QUESTION XXIX.

**T**rouvons deux nombres quarez tels, que leur produit ajoutté à chascun d'iceux nombres les sommes soient quarez. Soit l'un des quarez que l'on cherche 1 Q, l'autre 1, à sçavoir quarré, leur produit sera 1 Q, le mesme ajoutté à chascun doit faire quarré. la chose doncques est demenee jusques à la; qu'il nous faut trouver quel quarré avec unité face quarré. Posons que le quarré que je cherche soit le produit des mesmes 1 Q, auquel si on ajoutte 1, fait 1 Q + 1, egal à quarré. Je finge quarré duquel le costé 1 N - 2, le mesme (à sçavoir 1 Q + 4 - 4 N) s'egale à 1 Q + 1, & 1 N vaut  $\frac{3}{4}$ , & les nombres sont  $\frac{9}{16}$  &  $\frac{16}{16}$ , desquels le produit avec unité est quarré.

Or à ce produit si l'on ajoutte aussi l'autre, il faut qu'il face quarré, lequel produit estant  $\frac{9}{16}$ , nous les proposerons tous en quarez, qui est leur sedecuple 9 Q + 9. Le mesme doncques est egal à quarré. Je finge quarré duquel le costé 3 N - 4, le mesme est 9 Q + 16 - 24 N, & 1 N fait  $\frac{7}{24}$ , & l'un sera  $\frac{324}{576}$ , & l'autre  $\frac{49}{576}$ , & font ce que l'on requeroit.

QUESTION XXX.

**T**rouvons deux nombres quarez tels, que de leur produit soustraict chascun nombre, la reste soit quarré. Or si je pose autre fois l'un 1 Q, l'autre 1; Leur produit sera 1 Q, & faut aussi que soustraict 1, la reste soit quarré. la chose doncques est demenee jusques à la, qu'il faut trouver quelque quarré, duquel soustraict unité, demeure quarré, le mesme est  $\frac{25}{16}$ , duquel soustraict unité, à sçavoir  $\frac{16}{16}$ , reste quarré  $\frac{9}{16}$ . Prenons leur sedecuple

ble. Je pose doncques l'un  $Q$ , l'autre  $25$ , desquels le produit est carré. Mais de ces  $25 Q$ , soustrait  $25$ , reste  $25 Q - 25$ , qui s'egale à quelque carré; Je finge le carre du costé  $1 N - 4$ , lequel carré est  $1 Q + 16 - 8 N$ , & s'egale à  $25 Q - 25$ , & se fait le nombre  $\frac{17}{8}$ . Doncques l'un nombre sera  $\frac{2 \cdot 2 \cdot 9}{9 \cdot 4}$ , & l'autre  $\frac{10}{4}$ , ce qui satisfait au requis.

QUESTION XXXI.

**T**rouvons deux nombres tels, qu'a leur produit ajouté leur somme, & dudit produit soustrait leur somme, que somme & reste soient quarez à leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

Il est premierement à noter comme pour theoreme qu'a la somme des quarez de deux nombres Arithmetiques quelconques, ajouté le double de leur produit, ou de ladicte somme, soustrait ledict double de leur produit; que la somme & reste seront quarez à leurs racines commensurables. Soyent par exemple  $2$  &  $3$ , la somme de leurs quarez est  $13$ , à laquelle ajouté le double du produit de  $2$  &  $3$ , qui est  $12$ , fait  $25$ , le mesme  $12$  soustrait de  $13$ , reste  $1$ . Doncques comme dict est, la somme (qui est  $25$ ) & reste (qui est  $1$ ) sont quarez à leurs racines commensurables

Pourtant posons le cas que le produit des nombres requis soit  $13$  ②; & que le premier nombre requis soit  $1$  ①  $\frac{2 \cdot 5}{6}$ .  
 Ergo le second nombre requis (à fin que leur produit soit  $13$  ②) sera  $13$  ①  $\frac{2 \cdot 1}{6}$ .  
 Leur produit  $13$  ②  $\frac{6 \cdot 3 \cdot 7}{3 \cdot 6}$ .  
 Si on ajoute aux mesmes (selon le theoreme ci dessus)  $12$  ②, ou si des mesmes on soustrait  $12$  ②, la somme & reste seront quarez selon la question, doncques  $12$  ②  $\frac{2 \cdot 3}{6}$ .  
 Seront egales à la somme du premier & second nombre  $14$  ①  $\frac{2 \cdot 1}{6}$ .  
 Lesquels reduits  $12$  ① seront egales à  $14$ , & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{7}{6}$ .

Je di, que  $\frac{7}{6}$  &  $\frac{2}{6}$  sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produit de  $\frac{7}{6}$  &  $\frac{2}{6}$ , est  $\frac{6 \cdot 3 \cdot 7}{3 \cdot 6}$ , au mesme ajouté la somme de  $\frac{7}{6}$  &  $\frac{2}{6}$ , qui est  $\frac{9}{6}$ , fait  $\frac{12 \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 6}$ , duquel la racine  $\frac{2 \cdot 5}{6}$ . Item dudit produit  $\frac{6 \cdot 3 \cdot 7}{3 \cdot 6}$ , soustrait lesdictes  $\frac{9}{6}$ , reste carre  $\frac{4 \cdot 9}{6}$ , la racine  $\frac{2}{6}$ ; ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXXII.

**T**rouvons deux nombres Arithmetiques desquels la somme soit carré à sa racine commensurable, & tels qu'a leur produit ajouté leur somme, & du mesme produit soustrait leur somme; Somme & reste soient semblables quarez.

CONSTRUCTION.

Il est premierement à noter comme pour theoreme (qui est semblable au theoreme de la precedente 31 question) que le double du produit de deux nombres, ajouté aux deux quarez des nombres, ou soustrait des mesmes quarez, que somme & reste seront quarez à leurs racines commensurables. Soyent par exemple deux nombres  $4$  &  $2$ , leur produit est  $8$ , le double  $16$ , qui ajouté aux deux quarez des nombres, qui sont  $16$  &  $4$ , la somme est  $36$ ; Ou si on soustrait les mesmes  $16$  desdicts quarez  $20$ , reste  $4$ . Doncques comme dict est, la somme (qui est  $36$ ) & la reste (qui est  $4$ ) sont quarez à leurs racines commensurables.  
 Pourtant posons le cas que la somme des deux

nombres requis soit  $20$  ②, & que le premier nombre requis soit  $2$  ①  $\frac{6}{4}$ .  
 Ergo le second nombre (à fin que le produit de leurs quarez soit  $20$  ②) sera  $10$  ①  $\frac{3 \cdot 6}{4}$ .  
 La somme de leurs quarez  $20$  ②  $\frac{1 \cdot 6 \cdot 6}{1 \cdot 6}$ .  
 Si on ajoute aux mesmes,  $16$  ②, ou si des mesmes on soustrait  $16$  ②, la somme & reste seront (par le theoreme cy dessus) quarez selon la question, doncques  $16$  ②  $9$ .  
 Seront egales à la somme du premier & second nombre, qui est  $12$  ①  $9$ .  
 Lesquels reduits  $16$  ① seront egales à  $12$ , & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{3}{4}$ .

Je di, que  $\frac{6}{4}$  &  $\frac{3 \cdot 6}{4}$ , sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme des nombres  $\frac{6}{4}$  &  $\frac{3 \cdot 6}{4}$ , est carré  $\frac{3 \cdot 6}{4}$ , sa racine  $\frac{3}{2}$ . Item le produit de  $\frac{6}{4}$  &  $\frac{3 \cdot 6}{4}$ , est  $\frac{1 \cdot 8 \cdot 0}{4}$ ; au mesme ajouté ladicte somme  $\frac{3 \cdot 6}{4}$ , la somme est carré  $\frac{3 \cdot 2 \cdot 4}{4}$ , sa racine  $\frac{3}{2}$ . Item dudit produit  $\frac{1 \cdot 8 \cdot 0}{4}$ , soustrait ladicte somme  $\frac{3 \cdot 6}{4}$ , reste carre  $\frac{3 \cdot 6}{4}$ , sa racine  $\frac{3}{2}$ ; ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXXIII.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le carré du premier, ajouté au second; Et le carré du second, ajouté au troisieme; Et le carré du troisieme, ajouté au premier, les sommes soient semblables quarez.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis  $1$  ①  $\frac{7}{37}$ .  
 Puis il faut noter comme pour theoreme que tout nombre Arithmetique excédant le double de un autre en  $1$ , & ajouté au carré du moindre nombre, fait carré à sa racine commensurable. Soit par exemple  $2$ , & son double plus  $1$  est  $5$ , doncques  $5$  ajouté au carré de  $2$  qui est  $4$ , fait  $9$ , carré à sa racine commensurable. Qui estant ainsi s'ensuit qu'on pourra mettre pour le second nombre requis, le double du premier plus  $1$ , le second nombre doncques sera  $2$  ①  $+ 1$   $\frac{7 \cdot 1}{37}$ .  
 Et pour mesme raison le troisieme nombre sera le double du second plus  $1$ , à sçavoir  $4$  ①  $+ 3$   $\frac{1 \cdot 9 \cdot 9}{5 \cdot 7}$ .  
 Et ainsi au carré du premier nombre qui est  $1$  ②, ajouté le second nombre, fait carré selon la question  $1$  ②  $+ 2$  ①  $+ 1$   $\frac{4 \cdot 0 \cdot 9 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 9}$ .  
 Item au carré du second nombre, qui sera  $4$  ②  $+ 4$  ①  $+ 1$ ; ajouté le troisieme nombre, fait carré  $4$  ②  $+ 8$  ①  $+ 4$   $\frac{1 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 9}$ .  
 Puis au carré du troisieme nombre, qui sera  $16$  ②  $+ 24$  ①  $+ 9$ , ajouté le premier nombre, fait  $16$  ②  $+ 25$  ①  $+ 9$   $\frac{4 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0}{3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 9}$ .  
 Egales à quelque carré selon la question, lequel on fingera tel, qu'il y en peuvent sortir egaux termes convenables, soit duquel le costé  $4$  ①  $- 4$ , son carré  $16$  ②  $- 32$  ①  $+ 16$   $\frac{4 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0}{3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 9}$ .  
 Lesquels reduits  $57$  ① seront egales à  $7$ , & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{7}{37}$ .

Je di, que  $\frac{7}{37}$  &  $\frac{7 \cdot 1}{37}$  &  $\frac{1 \cdot 9 \cdot 9}{37}$  sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le carré du premier nombre  $\frac{7}{37}$  est  $\frac{4 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 9}$ , au mesme ajouté le second nombre  $\frac{7 \cdot 1}{37}$ , fait carré  $\frac{4 \cdot 0 \cdot 9 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 9}$ , sa racine  $\frac{1 \cdot 4}{37}$ . Item le carré du second nombre  $\frac{7 \cdot 1}{37}$ , est  $\frac{3 \cdot 0 \cdot 4 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 9}$ , au mesme ajouté le troisieme  $\frac{1 \cdot 9 \cdot 9}{37}$ , fait carré  $\frac{1 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 9}$ , sa racine  $\frac{1 \cdot 2 \cdot 8}{3 \cdot 9}$ . Item le quar-

le carré du troisieme nombre  $\frac{129}{37}$ , est  $\frac{19601}{3249}$ , au mesme ajousté le premier nombre  $\frac{16}{9}$ , fait carré  $\frac{2000}{3249}$ , sa racine  $\frac{200}{37}$ . Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstret.

QUESTION XXXIV.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du carré du premier soustraiet le second, Item du carré du second, soustraiet le troisieme; Item du carré du troisieme, soustraiet le premier, les trois restes soyent quarez à leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1} + 1$   
 Puis il faut noter comme pour theoreme, que tout nombre Arithmetique d'unité moindre que le double d'un autre nombre, & du carré du moindre, soustraiet le majeur nombre, la reste est nombre carré à sa racine commensurable. Soit par exemple 3, puis 5, qui est d'unité moindre que le double dudit 3, puis soustraiet 5 du carré de 3, qui est 9, reste carré 4, à sa racine commensurable. Qui estant ainsi, s'en suit qu'on pourra mettre pour le second nombre requis, le double du premier moins 1, le second nombre doncques sera  $2 \textcircled{1} + 1$   
 Et pour mesme raison le troisieme nombre sera le double du second moins 1, à sçavoir  $4 \textcircled{1} + 1$   
 Et ainsi du carré du premier nombre, qui est  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$ , soustraiet le second nombre, reste carré  $1 \textcircled{2}$   
 Item du carré du second nombre, qui est  $4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 1$ , soustraiet le troisieme nombre, reste carré  $4 \textcircled{2}$   
 Puis du carré du troisieme nombre, qui est  $16 \textcircled{2} + 8 \textcircled{1} + 1$ , soustraiet le premier nombre, reste  $16 \textcircled{2} + 7 \textcircled{1}$   
 Egal à quelque carré selon la question, lequel se fingera tel, qu'il y en peuvent sortir termes egaux convenables, soit duquel le costé 5  $\textcircled{1}$ , son carré  $25 \textcircled{2}$

Lesquels reduicts 9  $\textcircled{1}$  seront egales à 7, & 1  $\textcircled{1}$  par le 67 probleme vaudra  $\frac{7}{9}$ .

Je di, que  $\frac{16}{9}$ ,  $\frac{23}{9}$ ,  $\frac{37}{9}$  sont les trois nombres requis.  
*Demonstration.* Le carré du premier nombre  $\frac{16}{9}$  est  $\frac{256}{81}$ , du mesme soustraiet le second nombre  $\frac{23}{9}$ , reste carré  $\frac{42}{81}$ , sa racine  $\frac{2}{9}$ . Item le carré du second nombre  $\frac{23}{9}$ , est  $\frac{529}{81}$ , du mesme soustraiet le troisieme nombre  $\frac{37}{9}$ , reste carré  $\frac{196}{81}$ , sa racine  $\frac{14}{9}$ . Item le carré du troisieme nombre  $\frac{37}{9}$ , est  $\frac{1369}{81}$ , du mesme soustraiet le premier nombre  $\frac{16}{9}$ , reste carré  $\frac{1225}{81}$ , sa racine  $\frac{35}{9}$ . Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstret.

QUESTION XXXV.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le carré de chacun, ajousté à la somme des trois nombres: la somme soit carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Il faut premierement noter comme pour theoreme, que le carré de la moitié de la difference du diviseur & quotient de nombres Arithmetiques, aiousté au nombre à diviser, donne pour somme un carré à sa

racine commensurable. Soit par exemple 7 nombre à diviser, & diviseur 3, le quotient sera  $2\frac{1}{3}$ , la difference du quotient & diviseur est  $\frac{2}{3}$ , sa moitié  $\frac{1}{3}$ . son carré  $\frac{1}{9}$ , ajousté à 7, fait carré  $\frac{64}{9}$ , à sa racine  $\frac{8}{3}$  commensurable, selon le theoreme.

Or à fin de preparer par ce theoreme nombres propres servans à la construction, prenons pour nombre à diviser 12, & trois diviseurs quelconques 1. 2. 3. doncques par le theoreme, la moitié de la difference procedant de nombre à diviser 12, & diviseur 1, sera  $\frac{11}{2}$ . Item semblable difference procedant de 12 & 2 sera 2, & de 12 & 3 sera  $\frac{5}{2}$ . Estant doncques  $\frac{11}{2}$  & 12 nombres conformes à la question, à sçavoir tels que le carré de  $\frac{11}{2}$ , ajousté à 12, donne pour somme un carré selon la question, & ainsi des autres deux nombres, s'en suit que  $\frac{11}{2}$  & 2 &  $\frac{5}{2}$  & 12, sont nombres servant à nostre propos en ceste sorte:

Soit le premier nombre requis  $\frac{11}{2} \textcircled{1}$   
 Et le second nombre  $2 \textcircled{1}$   
 Et le troisieme  $\frac{5}{2} \textcircled{1}$   
 Somme des trois nombres  $8 \textcircled{1}$   
 Egale à  $12 \textcircled{2}$

Lesquels reduicts 3  $\textcircled{1}$  seront egales à 2, & par le 67 probleme 1  $\textcircled{1}$  vaudra  $\frac{2}{3}$ .

Je di, que  $\frac{11}{3}$ ,  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{1}{3}$  sont les trois nombres requis.  
*Demonstration.* La somme des trois nombres est  $\frac{16}{3}$ , à la mesme ajousté  $\frac{121}{9}$  (carré du premier nombre  $\frac{11}{3}$ ) fait carré  $\frac{169}{9}$ , sa racine  $\frac{13}{3}$ . Item à ladicte somme  $\frac{16}{3}$ , ajousté  $\frac{16}{9}$  (carré du second nombre  $\frac{4}{3}$ ) fait carré  $\frac{64}{9}$ . Item à ladicte somme  $\frac{16}{3}$ , ajousté  $\frac{1}{9}$  (carré du troisieme nombre  $\frac{1}{3}$ ) fait carré  $\frac{49}{9}$ , sa racine  $\frac{7}{3}$ ; ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il faut demonstret.

QUESTION XXXVI.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du carré de chacun soustraiet la somme des trois nombres, la reste soit carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Premierement il faut noter comme pour theoreme, que le nombre à diviser, soustraiet du carré de la moitié de la somme du diviseur, & le quotient de nombres Arithmetiques, donne pour reste un carré à sa racine commensurable. Soit par exemple 7 nombre à diviser & diviseur 3, le quotient sera  $2\frac{1}{3}$ , somme du quotient & diviseur 3, est  $5\frac{1}{3}$ , sa moitié  $\frac{8}{3}$ , son carré  $\frac{64}{9}$ , du mesme soustraiet 7, reste carré  $\frac{37}{9}$ , à sa racine  $\frac{19}{3}$  commensurable selon le theoreme.

Or à fin de preparer par ce theoreme nombres propres servans à la construction, prenons pour nombre à diviser 12, & trois diviseurs quelconques 1. 2. 3. Doncques par le theoreme, la moitié de la somme procedant de nombre à diviser 12, & diviseur 1, sera  $\frac{13}{2}$ . Item semblable somme procedante de 12 & 2, sera 4. Item semblable somme procedante de 12 & 3 sera  $\frac{7}{2}$ . Estant doncques  $\frac{13}{2}$  & 12 nombres conformes à la question, à sçavoir que le carré de  $\frac{13}{2}$ , soustraiet de 12, donne pour reste un carré selon la question, & ainsi des autres deux nombres, s'en suit que  $\frac{13}{2}$  & 4 &  $\frac{7}{2}$  & 12, sont nombres servant à nostre propos en ceste sorte:

Soit le premier nombre requis  $\frac{13}{2} \textcircled{1}$   
 Le second nombre  $4 \textcircled{1}$   
 Et le troisieme nombre  $\frac{7}{2} \textcircled{1}$   
 Somme des trois nombres  $14 \textcircled{1}$   
 Egale à  $12 \textcircled{2}$



Lesquels reduicts 12 ① seront egales à 14, & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{7}{6}$ .

Je di, que  $\frac{91}{12}$ ,  $\frac{36}{12}$ ,  $\frac{49}{12}$  sont les trois nombres requis.

*Demonstration.* Le carré du premier nombre  $\frac{91}{12}$ , est  $\frac{8281}{144}$ , du mesme soustrait la somme des trois nombres  $\frac{91}{12} + \frac{36}{12} + \frac{49}{12}$ , qui est  $\frac{196}{12}$ , reste carré  $\frac{196}{144}$ , sa raci-

ne  $\frac{77}{12}$ . Item le carré de  $\frac{36}{12}$  est  $\frac{3136}{144}$ , du mesme soustrait ladicte somme  $\frac{196}{12}$ , reste carré  $\frac{784}{144}$ , sa racine  $\frac{28}{12}$ . Item le carré de  $\frac{49}{12}$ , est  $\frac{2401}{144}$ , du mesme soustrait ladicte somme  $\frac{196}{12}$ , reste carré  $\frac{49}{144}$ , sa racine  $\frac{7}{12}$ ; ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

TROISIEME LIVRE

D'ALGEBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduit en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN de Bruges.

QUESTION I.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le carré de chacun, soustrait de la somme des trois nombres, la reste soit semblable carré.

CONSTRUCTION.

|  |                  |                       |
|--|------------------|-----------------------|
| Soit le premier nombre requis  | 1 ①              | $\frac{83}{123}$      |
| Et le second nombre de ① autant qu'on veut, soyent   | 2 ①              | $\frac{170}{123}$     |
| Le carré du premier nombre est   | 2 ②              | $\frac{7225}{15625}$  |
| Le carré du second nombre est  | 4 ②              | $\frac{45625}{15625}$ |
| Somme des quarez, laquelle on posera aussi pour somme des nombres requis (car ainsi sera satisfait aux deux premiers nombres requis) est   | 5 ②              | $\frac{36125}{15625}$ |
| Puis divisant 5 ②, en deux quarez selon la question, à sçavoir 1 ② & 4 ②, il faut diviser les mesmes 5 ② autrefois en deux quarez, par la 10 question du 2 livre, soit en $\frac{121}{25}$ ② & $\frac{4}{25}$ ②. |                  |                       |
| Puis posons le troisieme nombre estre racine de $\frac{4}{25}$ ② qui est   | $\frac{2}{5}$ ①  | $\frac{34}{123}$      |
| Son carré (qui soustrait de la somme des nombres 5 ② en l'ordre, reste 121 ①, qui est carré selon la question) sera  | $\frac{4}{25}$ ② | $\frac{1156}{15625}$  |
| Doncques la somme des trois nombres (qui sont le premier second & troisieme en l'ordre) qui est  | $3\frac{2}{5}$ ① | $\frac{289}{123}$     |
| Est egale à la somme des nombres cinquieme en l'ordre, qui est   | 5 ②              | $\frac{289}{123}$     |

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 3  $\frac{2}{5}$ , & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{17}{25}$ .

Je di, que  $\frac{83}{123}$ ,  $\frac{170}{123}$ ,  $\frac{34}{123}$  sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le carré du premier nombre  $\frac{83}{123}$ , est  $\frac{7225}{15625}$ , le mesme soustrait de  $\frac{289}{123}$  (qui est la somme des trois nombres requis  $\frac{83}{123} + \frac{170}{123} + \frac{34}{123}$ ) reste carré  $\frac{28900}{15625}$ , sa racine  $\frac{170}{123}$ . Item le carré du second nombre  $\frac{170}{123}$ , est  $\frac{28900}{15625}$ , le mesme soustrait de ladicte somme  $\frac{289}{123}$ , reste carré  $\frac{7225}{15625}$ , sa racine  $\frac{83}{123}$ . Item le carré du troisieme nombre  $\frac{34}{123}$ , est  $\frac{1156}{15625}$ , le mesme soustrait de ladicte somme  $\frac{289}{123}$ , reste carré  $\frac{14969}{15625}$ , sa racine  $\frac{187}{123}$ . Ce sont doncques quarez à

leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION II.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le carré de leur somme, aiousté à chacun nombre, les sommes soyent semblables quarez.

CONSTRUCTION.

|  |      |                  |
|--|------|------------------|
| Soit la somme des nombres requis   | 1 ①  | $\frac{2}{36}$   |
| Son carré pour carré de la somme des trois nombres requis, sera  | 1 ②  | $\frac{1}{676}$  |
| Puis on posera les nombres requis tels, que chacun aiousté au carré de leur somme, les sommes soyent quarez selon la question. soit le premier nombre requis | 3 ②  | $\frac{3}{676}$  |
| Et le second nombre soit   | 8 ②  | $\frac{8}{676}$  |
| Et le troisieme nombre (car aioustant à chacun nombre le carré de leur somme 1 ②, ce seront 4 ②, & 9 ②, & 16 ②, quarez conformes à la question) soit         | 15 ② | $\frac{15}{676}$ |
| Somme des trois nombres requis (qui sont le troisieme quatrieme & cinquieme en l'ordre) est  | 26 ② | $\frac{1}{26}$   |
| Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre  | 1 ①  | $\frac{1}{26}$   |

Lesquels reduicts 26 ① seront egales à 1, & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{1}{26}$ .

Je di, que  $\frac{3}{676}$ ,  $\frac{8}{676}$ ,  $\frac{15}{676}$  sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres requis est  $\frac{1}{26}$ , son carré  $\frac{1}{676}$ , au mesme ajousté le premier nombre  $\frac{3}{676}$ , fait carré  $\frac{4}{676}$ , sa racine  $\frac{2}{36}$ . Item audict carré  $\frac{4}{676}$ , aiousté le second nombre  $\frac{8}{676}$ , fait carré  $\frac{9}{676}$ , sa racine  $\frac{3}{36}$ . Item audict carré  $\frac{9}{676}$ , aiousté le troisieme nombre  $\frac{15}{676}$ , fait carré  $\frac{16}{676}$ , sa racine  $\frac{4}{36}$ ; Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon la question; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION III.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du carré de leur somme soustrait chacun nombre, les trois restes soyent semblables quarez.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des trois nombres requis 4 ①  $\frac{8}{17}$   
 Son carré pour carré des trois nombres requis 16 ②  $\frac{64}{289}$   
 Puis on posera les nombres requis tels, que chacun soustrait du carré de leur somme second en l'ordre, les restes foyent quarez selon la question, soit le premier nombre 7 ③  $\frac{28}{289}$   
 Et le second nombre 12 ④  $\frac{48}{289}$   
 Et le troisieme nombre (car chacun nombre soustrait du carré de leur somme 16 ②, les restes seront 9 ⑤, & 4 ⑥, & 1 ⑦, quarez conformes à la question) soit 15 ⑧  $\frac{60}{289}$   
 Somme des trois nombres requis (qui sont le troisieme & quatrieme & cinquieme en l'ordre) est 34 ⑨  $\frac{8}{17}$   
 Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre 4 ①  $\frac{8}{17}$

Lesquels reduicts 17 ① seront egales à 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{2}{17}$ .

Je di, que  $\frac{28}{289}, \frac{48}{289}, \frac{60}{289}$ , sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres requis est  $\frac{8}{17}$ , son carré  $\frac{64}{289}$ , du mesme soustrait le premier nombre  $\frac{28}{289}$ , reste carré  $\frac{36}{289}$ , sa racine  $\frac{6}{17}$ . Item dudit carré  $\frac{64}{289}$ , soustrait le second nombre  $\frac{48}{289}$ , reste carré  $\frac{16}{289}$ , sa racine  $\frac{4}{17}$ . Item dudit carré  $\frac{64}{289}$ , soustrait le troisieme nombre  $\frac{60}{289}$ , reste carré  $\frac{4}{289}$ , sa racine  $\frac{2}{17}$ ; ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION IV.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le carré de leur somme, soustrait de chacun nombre, les trois restes foyent semblables quarez.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des trois nombres requis 1 ①  $\frac{1}{17}$   
 Son carré pour carré de la somme des trois nombres 1 ②  $\frac{1}{289}$   
 Puis on posera les nombres requis tels, que de chacun soustrait le carré de la somme des nombres, qui est 1 ② second en l'ordre, les restes foyent quarez selon la question; Soit le premier nombre 2 ③  $\frac{2}{289}$   
 Et le second nombre 5 ④  $\frac{5}{289}$   
 Et le troisieme nombre requis (car de chacun nombre soustrait le carré de la somme qui est 1 ②, les restes seront 1 ⑤, & 4 ⑥, & 9 ⑦, qui sont quarez conformes à la question) soit 10 ⑧  $\frac{10}{289}$   
 Somme des trois nombres requis (qui sont le troisieme quatrieme & cinquieme en l'ordre) est 17 ⑨  $\frac{1}{17}$   
 Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre, qui est 1 ①  $\frac{1}{17}$

Lesquels reduicts 17 ① seront egales à 1, & par le 67 probleme 1 ①, vaudra  $\frac{1}{17}$ .

Je di, que  $\frac{2}{289}, \frac{5}{289}, \frac{10}{289}$ , sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres  $\frac{1}{17}$  est  $\frac{1}{17}$ , & son carré est  $\frac{1}{289}$ , qui soustrait du premier nombre  $\frac{2}{289}$ , reste carré  $\frac{1}{289}$ , sa racine  $\frac{1}{17}$ . Item du second nombre  $\frac{5}{289}$ , soustrait ledict carré  $\frac{1}{289}$ , reste carré  $\frac{4}{289}$ , sa racine  $\frac{2}{17}$ . Item du

troisieme nombre  $\frac{10}{289}$ , soustrait ledict carré  $\frac{1}{289}$ , reste carré  $\frac{9}{289}$ , sa racine  $\frac{3}{17}$ . Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION V.

**T**rouvons trois nombres desquels la somme soit carré à sa racine commensurable, & tels que chascun deux nombres excèdent au troisieme en semblable carré.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des nombres requis, le carré de 1 ① + 1 qui est 1 ② + 2 ① + 1 ③ 81  
 Posons maintenant que le premier & second nombre, excèdent au troisieme en quelque carré selon la question, soit en 1 ④ 1  
 Or estant connue la somme des trois nombres, & l'excès du premier & second au troisieme, doncques par le theoreme cy dessous, le troisieme nombre requis sera  $\frac{1}{2} ⑤ + 1 ⑥$  40  
 Posons maintenant que le second & troisieme nombre excèdent au premier autre fois en quelque carré selon la question, soit en 1 ⑦ 64  
 Or estant connue la somme des trois nombres, & l'excès du second & troisieme au premier, doncques par le theoreme cy dessous le premier nombre requis sera  $1 ⑧ + \frac{1}{2} ⑨$   $\frac{17}{2}$   
 Puis la somme du troisieme & premier nombre requis, qui est  $\frac{1}{2} ⑤ + 2 ⑥ + \frac{1}{2} ⑨$ , soustrait de la somme des trois nombres, qui est le premier en l'ordre, reste pour le second nombre requis  $\frac{1}{2} ⑤ + \frac{1}{2} ⑨$   $\frac{65}{2}$   
 Reste maintenant que le premier & troisieme, excèdent au second en carré selon la question, mais la somme du premier & troisieme nombre, qui est  $\frac{1}{2} ⑤ + 2 ⑥ + \frac{1}{2} ⑨$ , excède au second nombre qui est  $\frac{1}{2} ⑤ + \frac{1}{2} ⑨$ , en 2 ⑩ 16

Les mesmes doncques sont egales à quelque carré selon la question, soit à 16 16  
 Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 8.

Je di, que  $\frac{17}{2}, \frac{65}{2}, \frac{80}{2}$  sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres  $\frac{17}{2} + \frac{65}{2} + \frac{80}{2}$  est carré 81, sa racine 9. Item la somme du premier & second nombre  $\frac{80}{2}$ , excède au troisieme nombre  $\frac{80}{2}$  en carré  $\frac{2}{2}$ , sa racine 1. Item la somme du second & troisieme nombre qui est  $\frac{145}{2}$ , excède au premier nombre  $\frac{17}{2}$ , en carré  $\frac{128}{2}$ , sa racine 8. Item la somme du troisieme & premier nombre qui est  $\frac{97}{2}$ , excède le second  $\frac{65}{2}$ , en carré  $\frac{32}{2}$ , sa racine 4; Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME DE XYLANDRE.

**S**oustrait l'excès de deux nombres au troisieme, de la somme des trois nombres: la moitié du reste sera le troisieme nombre.

*Explication du donné.* Soyent donnez quelques trois nombres 2. 3. 4. *Explication du requis.* Il faut par iceux nombres demonstrier ce qui est proposé au theoreme. *Demonstration.* Si on soustrait 1 (qui est l'excès du premier & second au troisieme) de 9 (qui est la somme des trois nombres) reste 8, la moitié est 4, le troisieme nombre proposé.

Or s'ensuit par ce theoreme, qu'estant la somme des trois

trois nombres  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$ , & l'exces du premier & second au troisieme, qui est 1, que le troisieme nombre sera  $\frac{1}{2} \textcircled{2} + 1 \textcircled{1}$ ; comme dict est en la construction de la precedente question. Car de  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$  (qui est la somme des trois nombres) soustraict 1 (qui est l'exces du premier & second au troisieme) reste  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$ , ergo la moitié pour le troisieme nombre sera  $\frac{1}{2} \textcircled{2} + 1 \textcircled{1}$ . Conclusion. Soustraict doncques l'exces des deux nombres, au troisieme, de la somme des trois nombres: La moitié du reste, sera le troisieme nombre; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION VI.

CESTE VI. question est la mesme que la precedente V. mais elle se fera ici par autre construction telle:

CONSTRUCTION.

On trouvera premierement trois nombres quarez à leurs racines commensurables, & desquels la somme soit semblable quarré. Soyent 4, 9, 36. desquels la somme quarré 49. Or estant cogneuz ces trois nombres & leur somme, la reste se peut faire par la precedente question, ou bien par le precedent theoreme disant: si la somme des trois nombres est 49, & le premier & second excedassent le troisieme en 4: Ergo le troisieme sera  $22 \frac{1}{2}$ . Item, si le second & troisieme excedassent le premier en 9; Ergo le premier sera 20. Item si le troisieme & premier excedassent le second en 36; Ergo le second sera  $6 \frac{1}{2}$ ; Dont la demonstration sera semblable à la demonstration de la precedente question.

QUESTION VII.

TRouvons trois nombres, desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable, & que la somme de chaque deux, soit semblable quarré.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des trois nombres, le quarré de  $1 \textcircled{1} + 1$  qui est  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$  441  
 Et soit la somme du premier & second  $1 \textcircled{2}$  400  
 Ergo le troisieme nombre sera  $2 \textcircled{1} + 1$  41  
 Soit la somme du second & troisieme, le quarré de  $1 \textcircled{1} - 1$ , qui est  $1 \textcircled{2} - 2 \textcircled{1} + 1$  361  
 Laquelle somme soustraicte de la somme des trois nombres premier en l'ordre, reste pour le premier nombre requis  $4 \textcircled{2}$  80  
 Or la somme du premier & second nombre second en l'ordre, est  $1 \textcircled{2}$ , de la mesme soustraict le premier nombre  $4 \textcircled{1}$ , reste pour le second nombre requis  $1 \textcircled{2} - 4 \textcircled{1}$  320  
 Reste maintenant que le troisieme & premier nombre, qui sont ensemble  $6 \textcircled{1} + 1$  121  
 Soient egal à quelque quarré, lequel on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit le quarré de 11, à sçavoir 121  
 Lesquels reduicts  $6 \textcircled{1}$  seront egales à 120, & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 20.  
 Je di, que 80. 320. 41. sont les trois nombres requis. Demonstration. La somme de 80. 320. 41 est quarré 441, sa racine 21. Item, la somme du premier & second, est quarré 400, sa racine 20. Item la somme du second & troisieme, est quarré 361, sa racine 19. Item la somme du troisieme & premier est quarré 121, sa racine 11. Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION VIII.

CESTE 8 question est la mesme que la precedente 7, & differe quasi seulement en cela, que la ou Diophante en la 7<sup>a</sup> pose 121, il pose en la 8 question 36, d'ou la solution pour les trois nombres requis sera,  $\frac{840}{36} \cdot \frac{385}{36} \cdot \frac{456}{36}$ .

QUESTION IX.

TRouvons trois nombres d'egal exces, desquels chaque deux soient quarez, à leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

On trouvera premierement trois nombres quarez d'egal exces; Et desquels la moitié de leur somme soit majeur qu'aucun des mesmes nombres (car l'experience demonstre que ce seroit autrement travaillé à l'impossible; ne fust que l'on voulust solver par —.) Soit le premier le quarré de  $1 \textcircled{1}$  qui est  $1 \textcircled{2}$

Et le second soit le quarré de  $1 \textcircled{1} + 1$  qui est  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$

Leur exces est  $2 \textcircled{1} + 1$ , qui ajoutée au second nombre, fait pour le troisieme  $1 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 2$

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit le quarré de  $1 \textcircled{1} - 8$ , qui est  $1 \textcircled{2} - 16 \textcircled{1} + 64$

Lesquels reduicts  $20 \textcircled{1}$  seront egales à 62, & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{21}{2}$ . Et les trois nombres requis seront tels  $\frac{961}{100} \cdot \frac{1681}{100} \cdot \frac{2401}{100}$ . Et delaisant les denominateurs nous pouvons dire que ce sont 961. 1681. 2401. car ce sont trois quarez d'egal exces, & desquels la moitié de leur somme est majeure qu'aucun desdicts nombres selon qu'il estoit proposé.

Or estant trouvez ces trois nombres il faut maintenant par les mesmes venir au requis; c'est que l'on trouvera trois nombres tels, que la somme du premier & second soit 961, & que la somme du second & troisieme 2401. Et la somme du troisieme & premier 1681. Et est chose claire qu'alors on aura le requis. Or pour y avèrir,

Soit la somme des trois nombres requis  $1 \textcircled{1}$  2521  $\frac{1}{2}$   
 De la mesme soustraict la somme du premier & second nombre, qui soit 961, reste pour le troisieme  $1 \textcircled{1} - 961$  1560  $\frac{1}{2}$   
 Et de ladicte somme des trois nombres requis, autrefois soustraict la somme du second & troisieme, qui soit 2401, reste pour le premier  $1 \textcircled{1} - 2401$  120  $\frac{1}{2}$   
 Et de ladicte somme des trois nombres, autrefois soustraict la somme du troisieme & premier nombre, qui soit 1681, reste pour le second nombre  $1 \textcircled{1} - 1681$  840  $\frac{1}{2}$   
 La somme des trois nombres requis, qui sont second troisieme & quatrieme en l'ordre, est  $3 \textcircled{1} - 5043$  2521  $\frac{1}{2}$   
 Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre  $+ 1 \textcircled{1}$  2521  $\frac{1}{2}$

Lesquels reduicts  $2 \textcircled{1}$  seront egales à 5043, & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 2521  $\frac{1}{2}$ .

Je di, que  $120 \frac{1}{2}$ .  $840 \frac{1}{2}$ .  $1560 \frac{1}{2}$  sont les trois nombres requis. Demonstration. L'exces du second au premier: Item du troisieme au second, est 720, ils sont doncques d'egal exces. Item la somme du premier & second est quarré 961, sa racine 31; Item la somme du second & troisieme est quarré 2401, sa racine 49; Item la somme du troisieme & premier est quarré 1681, sa

racine 41. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis ; ce qu'il falloit demonstret.

QUESTION X.

Trouvons trois nombres tels, que chascuns deux ajoustés à 3, fassent carré à sa racine commensurable, & que la somme des trois nombres avec ledict 3, soit semblable carré.

CONSTRUCTION.

Prenons premierement quelque carré, comme le carré de 1 ① + 2, qui est 1 ② + 4 ① + 4 ; du mesme soustraiçt 3, la reste pour le premier & second nombre requis (car si on y ajouste 3, il sera carré selon la question) est 1 ② + 4 ① + 1 222

Et de mesme sorte prenons le carré de 1 ① + 3, qui est 1 ② + 6 ① + 9, du mesme soustraiçt 3, la reste pour le second & troisieme nombre requis (car si on y ajouste 3, il sera carré selon la question) est 1 ② + 6 ① + 6 253

Et de mesme sorte prenons le carré de 1 ① + 4, qui est 1 ② + 8 ① + 16, du mesme soustraiçt 3, la reste pour la somme des trois nombres requis (car si on y ajouste 3, il sera carré selon la quest.) est 1 ② + 8 ① + 13 286

De la mesme somme, soustraiçt la somme du premier & second, premier en l'ordre, reste pour le 3 nombre requis 4 ① + 12 64

Puis de ladicte somme troisieme en l'ordre, autrefois soustraiçt la somme du second & troisieme, second en l'ordre, reste pour le premier nombre requis 2 ① + 7 33

Lequel premier nombre soustraiçt de la somme du premier & second nombre, premier en l'ordre, reste pour le second nombre requis 1 ② + 2 ① - 6 189

Somme du troisieme & premier nombre, qui sont le quatrieme & cinquieme en l'ordre, est 6 ① + 19, auquel ajouste 3, fait 6 ① + 22 100

Qui doit estre carré selon la question, il fera doncques egal à quelque carré, que l'on fingera tel, qu'il y en forte convenable egalité, soit 100

Lesquels reduicts 6 ① seront egales à 78, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 13.

Je di, que 33. 189. 64. sont les trois nombres requis. Demonstration. Aux deux nombres 33. & 189. ajouste 3, la somme est carré 225, sa racine 15. Item aux deux nombres 189, 64. ajouste 3, fait carré 256, sa racine 16. Item aux deux nombres 64. 33. ajouste 3, fait carré 100, sa racine 10. Item aux trois nombres 33. 189. 64. ajouste 3, fait carré 289, sa racine 17. Ce sont doncques quarrez selon la question ; ce qu'il falloit demonstret.

QUESTION XI.

Trouvons trois nombres tels, que de la somme de chascuns deux soustraiçt 3, la reste soit carré à sa racine commensurable, & que la somme desdicts trois nombres soustraiçt du dict 3, la reste soit semblable carré.

CONSTRUCTION.

Prenons premierement quelque carré, comme le carré de 1 ①, qui est 1 ②, au mesme ajouste 3, la somme pour le premier & se-

cond nombre (car si l'on en soustraiçt 3, la reste sera carré selon la question) est 1 ② + 3 ① + 1, qui est 1 ② + 2 ① + 1, au mesme ajouste 3, la somme pour le second & troisieme nombre (car si on en soustraiçt 3, la reste sera carré selon la question) est 1 ② + 2 ① + 4 ① + 124

Et de mesme sorte prenons le carré de 1 ① + 2, qui est 1 ② + 4 ① + 4, au mesme ajouste 3, fait pour la somme des trois nombres requis (car si on en soustraiçt 3, la reste sera carré selon la question) est 1 ② + 4 ① + 7 ① + 147

De la mesme somme soustraiçt la somme du premier & second nombre premier en l'ordre, reste pour troisieme nombre requis 4 ① + 4 44

Puis de ladicte somme troisieme en l'ordre, autrefois soustraiçt la somme du second & troisieme nombre second en l'ordre, reste pour le premier nombre 2 ① + 3 23

Lequel premier nombre soustraiçt de la somme du premier & second nombre premier en l'ordre, reste pour le 2 nombre 1 ② - 2 ① 80

Somme du troisieme & premier nombre quatrieme & cinquieme en l'ordre, est 6 ① + 7 des mesmes soustraiçt 3, reste 6 ① + 4 64

Qui doit estre carré selon la question, il est doncques egal à quelque carré, que l'on fingera tel qu'il y en forte convenable egalité, soit 64

Lesquels reduicts 6 ① seront egales à 60, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 10.

Je di, que 23. 80. 44 sont les trois nombres requis. Demonstration. De la somme des deux nombres 23, 80. qui est 103, soustraiçt 3, reste carré 100, sa racine 10. Item de la somme des deux nombres 80. 44, qui est 124, soustraiçt 3, reste carré 121, sa racine 11. Item de la somme des deux nombres 44. 23, qui est 67, soustraiçt 3, reste carré 64, sa racine 8. Item de la somme des trois nombres 23. 80. 44, qui est 147, soustraiçt 3, reste carré 144, sa racine 12. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis ; ce qu'il falloit demonstret.

NOTA. Quant aux operations de ceste 12 ensemble de la 13 question suivante, j'en suis de la mesme opinion qu'est Xylandre ; a sçavoir qu'elles ne sont pas algebriques, c'est à dire selon les legitimes regles d'algebre, parquoi nous descrirons les mesmes mortz de Diophante en ceste sorte.

QUESTION XII.

L'ON requiert trois nombres tels, qu'au produit de chascuns deux ajouste quelque nombre donné, la somme soit carré. Soit le nombre donné 12, si on soustraiçt le mesme de quelque carré, facilement appert que la reste est le produit du premier & second ; parce qu'au mesme ajouste 12, la somme sera carré. Je soustrairai 12, de quelque carré, soit de 25, reste 13, qui est le produit du premier & second, soit le premier 13 N, le second 1 N, à fin que leur produit soit 13 Q. Puis je soustrairai 12 de quelque autre carré, à fin que j'aie le produit du second & troisieme. Je les soustrairai de 16, reste 4. Ergo le produit du second & troisieme est 4, mais estant le second 1 N, le troisieme sera 4 N, leur produit 4 Q. Reste maintenant que le produit du troisieme

sième & premier plus 12, soit carré, le produit est 52 Q. Doncques 52, Q + 12, vallent un carré. Or seroit l'equation facile, si 13, qui est au lieu du premier des produits 13 Q, fust carré: Lequel n'estant pas ainsi, la chose est demenée jusques à la, qu'il faut trouver deux nombres, desquels le produit soit carré, & d'avantage chacun ajouté à 12, face carré. Mais si au lieu de ces nombres, je trouve des quarez, les mesmes donneront produit carré.

Estant doncques trouvez des quarez tels, qu'à chacun ajouté 12, les sommes soyent quarez, l'equation sera achevée. Or 4 &  $\frac{1}{4}$ , sont quarez tels, qu'à chacun ajouté 12, les sommes sont quarez. Lesquels estant ainsi trouvez, je me refère à ce que je fiz au premier: je mets le premier nombre 4 N, le second 1 N, le troisieme  $\frac{1}{4} N$ ; Reste maintenant que au produit du premier & troisieme ajouté 12, la somme soit carré. Le produit du troisieme & premier est 1 Q. Ergo 1 Q + 12 s'egale à quelque carré, lequel je finge duquel le costé 1 N + 3, qui sera 1 Q + 6 N + 9, & 1 N, fait 3, Et est satisfait au requis.

QUESTION XIII.

ON requiert trois nombres tels, que du produit de chascun deux soustrait quelque nombre donné, la reste soit carré.

Soit le nombre donné 10. Or estant le produit du premier & second celuy duquel soustrait 10 donne reste carré, j'ajousterai 10 à quelque carré à fin de le trouver. Soit le carré 4; Ergo le produit du premier & second 14. Soit le premier 14, le second sera 1. Constituons autrefois en nombres ceux desquels le produit sera 14 quarez, soit le premier 14 N, le second 1 N. Puis j'ajoute à un autre carré 10, pour avoir le produit du second & troisieme, soit celuy carré 9. Ergo le produit du second & troisieme est 19 Q. Reste maintenant que le produit du premier & troisieme plus 10, soit carré. Ergo 266 - 10 sont egales à carré. Or pour les raisons que j'ay demonstré en la precedente proposition, la chose est demenée jusques à la, qu'il faut trouver deux quarez, desquels de chascun soustrait 10, la reste soit carré; qui sera facile, si cherchez le carré, duquel soustrait 10, reste carré. Certes si à quelque nombre on ajoute 1, & qu'on multiplie la moitié de la somme en soy, & que de tel carré on soustrait le nombre premier posé, la reste sera aussi carré. J'ajoute 1 à 10, la moitié est  $5\frac{1}{2}$ , si de son carré  $30\frac{1}{4}$ , je soustrais 10, reste carré  $20\frac{1}{4}$  duquel la racine  $4\frac{1}{2}$ . Je pose maintenant le premier estre  $30\frac{1}{4}$ , le dernier 1, & sera necessaire que de 1 Q, soustrait 10, la reste soit carré. Ergo 1 Q - 10 s'egale à carré. Le finge son costé 1 ① - 2, son carré sera 1 ② + 4 - 4 N, & 1 N fait  $3\frac{1}{2}$ . Ergo le troisieme que je posois 1 Q, sera  $12\frac{1}{4}$ , le premier  $30\frac{1}{4}$ , desquels soustrait de chascun 10, reste carré. Le viens maintenant à ce que je cherchois au premier & je pose les nombres tels: le premier  $30\frac{1}{4}$ , le deuxieme 1 N, le troisieme  $12\frac{1}{4} N$ ; Reste maintenant que le produit du troisieme & premier  $370\frac{3}{8}$  moins 10, soit egal à carré, & à fin que les quarez soyent entiers, multiplions les par 16, & ainsi 5929 Q - 160 s'egaleront au carré du costé 77 N - 2, qui est 5929 Q + 4 - 308 N. Et 1 N sera  $\frac{1}{16}$ . Et je posois le premier  $30\frac{1}{4}$ , celuy sera 1244, le deuxieme 1, celuy sera 77, le troisieme  $12\frac{1}{4}$ , le mesme sera  $502\frac{1}{4}$ . Et est satisfait au requis.

QUESTION XIV.

Trouvons trois nombres, desquels le produit de chascun deux avec le troisieme, soit carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le produit du premier & second nombre avec le troisieme, le carré de 1 ① + 3 qui est 1 ② + 6 ① + 9 16  
 Du mesme prenons pour le troisieme nombre le 9 9  
 Ergo le produit du premier & second sera 1 ③ + 6 ① 7  
 Et soit le premier 1 ① 1  
 Ergo (à fin que le produit du premier & second nombre soit 1 ③ + 6 ①) le second nombre sera 1 ① + 6 7  
 Et le produit du second & troisieme (qui sont le second & cinquieme en l'ordre) est 9 ① + 54, au mesme ajouté le premier nombre 1 ① fait 10 ① + 54 64  
 Et le produit du troisieme & premier (qui sont le second & quatrieme en l'ordre) est 9 ①, au mesme ajouté le second nombre 1 ① + 6 fait 10 ① + 6 16  
 Or chascun des deux precedens nombres (à sçavoir le sixieme & septieme en l'ordre) est egal à quelque carré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un carré de double egalité. Soit par position de 12 & 4 (pour les deux nombres desquels le produit 48, est egal à la difference de 10 ① + 54, à 10 ① + 6) desquels le carré de double egalité egal au maieur proposé 10 ① + 54, est (par la note devant la 12 question du second livre) 64 64  
 Lesquels reduits 10 ① seront egales à 10, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 1.

Je di, que 1. 7. 9. sont les trois nombres requis. Demonstration. Le produit de 1 & 7 est 7, au mesme ajouté 9, fait carré 16, la racine 4. Item le produit de 7 & 9, est 63, au mesme ajouté 1, fait carré 64, la racine 8. Item le produit de 9 & 1 est 9, au mesme ajouté 7, fait carré 16, la racine 4. Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstret.

QUESTION XV.

Trouvons trois nombres tels, que du produit de chascun deux, soustrait le troisieme, la reste soit carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ①  $\frac{1}{4}$   
 Et le second nombre 1 ① + 4  $\frac{2}{4}$   
 Leur produit est 1 ② + 4 ①  $\frac{10}{16}$   
 Du mesme soustrait le troisieme nombre, la reste doit estre carré selon la question. Posons doncques que le troisieme (à fin que soustrait 4 ① de 1 ② + 4 ① reste carré 1 ③) soit 4 ①  $\frac{20}{4}$   
 Le produit du second & troisieme nombre est 4 ③ + 16 ①, du mesme soustrait le premier 1 ①, reste 4 ③ + 15 ①  $\frac{400}{16}$   
 Le produit du troisieme & premier est 4 ②, duquel soustrait le second nombre 1 ① + 4, reste 4 ② - 1 ① - 4 1  
 Or

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le cinquiésime & sixiésime. en l'ordre, est egal à quelque carré à sa racine commensurable, il faut donc trouver un carré de double egalité; Soit par position de  $4 \textcircled{1} + 1$ , &  $4$  (pour les deux nombres desquels le produit  $16 \textcircled{1} + 4$ , est egal à la difference de  $4 \textcircled{2} + 15 \textcircled{1}$  à  $4 \textcircled{2} - 1 \textcircled{1} - 4$ ) desquels le carré de double egalité egal au maieur proposé, à sçavoir à  $4 \textcircled{2} + 15 \textcircled{1}$ , est (par la note devant la 12 question du second livre)  $4 \textcircled{2} + 10 \textcircled{1} + \frac{25}{4}$

Lesquels reduits  $5 \textcircled{1}$  seront egales à  $\frac{25}{4}$ , & par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{5}{4}$ .

Je di, que  $\frac{5}{4}, \frac{25}{4}, \frac{25}{4}$  sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Du produit de  $\frac{5}{4}$  &  $\frac{25}{4}$ , qui est  $\frac{125}{16}$ , soustrait  $\frac{25}{4}$ , reste carré  $\frac{25}{16}$ , la racine  $\frac{5}{4}$ . Item du produit de  $\frac{25}{4}$  &  $\frac{25}{4}$ , qui est  $\frac{625}{16}$ , soustrait  $\frac{5}{4}$ , reste carré  $\frac{400}{16}$ , la racine  $\frac{20}{4}$ . Item du produit de  $\frac{25}{4}$  &  $\frac{5}{4}$ , qui est  $\frac{125}{16}$ , soustrait  $\frac{25}{4}$ , reste carré  $\frac{25}{16}$ , la racine  $\frac{5}{4}$ . Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XVI.

**T**rouvons trois nombres tels, que le produit de chascun deux avec le carré du troisiésime, soit carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1}$   
 Et le second nombre soit  $4 \textcircled{1} + 4$   
 Le troisiésime, à fin que le produit du second & troisiésime, plus le carré du premier (qui font carré  $1 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 4$ , sa racine  $1 \textcircled{1} + 2$ .) Item le produit du premier & second, plus le carré du troisiésime (qui font carré  $4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 1$ , duquel la racine  $2 \textcircled{1} + 1$ ) foyent quarez selon la question, sera  $1 \textcircled{1}$   
 Le produit du premier & troisiésime, est  $1 \textcircled{1}$ , au mesme ajouté le carré du second, qui est  $16 \textcircled{2} + 32 \textcircled{1} + 16$ , fait

Egal à quelque carré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel le coste  $4 \textcircled{1} - 5$ , son carré  $16 \textcircled{2} - 40 \textcircled{1} + 25$

Lesquels reduits  $73 \textcircled{1}$  seront egeles à  $9$ , & par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{9}{73}$ .

Je di, que  $\frac{9}{73}, \frac{328}{73}, 1$  sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produit de  $\frac{9}{73}$  &  $\frac{328}{73}$ , est  $\frac{2952}{5329}$ , au mesme ajouté le carré de  $1$ , fait carré  $\frac{8281}{5329}$ , la racine  $\frac{91}{73}$ . Item le produit de  $\frac{328}{73}$  &  $1$ , est  $\frac{328}{73}$ , au mesme ajouté le carré de  $\frac{9}{73}$ , qui est  $\frac{81}{5329}$ , fait carré  $\frac{24025}{5329}$ , sa racine  $\frac{155}{73}$ . Item le produit de  $1$  &  $\frac{9}{73}$  est  $\frac{9}{5329}$ , au mesme ajouté le carré de  $\frac{328}{73}$ , qui est  $\frac{107384}{5329}$ , fait carré  $\frac{108241}{5329}$ , sa racine  $\frac{329}{73}$ . Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XVII.

**T**rouvons trois nombres tels, que le produit de chascun deux, avec la somme des mesmes deux nombres, soit carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Puis que le produit de deux quarez comme

$4$  &  $9$ , desquels les racines sont d'unité differens, ajoutée à leur somme, fait carré à sa racine commensurable par le suivant theoreme; Posons le premier nombre  $4$

Et le second nombre (à fin que leur produit avec leur somme soit carré selon la question) soit  $9$

Soit la troisiésime  $1 \textcircled{1}$

Le produit du second & troisiésime  $9 \textcircled{1}$  avec leur somme, sera  $10 \textcircled{1} + 9$

Et le produit du troisiésime & premier  $4 \textcircled{1}$ , avec leur somme sera  $5 \textcircled{1} + 4$

Or chascun des deux precedens nombres (à sçavoir le quatriésime & cinquiésime en l'ordre) est egal à quelque carré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un carré de double egalité. Soit par position de  $1 \textcircled{1} + 1$  &  $5$  (pour les deux nombres desquels le produit  $5 \textcircled{1} + 5$ , est egal à la difference du quatriésime & cinquiésime en l'ordre) desquels le carré de double egalité, egal au maieur proposé  $10 \textcircled{1} + 9$ , est (par la note devant la 12 question du second livre)  $\frac{1}{4} \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} + 9$

Lesquels reduits  $\frac{5}{4} \textcircled{1}$  fera egale à  $7$ , & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $28$ .

Je di, que  $4, 9, 28$  sont les trois nombres requis.

*Demonstration.* Le produit de  $4$  &  $9$  est  $36$ , auquel ajouté la somme de  $4$  &  $9$  qui est  $13$ , fait carré  $49$ , sa racine  $7$ . Item le produit de  $9$  &  $28$  est  $252$ , auquel ajouté la somme de  $9$  &  $28$  qui est  $37$ , fait carré  $289$ , sa racine  $17$ . Item le produit de  $28$  &  $4$  est  $112$ , auquel ajouté la somme de  $28$  &  $4$ , qui est  $32$ , fait carré  $144$ , sa racine  $12$ . Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME.

**S**i deux nombres Arithmetiques fussent d'unité differens, le produit de leurs quarez avec la somme de leurs quarez, sera carré à sa racine commensurable.

*Explication du donné.* Soyent deux nombres desquels la difference unité, comme  $2$  &  $3$ . *Explication du requis.* Il faut demonstrier par les mesmes le requis du theoreme. *Demonstration.* Les quarez de  $2$  &  $3$  font  $4$  &  $9$ , leur produit  $36$ , & la somme de  $4$  &  $9$  est  $13$ , qui ajouté à  $36$ , fait  $49$ , sa racine  $7$  à son carré commensurable selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques deux nombres Arithmet. &c. ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XVIII.

**C**este XVIII. question est la mesme que la precedente XVII. Et differe seulement en la construction qui sera icy telle:

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1}$   
 Et le second nombre  $3$

Leur produit  $3 \textcircled{1}$  ajouté à leur somme, fait  $4 \textcircled{1} + 3$   
 Egal à quelque carré à sa racine commensurable, soit  $25$

Lesquels reduits,  $4 \textcircled{1}$  seront egales à  $22$ , & par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{11}{2}$ . Nous avons doncques trouvez deux nombres, le premier  $\frac{11}{2}$ , le second  $3$ , satisfaisans à la premiere partie du requis, à sçavoir que leur produit avec leur somme, monte carré à sa racine commensurable, doncques la precedente operation aura seulement servie, pour l'invention desdicts deux nombres;

nombre, parquoy ce qui s'en suit est operation particuliere, comme si nous commençons du premier.

Soit le premier nombre requis  $\frac{11}{2}$   
 Et le second  $3$   
 Et le troisieme  $1$   
 Produit du second & troisieme nombre, qui est  $3$   
 $3$  aousté à leur somme fait  $4 + 3$   
 Produit du troisieme & premier nombre qui est  $1$   
 $\frac{11}{2}$  aousté à leur somme, fait  $\frac{13}{2} + \frac{11}{2}$

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir quatrieme & cinquieme en l'ordre, est egal à quelque carré à sa racine commensurable, d'où s'en suivroit d'achever l'operation par quelque carré de double egaleté; mais tel carré servant au propos ne se peut icy trouver, car on verra par experience que l'un des egaux termes auroit deux quantitez, desquels ne succederait pas le requis. La raison de cest accident est, que les proposez n'ont point entre eux telle raison, comme de carré à sa racine commensurable, à carré à sa racine commensurable. La raison de carré à carré dont nous parlons, s'entend quand le nombre explicant leur raison, est semblable carré; Comme la raison de 36 à 9, est quadruple, & 4 (qui est le nombre explicant icelle raison) est aussi tel carré. Et tous deux nombres desquels le quotient est tel carré, comme de 27 & 3 le quotient est 9, s'appellent nombres en telle raison, comme de carré à sa racine commensurable, à carré à sa racine commensurable. Doncques tout ce que nous avons fait jusques icy, est comme pour rien, car il appert qu'il fault que les deux nombres, ausquels on trouve le carré de double egaleté, ayent raison de carré à carré comme dessus dict est.

Et Diophante a fait la precedente operation, seulement pour demonstrier la cause, pourquoy il faut trouver en la suivante vraye operation, deux nombres ayans ladicte raison de carré à carré.

Soit le premier nombre requis  $1$   
 Et le second nombre (à fin que nous aions nombres en raison comme ledict carré à carré) sera par le suivant theoreme son quadruple plus 3, qui est  $4 + 3$   
 Leur produit  $4 + 3$  aousté à leur somme  $5 + 3$ , fait  $4 + 8 + 3$   
 Egal à quelque carré que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine  $2 - 3$ , le carré sera  $4 - 12 + 9$

Lesquels reduits 20 seront egales à 6, & par le 67 probleme 1 vaudra  $\frac{3}{10}$ , pour le premier nombre, & le second sera  $\frac{42}{10}$ .

La precedente operation doncques aura seulement servi pour l'invention desdicts deux nombres; parquoy ce que s'en suit sera operation particuliere comme si nous commençons du premier.

Soit le premier nombre  $\frac{3}{10}$   
 Et le second nombre  $\frac{42}{10}$   
 Et le troisieme soit  $1$   
 Le produit du second & troisieme nombre qui est  $\frac{42}{10}$ , aousté à leur somme, qui est  $1 + \frac{42}{10}$ , fait  $\frac{12}{10} + \frac{42}{10}$ , egal à quelque carré à sa racine commensurable, soit 25, leur produit (ceste multiplication icy par 25 & dessous par 100 se fait pour venir à convenable egaleté comme apparoitra par la reduction) qui necessairement est semblable carré sera  $130 + 105$

Le produit du troisieme & premier nombre, qui est  $\frac{3}{10}$ , aousté à leur somme  $1 + \frac{3}{10}$ , fait  $\frac{13}{10}$ , egal à quelque carré, soit 100, leur produit qui necessairement est semblable carré, sera  $130 + 30$

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le quatrieme & cinquieme en l'ordre, est egal à quelque carré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un carré de double egaleté. Soit par position de 15 & 5 (pour les deux nombres desquels le produit 75, est egal à la difference de  $130 + 105$ , &  $130 + 30$ ) desquels le carré de double egaleté, egal au moindre proposé, à sçavoir à  $130 + 30$ , est (par la note devant la 12 question du second livre)

Lesquels reduits 130 seront egales a 91, & par le 67 probleme, 1 vaudra  $\frac{7}{10}$ .

Je di, que  $\frac{3}{10}, \frac{42}{10}, \frac{7}{10}$  sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produit de  $\frac{3}{10}$  &  $\frac{42}{10}$ , est  $\frac{126}{100}$ , au mesme aousté la somme de  $\frac{3}{10}$  &  $\frac{42}{10}$  qui est  $\frac{45}{10}$ , fait carré  $\frac{176}{100}$ , sa racine  $\frac{4}{10}$ . Item le produit de  $\frac{42}{10}$  &  $\frac{7}{10}$ , qui est  $\frac{294}{100}$ , au mesme aousté la somme de  $\frac{42}{10}$  &  $\frac{7}{10}$ , qui est  $\frac{49}{10}$ , fait carré  $\frac{784}{100}$ , sa racine  $\frac{28}{10}$ . Item le produit de  $\frac{7}{10}$  &  $\frac{3}{10}$ , est  $\frac{21}{100}$ , au mesme aousté la somme de  $\frac{7}{10}$  &  $\frac{3}{10}$ , qui est  $\frac{10}{10}$ , fait carré  $\frac{121}{100}$ , sa racine  $\frac{11}{10}$ . Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA. Quant à ce que Xylandre dict ces motz, *Cur autem solutio non procedat, culpa est, quod tertium primo aequalem statuit; Cum fieri nullo modo possit ut in se multiplicatus aliquis numerus, &c.* Mais la solution procede bien, & ce qui a fait abuser Xylandre est, qu'il n'a pas fait distinction entre l'operation de la 1, respondante au premier nombre requis, & l'operation de la 1 respondante au troisieme nombre requis; Car la premiere position de 1 respondante au premier nombre, estoit pour l'invention des  $\frac{3}{10}$  &  $\frac{42}{10}$ , lesquels trouvez (comme aussi il est distinctement annoté ci dessus) nous ne prenons plus d'egard en l'operation suivante à icelle 1, mais en son lieu seulement sur  $\frac{3}{10}$ . De sorte que combien que la 1 respondante au premier nombre & la 1 respondante au troisieme nombre, sont en une mesme question, toutesfois y applicant convenable distinction, ne sont pas d'une mesme valeur. Le mesme a aussi abusé ou Diophante ou (ce que je croirois plustost) quelqu'un qui de son autorité l'aura mis à la fin de ladicte question, à sçavoir que le premier nombre seroit egal au troisieme, ce qui fait une faulse solution.

THEOREME.

SI un nombre fust le quadruple plus 3 d'un autre, puis aousté à chascun nombre 1: Les sommes auront entre elles telle raison comme de carré à sa racine commensurable, à carré à sa racine commensurable.

*Explication du donné.* Soit 2, & son quadruple plus 3 qui est 11. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrier le contenu du theoreme. *Demonstration.* Ajoutons 1 au 2 donné, fait 3. Item 1 a 11, fait 12. Or 12 & 3 sont en raison quadruple, qui est comme de carré à carré selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques un nombre, &c. qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XIX.

**T**rouvons trois nombres tels, que du produit de chascun deux soustraiet la somme des mesmes deux nombres, la reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Estant cest exemple semblable au precedent, & tel en soustraction comme le precedent en addition, s'enfuit que voulant imiter la seconde construction du precedent, nous ne pourrons pas prendre pour le premier nombre 1 ①, ny pour le second quelque nombre, que voulons, comme 3 ou 4, mais il nous faudra prendre ceux desquels procedent nombres aians entre eux ladicte raison de quarré à quarré.

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1} + 1 \frac{13}{8}$   
 Et le second nombre, (à fin que nous aions nombres en ladicte raison de quarré à quarré) fera par le suivant theoreme son quadruple moins 3, qui est  $4 \textcircled{1} + 1 \frac{28}{8}$

Leur produit est  $4 \textcircled{2} + 5 \textcircled{1} + 1$ , duquel soustraiet leur somme  $5 \textcircled{1} + 2$ , reste  $4 \textcircled{2} - 1 \frac{9}{16}$

Egale à quelque quarré à sa racine commensurable, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine  $2 \textcircled{1} - 2$ , son quarré est  $4 \textcircled{2} - 8 \textcircled{1} + 4 \frac{9}{16}$

Lesquels reduicts,  $8 \textcircled{1}$  seront egales à 5, & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{1}{8}$ , & le premier nombre sera  $\frac{13}{8}$  & le second  $\frac{28}{8}$ . Nous avons doncques trouvé le premier & second nombre, satisfaisans à la premiere partie du requis; à sçavoir que de leur produit soustraiet leur somme, reste quarré  $\frac{36}{64}$ , sa racine  $\frac{6}{8}$ . Doncques la precedente operation aura seulement servi, pour l'invention desdicts deux nombres, parquoy ce qui s'enfuit sera operation particuliere; comme si nous commençames du premier.

Soit le premier nombre  $\frac{13}{8} \frac{13}{8}$   
 Et le second nombre  $\frac{28}{8} \frac{28}{8}$   
 Et le troisieme nombre  $1 \textcircled{1} 3$

Le produit du second & troisieme est  $\frac{28}{8} \textcircled{1}$ , du mesme soustraiet leur somme qui est  $1 \textcircled{1} + \frac{28}{8}$ , reste  $\frac{28}{8} \textcircled{1} - \frac{28}{8}$ , egal a quelque quarré, soit 4, leur produit, qui necessairement est semblable quarré, sera  $10 \textcircled{1} - 14 \frac{16}{16}$

Le produit du troisieme nombre & premier, est  $\frac{13}{8} \textcircled{1}$ , du mesme soustraiet leur somme  $1 \textcircled{2} - \frac{13}{8}$ , reste  $\frac{13}{8} \textcircled{1} - \frac{13}{8}$ , egal à quelque quarré, soit 16, leur produit qui necessairement est semblable quarré, sera  $10 \textcircled{1} - 26 \frac{4}{4}$

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le quatrieme & cinquieme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egalité; Soit par position de 2 & 6 (pour les deux nombres desquels le produit est egal à la difference de  $10 \textcircled{1} - 14$ , &  $10 \textcircled{1} - 26$ ) desquels le quarré de double egalité, egal au majeur proposé  $10 \textcircled{1} - 14$ , est (par la note devant la 12 question du 2 livre)  $16 \frac{16}{16}$

Lesquels reduicts,  $10 \textcircled{1}$  seront egales à 30, & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 3.

Je di, que  $\frac{13}{8} \frac{28}{8}$  & 3, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produit de  $\frac{13}{8}$  &  $\frac{28}{8}$ , est  $\frac{364}{64}$ , du mesme soustraiet la somme de  $\frac{13}{8}$ , &  $\frac{28}{8}$ , qui est  $\frac{41}{8}$ , reste quarré  $\frac{36}{64}$ , sa racine  $\frac{6}{8}$ ; Item le produit de  $\frac{28}{8}$  & 3, est  $\frac{84}{8}$ , du mesme soustraiet la somme de  $\frac{28}{8}$  & 3, qui est

$\frac{52}{8}$ , reste quarré 4, sa racine 2. Item le produit de 3 &  $\frac{13}{8}$ , est  $\frac{39}{8}$ , du mesme soustraiet la somme de 3 &  $\frac{13}{8}$ , qui est  $\frac{37}{8}$ , reste quarré  $\frac{1}{4}$ , sa racine  $\frac{1}{2}$ ; Ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstret.

THEOREME.

**S**i un nombre fust le quadruple moins 3 d'un autre, puis soustraiet de chascun nombre 1, les restes auront entre elles telle raison, comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable.

*Explication du donné.* Soit 6, & son quadruple moins 3 qui est 21. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstret le contenu du theoreme. *Demonstration.* Soustrayons 1 de 6 reste 5; Item 1 de 21 reste 20; & 20 & 5 sont en raison quadruple, qui est comme de quarré à quarré selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques un nombre fust le quadruple, &c. ce qu'il falloit demonstret.

QUESTION XX.

**T**rouvons deux nombres tels, qu'à leur produit ajoüsté chascun des nombres, ou tous deux les nombres, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1} \frac{61}{224}$

Et le second nombre son quadruple moins 1 (car ainsi avient par le suivant theoreme, que le moindre nombre ajoüsté au produit des deux nombres, la somme sera quarré selon la quest.) qui est  $4 \textcircled{1} - 1 \frac{36}{224}$

Leur produit est  $4 \textcircled{2} - 1 \textcircled{1}$ , au mesme ajoüsté le second nombre  $4 \textcircled{1} - 1$ , fait  $4 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} - 1 \frac{10404}{50176}$

Et audiet leur produit  $4 \textcircled{2} - 1 \textcircled{1}$ , ajoüsté la somme des deux nombres qui est  $5 \textcircled{1} - 1$ , fait  $4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} - 1 \frac{24964}{50176}$

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le troisieme & quatrieme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egalité. Soit par position de 4 ① &  $\frac{1}{4}$  (pour les deux nombres desquels le produit 1 ① est egal à la difference du troisieme & quatrieme en l'ordre) desquels le quarré de double egalité, egal au majeur proposé à sçavoir à  $4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} - 1$ , est (par la note devant la 12 question du second livre)  $4 \textcircled{2} + \frac{1}{2} \textcircled{1} + \frac{1}{4} \frac{24964}{50176}$

Lesquels reduicts  $3 \frac{1}{2} \textcircled{1}$  seront egales à  $\frac{61}{64}$ , & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{61}{224}$ .

Je di, que  $\frac{61}{224} \frac{36}{224}$  sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produit de  $\frac{61}{224}$  &  $\frac{36}{224}$ , est  $\frac{2340}{50176}$ , au mesme ajoüsté le premier nombre  $\frac{61}{224}$ , fait quarré  $\frac{16900}{50176}$ , sa racine  $\frac{130}{224}$ . Item audiet produit  $\frac{36}{224}$ , ajoüsté le second nombre  $\frac{16}{224}$ , la somme est quarré  $\frac{10404}{50176}$ , sa racine  $\frac{102}{224}$ . Item audiet produit  $\frac{2340}{50176}$ , ajoüsté la somme des nombres  $\frac{61}{224}$  &  $\frac{36}{224}$ , qui est  $\frac{97}{224}$ , la somme est quarré  $\frac{24964}{50176}$ , sa racine  $\frac{158}{224}$ . Ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstret.



THEOREME.

Si le nombre explicant la raison de deux nombres, fust quarré à sa racine commensurable moins 1: Le produit d'iceux deux nombres, avec le moindre nombre, sera semblable quarré.

Explication du donné. Soit 3, & son quadruple moins 1 (qui est raison selon le theoreme) est 11. Explication du requis. Il faut par les mesmes demonstrier le contenu du theoreme. Demonstration. Le produit de 3 & 11 est 33, auquel aiousté le moindre nombre 3, fait quarré 36 à sa racine 6 commensurable. Conclusion. Si doncques le nombre explicant la raison, &c. ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXI.

Trouvons deux nombres tels, que de leur produit soustraiet chacun des nombres, ou tous deux les nombres, la reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1} + 1$   $\frac{9}{4}$   
 Et le second nombre son quadruple moins 4  
 (car ainsi vient par le suivant theoreme, que le maieur nombre soustraiet du produit des deux nombres, la reste sera quarré à sa racine commensurable) qui est  $4 \textcircled{1}$   $5$   
 Leur produit  $4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1}$ , du mesme soustraiet le premier nombre  $1 \textcircled{1} + 1$ , reste  $4 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} - 1$   $\frac{36}{4}$   
 Et dudiect leur produit  $4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1}$ , soustraiet la somme des deux nombres, qui est  $5 \textcircled{1} + 1$ , reste  $4 \textcircled{2} - 1 \textcircled{1} - 1$   $\frac{16}{4}$   
 Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le troisieme & quatrieme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté; Soit par position de  $4 \textcircled{1}$  & 1 (pour les deux nombres desquels le produit  $4 \textcircled{1}$ , est egal à la difference du troisieme & quatrieme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au maieur proposé à sçavoir à  $4 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} - 1$ , est (par la note devant la 12 question du second livre)  $4 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + \frac{1}{4}$   $\frac{36}{4}$   
 Lesquels reduiets  $1 \textcircled{1}$  sera egal ou vaudra  $\frac{3}{4}$ .

Je di, que  $\frac{2}{4}$  & 5 sont les deux nombres requis. Demonstration. Le produit de  $\frac{2}{4}$  & 5, est  $\frac{10}{4}$ , du mesme soustraiet  $\frac{2}{4}$ , reste quarré  $\frac{8}{4}$ , sa racine  $\frac{2}{2}$ . Item dudiect produit  $\frac{10}{4}$  soustraiet 5, reste quarré  $\frac{10}{4}$ , sa racine  $\frac{5}{2}$ . Item dudiect produit  $\frac{10}{4}$ , soustraiet la somme de  $\frac{2}{4}$  & 5, qui est  $\frac{22}{4}$ , reste quarré  $\frac{16}{4}$ , sa racine  $\frac{4}{2}$ . Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; cè qu'il falloit demonstrier.

THEOREME.

Si le nombre explicant la raison de deux nombres, fust quarré à sa racine commensurable, moins le mesme nombre: Le produit des deux nombres moins le maieur des deux, sera semblable quarré.

Explication du donné. Soit 6, & son quadruple moins 4, (qui est raison selon le theoreme) est 20. Explication du requis. Il faut par les mesmes demonstrier le contenu du theoreme. Demonstration. Le produit de 6 & 20 est 120, duquel soustraiet le maieur nombre 20, reste quarré 100 à sa racine 10 commensurable. Conclusion. Si doncques le nombre explicant la raison, &c. ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXII.

Trouvons quatre nombres tels, que chascun ou ajousté, ou soustraiet du quarré de la somme des quatre nombres, la somme ou reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Veü (par le suivant theoreme) qu'au quarré de l'hypothenufe d'un triangle rectangle duquel les trois costez sont nombres Arithmetiques, ajousté le quadruple du nombre du triangle, ou lediect quadruple soustraiet dudiect quarré, la somme ou reste est quarré à sa racine commensurable; S'enfuit qu'il nous faut trouver quatre tels triangles. Mais encore ainsi que leurs hypothenufes soyent egales, car nous aurons alors nombres fervans à nostre propos. Prenons doncques quelques deux tels triangles, lesquels se trouvent par la note à la 8 question du second livre. Soyent 5. 4. 3. & 13. 12. 5. Mais ces deux triangles ont diverses hypothenufes, il faut donc par les mesmes trouver deux triangles d'une commune hypothenufe, qui se peut faire ainsi: On multipliera les hypothenufes 5 & 13, l'un par l'autre, fait 65: Puis on trouvera trois nombres, desquels le premier 65, & entre eux en telle raison comme 5. 4. 3. qui seront pour le premier triangle 65. 52. 39. Puis on trouvera encore trois nombres desquels le premier 65, & entre eux en telle raison comme 13. 12. 5. qui seront pour le second triangle 65. 60. 25. Nous avons doncques deux triangles desquels les hypothenufes sont egales. Or pour trouver les autres deux triangles à ladicte hypothenufe 65, on divisera (par là 10 question du second livre) le quarré de 65, deux fois en deux autres quarez, que ne sont les quarez de 52 & 39, ou 60 & 25 (ce qui par ladicte 10 question sera possible; vrai est que l'on y demonstre seulement une fois la partition d'un nombre composé de deux quarez, en deux autres quarez, mais veü que le quarré de 65 est nombre en deux manieres composé de deux quarez, à sçavoir des deux quarez de 52 & 39, & des deux quarez de 60 & 25; S'enfuit qu'on pourra partir par ladicte 10 question, lediect quarré de 65 deux fois en deux divers autres quarez; & à mon advis Diophante a eu egard à ceste raison, sans qu'il en aye alieus escript particulier theoreme comme estime Xylandre) Soit aux quarez de 56 & 33, & aux quarez de 63 & 16, de forte que le troisieme triangle sera 65. 56. 33, & le quatrieme 65. 63. 16. lesquels nous annotons pour plus grande evi-  
 dence en ceste sorte:

|                    |             |
|--------------------|-------------|
| Premier triangle   | 65. 52. 39. |
| Second triangle    | 65. 60. 25. |
| Troisieme triangle | 65. 56. 33. |
| Quatrieme triangle | 65. 63. 16. |

Or estant trouvez les nombres de ces quatre triangles, les mesmes nous serviront à l'operation en ceste sorte:

Soit la somme des quatre nombres requis  $65 \textcircled{1}$   
 Son quarré  $4225 \textcircled{2}$   
 Soit maintenant le premier nombre requis le quadruple de la superficie du premier triangle, qui est le double du rectangle de  $52 \textcircled{1}$  en  $39 \textcircled{1}$  (car, par le suivant theoreme, le mesme ou ajousté ou soustraiet des  $4225 \textcircled{2}$ , la somme ou reste sera quarré selon la question) fait  $4056 \textcircled{2}$

$$\begin{array}{r} 4225 \\ 12768 \\ \hline 17850625 \\ 163033824 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3713666 \\ 263033824 \end{array}$$

Et par

Et par mesme raison, le double du produit de 60 ① par 25 ①, fera pour le second nombre 3000 ②  
 Et par mesme raison le double du produit de 56 ① par 33 ①, fera pour le troisieme nombre 3696 ③  
 Et par la mesme raison le double du produit de 63 ① par 16 ① fera pour le quatrieme nombre 2016 ④  
 Somme du troisieme quatrieme cinquieme & sixieme en l'ordre, pour la somme des quatre nombres requis, est 12768 ⑤  
 Egale à la somme des quatre nombres requis premier en l'ordre, qui est 65 ①

$\frac{12671000}{163033824}$   
 $\frac{15615600}{163033824}$   
 $\frac{8517600}{163033824}$   
 $\frac{4225}{12768}$   
 $\frac{4225}{12768}$

Lesquels reduicts 12768 ① seront egales à 65, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{65}{12768}$ .  
 Je di, que  $\frac{17136600}{163033824}$ ,  $\frac{12768}{163033824}$ ,  $\frac{875000}{163033824}$ ,  $\frac{15615600}{163033824}$ , sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* La somme de ces quatre nombres trouvez est 53944800, qui vaut aussi (car il est son premier rompu)  $\frac{33234}{17136688}$ , son quarré  $\frac{17850625}{163033824}$ , au mesme ajoüsté  $\frac{12768}{163033824}$ , la somme est quarré  $\frac{34987225}{163033824}$ , sa racine 12768. Item dudit quarré  $\frac{17850625}{163033824}$ , sousttraict  $\frac{17136600}{163033824}$ , reste quarré  $\frac{714025}{163033824}$ , sa racine 845. Item audict quarré  $\frac{17850625}{163033824}$ , ajoüsté  $\frac{12671000}{163033824}$ , la somme est quarré  $\frac{30521625}{163033824}$ , sa racine 33234. Item dudit quarré  $\frac{17850625}{163033824}$ , sousttraict  $\frac{12671000}{163033824}$ , reste quarré  $\frac{5179625}{163033824}$ , sa racine 2275. Item audict quarré  $\frac{17850625}{163033824}$ , ajoüsté  $\frac{15615600}{163033824}$ , la somme est quarré  $\frac{33436225}{163033824}$ , sa racine 33234. Item dudit quarré  $\frac{17850625}{163033824}$ , sousttraict  $\frac{15615600}{163033824}$ , reste quarré  $\frac{2235025}{163033824}$ , sa racine 1495. Item audict quarré  $\frac{17850625}{163033824}$ , ajoüsté  $\frac{875000}{163033824}$ , la somme est quarré  $\frac{17850625}{163033824}$ ; sa racine 12768. Item dudit quarré  $\frac{17850625}{163033824}$ , sousttraict  $\frac{875000}{163033824}$ , reste quarré  $\frac{16975625}{163033824}$ , sa racine 3095. Ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA. De mesme sorte on pourra trouver non seulement quatre nombres de la qualité de ceste 22 question, mais de multitude quelconque. Par exemple; pour trouver tels six nombres, on prendra trois triangles rectangles, soyent 5.4.3. & 13.12.5. & 65.52.39. Lesquels reduicts comme dessus en triangles d'une commune hypotenuse, qui sera 4225 (à sçavoir 65 multiplié par 13 fait 845, les mesmes multipliez par 5 font comme dessus 4225) Puis on partira pour les raisons que dessus le quarré de 4225 trois fois en deux autres quarrés que ne sont les quarrés, &c.

THEOREME.

AV quarré de l'hypotenuse d'un triangle duquel les trois costez sont nombres Arithmetiques, ajoüsté le quadruple de la superficie, ou ledict quadruple sousttraict dudit quarré; La somme ou reste sera quarré à sa racine commensurable.

Explication du donnè. Soit un triangle rectangle duquel l'hypotenuse 5, & les deux autres costez 4 & 3.

Explication du requis. Il faut par les mesmes demonstrier le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le quarré de l'hypotenuse 5 est 25, au mesme ajoüsté 24 pour le quadruple de la superficie du triangle, la somme est 49 à sa racine 7 commensurable. Ou ledict 24 sousttraict de 25, reste semblable quarré 1, selon le theoreme. *Conclusion.* Au quarré doncques de l'hypotenuse, &c, ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXIII.

Partons 10 en deux parties, puis trouvon quelque quarré à sa racine commensurable, & tel que du mesme sousttraict chacune partie de 10, la reste soit semblable quarré.

CONSTRUCTION.

Le quarré requis, soit le quarré de 1 ① + 1 (qui est tel, que si on en sousttraict 2 ① + 1, ou 4 ①, restera quarré selon la question) qui est 1 ② + 2 ① + 1  $\frac{25}{4}$   
 Doncques la premiere partie requise sera 2 ① + 1 4  
 Et la seconde partie requise 4 ① 6  
 Somme des deux parties 6 ① + 1 10  
 Egale à 10

Lesquels reduicts 6 ① seront egales à 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{3}{2}$ .

Je di, que 4 & 6 sont les deux parties requises, & que  $\frac{25}{4}$  est le quarré requis. *Demonstration.* Que 4 & 6 sont les deux parties de 10, est notoire. Puis sousttraict 4 du quarré  $\frac{25}{4}$ , reste quarré  $\frac{9}{4}$ , sa racine  $\frac{3}{2}$ . Item sousttraict 6 dudit quarré  $\frac{25}{4}$ , reste quarré  $\frac{1}{4}$ , sa racine  $\frac{1}{2}$ . Ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXIV.

Partons 20 en deux parties, puis trouvon quelque quarré à sa racine commensurable, & tel qu'au mesme ajoüsté chacune partie de 20, la somme soit semblable quarré.

CONSTRUCTION.

Le quarré requis soit le quarré de 1 ① + 1 (qui est tel, que si on l'ajoústé a 2 ① + 3, ou a 4 ① + 8, la somme sera quarré selon la question, car la racine de l'un sera alors 1 ① + 2, & de l'autre 1 ① + 3) qui est 1 ② + 2 ① + 1  $\frac{25}{4}$   
 Doncques la premiere partie requise sera 2 ① + 3 6  
 Et la deuxiesme partie 4 ① + 8 14  
 Somme des deux parties 6 ① + 11 20  
 Egale à 20

Lesquels reduicts 6 ① seront egales a 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{3}{2}$ .

Je di, que 6 & 14 sont les deux parties requises & que  $\frac{25}{4}$  est le quarré requis.

Demonstration.

Que 6 & 14 sont les deux parties de 20, est notoire. Puis 6 ajoüsté au quarré  $\frac{25}{4}$ , fait quarré  $\frac{49}{4}$ , sa racine  $\frac{7}{2}$ . Item ajoüsté 14 audict quarré  $\frac{25}{4}$ , fait quarré  $\frac{81}{4}$ , sa racine  $\frac{9}{2}$ . Ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

D'ALGÈBRE

D'E

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduit en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN de Bruges.

QUESTION I.

Partons 370 en deux cubes à leurs racines commensurables, & tels que la somme des racines soit 10.

CONSTRUCTION.

|   |  |     |
|---|--|-----|
| Soit la racine du premier cube                                    | $1 \textcircled{1} + 5$  | 7   |
| Ergo la racine du second cube, à fin que leur somme soit 10, sera | $-1 \textcircled{1} + 5$   | 3   |
| Doncques le premier cube sera                                     | $1 \textcircled{3} + 15 \textcircled{2} + 75 \textcircled{1} + 125$  | 343 |
| Et le second cube.  | $-1 \textcircled{3} + 15 \textcircled{2} - 75 \textcircled{1} + 125$ | 27  |
| Somme des deux cubes  | $30 \textcircled{2} + 250$   | 370 |
| Egale à   |  | 370 |

Lesquels reduicts 30 ② seront egales à 120, & par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 343 & 27 sont les deux cubes requis. Demonstration. Que 343 & 27 sont les deux parties de 370, est notoire; Et la racine cubique de 343 est 7, & de 27 est 3, desquelles racines la somme est 10. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION II.

Trouvons deux nombres desquels la difference soit 6, & la difference de leurs cubes 504.

CONSTRUCTION.

|   |   |     |
|---|---|-----|
| Soit la racine du premier cube requis                                 | $1 \textcircled{1} + 3$   | 8   |
| Ergo la racine du second cube, à fin que leur difference soit 6, sera | $1 \textcircled{1} - 3$   | 2   |
| Doncques le premier cube sera   | $1 \textcircled{3} + 9 \textcircled{2} + 27 \textcircled{1} + 27$ | 512 |
| Et le second cube   | $1 \textcircled{3} - 9 \textcircled{2} + 27 \textcircled{1} - 27$ | 8   |
| Difference des cubes  | $18 \textcircled{2} + 54$   | 504 |
| Egale à   |   | 504 |

Lesquels reduicts 18 ② seront egales à 450, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 5.

Je di, que 8 & 2, sont les deux nombres requis. Demonstration. La difference de 8 & 2 est 6. Item le cube de 8 est 512, & de 2 est 8, qui sousttraict de 512, reste 504 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION III.

Multipliez par un carré, & par son costé, un certain nombre: Ainsi que du costé provienne cube & du carré le costé d'iceluy.

CONSTRUCTION.

|  |                               |                |
|--|-------------------------------|----------------|
| Soit posé que le carré fust  | $1 \textcircled{2}$           | $\frac{1}{16}$ |
| Ergo son costé   | $1 \textcircled{1}$           | $\frac{1}{4}$  |
| Item le nombre qu'ilz doivent multiplier soit un nombre cube, ayant pour denominateur 1 ①, à sçavoir | $\frac{8}{1 \textcircled{1}}$ | 32             |
| Lequel multiplié par 1 ② viendra   | $8 \textcircled{1}$           | 2              |
| Et par 1 ①, viendra  |                               | 8              |
| Or la question veut que 8 ① soit le costé & 8 le cube, parquoy 8 ① seront egales à                   |                               | 2              |
| Lesquels reduicts 1 ① vaudra $\frac{1}{4}$ .   |                               |                |

Je di, que  $\frac{1}{16}$  est le carré &  $\frac{1}{4}$  son costé, & 32 le nombre qu'ils doivent multiplier. Examen. Le produit de 32 par  $\frac{1}{16}$  est 2; & le produit du mesme 32 par  $\frac{1}{4}$  est 8, cube dudit 2 selon le requis, ce qu'il falloit examiner.

QUESTION IV.

Adjouster à un carré & à son costé un mesme nombre, tellement que le semblable symptome advienne.

CONSTRUCTION.

|  |   |               |
|--|---|---------------|
| Soit iceluy carré  | $1 \textcircled{2}$                     | $\frac{1}{9}$ |
| Ergo son costé   | $1 \textcircled{1}$                     | $\frac{1}{3}$ |
| Ausquels il faut adjouster tant de ②, qu'avec 1 ② (premier en l'ordre) facent carré soit | $3 \textcircled{2}$                     | $\frac{1}{3}$ |
| Donc le mesme adjouste avec 1 ② fera carré   | $4 \textcircled{2}$                     | $\frac{4}{9}$ |
| Le mesme 3 ② adjouste avec 1 ① fait  | $3 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1}$ | $\frac{2}{3}$ |
| qui devoit estre le costé de 4 ② quatrième en l'ordre, donc 3 ② + 1 ① seront egales à    | $2 \textcircled{1}$                     | $\frac{2}{3}$ |
| Lesquels reduicts 1 ① vaudra $\frac{1}{3}$ .   |   |               |

Je di, que  $\frac{1}{9}$  fera le carré, &  $\frac{1}{3}$  son costé, auxquels on doit adjouster  $\frac{1}{3}$  à un chacun particulierement.

Examen. A  $\frac{1}{9}$  carré, & à  $\frac{1}{3}$  son costé si on adjouste  $\frac{1}{3}$  à un chacun d'iceux, viendra  $\frac{4}{9}$  carré, &  $\frac{2}{3}$  son costé selon le requis, ce qu'il falloit examiner.

QUESTION V.

Ajoutons à quelque carré à sa racine commensurable puis à sa racine, un mesme nombre, qui avec la racine face carré duquel la racine soit la somme du premier carré, & le nombre à ajouter.

CONSTRUCTION.

|  |   |                |
|--|---|----------------|
| Soit le carré requis   | $1 \textcircled{2}$                     | $\frac{9}{25}$ |
| Sa racine  | $1 \textcircled{1}$                     | $\frac{3}{5}$  |
| Et pour le nombre à ajouter prenons quelques ②, desquelles le nombre de multitude soit à sa racine commensurable, comme 4 ② moins (à fin qu'ajouste à la racine cy dessus 1 ①, la somme soit carré selon la question) la racine 1 ① fait | $4 \textcircled{2} - 1 \textcircled{1}$ | $\frac{2}{5}$  |
| Auquel ajouste la racine 1 ①, fait 4 ②, sa racine  | $2 \textcircled{1}$                     | $\frac{6}{5}$  |
| Egale à la somme du premier & troisieme en l'ordre, qui est  | $5 \textcircled{2} - 1 \textcircled{1}$ | $\frac{6}{5}$  |

Lesquels reduicts, 5 ① seront egales à 3, & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{3}{5}$ .

Je di, que  $\frac{9}{25}$  est le carré &  $\frac{3}{5}$  le nombre requis. Demonstration. Le carré  $\frac{9}{25}$  est à sa racine  $\frac{3}{5}$  commensurable, & audict carré  $\frac{9}{25}$  ajouste le nombre  $\frac{2}{5}$  donne somme  $\frac{6}{5}$ ; Et à ladicte racine  $\frac{3}{5}$ , ajouste ledict nombre  $\frac{2}{5}$ , fait carré  $\frac{36}{25}$ , sa racine  $\frac{6}{5}$ , egale à ladicte somme selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION VI.

Ajoutons à quelque cube puis à quelque carré à leurs racines commensurables, un mesme semblable carré, ainsi que les sommes soyent par mesme ordre semblable cube & carré.

M CON-

CONSTRUCTION.

Soit le cube requis 1 ③  $\frac{4096}{343}$   
 Et le premier carré requis sera de quelques  
 ②, telles que leur nombre de multitude  
 soit carré à sa racine commensurable,  
 soit 9 ②  $\frac{2304}{49}$   
 Or puis qu'il faut trouver encore un autre  
 carré qui aousté à 9 ②, face carré selon  
 la question, on prendra quelques deux  
 nombres desquels le produit 9, com-  
 me 1 & 9, le carré de la moitié de leur  
 différence est 16, qui aousté à 9, fait  
 carré selon la question par le theoreme  
 de la 35 question du second livre. Donc-  
 ques 16 est nombre nous servant en l'ope-  
 ration, auquel appliqué ② sera pour le se-  
 cond carré requis 16 ②  $\frac{4096}{49}$   
 Somme des deux carréz 25 ②  $\frac{6480}{49}$   
 Somme du cube & second carré 1 ③ + 16 ②  $\frac{32768}{434}$   
 Egale à quelque cube selon la question, qui  
 soit 8 ③  $\frac{32768}{434}$

Lesquels reduicts 7 ① seront egales à 16, & par le 67  
 probleme 1 ① vaudra  $\frac{16}{7}$ .

Je di, que  $\frac{4096}{343}$ , est le cube, & que  $\frac{2304}{49}$  &  $\frac{4096}{49}$  sont  
 les carréz requis. *Demonstration.* La racine cubique de  
 $\frac{4096}{343}$  est  $\frac{16}{7}$ ; Et la racine carrée de  $\frac{2304}{49}$  est  $\frac{48}{7}$ , Et la  
 racine carrée de  $\frac{4096}{49}$  est  $\frac{64}{7}$ . Item la somme du cu-  
 be  $\frac{4096}{49}$ , & du carré  $\frac{4096}{49}$ , est cube  $\frac{32768}{49}$ , sa racine  
 $\frac{32}{7}$ . Item la somme des deux carréz  $\frac{2304}{49}$  &  $\frac{4096}{49}$ , est  
 carré  $\frac{6400}{49}$ , sa racine  $\frac{80}{7}$ ; Ils sont doncques à leurs raci-  
 nes commensurables selon le requis; ce qu'il falloit  
 demonstret.

QUESTION VII.

**A** Djoignons à quelque cube, & carré, un mesme carré, afin  
 que le mesme symptome advienne mais par ordre renversé.

CONSTRUCTION.

Soient iceux disposez en ordre, premierement le  
 cube, secondement le carré, tiercement le carré qu'il  
 faut adjouster à un chascun des precedens, comme  
 s'ensuit.

Cube. Carré. Carré à adjouster.

Et pource qu'en adjoustant le deuxiesme & troief-  
 me, la somme doit estre cube, soit icelle cube, à sçavoir  
 le premier. D'avantage puis que le premier est egal aux  
 deux suivans, Il s'ensuit que le premier moins le der-  
 nier sera le second qui doit estre carré; mais le pre-  
 mier plus le dernier doit faire aussi un carré, par-  
 quoy tant la somme, que la difference des extremes  
 doit estre carré. Or est il que, *A la somme des carréz  
 de deux nombres quelconques, si on adjouste, ou soustrait le  
 double produit d'iceux, tant la somme que la difference seront  
 carréz:* Prenons donc deux nombres tels toutesfois  
 que leur double produit soit carré comme 1 ① & 2  
 ①; & soit 5 ② (la somme de leurs carréz) pour le  
 premier cy dessus; & leur double produit 4 ② pour  
 le troiefme, & 1 ② (leur difference) pour le second;  
 donc le second aussi le troiefme sont carréz. il reste  
 que le premier soit cube, parquoy 5 ② sera egale à un  
 cube soit à 1 ①, alors 1 ① vaudra 5.

Je di, que 125 cube, & 25 carré, sont les deux re-  
 quis, & 100 le carré à adjouster.

*Examen.* La somme de 125 & 100 est carré. Item la  
 somme de 25 & 100 est cube, selon le requis, ce qu'il  
 falloit trouver.

QUESTION VIII.

**C** ESTE question est la mesme que la precedente 7,  
 seulement differe en l'operation qui sera icy telle.

CONSTRUCTION.

Il appert en la proposition, qu'entre autres sont  
 requis deux carréz à leurs racines commensurables,  
 desquels la somme avec l'un des  
 carréz soit semblable carré, il faut donc-  
 ques premierement trouver tels deux carréz  
 en ceste sorte; Soit l'un carré 1 ② 16  
 Et l'autre carré 4 ② 4  
 Leur somme plus le premier carré, est 2 ② + 4 ② 36  
 Egale à quelque carré, que l'on fingera tel qu'il  
 y en forte convenable egalité, soit duquel la  
 racine 2 ① - 2, son carré 4 ② - 8 ① + 4 ② 36

Lesquels reduicts, 2 ① seront egales à 8, & par le 67  
 probleme 1 ① vaudra 4. Et les deux carréz seront 16  
 & 4; car leur somme 20 plus l'un carré 16, fait car-  
 ré 36, comme il estoit proposé. Doncques 16 & 4 sont  
 deux nombres que nous cherchions servans à nostre  
 propos, par lesquels nous commencerons autre opera-  
 tion telle:

Soit l'un carré 16 ② 6400  
 Et l'autre carré à adjouster 4 ② 1600  
 Leur somme pour le cube requis est 20 ② 8000  
 Egal à quelque cube, soit 1 ③ 8000

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 20.

Je di, que 8000 est le cube, & que 6400. 1600 sont  
 les carréz requis. *Demonstration.* La racine du cube  
 8000 est 20, & la racine du carré 6400, est 80, & du  
 carré 1600 est 40. Item la somme du cube 8000, &  
 du carré 6400, est carré 14400, sa racine 120. Item  
 la somme du carré 6400, & du carré 1600, est cube  
 8000, sa racine 20. Ils sont doncques à leurs racines  
 commensurables; ce qu'il falloit demonstret.

QUESTION IX.

**A** JOUSTONS à quelque cube à sa racine commensurable puis à sa  
 racine, un mesme nombre Arithmetique, tel que du cube  
 procede autrefois semblable cube, & de l'autre son costé.

CONSTRUCTION.

Soit le nombre requis 1 ①  
 La racine du cube requis soit d'autant des ① qu'on  
 voudra, soit de 2 ①  
 Ergo son cube 8 ③  
 Puis aousté le nombre 1 ① à la racine 2 ①, fait  
 pour la racine du cube que l'on requiert proceder  
 de telle addition 3 ①  
 Son cube 27 ③  
 Egal à la somme du nombre requis 1 ①, & du cube 8  
 ③, qui est 8 ③ + 1 ①

Lesquels reduicts 19 ② seront egales à 1, & par le 78  
 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{1}{19}$ . Or si cecy fust nombre  
 Arithmetique selon la question, la solution seroit bon-  
 ne, mais il ne l'est pas, il faut doncques proceder d'au-  
 tre sorte, car on devra au lieu des 2 ① posées cy dessus  
 à la volée, poser quelques ① de certaine condition en  
 ceste sorte: Puis que 19 ③ procedent par l'exces de 27  
 ③ à 8 ③, desquels les racines sont 2 ①, & 3 ①. Item  
 procedant 3 ① (qui sont cy dessus quatriesme en l'or-  
 dre) par l'addition de 1 ①, & plus quelques ① à plai-  
 sir, comme cy dessus 2 ① second en l'ordre: Il appert  
 qu'il nous faudra trouver deux nombres Arithmeti-  
 ques,

ques, dequels la difference soit 1, & la difference de leurs cubes quelque carré à sa racine commensurable.

|  |                     |     |
|--|---------------------|-----|
| Soit le premier nombre   | 1 ①                 | 7   |
| Le second nombre sera  | 1 ① + 1             | 8   |
| Le cube du premier nombre  | 1 ③                 | 343 |
| Le cube du second  | 1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1 | 512 |
| Difference des cubes   | 3 ② + 3 ① + 1       | 169 |
| Egale à quelque carré que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine — 2 ① + 1, son carré | 4 ② — 4 ① + 1       | 169 |

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 7 pour le premier nombre, & le second nombre sera 8; Car la difference de leurs cubes est carré 169, à sa racine 13 commensurable. Doncques 7 & 8 sont deux nombres que nous cherchions, servans à nostre propos; nous commencerons doncques par les mêmes autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

|  |             |                    |
|--|-------------|--------------------|
| Soit le nombre requis  | 1 ①         | $\frac{1}{13}$     |
| Et la racine du cube requis soit de  | 7 ①         | $\frac{7}{13}$     |
| Ergo le cube   | 343 ③       | $\frac{343}{2197}$ |
| Puis ajoutté le nombre 1 ① à la racine cubique 7 ①, fait pour la racine du cube que l'on requiert proceder de telle addition 8 ① |             | $\frac{8}{13}$     |
| Son cube   | 512 ③       | $\frac{512}{2197}$ |
| Egal à la somme du nombre requis 1 ① & du cube 343 ③, qui est  | 343 ③ + 1 ① | $\frac{344}{2197}$ |

Lesquels reduicts 169 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{1}{13}$ .

Je di, que  $\frac{343}{2197}$  est le cube, & que  $\frac{1}{13}$  est le nombre requis. *Demonstration.* La racine du cube  $\frac{343}{2197}$  est  $\frac{7}{13}$ . Et ajoutté le nombre  $\frac{1}{13}$  au cube  $\frac{343}{2197}$ , la somme est cube  $\frac{512}{2197}$ , sa racine  $\frac{8}{13}$ . Item ajoutté  $\frac{1}{13}$  à la racine  $\frac{7}{13}$ , la somme est  $\frac{8}{13}$ , qui est aussi racine du cube  $\frac{512}{2197}$ . Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION X.

**A**lions à quelque cube à sa racine commensurable, puis à sa racine, un mesme nombre Arithmetique tel, que de la racine procede semblable cube, & du cube son costé.

CONSTRUCTION.

|  |            |
|--|------------|
| Soit la racine du cube requis  | 2 ①        |
| Son cube sera  | 8 ③        |
| Puis pour trouver le nombre requis, prenons quelque cube duquel la racine 3 ①, qui est 27 ③, du mesme sousttraict ladicte racine 2 ①, reste ( car ainsi sera satisfait au requis, en cela qu'ajoutté le nombre requis à la racine cubique la somme soit cube ) pour le nombre requis | 27 ③ — 2 ① |
| Or ajoutté ce nombre 27 ③ — 2 ① à la racine cubique 3 ①, la somme est  | 27 ③       |
| Sa racine  | 3 ①        |
| Egale à la somme du nombre 27 ③ — 2 ①, & du cube 8 ③, qui est  | 35 ③ — 2 ① |

Lesquels reduicts 35 ② seront egales a 5, & par le 78 probleme 1 ① vaudra  $\frac{1}{7}$ . Or si ceste racine fust à son carré commensurable, la solution seroit bonne, mais elle ne l'est pas; il faut doncques proceder d'autre sorte, car il nous faudra au lieu des 2 ① & 3 ① posées ci dessus à la volée, poser quelques ① de certaine condition en ceste sorte: Il appert qu'il est necessaire, que la somme des nombres de multitude des ③ ci dessus 35, aie à la somme des nombres de multitude des ① ou racines cubiques comme 5, telle raison comme de carré à sa raci-

ne commensurable, a carré à sa racine commensurable. mais ceste raison n'est pas de 35 a 5, il les faut doncques trouver en ceste sorte:

|   |                        |
|---|------------------------|
| Soit la somme des racines cubiques nombre Arithmetique queleconque comme  | 2                      |
| Et soit l'une racine  | 1 ①                    |
| Ergo l'autre racine   | — 1 ① + 2              |
| Ergo l'une cube   | 1 ③                    |
| Et l'autre cube   | — 1 ③ + 6 ② — 12 ① + 8 |
| Somme des deux cubes ( laquelle obtient necessairement à la somme des racines, raison comme de carré à carré selon le requis ) est          | 6 ② — 12 ① + 8         |
| Or puis que 2, & 6 ② — 12 ① + 8, ont ladicte raison de carré a carré, s'ensuit que leur quotient sera le carré requis, le quel quotient est | 3 ② — 6 ① + 4          |

Egal à quelque carré que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine — 4 ① + 2, son carré

Lesquels reduicts, 13 ① seront egales a 10, & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{10}{13}$ , pour l'une racine cubique, & l'autre racine cubique sera  $\frac{16}{13}$ . Car leur somme 2, obtient à la somme de leurs cubes  $\frac{10096}{2197}$ , ladicte raison de carré à carré. Doncques  $\frac{10}{13}$  &  $\frac{16}{13}$  sont les deux nombres que nous cherchions, servans à nostre propos. Mais nous delaissons à cause de briefueté leurs nominateurs, & prenons la moitié des 10, & 16, à sçavoir 5 & 8, qui sont entre eux en la mesme raison, & par les mesmes nous commencerons autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

|  |             |                   |
|--|-------------|-------------------|
| Soit la racine du cube   | 5 ①         | $\frac{5}{7}$     |
| Son cube fera  | 125 ③       | $\frac{125}{343}$ |
| Puis pour trouver le nombre requis, prenons le cube de 8 ①, qui est 512 ③, du mesme sousttraict lesdicts 5 ①, reste ( car ainsi sera satisfait au requis, en cela qu'ajoutté ce nombre à la racine cubique, la somme soit cube ) pour le nombre requis | 512 ③ — 5 ① | $\frac{267}{343}$ |
| Or ajoutté ce nombre 512 ③ — 5 ① à la racine cubique 5 ①, la somme est   | 512 ③       | $\frac{512}{343}$ |
| Sa racine  | 8 ①         | $\frac{8}{7}$     |
| Egale à la somme du nombre 512 ③ — 5 ① & du cube 125 ③, qui est  | 637 ③ — 5 ① | $\frac{8}{7}$     |

Lesquels reduicts 637 ② seront egales a 13, & par le 78 probleme 1 ① vaudra  $\frac{1}{7}$ .

Je di, que  $\frac{125}{343}$  est le cube, & que  $\frac{267}{343}$  est le nombre requis. *Demonstration.* La racine du cube  $\frac{125}{343}$  est  $\frac{5}{7}$ ; Et ajoutté le nombre  $\frac{267}{343}$  à la racine  $\frac{5}{7}$ , la somme est cube  $\frac{512}{343}$ , sa racine  $\frac{8}{7}$ . Item ledict nombre  $\frac{267}{343}$ , ajoutté au cube  $\frac{125}{343}$ , la somme est  $\frac{8}{7}$ , qui est aussi racine du cube composé  $\frac{512}{343}$ . Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis.

QUESTION XI.

**T**rouvons deux cubes à leurs racines commensurables, & tels que leur somme soit egale à la somme de leurs racines.

NOTA. L'on pourroit dire facilement pour solution que l'une cube est 1, & l'autre cube aussi 1, mais il nous faut expliquer la solution de Diophanté.

CONSTRUCTION.

|                                |      |
|--------------------------------|------|
| Soit la racine du premier cube | 2 ①  |
| Et la racine du second cube    | 3 ①  |
| Ergo le premier cube           | 8 ③  |
| Et le second cube              | 27 ③ |
| Somme des cubes                | 35 ③ |

Egale a la somme des racines, qui est 5 ①

Lesquels reduicts 35 ② seront egales a 5, & par le 78 probleme, 1 ① vaut  $\sqrt{\frac{1}{7}}$ . Or si la mesme racine fust a son quarré commensurable, la solution seroit bonne; mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte; car les racines cubiques comme ci dessus 2 ① & 3 ① qui sont posées a la volée, il les faudra poser par certaine condition comme s'ensuit: Il appert qu'il est necessaire de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que la somme de leurs cubes divisee par la somme de leurs racines, le quotient soit quarré a sa racine commensurable. Mais il est démontré a la 10<sup>e</sup>. question precedente, que tels deux cubes sont ceux, desquels les racines sont 5 & 8. il nous faut doncques par les mesmes commencer autre operation semblable a la precedente en ceste sorte:

|                                      |       |                   |
|--------------------------------------|-------|-------------------|
| Soit la racine du premier cube       | 5 ①   | $\frac{5}{7}$     |
| Et la racine du second cube          | 8 ①   | $\frac{8}{7}$     |
| Ergo le premier cube                 | 125 ③ | $\frac{125}{343}$ |
| Et le second cube                    | 512 ③ | $\frac{512}{343}$ |
| Somme des cubes                      | 637 ③ | $\frac{637}{7}$   |
| Egale a la somme des racines qui est | 13 ①  | $\frac{13}{7}$    |

Lesquels reduicts 637 ② seront egales a 13, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{1}{7}$ .

Le di, que  $\frac{125}{343}$  &  $\frac{512}{343}$  sont les deux cubes requis. *Demonstration.* La racine du cube  $\frac{125}{343}$  est  $\frac{5}{7}$ ; Et la racine du cube  $\frac{512}{343}$  est  $\frac{8}{7}$ . ce sont doncques cubes a leurs racines commensurables. Item la somme des cubes est  $\frac{637}{7}$ , aussi est  $\frac{637}{7}$  la somme des racines selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XII.

**T**rouvons deux cubes a leurs racines commensurables, & tels que leur difference soit egale a la difference de leurs racines.

CONSTRUCTION.

|   |      |
|---|------|
| Soit la racine du premier cube            | 2 ①  |
| Et la racine du second cube               | 3 ①  |
| Ergo le premier cube                      | 8 ③  |
| Et le second cube                         | 27 ③ |
| Difference des cubes                      | 19 ③ |
| Egale a la difference des racines qui est | 1 ①  |

Lesquels reduicts 19 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra  $\sqrt{\frac{1}{19}}$ . Or si la mesme racine fust a son quarré commensurable, la solution seroit bonne, mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte; Car les racines cubiques ci dessus 2 ① & 3 ① posées a la volée, il les faudra prendre par certaine condition comme s'ensuit: Il appert qu'il est necessaire, que la difference des nombres comme ci dessus 19, aye a la difference des nombres des racines comme 1, telle raison comme de quarré a sa racine commensurable, a quarré a sa racine commensurable; Mais ceste raison n'est pas de 19 a 1; Il les faut doncques trouver en ceste sorte:

|                              |                     |     |
|------------------------------|---------------------|-----|
| Soit la racine de l'une cube | 1 ①                 | 7   |
| Et la racine de l'autre cube | 1 ① + 1             | 8   |
| Ergo l'une cube              | 1 ③                 | 343 |
| Et l'autre cube              | 1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1 | 512 |
| Difference des cubes         | 3 ② + 3 ① + 1       | 169 |
| Difference des racines       | 1                   | 1   |

Or puis que la difference des cubes doit avoir a la difference des racines, la raison de quarré a quarré, comme dict est; s'ensuit.

que leur produict doit estre tel quarré qui est 3 ② + 3 ① + 1 169

Ergo il est egal a quelque semblable quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquell la racine - 2 ① + 1, son quarré 4 ② - 4 ① + 1 169

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 7, pour l'une racine cubique, & l'autre racine sera 8, car leur difference 1, obtient a la difference de leurs cubes 169; ladicte raison de quarré a quarré: Doncques 7 & 8 sont les deux nombres que nous cherchions servans a nostre propos, par lesquels nous commencerons autre operation semblable a la premiere en ceste sorte:

|  |       |                    |
|--|-------|--------------------|
| Soit la racine du premier cube             | 7 ①   | $\frac{7}{13}$     |
| Et la racine du second cube                | 8 ①   | $\frac{8}{13}$     |
| Ergo le premier cube                       | 343 ③ | $\frac{343}{2197}$ |
| Et le second cube                          | 512 ③ | $\frac{512}{2197}$ |
| Difference des cubes                       | 169 ③ | $\frac{169}{13}$   |
| Egale a la difference des racines, qui est | 1 ①   | $\frac{1}{13}$     |

Lesquels reduicts 169 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme 1 ① vaudra  $\frac{1}{13}$ .

Le di, que  $\frac{343}{2197}$  &  $\frac{512}{2197}$  sont les deux cubes requis. *Demonstration.* La racine du cube  $\frac{343}{2197}$  est  $\frac{7}{13}$ , Et la racine du cube  $\frac{512}{2197}$  est  $\frac{8}{13}$ ; ce sont doncques cubes a leurs racines commensurables. Item la difference des cubes  $\frac{169}{2197}$  &  $\frac{1}{13}$  est  $\frac{1}{13}$ , aussi est  $\frac{1}{13}$  la difference des racines  $\frac{7}{13}$  &  $\frac{8}{13}$ , selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XIII.

**T**rouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le cube du majeur ajouste au moindre, soit egal au cube du moindre ajouste au majeur.

CONSTRUCTION.

|  |            |
|--|------------|
| Soit le moindre nombre requis                            | 2 ①        |
| Et le majeur nombre                                      | 3 ①        |
| Ergo le moindre cube                                     | 8 ③        |
| Et le majeur cube  | 27 ③       |
| La somme du majeur cube & moindre nombre,                |            |
| est  | 27 ③ + 2 ① |
| Egale a la somme du moindre cube & majeur nombre qui est | 8 ③ + 3 ①  |

Lesquels reduicts 19 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra  $\sqrt{\frac{1}{19}}$ . Or si la mesme racine fust nombre Arithmetique, la solution seroit bonne; mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte, car les racines cubiques ci dessus 2 ① & 3 ① posées a plaisir, il les faudra poser par certaine condition comme s'ensuit: Il appert qu'il est necessaire de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que la somme du cube du majeur nombre & le moindre nombre divisee par la somme du cube du moindre & le majeur nombre, le quotient soit quarré a sa racine commensurable: Mais il est démontré a la 12 question precedente, que tels deux nombres sont 7 & 8, il faut doncques par les mesmes commencer autre operation semblable a la precedente en ceste sorte:

|                                       |             |                     |
|---------------------------------------|-------------|---------------------|
| Soit le moindre nombre requis         | 7 ①         | $\frac{7}{13}$      |
| Et le majeur nombre                   | 8 ①         | $\frac{8}{13}$      |
| Ergo le moindre cube                  | 343 ③       | $\frac{343}{2197}$  |
| Et le majeur cube                     | 512 ③       | $\frac{512}{2197}$  |
| Somme du majeur cube & moindre nombre |             |                     |
|                                       | 512 ③ + 7 ① | $\frac{1695}{2197}$ |

Egale a la somme du moindre cube & majeur nombre, qui est 343 ③ + 8 ①  $\frac{1695}{2197}$

Lesquels reduicts 169 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme 1 ① vaudra  $\frac{1}{13}$ .

Je di, que  $\frac{7}{13}$  &  $\frac{8}{13}$  sont les nombres requis. *Demonstrat.* Le cube du maieur nombre  $\frac{8}{13}$  est  $\frac{512}{2197}$ , & le cube du moindre nombre  $\frac{7}{13}$ , est  $\frac{343}{2197}$ : Puis aiousté le maieur cube  $\frac{512}{2197}$  au moindre nombre  $\frac{7}{13}$ , la somme est  $\frac{1693}{2197}$ , qui est aussi la somme du moindre cube  $\frac{343}{2197}$  & du maieur nombre  $\frac{8}{13}$ , selon le requis; ce qu'il falloit demonst.

QUESTION XIV.

**T**rouvons deux nombres Arithmetiques tels, qu'à chacun, puis à leur somme, puis à leur difference ajousté 1, soyent tous quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

Si de quelque carré selon la question, on soustraiçt 1, la reste sera le premier nombre. Soit quelque carré duquel la racine est de quelques ① plus 1, comme 3 ① + 1, son carré 9 ② + 6 ① + 1; du mesme soustraiçt 1, reste pour le premier nombre requis 9 ② + 6 ①

Or puis que nous voulons que le premier & second nombre plus 1, soit aussi carré selon la question, il faut trouver un carré qui aiousté aux 8 ② + 6 ①, face tel carré. Parquoy suivant le theoreme cy dessous; on prendra quelques deux nombres desquels le produit est 9 ② + 6 ①; Soyent 9 ① + 6, & 1 ①, leur difference est 8 ① + 6, la moitié 4 ① + 3, son carré 16 ② + 24 ① + 9 (lequel carré aiousté a 9 ② + 6 ①, fait carré selon la question 25 ② + 30 ① + 9, car sa racine est 5 ② + 3) dudit carré soustraiçt 1, reste pour le second nombre requis 16 ② + 24 ① + 8

La difference des deux nombres requis est 7 ② + 18 ① + 8, à la mesme aiousté 1, fait

7 ② + 18 ① + 9  
Egal à quelque carré selon la question; que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine — 3 ① + 3, son carré 9 ② — 18 ① + 9

Lesquels reduicts 2 ① seront egales a 36, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 18.

Je di, que 3024 & 5624 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Aiousté 1 a 3024, fait carré 3025, sa racine 55. Item aiousté 1 a 5624, fait carré 5625, sa racine 75. Item aiousté 1 a la somme de 3024, & 5624, qui est 8648, fait carré 8649, sa racine 93. Item aiousté 1 à la difference de 3025 & 5625, qui est 2600, fait carré 2601, sa racine 51; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonst.

THEOREME.

**A**v produit de deux nombres Arithmetiques, ajousté le quarre de la moitié de leur difference, fait carré à sa racine commensurable.

*Explication du donné.* Soyent deux nombres Arithmetiques 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut démonst.

Le produit de 2 & 10 est 20, la difference de 2 & 10 est 8, sa moitié 4, son carré 16, aiousté à 20, fait carré 36, à sa racine 6 commensurable selon le theoreme.

*Conclusion.* Au produit doncques de deux nombres, &c. ce qu'il falloit demonst.

QUESTION XV.

**T**rouvons trois quarrez à leurs racines commensurables, & tels que leur somme soit egale à la somme de leurs trois differences.

CONSTRUCTION.

Soit le moindre carré  
Et le maieur carré soit duquel la racine 1 ②  
+ 1, le carré 1 ② + 2 ① + 1

Or veu que les trois differéces des trois nombres requis, sont egales au mesmes trois nombres: Ergo le double de la difference du maieur & moindre, est egal aux mesmes trois nombres par le suivant theoreme. Prenons doncques la difference du maieur & moindre carré, qui est 1 ② + 2 ①, le double pour la somme des trois quarrez requis, est 2 ② + 4 ①

De la mesme soustraiçt la somme du maieur & moindre carré, qui est 1 ② + 2 ① + 2, reste pour le moyen carré requis 1 ② + 2 ① — 2

Egal à quelque carré selon la question, que l'on fingera tel, qu'il y forte convenable egalité, soit duquel la racine 1 ① — 4, son carré 1 ② — 8 ① + 16

Lesquels reduicts 10 ① seront egales à 18, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{9}{2}$ .

Je di, que  $1, \frac{12}{5}, \frac{196}{25}$  sont les trois quarrez requis. *Demonstration.* La racine du carré 1, est 1; Et la racine du carré  $\frac{12}{5}$ , est  $\frac{12}{5}$ ; Et la racine du carré  $\frac{196}{25}$ , est  $\frac{14}{5}$ ; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables. Item les trois differences des quarrez sont  $\frac{96}{25}, \frac{171}{25}, \frac{171}{25}$ . La somme des mesmes  $\frac{342}{25}$ , est egale à la somme des trois quarrez trouvez, selon le requis; ce qu'il falloit demonst.

THEOREME.

**S**i la somme des trois differences de trois nombres, fust egale à la somme de trois nombres: Le double de la difference du maieur & moindre nombre, sera aussi egal à la somme des trois nombres.

*Explication du donné.* Soyent trois nombres 2, 10, 16, desquels les trois differences 8, 6, 14, sont telles, que leur somme 28 est egal à la somme des trois nombres qui est aussi 28. *Explication du requis.* Il faut démonst.

par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le double de la difference du maieur 16, & du moindre 2 (laquelle difference est 14) est 28, egale à ladicte somme des trois nombres 2, 10, 16, selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques la somme des trois differences, &c. ce qu'il falloit demonst.

**NOTA.** Pour facilement trouver trois nombres de la qualité de ce theoreme, comme sont 2, 10, 16, on posera quelques deux nombres pour le moindre & maieur, mais par telle condition, que le double de leur difference excède à leur somme, soyent 3 & 21, leur difference est 18, le double est 36, du mesme soustraiçt 24, pour la somme de 21 & 3, reste pour le moyen nombre 12. Doncques les trois nombres 3, 12, 21, sont nombres de la qualité requise.

QUESTION XVI.

**T**rouvons trois nombres tels, que le produit de la somme du premier & second par le troisieme soit 35, & du second & troisieme par le premier 27, & du troisieme & premier par le second 32.

CONSTRUCTION.

Soit le troisieme nombre requis 1 ①

Ergo la somme du premier & second nombre, qui multiplié par le premier doit faire 35, (laquelle on trouve divisant 35 par 1 ① du troisieme nombre) sera

Soit le premier

Ergo le second

Et ainsi est satisfait au premier point requis, reste encore d'accomplir les deux autres, desquels le premier est, que le produit de la somme du second & troisieme (qui est 2 1/11 + 1/11) par le premier nombre 1/11, soit 27; & tel produit (egal a 27) est 25/12 + 1/12 qui fait 25/12 + 25

Or la difference de 27 a 32 est 5; Si doncques la difference de leurs egaux (qui sont le cinquieme & sixieme en l'ordre) fust aussi 5, le tout eust esté bien fait. Mais elle ne l'est pas; car leur difference est 15, il faut doncques proceder d'autre sorte comme s'ensuit: Il appert qu'on ne peut partir les 35/11 second en l'ordre comme on veut, mais par telle condition que la difference du cinquieme & sixieme en l'ordre soit 5. Pour a quoy advenir il appert qu'on devra prendre lesdictes deux parties troisieme & quatrieme en l'ordre telles, que leur difference soit 5/11, qui seroit 1/11 & 2/11; il faut doncques par les mesmes commencer autre operation semblable a la precedente en ceste sorte:

Soit le troisieme nombre requis 1 ①

Ergo la somme du premier & second nombre, qui multiplié par le premier doit faire 35, sera

Le premier nombre sera

Le second nombre

Et ainsi est satisfait au premier point requis, reste encore d'accomplir les deux autres, desquels le premier est, que le produit de la somme du second & troisieme nombre 2/11 + 1 ①, par le premier 1/11 soit 27; & tel produit egal a 27 est 3/11 + 15 27

Le dernier point requis est, que le produit de la somme du premier & troisieme 1/11 + 1 ①, par le second 2/11, soit 32, & tel produit est 2/11 + 20 32

Egal a

Lesquels reduits 12 ② seront egales a 300, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 5.

Je di, que 3. 4. 5. sont les trois nombres requis. Demonstration. La somme du premier 3 & second 4, est 7, qui multiplié par le troisieme 5, fait 35. Item la somme du second 4 & troisieme 5, est 9, qui multiplié par le premier 3 fait 27. Item la somme du troisieme 5 & premier 3 est 8, qui multiplié par le second, fait 32 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XVII.

Trouvons trois nombres Arithmetiques desquels la somme soit carré a sa racine commensurable, & tels, que le carré de chacun nombre, avec son nombre suivant, soit semblable carré.

CONSTRUCTION.

Posons pour le second nombre des ① quelconques, soit 4 ①

Or puis que le carré du premier nombre aiousté au second, doit estre carré selon la question, s'ensuit qu'il faut

trouver un carré, qui aiousté a 4 ①, face tel carré. Prenons deux nombres desquels le produit soit 4 ①, soyent 1 & 2 ①, leur difference 1 ① - 2, la moitié (car aiousté son carré a 4 ① fera carré selon la question par le theoreme de la 35 question du 2 livre) pour le premier nombre requis est 1 ① - 1

Reste maintenant de trouver le troisieme nombre tel, que le carré du second, aiousté audict troisieme, soit semblable carré, le mesme sera trouvé, quand d'un carré, on soustrait le carré de 4 ①, qui est 16 ②: Posons doncques quelque convenable racine comme 4 ① + 1, son carré 16 ② + 8 ① + 1, du mesme soustrait 16 ②, reste pour le troisieme nombre requis 8 ① + 1

Somme des trois nombres 13 ①

Egale a quelque carré selon la question, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine 13 ①, son carré 169 ②

Or 13 ① vallans 169 ②, la 1 ① vaudra 13 ②, laquelle valeur de 1 ① ainsi connue seront semblablement connus (a sçavoir en quantitez algebriques) les valeurs des trois nombres requis, par lesquelles nous commencerons autre operation telle:

Le premier nombre cy dessus 1 ① - 1 (veu que 1 ① vaut 13 ②) vaudra 13 ② - 1

Et pour mesme raison le second nombre

qui cy dessus est 4 ①, vaudra 52 ②

Et le troisieme nombre vaudra 104 ② + 1

Somme des trois nombres, qui est carré selon le requis, est 169 ②

Et ainsi est satisfait aux 3 points requis, sans toutesfois que la requise valeur d'une ① soit encore connue. Reste maintenant le quatrieme point, qui est que le carré du troisieme nombre avec le premier nombre, soit aussi carré selon la question. Or le carré du troisieme nombre est 10816 ④ + 208 ② + 1, & le premier nombre est 13 ② - 1, leur somme est 10816 ④ + 221 ② qui sont en inférieurs quantitez de mesme raison 10816 ② + 221

Egales a quelque carré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine 104 ① + 1, son carré 10816 ② + 208 ① + 1

Lesquels reduits 208 ① seront egales a 220, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 5/2

Je di, que 36621/2704, 157300/2704, 317304/2704, sont les trois nombres requis. Demonstration. La somme des trois nombres est carré 311223, sa racine 713. Item le carré du premier nombre 36621, est 1341097641, au mesme aiousté le second nombre 157300, la somme est carré 1766436841, sa racine 42029. Item le carré du second nombre 157300, est 24743290000, au mesme aiousté le troisieme nombre 317304, la somme est

13 ② - 1  
104 ② + 1  
169 ②

169 ②  
169 ②  
104 ② + 1  
13 ② - 1  
36621  
2704  
157300  
2704  
317304  
2704  
311223  
2704

108780851600  
731161  
108780851600  
731161



me est carré.  $\frac{25600280016}{7311616}$ , sa racine  $\frac{160004}{2704}$ . Item le carré du troisieme nôbre  $\frac{317104}{2704}$ , est  $\frac{100881828416}{7311616}$ , au mesme ajouste le premier nombre  $\frac{3662}{2704}$ , la somme est carré  $\frac{100780851600}{7311616}$ , sa racine  $\frac{317460}{2704}$ . Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis: ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XVIII.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques, desquels la somme soit carré à sa racine commensurable, & tels que du carré de chascun soustraiet son nombre suivant, les restes soyent semblables quarez.

CONSTRUCTION.

Posons pour le second nombre des ① quelconques, soyent 4 ①  
Or puis que du carré du premier nombre requis, soustraiet le second, la reste doit estre carré selon la question, s'ensuit qu'il nous faut trouver un carré, duquel soustraiet 4 ②, la reste soit tel carré. Prenons deux nombres desquels le produit soit 4 ①, soyent 2 & 2 ①, leur somme est 2 ① + 2, la moitié ( car de son carré soustraiet 4 ①, restera quaré selon la question, par le theoreme de la 36 question du 2 livre ) pour le premier nombre requis est 1 ① + 1

Reste maintenant de trouver le troisieme nombre tel, que soustraiet du carré du second, la reste soit semblable carré, le mesme sera trouvé, quand du carré de 4 ①, qui est 16 ②, on soustraiet quelque autre carré. Posons doncques quelque convenable racine comme 4 ① - 1, son carré 16 ② - 8 ① + 1, qui soustraiet de 16 ②, reste pour le troisieme nombre requis 8 ① - 1  
Somme des trois nombres 13 ①  
Egale a quelque carré selon la question, que l'on fingera tel, qu'il y en forte convenable egalité, soit duquel la racine 13 ①, son carré 169 ②

Or 13 ① vallans 169 ②, la 1 ① vaudra 13 ②, laquelle valeur de 1 ① ainsi connue, seront semblablement connus (à sçavoir en quantitez algebrayques) les valeurs des trois nombres requis, par lesquels nous commencerons autre operation telle:

Le premier nombre ci dessus 1 ① + 1 (veu que 1 ① vaut 13 ②) vaudra 13 ② + 1  
Et pour mesme raison, le second nombre qui dessus est 4 ①, vaudra 52 ②  
Et le troisieme nombre vaudra 104 ② - 1  
Somme des trois nombres 169 ②  
Et ainsi est satisfaiet à trois poincts du requis, sans toutesfois que la requise valeur de 1 ① soit connue. Reste maintenant le quatrieme poinct qui est, que du carré du troisieme nombre soustraiet le premier, la reste soit carré selon la question. Or le carré du troisieme nombre est 10816 ④ - 208 ② + 1, du

52 ②

13 ③ + 1

104 ② - 1

169 ②

169 ②

13 ② + 1

52 ②

104 ② - 1

169 ②

10816 ④

208 ②

1 ①

10816 ④

mesme soustraiet le premier nombre, qui est 13 ① + 1, reste 10816 ④ - 221 ② qui sont en inferiures quantitez de mesme raison

Egales a quelque carré, que l'on fingera tel, qu'il y en forte convenable egalité, soit duquel la racine 104 ① - 1, son carré 10816 ② - 208 ① + 1

Lesquels reduicts 208 ① seront egales a 222, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{111}{104}$

Je di, que  $\frac{170289}{10816}$ ,  $\frac{640692}{10816}$ ,  $\frac{1270568}{10816}$ , sont les trois nombres requis, *Demonstration.* La somme des trois nombres est carré  $\frac{2082249}{10816}$ , sa racine  $\frac{1443}{104}$ . Item le carré du premier nombre est  $\frac{29237238121}{116985856}$ , du mesme soustraiet le second nombre  $\frac{640692}{10816}$ , reste carré  $\frac{22307513449}{116985856}$ , sa racine  $\frac{149337}{10816}$ . Item le carré du second nombre  $\frac{640692}{10816}$ , est  $\frac{410486238864}{10816}$ , du mesme soustraiet le troisieme nombre  $\frac{1270568}{10816}$ , reste carré  $\frac{396743775376}{116985856}$ , sa racine  $\frac{629876}{10816}$ . Item le carré du troisieme nombre  $\frac{1270568}{10816}$ , est  $\frac{1614343042724}{116985856}$ , du mesme soustraiet le premier nombre  $\frac{170289}{10816}$ , reste carré  $\frac{1612493625600}{116985856}$ , sa racine  $\frac{1269840}{10816}$ . Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

$$\frac{10816 \text{ ②} - 221}{10816}$$

$$\frac{10816 \text{ ②} - 208 \text{ ①} + 1}{10816}$$

QUESTION XIX.

**T**rouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le cube du premier ajouste au second, la somme soit cube à sa racine commensurable: Item le carré du second nombre ajouste au premier, la somme soit carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre 1 ①  
Son cube 1 ③  
Le second nombre (à fin que le cube du premier ajouste au second nombre, soit cube selon la question) soit -1 ③ + 8  
Le carré du second nombre 1 ② - 16 ③ + 64  
Auquel ajouste le premier nombre, fait 1 ② - 16 ③ + 1 ① + 64  
Egal a quelque carré, que l'on fingera tel, qu'il y en forte convenable egalité, soit duquel la racine 13 ① + 8, son carré 169 ② + 64

Lesquels reduicts 32 ② seront egales à 1, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra  $\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$ . Or si la mesme racine fust à son carré commensurable, la solution seroit bonne; Mais elle ne l'est pas; il faut doncques proceder d'autre sorte, car le cube 8 posé ci dessus à la volée, il le faudra poser par certaine condition comme s'ensuit: Il appert que ces 32 nous viennent de deux fois 16, procedant chascune de double multiplication de 8 par 1; Et par consequent lesdicts 32 procedent aussi de quadruple position de 8: D'ou il est manifeste qu'il nous faut trouver un nombre cubique au lieu de 8, tel que son quadruple soit carré à sa racine commensurable.

Posons que tel nombre soit 1 ③  
Son quadruple 4 ③  
Egal a quelque convenable carré soit 16 ②

Lesquels reduicts 4 ① seront egales a 16, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4. Et le nombre requis (au lieu de 8, de la precedente operation) sera 64. Car c'est cube selon le requis, & son quadruple 256 est carré selon le requis; nous en ferons doncques autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1}$   
 Son cube  $1 \textcircled{3}$   
 Le second nombre (à fin que le cube du premier, ajouté au second, face cube selon la question) soit  $1 \textcircled{3} + 64$   
 Son carré  $1 \textcircled{2} - 12 \textcircled{3} + 4096$   
 Auquel ajouté le premier nombre, fait  $1 \textcircled{2} - 12 \textcircled{3} + 1 \textcircled{1} + 4096$   
 Egal à quelque carré, que l'on fingera tel, qu'il y sorte convenable egalité, soit duquel la racine  $1 \textcircled{3} + 64$ , son carré  $1 \textcircled{2} + 12 \textcircled{3} + 4096$

$\frac{1}{16}$   
 $\frac{1}{4096}$   
 $\frac{262143}{4096}$   
 $\frac{68718952449}{16777216}$   
 $\frac{68720001025}{16777216}$   
 $\frac{68720001025}{16777216}$

Item que le 2 procedé de deux fois multiplié 1 par 1. Item que le 6 procedé de deux fois multiplié 3 par 1. Ergo le 13 procedé du quadruple de 3 (à sçavoir des 3  $\textcircled{3}$  au quatriesme en l'ordre) il nous faudra doncques au lieu desdicts 3  $\textcircled{1}$ , trouver tel nombre, qui avec son quadruple plus 1, face carré selon la question. Prenons deux nombres desquels la difference 1  $\textcircled{2}$ , comme 1  $\textcircled{2} + 1$ , & 2  $\textcircled{1} + 1$ , leur produit 2  $\textcircled{2} + 3 \textcircled{1} + 1$ , son quadruple 8  $\textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 4$ , difference de deux nombres 1  $\textcircled{1}$ , son carré 1  $\textcircled{2}$  ajouté audict quadruple, fait par le suyvnt theoreme, carré selon la question 9  $\textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 4$ , car la racine est 3  $\textcircled{1} + 2$ . Doncques il nous faudra au lieu de 3  $\textcircled{1} + 1$  quatriesme en l'ordre, prendre 2  $\textcircled{1} + 1$ , & selon les mesmes nous commencerons autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Lesquels reduicts 256  $\textcircled{2}$  seront egales à 1, & par le 78 probleme, 1  $\textcircled{1}$  vaudra  $\frac{1}{16}$ .

Je di, que  $\frac{1}{16}$  &  $\frac{262143}{4096}$ , sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le cube du premier nombre  $\frac{1}{16}$  est  $\frac{1}{4096}$ , qui ajouté au second nombre  $\frac{262143}{4096}$ , fait cube  $\frac{262144}{4096}$ , sa racine  $\frac{64}{16}$ . Item le carré du second nombre  $\frac{262143}{4096}$ , est  $\frac{68718952449}{16777216}$ , qui ajouté au premier nombre  $\frac{1}{16}$ , fait carré  $\frac{68720001025}{16777216}$ , sa racine  $\frac{262143}{4096}$ . Ce sont doncques cube & carré, à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstret.

Soit le produit du premier & second nombre requis, le carré de  $\textcircled{1}$  quelconques plus 1, comme 1  $\textcircled{1} + 1$ , qui est 1  $\textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$ , des mesmes soustrait 1 (car ainsi adviendra que luy ajoutant 1, il sera carré selon la question) reste pour ledict produit  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$

QUESTION XX.

**T**rouvons operation algebratique telle, que pour la valeur de 1  $\textcircled{1}$  posant nombre Arithmetique quelconque, nous aions trois nombres tels, qu'au produit de chascun deux ajouté 1, la somme soit carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le produit du premier & second nombre requis, le carré de  $\textcircled{1}$  quelconque plus 1, comme 1  $\textcircled{1} + 1$ , qui est 1  $\textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$ , des mesmes soustrait 1 (car ainsi adviendra que luy ajoutant 1, il sera carré selon la question) reste pour ledict produit  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$

Soit le second nombre requis  $1 \textcircled{1}$   
 Ergo le premier nombre (puis que leur produit est 1  $\textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$ ) sera  $1 \textcircled{1} + 2$   
 Et de mesme sorte nous trouverons le troiesime nombre requis, posant pour le produit du second & troiesime nombre (non pas  $\textcircled{1}$  quelconques comme en la precedente operation; mais comme dessus dict est, nombre tel, que sa difference à la premiere position 1  $\textcircled{1} + 1$ , soit 1  $\textcircled{1}$ ) pour les raisons que dessus, le carré de 2  $\textcircled{1} + 1$ , qui est 4  $\textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 1$ , du mesme soustrait 1 (car ainsi adviendra que luy ajoutant 1, il sera carré selon la question) reste pour ledict produit  $4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1}$

Et soit le second nombre requis  $1 \textcircled{1}$   
 Ergo le premier nombre (puis que leur produit est 1  $\textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$ ) sera  $1 \textcircled{1} + 2$   
 Et de mesme sorte nous trouverons le troiesime nombre requis, posant pour le produit du second & troiesime nombre le carré de  $\textcircled{1}$  quelconques plus 1, comme de 3  $\textcircled{1} + 1$  qui est 9  $\textcircled{2} + 6 \textcircled{1} + 1$ , des mesmes soustrait 1 (car ainsi adviendra, que luy ajoutant 1, il sera carré selon la question) reste pour ledict produit  $9 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1}$

Mais le second nombre est 1  $\textcircled{1}$ , ergo le troiesime (puis que le produit du second & troiesime est 4  $\textcircled{2} + 4 \textcircled{1}$ ) sera  $4 \textcircled{1} + 4$   
 Le produit du troiesime nombre 4  $\textcircled{1} + 4$ , & du premier 1  $\textcircled{1} + 2$ , est 4  $\textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 8$ , au mesme ajouté 1, fait carré selon la question (car sa racine est 2  $\textcircled{1} + 3$ )  $4 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 9$   
 Lequel estant tel carré il ne requiert point d'egalité.

Mais le second est 1  $\textcircled{1}$ ; Ergo le troiesime (puis que le produit du second & troiesime est 9  $\textcircled{2} + 6 \textcircled{1}$ ) sera  $9 \textcircled{1} + 6$

Le produit du troiesime nombre 4  $\textcircled{1} + 4$ , & du premier 1  $\textcircled{1} + 2$ , est 4  $\textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 8$ , au mesme ajouté 1, fait carré selon la question (car sa racine est 2  $\textcircled{1} + 3$ )  $4 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 9$   
 Lequel estant tel carré il ne requiert point d'egalité.  
 Je di, que la valeur de 1  $\textcircled{1}$  est nombre Arithmetique quelconque selon le requis. *Demonstration.* La valeur de 1  $\textcircled{1}$  soit 2; Ergo le premier nombre 4, le second 2, le troiesime 12. Mais que les mesmes satisfont au requis, se demonstre ainsi: Le produit de 4 & 2, est 8, plus 1 fait carré 9, sa racine 3. Item le produit de 2 & 12 est 24, plus 1, fait carré 25, sa racine 5. Item le produit de 12 & 4, est 48, plus 1, fait carré 49, sa racine 7, selon le requis.

Reste maintenant que le produit du troiesime & premier + 1, soit carré selon la question, mais le produit du troiesime nombre 9  $\textcircled{1} + 6$ , & du premier 1  $\textcircled{1} + 2$ , est 9  $\textcircled{2} + 24 \textcircled{1} + 12$ , au mesme ajouté 1, fait  $9 \textcircled{2} + 24 \textcircled{1} + 13$

Autre demonstration.  
 Soit maintenant de 1  $\textcircled{1}$  la valeur 3. Ergo le premier nombre 5, le second 3, le troiesime 16, mais que les mesmes satisfont aussi au requis, se demonstre ainsi: Le produit de 5 & 3 est 15, plus 1, fait carré 16, sa racine 4. Item le produit de 3 & 16 est 48, plus 1, fait carré 49, sa racine 7. Item le produit de 16 & 5, est 80, plus 1, fait carré 81, sa racine 9. Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; Et semblable sera la demonstration de nombre Arithmetique (posé pour la valeur de 1  $\textcircled{1}$ ) quelconque.

Or si le mesme nombre eust racine selon la question, le requis seroit trouvé, mais il ne l'a point, il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert, que si le double du produit de la racine de 9, par la racine de 13, fust egal au moyen 24 (car alors ledict nombre auroit racine selon la question) nous aurions le requis. Il appert aussi que le 13 doit estre carré à sa racine commensurable, pour lequel trouver, il faut considerer d'ou procedé tel 13, à sçavoir de la multiplication de 2 par 6 & plus 1:

THEOREME.

**A**v quadruple du produit de deux nombres Arithmetiques, Ajousté le carré de leur difference, fait carré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soient deux nombres 2 & 5. Explication du requis. Il faut démonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. Demonstration. Le produit de 2 & 5, est 10, son quadruple 40, leur difference 3, son carré 9, ajousté à 40, fait carré 49, à sa racine 7 commensurable. D'ou s'en suit que si l'on pose les deux nombres differens en unité, que l'on trouvera un nombre, qui avec son quadruple plus 1, fera carré comme estoit requis à la construction de la precedente 20 question. Soient par exemple deux nombres desquels la difference est 1, comme 2 & 3, leur produit est 6, son quadruple 24, leur difference 1, son carré 1, ajousté à 24, fait carré selon le theoreme 25. Conclusion. Si doncques au quadruple, &c. ce qu'il falloit démonstrer.

QUESTION XXI.

**T**rouvons quatre nombres Arithmetiques tels, qu'au produit de chascun deux, ajousté 1, la somme soit carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

On trouvera les trois nombres par la precedente 20 question, qui est pour le premier

Et le second  $1 \textcircled{1} + 2$   
Et le troisieme  $4 \textcircled{1} + 4$

Or il faut que le produit du quatrieme & premier plus 1, soit carré selon la question; On posera doncques pour la racine de tel carré, des  $\textcircled{1}$  quelconque plus 1, soit  $3 \textcircled{1} + 1$ , son carré  $9 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} + 1$ , du mesme soustraiet 1 (car ainsi adviendra, que luy ajoustant 1, il sera carré selon la question) reste pour ledict produit

Mais le premier nombre est  $1 \textcircled{1}$ , Ergo le quatrieme (puis que tel produit de quatrieme & premier nombre est  $9 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1}$ ) sera

Reste maintenant que le produit du quatrieme & second plus 1, soit carré selon la question, mais tel produit est  $9 \textcircled{2} + 24 \textcircled{1} + 12$ , auquel ajousté 1, fait

Egal à quelque carré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine  $3 \textcircled{1} - 4$ , son carré

$9 \textcircled{2} - 24 \textcircled{1} + 16$

Lesquels reduicts,  $48 \textcircled{1}$  seront egales à 3, & par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{1}{16}$ .

Je di, que  $\frac{1}{16}, \frac{33}{16}, \frac{68}{16}, \frac{105}{16}$  sont les quatre nombres requis. Demonstration. Le produit de  $\frac{1}{16}$  &  $\frac{33}{16}$ , est  $\frac{33}{256}$ , au mesme ajousté 1, fait carré  $\frac{289}{256}$ , sa racine  $\frac{17}{16}$ . Item le produit de  $\frac{1}{16}$  &  $\frac{68}{16}$ , est  $\frac{68}{256}$ , au mesme ajousté 1, fait carré  $\frac{1825}{256}$ , sa racine  $\frac{43}{16}$ . Item le produit de  $\frac{1}{16}$  &  $\frac{105}{16}$ , est  $\frac{105}{256}$ , au mesme ajousté 1, fait carré  $\frac{3361}{256}$ , sa racine  $\frac{59}{16}$ . Item le produit de  $\frac{33}{16}$  &  $\frac{68}{16}$ , est  $\frac{2244}{256}$ , au mesme ajousté 1, fait carré  $\frac{2300}{256}$ , sa racine  $\frac{54}{16}$ . Item le produit de  $\frac{33}{16}$  &  $\frac{105}{16}$ , est  $\frac{3465}{256}$ , au mesme ajousté 1, fait carré  $\frac{3721}{256}$ , sa racine  $\frac{61}{16}$ . Item le produit de  $\frac{68}{16}$  &  $\frac{105}{16}$ , est  $\frac{7140}{256}$ , au mesme ajousté 1, fait carré  $\frac{7396}{256}$ , sa racine  $\frac{86}{16}$ . Ce sont

doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit démonstrer.

QUESTION XXII.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques proportionaux tels, que la difference de chascun deux soit carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1}$   
Et le second nombre (à fin qu'il excède au premier en carré selon la question) soit  $1 \textcircled{1} + 4$   
Et le troisieme (à fin qu'il excède au second en carré selon la question) soit  $1 \textcircled{1} + 13$

Or la difference du troisieme & premier, est 13, laquelle doit estre carré selon la question, mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert que 13 est nombre composé de deux quarez 9 & 4, parquoy il nous faut trouver deux tels quarez, desquels la somme soit semblable carré. Soient 9 & 16, leur somme est carré 25 à sa racine commensurable. Et par les mesmes nous ferons autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1}$   
Le second nombre  $1 \textcircled{1} + 9$   
Le troisieme nombre  $1 \textcircled{1} + 25$

Or de ces trois nombres chascun deux sont different en carré selon la question, Reste maintenant qu'ils soyent aussi proportionels, mais de trois nombres proportionels le produit des extremes est egal au carré du moyen, doncques le produit des extremes  $1 \textcircled{1}$  &  $1 \textcircled{1} + 25$  qui est

Est egal au carré du moyen  $1 \textcircled{1} + 9$ , qui est

Lesquels reduicts,  $7 \textcircled{1}$  seront egales à 81, & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{81}{7}$ .

Je di, que  $\frac{81}{7}, \frac{144}{7}, \frac{225}{7}$  sont les trois nombres requis. Demonstration. Comme  $\frac{81}{7}$  à  $\frac{144}{7}$ , ainsi  $\frac{144}{7}$  à  $\frac{225}{7}$ ; ergo ils sont proportionaux. Item la difference de  $\frac{81}{7}$  à  $\frac{144}{7}$  est carré 9, sa racine 3, Item la difference de  $\frac{144}{7}$  à  $\frac{225}{7}$ , est carré 16, sa racine 4. Item la difference de  $\frac{225}{7}$  à  $\frac{81}{7}$ , est 25, sa racine 5; ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit démonstrer.

QUESTION XXIII.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques tels, que chaque nombre ajousté au solide desdictes trois nombres la somme soit carré à sa racine commensurable.

NOTA. Nombre solide de trois nombres, est le produit des deux multiplié par le troisieme, comme de 3. 4. 5. le solide est 60, par ce que 3 fois 4 fait 12, le mesme multiplié par 5 fait nombre solide 60. Qui est appellé solide; parce que le solide rectangle duquel la hauteur 3; largeur 4; longueur 5, aura grandeur 60.

CONSTRUCTION.

Soit le solide des trois nombres  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$   
Et le premier nombre (à fin qu'ajousté 1 au solide, face carré selon le requis) soit

Et pour avoir le second nombre, on soustraira (à fin que le solide avec le second nombre, face aussi carré selon la question) le solide  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$  de quelque carré, soit duquel la racine  $1 \textcircled{1} + 3$ , son

son carré  $1 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} + 9$ , du mesme soustraict ledict solide, reste pour le second nombre requis  $4 \textcircled{1} + 9$

Or pour avoir le troisieme nombre, prenons le produit du premier & second nombre, qui est  $4 \textcircled{1} + 9$ , par lequel divisé ledict solide, donne quotient pour le troisieme nombre requis  $\frac{1 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} + 9}{4 \textcircled{1} + 9}$  (car, par exemple, divisé un solide 24 procedant de 2, 3, 4, par le produit de quelques deux nombres, comme de 2 & 3, qui est 6, le quotient 4 est necessairement le troisieme nombre 3; Et le mesme s'entendra en nombres algebrayques) Mais tel quotient aura valeur au respect des autres nombres qui ne sera point nombre Arithmetique. Il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert qu'au lieu des  $4 \textcircled{1} + 9$  il nous faut trouver tel nombre de mesme qualite, ainsi que par le mesme divisé  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$ , le quotient soit quelque  $\textcircled{1}$ , desquelles la valeur soit nombre Arithmetique. Veu doncques qu'il faut diviser le solide  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$ , par le scond nombre qui en la precedente operation est  $4 \textcircled{1} + 9$ , il est notoire que pour avoir le quotient de quelques  $\textcircled{1}$ , qu'il faut que le 1 (de  $1 \textcircled{2}$ ) au 4 (des  $4 \textcircled{1}$ ) aye telle raison, comme le 2 (des  $2 \textcircled{1}$ ) au 9 (car autrement il seroit impossible de parvenir à telle division) Il appert aussi par alterne raison, que comme 1 à 2, ainsi faudroit estre 4 à 9; Mais 1 est la moitie de 2, ergo le nombre qui viendra au lieu de 4, faut estre la moitie du nombre qui viendra au lieu du 9. Item le nombre qui viendra au lieu de 9, est necessairement carré à sa racine commensurable; Ergo au lieu de 4 & 9, il nous faut trouver deux nombres tels, que l'un soit carré comme dict est, & l'autre sa moitie, & encore procedans d'antecedens nombres qualifiez comme les antecedens, desquels procedent les 4 & 9; Mais qu'elles sont les qualitez de ces antecedens, c'est que l'un procede du double de quelque certain nombre moins 2 (car 4 procede du double de 3 moins 2) l'autre du carré d'icelui certain nombre (car 9 procede du carré desdicts 3.) Il nous faut doncques (au lieu de 3) trouver un nombre tel, que de son double soustraict 2, la reste soit la motie du carré d'iceluy nombre.

Soit le nombre requis  $1 \textcircled{1}$   
Son double moins 2 est  $2 \textcircled{1} - 2$   
Egal a la moitie du carré du nombre requis, qui est  $\frac{1}{2} \textcircled{2}$

Lesquels reduicts,  $1 \textcircled{2}$  sera egale à  $4 \textcircled{1} - 4$ , & par le 68 probleme,  $1 \textcircled{1}$  (pour le nombre requis au lieu de  $\frac{1}{2}$ ) vaudra 2, car son double moins 2, est la moitie du carré du nombre requis 2, doncques au lieu ou nous avons ci dessus mis 3, il faudra mettre 2, cest à dire au lieu des  $3 \textcircled{1}$  au troisieme en l'ordre, il faudra mettre  $2 \textcircled{1}$ ; Et nous ferons par les mesmes autre operation semblable à la precedente en ceste sorte.

Soit le solide des trois nombres  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$   
Et le premier nombre (à fin qu'ajousté au solide face carré selon la question) soit  $1$

Et pour avoir le second nombre, on soustraira (à fin que le solide avec le second nombre, face aussi carré selon la question) le solide  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$ , non pas d'un carré duquel la racine  $1 \textcircled{1} + 3$  comme à la premiere operation, mais pour les raisons que dessus, du carré de  $1 \textcircled{1} + 2$ , qui est de  $1 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 4$ , reste pour second nombre requis  $2 \textcircled{1} + 4$

Or pour avoir le troisieme nombre, prenons le produit du premier & second  $2 \textcircled{1} + 4$ , qui est  $2 \textcircled{1} + 4$ , par lequel divisé le solide, donne quotient pour le troisieme nombre  $\frac{1}{2} \textcircled{1}$

La somme du solide & troisieme nombre, est  $1 \textcircled{2} + 2 \frac{1}{2} \textcircled{1}$   
Egale a quelque carré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine  $2 \textcircled{1}$ , son carré  $4 \textcircled{2}$

Lesquels reduicts  $3 \textcircled{1}$  seront egales à  $2 \frac{1}{2}$ ; & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{2}{3}$ .

Je di, que  $1, \frac{6}{12}, \frac{1}{12}$ , sont les trois nombres requis.  
Demonstration. Le solide des trois nombres  $1, \frac{6}{12}, \frac{1}{12}$ , est  $\frac{340}{144}$ , au mesme aiousté le premier nombre 1, fait carré  $\frac{484}{144}$ , sa racine  $\frac{22}{12}$ . Item audiect solide  $\frac{340}{144}$ , aiousté le second nombre  $\frac{6}{12}$ , fait carré  $\frac{1136}{144}$ , sa racine  $\frac{34}{12}$ . Item audiect solide  $\frac{340}{144}$ , aiousté le troisieme nombre  $\frac{1}{12}$  fait carré  $\frac{400}{144}$ , sa racine  $\frac{20}{12}$ . Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXIV.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que chascun soustraict du solide desdicts trois nombres, la reste soit carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis  $1 \textcircled{1}$   $\frac{17}{8}$   
Et le solide des trois nombres (à fin que du mesme soustraict le premier, la reste soit carré selon la question) soit  $1 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1}$   $\frac{423}{64}$   
Or pour trouver le produit du second & troisieme nombre, nous diviserons le solide par le premier nombre (car par exemple, le solide 24 procedant de 2, 3, 4, divisé par le premier 2, le quotient 12 est necessairement produit des deux autres, à sçavoir de 3 & 4, le mesme s'entendra en nombres Algebrayques) donne quotient pour ledict produit du second & troisieme  $1 \textcircled{1} + 1$   $\frac{23}{8}$   
Soit le second nombre requis  $1$   $1$   
Ergo le troisieme (puis que le produit du troisieme & second est  $1 \textcircled{1} + 1$ ) sera  $1 \textcircled{1} + 1$   $\frac{23}{8}$   
Reste maintenant que du solide soustraict le second nombre, puis le troisieme, les restes foyent quarez selon la question. Mais soustraict le second nombre 1 du solide  $1 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1}$ , reste  $1 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1} + 1$   $\frac{361}{64}$   
Item soustraict le troisieme  $1 \textcircled{1} + 1$ , dudiect solide, reste  $1 \textcircled{2} - 1$   $\frac{225}{64}$   
Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le sixiesme & septiesme en l'ordre, est egal à quelque carré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un carré de double egalité. Soit par position de  $2 \textcircled{1}$  &  $\frac{1}{2}$  (pour les deux nombres desquels le produit  $1 \textcircled{1}$ , est egal à la difference du sixiesme au septiesme en l'ordre) desquels le carré de double egalité, egal au moindre nombre  $1 \textcircled{2} - 1$ , est (par la note de la 12 question du 2 livre)  $1 \textcircled{2} - \frac{1}{2} \textcircled{1} + \frac{1}{16}$   $\frac{225}{64}$

Lesquels reduicts  $\frac{1}{2} \textcircled{1}$  sera egale à  $\frac{17}{16}$ , & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{17}{8}$ .

Je di, que  $\frac{17}{8}, 1, \frac{25}{8}$  sont les trois nombres requis.  
Demonstration. Le solide des trois nombres  $\frac{17}{8}, 1, \frac{25}{8}$ , est  $\frac{423}{64}$ , duquel soustraict le premier nombre  $\frac{17}{8}$ , reste carré  $\frac{288}{64}$ , sa racine  $\frac{12}{4}$ . Item dudiect solide  $\frac{423}{64}$ , soustraict le second nombre 1, reste carré  $\frac{361}{64}$ , sa racine  $\frac{19}{8}$ . Item dudiect solide  $\frac{423}{64}$ , soustraict le troisieme nombre  $\frac{25}{8}$ , reste carré  $\frac{225}{64}$ , sa racine  $\frac{15}{8}$ . Ce sont doncques

doncques quarréz à leurs racines commensurables; selon le requis, ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXV.

Prendons 6 en deux parties telles, que leur produit soit cube à sa racine commensurable, & luy deffailant sa racine.

CONSTRUCTION.

Soit la premiere partie 1 ①  
 Ergo la seconde partie -1 ① + 6  
 Leur produit -1 ② - 6 ①  
 Egal à quelque cube luy deffailant sa racine; fingeons la racine du cube quelques ① moins 1, soit 2 ① - 1  
 Son cube 8 ③ - 12 ② + 6 ① - 1  
 Du mesme soubstraiçt sa racine, reste pour le cube luy deffailant sa racine 8 ③ - 12 ② + 4 ①  
 Egal au produit des deux nombres requis troisieme en l'ordre, qui est -1 ② + 6 ①

Lesquels reduicts 8 ② seront egales à 11 ① + 2, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{183}{239} - \frac{1}{16}$ ; Or si la mesme valeur de 1 ① fust à son quarré commensurable, nous aurions le requis, mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert que si aux termes reduicts, n'y eust point venu des ①, mais que l'egaleté s'eust rencontré seulement entre ① & ②, nous aurions le requis; Or pour l'avoir ainsi, il faut considerer d'ou precedent les 4 ① sixiesme en l'ordre, & appert que du triple de 2 ① quatriesme en l'ordre, moins les mesmes deux primes: Ergo elles procedent du double de 2 ① quatriesme en l'ordre; Il faut doncques trouver une multitude de ① (au lieu desdictes 2 ①) de laquelle le double (veu qu'elles s'egalent à 6 ① troisieme en l'ordre) soit 6 ①; La mesme sera 3 ①, ergo au lieu de 2 ①, quatriesme en l'ordre, il faudra mettre 3 ①, & nous ferons par les mesmes autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit la premiere partie 1 ①  
 Ergo la seconde partie -1 ① + 6  
 Leur produit -1 ② + 6 ①  
 Egal à quelque cube auquel deffaut sa racine, fingeons la mesme non pas 2 ① - 1 comme à la premiere operation, mais pour les raisons que dessus 3 ① - 1  
 Son cube 27 ③ - 27 ② + 9 ① - 1  
 Du mesme soubstraiçt sa racine, reste pour le cube luy deffailant sa racine 27 ③ - 27 ② + 6 ①  
 Egal au produit des deux nombres requis troisieme en l'ordre, qui est -1 ② + 6 ①

Lesquels reduicts 27 ① seront egales à 26, & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{26}{27}$ .  
 Je di, que  $\frac{26}{27}$ ,  $\frac{136}{27}$  sont les deux nombres; item que  $\frac{132651}{19683}$  est le cube requis. *Demonstration.* Que les deux nombres  $\frac{26}{27}$ ,  $\frac{136}{27}$ , sont les deux parties integrantes de 6, est notoire. Item leur produit est  $\frac{3536}{729}$ , qui est cube  $\frac{132651}{19683}$ , luy deffailant sa racine  $\frac{51}{27}$ . Car soubstrayant racine  $\frac{51}{27}$ , de cube  $\frac{132651}{19683}$ , reste comme dessus  $\frac{3536}{729}$ , selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXVI. A. GIR.

Prendons 4 en trois nombres tellement que leur solide soit cube, dont la racine soit egale à la somme de leur trois intervalles.

CONSTRUCTION.

Soyent iceux entendus estre disposez par ordre, assavoir aux extremitez le maieur & le mineur; & soit le solide de trois parties (pource que ce doit estre un cube) 8 ③  
 Son costé 2 ①

Egal aux trois Intervalles; Or pource que quand trois nombres sont disposez de tel ordre, les trois Intervalles sont ensemble double à l'Intervale des extremes, donc la moitié de 2 ① qui est 1 ①, sera l'Intervale des extremes, soit donc le moindre extreme, quelque nombre algebraique 2 ①

Ergo le maieur extreme 3 ①  
 Et le moyen, (afin que leur solide soit 8 ③) sera 1  $\frac{2}{3}$  ①; que si l'eust esté plus grand que 2 ①, la question seroit foudée; or il vient de la division de 8 par le produit de 2 & 3 (qui devoient differer de l'unité); parquoy nous en sommes revenus là qu'il faut trouver deux nombres (au lieu des 2.3.) differens de l'unité, telz que leur produit divisant 8, le quotient soit entre iceux assavoir maieur au moindre, & moindre au maieur. A ceste fin soit 1 ① le mineur, ergo le maieur 1 ① + 1. que si on divise 8 par leur produits 1 ② + 1 ①, viendra le moyen  $\frac{8}{1(2)+1(1)}$  qui doit estre entre 1 ① & 1 ① + 1 & doit excéder 1 ①, mais l'excès doit estre moindre que l'unité, que si on luy adjouste l'unité il sera maieur à 1 ① + 1; soit à iceluy donc adjouste l'unité, & les deux mis en denomination de 1 ② + 1 ①, alors 1 ② + 1 ① + 8 sera maieur à 1 ③ + 2 ② + 1 ①, & reduicts 8 sera maieur à 1 ③ + 1 ② (formons un cube quadrinome algebraique ayant 1 ③ + 1 ②, iceluy aura son costé 1 ① +  $\frac{1}{3}$ ) mais le cube de 1 ① +  $\frac{1}{3}$  est aussi maieur à 1 ③ + 1 ②; & si on veut egalier 8 au cube de 1 ① +  $\frac{1}{3}$ , les costez seront egaux, assavoir 2 à 1 ① +  $\frac{1}{3}$ , & 1 ① vaudra  $\frac{2}{3}$ . parquoy les trois nombres seront  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{9}{5}$ ,  $\frac{8}{3}$ , lesquels multipliez par 15 (quand il licite comme icy, pour eviter les fractions) viendra 25, 27, 40; qui sont trois nombres dont leur solide est cube ayant sa racine egale aux trois intervalles d'iceux, que si leur somme estoit 4, la question seroit resoute; il faut donc diviser 4 en trois nombres proportionaux aux mesmes, ce qui est tresfacil, voire mesme sans algebre par le 15 probleme, & seront iceux  $\frac{25}{23}$ ,  $\frac{27}{23}$ ,  $\frac{40}{23}$ , dont la preuve est manifeste, qu'ils sont les parties de 4, & que leur solide est cube, ayant sa racine egale aux trois Intervalles d'iceux selon le requis, ce qu'il falloit faire.

QUESTION XXVII.

Prendons deux nombres tels, que chascun adjouste à leur produit, la somme soit cube à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre de quelques ① telles que son nombre de multitude soit cube à sa racine commensurable soit 8 ①  
 Le second nombre sera tel, que multiplié par le premier, & au produit adjouste le premier, la somme soit cube selon la question soit 1 ② - 1  
 Leur produit 8 ③ - 8 ①  
 Au mesme adjouste le second nombre, fait 8 ③ + 1 ② - 8 ① - 1  
 Egal à quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine 2 ① - 1, son cube 8 ③ - 12 ② + 6 ① - 1

|                   |
|-------------------|
| $\frac{112}{13}$  |
| $\frac{27}{13}$   |
| $\frac{164}{13}$  |
| $\frac{3024}{13}$ |
| $\frac{2197}{13}$ |
| $\frac{3375}{13}$ |
| $\frac{2197}{13}$ |
| $\frac{3375}{13}$ |
| $\frac{2197}{13}$ |

Lesquels

Lesquels reduicts 13 ① seront egales a 14, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{14}{13}$ .  
 Je di, que  $\frac{112}{13}$  &  $\frac{27}{169}$ , sont les deux nombres requis.  
*Demonstration.* Le produit de  $\frac{112}{13}$  &  $\frac{27}{169}$ , est  $\frac{3024}{2197}$ , au mesme ajousté le premier nombre  $\frac{112}{13}$  fait cube  $\frac{21952}{2197}$ , sa racine  $\frac{28}{13}$ . Item auidict produit  $\frac{3024}{2197}$  ajousté  $\frac{27}{169}$  la somme est cube  $\frac{3157}{2197}$ , sa racine  $\frac{14}{13}$ . Ce sont doncques cubes a leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION XXVIIII.

Trouvons deux nombres tels, que chascun soustraiect de leur produit, la reste soit cube a sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre quelques ① telles, que leur nombre de multitude soit cube a sa racine commensurable & plus 1, soit  $8 ① + 1$   
 Le second nombre sera tel, que multiplié par le premier, & du produit soustraiect le second, la reste soit cube selon la question, soit tel second nombre  $1 ②$   
 Leur produit  $8 ③ + 1 ②$   
 Du mesme soustraiect le premier, reste  $8 ③ + 1 ② - 8 ① - 1$   
 Egal a quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine  $2 ① - 1$ , son cube  $8 ③ - 12 ② + 6 ① - 1$

$\frac{123}{13}$

$\frac{196}{169}$

$\frac{24500}{2197}$

$\frac{3373}{2197}$

$\frac{3375}{2197}$

Lesquels reduicts 13 ① seront egales a 14, & par le 67 probleme 1 ① vaudra  $\frac{14}{13}$ .  
 Je di, que  $\frac{123}{13}$  &  $\frac{196}{169}$  sont les deux nombres requis.  
*Demonstration.* Le produit de  $\frac{123}{13}$  &  $\frac{196}{169}$  est  $\frac{24500}{2197}$ , duquel soustraiect le premier  $\frac{123}{13}$ , reste cube  $\frac{3375}{2197}$ , sa racine  $\frac{15}{13}$ . Item du mesme produit  $\frac{24500}{2197}$  soustraiect le second nombre  $\frac{196}{169}$ , reste cube  $\frac{2197}{2197}$ , sa racine  $\frac{28}{13}$ . Ce sont doncques cubes a leurs racines commensurables selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION XXIX.

Trouvons deux nombres Arithmetique: tels, qu'ajoustez a leur produit, puis soustraiect de leur produit, somme & reste soyent cubes a leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

Soit le cube procedant des deux nombres ajoustez a leur produit, 64  
 Et le cube procedant des deux nombres soustraiects de leur produit soit 8  
 Leur difference qui est le double de la somme des deux nombres, par le suivant theoreme, est 56, sa moitie pour la somme des deux nombres requis est 28  
 Or parce que le produit ajousté aux deux nombres fait 64, s'en suit (car soustraiect 28 de 64 reste 36) que leur produit est 36  
 Reste doncques de trouver deux nombres tels, que leur somme soit 28, & leur produit 36; les mesmes se trouvent par la 30 question du premier livre, toutesfois a cause des nombres qui se rencontrent en l'operation, nous mettrons leur construction autrefois en ceste sorte:  
 Soit le maieur nombre requis  $1 ① + 14$   
 Ergo le moindre  $- 1 ① + 14$   
 Leur produit  $- 1 ② + 196$   
 Egal au produit donné /36

Lesquels reduicts 1 ② sera egale a 160, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra  $\sqrt{160}$ . Et les nombres cherchez seront  $14 + \sqrt{160}$ , &  $14 - \sqrt{160}$ . Or si ces deux nombres fussent Arithmetiques, nous aurions le requis; mais ils ne sont pas, dont est la cause, que le 160 n'est point carré a sa racine commensurable. Il faut doncques considerer d'ou procedent ces nombres, a fin que nous trouvions autres semblables, qui au lieu de 160 donnent carré comme dict est. Premièrement la difference de 160, & 196, est 36, & les 196 sont le carré de 14, qui est la moitie de 28, qui est la moitie de 56. Doncques 196 est le carré du quart de 56; Mais 56 est la difference des deux cubes 64 & 8. Item 36 est la moitie de la somme des mesmes cubes; Il appert donc, qu'au lieu de 64 & 8, il nous faut trouver deux autres semblables cubes tels, que du carré du quart de leur difference, soustraiect la moitie de la somme des cubes, la reste soit carré a sa racine commensurable, pour lesquels trouver:

Soit la racine du maieur cube  $1 ① + 1$   
 Et la racine du moindre cube soit  $1 ① - 1$   
 Ergo le maieur cube  $1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1$   
 Et le moindre cube  $1 ③ - 3 ② + 3 ① - 1$   
 Leur difference  $6 ② + 2$ , son quart  $\frac{3}{2} ② + \frac{1}{2}$   
 Son carré  $\frac{9}{4} ④ + \frac{3}{2} ② + \frac{1}{4}$   
 Du mesme soustraiect la moitie de la somme des cubes, qui est  $1 ③ + 3 ①$ , reste

$\frac{9}{4} ④ - 1 ③ + \frac{3}{2} ② - 3 ① + \frac{1}{4}$   
 Qui convertiz en entiers de mesme raison les multipliant par 4, fait  $9 ④ - 4 ③ + 6 ② - 12 ① + 1$   
 Egal a quelque carré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine  $3 ② - 6 ① + 1$ , le carré est  $9 ④ - 36 ③ + 42 ② - 12 ① + 1$

Lesquels reduicts 32 ① seront egales a 36, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{9}{8}$ . Ergo les deux cubes cherchez au lieu de 64 & 8, seront  $\frac{4913}{512}$ , &  $\frac{1}{512}$ , par lesquelles il nous faut commencer autre operation semblable a la premiere en ceste sorte:

Soit le cube procedant des deux nombres ajoustez a leur produit  $\frac{4913}{512}$   
 Et le cube procedant des deux nombres soustraiects de leur produit soit  $\frac{1}{512}$   
 Leur difference qui est le double de la somme des deux nombres par le theoreme suivant, est  $\frac{4912}{512}$ , sa moitie pour la somme des deux nombres requis  $\frac{2456}{512}$   
 Or parce que le produit ajousté aux deux nombres fait  $\frac{4913}{512}$ , s'en suit (car soustraiect  $\frac{2456}{512}$  de  $\frac{4913}{512}$ , reste  $\frac{2457}{512}$ ) que leur produit sera  $\frac{2456}{512}$   
 Reste doncques de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que leur somme soit  $\frac{2456}{512}$ , & leur produit  $\frac{2457}{512}$ , en ceste sorte:

Soit le maieur nombre requis  $1 ① + \frac{1228}{512}$   
 Ergo le moindre nombre  $- 1 ① + \frac{1228}{512}$   
 Leur produit  $- 1 ② + \frac{1507984}{262144}$   
 Egal au produit donné  $\frac{1257984}{262144}$

Lesquels reduicts 1 ② sera egale a  $\frac{250000}{262144}$ , & par le 78 probleme 1 ① vaudra  $\frac{500}{512}$ .

Je di, que  $\frac{1728}{512}$  &  $\frac{728}{512}$  sont les deux nombres requis.  
*Demonstrat.* Le produit de  $\frac{1728}{512}$  &  $\frac{728}{512}$ , est  $\frac{1257984}{262144}$ , au mesmes ajoustez lesdicts deux nombres (desquels deux nombres la somme est  $\frac{2456}{512}$ ) fait cube  $\frac{2515456}{262144}$ , sa racine  $\frac{136}{64}$ . Item d'uidict produit  $\frac{1257984}{262144}$  soustraiect ladicte somme des deux nombres  $\frac{2456}{512}$ , reste cube

cube  $\frac{11}{2}$ , la racine  $\frac{8}{4}$ . Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

**T H E O R E M E.**

Deux nombres ajoutez à leur produit, puis soustraicts de leur produit; La difference de somme & reste sera double aux deux nombres.

*Explication du donné.* Soyent deux nombres quelconques 2 & 3. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrier le contenu du theoreme. *Demonstration.* Les deux nombres 2 & 3, ajoutez à leur produit 6, fait 11, & du mesme produit 6, soustraict lesdicts nombres 2 & 3, reste 1. Or la difference de somme 11 & reste 1, est 10, qui est double selon le theoreme, aux deux nombres 2 & 3. *Conclusion.* Deux nombres doncques ajoutez, &c. ce qu'il falloit demonstrier.

**Q U E S T I O N XXX.**

Cette question est la mesme que la 29 precedente, mais elle differe en l'operation qui sera ici telle:

**C O N S T R U C T I O N.**

Veux (par le suivant theoreme) que le carré à sa racine commensurable, divisé en deux parties desquelles l'une soit sa racine, & au produit des deux parties ajoutez les mesmes deux parties: la somme sera cube selon la question: Posons le carré de 1 qui est 1

|  |                 |                |
|--|-----------------|----------------|
| Et que l'une partie pour l'un nombre requis soit sa racine   | 1 ②             | $\frac{1}{4}$  |
| Ergo l'autre partie pour l'autre nombre requis sera  | 1 ①             | $\frac{1}{4}$  |
| Produit des deux parties   | 1 ③             | $\frac{1}{16}$ |
| Au mesme ajousté les deux parties, fait cube   | 1 ③             | $\frac{1}{8}$  |
| Et dudit produit 1 ③ — 1 ②, soustraict la somme des deux parties reste   | 1 ③ — 2 ②       | $\frac{1}{8}$  |
| Egale a quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine $\frac{1}{2}$ ①, son cube | $\frac{1}{8}$ ③ | $\frac{1}{8}$  |

Lesquels reduicts  $\frac{7}{8}$  ① seront egales a 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{1}{16}$ .

Le di, que  $\frac{1}{7}$   $\frac{144}{49}$  sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produit de  $\frac{1}{7}$  &  $\frac{144}{49}$ , est  $\frac{2304}{343}$ , au mesmes ajousté lesdicts deux nombres (desquels deux nombres la somme est  $\frac{216}{49}$ ) fait cube  $\frac{4096}{343}$ , la racine  $\frac{16}{7}$ . Item dudit produit  $\frac{2304}{343}$ , soustraict ladicte somme des deux nombres  $\frac{216}{49}$ , reste cube  $\frac{112}{343}$ , la racine  $\frac{8}{7}$ . Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

**T H E O R E M E.**

Le carré à sa racine commensurable divisé en deux parties desquelles l'une soit sa racine, & au produit des deux parties ajousté les mesmes deux parties: Donne pour somme un cube à sa racine commensurable.

*Explication du donné.* Soit donné carré à sa racine commensurable 9. *Explication du requis.* Il faut par le mesme 9 demonstrier le contenu du theoreme. *Demonstration.* Les deux parties de 9, desquelles l'une soit sa racine, sont 3 & 6, leur produit 18, au mesme ajousté 3 & 6, font cube selon le theoreme 27, à sa racine 3 commensurable. *Conclusion.* Le carré doncques à sa racine commensurable divisé en deux parties, &c. ce qu'il falloit demonstrier.

**Q U E S T I O N XXXI.**

Rouvons quatre nombres quarrez à leurs racines commensurables, & tels, qu'à leur somme ajousté la somme de leurs racines, le tout soit 12.

**C O N S T R U C T I O N.**

Les quatre quarrez que nous cherchons, avec leurs racines, font ensemble 12, & si nous ajoustons au mesmes encore quatre fois  $\frac{1}{4}$  fait 13, qui (par le suivant theoreme) contiendront quatre quarrez selon la question, & tels que de chascune de leurs racines soustraict  $\frac{1}{2}$ , resteront les quatre racines des quatre quarrez requis. Reste doncques de partir 13 en quatre tels quarrez: Lequel se fera premierement en deux, soyent en 4 & 9, & puis chascun carré (par la 8<sup>e</sup> question du second livre) en deux autres; ceux de 4 foyent  $\frac{64}{25}$  &  $\frac{36}{25}$ ; Et de 9 foyent  $\frac{144}{25}$  &  $\frac{81}{25}$ . Or les quatre racines de ces quatre quarrez sont  $\frac{8}{5}$ ,  $\frac{6}{5}$ ,  $\frac{12}{5}$ ,  $\frac{9}{5}$ , puis de chascune desdictes racines soustraict  $\frac{1}{2}$ , resteront  $\frac{11}{10}$ ,  $\frac{7}{10}$ ,  $\frac{19}{10}$ ,  $\frac{13}{10}$ , desquels les quarrez pour les quatre quarrez requis, sont  $\frac{121}{100}$ ,  $\frac{49}{100}$ ,  $\frac{361}{100}$ ,  $\frac{169}{100}$ .

*Demonstration.* Les racines des quatre quarrez  $\frac{121}{100}$ ,  $\frac{49}{100}$ ,  $\frac{361}{100}$ ,  $\frac{169}{100}$ , sont  $\frac{11}{10}$ ,  $\frac{7}{10}$ ,  $\frac{19}{10}$ ,  $\frac{13}{10}$ , lesquelles ajoustées à leurs quarrez, font en somme 12, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

**T H E O R E M E.**

Un carré à sa racine commensurable, ajousté sa racine plus  $\frac{1}{4}$  fait semblable carré: Et de sa racine soustraict  $\frac{1}{2}$  reste racine du premier carré.

*Explication du donné.* Soit le carré à sa racine commensurable 4. *Explication du requis.* Il faut par le mesme demonstrier le contenu du theoreme. *Demonstration.* Au carré 4, ajousté sa racine 2 plus  $\frac{1}{4}$ , fait carré selon le theoreme  $6\frac{1}{4}$ , sa racine  $\frac{5}{2}$ , de laquelle soustraict  $\frac{1}{2}$ , reste 2, qui est racine du premier carré 4 selon le theoreme. *Conclusion.* Au carré doncques à sa racine commensurable, &c. ce qu'il falloit demonstrier.

**Q U E S T I O N XXXII.**

Rouvons quatre nombres quarrez à leurs racines commensurables, & tels que de leur somme soustraict la somme de leurs racines, la reste soit 4.

**C O N S T R U C T I O N.**

Les quatre quarrez que nous cherchons moins leurs racines font 4, & si nous ajoustons au mesmes encore quatre fois  $\frac{1}{4}$  fait 5, qui (par le suivant theoreme) contiendront quatre quarrez selon la question, & tels qu'à chascune de leurs racines ajousté  $\frac{1}{2}$ , elles seront les quatre racines des quatre quarrez requis. Reste doncques de partir 5 en quatre tels quarrez: Lequel se fera premierement en deux quarrez comme 1 & 4, puis chascun carré (par la 8<sup>e</sup> question du second livre) autre fois en deux semblables quarrez; celles de 1 foyent  $\frac{16}{25}$ ,  $\frac{9}{25}$ , & de 4 foyent  $\frac{64}{25}$ ,  $\frac{36}{25}$ . Or les quatre racines de ces quatre quarrez sont  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{8}{5}$ ,  $\frac{6}{5}$ . Puis à chascune racine ajousté  $\frac{1}{2}$ , sont  $\frac{13}{10}$ ,  $\frac{11}{10}$ ,  $\frac{21}{10}$ ,  $\frac{17}{10}$ . Desquels les quarrez pour les quatre quarrez requis, sont  $\frac{169}{100}$ ,  $\frac{121}{100}$ ,  $\frac{441}{100}$ ,  $\frac{289}{100}$ .

*Demonstration.* Les racines des quatre quarrez  $\frac{169}{100}$ ,  $\frac{121}{100}$ ,  $\frac{441}{100}$ ,  $\frac{289}{100}$ , sont  $\frac{13}{10}$ ,  $\frac{11}{10}$ ,  $\frac{21}{10}$ ,  $\frac{17}{10}$ , desquelles la somme  $\frac{62}{10}$  soustraict de la somme des quarrez, qui est  $\frac{102}{100}$ , reste 4 selon le requis: ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME.

**D**V quarré à sa racine commensurable, soustraiçt sa racine, & au reste aiouste  $\frac{1}{4}$ , fait semblable quarré. Et à sa racine aiouste  $\frac{1}{2}$ , la somme sera racine du premier quarré.

*Explication du donné.* Soit le quarré à sa racine commensurable 9. *Explication du requis.* Il faut par le mesme demonstres le contenu du theoreme. *Demonstration.* Du quarré 9, soustraiçt sa racine 3, reste 6, au mesme aiouste  $\frac{1}{4}$ , fait semblable quarré  $6\frac{1}{4}$ , sa racine  $\frac{5}{2}$ , à laquelle aiouste  $\frac{1}{2}$ , fait 3, qui est racine du premier quarré 9 selon le theoreme. *Conclusion.* Du quarré doncques à sa racine commensurable, &c. ce qu'il falloit demonstres.

QUESTION XXXIII.

**P**Artons 1 en deux parties telles, qu'à l'une ajouste 3, & à l'autre 5, le produit des sommes soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit la premiere partie  $1 \textcircled{1}$   
 Ergo la seconde partie  $-1 \textcircled{1} + 1$   
 A la premiere partie aiouste 3, la somme est  $1 \textcircled{1} + 3$   
 Et à la seconde partie aiouste 5, la somme est  $-1 \textcircled{1} + 6$   
 Produit des deux sommes  $-1 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} + 18$   
 Egal à quelque quarré, soit duquel la racine  $2 \textcircled{1}$ , son quarré

Lesquels reduicts  $1 \textcircled{2}$  sera egale à  $\frac{3}{4} \textcircled{1} + \frac{18}{4}$ , dont l'invention de  $1 \textcircled{1}$  selon le 68 probleme (laquelle invention nous mettrons icy au long; nous descrirons aussi nombres entiers & rompuz pour numerateurs des rompuz selon la maniere de Diophante, pour les raisons qui en apres apparoiçtront) est telle:

Le nombre des  $\textcircled{1}$  donnees  $\frac{3}{1}$   
 Sa moitié  $\frac{1}{2}$   
 Son quarré  $\frac{1}{4}$   
 Le nombre Arithmetique donné  $\frac{2}{1}$   
 Somme du troisieme & quatrieme en l'ordre  $\frac{92}{2}$   
 Sa racine quarrée  $\frac{92}{2}$   
 Somme du 2 & sixieme en l'ordre  $\sqrt{92\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4}}$

Or ceste valeur de  $1 \textcircled{1}$  seroit la premiere partie requise, mais ce n'est point nombre Arithmetique selon la question, il faut doncques au lieu de  $4 \textcircled{2}$  du quarré, trouver autre quarré tel, qu'en invention de la valeur de  $1 \textcircled{1}$ , le nombre au lieu de  $92\frac{1}{4}$  soit quarré à sa racine commensurable. Mais tel  $92\frac{1}{4}$  (nous delaiçsons le nominateur 25 parce que c'est quarré selon le requis) procede de l'addition de 90 &  $2\frac{1}{4}$ , & les 90 procedent de la multiplication de 18 par 5, & 5 procede du quarré 4 plus 1, il faut doncques trouver autre semblable quarré & 1, tels que leur somme multipliée par 18, & au produit aiouste  $2\frac{1}{4}$ , la somme soit (au lieu de  $92\frac{1}{4}$ ) semblable quarré.

Soit le mesme le quarré de  $1 \textcircled{1}$  qui est  $1 \textcircled{2}$   
 Et plus 1, fait  $1 \textcircled{2} + 1$   
 Multiplié par 18, fait  $18 \textcircled{2} + 18$   
 Aux mesmes ajoustez  $2\frac{1}{4}$ , fait  $18 \textcircled{2} + 20\frac{1}{4}$  qui sont en nombres entiers de mesme raison  $72 \textcircled{2} + 81$   
 Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalité soit duquel la racine  $8 \textcircled{1}$   
 + 1, son quarré  $64 \textcircled{2} + 144 \textcircled{1} + 81$   
 Lesquels reduicts  $8 \textcircled{1}$  seront egales à 144, & par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra 18, &  $1 \textcircled{2}$  premier en l'ordre pour le quarré que nous cherchions, vaudra 324.

Il faut doncques au lieu de  $4 \textcircled{2}$  en la construction, mettre  $324 \textcircled{2}$  en ceste sorte:

Soit la premiere partie  $1 \textcircled{1}$   
 Ergo la seconde partie  $-1 \textcircled{1} + 1$   
 Puis à la premiere partie ajouste 3, la somme est  $1 \textcircled{1} + 3$   
 Et à la seconde partie ajouste 5, la somme est  $-1 \textcircled{1} + 6$   
 Produit des 2 sommes, est  $-1 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} + 18$   
 Egal non pas à  $4 \textcircled{2}$  comme dessus, mais pour les raisons susdictes, a  $324 \textcircled{2}$

Lesquels reduicts,  $1 \textcircled{2}$  sera egale à  $\frac{3}{324} \textcircled{1} + \frac{18}{324}$ , & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{2}{3}$ .

Je di, que  $\frac{6}{3}$ ,  $\frac{19}{3}$ , sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Que  $\frac{6}{3}$  &  $\frac{19}{3}$  sont les deux parties integrées de 1, est manifeste. Item à  $\frac{6}{3}$  ajouste 3 fait  $\frac{81}{3}$ . Puis ajouste 5, fait  $\frac{144}{3}$ , lesquels  $\frac{81}{3}$  &  $\frac{144}{3}$ , multipliez doncques produit quarré  $\frac{11664}{9}$ , à sa racine  $\frac{108}{3}$  commensurables selon le requis, ce qu'il falloit demonstres.

QUESTION XXXIIII.

**C**este question est la mesme que la precedente, mais celle differe en l'operation qui sera ici telle:

CONSTRUCTION.

Soit l'une partie  $1 \textcircled{1}$  moins le nombre 3 qu'il luy faut aiouster, fait  $1 \textcircled{1} - 3$   
 Ergo la seconde partie sera  $-1 \textcircled{1} + 4$   
 Puis ajouste 3 à la premiere partie donne somme  $1 \textcircled{1}$   
 Et ajouste 5 à la seconde partie, donne somme  $-1 \textcircled{1} + 9$

Le produit des deux sommes est  $-1 \textcircled{2} + 9 \textcircled{1}$   
 Egal à quelque quarré, fingeons qu'il soit de  $2 \textcircled{1}$ , qui est  $4 \textcircled{2}$ ; Lesquels reduicts  $5 \textcircled{1}$  seront egales à 9, & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{9}{5}$ , & par consequent la premiere partie requise seroit 9 moins 3, mais Diophante ne fait point de solution par —; Il appert doncques, que la valeur de  $1 \textcircled{1}$  doit estre maieure que 3, & moindre que 4; Il nous faudra doncques fingre autre quarré que de  $4 \textcircled{2}$ . Or pour le trouver, considerons d'ou nous procedent ces  $\frac{9}{5}$ ; Et appert que de la division de 9 par 5, mais 5 procede du nombre quarré 4 plus 1, il nous faut doncques diviser 9 par semblable quarré + 1, ainsi que le quotient soit maieure que 3, & moindre que 4. Or trouvons premierement quarré + 1 qui donne precisement quotient 4, en ceste sorte: Si 9 divisé par quarré + 1, donne quotient 3, c'est chose claire que le quarré + 1 estoit 3, duquel soustraiçt 1, reste quarré 2. Item si 9 divisé par quarré + 1, donne quotient 4, c'est notoire que le quarré + 1, estoit  $2\frac{1}{4}$ , duquel soustraiçt 1, reste le quarré  $1\frac{1}{4}$ ; il appert doncques que le quarré au lieu des  $4 \textcircled{2}$  fingez, doit estre moindre que 2, & maieure que  $1\frac{1}{4}$ . Mais pour facilement parvenir au mesmes nous convertirons les deux nombres 2 &  $1\frac{1}{4}$  en autres rompuz ayans commun quarré, comme 64; Et 2 vaudra  $\frac{128}{64}$ ; &  $1\frac{1}{4}$  vaudra  $\frac{80}{64}$ . Puis pre-nons quelque tel quarré, moindre que

$\frac{8}{27}$   
 $\frac{16}{27}$   
 $\frac{8}{27}$   
 $\frac{144}{625}$   
 $\frac{11664}{625}$   
 $\frac{18}{325}$   
 $\frac{21}{41}$   
 $\frac{20}{41}$   
 $\frac{41}{41}$   
 $\frac{144}{41}$   
 $\frac{225}{41}$   
 $\frac{41}{41}$   
 $\frac{32400}{41}$   
 $\frac{144}{41}$   
 $\frac{128}{64}$   
 $\frac{80}{64}$   
 $\frac{128}{64}$



$\frac{128}{64}$ , & maieur que  $\frac{80}{64}$ , comme  $\frac{100}{64}$  qui vaut  $\frac{25}{16}$ , le mesme sera le quarré que nous fingerons au lieu des susdicts 4 (2). Nous dirons donc que lesdictes  $-1$  (2) + 9 (1) sont egales a  $\frac{25}{16}$  (2) |  $\frac{32400}{1681}$

Lesquels reduicts  $\frac{41}{16}$  (1) seront egales à 9, & par le 67 probleme, 1 (1) vaudra  $\frac{144}{41}$ .

Je di, que  $\frac{21}{41}$ ,  $\frac{20}{41}$  sont les deux parties requises. Demonstration. Que  $\frac{21}{41}$  &  $\frac{20}{41}$ , sont les deux parties integrantes de 1, est manifeste. Item à  $\frac{21}{41}$ , aiousté 3, fait  $\frac{144}{41}$ . Item à  $\frac{20}{41}$ , aiousté 5, fait  $\frac{224}{41}$ , lesquels  $\frac{144}{41}$  &  $\frac{224}{41}$  multipliez, donnent produict quarré  $\frac{32400}{1681}$ , à sa racine  $\frac{180}{41}$  commensurable, selon le requis; ce qu'il falloit demonstret.

QUESTION XXXV.

Translatée de mot à mot.

Partons le nombre donné en trois nombres, ainsi qu'au produict du premier & second ou ajousté ou soustraiçt le troisieme, qu'il soit quarré. Soit le nombre donné 6; Et posons la troisieme partie 1 N; Et le second d'unité d'avantage soit 2; Ergo le premier sera 1 - 1 N; Reste maintenant qu'au produict du second & premier, ou ajousté ou soustraiçt le troisieme, qu'il soit quarré. Et avient double egalité, car 8 - 1 N, s'egalent à quarré, & 8 - 3 N, s'egalent à quarré: Mais il n'est point rationel, parce que la raison des nombres n'est point comme de quarré à quarré: mais le premier nombre est en unité moindre que le second, & semblablement sont trois nombres majeurs que le second. La chose donc est demenée jusques à la, qu'il faut trouver un nombre au second tel, comme celuy qui l'excede en unité à unité nombre quarré, soit celuy qu'on requiert 1 N, & celuy qui luy est maieur en unité sera 1 N + 1, & qui est en unité moindre 1 N - 1. Nous voulons que ces nombres aient la raison comme quarré à quarré, soit 54 à 1, comme 1 N - 1 à 4, font 4 N - 4, & 1 N + 1 à 1. Et ces nombres exposez sont entre eux en telle raison comme quarré à quarré. Or donc 4 N - 4, s'egale à 1 N + 1, fait 1 N 5. Je pose donc le second 5. Mais le troisieme est 1 N. Ergo le premier est 13 - 1 N: Reste maintenant qu'au produict du premier & second, si bien aiousté comme soustraiçt le troisieme, face quarré: Mais le produict du premier & second avec le troisieme est 65 - 2 N, egal à quarré. Et du mesme soustraiçt le troisieme 65 - 6 N tous par 9, font 65 - 70 N egales à quarré: Et 65 - 24 N egales à quarré. Et multipliant egalemant les nombres de l'un par 4, fait 260 - 24 N, egales à quarré: Et 65 - 24 N, egales à quarré. Or je prens leur intervalle 195; Et je pose deux nombres desquels le produict soit 195, qui sont 13 & 15, la moitié de leur intervalle en soy, s'egale au moindre quarré, fait 1 N 8. Or venons aux posez, le premier sera 5, le second 5, le troisieme 8; Et la demonstration est manifeste.

QUESTION XXXVI.

Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le second donnant quelque sa partie au premier, la somme soit en raison triple au reste. Item donnant le premier semblable sa partie au second, la somme soit quincuple au reste.

CONSTRUCTION.

Soit le second nombre requis 1 (1) + 1 |  $\frac{12}{7}$   
 Sa partie requise soit 1 | 1  
 Ergo le premier nombre (à fin que soustraiçt 1 du second & aiousté au premier, la somme

soit triple au reste) sera 3 (1) - 1 |  $\frac{8}{7}$   
 Reste maintenant que donnant le premier nombre semblable sa partie au second, que la somme soit quincuple au reste. Or par le suivant theoreme la somme de ceste somme & reste, est fescuple au reste; Mais la somme de ceste somme & reste (car elle est la mesme que la somme du premier & second nombre) est 4 (1), ergo quelque nombre auquel de 4 (1) obtient raison fescuple, sera la reste qui demeure du premier, la mesme sera  $\frac{2}{3}$  (1) |  $\frac{10}{21}$

Ergo la partie que le premier nombre donnera au second (car soustraiçt  $\frac{2}{3}$  (1) du premier nombre il y restera autant) sera  $\frac{7}{3}$  (1) - 1 |  $\frac{1}{3}$

Reste maintenant que les mesures  $\frac{7}{3}$  (1) - 1, soyent telle partie du premier nombre 3 (1) - 1, commé 1 du second nombre 1 (1) + 1. Il faut doncques qu'ils soyent proportionaux.

Ergo le produict des extremes  $\frac{7}{3}$  - 1, & 1 (1) + 1, qui est  $\frac{7}{3}$  (2) +  $\frac{4}{3}$  (1) - 1 |  $\frac{8}{7}$   
 Sera egal au produict des moyens 3 (1) - 1 par 1 qui est 3 (1) - 1 |  $\frac{8}{7}$

Lesquels reduicts  $\frac{7}{3}$  (1) seront egales à  $\frac{8}{3}$ , & par le 67 probleme 1 (1) vaudra  $\frac{4}{7}$ .

Je di, que  $\frac{8}{7}$ ,  $\frac{12}{7}$  sont les deux nombres requis & que superquinqpartiente septiesmes (c'est comme de  $\frac{12}{7}$  à 1, ou comme de 12 à 7) est la raison requise de chaque nombre à sa partie qu'il donne à l'autre. Demonstration. Donnant le second nombre  $\frac{12}{7}$ , sa partie à laquelle il est en raison superquinqpartiente septiesmes, à sçavoir 1, au premier nombre  $\frac{8}{7}$ , la somme  $\frac{12}{7}$  sera triple à la reste  $\frac{5}{7}$ . Item donnant le premier nombre  $\frac{8}{7}$ , sa partie à laquelle il est en raison superpartient septiesmes, à sçavoir  $\frac{2}{3}$ , au second nombre  $\frac{12}{7}$ , la somme  $\frac{20}{7}$ , sera quincuple à la reste  $\frac{10}{7}$  selon le requis; ce qu'il falloit demonstret.

THEOREME.

Le nombre explicant la raison de la somme de deux nombres au moindre nombre, sera d'unité maieur que le nombre explicant la raison du maieur au moindre.

Explication du donné. Soyent deux nombres 15 & 3. Explication du requis. Il faut par les mesmes demonstret le contenu du theoreme. Demonstration. Le nombre 6 explicant la raison fescuple de 18 (qui est la somme de 15 & 3) au moindre nombre 3, est d'unité maieur que le nombre 5 explicant la quincuple raison de 15 à 3 selon le theoreme. Conclusion. Le nombre doncques explicant la raison, &c. Ce qu'il falloit demonstret.

QUESTION XXXVII.

Trouvons operation algebratique telle, que pour la valeur de 1 (1) posant nombre Arithmetique quelconque; nous aions deux nombres tels, que leur produict avec leur somme soit 8.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis 1 (1)  
 Et le second soit quelque nombre Arithmetique comme 3  
 Leur produict 3 (1)  
 Somme du premier & second nombre & de leur produict 4 (1) + 3  
 Egal a 8

Lesquels reduicts 4 (1) seront egales à 5, & par le 67 proleme 1 (1) vaudra  $\frac{5}{4}$ , mais cecy ne satisfait point au requis. Il faut doncques considerer, d'ou 1 (1) vient à valoir  $\frac{5}{4}$ , & appert que pour la division de 5 par 4; Mais le 5 est l'exces de 8 à 3, & 4 excede au second nombre N 2

nombre 3; en 1; d'ou s'ensuit que le nombre qu'on posera pour le second, soustraiçt du nombre donné 8, & la reste divisé par nombre d'unité maieur que le second, alors le quotient sera le premier nombre.

Soit donc le second nombre  $1 \textcircled{1} + 1$   
 Lequel soustraiçt de 8, reste  $1 \textcircled{1} + 9$ , laquelle divisée par nombre d'unité maieur que le second nombre, qui sera par  $1 \textcircled{1}$ , donne quotient pour le premier nombre requis  $\frac{1 \textcircled{1} + 9}{1 \textcircled{1}}$

Doncques le premier nombre sera  $\frac{1 \textcircled{1} + 9}{1 \textcircled{1}}$ , & le second  $1 \textcircled{1} + 1$ , desquels je di la valeur de  $1 \textcircled{1}$  estre nombre Arithmetique quelconque. *Demonstration.* La valeur de  $1 \textcircled{1}$  soit 2; ergo le premier nombre sera  $\frac{2}{2}$ , & le second sera 1, leur produit  $\frac{2}{2}$ , auquel aiousté la somme de  $\frac{2}{2} \& 1$ , fait 8, selon le requis.

*Autre demonstration.* La valeur de  $1 \textcircled{1}$ , soit maintenant  $\frac{1}{2}$ ; Ergo le premier nombre sera 17, & le second  $1\frac{1}{2}$ , leur produit  $1\frac{17}{2}$ , au mesme aiousté la somme de 17 &  $1\frac{1}{2}$ , fait comme dessus 8. Et semblable sera la demonstration de nombre Arithmetique (posé pour la valeur de  $1 \textcircled{1}$ ) quelconque.

QUESTION XXXVIII.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le produit du premier & second avec leur somme soit 8; Et le produit du second & troisieme avec leur somme soit 15; Et le produit du troisieme & premier avec leur somme soit 24.

CONSTRUCTION.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 37 question (car ainsi sera satisfait à une partie du requis) donc le premier sera  $\frac{1 \textcircled{1} + 9}{1 \textcircled{1}}$

Et le second sera  $1 \textcircled{1} + 1$

Or puis que le produit & somme du second & troisieme est 15, ergo par le suivant theoreme (car du produit du second & troisieme avec leur somme, qui en tout est 15, soustraiçt le second nombre  $1 \textcircled{1} + 1$ , reste  $1 \textcircled{1} + 16$ , qui divisé par nombre d'unité maieur que ledict second nombre, qui sera par  $1 \textcircled{1}$ , donne quotient  $\frac{16 - 1 \textcircled{1}}{1 \textcircled{1}}$ ) le troisieme nombre sera  $\frac{16 - 1 \textcircled{1}}{1 \textcircled{1}}$

Le produit du premier & troisieme nombre est  $\frac{1 \textcircled{1} + 9}{1 \textcircled{1}} \times \frac{16 - 1 \textcircled{1}}{1 \textcircled{1}}$ , au mesme aiousté la somme du premier & troisieme qui est  $\frac{1 \textcircled{1} + 9}{1 \textcircled{1}} + \frac{16 - 1 \textcircled{1}}{1 \textcircled{1}}$  fait 24

Egal a 24  
 Lesquels reduits 25  $\textcircled{2}$  seront egales à 144, & par le 78 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{12}{5}$ .

Je di, que  $\frac{12}{5}$ ,  $\frac{7}{5}$ ,  $\frac{17}{5}$ , sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produit du premier  $\frac{12}{5}$ , & second  $\frac{7}{5}$ , est  $\frac{77}{25}$ , au mesme aiousté la somme de  $\frac{12}{5}$ , &  $\frac{7}{5}$ , qui est  $\frac{83}{25}$ , fait 8. Item le produit du second  $\frac{7}{5}$ , & troisieme  $\frac{17}{5}$ , est  $\frac{119}{25}$ , au mesme aiousté la somme de  $\frac{7}{5}$ , &  $\frac{17}{5}$  qui est  $\frac{106}{25}$ , fait 15. Item le produit du troisieme  $\frac{17}{5}$ , & premier  $\frac{12}{5}$ , est  $\frac{187}{25}$ , au mesme aiousté la somme de  $\frac{17}{5}$ , &  $\frac{12}{5}$ , qui est  $\frac{106}{25}$ , fait 24 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

**NOTA.** Quant à ce que Diophante dict, qu'il est necessaire que chacun des trois nombres requis soit d'unité moindre que carré (car tels sont les nombres 8. 15. 24) cela s'entend pour par ceste operation en sçavoir donner solution, comme appert en l'egalité. Quant au reste, il est par autre voye possible d'en donner solution par nombres quelconques. Par exemple; si les nombres requis au lieu de 8. 15. 24. fussent 14. 23. 39.

nous pourrions dire, que la solution est 4. 2. 7. & ainsi d'infiniz autres. Et semblable avertissement se peut aussi appliquer à la 40<sup>e</sup> question suivante.

THEOREME.

**D**V produit de deux nombres avec leur somme, soustraiçt l'un nombre, & la reste divisée par nombre d'unité maieur que le nombre soustraiçt; donne pour produit l'autre nombre.

*Explication du donné.* Soyent deux nombres 2 & 6. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrier le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produit de 2 & 6 est 12, qui avec leur somme 8, fait 20, duquel soustraiçt l'un nombre 2, reste 18; lequel divisé par nombre d'unité maieur que 2, qui est par 3, donne quotient 6, qui est l'autre nombre selon le theoreme. *Conclusion.* Du produit doncques de deux nombres, &c. ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XXXIX.

**T**rouvons deux nombres algebratiques tels, que pour la valeur de  $1 \textcircled{1}$  posant nombre Arithmetique quelconque; nous aions deux nombres tels, que de leur produit soustraiçt leur somme, la reste soit 8.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre  $1 \textcircled{1}$   
 Le second soit quelque nombre Arithmetique, comme  $2 \textcircled{1} + 3$   
 Leur produit est  $3 \textcircled{1}$ , duquel soustraiçt leur somme qui est  $1 \textcircled{1} + 3$ , reste  $2 \textcircled{1} - 3$   
 Egal a 8

Lesquels reduits  $2 \textcircled{1}$ , seront egales à 11, & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{11}{2}$ . Mais ceci ne satisfait point au requis. Il nous faut doncques considerer d'ou que  $1 \textcircled{1}$  vient à valoir  $\frac{11}{2}$ , & appert que pour la division de 11 par 2, mais 11 est la somme de 3 & 8, & 2 est unité moindre que le second nombre 3. D'ou s'ensuit, que posant pour le second nombre requis, nombre Arithmetique quelconque, & luy ajoustant le nombre donné 8, & leur somme divisée par nombre d'unité moindre que le second, alors le quotient sera le premier nombre.

Soit donc le second nombre  $1 \textcircled{1} + 1$   
 Lequel aiousté à 8, fait  $1 \textcircled{1} + 9$ , qui divisé par nombre d'unité moindre que le second nombre, qui sera par  $1 \textcircled{1}$ , donne quotient pour le premier nombre requis  $\frac{1 \textcircled{1} + 9}{1 \textcircled{1}}$

Doncques le premier sera  $\frac{1 \textcircled{1} + 9}{1 \textcircled{1}}$ , & le second  $1 \textcircled{1} + 1$ , desquels je di, que la valeur de  $1 \textcircled{1}$  est nombre Arithmetique quelconque. *Demonstration.* La valeur de  $1 \textcircled{1}$  soit 2. Ergo le premier nombre sera  $\frac{11}{2}$ . Et le second nombre sera 3, leur produit  $\frac{33}{2}$ , duquel soustraiçt la somme de  $\frac{11}{2}$  & 3, qui est  $\frac{17}{2}$ , reste 8, selon le requis.

*Autre demonstration.* La valeur de  $1 \textcircled{1}$  soit maintenant  $\frac{1}{2}$ . Ergo le premier nombre sera 19, & le second nombre sera  $\frac{3}{2}$ , leur produit  $\frac{17}{2}$ , duquel soustraiçt la somme de 19 &  $\frac{3}{2}$ , qui est  $\frac{41}{2}$ , reste 8 selon le requis. Et semblable sera la demonstration de nombre Arithmetique (posé pour valeur de  $1 \textcircled{1}$ ) quelconque.

QUESTION XL.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du produit du premier & second soustraiçt leur somme, la reste soit 8; Et du produit du second & troisieme soustraiçt leur somme, la reste soit 15; Et du produit du troisieme & premier soustraiçt leur somme, la reste soit 24.

CON-

CONSTRUCTION.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 39 question (car ainsi sera satisfait à une partie du requis) doncques le premier nombre sera

$$\frac{1(1)+9}{1(1)} = \frac{10}{1}$$

Et le second nombre

$$1(1) + 1$$

Or puis que du produit du second & troisieme, soustrait leur somme, la reste est 15, ergo par le suivant theoreme (car à 15 qui est le produit du second & troisieme nombre moins leur somme, ajousté le second nombre  $1(1) + 1$ , fait  $1(1) + 16$ , qui divisé par  $1(1)$ , qui est nombre d'unité moindre que ledit second nombre, donne quotient  $\frac{1(1)+16}{1(1)}$ ) le troisieme nombre sera

$$\frac{23}{3}$$

Le produit du troisieme & premier nombre est  $\frac{1(2)+23(1)}{1(2)}$ , duquel soustrait la somme du mesme troisieme & premier qui est  $\frac{1(2)+23(1)}{1(2)}$ , reste

$$\frac{-1(2)+144}{1(2)}$$

Egal a

$$24$$

Lesquels reduits 25 (2) seront egales à 144, & par le 78 probleme, 1(1) vaudra  $\frac{12}{5}$ .

Je di, que  $\frac{19}{4}, \frac{17}{3}, \frac{23}{3}$ , sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produit du premier  $\frac{19}{4}$  & second  $\frac{17}{3}$  est  $\frac{323}{12}$ , duquel soustrait la somme de  $\frac{19}{4}$  &  $\frac{17}{3}$  qui est  $\frac{163}{12}$ , reste 8. Item le produit du second  $\frac{17}{3}$  & troisieme  $\frac{23}{3}$  est  $\frac{391}{9}$ , du mesme soustrait la somme de  $\frac{17}{3}$  &  $\frac{23}{3}$ , qui est  $\frac{40}{3}$ , reste 15. Item le produit du troisieme  $\frac{23}{3}$  & premier  $\frac{19}{4}$ , est  $\frac{437}{12}$ , duquel soustrait la somme de  $\frac{23}{3}$  &  $\frac{19}{4}$ , qui est  $\frac{149}{12}$ , reste 24 selon le requis, ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME.

Le produit de deux nombres soustrait leur somme, & au reste ajousté l'un nombre, & la somme divisée par nombre d'unité moindre que le nombre ajousté, donne pour quotient l'autre nombre.

*Explication du donné.* Soyent deux nombres 3 & 7.

*Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrier le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produit de 3 & 7 est 21, duquel soustrait leur somme 10, reste 11, auquel ajousté l'un nombre 3, fait 14, qui divisé par nombre d'unité moindre que ledit nombre ajousté 3, qui est par 2, donne quotient 7, qui est l'autre nombre selon le theoreme. *Conclusion.* Du produit doncques de deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XLII.

Trouvons deux nombres algebratiques tels, que pour la valeur de 1(1) mettant nombre Arithmetique quelconque, que nous aions deux nombres tels, que leur produit aye à leur somme raison triple.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre

$$1(1)$$

Le second nombre soit quelque nombre Arithmetique comme

Leur produit 5(1), doit estre triple à leur somme 1(1)

+ 5; Ergo le triple de 1(1) + 5, qui est

$$3(1) + 15$$

Est egal a

$$5(1)$$

Lesquels reduits 2(1) seront egales à 15, & par le 67 probleme, 1(1) vaut  $\frac{15}{2}$ . Mais ceci ne satisfait point au requis, il nous faut doncques considerer d'ou c'est que 1(1) vient à valoir  $\frac{15}{2}$ , & appert que pour la division de 15 par 2, mais 15 viennent du second nom-

bre, multiplié par le nombre explicant la raison requise, & 2 sont la difference du second & du nombre explicant ladicte raison; D'ous ensuit, que pour le second nombre requis, posant nombre quelconque, & multipliant le mesme par 3, qui est le nombre explicant ladicte raison, & divisant le produit par l'excès du second au nombre explicant la raison requise, le quotient sera le premier nombre requis.

Soit le second nombre

$$1(1)$$

Qui multiplié par 3 fait 3(1), qui divisé par 1(1) - 3

(qui est l'excès du second nombre à 3) donne quotient pour le premier nombre requis

$$\frac{3(1)}{1(1)-3}$$

Doncques le premier nombre sera  $\frac{3(1)}{1(1)-3}$ , le second 1(1); desquels je di, que la valeur de 1(1) est nombre Arithmetique quelconque. *Demonstration.* La valeur de 1(1) soit 4; Ergo le premier nombre sera 12, & le second sera 4, leur produit 48, qui obtient à la somme de 12 & 4, raison triple selon le requis. *Autre demonstration.* La valeur de 1(1) soit autrefois 3; Ergo le premier nombre sera (contemplation nouvelle)  $\frac{3}{0}$ , & le second sera  $\frac{3}{1}$ , leur produit  $\frac{27}{0}$ ; qui à la somme de  $\frac{3}{0}$  &  $\frac{3}{1}$ , qui est  $\frac{3}{0}$ , obtient raison triple, selon le requis. Mais que la somme de  $\frac{3}{0}$  &  $\frac{3}{1}$  est  $\frac{3}{0}$ , se demonstre par nostre acoustumée methode d'addition du 10<sup>e</sup> probleme ainsi:

$$\frac{9}{0} \times \frac{3}{1} = \frac{0}{9}$$

Autre demonstration.

Soit finalement la valeur de 1(1) (pour autrefois contempler quelque rare qualité des nombres) 2; Ergo le premier nombre sera  $\frac{6}{1}$ ; Et le second nombre sera  $\frac{2}{1}$ ; leur produit  $\frac{12}{1}$ , qui à la somme de  $\frac{6}{1}$  &  $\frac{2}{1}$  qui est  $\frac{8}{1}$ , obtient raison triple selon le requis. Mais que la somme de  $\frac{6}{1}$  &  $\frac{2}{1}$ , est  $\frac{8}{1}$ , se demonstre comme dessus; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XLII.

Trouvons trois nombres tels, que le produit du premier & second, aye à leur somme raison triple; Et que le produit du second & troisieme, aye à leur somme raison quadruple; Et que le produit du troisieme & premier aye à leur somme raison quincuple.

CONSTRUCTION.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 41 proposition (car ainsi sera satisfait à une partie du requis) doncques le premier nombre sera

$$\frac{360}{1(1)-3}$$

$$\frac{360}{23}$$

Et le second sera

$$1(1)$$

Et le troisieme, lequel se trouve aussi par ladicte 41 question (à sçavoir en multipliant la 1(1) du second nombre par 4, la ou ci dessus on l'a multiplié par 3) soit

$$\frac{4(1)}{1(1)-4}$$

$$\frac{40}{7}$$

Et ainsi sera satisfait à deux parties du requis; Reste maintenant que le produit du premier & troisieme qui est  $\frac{12(2)}{1(2)-7(1)+12}$  aye à leur somme qui est  $\frac{7(2)+4(1)}{1(2)-7(1)+12}$ , raison quincuple; ergo le quincuple de cette somme qui est

$$\frac{35(2)-120(1)}{1(2)-7(1)+12}$$

$$\frac{4200}{357}$$

Est egal audict produit

$$\frac{12(2)}{1(2)-7(1)+12}$$

$$\frac{4200}{357}$$

Lesquels reduits 23(1) seront egales a 120, & par le 67 probleme 1(1) vaudra  $\frac{120}{23}$ .

Je di, que  $\frac{360}{23}, \frac{120}{23}, \frac{40}{7}$ , sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produit de  $\frac{360}{23}$  &  $\frac{120}{23}$ , est  $\frac{43200}{529}$ , qui est le triple de la somme de  $\frac{360}{23}$  &  $\frac{120}{23}$ , laquelle est  $\frac{4400}{529}$ . Item le produit de  $\frac{120}{23}$  &  $\frac{40}{7}$ , est  $\frac{4800}{161}$ , qui est le quadruple de la somme de  $\frac{120}{23}$  &  $\frac{40}{7}$ , laquelle

laquelle est  $\frac{3600}{161}$ . Item le produit de  $\frac{120}{7}$  &  $\frac{360}{51}$ , est  $\frac{43200}{357}$ , qui est quincuple à la somme de  $\frac{120}{7}$  &  $\frac{360}{51}$ , qui est  $\frac{8640}{357}$ . selon le requis, ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XLIII.

**T**rouvons trois nombres tels, que le produit du premier & second soit à la somme des trois nombres triple; Et le produit du second & troisieme, à la somme des trois nombres quadruple, & le produit du troisieme & premier, à la somme des trois nombres quincuple.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des trois nombres 15, ergo son triple pour le produit du premier & second, sera 45. Posons doncques pour le second nombre Ergo le premier (puis que leur produit est 45) sera  $\frac{45}{1(1)}$  Or le quadruple de la somme des trois nombres pour le produit du second & troisieme, est 60, & le second est 1(1), ergo le troisieme sera  $\frac{60}{1(1)}$  Le produit du troisieme & premier  $\frac{2700}{1(3)}$  Egal au quincuple de la somme des trois nombres 75.

Lesquels reduicts 75 (2) seront egales à 2700, & par le 78 probleme, 1(1) vaudra 6. D'ous ensuit que le premier sera  $7\frac{1}{2}$  le second 6 & le troisieme 10. Or la solution seroit bonne si la somme de ces trois nombres fust 15, mais elle ne l'est pas, car ils montent  $23\frac{1}{2}$ . Nous userons doncques ces trois nombres trouvez en autre telle operation:

Soit le premier nombre requis  $7\frac{1}{2}(1)$   $\frac{705}{60}$   
Le second  $6(1)$   $\frac{164}{60}$   
Et le troisieme  $10(1)$   $\frac{940}{60}$   
Le produit du premier & second  $45(2)$  doit estre triple à la somme des trois nombres qui est  $23\frac{1}{2}(1)$ , ergo le  $\frac{1}{3}$  de 45 (2) qui est  $15(2)$   $\frac{2209}{60}$   
Est egal à la somme des trois nombres  $23\frac{1}{2}(1)$   $\frac{2209}{60}$

Lesquels reduicts 15 (1) seront egales à  $23\frac{1}{2}$ , & par le 67 probleme, 1(1) vaudra  $\frac{47}{30}$ .

Je di, que  $\frac{705}{60}$ ,  $\frac{164}{60}$ ,  $\frac{940}{60}$ , sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produit de  $\frac{705}{60}$  &  $\frac{164}{60}$ , qui est  $\frac{397620}{3600}$ , est triple à la somme des trois nombres  $\frac{2209}{30}$  ou  $\frac{132540}{3600}$ . Item le produit de  $\frac{164}{60}$  &  $\frac{940}{60}$  qui est  $\frac{530160}{3600}$ , est quadruple à ladicte somme  $\frac{132540}{3600}$ . Item le produit de  $\frac{940}{60}$  &  $\frac{705}{60}$ , qui est  $\frac{662780}{3600}$ , est quincuple à ladicte somme  $\frac{132540}{3600}$  selon le requis, ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XLIII.

**T**rouvons trois nombres tels, que leur somme multipliee par le premier, le produit soit triangle, & par le second, carré à sa racine commensurable, & par le troisieme, cube à sa racine commensurable.

**NOTA.** Ils appellent nombres triangulaires nombres entiers comme ceux ci: 3. 6. 10. 21, &c. à cause que 3 ou 6 ou 10 point, mis en ordre comme ci dessous, font quelque figure triangulaire equilaterale. Le premier triangle en l'ordre se dict 1, le . . . . . second 3, le troisieme 6, & ainsi en infini des autres.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des trois nombres 1(2)  
Le produit de la somme des trois nombres & le premier soit triangle 6, ergo le premier nombre  $\frac{6}{1(2)}$

Le produit de la somme des trois nombres & le second, soit carré 4, ergo le second  $\frac{4}{1(2)}$   
Le produit de la somme des trois nombres & le troisieme, soit cube 8, ergo le troisieme  $\frac{8}{1(2)}$   
Et ainsi est satisfait au requis, en tant que le produit procedant de la somme des trois nombres 1(2) multiplié par le premier, sera triangle 6, & par le second, sera carré 4, & par le troisieme, sera cube 8. Reste maintenant que la somme de ces trois nombres qui est  $\frac{18}{1(2)}$  Soit egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre qui est 1(3)

Lesquels reduicts 1(4) sera egale à 18, & par le 78 probleme 1(1) vaudra  $\sqrt{18}$ , laquelle ne nous sert point a propos, mais il est necessaire que nous aions en son lieu nombre Arithmetique. Il nous faut donc considerer d'ou procede ceste  $\sqrt{18}$ , à fin que par semblable moyen nous trouvons le nombre servant a propos. Or il appert que 18 est la somme de triangle 6 & carré 4 & cube 8, parquoy il faut au lieu de 6.4.8. trouver autre triangle carré & cube tels, que leur somme soit quarte quantité à sa racine commensurable.

Soit ladicte somme des trois nombres 1(4) 6561  
Et pour le carré requis, posons le carré de 1(2) — 1 (la cause de telle position apparoitra ci dessous) qui est 1(4) — 2(2) + 1 6400  
Le mesme soustrait de la somme des trois nombres 1(4), reste pour le cube & triangle requis 2(2) — 1, des mesmes posons pour le cube requis 8 8  
Ergo reste pour le triangle requis 2(2) — 9 153  
Et ainsi est la somme du triangle carré & cube 1(4), egale à la dicte somme premiere en l'ordre. Or multipliant le triangle 2(2) — 9, par 8, & au produit ajouté 1, fait par le suivant theoreme carré selon la question, qui est 16(2) — 71 1225  
Egal a quelque carré que l'on fingera tel, qu'il y en forte convenable egalité, soit duquel la racine 4(1) — 1, son carré 16(2) — 8(1) + 1 1225

Lesquels reduicts 8(1) seront egales à 72, & par le 67 probleme 1(1), vaudra 9, & le triangle 153, le carré 6400, le cube 8. Doncques au lieu de triangle 6, carré 4, & cube 8, cy dessus qui ne nous servoient pas a propos nous prendrons triangle 153, carré 6400, & cube 8 (car leur somme est quarte quantité 5661, sa racine 9) par les mesmes nous commencerons autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit la somme des trois nombres 1(2) 81  
Le produit de la somme des trois nombres & le premier, soit triangle 153, ergo le premier nombre sera  $\frac{153}{1(2)}$  81  
Le produit de la somme des trois nombres & second soit carré 6400, ergo le second  $\frac{6400}{1(2)}$  6400  
Le produit de la somme des trois nombres & le troisieme soit cube 8, ergo le troisieme  $\frac{8}{1(2)}$  8  
Et ainsi est satisfait au requis, entant que le produit 1(2), procedant de la somme des trois nombres 1(2) multiplié par le premier, sera triangle 153, & par le second sera carré 6400, & par le troisieme sera cube 8. Reste maintenant que la somme de ces trois nombres qui est  $\frac{3661}{1(2)}$  81 Soit

Soit egale a la somme de ces trois nombres premiere en l'ordre, qui est  $1 \textcircled{2} \mid 81$   
 Lesquels reduicts  $1 \textcircled{4}$  sera egale a 6561, & par le 78 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 9.

Je di, que  $\frac{133}{81}, \frac{6400}{81}, \frac{8}{81}$ , sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres  $\frac{133}{81}, \frac{6400}{81}, \frac{8}{81}$ , est 81. laquelle multipliee par le premier nombre  $\frac{133}{81}$ , donne produit & triangle dixseptiesme en l'ordre 153. Item ladicte somme 81, multipliee par le second nombre  $\frac{6400}{81}$ , donne produit carré 6400, sa racine 8. Item ladicte somme 81 multipliee par le troisieme nombre  $\frac{8}{81}$ , donne produit cube 8, sa racine 2 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME.

**N**ombre triangulaire multiplié par 8, & plus 1, fait carré à sa racine commensurable.

*Explication du donné.* Soit donné nombre triangulaire 6. *Explication du requis.* Il faut par le mesme demonstret le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le nombre triangulaire 6, multiplié par 8, fait 48, & plus 1, fait carré 49, à sa racine 7 commensurable selon le requis. *Conclusion.* Nombre doncques triangulaire multiplié par 8, & plus 1, fait carré à sa racine commensurable; ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XLV.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques tels, que l'excès du maieur au moien, aye à l'excès du moien au moindre raison triple, & que chascques deux nombres facent carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

La somme du moindre & moien nōbre soit carré 4  
 Ergo le moien nombre sera plus grand que 2, car si nous le mettons 2, le moindre seroit aussi 2, qui est absurd, soit donc le moien nombre requis  $1 \textcircled{1} + 2$

Ergo le moindre nombre  $-1 \textcircled{1} + 2$   
 L'excès du moien au moindre est  $2 \textcircled{1}$ , & l'excès du maieur au moien doit estre son triple, il sera donc  $6 \textcircled{1}$ , au mesme aiousté le moien, fait pour le maieur nombre requis  $7 \textcircled{1} + 2$

Somme du moien & maieur nombre, egal a quelque carré, est  $8 \textcircled{1} + 4$

Somme du maieur & moindre nombre, egal à quelque carré, est  $6 \textcircled{1} + 4$

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le cinquesme & sixiesme en l'ordre, est egal à quelque carré, selon la question, il faut doncques trouver un carré de double egalité, soit par position de  $\frac{1}{2} \textcircled{1} + 4$  (pour les deux nombres desquels le produit  $2 \textcircled{1}$ , est egal à la difference des  $8 \textcircled{1} + 4$  a  $6 \textcircled{1} + 4$ ) desquels le carré de double egalité egal au moindre proposé  $6 \textcircled{1} + 4$ , est (par la note devant la 12e question du second livre)  $\frac{1}{16} \textcircled{2} - 1 \textcircled{1} + 4$

Lesquels reduicts  $\frac{1}{16} \textcircled{1}$  sera egale à 7, & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra 112. Ergo le moindre nombre, qui dessus est  $-1 \textcircled{1} + 2$ , seroit 2 moins 112, laquelle solution de moins ils estiment absurd. S'ensuit donc qu'il sera necessaire, que la valeur de la somme du maieur & moindre, laquelle est cy dessus  $6 \textcircled{1} + 4$ , soit moindre que 16, & par consequent, il est necessaire que la valeur de  $1 \textcircled{1}$  soit moindre que 2, car estant 2, les  $6 \textcircled{1} + 4$  vaudroient 16. Nous ne pouvons donc venir à solution par le carré de double egalité; parquoy il faut trouver la valeur de  $1 \textcircled{1}$  d'autre sorte. Premièrement considerons que nous avōns trois sommes  $8 \textcircled{1}$

$+ 4$ ; &  $6 \textcircled{1} + 4$ ; &  $4$ ; procedans de trois nombres de qualité du suivant theoreme; à sçavoir desquels l'excès du moien au moindre, obtient à l'excès du maieur au moien raison subtriple, d'ou s'ensuit que la raison de l'excès  $8 \textcircled{1} + 4$  à  $6 \textcircled{1} + 4$  sera subtriple à l'excès de  $6 \textcircled{1} + 4$  à  $4$ , mais lesdictes trois sommes vallent quarré selon la question. Nous sommes donc venuz jusques à la, qu'il nous faut trouver trois quarrés tels, que l'excès du maieur au moien, soit le tiers de l'excès du moien au moindre, & d'avantage que le moindre soit 4, & le moien moindre que 16, & la valeur de  $1 \textcircled{1}$  moindre que 2.

Soit le moindre carré 4

Et la racine du moien carré soit  $1 \textcircled{1} + 2$ , son quarré pour le moien carré requis sera  $1 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 4$

L'excès du moien carré au moindre carré est  $1 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1}$ , & l'excès du maieur au moien, doit estre son tiers; il sera donc  $\frac{1}{3} \textcircled{2} + \frac{4}{3} \textcircled{1}$ , lequel aiousté au moien fait pour le maieur carré  $\frac{4}{3} \textcircled{2} + \frac{16}{3} \textcircled{1} + 4$ , lesquels reduicts en entiers de mesme raison, les multipliant par 9, à fin qu'il devienne autrefois quarré, font  $12 \textcircled{2} + 48 \textcircled{1} + 36$ , egales à quelque quarré. Mais à fin d'avoir moindres nombres de mesme raison, nous les pouvons partir par 4, car ainsi sera le quotient semblable quarré, fait pour le maieur nombre requis  $3 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 9$

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine  $-5 \textcircled{1} + 3$  (le 3 est pour rencontrer au 9, & les  $-5 \textcircled{1}$  sont à fin que la valeur de  $1 \textcircled{1}$  soit moindre que 2, car l'experience demonstrera que au lieu de  $5 \textcircled{1}$  posant  $4 \textcircled{1}$ , ou  $3 \textcircled{1}$ , ou  $2 \textcircled{1}$ , que la valeur de  $1 \textcircled{1}$  viendra maieure que 2, mais posant  $5 \textcircled{1}$ , ou  $6 \textcircled{1}$ , ou  $7 \textcircled{1}$ , &c. la valeur de  $1 \textcircled{1}$ , sera, comme appert cy dessous, moindre que 2) son quarré  $25 \textcircled{2} - 30 \textcircled{1} + 9$

Lesquels reduicts  $22 \textcircled{1}$  seroit egales à 42, & par le 67 probleme  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{21}{11}$ , qui sont moindres que 2. Ergo le moien carré qui cy dessus  $1 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 4$ , vaudra  $\frac{1849}{121}$ ; & cecy est le nombre que nous cherchions au lieu du quarré de double egalité. Doncques les  $6 \textcircled{1} + 4$  (ausquels fimes egalité par ledict quarré de double egalité) sont egales a  $\frac{1849}{121}$ . Mais à fin que le tout soit plus clair, nous descrirons la premiere operation autrefois en ceste sorte:

La somme du moindre nombre & moien soit carré

|                          |       |         |
|--------------------------|-------|---------|
| $1 \textcircled{1} + 2$  | $4$   | $4$     |
| $1 \textcircled{1} + 2$  | $4$   | $2817$  |
| $-2 \textcircled{1} + 2$ | $2$   | $726$   |
| $7 \textcircled{1} + 2$  | $2$   | $87$    |
| $6 \textcircled{1} + 4$  | $4$   | $11007$ |
| $1849$                   | $121$ | $726$   |
| $111$                    | $121$ | $1849$  |
|                          | $111$ | $121$   |

Lesquels reduicts  $6 \textcircled{1}$  seront egales à  $\frac{1316}{121}$ , & par le 67 probleme,  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{1316}{726}$ .

Je di, que  $\frac{11007}{726}, \frac{2817}{726}, \frac{87}{726}$ , sont les trois nombres requis. *Demonstration.* L'excès du maieur nombre  $\frac{11007}{726}$ , au moien  $\frac{2817}{726}$ , qui est  $\frac{8190}{726}$ , obtient à l'excès du moien  $\frac{2817}{726}$ , au moindre  $\frac{87}{726}$ , qui est  $\frac{2730}{726}$ , raison triple. Item la somme de  $\frac{11007}{726}$ , &  $\frac{2817}{726}$ , est quarré  $\frac{2304}{121}$ , sa racine  $\frac{48}{11}$ . Item la somme de  $\frac{2817}{726}$  &  $\frac{87}{726}$ , est quarré 4, sa racine 2; Item la somme de  $\frac{87}{726}$  &  $\frac{11007}{726}$  est quarré  $\frac{1849}{121}$ , sa racine  $\frac{43}{11}$ . Ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME.

**E**stant trois nombres, la raison de l'excès du moien au moindre, à l'excès du maieur au moien, est egale à la raison de l'excès de la somme du maieur & moien, à la somme du maieur & moind-

Et moindre, à l'exces de la somme du maieur & moindre, à la somme du moien & moindre.

Explication du donné. Soyent trois nombres 14. 5. 2. Explication du requis. Il faut demonstrier par les mesmes le contenu du theoreme. Demonstration. La somme du maieur & moien est 19, & du maieur & moindre 16, & du moien & moindre 7. Or la raison de 3 (qui est l'exces de 5 à 2) à 9 (qui est l'exces de 14 à 5) est subtriple; Aussi est subtriple la raison de 3 (qui est l'exces de 19 à 16) à 9 (qui est l'exces de 16 à 7) selon le theoreme. Conclusion. Estant doncques trois nombres, la raison de l'exces, &c. ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XLVI.

**T**rouvons trois nombres Arithmetiques tels, que l'exces du carré du maieur, au carré du moien, soit à l'exces du moien au moindre, en raison triple, & que chascuns deux nombres facent carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

La somme du maieur & moien nombre requis soit carré tel 16 ②

Ergo le maieur sera plus grand que 8 ②. car si nous le mettions 8 ②; le moien seroit aussi 8 ②, qui seroit absurd, soit donc le maieur nombre requis 8 ② + 2

Ergo le moien sera 8 ② - 2

Or puis que la somme du maieur & moien, excède la somme du moindre & maieur, ergo la somme du moindre & maieur sera moindre que 16 ②, & maieure que 8 ②, soit donc la somme du moindre & maieur, carré tel 9 ②

Ergo (puis que le maieur est 8 ② + 2) le moindre sera 1 ② - 2

Et ainsi est satisfait à deux poinçts requis, qui sont, que la somme du maieur & moien 16 ②, item la somme du maieur & moindre 9 ②, sont quarez selon la question. Reste maintenant que l'exces du carré du maieur au carré du moien aye à l'exces du moien au moindre, raison triple. Or l'exces du moien nombre au moindre est 7 ②

Le carré du maieur est 64 ④ + 32 ② + 4

Le carré du moien est 64 ④ - 32 ② + 4

L'exces du carré du maieur, au carré du moien, est 64 ②, & doit seulement estre 21 ②, à sçavoir le triple de 7 ②, qui sont l'exces du moien nombre au moindre. Il nous faut doncques au lieu de l'exces 64 ②, trouver autre exces de mesme qualité, qui soit 21 ②. Parquoy considerons d'ou procedent ces 64, & appert que du double du produit de 8 par 2, prins deux fois, il faut donc au lieu de 2 trouver autre nombre tel, que le double de sa multiplication par 8, prins deux fois, soit 21. Pour lequel trouver, prenons le double de 8 deux fois, fait 32. par le mesme divisons 21, donne (au lieu de 2) quotient  $\frac{21}{32}$ , qui est le nombre duquel le double de sa multiplication par 8, prins deux fois, fera 21. Il nous faudra donc au lieu de 8 ② + 2, poser 8 ② +  $\frac{21}{32}$ , & par les mesmes achever autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

La somme du maieur & moien nombre soit carré tel 16 ②  
 Et le maieur pour la raison que dessus, soit 8 ② +  $\frac{21}{32}$   
 Ergo le moien sera 8 ② -  $\frac{21}{32}$   
 Or puis que la somme du maieur & moien, excède la som-

$$\frac{5702544}{331776}$$

$$\frac{3069000}{331776}$$

me du moindre & maieur, ergo la somme du moindre & maieur sera moindre que 16 ②, & maieure que 8 ②, soit la somme du moindre & maieur quar-

ré tel 9 ②  
 Ergo (puis que le maieur est 8 ② +  $\frac{21}{32}$ ) le moindre sera 1 ② -  $\frac{21}{32}$

Et ainsi est satisfait à deux poinçts requis, qui sont, que la somme du maieur & moien 16 ②, item la somme du maieur & moindre 9 ②, sont quarez selon la question. Reste maintenant que l'exces du carré du maieur, au carré du moien, aie à l'exces du moien au moindre, raison triple. Or l'exces du moien au moindre est 7 ②

Le carré du maieur est 64 ④ +  $\frac{21}{2}$  ② +  $\frac{441}{1024}$

Le carré du moien est 64 ④ -  $\frac{21}{2}$  ② +  $\frac{441}{1024}$

L'exces donc du carré du maieur, au carré du moien, est 21 ②, qui est triple à l'exces du moien nombre au moindre 7 ②. Reste maintenant que la somme du moien & moindre soit carré selon la question, la mesme est 9 ② -  $\frac{21}{16}$

Egale à quelque carré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 3 ① - 6, son carré 9 ② - 36 ① + 36

Lesquels reduicts 36 ① seront egales à 37  $\frac{3}{16}$ , & par le 67 probleme, 1 ① vaudra  $\frac{397}{576}$ .

Je di, que  $\frac{3069000}{331776}$ ,  $\frac{2633544}{331776}$ ,  $\frac{138681}{331776}$ , sont les trois nombres requis. Demonstration. Le carré du maieur nombre  $\frac{3069000}{331776}$ , est  $\frac{2418761000000}{110075314176}$ , & le carré du moien nombre  $\frac{2633544}{331776}$ , est  $\frac{693339999216}{110075314176}$ , l'exces du maieur carré, au carré du moien, est  $\frac{2483207000064}{110075314176}$ , le mesme est triple à l'exces du moien nombre  $\frac{2633544}{331776}$ , au moindre nombre  $\frac{138681}{331776}$ , qui est  $\frac{2494863}{331776}$ , mais à fin que cela soit encore plus clair, convertions ce dernier exces en fraction de nominateur egal au nominateur de l'exces des quarez, qui sera en multipliant son numerateur & nominateur par 331776, fera  $\frac{82773366688}{110075314176}$ , qui est apertement le tiers du susdict exces des quarez. Item la somme de  $\frac{3069000}{331776}$  &  $\frac{2633544}{331776}$ , est carré  $\frac{5702544}{331776}$ , sa racine  $\frac{2388}{576}$ . Item la somme de  $\frac{2633544}{331776}$  &  $\frac{138681}{331776}$ , est carré  $\frac{2772225}{331776}$ , sa racine  $\frac{1665}{576}$ . Item la somme de  $\frac{138681}{331776}$  &  $\frac{3069000}{331776}$ , est carré  $\frac{3207681}{331776}$ , sa racine  $\frac{1791}{576}$ . Ce sont doncques quarez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA.

Si nous avons descript quelques calculations, apres le 69 probleme fol. 70, de la qualité de celles ausquelles la premiere difference est encore imparfaicte (de laquelle imperfection nous avons dict fol. 71) il vous souviendra qu'elles sont mises à causes de facilité pour exemple, faisans autant en leur lieu comme les autres:

D'ALGÈBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduit en langue Française & expliqué par ALBERT GIRARD, Samiois.

QUESTION I.

**T**rouvons trois nombres proportionaux, tels que si d'un chacun d'iceux, l'on soustraiçt 12, chaque reste soit aussi quarré.

CONSTRUCTION.

Il faut trouver premierement quelque quarré duquel osté le nombre donné 12 le reste soit quarré, ce qui est facil par l'oniesme question du second livre, & est  $42\frac{1}{4}$ .

Soit donc, pour l'un extreme  $42\frac{1}{4}$   
 L'autre extreme  $1\textcircled{2}$   
 Ergo le moyen  $6\frac{1}{2}\textcircled{1}$   
 Quoy fait, il reste seulement que d'un chacun d'iceux soustraiçt le nombre donné 12, la reste soit quarré. Partant  $1\textcircled{2} - 12$  sera egal à quelque quarré; aussi sera pareillement  $6\frac{1}{2}\textcircled{1} - 12$ ; & par la note qui suit la 11<sup>e</sup> question du 2<sup>e</sup> livre, il sera facil de les trouver, car leur difference est  $1\textcircled{2} - 6\frac{1}{2}\textcircled{1}$  si l'on veut, lequel est le produit de  $1\textcircled{1}$  & de  $1\textcircled{1} - 6\frac{1}{2}$ , la moitié de leur difference est  $3\frac{1}{4}$ , son quarré est  $\frac{169}{16}$  qui est egal au moindre

$$\begin{array}{r} 42\frac{1}{4} \\ 1\textcircled{2} \\ \hline 6\frac{1}{2}\textcircled{1} \end{array} \quad \begin{array}{r} 42\frac{1}{4} \\ 130321 \\ \hline 10816 \\ 208 \end{array}$$

Lesquels reduicts,  $1\textcircled{1}$  vaudra  $\frac{361}{104}$ .  
 Je di, que  $42\frac{1}{4}$ ,  $\frac{4693}{208}$ , &  $\frac{130321}{10816}$  sont les trois nombres requis. *Demonstration.* De  $42\frac{1}{4}$  si on en oste 12; il restera  $30\frac{1}{4}$ ; qui est quarré, car sa racine est  $5\frac{1}{2}$ ; Puis si de  $\frac{4693}{208}$  l'on oste 12; il restera  $\frac{169}{16}$  qui est aussi quarré, sa racine  $\frac{13}{4}$ . finalement de  $\frac{130321}{10816}$  si on en oste 12, il restera  $\frac{169}{16}$ , qui est quarré, sa racine estant  $\frac{13}{4}$ . Iceux trois nombres sont aussi proportionaux selon le requis, ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION II.

**T**rouvons trois nombres proportionaux; tels qu'à un chacun d'iceux estant adiouste un nombre donné 20, chacune somme soit nombre quarré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Il faut premierement trouver quelque quarré auquel adiouste le nombre donné 20, la somme soit quarré, & sera 16.

Soit donc pour l'un extreme 16  
 Et l'autre  $1\textcircled{2}$   
 Ergo le moyen sera  $4\textcircled{1}$   
 Il reste maintenant que à un chacun d'iceux estant adiouste 20; la somme soit quarré; or à 16 par la construction si on adiouste 20, la somme sera quarré: Item  $1\textcircled{2} + 20$  est aussi egal à un quarré, comme aussi  $4\textcircled{1} + 20$ , & par la note apres l'oniesme question du deuxiesme livre, on refout cecy ainsi; leur interval est  $1\textcircled{2} - 4\textcircled{1}$ , si l'on veut (en supposant

que  $1\textcircled{2}$  soit maieure à  $4\textcircled{1}$ ) qui est produit de  $1\textcircled{1}$  & de  $1\textcircled{1} - 4$ ; dont la difference est 4, sa moitié 2, son quarré 4, qui doit estre egal au susdict moindre supposé  $4\textcircled{1} + 16$ , ce qui est impossible, car 4 devroit estre alors plus grand que 20: D'ou vient ce 4, il est quart de 16; parquoy ce 16 premier en l'ordre n'est pas propre à c'est effect; donc nous en sommes venus jusques à la que il faut trouver un quarré qui soit plus que quadruple de 20; & adiouste à 20 face quarré; c'est à dire qu'il faut trouver un quarré plus grand que 80; Mais 81 est un quarré plus grand que 80, donc si la racine du quarré que nous cerchons fust posé

$1\textcircled{1} + 9$   
 Son quarré seroit  $1\textcircled{2} + 18\textcircled{1} + 81$   
 Auquel adiouste 20 fera  $1\textcircled{2} + 18\textcircled{1} + 101$   
 Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il en sorte convenable egalité, soit iceluy dont la racine soit de  $1\textcircled{1} - 11$ , son quarré est  $1\textcircled{2} - 22\textcircled{1} + 121$   
 Et  $1\textcircled{1}$  vaudra  $\frac{1}{2}$ ; alors ce  $1\textcircled{1} + 9$  vaudra  $9\frac{1}{2}$ ; & partant le quarré que nous poserons au lieu du 16 susdict, sera le quarré de ce  $9\frac{1}{2}$  qui est  $90\frac{1}{4}$   
 Nous recommencerons donc par iceluy la construction; à tel fin soit l'un extreme  $90\frac{1}{4}$   
 L'autre extreme  $1\textcircled{2}$   
 Ergo le moyen  $9\frac{1}{2}\textcircled{1}$   
 Et faisant comme dessus nous trouverons que  $\frac{361}{16}$  sera egal à  $9\frac{1}{2}\textcircled{1} + 20$  &  $1\textcircled{1}$  vaudra  $\frac{41}{152}$

Je di, que  $90\frac{1}{4}$ ,  $\frac{779}{304}$ , &  $\frac{1681}{23104}$  seront les trois nombres requis. *Demonstration.* Car ils sont proportionaux par la 20. proposition du 7. livre d'Euclide; d'avantage si à  $90\frac{1}{4}$  on adiouste 20; la somme  $110\frac{1}{4}$  sera quarré, sa racine,  $10\frac{1}{2}$ ; aussi à  $\frac{779}{304}$  si on y adiouste 20, viendra  $\frac{361}{16}$ , sa racine  $\frac{19}{4}$ . Item à  $\frac{1681}{23104}$  adiouste 20, viendra  $\frac{463761}{23104}$ , dont sa racine  $\frac{681}{152}$ . ce sont donc trois quarez à leurs racines commensurables, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION III.

**T**rouvons trois nombres tels, que si à un chacun d'iceux; aussi bien qu'aux produits de chaque deux l'on adiouste un nombre donné 5, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Par le suivant theoreme; si de deux quarez prochains l'on oste quelque nombre donné, les deux nombres restans seront selon les conditions requises presentement. à sçavoir que si à un chacun d'iceux; aussi bien qu'à leur produit, on adiouste le nombre donné, la somme sera quarré, & si à ces deux on leur adjoinct un troisieme qui soit d'unité moindre que le double de la somme

la somme des autres deux, alors on aura trois nombres tels qu'au produit de chaque deux, si on adiouste le nombre donné, la somme sera carré.

Soyent donc deux quarez prochains dont l'un soit carré de  $1 \textcircled{1} + 3$  affavoir  $1 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} + 9$   
 L'autre le carré de  $1 \textcircled{1} + 4$  affavoir  $1 \textcircled{2} + 8 \textcircled{1} + 16$   
 Desquels si on oste le  $5$  donné, le premier sera

$1 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} + 4$   
 L'autre pour le second sera  $1 \textcircled{2} + 8 \textcircled{1} + 11$

Lesquels ont les conditions requises, & pour trouver le troisieme, soit le double de la somme moins  $1$  du premier & second (troisieme & quatrieme en l'ordre)  $4 \textcircled{2} + 28 \textcircled{1} + 29$

Auquel aiousté  $5$  fera  $4 \textcircled{2} + 28 \textcircled{1} + 34$   
 Egal à un carré, soit de  $2 \textcircled{1} - 6$  qui est  $4 \textcircled{2} - 24 \textcircled{1} + 36$

Et  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{1}{26}$ .  
 Je dis que  $\frac{2861}{676}, \frac{7641}{676}, \frac{20336}{676}$  sont les trois nombres requis; *Demonstration.* Si à  $\frac{2861}{676}$  l'on adiouste  $5$ , la somme sera carré  $\frac{6241}{676}$ , sa racine  $\frac{79}{26}$ . Item si à  $\frac{7641}{676}$  l'on adiouste  $5$ , la somme sera carré  $\frac{11021}{676}$ , sa racine  $\frac{105}{26}$ , finalement si à  $\frac{20336}{676}$  l'on adiouste  $5$ , la somme sera carré  $\frac{23716}{676}$ , sa racine  $\frac{154}{26}$ . D'avantage si au produit des deux premiers l'on adiouste  $5$ , la somme sera carré; dont la racine  $\frac{4213}{676}$ , & ainsi du reste; ce qui est selon le requis.

THEOREME.

SI de deux quarez prochains, l'on oste quelque nombre donné, de chacun en particulier: les deux nombres restans seront tels, que si à chacun d'eux, aussi bien qu'à leur produit, on adiouste le nombre donné, la somme sera nombre carré; Item si à ces deux restes, l'on adioinct un troisieme qui soit d'une unité moindre que le double de leur somme, alors on aura trois nombres, tels qu'au produit de chaque deux si on adiouste le donné, les sommes seront nombres quarez.

*Explication du donné.* Soyent deux quarez prochains,  $25$ , &  $36$ , (c'est à dire que leurs racines ne different que de l'unité) &  $10$  le nombre donné. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrier le Contenu du Theoreme. *Demonstration.* Si on oste  $10$ , de  $25$  & de  $36$ ; les restes seront  $15$  &  $26$ ; lesquelz sont chacun carré à  $10$  pres: comme aussi leur produit  $390$ . D'avantage, si à  $15$ ,  $26$ , l'on adioinct un troisieme, qui soit d'unité moindre, que le double des deux ensemble, (affavoir,  $81$ .) on aura trois nombres,  $15$ ,  $26$ ,  $81$ , dont au produit de chaque deux si on adiouste  $10$ , les sommes seront quarez,  $400$ ,  $1225$ ,  $2116$ , car,  $20 \cdot 35$ ,  $46$  sont leurs racines. *Conclusion.* Si de deux quarez prochains donc l'on oste &c. ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION IIII.

Trouvons trois nombres, tels que si d'un chacun, aussi du produit de chaque deux, l'on oste le nombre donné  $6$ : le reste soit nombre carré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Par le suivant Theoreme: Je prens deux quarez prochains:  $1 \textcircled{2}$ , &  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$ , auxquels j'adiouste le nombre donné  $6$ : alors le premier sera

Le second,  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 7$   
 Desquels le double de la somme moins l'unité est  $4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 25$   
 Reste seulement que si on en oste  $6$ , alors le residu  $4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 19$   
 Doit estre egal à quelque carré, dont le costé soit  $2 \textcircled{1} - 6$ : son carré

Alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{17}{28}$ .  $4 \textcircled{2} - 24 \textcircled{1} + 36$

Je dis que  $\frac{4993}{784}, \frac{6729}{784}, \& \frac{22660}{784}$ , sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Si à un chacun d'iceux l'on oste  $6$ , restera  $\frac{289}{784}, \frac{2025}{784}, \& \frac{17956}{784}$ , qui sont quarez dont leurs racines sont  $\frac{17}{28}, \frac{45}{28}, \frac{134}{28}$ : D'avantage si du produit de chaque deux l'on sousttraict  $6$ , les restes seront aussi quarez, selon le requis, ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

SI à deux quarez prochains, l'on adiouste quelque nombre donné; on aura deux certains nombres, auxquels si on adioinct pour troisieme, un nombre qui soit d'unité moindre que le double de leur somme, on aura trois nombres tels que si du produit de chaque deux, l'on sousttraict le nombre donné, alors les trois restes seront nombres quarez.

*Explication du donné.* Soyent deux quarez prochains  $25$  &  $36$ : &  $10$  le nombre donné. *Explication du requis.* Il faut demonstrier par iceux le contenu du theoreme. *Demonstration.* Si à  $25$ , &  $36$ , l'on adiouste  $10$ , l'on aura deux nombres,  $35$  &  $46$ , auxquels si on adioinct un troisieme qui soit d'unité moindre que le double de la somme des susdits  $35$  &  $46$ , c'est  $161$ , alors on aura trois nombres  $35$ ,  $46$ ,  $161$ , tels que du produit de chaque deux si on oste  $10$ , les trois restes seront quarez  $1600$ ,  $5625$ ,  $7396$ . leurs racines,  $40$ ,  $75$ ,  $86$ . selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques à deux quarez prochains, &c. ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION V.

Trouvons trois nombres quarez à leurs racines commensurables tels que si au produit de chaque deux l'on adiouste les mesmes deux, ou le restant nombre, la somme soit carré à sa racine commensurable.

LEMME.

Il faut premierement entendre que si à deux nombres quarez prochains, l'on prend un troisieme, qui soit  $2$ , D'avantage que le double d'iceux ensemble, alors on aura trois nombres, tels qu'au produit de deux si l'on y adiouste la somme des mesmes deux nombres, ou seulement le restant, la somme sera carré à sa racine commensurable.

EXPLICATION.

Soit par Exemple,  $28$ , qui est deux d'avantage que la somme de deux quarez prochains,  $4$ , &  $9$ : alors on aura trois nombres  $28$ ,  $4$ ,  $9$ , tels qu'au produit de chaque deux (soit de  $28$  & de  $4$ )  $112$ , adiouste les mesmes nombres  $28$ , &  $4$ , fera  $144$ , nombre carré: ou bien audit  $112$  adiouste le seul nombre restant  $9$ , viendra  $121$  nombre quare: & ainsi si on prend  $28$  &  $9$  viendra  $252$ , auquel si on adiouste  $28$  &  $9$  ou bien seulement  $4$ , viendra  $289$  ou  $256$ , qui sont tous deux quarez, pareillement le mesme s'entendra de  $4$  &  $9$ . car si à  $36$  l'on adiouste  $4$  &  $9$  ou bien  $28$ : l'une somme sera  $49$ , l'autre  $64$ , qui sont aussi quarez, selon le theoreme. Venons maintenant à la construction.

CONSTRUCTION.

Soit l'un quare  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$   
 L'autre quare prochain  $1 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 4$   
 Le double de leur somme, &  $2$  d'avantage pour le dernier  $4 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1} + 12$   
 Reste seulement qu'il soit egal à un carré, mais son quart doit aussi estre egal à un carré par les  $1, 2$ , prop. du  $9$ . d'Euclide, lequel est  $1 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} + 3$   
 Et soit iceluy le quare de  $1 \textcircled{1} - 3$  qui est  $1 \textcircled{2} - 6 \textcircled{1} + 9$

Alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{2}{9}$ .  
 Je dis que  $\frac{25}{9}, \frac{64}{9}, \& \frac{196}{9}$  sont les trois nombres quarez requis. *Demonstration.* Qu'ils soyent quarez, il apert, puis



puis que  $\frac{3}{3}, \frac{8}{3}, \frac{14}{3}$  sont les costez d'iceux. Or le produit des deux premiers est  $\frac{16}{9}$ , auquel adjouste  $\frac{8}{9}$  les deux susdicts, ou  $\frac{16}{9}$  le restant, les sommes seront  $\frac{24}{9}$  ou  $\frac{1764}{81}$  qui sont quarréz, dont leurs racines sont  $\frac{4}{3}$  &  $\frac{42}{9}$ , & ainsi du reste.

QUESTION VI.

Trouvons trois nombres tels que si de quelqu'un que se soit, l'on sousttraict 2, le nombre binaire le reste soit quarré; Aussi si du produit de deux tels qu'on voudra d'iceux, l'on oste la somme des mesmes deux, ou bien si l'on oste le nombre restant, que la reste soit un nombre quarré.

CONSTRUCTION.

Soyent trois nombres selon le Lemme de la precedente question à sçavoir,  $1 \textcircled{2}$ , &  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$ , &  $4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 4$ ; or adioustons 2 à un chascun d'iceux & viendra pour le premier  $1 \textcircled{2} + 2$   
L'autre  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 3$   
Et le troisieme  $4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 6$

On aura ce qu'on demande, hormis que le dernier moins 2, doit estre quarré, ou egal à un quarré. partant  $4 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1} + 4$  fera egal à un quarré, aussi sera pareillement son quart qui est  $1 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1} + 1$ , soit au quarré de  $1 \textcircled{1} - 2$  qui est  $1 \textcircled{2} - 4 \textcircled{1} + 4$ , alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{3}{2}$ .  
Je dis que  $\frac{3}{2}, \frac{11}{2}, \frac{24}{2}$ , seront les trois nombres requis, dont la Demonstration est evidente. Seulement est à noter qu'il ne faut que prendre, les trois nombres de solution de la precedente, & adiouster 2 à un chascun d'iceux, ce qui se fera sans Algebre; comme à  $\frac{23}{9}, \frac{64}{9}, \frac{196}{9}$  de la precedente adioustons 2, & viendra  $\frac{43}{9}, \frac{82}{9}, \frac{214}{9}$  pour les trois nombres requis de ceste question.

QUESTION VII.

Ceste prop. est un lemme à la suivante.

Trouver deux nombres tels, qu'à leur produit adjouste la somme de leurs quarréz, la somme soit nombre quarré.

CONSTRUCTION.

Soit l'un d'iceux  $1 \textcircled{1}$   
L'autre, nombre quelquonque  $1$   
Leur produit  $1 \textcircled{1}$   
La somme des quarréz d'iceux deux nombres  $1 \textcircled{2} + 1$   
Somme du 3<sup>e</sup> & 4<sup>e</sup> en l'ordre  $1 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1} + 1$   
Egal à un nombre quarré dont le costé soit  $1 \textcircled{1} - 2$   
 $1 \textcircled{2} - 4 \textcircled{1} + 4$

Alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{3}{2}$ ; & les deux nombres seront  $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ , que si on oste la commune denomination (quand il est loisible comme icy) alors les nombres requis seront, 3 & 5. *Demonst.* Car à leur produit 15 si on adiouste 34 somme des quarréz, la somme 49 sera quarré. ce qu'il falloit demonst.

ANNOTATION

D'ALB. GIR.

SI un triangle est fait de trois costez, tels que la somme des quarréz des deux Costez avec le produit d'iceux costez, sont ensemble égaux au quarré de la base, alors l'angle soustenu par la base est infailliblement de 120 degres. Et ceste question sert pour trouver trois tels costez symmetriques: que si le produit est oste de la somme des quarréz, & que le reste soit egal au quarré de la base, alors l'angle que la base soustient sera de 60 degres de necessité. Revenons à nostre Authour.

QUESTION VIII.

Trouvons trois triangles rectangles, de superficies égales.

CONSTRUCTION.

Il faut trouver premierement deux nombres de la qualité de la precedente, 3, & 5, à sçavoir que la somme de leur produit & de leurs quarréz soit quarré, ou 7 est la racine de la somme susdite; Partant je forme trois triangles rectangles de deux nombres, l'un de 7 & 3, l'autre de 7 & 5, & l'autre de 7 & 8 (8 somme de 3 & 5) Et ces triangles seront 40, 42, 58, & 24, 70, 74. & 15, 112, & 113. Lesquels ont un chascun 840 de superficies.

A. GIR.

La maniere de former un triangle rectangle de deux nombres quelconques se fait ainsi: Leur double produit est pour l'un costé. La somme de leurs quarréz est pour l'Hypotenuse, & la difference des mesmes quarréz est pour l'autre costé restant.

QUESTION IX.

Trouvons trois nombres tels, que si du quarré de l'un d'iceux, l'on en oste, ou y adiouste le composé des trois, le provenu soit quarré.

CONSTRUCTION.

Quant au premier; il faut que son quarré soit tel que si l'on en oste, ou adiouste la somme des trois nombres, le provenu soit quarré. Or en tout triangle rectangle, du quarré de l'hypotenuse, si on en oste, ou y adiouste, le quadruple de son aire, le provenu est quarré. Donc ces trois nombres, seront Hypotenuses de triangles rectangles, & aussi la somme d'iceux trois nombres sera le quadruple de l'aire de chascun triangle. Parquoy nous en sommes venu là, qu'il faut trouver trois triangles rectangles de superficies égales. Mais la precedente nous satisfera en cela, car l'un est 40, 42, 58, l'autre 24, 70, 74, & 15, 112, 113. Et recommençant de nouveau, le poseray iceux par des nombres d'Hypotenuses, le premier sera  $38 \textcircled{1}$   
Le second  $74 \textcircled{1}$   
L'autre  $113 \textcircled{1}$   
La somme des trois est  $245 \textcircled{1}$   
Egale au quadruple de l'aire d'un triangle, or chascun fait  $840 \textcircled{2}$ , son quadruple sera  $3360 \textcircled{2}$   
Alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{7}{2}$ .  
Je dis que le premier sera  $\frac{406}{9}$  & les deux autres  $\frac{118}{9}$  &  $\frac{291}{9}$ . dont la Demonstration est manifeste.

QUESTION X.

Trouvons trois nombres, lesquels estans multiplies deux à deux, les trois produits soient trois quarréz donnez, 4, 9, 16.

CONSTRUCTION.

Soit le premier  $1 \textcircled{1}$   
L'un des restans sera  $\frac{4}{1 \textcircled{1}}$   
Et l'autre  $\frac{9}{1 \textcircled{1}}$   
Il reste que le produit des deux derniers face 16. Mais ils produisent  $\frac{36}{1 \textcircled{1}}$   
Egal à  $16$   
Et  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $1 \frac{1}{2}$ .

Parquoy les nombres requis seront  $1 \frac{1}{2}$ , le second  $2 \frac{2}{3}$ , & l'autre 6. Mais pour exposer cecy,  $\frac{24}{1 \textcircled{1}}$  s'est égalé à 16, puis j'ay multiplié tout par  $1 \textcircled{2}$ , & alors 36 estoit egal à  $16 \textcircled{2}$ , parquoy  $1 \textcircled{2}$  valoit  $\frac{36}{16}$ , dont les racines denotoyét que  $1 \textcircled{1}$  est égale à  $\frac{6}{4}$ ; Mais ce numerateur 6, vient du produit des racines de 4, 9, donnez, & le numérateur 4, est le costé du 16 donné, partant quand il sera re-

qui

quis de trouver trois nombres, tels que les trois produits de deux à deux soient trois quarrés donnez, comme 4, 9, 16. Prenez alors le produit des costez de deux quarrés 4 & 9, & est 6. lequel divisez par le costé de l'autre 4. & fera  $\frac{6}{4}$ ; par lequel divisez autrefois les deux quarrés premier pris, 4 & 9, & viendra  $\frac{16}{6}$  & 6; & ces trois  $\frac{6}{4}$ ,  $\frac{16}{6}$ , 6 seront les requis: ce qu'il falloit faire.

QUESTION XI.

**T**rouvons trois nombres, que si au produit de deux l'on adjouste on sousttraict, la somme des trois; le provenu soit quarré.

CONSTRUCTION.

Il faudra derechef icy chercher trois triangles rectangles egaux (de superficies;) lesquels trouvez, soient pris les quarrés des hypothénuses; sçavoir est, 3364, le second, 5476, & 12769. Quoy fait; soient puis apres trouvez par la precedente trois nombres, dont les trois produits de deux à deux, facent les quarrés cy dessus; lesquels avons posez pource que si à l'un d'iceux, quel il soit, est adioutté ou sousttraict 3360 (qui est quadruple de l'aire d'un chascun triangle) le provenu soit quarré. Parquoy nous les poserons selon la precedente, en y applicquant les quantitez ainsi; à sçavoir le premier sera

Le second

Le troisieme

$$\begin{array}{r} 4292 \text{ ①} \\ 113 \\ \hline 4181 \text{ ①} \\ 29 \\ \hline 3277 \text{ ①} \\ 37 \end{array}$$

Car estans multipliez deux à deux feront les quarrés susmentionnez; reste maintenant qu'iceux ensemble soient egaux à 3360 ②; & afin d'avoit tout en mesme denomination, soient reduits à 121249. Le premier sera alors

Le second

Le troisieme

Leur somme

$$\begin{array}{r} 4605116 \text{ ①} \\ 121249 \\ \hline 37480761 \text{ ①} \\ 121249 \\ \hline 10738729 \text{ ①} \\ 121249 \\ \hline 32824906 \text{ ①} \\ 121249 \\ \hline 121249 \end{array}$$

Egale à 3360 ②; le tout multiplié par 121249 sera 32824806 ① egales à 407396640 ②. Alors 1 ① vaudra  $\frac{32824806}{407396640}$ ; ou  $\frac{781543}{9699920}$ ; & partant le premier sera  $\frac{838393639}{281297680}$ , le second  $\frac{3267631283}{281297680}$ , & le troisieme  $\frac{236116411}{318897040}$ : selon le proposé.

QUESTION XII.

**P**artageons l'unité, en deux parties telles qu'à chascune adjouste 6 les deux sommes soient nombres quarrés.

DETERMINAISON si le donné fust entier.

Il ne faut pas que le nombre donné soit impair. Mais que son double & 1 d'avantage, soit un nombre qui se puisse diviser en deux quarrés, la determinaison duquel deduiray comme s'ensuit.

ALB. GIR. Determinaison d'un nombre qui se peut diviser en deux quarrés entiers.

- I. Tout nombre quarré.
  - II. Tout nombre premier qui excède un nombre quaternaire de l'unité.
  - III. Le produit de ceux qui sont tels.
  - IV. Et le double d'un chascun d'iceux.
- Laquelle determinaison n'estant faite n'y de l'Auteur n'y des interpretes, servira tant en la presente & suivante comme en plusieurs autres.

CONSTRUCTION.

Puis qu'à chascune des deux parties de l'unité, il faut adjouster 6, & qu'alors la somme soit quarré, il s'ensuit

que la somme de ces deux quarrés là sera 13. Donc nous en sommes là qu'il faut partir 13 en deux quarrés, tels toutesfois que chascun soit plus grand que 6; & plus petit que 7; Pour à quoy parvenir, il est certain que leurs racines sont trespres de la racine de  $6\frac{1}{2}$  (moitié de 13) lequel  $6\frac{1}{2}$  n'estant quarré, il faudra trouver un quarré au lieu d'iceluy, qui luy soit tresprochain, l'invention, duquel delaisserons à la fin de ceste question pour éviter confusion; & prendrons cependant  $\frac{52}{8}$  nombre quarré; dont la racine est  $\frac{23}{4}$ ; Or 13 se divise en deux quarrés, ayans leurs racines 3 & 2, lesquelles il faut adégaler audit  $\frac{23}{4}$  ainsi que s'ensuit: On verra de combien 3 excède le mesme, & combien le mesme excède 2, delaisant la denomination, & y applicquans ①, viendra 3 - 4 ① & 2 + 5 ① pour les racines des quarrés requis, (ausquels toutesfois on n'est point du tout astreint comme nous verrons en un autre lieu, seulement noter que 3 fois 4 doit estre plus que 5, à cause du signe moins) la somme de leurs quarrés est 4 ① - 4 ① + 13 égale à 13; & 1 ① vaudra  $\frac{4}{41}$ , donc les racines cy dessus vaudront  $2\frac{23}{41}$  &  $2\frac{20}{41}$ , & les quarrés seront  $6\frac{1363}{1681}$  &  $6\frac{318}{1681}$ , qui ont les conditions requises un chascun entre 6 & 7 & la somme 13. Quoy fait si l'on oste les 6, on aura  $\frac{1363}{1681}$  &  $\frac{318}{1681}$  les parties de l'unité requises, car si on adjouste 6 à un chascun, la somme sera quarré.

Nous avons dit cy dessus que nous exposerions la maniere de trouver un quarré au lieu de  $6\frac{1}{2}$  entre 6 & 7. certes  $6\frac{1}{4}$  est tel, mais il n'est pas propre à la construction precedente, pource qu'il est un peu trop esloigné de cestuy-là; quant à Diophante il adjouste une condition non pas de necessité, mais pour facilité, à sçavoir de trouver (non seulement une fraction, mais) une fraction quarrée, laquelle adjoustee à  $6\frac{1}{2}$  face quarré; & pour entier fraction, & garder les conditions, comme aussi pour en avoir un tant plus assure, il prend le quadruple, (de mesme le sedecuple & infinis autres seroyent meilleurs, mais non pas si aisés) soit donc iceluy 26; & la fraction quarrée à adjouster  $\frac{1}{100}$ , alors la somme sera  $26 + \frac{1}{100}$  égale à un quarré, lesquels autrefois multipliez par 1 ② viendra  $26\frac{1}{100}$  + 1 égal à un quarré, soit 5 ① + 1 le costé d'iceluy, & 1 ① vaudra 10; & 1 ②, 100. donc la fraction quarrée qu'il falloit adjouster à 26, sera  $\frac{1}{100}$ , & la fraction quarrée à  $6\frac{1}{2}$  sera  $\frac{1}{400}$ , faisant un quarré dont la racine est  $\frac{11}{20}$  qu'on pourroit prendre au lieu de  $\frac{23}{4}$  cy dessus, & par consequent 3 - ① & 2 + 11 ① pour les racines, &c.

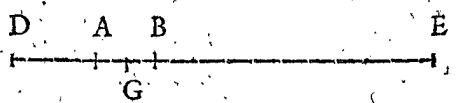
QUESTION XIII.

**P**artons l'unité en deux parties telles, qu'à l'une adjouste 2, & à l'autre 6, les sommes soient nombres quarrés.

DETERMINAISON.

Il faut que la somme des donnez avec l'unité facent un nombre qui se puisse diviser en deux quarrés. voyez la determinaison precedente: toutesfois l'auteur n'a resout la question que quand 6, 2, & 1, sont un quarré.

CONSTRUCTION.



Soit AB, l'unité, DA le nombre binaire; & BE le senaire; Il faut diviser l'unité AB en G, tellement que DG & GE soient nombres quarrés; alors DG sera entre les nombres 2 & 3; & GE entre 6 & 7.

Si l'on

Si l'on pose DG, 1 ②; GE sera — 1 ② + 9 lequel doit estre egal à un quarré, ce qui seroit tresfacil à resoudre, mais il faut que 1 ② aye sa valeur entre 2 & 3, lesquels termes n'estans quarréz nous prendrons en leur place  $\frac{28}{144}$  &  $\frac{36}{144}$ : parquoy 1 ① sera entre  $\frac{17}{12}$  &  $\frac{19}{12}$ , que si on egalise — 1 ② + 9 au quarré de 3 — quelques ①, prises à la volée comme à 1 ② — 6 ① + 9, alors 1 ① vaudra 3, & 1 ②, sera égale à 9, qui n'est pas entre 2 & 3, & si on prend garde à la reduction on verra que le nombre des ① doit estre tel qu'estant multiplié par 6 (double de 3) & le produit divisé par son quarré plus 1, alors le quotient soit entre  $\frac{17}{12}$  &  $\frac{19}{12}$ ; Parquoy si l'on pose iceluy 1 ①, son sextuple 6 ① divisé par 1 ② + 1 viendra  $\frac{6 \times 17}{17+1}$  ayant sa valeur entre  $\frac{17}{12}$  &  $\frac{19}{12}$ , alors 72 ① sera entre 17 ② + 17 & 19 ② + 19, or l'equation estant faicte au plus pres, 1 ① sera entre  $\frac{66}{19}$  &  $\frac{67}{17}$ , ce qu'estant ainsi &  $3\frac{1}{2}$  estât entre les mesmes, nous egalons — 1 ② + 9 au quarré de  $3\frac{1}{2}$  — 1 ① qui est  $12\frac{1}{4}$  ② — 21 ① + 9, & 1 ① vaudra  $\frac{84}{33}$ , son quarré  $\frac{7056}{1089}$  pour DG, & finalement les parties requises AG, GB, de l'unité, seront  $\frac{1438}{2809}$  &  $\frac{1271}{2809}$ .  
 Demonstration.  $2\frac{1438}{2809}$  est quarré, sa racine  $\frac{38}{33}$ , aussi  $6\frac{1271}{2809}$  est quarré, car sa racine est  $\frac{33}{33}$ , selon le requis.

QUESTION XIV.

Partageons l'unité en trois portions telles, qu'à chacune d'icelles adjoustée 3 la somme soit quarré.

DETERMINAISON.

Le nombre donné ne doit estre 2, n'y surpassant de 2 un nombre octonaire, comme 2, 10, 18, 26 &c. qui est une progression dont l'excès est 8.

CONSTRUCTION.

Puis que les trois quarréz ensemble feront 10, & chascun d'iceux entre 3 & 4: Il nous faudra adégaler les trois quarréz à  $3\frac{1}{3}$  (tiers de 10) à sçavoir les trois racines, à la racine de  $3\frac{1}{3}$ , lequel n'estant quarré, nous prendrons un autre en la place comme  $\frac{121}{36}$  qui est quarré, sa racine  $\frac{11}{6}$  (la maniere de le trouver se peut voir en la fin de la 12 question precedente) Item 10 se divise en trois quarréz, premierement en 9 & 1, & puis 1 en deux autres, & sont  $9\frac{1}{2}$ ,  $\frac{9}{2}$ , dont leurs racines seront 3,  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{3}{2}$ , lesquels il faut adégaler à  $\frac{11}{6}$  (mettons le tout en denomination de trentiesmes) c'est  $\frac{20}{30}$ ,  $\frac{24}{30}$ ,  $\frac{18}{30}$ , qu'il faut adégaler à  $\frac{11}{30}$ , parquoy nous poserons les racines des trois quarréz,  $3 - 35$  ①,  $\frac{4}{3} + 31$  ① &  $\frac{3}{2} + 37$  ①, & la somme de leurs quarréz sera 3555 ② — 116 ① + 10 égales à 10, & 1 ① vaudra  $\frac{11}{33}$ , & finalement les trois racines, & leurs quarréz trouvez, & puis de chascun estant soustraiçt 3, on aura les trois parties de l'unité, à sçavoir, les fractions dont les numerateurs sont 228478, 142381, 134662, le commun denominatedeur est 505521. & la Demonstration est manifeste.

Nous traduisons adégalité ce que Diophante appelle  $\pi\alpha\epsilon\lambda\omicron\upsilon\tau\eta\tau\iota$ , ensuivant les interpretes, ce n'est pas à dire égalité, mais un extreme approchement de quelque chose.

QUESTION XV.

On requiert de faire trois parties de l'unité, avec telle condition, que la premiere augmentée de 2, la seconde de 3, & la troisieme de 4, alors les sommes soyent nombres quarréz.

A. GIRARD.

La determination est telle que si on augmente la somme des trois nombres donnez de l'unité, (c'est icy 10,) elle doit estre un nombre divisible en trois quarréz; or tous ceux qui se divisent en deux quarréz, se divisent aussi en trois; Item il y a des nombres

qui ne se peuvent diviser en trois quarréz comme, 7, 13, 23, 28, 31, 39, &c. seulement ceux qui sont entre-deux; item 3, 6, 11, 12, 14, 19, &c. ne se peuvent diviser en deux quarréz mais bien en trois; Or tout nombre entier se peut diviser en quatre quarréz.

CONSTRUCTION.

Il faut diviser 10 en trois quarréz, dont le premier excède 2, le second 3, & le troisieme 4; Pour à quoy parvenir je party 10 en deux quarréz tellement que l'un tombe entre 2 & 3, ce qui se fera par la construction de la 12 question precedente, & seront  $\frac{1849}{841}$  &  $\frac{6561}{841}$ , leurs racines  $\frac{43}{29}$  &  $\frac{81}{29}$ , & auray desia un quarré requis à sçavoir  $\frac{1849}{841}$  lequel escheoit entre les nombres 2 & 3: duquel si bn oste 2 on aura  $\frac{167}{841}$  une des parties premierement requise de l'unité.

Il reste donc à partir l'autre quarré  $\frac{6561}{841}$  en deux autres quarréz, ainsi que l'un tombe entre 3 & 4, ce qui se parfera par l'operation de la 13. question, ainsi que s'ensuit: Au lieu des termes 3 & 4, je prend deux quarréz entre iceux (toutesfois ne reiettans 4 pource qu'il l'est) comme  $\frac{49}{6}$  & 4, dont  $\frac{7}{4}$  & 2 sont leurs costez; Quoy fait je pose que l'un des quarréz fust 1 ②, l'autre sera — 1 ② +  $\frac{6561}{841}$  qu'il faut egalé à un quarré dont le costé soit  $\frac{81}{29}$  — quelques ① ainsi que la valeur de 1 ① vienne entre  $\frac{7}{4}$  & 2, & apres avoir pris quelque nombre de ① fans choix pour former la demande, finalement on trouvera qu'il doit estre pris entre  $2\frac{270}{33}$  &  $2\frac{43}{11}$ ; soit doc choisi quelqu'un à la volonté d'entre les mesmes comme  $2\frac{3}{4}$ , & partant  $\frac{81}{29} - 2\frac{3}{4}$  ① sera pose estre la racine du quarré qu'on doit egalé à — 1 ② +  $\frac{6561}{841}$ , & 1 ① vaudra  $\frac{712}{3973}$  pour le costé du premier quarré, &  $\frac{9505}{3973}$  pour le costé du second, & leurs quarréz estât calculez, aussi du premier soustraiçt 3, & de l'autre 4; ses restes seront les deux autres parties de l'unité, lesquelles avec la premiere trouvée de cy dessus feront les trois parties de l'unité selon le requis,  $\frac{167}{841}$ ,  $\frac{3454197}{15784729}$  &  $\frac{9196109}{15784729}$ , quant au premier si on le met en mesme denomination, le numerateur sera 3134423, desquelles choses la preuve est manifeste.

QUESTION XVI.

Partons, 10, en trois nombres, que la somme de deux à deux soit quarré.

CONSTRUCTION.

Le maieur avec le moindre, doit faire un quarré, aussi le maieur avec le moyen, & finalement le moyen avec le moindre. Or ce sont trois quarréz, d'avantage chascun nombre est ennumeré deux fois, donc ces trois quarréz là feront ensemble 20; Item pource que chascun deux font un quarré, il s'ensuit, que chascun d'iceux quarré sera moins que 10. Donc il faut diviser 20 en trois quarréz, chascun moindre que 10. Mais 20 est composé de deux quarréz, 16 & 4. Or si nous posons 4 estre l'un des quarréz requis: Il faudra puis apres diviser 16 en deux quarréz desquels un chascun d'iceux soit moindre que 10. (comme devant) & plus que 6. (pource que 10 & 6 font 16) soyent donc pris deux quarréz entre 6 & 10, comme 9 &  $\frac{64}{9}$ , dont les racines 3 &  $\frac{8}{3}$ : Puis soit pose l'un des quarréz requis

$$1 \text{ ②}$$

$$\text{Donc l'autre} \quad -1 \text{ ②} + 16$$

Et fingeons que sa racine soit 4 — tant de ① que 1 ① aye sa valeur entre 3 &  $\frac{8}{3}$  soit iceluy  $4 - \frac{18}{3}$  ①, alors 1 ① vaudra  $\frac{480}{169}$  pour le costé d'un des quarréz requis, & partant l'autre sera  $\frac{426}{169}$ ; donc les trois quarréz seront 4,  $\frac{230400}{28561}$ , & l'autre  $\frac{226576}{28561}$ , lesquels un chascun estant soustraiçt de 10; les trois restes seront 6,  $\frac{15210}{28561}$  &  $\frac{62014}{28561}$  pour

pour les trois parties de 10 selon le requis, dont la demonstration est manifeste.

A. GIRARD.

**I** Cy l'auteur requiert un quarré dont la racine soit 4 — quelque nombre de ① pour egaler à  $-1 \textcircled{2} + 16$ , tellement que la valeur de  $1 \textcircled{1}$  soit entre 3 &  $\frac{8}{3}$ , ce qui n'est pas si aisé qu'intelligible, & pour résoudre cecy soit A, le nombre des ① à sçavoir 4 — A ① la racine du quarré requis, son quarré sera Aq ② — A8 ① + 16 egal à  $-1 \textcircled{2} + 16$ ; osons de chaque costé 16; & adjouons A8 ①, & 1 ②; & le tout divisé par 1 ① puis encor par Aq + 1, alors 1 ① vaudra  $\frac{A8}{Aq+1}$ , mais 1 ① est entre 3 &  $\frac{8}{3}$ , donc A sera entre  $\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{4+v7}{4}}$ , c'est en nombres rationaux entre  $\frac{5}{2}$  &  $\frac{7}{3}$  assez pres; & pour avoir incourent un nombre entre iceux, ceste maniere est fort propre d'adjouster les numerateurs, aussi les denominateurs, & viendra  $\frac{12}{3}$ , parquoy la susdicte racine se pourra prendre de 4 —  $\frac{12}{3}$  ① commodement. Autrement par le moyen du triangle rectangle 20, 21, 29, nous en trouverons en semblable qui aura son hypotenuse 4, & les quarrés des deux autres costez seront 16, & seront entre 6 & 10, iceux sont  $7 \frac{11}{12}$ , &  $8 \frac{3}{8}$ . Il y a des triangles rectangles qui ont les costez de l'angle droit, seulement differens de l'unité, & ne serviront pas moins à plusieurs questions suivantes qu'à celle cy, & ont les angles aigus assez pres de 45 degrez, car tant plus les nombres croissent & tant plus pres, je ne mettray qu'un costé de l'angle droit, le plus petit de deux, car l'autre sera aisé à trouver pource qu'il ne l'excede que de 1 seulement.

| le moindre costé faisant l'angle droit | hypotenuse  |
|--|-------------|
| 3                                      | 5           |
| 20                                     | 29          |
| 119                                    | 169         |
| 696                                    | 985         |
| 4059                                   | 5741        |
| 23660                                  | 33461       |
| 137903                                 | 195025      |
| 803760                                 | 1136689     |
| 4684659                                | 6625109     |
| 27304196                               | 38613965    |
| 159140519                              | 225058681   |
| 927538920                              | 1311738121  |
| 5406093003                             | 7645370045  |
| 31509019000                            | 44560482149 |

QUESTION XVII.

**D**ivisons 10, en quatre nombres, tels que la somme de chaque trois d'iceux soit un nombre quarré.

CONSTRUCTION.

Puis que les trois nombres (commenceant par le premier & les deux suivans) font un quarré: Il se trouvera quatre tels quarrés; & les quatre y seront trois fois comprins. Parquoy il faudra diviser 30 en quatre quarrés dont chacun soit moindre que 10, ce qui se pourra résoudre comme s'ensuit. Si on rapporte l'equation au  $\frac{1}{4}$  dudit 30 qui est  $7 \frac{1}{2}$  comme on a fait aux questions precedentes, & ayant trouvé les quatre quarrés, & ostez chacun de 10, on trouvera les parties de 10 requises: Voyla une maniere, mais si par cas fortuit on s'advifast que 30 fust composé des quatre quarrés 16, 9, 4, & 1, on pourroit choisir deux d'iceux qui sont moins que 10, comme 4 & 9: pour satis-

faire en partie à la question, alors il restera encor 17 à diviser en deux quarrés (comme nous avons démontré cy devant) tels que l'un soit plus que  $8 \frac{1}{2}$  & moins que 10; car ils doivent tous estre en particulier moins que 10: ce qu'ayant fait on les otera de 10, alors on aura les autres parties de 10; comme par ces deux quarrés choisis 4 & 9 nous trouverons les nombres 6 & 1 ainsi se fera des autres.

A. GIRARD.

**L'**auteur montre que deux chemins pour résoudre ceste question; quant au  $7 \frac{1}{2}$  n'estant point quarré on prendra en son lieu  $7 \frac{2}{4}$  quarré, sa racine  $\frac{17}{4}$ , d'avantage 30, se divise en quatre quarrés, 16, 9, 4, 1; leurs racines, 4, 3, 2, 1, lesquels il faut adogaler à  $\frac{17}{4}$ ; en prenant 1 ① pour  $\frac{1}{4}$ ; alors les quatre racines seront  $-5 \textcircled{1} + 4$ ;  $-1 \textcircled{1} + 3$ ;  $3 \textcircled{1} + 2$ ; &  $7 \textcircled{1} + 1$ ; la somme de leurs quarrés est  $84 \textcircled{2} - 20 \textcircled{1} + 30$  egal à 30, & 1 ① vaudra  $\frac{5}{21}$ ; les quatre racines estant trouvez, puis leurs quarrés, lesquels estans un chacun soustraict de 10, on aura les quatre nombres requis  $\frac{1247}{441}$ ,  $\frac{1161}{441}$ ,  $\frac{1046}{441}$ ,  $\frac{929}{441}$ : Quant à l'autre maniere, on peut prendre 9 & 4 pour deux des quarrés requis, & restera à partir 17 en deux quarrés lesquels il faut adogaler à la moitié de 17 ou à un quarré tresprochain d'iceluy  $8 \frac{7}{14}$ , sa racine est  $\frac{17}{2}$ ; & 4, 1, sont racines des quarrés faisant ensemble 17; & ces mesmes 4, 1, faut adogaler à  $\frac{17}{2}$  en prenant 1 ① pour  $\frac{1}{2}$ , & les racines seront  $-13 \textcircled{1} + 4$  &  $23 \textcircled{1} + 1$ ; la somme de leurs quarrés egale à 17 & 1 ① vaudra  $\frac{29}{345}$ , mais il faut noter qu'on n'est point si fort assubjecti à  $-13 \textcircled{1} + 4$  &  $23 \textcircled{1} + 1$ , car on peut bien prendre plus ou moins comme  $-12 \textcircled{1} + 4$  &  $20 \textcircled{1} + 1$ , alors les quatre nombres seront (apres avoir esté chaque quarré de 10)  $\frac{681}{288}$ ,  $\frac{186}{288}$ , 1, 6, dont la demonstration est manifeste, & en ceste dernière cy la 1 ① ne vaut que  $\frac{29}{345}$  qui est une fraction plus aisée que  $\frac{29}{345}$ .

QUESTION XVIII.

**T**rouvons trois nombres tels, que si on adjouste un chacun d'iceux (quel il puisse estre) au cube de leur somme l'aggrégat soit nombre cube.

CONSTRUCTION.

Soit pour la somme des trois nombres requis 10  
 Son cube sera 10  
 Alors les trois nombres requis seront 7 ③ 26 ③ & 63 ③  
 Car si à chacun d'iceux l'on adiouste 1 ③ qui est le cube de 1 ① (la somme d'iceux,) il viendra un nombre cubique, il reste seulement qu'iceux trois ensemble soyent egaux à 1 ①; parquoy 96 ③ seront egaux à 1 ① & 1 ③ vaudra  $\sqrt{\frac{1}{96}}$ ; lequel estant radical, ne satisfait pas totalement si bien à mon dessein qu'aux conditions requises, car je desire que ce soyent nombres absoluz, la cause est que 96 n'est nombre quarré; or il est la somme de trois nombres cubes (si un chacun avoit une unité d'avantage,) parquoy la question est réduite en une autre qui est, qu'il faut trouver trois nombres tels que si on adiouste l'unité à un chacun d'eux, alors ils soyent cubes; & aussi que la somme d'iceux nombres face un nombre quarré.

Soit le costé du premier cube 1 ① + 1  
 Er du second - 1 ① + 2  
 Et du troisieme 2  
 Leurs cubes seront 1 ③ + 3 ③ + 3 ③ + 1  
 Et - 1 ③ + 6 ③ - 12 ③ + 8  
 Et aussi 0

Or si on oste l'unité d'un chascun d'iceux on aura les trois nombres, dont la somme est

$$9 \textcircled{2} - 9 \textcircled{1} + 14$$

Egale à un carré dont la racine soit 3  $\textcircled{1} - 4$ ; son carré est

$$9 \textcircled{2} - 24 \textcircled{1} + 16$$

Et  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{2}{3}$ , quoy fait les trois nombres de ceste seconde proposition seront propres pour les positions de la premiere, soit donc le premier

$$\frac{1538}{3375} \textcircled{3}$$

Le second

$$\frac{18377}{3375} \textcircled{3}$$

Et le troisieme

$$7 \textcircled{3}$$

Soit aussi leur somme posée comme devant

$$1 \textcircled{1}$$

Egale à leur somme

$$\frac{43740}{3375} \textcircled{3}$$

Et  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{1}{8}$ .

Je di, que les trois nombres requis seront trois nombres rompuz; dont la commune denomination est 157464, & les trois numerateurs sont 1538, 18577, & 23625. *Demonstration.* Leur somme est  $\frac{1}{8}$ , son cube  $\frac{125}{512}$ , lequel estant adjousté à un chascun des nombres requis, les sommes seront cubes, dont les costez sont  $\frac{17}{34}$ ,  $\frac{28}{34}$ , &  $\frac{30}{34}$ . Ce qu'il falloit demonstrier.

QUESTION XIX.

**T**rouvons trois nombres, desquels si un tel que l'on voudra d'iceux est osté du cube de leur somme, que la reste soit cube.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des trois nombres requis  $1 \textcircled{1}$  & iceux foyent  $\frac{7}{8} \textcircled{3}$ ,  $\frac{26}{27} \textcircled{3}$  &  $\frac{62}{64} \textcircled{3}$ ; il reste que leur somme soit egale à  $1 \textcircled{1}$ ; &  $\frac{4877}{1728} \textcircled{2}$  sera egal à 1: mais 1 est nombre carré, partant  $\frac{4877}{1728}$  devoit aussi estre carré; d'ou procede-il? c'est que trois cubes  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{27}$ ,  $\frac{1}{64}$  ont estez soubstraiets de trois unitez; lesquels cubes un chascun est moindre que l'unité. Nous en sommes là doncques, qu'il faut trouver trois cubes dont un chascun soit moindre que l'unité, & leur somme soubstraiete de 3 le reste soit nombre carré. Et pource que nous voulons avoir un chascun cube moindre que l'unité, si l'on les prenoit tous trois ensemble moindres que l'unité, il est certain qu'un chascun seroit de tant plus moindre que l'unité, tellement que le carré restant sera maieur au nombre binaire. Soit ce carré restant  $2 \frac{1}{4}$ , parquoy  $\frac{3}{4}$  fera la somme des trois cubes, donc divisons  $\frac{3}{4}$  en trois cubes, & pour mieux faire prenons  $\frac{3}{4}$  en plus grand denominateur qui soit cubique, & soit  $\frac{162}{216}$ , partant il faudra diviser 162 en trois nombres cubiques. Or 162 est egal à 125 cube, & 37 divisible en deux cubes (pource qu'il est interval de deux cubes 64 & 27.) Il faut donc diviser 37 en deux cubes; soit  $1 \textcircled{1} - 3$  le costé de l'un d'iceux, iceluy cube sera  $1 \textcircled{3} - 9 \textcircled{2} + 27 \textcircled{1} - 27$ . pour trouver l'autre cube, posez le costé estre 4 — autant de  $\textcircled{1}$  que le cube aye ceste note — 27  $\textcircled{1}$  afin qu'en l'adjoustant avec le susdict cube les  $\textcircled{1}$  s'evanouissent, & pour trouver cela prenons le cube de 4 —  $1 \textcircled{1}$  viendra —  $1 \textcircled{3} + 12 \textcircled{2} - 48 \textcircled{1} + 64$ ; alors divisez 27  $\textcircled{1}$  par 48  $\textcircled{1}$  viendra  $\frac{9}{16}$  pour le nombre des  $\textcircled{1}$  requis: finalement  $4 - \frac{9}{16} \textcircled{1}$  sera l'autre costé du cube; & son cube qui est  $\frac{729}{4096} \textcircled{3} + \frac{243}{64} \textcircled{2} - 27 \textcircled{1} + 64$  adjousté avec l'autre feront ensemble  $\frac{3167}{4096} \textcircled{3} - \frac{333}{64} \textcircled{2} + 37$  egales à 37, & partant  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{21312}{4096}$ ; alors les deux cubes seront  $\frac{1409071386931}{38170631863}$  &  $\frac{332671792000}{38170631863}$  parties integrantes de 37, (dont leurs racines sont  $\frac{11211}{3367}$  &  $\frac{1480}{3367}$ ;) lesquelles adjoustez à l'autre cube 125 viendra 162 selon le requis, or ces trois cubes sont numerateurs de fractions, dont 216 est denominateur: lesquels ensembles vallent  $\frac{3}{4}$ , & soubstraiets de 3 restera  $2 \frac{1}{4}$  nombre carré, selon ce qui estoit requis. & pour ne parler de fraction

de fractions, les susdicts estants soubstraiets chascun de l'unité restera  $\frac{6835784893477}{8244836482408}$ , &  $\frac{8241614690408}{8244836482408}$  &  $\frac{91}{216}$ , lesquelles sont propres à faire la position des le commencement mise, leur applicquants,  $\textcircled{3}$ ; ensuiv estants ostez de  $1 \textcircled{3}$  (cube supposé de leur somme) les trois restes seront cubes; & suffira de comparer leur somme à  $1 \textcircled{1}$  (car  $1 \textcircled{1}$  est supposée estre leur somme) or leur somme est  $2 - \frac{1}{4} \textcircled{3}$  laquelle sera egale à  $1 \textcircled{1}$ ; partant  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{2}{3}$ , & autant sera la somme des nombres requis, lesquels seront  $\frac{8241614690408}{278263911878127}$  &  $\frac{6835784893477}{278263911878127}$ , &  $\frac{91}{729}$ , lesquels si selon la question sont ostez du cube de leur somme  $\frac{8}{27}$ , les trois restes seront cubes.

A. GIRARD.

**D**iophante, comme les interpretes le disent aussi, est tellement obscur en ce lieu qu'ils confessent n'y entendre rien mesme. le Sieur Gaspar Bachet dit (comme il se peut voir en la page 324 lin. 29. de son livre) que la suivante proposition luy est incogneue, à sçavoir:

Estans proposez deux cubes quelconques sans determinaison aucune, partir leur Interval en deux autres cubes.

Le plus petit des deux cubes donnez est plus ou moins de necessite que le moitié du maieur: si iceluy est plus que ladite moitié, alors il n'en faudra que trouver deux autres en leur place par la suivante.

Estans proposez deux cubes, trouver deux autres cubes de mesme interval que les donnez: mais il faut que le moindre cube donné soit plus que la moitié de l'autre.

Soyent B, M, nombres dont le cube de moindre soit plus que la moitié de l'autre. les costez des cubes requis sont ceux cy.

$$\frac{B \sqrt{M \text{ cub.} - B \text{ cub.}}}{B \text{ cub.} + M \text{ cub.}} \quad \& \quad \frac{M \sqrt{B \text{ cub.} - M \text{ cub.}}}{B \text{ cub.} + M \text{ cub.}}$$

Que si il advenoit que le moindre cube soit encor plus que la moitié du maieur, alors au lieu de ceux la on en cherchoit des autres par ceste mesme reigle; mais l'estime qu'il sera moins que la moitié; finalement si le moindre cube donné, est moins que la  $\frac{1}{2}$  du maieur cube, on fera alors la premiere proposition comme s'ensuit, soit M cub. moindre que la moitié de B cub. alors les racines des cubes seront ceux qui s'ensuivent, à sçavoir la racine d'un des cubes requis sera  $\frac{F \text{ in } (B \text{ cub.} - M \text{ cub.})}{F \text{ cub.} + M \text{ cub.}}$ . & racine de l'autre cube sera  $\frac{M \text{ in } (B \text{ cub.} - M \text{ cub.})}{F \text{ c. p.} + M \text{ cub.}}$ . tellement que s'il estoit requis comme dessus de partir 37 (interval ou difference de deux cubes 64 & 27) en deux cubes, on les trouveroit par ces deux figures premises, à sçavoir  $\frac{64000}{753571}$ , &  $\frac{27818127}{753571}$ ; dont leurs racines sont  $\frac{40}{91}$  &  $\frac{303}{91}$  ce qui est plus aisé que cy dessus & en nombres plus petits: Notez aussi qu'il y a plusieurs pairs de cubes qui ont les intervals egaux, à fin qu'il ne semble à quelqu'un qu'il n'y en ait que deux paires, car par exemple les cubes de 12 & 10, de 9 & 1, de  $\frac{244}{37}$  &  $\frac{930}{37}$ , de  $\frac{3070}{341}$  &  $\frac{403}{341}$  ont l'interval de 728, & ainsi à l'infini. Item 8 & 6 sont racines de cubes ayans leurs sommes aussi 728. Mais quant à ce que le Sieur Bachet dit qu'il ne voit pas la raison pourquoy nostre Autheur prend plustost  $2 \frac{1}{4}$  que non pas  $2 \frac{7}{9}$  ou quelque autre: le respond que  $\frac{2}{9}$  (l'excès de 3 sur le  $2 \frac{7}{9}$ ) se peut pareillement diviser en trois cubes veu qu'il fait  $\frac{16}{729}$ , or 162 se divise comme dessus en trois cubes &c. & ainsi en une infinité d'autres. Mais

pour mieux amplifier ceste matiere soit pris (au lieu de  $2\frac{1}{4}$ )  $2\frac{2}{3}$  qui est aussi n<sup>o</sup>bre quarré, l'excès de 3 sur iceluy est  $\frac{1}{3}$  ou  $\frac{4}{12}$ , le mesme se divise en trois cubes  $\frac{2}{1000}, \frac{2}{1000}, \frac{2}{1000}$ , parquoy les mesmes ostez de l'unité, & applicques à ③, viendra  $\frac{7}{1000}$  ③,  $\frac{7}{1000}$  ③,  $\frac{9}{1000}$  ③, avec lesquels on recommencera l'operation; & 1 ① vaudra  $\frac{5}{8}$ ; parquoy  $\frac{4}{8}, \frac{4}{8}$  &  $\frac{6}{8}$  seront les trois nombres requis; dont la demonstration est manifeste.

QUESTION XX.

**T**rouver trois nombres tels, que si le cube de leur somme est soustrait d'un chacun d'iceux les restes soient nombres cubes.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des trois nombres requis 1 ①  
Et les trois nombres soient 2 ③, 9 ③, 28 ③, Il reste seulement que leur somme 39 ③ soit egale à 1 ①, & 39 ② vaudront 1; Que si 39 fust nombre quarré la question seroit soudée, ce qui n'estant ainsi, 39 estant la somme de trois cubes & du nombre ternaire: Il faudra trouver trois nombres cubes, dont la somme d'iceux augmentée du nombre ternaire soit nombre quarré. A c'est effect soit autrefois, 1 ① le costé du premier cube, le costé du second — ① + 3, & le costé du troisieme, nombre quelconque 1, la somme de leurs cubes augmentée de 3 sera 9 ② — 27 ① + 31 egale au quarré de 3 ① — 7, à fin d'avoir convenable egalité, & 1 ① vaudra  $\frac{6}{5}$ , qui sera le costé du premier cube, &  $\frac{9}{5}, 1$ , les costez des deux autres; & pour revenir à la premiere position, soit adjousté 1 à chacun cube, & poserons iceux au lieu des 2 ③, 9 ③ & 28 ③, & alors 1 ① vaudra  $\frac{1}{17}$ , & le reste est manifeste, car les trois nombres requis sont fractions, dont les numerateurs sont 341, 854, 250, & le commun denominateur est 4913; leur somme est  $\frac{1}{17}$ , du cube duquel si on soustrait les trois nombres susdicts, les trois restes seront cubes veu que leurs racines seront 6, 9, 5 dixseptiesmes.

QUESTION XXI.

**T**rouver trois nombres dont la somme soit nombre quarré, & tels que si au cube de ladite somme l'on adjoust un chacun d'iceux les trois sommes soient nombres quarez.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des trois nombres requis un quarré comme 1 ②  
Et le premier d'iceux 3 ③  
Le second 8 ③  
Et le troisieme 15 ③

Car au cube de leur somme estant adjousté l'un d'iceux viendra un quarré. Il reste seulement que leur somme qui est 26 ④ soit egale à leur presupposée somme 1 ②, alors 26 ④ seront egales à 1. mais 26 n'estant pas tel que l'on en puisse tirer la racine de quarte quantité, comme on la peut extraire de 1, il ne satisfera pas à la question; Il est la somme de trois nombres auxquels si on adjoustoit l'unité ils seroyent quarez. Il faut doncques trouver trois nombres un chacun de l'unité moins, qu'un quarré, & que leur somme soit nombre quarré-quarré.

Soyent iceux trois nombres 1 ④ — 2 ②, 1 ② + 2 ①, & 1 ② — 2 ①. car si à l'un d'iceux est adjousté 1, il sera quarré: & si leur somme est nombre quarré-quarré; Tellement que la question est soudée en nombre indefinis; posons que 1 ① soit 3 (car il est licite de choisir) ces trois la seront 63, 15, 3, & par les mesmes recommençons l'operation, & posons que la somme des trois soit comme devant  
Et le premier requis 1 ②  
63 ③

Le second 15 ③  
Et le troisieme 3 ③  
Leur somme (à sçavoir des trois) 81 ③

Egale à 1 ②, & 1 ① vaudra  $\frac{1}{3}$ . Je dis que  $\frac{63}{729}, \frac{15}{729}$  &  $\frac{3}{729}$  seront les trois nombres requis. *Demonstration.* Leur somme est  $\frac{1}{9}$  nombre quarré, Item le cube de ladite somme est  $\frac{1}{729}$ ; lequel adjousté à un chacun d'iceux, viendra  $\frac{64}{729}, \frac{16}{729}$  &  $\frac{4}{729}$  trois nombres quarez, car les racines d'iceux sont  $\frac{4}{27}, \frac{2}{27}$  &  $\frac{2}{27}$  selon la question.

QUESTION XXII.

**L'**Exemplaire est extremement despravé en ce lieu, & est aisé à juger qu'il y a trois questions perdues, comme aussi le Sieur Bachet l'a bien remarqué, tellement qu'il est plus expediet de la resoudre selon qu'il semble que Diophante a fait autrefois, que non pas de s'arrester à l'Imperfection du Texte.

Partons 2 en trois parties, telles, qu'une chacune ostée de 8 (cube de 2) le reste soit quarré.

CONSTRUCTION.

Chaque partie (estant moindre que 2) soustraitte de 8, le reste sera plus que 6, & moindre que 8. D'avantage les trois quarez restans feront ensemble 22; car on oste les trois parties qui ne sont que 2, de trois fois 8. Ce qui estant ainsi, il faudra diviser 22 en trois quarez, un chacun plus que 6 & moindre que 8. cest à dire trespres du tiers de 22, qui est  $7\frac{1}{3}$  ou bien de  $7\frac{18}{49}$  n<sup>o</sup>bre quarré tresprochain d'iceluy, ayant la racine  $\frac{19}{7}$ , de laquelle faut trouver trois nombres bien peu differens, dont la somme des quarez soit 22; or puis que 22 se divise naturellement en trois quarez de 3, 3, 2, nous poserons les racines 3 — 2 ①; 3 — 2 ①; 2 + 5 ①; & egalurons la somme de leurs quarez 33 ② — 4 ① + 22 à 22, alors 1 ① vaudra  $\frac{4}{3}$ , & les quarez seront ces numerateurs 8281, 8281, 7396, dont 1089 est commun denomin. lesquels soustraitts de 8 on aura les trois nombres requis, parties integrantes de 2, à sçavoir 431, 431, & 1316, en mesme denomination que dessus 1089. dont la demonstration est tresmanifeste.

QUESTION XXIII.

**D**iviser la partie d'un entier donnée en trois parties telles, que si d'une chacune l'on oste le cube de leur somme, les trois restes soient quarez.

CONSTRUCTION.

Soit  $\frac{1}{4}$  la partie, ou rompu donné lequel il faut diviser selon le requis, tellement que si on oste  $\frac{1}{64}$  de chacune d'icelles, un chacun reste soit quarré. Mais les restes ensemble, seront autant que si on ostoit trois fois  $\frac{1}{64}$  (c'est  $\frac{3}{64}$ ) de  $\frac{1}{4}$ : donc les restes seront ensemble  $\frac{13}{64}$ , lequel il faut diviser en trois quarez, & quand on les aura trouvez, il faudra adjouster  $\frac{1}{64}$  à chacun, on aura les trois n<sup>o</sup>bres requis, ce qui est tresfacil, veu que 64 estant quarré il ne faudra que diviser 13 en deux quarez 9 & 4 puis 4 encor en deux quarez  $\frac{3}{2}$  &  $\frac{6}{2}$ , & a ces trois quarez estant adjousté  $\frac{1}{64}$  on aura trois fractions 250, 61, 89 de commun denominateur 1600, pour les trois parties requises de  $\frac{1}{4}$ .

QUESTION XXIV.

**T**rouver trois quarez, ainsi qu'à leur solide adjoustant quel qu'un que ce soit d'iceux, la somme soit nombre quarré.

Solide est le produit de trois nombres. Translation de mot à mot.

CON-

CONSTRUCTION.

Soit le solide des trois nombres quarréz requis 1 ②  
 Puis soyent trouvez trois quarréz auxquels adjouste  
 l'unité facent nombres quarréz, ce qui se peut faire par  
 le moyen des triangles rectangles dissemblables. Car di-  
 visant le quarré d'un des costez qui fait l'angle droit,  
 par le quarré de l'autre, le quotient sera tel qu'on le re-  
 quiert. Partant apres en avoir trouvé trois tels quarréz,  
 & leurs applicquant ②, on aura l'un

L'autre  $\frac{9}{25}$  ②  
 Et le troisieme  $\frac{144}{125}$  ②

Car si à l'un d'iceux on adjouste 1 ② (premier en l'or-  
 dre) la somme fera un quarré. Reste seulement que leur  
 solide  $\frac{14400}{178400}$  ⑥ soit egal à 1 ②; finalement viendra  
 $\frac{14400}{178400}$  ④ egal à 1, & l'une racine sera egale à l'autre c'est  
 à sçavoir  $\frac{120}{720}$  ② egal à 1, mais si  $\frac{120}{720}$  ② fust quarré, la  
 question seroit soudée, Ce qui n'estant pas ainsi, nous en  
 sommes venus là, qu'il faut trouver trois triangles rec-  
 tangles, ainsi que le solide des perpendiculaires multi-  
 plié par le solide des bases, le produit soit quarré; (le  
 texte est icy mutilé) dont le costé soit le produit de la per-  
 pendiculaire & base d'un triangle rectangle.

Et si on divise le tout par le produit des costez qui  
 font l'angle droit du triangle trouvé, le quotient sera un  
 produit des costez qui font l'angle droit du second  
 triangle, multiplié par le produit des costez qui font  
 l'angle droit de l'autre triangle. Et si l'un d'iceux est posé  
 estre 3, 4, 5, Nous en sommes venus la qu'il faut trouver  
 deux triangles rectangles tels, que le produit des co-  
 stez qui font l'angle droit, multipliez par les costez fai-  
 sans l'angle droit soit 12 ①; Et l'aire de l'aire 12, si 12 &  
 3; Ce qui est facile & semblable à cestuy-cy, 9, 40, 41,  
 l'autre 5, 12, 13; Et ayant ainsi les trois triangles rectan-  
 gles, nous recommencerons autrefois l'operation. Et  
 poserons les trois quarréz requis, l'un 9, l'autre 25 & le  
 troisieme 81, & si leur solide est egalé à 1 ②, alors 1 ①  
 sera rationnelle. Parquoy les positions vaudront \* \* \* \*

A. GIRARD.

Pour donner à entendre la solution de ceste question, je diray  
 premierement comment il faut trouver un triangle rectangle  
 de quelques deux nombres donnez que ce soit, soyent donnez 2 & 3;  
 il faut former un triangle rectangle tiré de ces nombres; la somme  
 des quarréz 13 est pour l'hypothense; la difference des quarréz 5  
 est pour un costé faisant l'angle droit, & le double produit est  
 pour l'autre, qui est une reigle generale tres-necessaire.

Il est necessaire de sçavoir aussi que si deux nombres se divisant  
 font un quarré aussi en se multipliant feront un quarré. Or il  
 falloit trouver trois triangles rectangles que le solide de leurs per-  
 pendiculaires estant divisé par le solide des bases le quotient soit  
 quarré; partant ce n'est pas mal à point que au lieu de diviser l'au-  
 theur parle de multiplier en cest endroit, comme il fera encor en  
 la 32. question suivante. Et pour trouver iceux triangles soit  
 prins un triangle rectangle tel qu'on veut soit 3, 4, 5; & des deux  
 nombres 5, 4, aussi 5 & 3; soyent formez deux autres triangles  
 rectangles comme nous avons dict, tellement que les double-pro-  
 duits soyent pour les bases à sçavoir 30 & 40; mais quand au  
 premier triangle il n'importe; & aurez ainsi les trois triangles  
 requis, 3, 4, 5, & 9, 40, 41, & 16, 30, 34: avec lesquels on fera  
 le commencement de ceste question. Je diray encor que le pro-  
 duit des bases, (des 3 triangles construit comme dessus) est au  
 produit des perpendiculaires comme quatre fois le quarré de  
 l'hypotenuse du premier triangle, au quarré de sa perpendiculai-  
 re. Quant au texte il est tellement embrouillé & corrompu  
 qu'on ne sçaurroit paraphraser les reliques, si aisement que l'on  
 diroit bien, neantmoins cela sera reservé pour ceux qui ont plus  
 de loisir.

QUESTION XXV.

Trouver trois quarréz, tels que si de leur solide on oste un  
 chascun d'iceux les restes soyent quarréz.

CONSTRUCTION.

Soit le produit des trois (ou leur solide) 1 ②

Et soyent trouvez les quarréz requis, par les trian-  
 gles rectangles, l'un de  $\frac{16}{25}$ , l'autre de  $\frac{25}{169}$ , & le troisiem-  
 me de  $\frac{64}{289}$ , donnant à un chascun le quantité ③; Quoy  
 fait si on les soustraicts particulièrement de 1 ②, les  
 restes seront quarréz, & restera à esgaler seulement leur  
 solide qui est  $\frac{25600}{1221025}$  ⑥ à 1 ②; que si on divise l'un &  
 l'autre par 1 ② alors on trouvera que  $\frac{25600}{1221025}$  ④ seront  
 egales à 1; mais l'unité est telle que l'on en peut extrai-  
 re la racine de quarte quantité ce qu'on ne peut faire  
 de l'autre. Parquoy nous en sommes la qu'il faudra  
 trouver trois triangles rectangles tels que le solide des  
 bases au solide des hypotenuses soit comme nombre  
 quarré à nombre quarré. (Et pource que le texte est corrup-  
 pu nous poursuivrons le reste selon qu'il devroit estre restitué)  
 soit à cest effect 3, 4, 5, un triangle rectangle tel que le  
 double de la base soit maieur à la perpendiculaire, & soit  
 formé un triangle rectangle de 3 (qui est perpend. sus-  
 nommée) & de 8 (qui est le double de la base) ce qui se  
 fera selon qu'il a esté enseigné en la precedente note,  
 & viendra 55, 48, 73 pour le deuxiesme triangle, & 48  
 soit base; & pour le troisieme, soit pour l'hypotenuse  
 le produit des autres hypotenuses 365, & la base soit  
 le produit des deux bases moins le produit des deux  
 perpend. & la perpend. soit la somme de deux produits  
 des perpend. & base alternativement, & viendra 364,  
 27, 365 le troisieme triangle, & 27 base; & ceux cy sa-  
 tisferont au requis comme aussi, 4, 3, 5; 5, 12, 13, & 63,  
 16, 65, lesquels nous prendrons comme estans plus pe-  
 tits nombres, & divisant les quarréz des bases par les  
 quarréz des hypotenuses, nous aurons trois quarréz  
 avec lesquels nous recommencerons autresfois l'opera-  
 tion y applicquant ③ ainsi: soit 1 ② le produit ou soli-  
 de des trois quarréz; & les trois quarréz soyent  $\frac{9}{25}$  ②,  
 $\frac{144}{169}$  ②,  $\frac{256}{4225}$  ②. Car si chascun d'iceux est osté de 1 ②  
 resteront quarréz, puis apres leur solide  $\frac{331776}{17830625}$  ⑥  
 est egal à 1 ②; à sçavoir  $\frac{331776}{17830625}$  ④ egal à 1, & par-  
 tant  $\frac{25}{65}$  ① vaudront 1, c'est que 1 ① vaudra  $\frac{65}{25}$ ; parquoy  
 les trois quarréz requis seront  $\frac{164}{64}$ ,  $\frac{25}{4}$  &  $\frac{4}{9}$ , dont la de-  
 monstration est manifeste.

QUESTION XXVI.

Translatée de mot à mot.

Trouvons trois quarréz, tels que leur solide soustraict d'un  
 chascun d'iceux les restes soyent quarréz.

CONSTRUCTION.

Soit derechef leur solide 1 ②; & iceux se trouve-  
 ront par le moyen des triangles rectangles. Et de là  
 on reviendra en des accidens pareils aux precedentes:  
 Si donc en la presente l'on s'aide des memes rectan-  
 gles, & que nous posions les quarréz requis \* l'un 25 ②  
 l'autre 625 ② & le troisieme 14784 ②. Car leur solide  
 osté d'un chascun d'iceux fait un quarré. Il reste seule-  
 ment que leur solide soit egal à 1 ②. & se trouve que 1  
 ① est maieur à 8, & est notoire. \*

QUESTION XXVII.

Trouvons trois quarréz, tels que si au produit de chascun deux  
 l'on y adjouste l'unité la somme soit nombre quarré.

CONSTRUCTION.

Pource que je cherche qu'au produit des deux pre-  
 miers adjouste l'unité la somme soit quarrée, si on la

multiplié par le troisieme qui est nombre quarré, le produit sera encor quarré. C'est autant que si l'on disoit que le produit (ou solide) des trois avec le troisieme face quarré; & ainsi avec le premier & second. Ce qu'avons démontré cy dessus (assavoir en la 24 question.) Donc les mesmes nombres foudent aussi ceste question.

## QUESTION XXVIII.

**T**rouvons trois quarez, ainsi que si l'on sousttraict l'unité du produit de chaque deux, le reste soit quarré.

## CONSTRUCTION.

Multiplions le tout par le troisieme, donc si du produit ou solide des trois, l'on sousttraict le troisieme, le reste sera quarré; & du mesme solide si on en oste le premier ou second le reste sera semblablement quarré. Ce qui a esté démontré cy dessus (en la 25.) Parquoy ces nombres là satisferont ceste question.

## QUESTION XXIX.

**T**rouvons trois quarez, tels que si l'on sousttraict le produit de chaque deux de l'unité, le reste soit quarré.

## CONSTRUCTION.

Derechef si on multiplie le tout par le restant on en reviendra là qu'il faut trouver trois nombres, tels que si on oste leur solide de quelqu'un d'iceux quel il soit, le reste soit quarré. C'cy a esté démontré. (en la 26<sup>e</sup> quest.)

## QUESTION XXX.

**T**rouver trois quarez, tels qu'à la somme de chaque deux adjousté 15, la somme soit aussi quarré.

## CONSTRUCTION.

Soit l'un d'iceux quarré 9.  
Il faut trouver donc les deux autres quarez tels que chacun d'iceux avec 24 face quarré. & eux deux + 15 facent, quarré. Trouvons donc deux quarez, ainsi qu'à un chacun adjousté 24 face nombre quarré. Prenons des nombres qui mesurent 24. & qu'iceux soyent les costez, qui font l'angle droit d'un triangle rectangle. soit selon  $\frac{4}{10}$ , l'opposite sera 6 ①; leurs moitiés sont  $\frac{2}{10}$  & 3 ①; soit derechef (pour en avoir encor deux autres) selon  $\frac{3}{10}$ , l'opposite sera 8 ①; & les moitiés d'iceux sont  $\frac{3}{10}$  & 4 ①. Partant soit l'un costé du quarré, l'interval entre  $\frac{2}{10}$  & 3 ①; & soit l'autre costé, l'interval entre  $\frac{3}{10}$  & 4 ①. Car à chacun d'iceux quarez adjousté 24 la somme sera un quarré; Il reste seulement qu'iceux ensemble adjoustez a 15 facent quarré; Mais c'est 25 ② — 9 +  $\frac{25}{10}$ , le mesme sera egal à un quarré, & soit à 25 ③; alors 1 ① vaudra  $\frac{5}{6}$ . Partant les trois quarez requis seront 9,  $\frac{1}{10}$ , &  $\frac{129}{25}$ ; dont la demonstration est manifeste.

## QUESTION XXXI.

**T**rouver trois quarez, tels que si de la somme de deux quelconques d'iceux l'on oste 13 le reste soit quarré.

## CONSTRUCTION.

Soit 25 l'un des quarez requis; Il en faudra trouver deux autres, tellement qu'un chacun d'iceux avec 12 face quarré, mais d'iceux deux ensemble osté 13, le reste soit quarré. Soyent 3, 4, les deux costez faisans l'angle droit d'un triangle, & avec un chacun d'iceux soyent pris des opposites (selon la precedente produifans 12,) & pris la moitié, Alors le premier costé sera de l'interval qui est entre  $\frac{3}{2}$  ① &  $\frac{5}{10}$ ; & l'autre costé de l'interval entre 2 ① &  $\frac{3}{10}$ . Car si à chacun quarré on adjousté 12 la somme sera quarré. Reste que de leur somme si on oste 13 le reste soit quarré, parquoy  $6\frac{1}{4}$  ② — 25 +  $\frac{25}{4}$  sera egal à un quarré, soit à  $\frac{5}{4}$ , alors 1 ① vaudra 2; & les trois quarez requis seront, 25, 4, &  $10\frac{9}{16}$ , lesquels sont tels

que si on oste 13 de la somme de chaque deux les restes seront quarez, selon le requis.

## QUESTION XXXII.

**T**rouver trois quarez, tels que la somme de leurs quarez soit quarré.

Notez que c'est autant que si l'on proposoit trouver trois nombres dont la somme de leurs quarré-quarez soit nombre quarré.

## CONSTRUCTION.

Soit un des nombres quarez requis 1 ②  
Et les deux autres 4. & 9. 1 ④ + 97  
La somme de leurs quarez 1 ④ + 97  
Egal à un quarré, soit iceluy doat 1 ② — 10 est  
le costé, partant iceluy sera 1 ④ — 20 ② + 100  
Et 20 ② vaudront 3; lesquels si leur produit fust quarré la question seroit resoute.

La chose est demenée jusques a là, qu'il faut trouver deux quarez, & un certain nombre, tellement que de son quarré, estans sousttraicts les quarez, des quarez requis en un, le reste soit un nombre qui soit au double dudict certain nombre, comme quarré à nombre quarré. Soyent iceux quarez 1 ②, l'autre 4; & le nombre arbitraire 1 ② + 4, du quarré duquel sousttraicts les quarez des deux autres, restera 8 ② lequel doit estre à 2 ② + 8 (double de l'arbitraire) comme quarré à nombre quarré. Leurs moitiés, 4 ② à 1 ② + 4 seront comme quarré à quarré; mais 4 ② est quarré donc 1 ② + 4 sera egal à un quarré soit iceluy de 1 ① + 1, & 1 ① vaudra  $1\frac{1}{2}$ ; & les nombres quarez requis seront  $2\frac{1}{4}$  & 4; & l'arbitraire  $\frac{25}{4}$ ; lesquels quadruples seront 9, 16, & l'arbitraire 25. Avec lesquels on recommencera l'operation & posérons l'un des nombres quarez requis comme dessus 1 ②  
L'autre 9  
Et le troisieme 16  
La somme de leurs quarez 1 ④ + 337  
Egal au quarré de 1 ② — 25; & 1 ① vaudra  $\frac{1}{3}$ ; le reste est manifeste.

D'icy se forme une reigle, pour resoudre telles questions. Prenez les quarez des costez qui font l'angle droit d'un triangle rectangle, pour deux des nombres quarez requis; Puis divisez leur produit par le quarré de l'hypotenuse & vous aurez le troisieme.

## QUESTION XXXIII.

**V**N quidam fit un meslange de deux sortes de vins, dont l'un luy coustoir 8 sous le pot, l'autre seulement 5, en fin il y avoit du vin pour un certain nombre quarré de sous; tellement qu'au mesme adjoustant encor 60, la somme estoit derechef quarré, la racine duquel estoit la quantité des pots que le meslange contenoit, On demande combien il y avoit de pots des deux sortes de vins, & combien une chacune sorte de vin coustoir.

## CONSTRUCTION.

Soit posé le nombre des pots du meslange 1 ①  
Ergo le pris total sera, 1 ② — 60  
Il reste qu'iceluy soit egalé à quelque quarré dont le costé soit 1 ① — quelque ②; Davantage pource que 1 ① est le nombre des pots meslangez tant de 5 sous que de 8, le pris total (assavoir 1 ② — 60) vaudra plus que 5 ① & moins que 8 ①, & par consequent 1 ① vaudra plus que  $\sqrt{66\frac{1}{4} + 2\frac{1}{2}}$  & moins que  $\sqrt{76 + 4}$ : c'est en nombre rationnaux  $10\frac{127}{200}$ , &  $12\frac{718}{1000}$  & assez pres entre 11 & 12. Il faudra aussi diviser le pris total 1 ② — 60, en deux nombres tels que la  $\frac{1}{4}$  de l'un + la  $\frac{1}{8}$  de l'autre soit 1 ① la somme des pots du meslange qui est entre 11 & 12. Aussi pour trouver le quarré auquel on veut esgaler 1 ② — 60, on en prendra come dict est la racine 1 ①



1 ① — quelque ② soit iceluy A; alors  $\frac{22+60}{2}$  sera egal à 1 ①, cest à dire, qu'il faut trouver un quarré auquel adjousté 60 & divisé par le double de sa racine, le quotient soit entre 11 & 12; & soit iceluy posé 1 ②, donc  $\frac{102+60}{2}$  aura sa valeur entre 11 & 12; c'est à dire que 1 ② + 60 aura sa valeur entre 22 ① & 24 ①, & 1 ① sera entre 19 & 21, (assez pres) soit donc 20, alors on esgalera 1 ② — 60 puis total au quarré de 1 ① — 20 qui est 1 ② — 40 ① + 400, quoy fait 1 ① vaudra 11  $\frac{1}{2}$  pour le nombre des pots du meslange, aussi 1 ② — 60 vaudra 72  $\frac{1}{4}$  pris total, lequel il faut diviser en deux parties telles que la  $\frac{1}{2}$  de la premiere avec la  $\frac{1}{8}$  de l'autre soit 11  $\frac{1}{2}$ . A ceste fin soit 1 ① posée estre la  $\frac{1}{2}$  de la premiere

partie, donc — 1 ① + 11  $\frac{1}{2}$  sera la  $\frac{1}{8}$  de l'autre; alors les parties seront 5 ① & — 8 ① + 92, lesquelles ensemble font — 3 ① + 92 egales à 72  $\frac{1}{4}$ , & 1 ① vaudra  $\frac{22}{4}$  nombre des pots de 5 sous; parquoy  $\frac{22}{4}$  sera le nombre des pots de 8 sous.

Je di, qu'il y a 11  $\frac{1}{2}$  pots de meslange; à sçavoir 7  $\frac{1}{2}$  pots de 5 sous, &  $\frac{22}{4}$  pots à 8 sous. *Demonstration.* Le vin de 5 sous le pot vaut 32  $\frac{1}{2}$  sous, & l'autre de 8, vaut 39  $\frac{1}{2}$  sous, dont la somme est le pris total 72  $\frac{1}{4}$  ou  $\frac{22 \cdot 2}{4}$  qui est quarré, sa racine  $\frac{11}{2}$ . Item si à 72  $\frac{1}{4}$  l'on adjousté 60, viendra 132  $\frac{1}{4}$  ou  $\frac{12 \cdot 2}{4}$  aussi nombre quarré sa racine estant  $\frac{22}{4}$ , ou 11  $\frac{1}{2}$  nombre des pots de vin meslangé desusdict, selon le requis & qu'il falloit demonstrier.

SIXIÈME LIVRE

D'ALGÈBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduit en langue Françoisse & expliqué par ALBERT GIRARD, Samelois.

QUESTION I.

**T**rouvons un triangle rectagle, ainsi que si on oste l'un ou l'autre costé qui fait l'angle droit de l'hypotenuse le reste soit cube.

CONSTRUCTION.

Soit le triangle requis, celuy qui est formé de ces deux nombres, 1 ① & 3; L'hypotenuse sera 1 ② + 9; la perpend. 6 ①, & la base 1 ③ — 9; & de l'hypotenuse estant soustrait l'un des costez à sçavoir 1 ③ — 9 le reste sera 18 qui n'est pas cube. Mais d'ou vient il? c'est le double du quarré de 3; Il faut donc trouver un nombre, que son double quarré soit cube; soit iceluy 1 ① son double quarré est 2 ② egal à un cube soit à 1 ③ alors 1 ① vaudra 2. Je reviens donc à former un triangle de 1 ① & 2 (non pas 3 comme dessus) & l'hypotenuse sera 1 ② + 4 la perpend. 4 ①; la base, 1 ③ — 4; de laquelle hypot. si on en oste la base le reste sera cube 8; il reste que de la mesme hypot. estant soustraitte la perpend. le reste soit cube, à sçavoir 1 ② — 4 ① + 4 egale à un cube, mais le mesme est le quarré de 1 ① — 2; donc si on egalise de ① — 2 à un cube on foudra la question, soit iceluy egal à 8; 1 ① vaudra 10; quoy fait, soit formé un triangle de 10 & 2, alors l'hypotenuse sera 104; la perpend. 40 & la base 96; la demonstration est manifeste.

QUESTION II.

**T**rouver un triangle rectagle, ainsi que l'hypotenuse adjoustée avec l'un des costez restans lequel on voudra, la somme soit cube.

CONSTRUCTION.

Si l'on forme un triangle de deux nombres comme en la precedente, il faudra trouver un quarré dont le double soit cube, iceluy sera le quarré de 2, faisons donc un triangle de 1 ① & de 2; & l'hypotenuse sera 1 ② + 4, l'un des costez faisant l'angle droit 4 ①; & l'autre — 1 ③ + 4. Il reste que l'hypotenuse avec le premier costé face un cube, mais il est necessaire que la valeur de 1 ② soit moindre que 4 c'est à dire 1 ① moindre que 2, (autrement on n'expliqueroit pas — 1 ③ + 4) & comme la precedente 1 ② + 4 ① + 4 estant quarré & egal à un cube, on esgalera sa racine quarrée 1 ① + 2, à un cube, qui soit moindre que 4, pour les mesmes raisons, & plus que 2 puis que 1 ① + 2 est plus que 2; comme est  $\frac{27}{8}$ . ce qu'estant ainsi posons 1 ① + 2 egal à  $\frac{27}{8}$  & 1 ① vaudra  $\frac{17}{8}$ ; parquoy le triangle requis sera  $\frac{13 \cdot 3}{6 \cdot 4}$ ,  $\frac{3 \cdot 5 \cdot 2}{6 \cdot 4}$  &  $\frac{17 \cdot 2}{6 \cdot 4}$ . La demonstration est facile.

QUESTION III.

**T**rouver un triangle rectangle, tel qu'au nombre de son aire estant adjousté le nombre donné 5, la somme soit nombre quarré.

CONSTRUCTION.

Soit posé que le triangle requis soit d'une espece donnée à sçavoir 3 ①, 4 ①, 5 ① alors l'aire + 5 sera 6 ② + 5 egal à un quarré soit iceluy 9 ③ partant 3 ② seront egales à 5, qui devroit estre comme quarré à nombre quarré comme les quantitez le demonstrent. Il faudra donc trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré, tellement que d'iceluy quarré estant soustrait l'aire du triangle, le reste soit la  $\frac{1}{2}$  partie d'un quarré (pource que 5 est donné.) Soit formé un triangle de 1 ① &  $\frac{1}{12}$ , & l'aire sera 1 ② —  $\frac{1}{12}$ , soit pour la racine du quarré requis 1 ① + une fraction de ① de tant d'unittez que le double du nombre donné; c'est  $\frac{10}{12}$ , le quarré sera 1 ③ + 20 +  $\frac{100}{12}$ , duquel estant soustrait l'aire 1 ② —  $\frac{1}{12}$  restera  $\frac{101}{12}$  + 20: dont le quintuple est  $\frac{105}{12}$  + 100 egale à un quarré; le tout multiplié par 1 ③ viendra 100 ② + 505 egales à un quarré, dont le costé soit posé de 10 ① + 5; & 1 ① sera  $\frac{24}{5}$ . Venons aux positions, le triangle se formera de  $\frac{24}{5}$  &  $\frac{3}{24}$ ; & le costé du quarré sera  $\frac{413}{5}$ , tellement qu'à l'aire du triangle estant adjousté 5, on l'egalera à  $\frac{170169}{3600}$  ②, le reste est assez manifeste.

QUESTION IV.

**T**rouver un triangle rectangle tel que si du nombre de son aire est soustrait 6, le reste soit quarré.

CONSTRUCTION.

Soit iceluy triangle posé comme dessus, 3 ①, 4 ①, 5 ①; alors 6 ② — 6 seront egales à un quarré, soit à 4 ③; le tout parachevé. On sera contrainct de trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré tel, qu'estant soustrait de l'aire du triangle, & le reste sextuplé soit un quarré. A cest effect soit formé un triangle de 1 ① & de  $\frac{1}{15}$ . Aussi le costé du quarré requis soit 1 ① — une fraction denommée par ①, ayant pour numerateur la moitié du nombre donné qui sera  $\frac{3}{15}$ ; son quarré (à sçavoir de 1 ① —  $\frac{1}{15}$ ) sera 1 ② — 6 +  $\frac{10}{15}$  lequel estant soustrait de l'aire 1 ② —  $\frac{1}{15}$  restera 6 —  $\frac{10}{15}$  lequel sextuplé & encor multiplié par 1 ② viendra 36 ② — 60 egal à un quarré,

quarré, soit fingé le costé d'iceluy 6 ① → 2 alors 1 ① vaudra  $\frac{8}{3}$ . Ce qu'estant ainsi on reviendra à former le triangle de  $\frac{8}{3}$  &  $\frac{3}{8}$ , & le costé du quarré  $\frac{37}{24}$ , pour recommencer les positions au lieu de celles qui estoient prises à la volée, car le triangle se posera  $\frac{4177}{376}$  ①,  $\frac{4015}{376}$  ①, 2 ①, dont l'aire diminuée du nombre donné 6 fera  $\frac{4015}{376}$  ② — 6 égal au quarré de  $\frac{37}{24}$  ① qui est  $\frac{1326}{367}$  ② & alors 1 ① vaudra  $\frac{8}{3}$ , & sera le triangle rectangle  $\frac{4177}{304}$ ,  $\frac{4015}{304}$ ,  $\frac{16}{7}$ , dont la demonstration est facile.

## QUESTION V.

**T**rouvons un triangle rectangle, tel que le nombre de son aire estant soustrait d'un nombre donné comme de 10 le reste soit quarré.

## CONSTRUCTION.

Soit posé derechef que le triangle rectangle soit 3 ①, 4 ①, 5 ①, alors 10 — 6 ② seront egales à un quarré, parquoy on en reviendra là, qu'il faudra trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré, ainsi que la somme de l'aire d'iceluy triangle & dudict nombre quarré estant multipliée par 10 face quarré. A cest effect soit formé un triangle rectangle de 1 ① &  $\frac{1}{10}$ , & le costé du quarré 5 ① +  $\frac{1}{10}$ , & ainsi le composé de l'aire & du quarré sera 26 ② + 10, lequel decuplé sera 260 ② + 100, égal à un quarré, & pour avoir des plus petits nombres soit divisé les mesmes par 4 (nombre quarré) viendra 65 ② + 25 egales à un quarré dont le costé soit fingé estre 8 ① + 5, & 1 ① vaudra 80; donc on formera le triangle de 8 &  $\frac{1}{8}$  & sera 2 ① 63  $\frac{63}{64}$  ①, 64  $\frac{1}{64}$  ②, & le costé du quarré  $\frac{32001}{80}$  ①, & le reste sera aisé à poursuivre.

## QUESTION VI.

**T**rouvons un triangle rectangle tel qu'au nombre de l'aire d'iceluy y adjousté l'un des costez qui font l'angle droit la somme soit 7.

## CONSTRUCTION.

Soit derechef posé que le triangle soit d'une espee donnée, 3 ①, 4 ②, 5 ①; alors 6 ② + 3 ① seront egales à 7; mais en reduisant ceste equation au quarré de la moitié de 3 (des 3 ①) quand l'on y adjousté 6 fois 7 la somme n'est quarré ce qui seroit toutesfois nécessaire. Parquoy il faut trouver un triangle rectangle tel qu'au quarré de la moitié d'un des costez qui font l'angle droit estant adjousté sept fois l'aire la somme soit quarré. A ceste fin soit 1 ① & 1, les costez qui font l'angle droit, alors 3  $\frac{1}{2}$  ① +  $\frac{1}{4}$  seront egaux à un quarré, toutesfois multiplions le par 4, viendra 14 ① + 1 egales à quarré. D'avantage il faut que le triangle supposé soit rationel parquoy 1 ② + 1 sera égal à un quarré (à sçavoir pour le quarré de l'hypothénuse) & par la note de double egalité apres l'onzième question du 2<sup>e</sup> livre, on fera ainsi, ayans deux nombres qu'on veut egaler à nombres quarréz; leur interval 1 ② — 14 ① se peut mesurer par 1 ① & 1 ① — 14 dont le quarré de leur différence est 49, égal au moindre, à sçavoir à 14 ① + 1, & 1 ① vaudra  $\frac{24}{7}$ . Retournant donc à faire les positions les costez faisans l'angle droit foyent  $\frac{24}{7}$  ① & 1 ① ou bien pour éviter les fractions le tout par 7, viendra 24 ① & 7 ① & partant l'hypothénuse 25 ①; d'avantage à l'aire 84 ② adjousté 7 ① viendra 84 ② + 7 ① egales à 7, & 1 ① vaudra  $\frac{1}{7}$ , d'ou procedera l'invention du triangle requis 6,  $\frac{7}{4}$ ,  $\frac{25}{4}$ . La Demonstration est facile.

## QUESTION VII.

**T**rouver un triangle rectangle tel que si on soustrait l'un des costez qui font l'angle droit du nombre de l'aire d'iceluy, le reste soit 7.

## CONSTRUCTION.

Que si derechef l'on presuppõe que le triangle requis soit d'une espee donnée, on deduira le tout tellement qu'il faudra trouver un triangle rectangle dont le quarré de la moitié d'un des costez faisans l'angle droit adjoint au septuple de l'aire face un quarré. iceluy est trouvé assavoir 7, 24, 25, avec lequel recommençant les positions & conduisant l'operation selon les conditions 84 ② — 7 ① seront egales à 7; & 1 ① vaudra  $\frac{1}{7}$ , & par consequent le triangle rectangle sera  $\frac{7}{3}$ , 8,  $\frac{25}{3}$ , la demonstration est aisée.

## QUESTION VIII.

**T**rouvons un triangle rectangle, tellement, qu'a l'aire d'iceluy soient adjoustez les deux costez faisans l'angle droit, la somme soit 6.

## CONSTRUCTION.

Après avoir supposé que le triangle soit d'une espee donnée: On deduira le tout à ce qu'il soit nécessaire de trouver un triangl. rect. ainsi que le quarré de la moitié de la somme des deux costez faisans l'angle droit, adjoint au sextuple de l'aire face un nombre quarré. Posons derechef qu'un d'iceux costez soit 1 ① & l'autre 1; alors  $\frac{1}{4}$  ② +  $\frac{1}{2}$  ① +  $\frac{1}{4}$  sera égal à un quarré; multiplions le par 4; alors 1 ② + 14 ① + 1 seront egales à un quarré, aussi 1 ② + 1 pareillement (quarré de l'hypothénuse) & par la susdite note du quarré de double egalité apres l'onzième quest. du 2. livre on prendra l'interval 14 ① lequel estant mesuré par 2 ① & 7. dont le quarré de la moitié de leur différence est 1 ② + 12  $\frac{1}{4}$  — 7 ① égal à 1 ② + 1 & 1 ① vaudra  $\frac{45}{8}$ ; & le triangle sera  $\frac{45}{8}$ , 1,  $\frac{13}{8}$ . Le tout multiplié par 28 on aura 45 ①, 28 ①, 53 ①; dont l'aire avec les deux costez faisans l'angle droit sera 630 ② + 73 ① égal à 6, & 1 ① sera rationelle assavoir  $\frac{1}{18}$ , parquoy les deux costez seront  $\frac{14}{9}$  &  $\frac{1}{2}$  & l'hypothénuse  $\frac{13}{18}$ . Demonstration. L'aire est  $\frac{33}{18}$  à laquelle adjoustée la somme des costez faisant l'angle droit, le tout fera 6 selon le requis.

## QUESTION IX.

**O**n requiert un triangle rectangle, ainsi que du nombre de l'aire estant soustrait la somme de costez faisans l'angle droit le reste soit 6.

## CONSTRUCTION.

Ayant premierement supposé que le triang. soit d'une espee donnée, on viendra requierir à en trouver un dont le quarré de la moitié de la somme des deux costez faisans l'angle droit, adjoint au sextuple de l'aire d'iceluy, face quarré. Le mesme a esté desia démontré cy devant, & est 28, 45, 53. Aufquels appliquez ①, à la fin 630 ② — 73 ① seront egales à 6. & 1 ② vaudra  $\frac{6}{33}$ ; & iceluy triangle sera  $\frac{24}{5}$ ,  $\frac{34}{7}$ ,  $\frac{318}{33}$ .

## QUESTION X.

**T**rouver un triangle rectangle, que la somme de l'hypothénuse, d'un autre costé, & de l'aire soit 4.

## CONSTRUCTION.

Après avoir supposé que le triangle soit d'une espee donnée, il sera besoing d'en trouver un autre tel que le quarré (de la moitié de la somme de l'hypothénuse, & d'un autre costé,) avec le quadruple de l'aire face quarré. A ceste fin soit formé un triangle rectangle de 1 ① & 1 ① + 1; & le quarré de la moitié de la somme de l'hypothénuse & d'un autre costé sera 1 ④ + 4 ③ + 6 ② + 4 ① + 1; & le quadruple de l'aire est 8 ③ + 12 ② + 4 ①; parquoy 1 ④ + 12 ③ + 18 ② + 8 ① + 1 sera égal à un

un carré, dont le costé soit fingé  $1 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} - 1$ : alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{5}{4}$ . On formera donc un triangle de  $\frac{5}{4}$  &  $\frac{9}{4}$  ou plustost (le tout quadruplé pour éviter les fractions) de 5 & 9. & puis (pour éviter les grands nombres) soit pris un semblable en moindre nombre, y adjoignant  $-1$ ; iceluy sera 28  $\textcircled{1}$ , 45  $\textcircled{1}$ , 53  $\textcircled{1}$ ; & la somme de l'hypoténuse, & d'un autre costé, ensemble de l'aire sera  $630 \textcircled{2} + 81 \textcircled{1}$  égale à 4; &  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{4}{103}$ , partant le triangle sera  $\frac{212}{103}$ ,  $\frac{16}{15}$ ,  $\frac{12}{7}$ . *Démonstration.* La somme de l'aire  $\frac{96}{103}$  de l'Hypoténuse, & d'un autre costé  $\frac{324}{103}$ , est  $\frac{420}{103}$  ou 4, selon le requis.

## QUESTION XI.

**I**l est requis de trouver un tel triangle rectangle que le nombre de son aire, diminué de l'Hypoténuse & de l'un des costez qui fait l'angle droit, le reste soit 4.

## CONSTRUCTION.

Si nous posons que le triangle soit d'une espece donnée, nous en reviendrons la qu'il faudra chercher un triangle rect. tel qu'au quadruplé de son aire adjousté le carré de la moitié de la somme de l'hypoténuse & d'un autre costé, la somme soit nombre carré. Ce qui a esté démontré estre 28, 45, 53, auxquels nombres estant appliquée  $\textcircled{1}$ , on trouvera que  $630 \textcircled{2} + 81 \textcircled{1}$  seront égaux à 4, & alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{4}{103}$ . Le triangle requis sera  $\frac{212}{103}$ ,  $\frac{16}{15}$ ,  $\frac{12}{7}$ , dont la *Démonstration* est manifeste.

## QUESTION XII.

**O**n requiert un triangle rectangle de telle qualité que l'interval des deux costez faisans l'angle droit, item le plus grand costé, Et finalement l'aire avec le plus petit costé soyent tous trois nombres quarrés.

## CONSTRUCTION.

Soit formé un triangle rectangle de deux nombres, & soit assigné au plus grand costé d'à l'entour l'angle droit le double produit d'iceux. Il faudra donc trouver deux nombres tels que le double de leur produit soit carré, Item que l'excès du susdict double produit, sur l'Interval de leurs quarrés soit aussi carré. Or cela arrive toujours quand les nombres sont en raison double. A ceste fin soit formé donc un triangle de  $1 \textcircled{1}$  &  $2 \textcircled{1}$ , lequel satisfera à deux conditions requises. Il reste seulement que l'aire avec le petit costé face un carré, or c'est  $6 \textcircled{4} + 3 \textcircled{2}$ , lequel divisé par  $1 \textcircled{2}$  viendra  $6 \textcircled{2} + 3$  égal encor à un carré. Cherchons quelque nombre donc, qu'à 6 fois son carré adjousté 3, la somme soit carré. Or  $1$  est un tel nombre & autres infinis, donc le triangle rectangle requis, se formera de  $1$  &  $2$ , & sera 3, 4, 5. & pour en trouver d'autres s'ensuit un

## LEMME.

**S**i la somme de deux nombres donnez fust quarrée, On trouvera infiniz quarrés; ainsi que l'un des nombres donnez multipliant un carré, & au produit adjousté l'autre, la somme soit nombre carré.

*Démonstration.* Soyent 3 & 6, les nombres donnez, & l'on veut démontrer qu'il est possible de trouver tant de quarrés que l'on voudra, qui multiplians 3 & au produit adjoustez 6, face quarré. Soit  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$  un carré requis, alors  $3 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} + 9$  seront égaux à un carré; ce qui se peut résoudre en une infinité de façons, à cause que le  $\textcircled{2}$  est carré, & par exemple soit  $-3 \textcircled{1} + 3$  le costé du carré fingé, & alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra 4, donc 5 sera le costé du carré requis, & ainsi des autres.

Le Sieur Bachet au lieu de ce Lemme en démontre un plus general, ainsi:

De deux nombres donnez, si l'un divisé par un certain carré, & au quotient adjoustant l'autre nombre donné, la somme soit nombre carré, on trouvera une infinité d'autres quarrés qui seront de mesme qualité.

## QUESTION XIII.

**T**rouver un triangle rectangle que le nombre de l'aire estant augmenté de l'un ou de l'autre costé qui fait l'angle droit, soit carré.

## CONSTRUCTION.

Soit presuppposé que le triangle, fust d'une espece donnée,  $5 \textcircled{1}$   $12 \textcircled{1}$ ,  $13 \textcircled{1}$ , alors  $30 \textcircled{2} + 12 \textcircled{1}$  seront égaux à un carré, soit à  $36 \textcircled{2}$ , &  $1 \textcircled{1}$  vaudra 2, mais il falloit aussi que  $30 \textcircled{2} + 5 \textcircled{1}$  fust nombre carré, ce qui n'estant ainsi, il nous faudra trouver un carré, au lieu de 36. duquel soustraict 30 le reste divisant 12, puis aussi par le carré du quotient multipliant 30, auquel produit adjousté 5 fois le susdit quotient, la somme soit nombre carré. a ceste fin soit posé  $1 \textcircled{2}$  le carré requis, duquel ostant 30, restera  $1 \textcircled{2} - 30$ ; lequel divisant 12 viendra une fraction algebraique à sçavoir le numerateur 12 & le denominateur  $1 \textcircled{2} - 30$ , dont le carré sera 144 pour le numerateur &  $1 \textcircled{4} - 60 \textcircled{2} + 900$  le denominateur; lequel carré multiplié par 30, & y adjoustant le quintuple de la premiere mentionnée fraction algebraique, viendra  $60 \textcircled{2} + 2520$  ayant pour denominateur  $1 \textcircled{4} - 60 \textcircled{2} + 900$  égal à un carré, mais le denominateur estant carré il ne restera seulement que d'égaliser le numerateur  $60 \textcircled{2} + 2520$ , à un carré, c'est à dire qu'à 60 fois un carré adjoustant 2520, la somme doit estre un nombre carré. Et si en formant le triangle, nous eussions eu esgard, qu'à 60 estant adjousté 2520, face un carré, la question eust esté soudée, (car il eust esté facile d'égaliser  $60 \textcircled{2} + 2520$  à un carré, la  $1 \textcircled{1}$  eust valu 1, ) Mais 60 est le produit des costez faisans l'angle droit, aussi 2520 (par le suyvant theoreme) est le solide, de l'interval des costez faisans l'angle droit, & du plus grand de ces deux là, & de l'aire: La chose est parvenue à tel point, qu'il faudra trouver un triangle rectangle tel qu'au produit des deux costez de l'angle droit, adjousté le solide, de l'Interval des mesme, & du plus grand des deux, & de l'aire, face un carré. or en ce binome conjoint, les noms ont commune hauteur c'est le plus grand des costez faisans l'angle droit, & le mesme binome estant requis estre carré, si on le divisé par un carré, le quotient doit estre aussi carré, donc si on presuppposé ce plus grand costé estre un carré, & divisant le binome par iceluy, la question en sera plus facile. Car il faudra seulement que la somme du moindre costé, & du produit, de l'aire par l'interval des costez faisans l'angle droit, soit un carré; Mais si avec ce que le maieur costé est posé estre carré l'on pose encor que l'interval des costez faisans l'angle droit soit l'unité, le reste sera tant plus facile; car il faudra seulement que la somme du moindre costé & de l'aire soit carré. or la precedente question estant cela mesme elle nous fournira d'un tel triangle qui est 3, 4, 5, & de semblables, auxquels nombres applicquans  $\textcircled{1}$ , alors en suyvant les conditions de la question,  $6 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1}$  aussi  $6 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1}$ , serot un chacun égal à un carré. mais si nous resouds la maieure equation (à sçavoir  $6 \textcircled{2} + 4 \textcircled{1}$  égale à un carré) comme dessus, alors  $1 \textcircled{1}$  sera  $\frac{4}{12}$ , dont le carré est,  $\frac{16}{144}$ , lequel sextuplé & puis y adjousté trois fois le costé à sçavoir  $\frac{12}{12}$  en les mettant en mesme denomination, la somme sera  $\frac{12 \textcircled{2} + 24}{1 \textcircled{4} - 12 \textcircled{2} + 36}$  qui doit estre égal à un carré, & le denominateur l'estant, il restera que  $12 \textcircled{2} + 24$  soit égal à un carré; c'est à dire que si un carré

un carré (à cause de ②) multiplie 12, & puis on y adjouste 24, la somme soit carré, ce qui se parfera par le precedent lemme, & est 25, donc 1 ② vaudra 25, & 1 ①, 5; & partant voulans egalier 6 ② + 4 ① à un carré, iceluy sera 25 ②, & 1 ① vaudra  $\frac{4}{5}$ : Et finalement le triangle cherché sera  $\frac{12}{19}, \frac{16}{19}, \frac{20}{19}$ , dont la *Demonstration* est manifeste.

Notez que Diophante rencontre fortuitement que 12 + 24 font un carré pour de là venir au Lemme precedent; ce qu'a tresbien remarqué le Sieur Bachet, lequel aussi a explicqué & fait le suivant Theoreme sur ce qui a esté cité cy dessus, & est tel. *De deux nombres megaux, aussi un troisieme donnez; si on multiplie le troisieme par le carré du maieur des deux, le produit sera egal au solide des trois donnez, & au solide du maieur des deux de l'interval des mesmes, & du troisieme donné.*

## QUESTION XIV.

**T**rouvons un triangle rectangle, que soustraict l'un de deux qu'on voudra qui font l'angle droit du nombre de l'aire, le reste soit carré.

## CONSTRUCTION.

Si derechef l'on pose que le triangle soit d'une espece donnée comme en la precedente; on viendra à la fin à requerir un triangle semblable à 3, 4, 5, auxquels à cest effect appliquez ①, seront 3 ①, 4 ①, 5 ①, parquoy 6 ② - 4 ①, seront egales à un carré; lequel estant moindre que 6, on verra quel il puisse estre que 1 ② sera egal à 4 ayant pour denomination l'exces de ce 6 sur le dit carré. Lequel carré estant donc posé 1 ② & la valeur trouvée, 6 ② - 3 ① devra estre pareillement trouvé carré; Or 1 ② sextuplé est 96 ayant denumérateur 1 ④ - 12 ② + 36; & le triple du costé est 12 ayant denumérateur - 1 ② + 6 c'est - 12 ② + 72 en mesme denumérateur que dessus, lequel osté de 96 restera 12 ② + 24 ayant mesme denumérateur 1 ④ - 12 ② + 36, laquelle estant carrée, il restera que 12 ② + 24 soit egal à un carré, or 1 ② vaut 1. Ce qu'estant ainsi je poseray 6 ② - 4 ① egales à 1 ②, alors 1 ① vaudra  $\frac{4}{5}$ , & le triangle requis sera  $\frac{12}{5}, \frac{16}{5}, 4$ .

Que si on ne se veut servir de l'unité en egalant 12 ② + 24, à un carré ou bien (en ayant pris le  $\frac{1}{4}$ ) 3 ② + 6; on se servira du lemme qui est apres la precedente 12 question, mais il faut avoir esgard à - 1 ② + 6 cy dessus, c'est que 1 ② est moindre que 6; Il faut donc trouver un carré moindre que 6, lequel multiplié par 3 (des 3 ②) & y adjouste 6, face carré. A ceste fin soit 1 ① + 1 la racine d'iceluy; donc 3 ② + 6 ① + 9 sera egal à un carré dont la racine soit autrefois 3 - quelques ①, qu'il faut determiner ainsi: Puis que le carré requis doit estre moindre que 6 (prenons  $\frac{84}{5}$  carré au lieu de 6) sa racine  $\frac{22}{5}$  sera maieure à 1 ① + 1 (racine supposée du carré requis) donc 1 ① sera encor moindre que  $\frac{13}{5}$ , donc 3 ② + 6 ① + 9, s'egalera au carré de 3 - tant de ① que la valeur de 1 ① soit moindre que  $\frac{13}{5}$ ; pour à quoy parvenir, on les prendra premierement à la volée pour pouvoir former une question, & trouvera-on que le nombre des susdictes ① doit excéder (environ)  $5\frac{1}{13}$ , soit donc 3 - 6 ① au carré duquel s'egalera 3 ② + 6 ① + 9, & 1 vaudra  $\frac{14}{11}$ , donc les 1 ① + 1 vaudront  $\frac{25}{11}$ , & partant le carré requis sera  $\frac{625}{121}$  pour la valeur de 1 ② (des 3 ② + 6, ou, 12 ② + 24,) ce qu'estant fait on egalera les 6 ② - 4 ① (du commencement) à  $\frac{625}{121}$  ②, & 1 ① vaudra  $\frac{484}{101}$ ; par ainsi le triangle requis sera  $\frac{4432}{101}, \frac{1936}{101}, \frac{2420}{101}$ , dont l'examen est manifeste.

## QUESTION XV.

**T**rouver un triangle rectangle, tel que si on soustraict l'hypothénuse ou un costé faisant l'angle droit de l'aire, le reste soit carré.

L'exemplaire estant si mutile qu'il n'est facil de diviner ce qui est perdu, nous poserons la Construction telle que Diophante semble l'avoir voulu effectuer apres beaucoup d'inquisitions.

## CONSTRUCTION.

Soit formé un triangle rectangle de deux nombres plans semblables, 1, 4, & le requis soit de la mesme espece à sçavoir 8 ①, 15 ①, 17 ①; (dont le 8 soit le double produit des susdicts, 1, 4;) alors 60 ② - 17 ① & 60 ② - 8 ① seront un chacun egal à un carré; & si on veut egalier 60 ② - 8 ① à un carré (ayant la quantité ②;) on en viendra là, de requerir un nombre carré absolu moindre que 60, tellement que soustraict de 60, & le reste divisant 8, puis le carré dudit quotient multiplié par 60, & du produit soustraict 17 fois le dit quotient, le reste soit carré. Soit iceluy carré 1 ②, (pour l'absolu requis) & soustraict de 60, &c. viendra  $\frac{136(2) - 4320}{1(4) - 120(2) + 3600}$  egales à un carré, & puis que le denumérateur est carré, il ne faudra que prendre le numerateur 136 ② - 4320, & l'esgalier à un carré, ce qui est facil (par la *Demonstration* du Sr. Bachet) en prenant 1 ② valoir 36 (ce 36 est le produit de ces trois à sçavoir 4, 1, & le carré de la difference des mesmes, or iceux sont les nombres plans semblables de cy dessus) par ainsi 36 sera le carré requis, alors 60 ② - 8 ① s'egalera à 36 ②, & 1 ① vaudra  $\frac{1}{3}$ , & finalement le triangle requis sera  $\frac{8}{3}, \frac{15}{3}, \frac{17}{3}$ . *Examen.* L'aire est  $\frac{20}{3}$ ; de laquelle ostez  $\frac{17}{3}$  ou  $\frac{8}{3}$  restera 1 ou 4 nombres quarez selon le requis.

L'auteur du commencement a posé 3 ①, 4 ①, 5 ① pour le triangle requis, & conclut peu apres que 15 ② - 36 est egal à un carré, ce qu'il dict estre une equation impossible pource que 15 ne se divise en deux quarez, (par ce que nous avons determiné en la 15 question du 5<sup>e</sup> livre precedent,) routesfois la demonstration de ce qu'il conclut est telle; soit 15 ② - carré, egal à quelque carré; remplissons le -, alors sera 15 ② egal à la somme de deux quarez, ce qui est impossible. Finalement il commence à la volée le plus souvent ses positions; que si elles ne sont idoines, à tout le moins il y reconnoist les determinaisons des positions; & se sert aussi icy de ceste precaution; que si on forme un triangle rectangle de deux nombres quelconques, l'hypothénuse & le costé qui est double produit d'iceux, sont tels que leur somme aussi leur differencé sont nombres quarez. Item que la somme, aussi la difference de l'hypothénuse & de l'autre costé sont double-quarez. Item si les deux nombres formans sont plans semblables, le costé fait de leur double produit, multipliant la difference des deux costez restans, fait carré.

## QUESTION XVI.

**S**i un certain carré, multipliant l'un de deux nombres donnez, & l'autre donné estant soustraict dudit produit face carré; alors on trouvera encor un autre carré plus grand que le premier pris, qui sera le mesme.

## CONSTRUCTION.

Soyent donnez deux nombres 3, 11, & qu'un certain carré (je prens) du costé 5, multipliant 3, & du produit osté 11, face carré du costé 8. Il faut trouver encor

encor un carré maieur à 25 faisant le mesme. Soit le costé du carré requis  $1 \textcircled{1} + 5$ , & iceluy sera  $1 \textcircled{2} + 10 \textcircled{3} + 25$  du triple, duquel osté 11, restera  $3 \textcircled{2} + 30 \textcircled{1} + 64$  egal à un carré qu'on fingera tel qu'il en sorte une egalité convenable, soit le costé d'iceluy  $-2 \textcircled{1} + 8$ ; alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra 62, & partant 4489. sera le carré requis (dont la racine est 67) lequel satisfera au requis.

QUESTION XVII.

On requiert un triangle rectangle ainsi que l'Hypotenuse, ou un des deux costez restans, adjousté à l'aire face carré.

CONSTRUCTION.

Si nous posons qu'iceluy soit d'une espee donnée, à la fin nous serons contraincts de le determiner, & d'en chercher un tel & un nombre carré maieur à l'aire, ainsi que le carré multipliant le produit de l'Hypotenuse & d'un costé de l'angle droit, & de cela soustraiet le solide Comprins de l'aire, & du susdict costé de l'angle droit, & de l'interval de l'hypotenuse sur le mesme costé, face carré. Soit donc formé un triangle de 4 & 13 & soit 36 le carré. Mais iceluy n'est maieur au nombre de l'aire. Or nous avons deux nombres à sçavoir 136 (produit de l'Hypotenuse 17 & d'un autre costé 8) & 4320 (solide Comprins de l'aire 60, & d'un costé faisant l'angle droit 8, & de 9, excès de l'Hypot. sur le mesme costé) Et pource qu'un certain carré à sçavoir 36 multipliât 136, & du produit soustraiet 4320, reste un nombre carré, nous avons un moyen par la precedente de trouver un carré maieur à 36 faisant le mesme, voire une infinité, mais 676 en est un, posons donc le triangle rectangle 8  $\textcircled{1}$ , 15  $\textcircled{1}$ , 17  $\textcircled{1}$ , & ainsi 60  $\textcircled{2} + 8 \textcircled{1}$  vaudront 676  $\textcircled{2}$ , alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{17}{77}$ , partant le triangle requis sera  $\frac{8}{77}$ ,  $\frac{15}{77}$ ,  $\frac{17}{77}$ . Demonstration. L'aire est  $\frac{60}{2}$ , à laquelle estant adjouste ou l'Hypotenuse, ou le premier costé, seront les quarez  $\frac{13}{2} \cdot \frac{60}{2}$  &  $\frac{8}{2} \cdot \frac{60}{2}$ , dont les racines sont  $\frac{37}{77}$  &  $\frac{14}{77}$  selon le requis.

QUESTION XVIII.

On requiert un triangle rectangle, tel que la ligne coupante l'un des angles aiguz en deux parties egales, soit rationelle.

CONSTRUCTION.

Soit posé que la bissecante (c'est à dire la ligne qui coupe l'angle en deux egalement,) soit 5  $\textcircled{1}$ , & l'un segment de la base 3  $\textcircled{1}$ , & la perpendiculaire 4  $\textcircled{1}$ ; soit preallablement posé que la base fust un nombre ternaire je prend 3, alors l'autre segment de la base,  $-3 \textcircled{1} + 3$ , mais puis que l'angle est coupé en deux egalement & que la perpendiculaire est en raison sesquitieree à la partie de la base qui luy est adjointe, alors (par ce qui résulte de la 3<sup>e</sup>. P. 6 d'Euclide, en concluânt alternativement) l'Hypotenuse sera en raison sesquitieree à l'autre partie de la base, mais ceste partie là est  $-3 \textcircled{1} + 3$ , donc l'Hypotenuse sera  $-4 \textcircled{1} + 4$ , Il reste seulement que son carré qui est  $16 \textcircled{2} - 32 \textcircled{1} + 16$ , soit egal aux quarez des deux autres costez, lesquels sont ensemble  $16 \textcircled{2} + 9$ , alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{7}{32}$ , le reste est facil; que si on multiplie le tout par 32 (pour cause des fractions) on aura la perdend. 28; la base 96, & l'Hypotenuse 100; & la bissecante 35. ce qu'il falloit faire.

ALB. GIR.

EN algebre litterale soit premierement pris un triangle rectangle quelconque donc K soit le plus petit costé: G, l'autre, & F, Hypotenuse: & pour trouver le triangle requis, soit donné Fq à l'Hypotenuse (à sçavoir en nombres.) Et la double produit

de K, G, pour la base, & la difference des quarez de G, K à sçavoir  $Gq - Kq$  pour la perpendiculaire; alors le triangle estant ainsi trouvé qui sera aussi rectangle; la bissecante sera le produit de la susdicte perpendiculaire  $Gq - Kq$  par fraction  $\frac{1}{2}$ ; & quant au segment de la base, on multipliera pour eux l'Hypotenuse Fq & la perpendiculaire par

QUESTION XIX.

Il est requis de trouver un triangle rectangle, ainsi que la somme de l'aire & hypotenuse, face carré, aussi que le circuit soit un nombre cube.

CONSTRUCTION.

Posons que l'aire soit  $1 \textcircled{1}$ , & l'Hypotenuse soit  $-1 \textcircled{1} +$  quelque  $\textcircled{2}$  carré, soit  $-1 \textcircled{1} + 16$ ; D'avantage le produit des costez faisant l'angle droit sera  $2 \textcircled{1}$  (puis que l'aire est posé  $1 \textcircled{1}$ ) mais le mesme est produit de  $1 \textcircled{1}$  & 2, parquoy si l'un des costez est posé 2, l'autre sera 1  $\textcircled{1}$ , & le circuit 18 qui n'est pas cube. Mais ce 18 la est somme d'un carré, 16, & de 2. Il faut donc trouver un quarré le quel avec le binaire 2 face un cube? A ceste fin soit  $1 \textcircled{1} + 1$  la racine de ce carré requis; & la racine du cube  $1 \textcircled{1} - 1$ ; le quarré sera  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$  & le cube  $1 \textcircled{3} - 3 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} - 1$ , auquel cube, sera egal ledit quarré  $+ 2$ , à sçavoir  $1 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 3$ ; alors  $1 \textcircled{3} + 1 \textcircled{1}$  sera egal à  $4 \textcircled{2} + 4$ , & par ainsi  $1 \textcircled{1}$  vaudra 4; (car si  $1 \textcircled{1}$  vaut 4, multipliant le tout par  $1 \textcircled{2}$ ,  $1 \textcircled{3}$  vaudra  $4 \textcircled{2}$ , & partant  $1 \textcircled{3} + 1 \textcircled{1}$  vaudront  $4 \textcircled{2} + 4$  comme devant.) Cela estant ainsi, sera le costé du quarré, & 3 du cube; & iceux seront 25, 27; En changeant dont la supposition faite au commencement, nous poserons bien l'aire  $1 \textcircled{1}$  & les deux costez 2, 1  $\textcircled{1}$ , comme dessus, mais l'Hypotenuse  $-1 \textcircled{1} + 25$ ; Il reste seulement que le quarré de l'Hypotenuse  $1 \textcircled{2} - 50 \textcircled{1} + 625$  soit egal à la somme des quarez des deux autres costez qui est  $1 \textcircled{2} + 4$ , &  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{511}{50}$ , donc le triangle rectangle requis sera 2, 12  $\frac{21}{50}$ , & 12  $\frac{29}{50}$ . Demonstration. L'aire  $12 \frac{21}{50}$ , & l'Hypotenuse  $12 \frac{29}{50}$ , font ensemble 25; qui est quarré; Item le circuit est 27, qui est cube selon le requis.

QUESTION XX.

On requiert un triangle rectangle, tel que l'Hypotenuse adjoustee avec l'aire face cube; Et que le circuit soit nombre quarré.

CONSTRUCTION.

Si nous posons pareillement que le nombre de l'aire soit  $1 \textcircled{1}$ , & l'Hypotenuse  $-1 \textcircled{1} +$  quelque  $\textcircled{2}$  cubique, on en viendra là, qu'il faudra trouver quelque cube auquel adjouste le binaire 2, face quarré. Soit la racine du cube requis  $1 \textcircled{1} - 1$ , alors le cube  $+ 2$  sera  $1 \textcircled{3} - 3 \textcircled{2} + 3 \textcircled{1} + 1$  egal à quelque quarré dont le costé soit  $1 \frac{1}{2} \textcircled{1} + 1$ , alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{2}{4}$ , &  $\frac{1}{4}$  sera le costé du cube  $\frac{4913}{64}$ . Parquoy posons derechef  $1 \textcircled{1}$  pour l'aire, &  $\frac{4913}{64} - 1 \textcircled{1}$  pour l'Hypotenuse, 2 la base,  $1 \textcircled{1}$  la perpendiculaire; & puis apes avoir egalé le quarré de l'Hypotenuse aux deux quarez des deux autres costez, nous trouverons la valeur de  $1 \textcircled{1}$  rationelle, à sçavoir  $\frac{628864}{24121183}$  pour l'aire; aussi pour l'un des costez la base 2, & l'Hypotenuse  $\frac{118467134609}{4343733840}$ . Demonstration. L'hypotenuse adjoustee à l'aire sera le cube  $\frac{4913}{64}$ , & le circuit est  $\frac{5041}{64}$  nombre quarré, car  $\frac{71}{8}$  est sa racine, selon le requis.

QUESTION XXI.

Il faut trouver un certain triangle rectangle ainsi que la somme de l'aire & d'un costé de ceux qui font l'angle droit, soit un nombre quarré, & que le circuit soit nombre cube.

CON-

CONSTRUCTION.

Soit formé un triangle, de quel que nombre indefini, & d'un autre qui l'excede de l'unité; soyent donc iceux  $1 \textcircled{1}$  &  $1 \textcircled{1} + 1$ , partant la perpendiculaire sera  $2 \textcircled{1} + 1$ , la base  $2 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$ , & l'hypothénuse  $2 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1} + 1$ . Reste que leur somme (c'est à dire le circuit) soit cube, & que la somme de l'aire & d'un costé faisant l'angle droit face un quarré; Or le circuit est  $4 \textcircled{2} + 6 \textcircled{1} + 1$  égal à un cube. Iceluy aussi est composé, car  $4 \textcircled{1} + 2$  le mesuré par  $1 \textcircled{1} + 1$ ; parquoy si on divise un chascun costé par  $1 \textcircled{1} + 1$  on aura le circuit  $4 \textcircled{1} + 2$  égal à un cube. Il reste donc que l'aire avec un des costez qui font l'angle droit, soit quarré, mais l'aire est  $\frac{2 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1}}{2 \textcircled{1} + 1}$  & l'un des costez de l'angle droit est  $\frac{2 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1}}{2 \textcircled{1} + 1}$  leur somme est  $\frac{2 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1}}{2 \textcircled{1} + 1} + \frac{2 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1}}{2 \textcircled{1} + 1}$  (ou  $2 \textcircled{1} + 1$ ) égal à un quarré, mais  $4 \textcircled{1} + 2$  est égal à un cube, & cestuy-cy est double de cestuy-là, parquoy nous en sommes venuz là qu'il faut trouver un cube qui soit double à un quarré, tel est 8 double à 4; alors  $4 \textcircled{1} + 2$  seront égales à 8; &  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $1 \frac{1}{2}$ . Le dit, que  $\frac{8}{1 \frac{1}{2}}, \frac{13}{2}, \frac{17}{3}$  est le triangle requis, la demonstration en est facile.

NOTA.

Notez que l'on peut trouver d'autres nombres que 8 & 4, à sçavoir que le cube soit double au quarré, voire mesme en telle raison qu'on vaudroit comme enseigne le Sieur Bachet en la premiere du sixiesme de nostre Auteur, par une telle reigle, *Divisez le denominateur de la raison donnée, par quelque cube, le quotient sera le costé du quarré requis.* Exemple, si on veut un cube qui soit double à un quarré, il faut diviser 2 par quelque cube, comme par 1, 8, 27, viendra  $2, \frac{1}{4}, \frac{2}{27}$  dont leurs quarrés sont  $4, \frac{1}{16}, \frac{4}{729}$  desquels les doubles feront cubes à sçavoir  $8, \frac{1}{8}, \frac{8}{729}$ , mais en la question il falloit que le cube soit plus que 2, alors au lieu de diviser 2 par 1, 8 ou 27 il le faudra diviser par  $\frac{1}{8}$  ou  $\frac{1}{27}$  ou  $\frac{2}{27}$ ; & ainsi on aura 512 cube, double à 256 quarré, &c.

QUESTION XXII.

Il faut trouver un certain triangle rectangle ainsi que l'aire avec l'un des costez, faisant l'angle droit, face cube; mais le circuit soit nombre quarré.

CONSTRUCTION.

Si nous ufons icy de semblable discours comme en la precedente, nous en reviendrons là qu'il faudra trouver un quarré égal à  $4 \textcircled{1} + \textcircled{2}$ ; & un cube égal à  $2 \textcircled{1} + 1$ ; & par consequent il faudra trouver un quarré double à un cube, c'est 16, 8; ou infiniz autres comme 1024 & 512 &c. soit 16, & 8; alors  $4 \textcircled{1} + 2$  seront égales à 16; &  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $3 \frac{1}{2}$ ; & le triangle sera  $\frac{16}{9}, \frac{63}{9}, \frac{65}{9}$ . Dont la demonstration est manifeste.

QUESTION XXIII.

Trouvons un triangle rectangle, ainsi que le circuit d'iceluy soit nombre quarré, & le mesme avec l'aire soit un nombre cubique.

CONSTRUCTION.

Soit formé un triangle rectangle de  $1 \textcircled{1}$  &  $1$ , iceluy sera  $2 \textcircled{1}$ , &  $1 \textcircled{2} + 1$ , & l'hypothénuse  $1 \textcircled{2} + 1$ , leur somme pour le circuit est  $2 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$  égales à un quarré, &  $1 \textcircled{3} + 2 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1}$  égales à un cube. Quant à  $2 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$  il est aisé de l'égalier à un quarré, car si on divise le binaire 2, par un quarré  $- 2$ , on aura la valeur de  $1 \textcircled{1}$ , laquelle doit estre telle que  $1 \textcircled{3} + 2 \textcircled{2} + 1 \textcircled{1}$  soit cube, c'est à dire que son cube  $+ 2$  fois son quarré

$+ 2$  soyemesme soit cube. Or comme il a esté dit  $1 \textcircled{1}$  est 2 divisé par  $1 \textcircled{2} - 2$ , alors son cube est 2 fois son quarré  $+ 2$  soyemesme sera une fraction dont le numerateur est  $2 \textcircled{4}$  & le denominateur le cube de  $1 \textcircled{2} - 2$ , lequel denominateur estant cubique, il faudra seulement esgaler  $2 \textcircled{4}$  à un cube, lequel estant divisé par un cube  $1 \textcircled{3}$ , le quotient  $2 \textcircled{1}$  devra encor estre egalé à un cube, &  $1 \textcircled{1}$  vaudra un demy cube. soit 8 le cube, alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra 4; dont le quarré est 16; auquel appliqué  $2 \textcircled{2}$  fera  $16 \textcircled{2}$  (le quarré lequel on cherche pour egalier le susdict  $2 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$ ) &  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{1}{2}$ ; mais l'un costé du triangle cy dessus est  $1 \textcircled{2} - 1$  qui seroit alors moins que rien. Parquoy la chose est reduicte en tel point qu'il faut trouver un cube, ainsi que le quarré de sa moitié soit (non pas 16 comme dessus mais) entre 2 & 4, (car qu'il doive estre plus que 2, il appert en ce que  $2 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$  estant egalé à quelques  $2 \textcircled{2}$ , le nombre de ces  $2 \textcircled{2}$  doit estre maieur à 2 des  $2 \textcircled{2}$ ; pareillement qu'il doit estre moindre que 4, il est evident en ce que si le dict  $2 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$  estoit egal à  $4 \textcircled{2}$  ou d'avantage, alors  $1 \textcircled{1}$  seroit egal à  $1 \textcircled{1}$  ou d'avantage, c'est à dire  $1 \textcircled{1}$  vaudroit 1 ou quelque chose de moindre, mais  $1 \textcircled{1}$  doit estre d'avantage que 1 à cause des  $1 \textcircled{2} - 1$  cy dessus mentionnées, partant ledict nombre de  $2 \textcircled{2}$  doit estre entre 2 & 4) soit donc iceluy cube  $1 \textcircled{3}$ ; le quarré de sa moitié sera  $\frac{1}{4} \textcircled{6}$  ayant la valeur entre 2 & 4, & partant  $1 \textcircled{6}$  entre 8 & 16, mais tel est  $\frac{27}{64}$ . Ergo  $1 \textcircled{3}$  vaudra  $\frac{27}{8}$  pour le cube requis: Posons donc (au lieu de  $2 \textcircled{1}$  égales à 8 comme cy devant)  $2 \textcircled{1}$  égales à  $\frac{27}{8}$  alors  $1 \textcircled{1}$  vaudra  $\frac{27}{16}$ , dont le quarré est  $\frac{729}{256}$  (au lieu de 16 cy dessus;) auquel appliqué  $2 \textcircled{2}$  sera  $\frac{1458}{256} \textcircled{2}$  pour egalier à  $2 \textcircled{2} + 2 \textcircled{1}$ , &  $1 \textcircled{1}$  vaudra finalement  $\frac{117}{17}$  (pour resoudre les premiers positions) alors  $1 \textcircled{2} - 1$  costé faisant l'angle droit du triangle sera quelque chose (car selon la precedente solution il estoit moins que rien) & le triangle sera; 309233, 215055; 222208, aufquels comme numerateurs, on doit submettre le commun denominateur 47089: dont la demonstration est plus facile que breve.

QUESTION XXIV.

Cherchons un triangle rectangle de telle qualité que le circuit soit cube, & le mesme adjousté à l'aire face un quarré.

CONSTRUCTION.

Il faut premierement preméditer qu'estans deux nombres donnez, comment on trouveroit un triangle rectangle que son circuit soit l'un des nombres donnez, & son aire, l'autre. A cest effect soyent deux nombres donnez 12 & 7; à sçavoir 12 pour le circuit, & 7 pour l'aire. Cela estant ainsi le double de l'aire est 14 pour le produit des costez faisant l'angle droit; soyent iceux costez  $\frac{14}{10}$  &  $14 \textcircled{1}$  lesquels satisfont à l'une condition, & pource que le circuit est, 12, l'hypothénuse sera  $- 14 \textcircled{1} + 12 - \frac{1}{10}$ . Or son quarré (par la 47 p. 1 d'Euclide) qui est  $196 \textcircled{2} - 336 \textcircled{1} + 172 - \frac{24}{100} + \frac{1}{100}$ , doit estre egal aux deux quarrés des autres costez, qui sont ensemble  $196 \textcircled{2} + \frac{1}{100}$ , alors  $172 \textcircled{1}$  vaudront  $336 \textcircled{2} + 24$ ; laquelle equation (comme elle doit estre rationnelle) ne se pourra faire, si 336 fois 24 osté du quarré de la moitié de 172, n'est un nombre quarré: Or 172 est somme du quarré du circuit, & du quadruple de l'aire, & 336 fois 24 est le produit de l'octuple quarré du circuit, par l'aire; tellement que si tels nombres fussent donnez, la question se resoudroit facilement. Soit  $1 \textcircled{1}$  l'aire; & le circuit soit un nombre cube & quarré tout ensemble à sçavoir 64; & afin de constituer le trian-

le triangle par les choses ja mentionnées, il faut que le carré de la moitié de la somme, du carré de 64, & de 4①; moins l'octuple produit du carré du circuit, & de l'aire 1①, soit egal à un carré. C'est 4② + 4194304 - 24576① dont le quart est 1② - 6144① + 1048576 encoregal à un carré. Mais 1① + 64 est aussi egal a un carré, & par la note du carré de double egalité apres l'onzième quest. du 2. (ayant premierement multiplié 1① + 64 par un carré 16384 afin d'avoir les ② des deux parties egaux, & au lieu de 1① + 64 on aura 16384① + 1048576;) l'on parachevera facilement le reste.

QUESTION XXV.

**T**rouvons un triangle rectangle, ainsi que le carré de l'hypotenuse, soit un carré avec sa racine; Item le mesme estant divisé par l'un costé faisant l'angle droit, face un nombre cubique plus son costé.

CONSTRUCTION.

Soit l'un costé à l'entour de l'angle droit 1①, l'autre 1②, par ainsi le carré de l'hypotenuse sera la somme d'un carré avec sa racine; & le mesme estant divisé par l'un des susdits costez 1①, fera 1③ + 1① (c'est un cube avec sa racine;) Il reste seulement que 1④ + 1② soit egal à un carré, lequel divisé par 1②, 1② + 1 sera encoregal à un carré; soit au carré de 1① - 2 (qui est 1② - 4① + 4;) alors 1① vaudra  $\frac{3}{4}$ ; & le triangle

requis sera  $\frac{3}{4}, \frac{9}{16}, \frac{13}{16}$ . *Demonstration.* Le carré de l'hypotenuse  $\frac{223}{36}$  contient un carré  $\frac{81}{36}$  avec sa racine  $\frac{9}{6}$  (ou  $\frac{1+4}{3}$ ;) le mesme carré de l'hypotenuse, estant divisé par l'un des costez  $\frac{3}{4}$ , viendra  $\frac{73}{12}$ , qui contient le cube  $\frac{27}{64}$  avec sa racine  $\frac{3}{4}$ , ou  $\frac{4+8}{64}$ ; selon le requis.

QUESTION XXVI.

**L'**on requiert un triangle rectangle, ainsi que l'un costé faisant l'angle droit soit cube, & l'autre un cube moins sa racine, & l'hypotenuse soit un cube avec sa racine.

CONSTRUCTION.

Soit posée l'hypotenuse 1③ + 1①; & l'un des autres costez 1③ - 1①, parquoy l'autre costé sera necessairement 2②. Il reste seulement que le mesme 2②, soit egal à un cube, soit iceluy cube 1③, alors 1① vaudra 2. Je dis que le triangle rectangle requis sera 6, 8, 10, ce qui est manifeste.

A. GIRARD.

**V**oila en somme les six livres de l'Algebre de Diophante laquelle a donné entrée en l'Algebre generale ou plustost à l'Analytique, par laquelle se parfait ce probleme des problemes qui se prononce. Resoudre tout Probleme quelconque proposé.

Devant que de mettre fin à c'este œuvre j'ay bien voulu mettre quelques applications regulieres, qui ne sont pas de peu d'effect, en la resolution de plusieurs propositions, & soit posé B, plus grand que D: & notez que deux lettres jointes ensemble sans l'intervention d'aucun point ou autre marque, signifie le produit des mesmes.

*S'ensuivent quelques applications regulieres, de quelques binomes, ou si l'on veut multiplications dont le multiplicateur & le produit sont binomes: Et faut noter que les noms de chascun multin. sont continuellement proportionaux, dont les extremes sont puissances de telle denominateur de quantité, qu'il y a de noms moins un.*

Premiere maniere.

|                                |                  |  |
|--------------------------------|------------------|--|
| Produits.                      | Multiplicateurs. |  |
|                                | Binome conjoint. | Multinomes conjoints & disjoints.      |
| Binomes conjoints & disjoints. | B + D            | B - D.                                 |
| Bq - Dq.                       |                  | Bq - BD + Dq.                          |
| Bcub + Dcub.                   |                  | Bc - BqD + BDq - Dc.                   |
| Bqq - Dqq.                     |                  | Bqq - BcD + BqDq - BDc + Dqq.          |
| Bcq + Dcq.                     |                  | Bcq + BqqD + BcDq + BqDc + BDqq - Dcq. |
| Bcc - Dcc.                     |                  | &c.                                    |
| &c.                            |                  |  |

Seconde maniere.

|                    |                   |  |
|--------------------|-------------------|--|
| Produits.          | Multiplicateurs.  |  |
|                    | Binome disjoints. | Multinomes conjoints.                  |
| Binomes disjoints. | B - D             | B + D.                                 |
| Bq - Dq.           |                   | Bq + BD + Dq.                          |
| Bc - Dc.           |                   | Bc + BqD + BDq + Dc.                   |
| Bqq - Dqq.         |                   | Bqq + BcD + BqDq + BDc + Dqq.          |
| Bcq - Dcq.         |                   | Bcq + BqqD + BcDq + BqDc + BDqq + Dcq. |
| Bcc - Dcc.         |                   | &c.                                    |
| &c.                |                   |  |

Constitutions de quelques triangles en nombres rationaux.

Subtendentes.

|                 |                              |  |
|-----------------|------------------------------|--|
|                 | Costez comprenans l'angle.   |  |
| Bq + Dq.        | Bq - Dq.                     | BD 2. quand l'angle est 90 degrez.             |
| BD3 + Dq3 + Bq. | BD2 + Bq. ou bien BD2 + Dq3. | BD4 + Dq3 + Bq quand l'angle est de 60 degrez. |
| BD3 + Dq3 + Bq. | BD2 + Bq.                    | BD2 + Dq3. quand l'angle est de 120 degrez.    |
|                 | Autrement.                   |  |
| Bq + BD + Dq.   | BD 2 + Dq ou bien Bq - Dq.   | BD 2 + Bq. de 60 degrez.                       |
| Bq + BD + Dq.   | BD 2 + Dq.                   | Bq - Dq. de 120 degrez.                        |

Puis que je suis entré en la matiere des nombres rationaux j'adjousteray encor deux ou trois particularitez non encor par cy devant practiquées, comme d'expliquer les radicaux extremement pres, par certains nombres

bres à ce plus aptes & idoines que les autres, tellement que si l'on entreprenoit les mesmes choses par des autres nombres ce ne seroit sans grandement augmenter le nombre des caracteres; & pour exemple soit proposé d'expliquer par des rationaux la raison des segmens de la ligne coupée en la moyenne & extreme raison, soit faite une telle progression 0, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, &c. dont chascun nombre soit egal aux deux precedens, alors deux nombres pris immediatement denotteront la mesme raison, comme 5 à 8 ou 8 à 13 &c. & tant plus grands, tant plus pres, comme ces deux 59 475986 & 96234155, tellement que 13, 13, 21 constituent assez precisement un triangle isosceles ayant l'angle du pentagone; Item pour l'extraction de la racine quarrée des nombres non quarez, comme la racine de 2 cest  $\frac{277}{408}$ , voulez vous plus

pres  $\frac{1393}{985}$ ; & ainsi en l'infini comme on pourroit prendre des li grands nombres qu'on voudroit; la racine de 10 est  $3\frac{53333}{328776}$ , bié pres, car son quarré est  $\frac{1}{108093658176}$  trop, qui est une chose de nulle estime, comme d'autre costé en la disme le quarré de 163574218751 ⑦ est trespres de 2675652504 ①, mais combien s'en faut il: seulement 1 (14), en somme la maniere de remettre en petits nombres une raison expliquée par grands nombres, & ayans trespres la mesme vigueur, & sous un mesme genre, come le, 7 à 22 d'Archimedes, & pour ne point passer les limites nous mettrós icy la fin, advertissant le lecteur qu'il ne se mescontente s'il n'a trouvé des fleurs de Rétorique en un Jardin là ou le cháp du discours n'a nullement esté labouré, laissant les mesmes là ou on les doit chercher.

Fin de v1 livres de Diophante d'Alexandrie.

## TABLE DES CHOSES PRINCIPALES DE LA precedente Arithmetique, selon l'ordre qu'elles sont descriptes.

|   |       |  |                 |
|---|-------|--|-----------------|
| <b>L</b> E premier livre d'Arithmetique des definitions.  | Fol.1 | De la difference entre prime quantité & racine.  | 10              |
| Premiere partie des definitions de l'Arithmetique & des nombres Arithmetiques.  | 1     | 32. Des racines algebriques.   | 10              |
| Premiere definition de l'Arithmetique.  | 1     | 33. De la signification du nombre devant ou derriere. la marque de quantité.   | 10              |
| Seconde definition du nombre en general.  | 1     | 34. Du signe de separation entre le nombre radical & la quant.   | 10              |
| Que l'unité est nombre.   | 1     | 35. Que toute quantité s'appelle la potence de sa racine.  | 11              |
| 3. 4. 5. Des caracteres par lesquelles on denote les nombres, & de leurs significations.  | 3     | 36. Des signes de plus & moins.  | 11              |
| 6. Du nombre Arithmetique.  | 3     | 37. Des nombres commensurables.  | 11              |
| 7. Du nombre entier.  | 3     | 38. Des nombres incommensurables.  | 11              |
| 8. Des nombres entre eux premiers.  | 3     | 39. Du multinomie radical en general.  | 11              |
| 9. Des nombres entre eux composez.  | 3     | 40. Du binomie & trinomie radical, &c.   | 11              |
| 10. Du nombre rompu.  | 3     | 41. Du nom de multinomie.  | 11              |
| 11. Du numerateur de rompu.   | 3     | 42. Du multinomie conjoint.  | 12              |
| 12. Du nominateur de rompu.   | 3     | 43. Du multinomie disjoint.  | 12              |
| 13. Du rompu premier.   | 4     | 44. Du multinomie en partie conjoint & en partie disjoint.   | 12              |
| Seconde partie des definitions des nombres Geometriques.  | 4     | 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. des douze especes des binomies.  | depuis 12. à 13 |
| Description du fondement des nombres Geometriques.  | 4     | 57. Du binomie conjoint & disjoint respondans.   | 14              |
| 14. Definition de commencement de quantité.   | 5     | Troisiesme partie des definitions, des effects des nombres procedans de leur comparaison, qui est de la raison, & proportion Arithmetique, & de leurs dependances. | 14              |
| 15. De prime quantité.  | 5     | 58. Definition du terme Arithmetique.  | 14              |
| 16. De seconde quantité.  | 5     | 59. De la raison Arithmetique.   | 14              |
| 17. De tierce quantité.   | 5     | 60. De la raison binaire, ternaire, &c.  | 15              |
| 18. De quarte quantité, & autres ensuyvantes.   | 5     | 61. De la raison d'egalité.  | 15              |
| Que dignitez ou denominateurs des quantitez ne sont pas necessairement nombres entiers, mais potentiellement nombres rompus & nombres radicaux quelconques. | 6     | 62. De la raison d'inegalité.  | 15              |
| 19. Du nombre algebrique entier.  | 6     | 63. De la raison commensurable.  | 15              |
| 20. Du nombre algebrique rompu.   | 6     | 64. De la raison d'inegalité majeure.  | 15              |
| 21. Des quantitez entre elles premieres.  | 6     | 65. De la raison superparticuliere.  | 15              |
| 22. Des quantitez entre elles composez.   | 6     | 66. De la raison superpartiente.   | 15              |
| 23. Du rompu algebrique premier.  | 6     | 67. De la raison multiple.   | 15              |
| 24. Des quantitez continues en l'ordre.   | 6     | 68. De la raison multiple superparticuliere.   | 15              |
| 25. De la superieure quantité.  | 6     | 69. De la raison multiple superpartiente.  | 15              |
| 26. Du multinomie algebrique.   | 6     | 70. De la raison d'inegalité mineure.  | 15              |
| 27. Des quantitez primitives & derivatives.   | 6     | 71. De la raison incommensurable.  | 15              |
| 28. Des postposees quantitez.   | 7     | 72. De la raison transformée.  | 15              |
| 29. De la racine.   | 7     | 73. De la raison renversée.  | 15              |
| Que racine est vocable convenable à l'art.  | 7     | 74. De la raison perturbée.  | 16              |
| 30. Des racines de racines.   | 7     | 75. Des raisons egales.  | 16              |
| 31. Du nombre Geometrique.  | 8     | 76. De la proportion.  | 16              |
| Que nombres quelconques peuvent estre nombres quarez, cubiques, &c. Item que racine quelconque est nombre.  | 8     | 77. De la proportion binaire, ternaire, &c.  | 16              |
| Que la quinte quantité ne se doit point nommer sursolidum ou plus long d'un costé.  | 9     | 78. De la proportion continue.   | 16              |
| Qu'il n'y a nulz nombres absurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou sourds.   | 9     | 79. De la proportion discontinue.  | 16              |
|   |       | 80. Des termes homologues.   | 16              |
|   |       | 81. De la proportion transformée.  | 16              |
|   |       | 82. De la proportion renversée.  | 17              |



83. De la proportion alterne. 17

84. De la proportion perturbée. 17

85. De la multiple raison qu'il y a de la comparaison du premier terme au troisieme & à chascun des suyvans, à la comparaison du premier au second. 17

Quatriesme partie des definitions, des effects des nombres procedans de leur computation rationelle, comme Ajuster, Soustraire, Multiplier, & Diviser, & leurs dependances. 17

86. Definition de l'Ajuster. 17

87. Des nombres à ajuster. 17

88. De la somme. 17

89. Du soustraire. 17

90. Du nombre duquel on soustrait. 17

91. Du nombre à soustraire. 17

92. De la reste. 17

93. Du multiplier. 17

94. Du nombre à multiplier. 18

95. Du multiplicateur. 18

96. Du produit. 18

97. Du diviser. 18

98. Du nombre à diviser. 18

99. Du diviseur. 18

100. Du quotient. 18

Cinquiesme partie des definitions, des effects des nombres procedans de leur computation proportionelle. 18

101. Definition de la regle de trois. 18

102. De la regle de proportionelle partition. 18

103. De la regle des faux. 18

De la signification des vocables, Probleme, Theoreme, & Hypothese. 18

Briefue collection des propres caracteres qu'on usera en ceste Arithmetique. 19

Le second livre d'Arithmetique de l'operation. 20

Premiere partie de l'operation des nombres Arithmetiques. 20

Premiere distinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques entiers. 20

1) Addition. 20

2) probleme de leur Soustraction. 20

3) Multiplication. 20

4) Division. 21

Seconde distinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompus & d'autres coputations à icelles appartenantes. 21

5) Invention de la plus grande commune mesure. 21

6) Invention du premier rompu. 21

7) Invention d'un rompu egal à entier & rompu donné. 22

8) Invention des unitez qu'il y a en un rompu donné. 22

9) Reduction à un commun denominateur. 22

10) Addition. 22

11) Soustraction. 22

12) Multiplication. 23

13) Division. 23

Troiesme distinction de la regle de trois des nombres Arithmetiques. 24

14. Probleme de trois termes donnez trouver le quatriesme proportionel. 24

Quatriesme distinction de la regle de proportionelle partition des nombres Arithmetiques. 24

15. Probleme de la partition d'un nombre Arithmetique donné en parties proportionelles à nombres donné. 24

Cinquiesme distinction de la regle de faux des nombres Arithmetiques. 24

16. Probleme d'une faulse position. 24

17. Probleme de deux faulses positions. 25

Seconde partie de l'operation des nombres radicaux. 25

Premiere distinction des extractions des racines des nombres simples. 25

18. Probleme des extractions des racines des nombres simples. 25

Deuxiesme distinction des quatre numerations, de Racines entieres simples, & d'autres computations à icelles appartenantes. 32

19) Reduction en racines d'une mesme espece. 32

20) probleme de leur Invention de commensurance ou incommensurance. 32

21) Invention de raison. 33

22) Multiplication. 33

23) Division. 34

24) Addition. 35

25) Soustraction. 37

Troiesme distinction des quatre numerations de multinomies radicaux entiers. 39

26) Multiplication. 40

27) Division. 40

28) probleme de leur Addition. 41

29) Soustraction. 42

Quatriesme distinction des quatre numerations de multinomies radicaux rompus. 42

30) Multiplication. 42

31) Division. 42

32) probleme de leur Addition. 42

33) Soustraction. 42

34) Invention du maieur. 43

Cinquiesme distinction de l'invention des douze especes de binomies & autres computations y appartenantes. 43

35. 36. 37. Des inventions de quelques deux nombres servans à la construction du probleme suivant. 43

38. De l'invention des douze especes de binomies. 43

Sixiesme distinction des extractions des racines de multinomies radicaux. 44

39. Probleme des extractions de racines des multinomies radicaux. 44

Septiesme distinction des quatre numerations des racines de multinomies radicaux. 50

40) Multiplication. 50

41) probleme de leur Division. 50

42) Addition. 50

43) Soustraction. 51

Huitiesme distinction de la regle de trois des nombres radicaux, & de l'invention de moyens proportionels. 51

44. Probleme de leur invention de quatriesme terme proportionel. 51

45. De l'invention des moyens proportionels. 52

Neufiesme distinction de la regle de proportionelle partition des nombres radicaux. 52

46. Probleme de la partition d'un nombre radical donné, en parties proportionelles a nombres donnez. 52

Dixiesme distinction de la regle de faux des nombres radicaux. 52

47. Probleme d'une faulse position. 52

48. Probleme de deux faulses positions. 52

Troiesme partie de l'operation des nombres Algebriques. 53

Premiere distinction des quatre numerations des nombres Algebriques entiers. 53

49) Multiplication. 54

50) probleme de leur Division. 54

51) Addition. 55

52) Soustraction. 55

Deuxiesme distinction des quatre numerations des nombres Algebriques rompus, & d'autres coputations à icelles appartenantes. 56

53) Invention de la plus grande commune mesure. 56

54) Invention du premier rompu. 56

55) Invention d'un rompu egal à entier & rompu donné. 56

56) De leur reduction à un commun denominateur. 56

57) Multiplication. 57

58) Division. 57

59) Addition. 57

60) Soustraction. 57

Troisième distinction des extractions de racines des nombres Algebraiques. 57  
 61 Probleme des extractions de racines des nombres Algebraiques. 57  
 Quatrième distinction des quatre numerations des postposées quantitez. 60  
 62 } probleme { Multiplication. 60  
 63 } de leur { Division. 60  
 64 } { Addition. 61  
 65 } { Soustraction. 61  
 Cinquième distinction de la regle de trois des quantitez. 61  
 Aux problemes de ceste distinction, precedent 10 regles de la reduction. 63

|     |         |             |
|-----|---------|-------------|
| 66. | ( 1 1 ) | ( 0 )       |
| 67  | ( 1 )   | ( 0 )       |
| 68  | ( 2 )   | ( 1 0 )     |
| 69  | ( 3 )   | ( 1 0 )     |
| 70  | ( 3 )   | ( 2 0 )     |
| 71  | ( 3 )   | ( 2 1 0 )   |
| 72  | ( 4 )   | ( 1 0 )     |
| 73  | ( 4 )   | ( 2 1 0 )   |
| 74  | ( 4 )   | ( 3 0 )     |
| 75  | ( 4 )   | ( 3 1 0 )   |
| 76  | ( 4 )   | ( 3 2 0 )   |
| 77  | ( 4 )   | ( 3 2 1 0 ) |

78 Probleme de l'invention du quatriesme terme proportionel, estant le premier & second quelques quantitez derivatives des primitives composez de (4)(3)(2)(1)(0). 89  
 79 Probleme de l'invention du quatriesme terme proportionel, estant le premier postposée quantité de simple nom. point multipliée ou divisée, le second de positives quantitez quelconques, le troisieme postposée quantité de la mesme progression que celle du premier terme. 90  
 80. Probleme de l'invention du quatriesme terme proportionel, estant le premier positive quantité quelconque multipliée ou divisée par postposée. Le second de positives quantitez quelconques. Le troisieme de la mesme progression que la postposée quantité du premier terme. 90  
 Sixiesme distinction de la regle de faux des nombres algebraiques, dictée algebre. 93  
 81. Probleme de la regle d'Algebre. fol. 93. declarée par 27 exemples, & par les six premiers livres de Diophante; dont le premier commence fol. 103. & contient 43. questions. Le second, fol. 113. & contient 36. questions. Le troisieme, fol. 123. & contient 24. questions. Le quatriesme, fol. 133. & contient 46. questions. Le cinquieme commence fol. 153. & contient 33. questions. Le sixiesme commence fol. 163. & contient 26. questions.

## T A B L E

### DES CHOSES PRINCIPALES DE LA

precedente Arithmetique selon l'ordre de l'ABC.

|   |  |  |
|---|--|--|
| <b>A.</b>   |  | <b>D</b> iviser nombres Arithmetiques rompuz. 23                                 |
| <b>A</b> jouter quoy 17   |  | <b>D</b> iviser racines simples. 34  |
| <b>A</b> jouter nombres Arithmetiques entiers. 20                               |  | <b>D</b> iviser multinomies radicaux entiers. 40                                 |
| <b>A</b> jouter nombres Arithmetiques rompuz. 22                                |  | <b>D</b> iviser multinomies radicaux rompuz. 42                                  |
| <b>A</b> jouter racines simples. 35   |  | <b>D</b> iviser racines de multinomies radicaux. 50                              |
| <b>A</b> jouter multinomies radicaux entiers. 41                                |  | <b>D</b> iviser nombres algebraiques entiers. 54                                 |
| <b>A</b> jouter multinomies radicaux rompuz. 42                                 |  | <b>D</b> iviser nombres algebraiques rompuz. 57                                  |
| <b>A</b> jouter racines de multinomies radicaux. 50                             |  | <b>D</b> iviser postposées quantitez. 60   |
| <b>A</b> jouter nombres Algebraiques entiers. 55                                |  | <b>D</b> iviseur quoy. 18  |
| <b>A</b> jouter nombres Algebraiques rompuz. 57                                 |  | <b>D</b> ouze especes de binomies quoy. depuis 12. à 13. Leurs constructions. 43 |
| <b>A</b> jouter postposées quantitez. 61  |  |  |
| <b>A</b> rithmetique quoy. 1  |  | <b>E.</b>  |
| <b>B.</b>   |  | <b>E</b> xtraire racines. 25   |
| <b>B</b> inomie & trinomie radical, &c. quoy. 11                                |  | <b>E</b> xtraire racines de multinomies radicaux. 44                             |
| <b>B</b> inomie conjoint & disjoinct respondans. 14                             |  | <b>E</b> xtraire racines algebraiques. 57  |
| Briefve collection des propres caracteres qu'on usera en ceste Arithmetique. 19 |  | <b>F.</b>  |
| <b>C.</b>   |  | <b>F</b> ondament des nombres Geometriques. 4                                    |
| <b>C</b> inquieme livre de Diophante. 153                                       |  | <b>H.</b>  |
| <b>C</b> ommencement de quantité quoy. 5  |  | <b>H</b> ypothese quoy. 19   |
| <b>C</b> ommenfurance ou incommenfurance des nombres se trouve. 32              |  | <b>I.</b>  |
| <b>C</b> ommune mesure des nombres Arithmetiques se trouve. 21                  |  | <b>I</b> nvention de la plus grande commune mesure des nombres Arithmetiques. 21 |
| <b>C</b> ommune mesure des quantitez se trouve. 56                              |  | <b>I</b> nvention du premier rompu Arithmetique. 21                              |
| <b>D.</b>   |  | <b>I</b> nvention d'un rompu egal à entier & rompu donné. 22                     |
| <b>D</b> ifference entre prime quantité & racine. 10                            |  | <b>I</b> nvention des unitez qu'il y a en un rompu donné. 22                     |
| <b>D</b> iviser quoy. 18  |  | <b>I</b> nvention de commenfurance ou incōmenfurance. 32                         |
| <b>D</b> iviser nombres Arithmetiques entiers. 21                               |  | <b>I</b> nvention de la raison de racines. 33                                    |
|   |  | <b>I</b> nvention du majeure multinomie. 43                                      |
|   |  | <b>I</b> nvention des douze especes de binomies. 43                              |
|   |  | Inven-   |

|  |    |
|--|----|
| Invention de la plus grande commune mesure des nombres algebriques.      | 56 |
| Invention du premier rompu des nombres algebriques.                      | 56 |
| Invention d'un rompu egal à entier & rompu donné en nombres algebriques. | 56 |
| Inventeurs des regles de trois algebriques.                              | 62 |
| Imperfection de la premiere difference du 69 probleme.                   | 71 |

## M.

|  |    |
|--|----|
| Majeur multinomie radical se trouve.                 | 43 |
| Moyens proportionnels se trouve.                     | 52 |
| Multinomie algebrique quoy.                          | 6  |
| Multinomie comme binomie, trinomie, &c. quoy.        | 11 |
| Multinomie conjoint & quoy.                          | 12 |
| Multinomie disjoinct & quoy.                         | 12 |
| Multinomie en partie conjoint & en partie disjoinct. | 12 |
| Multinomie radical quoy.                             | 11 |
| Multiplicateur quoy.                                 | 18 |
| Multiplier quoy.                                     | 17 |
| Multiplier nombres Arithmetiques entiers.            | 20 |
| Multiplier nombres Arithmetiques rompuz.             | 23 |
| Multiplier racines simples.                          | 33 |
| Multiplier multinomies radicaux entiers.             | 40 |
| Multiplier multinomies radicaux rompuz.              | 42 |
| Multiplier racines de multinomies radicaux.          | 50 |
| Multiplier nombres algebriques entiers.              | 54 |
| Multiplier nombres algebriques rompuz.               | 57 |
| Multiplier postposees quantitez.                     | 60 |

## N.

|  |    |
|--|----|
| Nombre en general quoy.  | 1  |
| Nombre Arithmetique quoy.  | 3  |
| Nombre entier quoy.  | 3  |
| Nombres entre eux premiers quoy.   | 3  |
| Nombres entre eux composez quoy.   | 3  |
| Nombre rompu quoy.   | 3  |
| Nombre geometrique quoy.   | 8  |
| Nombres quelconques peuvent estre nombres quarez, cubiques, &c. Item racine quelconque est nombre. | 8  |
| Nombre algebrique entier quoy.   | 6  |
| Nombre algebrique rompu quoy.  | 6  |
| Nombres commensurables quoy.   | 11 |
| Nombres incommensurables quoy.   | 11 |
| Nombre à ajouter quoy.   | 17 |
| Nombre duquel quoy.  | 17 |
| Nombre à soustraire quoy.  | 17 |
| Nombre à multiplier quoy.  | 18 |
| Nombre à diviser quoy.   | 18 |
| Nom de multinomie quoy.  | 11 |
| Nominateur de rompu quoy.  | 4  |
| Numerateur de rompu quoy.  | 3  |
| Nuls nombres sont absurds irrationels inexplicables ou fours.                                      | 9  |

## O.

|  |   |
|--|---|
| Origine de la construction d'extraction de racine des douze binomies.  | 147   |
| Origine d'extraction de racine quarrée de multinomie.  | 48. 49.   |
| Origine d'extraction de racine algebrique.   | 57  |
| Origine de la construction de l'invention du valeur de $1 \textcircled{1}$ quand $2 \textcircled{2}$ est egale à $1 \textcircled{1}$ . | fol. 69. Item quand $3 \textcircled{3}$ est egale à $+ 1 \textcircled{1} + 2 \textcircled{2}$ . |
|  | fol. 72. Item quand $3 \textcircled{3}$ est egale à $- 1 \textcircled{1} + 2 \textcircled{2}$ . |
|  | fol. 72. Item quand $3 \textcircled{3}$ est egale à $+ 1 \textcircled{1} - 2 \textcircled{2}$ . |
|  | fol. 73. Item quand $3 \textcircled{3}$ est egale à $2 \textcircled{2}$ .                       |
|  | fol. 76. Item quand $3 \textcircled{3}$ est egale à $2 \textcircled{2} \textcircled{1}$ .       |
|  | fol. 80.  |

Item quand  $4 \textcircled{4}$  est egale à  $3 \textcircled{3}$ . fol. 82. Item quand  $4 \textcircled{4}$  est egale à  $2 \textcircled{2} \textcircled{1}$ . 83. Item quand  $4 \textcircled{4}$  est egale à  $3 \textcircled{3}$ . fol. 84. Item des quantitez derivatives. fol. 89. Item des postposees quantitez. 91

## P.

|   |     |
|---|-----|
| Plus grande commune mesure des nombres Arithmetiques se trouve. | 25  |
| Potence de nombre quoy.   | 11  |
| Premier livre de Diophante.                                     | 103 |
| Premier rompu se trouve.  | 25  |
| Probleme quoy.  | 18  |
| Produict quoy.  | 18  |
| Proportion quoy.  | 16  |
| Proportion binaire, ternaire, &c. quoy.                         | 16  |
| Proportion continue quoy.                                       | 16  |
| Proportion discontinue quoy.                                    | 16  |
| Proportion transformée quoy.                                    | 16  |
| Proportion renversée quoy.                                      | 17  |
| Proportion alterne quoy.  | 17  |
| Proportion perturbée quoy.                                      | 17  |

## Q.

|   |                 |
|---|-----------------|
| Quinte quantité ne se doit point nommer sur folium ou plus long d'un costé. | 9               |
| Quantité prime, seconde, tierce, &c. quoy.                                  | 5               |
| Quantitez entre elles premières quoy.                                       | 6               |
| Quantitez entre elles composees quoy.                                       | 6               |
| Quantitez continues en l'ordre quoy.  | 6               |
| Quantité supérieure quoy.   | 6               |
| Quantitez primitives quoy.  | 6               |
| Quantitez derivatives quoy.   | 6               |
| Quantitez postposees quoy.  | 7               |
| Quotient quoy.  | 18              |
| Quarré de double egalité quoy.  | 114             |
| Quatriesme livre de Diophante.  | 133             |
| Quatriesme proportionel de nombres Arithmetiques se trouve.                 | 24              |
| Quatriesme proportionel des nombres radicaux se trouve.                     | 51              |
| Quatriesme proportionel des nombres algebriques se trouve.                  | depuis 61. à 90 |

## R.

|  |    |
|--|----|
| Racine de quantité quoy.   | 7  |
| Racine est vocable convenable à l'art.                             | 7  |
| Racine de racine quoy.   | 7  |
| Racine algebrique quoy.  | 10 |
| Raison Arithmetique quoy.  | 14 |
| Raison binaire, ternaire, &c. quoy.                                | 15 |
| Raison d'egalité quoy.   | 15 |
| Raison d'inegalité quoy.   | 15 |
| Raison commensurable quoy.   | 15 |
| Raison d'inegalité majeure quoy.                                   | 15 |
| Raison superparticuliere quoy.                                     | 15 |
| Raison superpartiente quoy.  | 15 |
| Raison multiple quoy.  | 15 |
| Raison multiple superparticuliere quoy.                            | 15 |
| Raison multiple superpartiente quoy.                               | 15 |
| Raison de moindre inegalité quoy.                                  | 15 |
| Raison incommensurable quoy.                                       | 15 |
| Raison transformée quoy.   | 15 |
| Raison renversée quoy.   | 15 |
| Raison perturbée quoy.   | 16 |
| Raisons egales quoy.   | 16 |
| Raison des racines se trouve.                                      | 33 |
| Reduction algebrique.  | 62 |
| Reduire diverses fractions Arithmetiques à un commun denominateur. | 22 |

|   |                  |
|---|------------------|
| Reduire diverses fractions algebriques à un commun denominatedeur.  | 56               |
| Reduire diverses especes de racines en une mesme espece.  | 132              |
| Reigle de trois quoy.   | 18               |
| Reigle de trois des nombres Arithmetiques. fol. 24. & des nombres radicaux. fol. 51. & des nombres algebriques. | depuis 61. à 90  |
| Reigle de proportionelle partition quoy.  | 18               |
| Reigle de proportionelle partition des nombres Arithmetiques. fol. 24. & des nombres radicaux.                  | 52               |
| Reigle des faux quoy.   | 18               |
| Reigle des faux des nombres Arithmetiques. fol. 24. Des nombres radicaux. fol. 25. Des nombres algebriques.     | depuis 93. à 152 |
| Reste quoy.   | 17               |
| Rompu Arithmetique quoy.  | 3                |
| Rompu Arithmetique premier quoy.  | 4                |
| Rompu algebrique quoy.  | 6                |
| Rompu Algebrique premier quoy.  | 6                |

**S.**

|   |     |
|---|-----|
| <b>S</b> econd livre de Diophante.                                | 113 |
| Signification des vocables Probleme Theoreme Hypothese.           | 18  |
| Signification du nombre devant ou derriere la marque de quantité. | 10  |
| Signe de separation entre le nombre radical & la quantité.        | 10  |
| Signes de plus & moins.   | 11  |
| Six premiers livres d'Algebre de Diophante d'Alexandrie.          | 102 |

|   |     |
|---|-----|
| Sixiesme livre de Diophante.                | 163 |
| Somme quoy.                                 | 17  |
| Soustraire quoy.                            | 17  |
| Soustraire nombres Arithmetiques entiers.   | 20  |
| Soustraire nombres Arithmetiques rompuz.    | 22  |
| Soustraire racines simples.                 | 37  |
| Soustraire multinomies radicaux entiers.    | 41  |
| Soustraire multinomies radicaux rompuz.     | 42  |
| Soustraire racines de multinomies radicaux. | 51  |
| Soustraire nombres algebriques entiers.     | 55  |
| Soustraire nombres Algebriques rompuz.      | 57  |
| Soustraire postposées quantitez.            | 61  |
| Solutions qu'on peut faire par moins.       | 77  |

**T.**

|   |     |
|---|-----|
| <b>T</b> erme Arithmetique quoy.  | 14  |
| Termes homologues quoy.   | 16  |
| Theoreme quoy.  | 18  |
| Theoremes de la seconde partie de l'operation font. fol. 35. 37. 39. 40. 41. 51. & de la troisieme partie. fol. 53. 54. 70. 91. 92. 93. Et du premier livre de Diophante. 106. 109. & du troisieme livre de Diophante. 124. 128. 129. 130. 131. 132. & du quatrieme livre de Diophante. 137. 141. 145. 146. 147. 148. 149. 151. & du cinquiesme livre de Diophante. | 154 |
| Toute quantité s'appelle la potence de sa racine.   | 11  |
| Troisieme livre de Diophante.   | 123 |

**V.**

|   |    |
|---|----|
| <b>V</b> nité est nombre.                     | 1  |
| Vnitez qu'il y a au rompu donné, se trouvent. | 22 |

# L A P R A C T I Q V E D A R I H M E T I Q V E

De SIMON STEVIN de Bruges.

A V L E C T E V R.



Eu que l'efficace de l'ordre des disciplines est telle, que l'on apprend par icelle facilement & à plaisir, ce qui autrement ne se fait qu'à grand labeur & ennuy; dequoy nous avons traité en general en nostre Dialectique; Il m'a semblé bon de dire icy en particulier de l'ordre de la Pratique d'Arithmetique.

Or comme il est notoire par l'expérience des autres facultez, comme es Droicts, Medicine, &c. que la Pratique n'est pas le premier auquel doit commencer l'apprentif; Mais à quelques fondamens generaux; sans lesquels il besoigneroit toujours a tastons, & jugeroit comme l'aveugle des couleurs, sans pouvoir effectuer chose digne de louange: Ainsi faut il entendre le mesme de ceste Pratique d'Arithmetique; à sçavoir qu'elle n'est pas le premier, auquel il doit commencer; mais à ce qui est le fondament servant generalement à toutes operations, qui se rencontrent en icelle. Quant à ce qu'il en est aucuns d'autre opinion; lesquels (ignorans la Nature & vertu de l'ordre) prennent pour argument, que l'on fait ainsi double utilité, à sçavoir, qu'on n'apprend pas seulement les computations des nombres, mais encore l'usage des matieres auxquelles ils sont appliquez: Certes si on le considere bien, cela se trouvera plustost double dommage, & autant comme si quelcun dist, qu'il seroit utile à l'apprentif de Grammaire, d'apprendre quant & quant l'usage d'icelle; come Dialectique, Rhetorique, ou quelques autres Facultez. Voyez encore qu'elles absurditez s'ensuivent, quant quelcun apprend premierement l'Addition de Livres, Solz & Deniers devant la Division, la ou il faut diviser la somme des deniers par 12. laquelle division il ignore, & l'apprendra (veu que la Soustraction & Multiplication precedent) quelque temps apres: Ce qui sont tenebres si obscures pour lesdicts Apprentifs, qu'ils perdent souvent le courage & l'espoir de pouvoir comprendre la reste. Pour doncques eviter ceste & semblables absurditez, il convient suivre la nature comme Guide assuree; apprennant (comme dessus est dict) premierement les fondamens generaux, qui sont de nombres purs, abstraicts de toutes matieres; lesquels nous avons descript selon nostre

pouvoir aux livres precedens. Mais veu que le but de plusieurs personnes, n'est point de s'occuper es profondes speculations Algebraiques, ains seulement en ce qui leur peut servir à leur traffique ou affaires; Tels (avant que venir à ceste Pratique) apprendront la premiere partie du precedent second livre, comprenant seulement 17 petits & faciles Problemes; lesquels bien entenduz, l'on se trouvera muni d'un fondament, servant generalement pour l'expedition des constructions, qui se rencontrent en la Pratique: De sorte que le tout ne luy semblera que repetition des precedens.

Voyla, amy Lecteur, ce que nous voulions dire de cest ordre; si le trouvez entierement bon, vous le pouvez du tout suivre; sinon, cueilles en le meilleur que vous pourrez; ou en faites comme bon vous semblera, prennant de bonne part nostre petit avertissement, & grande affection, toujours inclinée pour vous faire service.

## A R G V M E N T.

Nous divisons la Pratique d'Arithmetique en deux parties, à sçavoir en Computations Rationelles (comme Ajourter, Soustraire, Multiplier, & Diviser) & Proportionelles. Des Rationelles, nous expliquerons celles d'argent, & des Raisons. Des proportionelles la regle de Trois, de Cincq, de Compagnie, d'Alligation, d'Interest, & des Faux. Ce que nous comprendrons autre fois pour plus grande evidence en telle Table:

|   |   |              |   |              |
|---|---|--------------|---|--------------|
| Ceste Pratique d'Arithmetique a deux parties. | } | Computations | { | d'Argent.    |
|   |   | Rationelles. |   | Des Raisons. |
| Proportionelles (la regle de                  | } | Trois.       | { | Cincq.       |
|   |   | Compagnie.   |   | Alligation.  |
|   |   | Interest.    |   | Faux.        |
|   |   |              |   |              |

Et à la fin nous descrirons encore deux particuliers traittez. L'un de la Disme, qui se pourroit dire par autre nom, La Pratique des Pratiques. L'autre des Incommensurables Grandeurs.

# PREMIERE PARTIE DE LA PRACTIQUE D'ARITHMETIQUE DES QUATRE COMPUTATIONS RATIONELLES.

## Premiere distinction des quatre computations d'Argent.



**N**OTRE les diverses especes d'argent, qui sont quasi infinies, il y a une pour l'heure par Europe la plus generale, à sçavoir de Livres, Sols, & Deniers. Et combien que la livre d'un país est inegale à celle d'un autre, car d'autre valeur est la livre de Flandres, d'autre celle de Venize, de France, d'Angleterre, &c. Toutesfois telle raison qu'il y a de la livre à son solz, & du solz à son denier de l'un país, la mesme y a il en chascun. Car tout solz est la vingtiesme part de sa livre, & tout denier la douziesme de son solz; d'ou s'ensuit que leur maniere de computation est par tout la mesme. nous prendrons doncques pour noz exemples ladicte plus generale espece, les computations de laquelle estant bien entendues, semblables computations seront aussi notoires en especes d'argent queleonques.

De l'addition d'argent.

### PROBLEME I.

**E**stant données diverses parties d'argent: Trouver leur somme.

*Explication du donné.* Soyent les parties d'argent données telles 22 lb 15 s 8 d & 27 lb 18 s 11 d & 34 lb 17 s 10 d. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On disposera les parties données comme cy dessous. Puis commençant aux deniers, on ajoutera 10 & 11 & 8 font 29 d, lesquels divisez par 12 (par 12 parce que 12 d valent 1 s) donnent quotient 2 s 5 d.

Puis on mettra les 5 d sous les deniers, & on ajoutera les 2 s avec les autre solz, & monteront en tout 52 s, lesquels divisez par 20 (par 20 parce que 20 s valent 1 lb) donnent quotient 2 lb 12 s. Puis on mettra les 12 s dessous les sols, & les 2 lb s'ajouteront avec les autres livres, qui monteront ensemble (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 85 lb.

|    |   |    |   |    |
|----|---|----|---|----|
| lb | — | s  | — | d  |
| 22 | . | 15 | . | 8  |
| 27 | . | 18 | . | 11 |
| 34 | . | 17 | . | 10 |
| 85 | . | 12 | . | 5  |

Je di, que 85 lb 12 s 5 d sont la somme requise, dont la demonstration est manifeste par la demonstration dudit premier probleme de l'Arithmetique.

**NOTA.** S'il y eust en l'argent à ajouter des rompuz, comme par exemple 2 s  $\frac{1}{3}$  d, & 3 s  $\frac{1}{2}$  d, On ajoutera les rompuz  $\frac{1}{3}$  &  $\frac{1}{2}$ , par le 10e. probleme de l'Arithmetique feront  $\frac{5}{6}$  d, & toute la somme sera 5 s  $\frac{5}{6}$  d. Et ainsi d'autres semblables.

### COROLLAIRE.

L'addition de toutes autres especes d'argent, est notoire par le precedent. Prenons pour exemple Ducatz, Reaux (desquels les 11 font un ducat) & Maravedis (desquels les 34 font un real) en ceste maniere:

La ou la somme de Maravedis se divisoit par 34, donnant quotient 2 reaux, restant 20 Maravedis, lesquels 2 reaux comptez avec les autres, font 29, lesquels divisez par 11, donnent quotient 2 ducats, restant 7 reaux, lesquels 2 ducats comptez avec les autres font 1504 ducatz, de sorte que la desirée somme est 1504 Ducatz, 7 Reaux, 20 Maravedis.

|      |      |      |
|------|------|------|
| Duc. | Rea. | Mar. |
| 235  | .    | 9    |
| 583  | .    | 10   |
| 684  | .    | 8    |
| 1504 | .    | 7    |

Et semblablement est manifeste par les precedens, l'addition d'especes de matiere quelconque. Par exemple de pois, comme livres & onces, desquelles les 16 font une livre, dont l'exemple s'en peut donner ainsi:

La ou la somme des onces 39, se divise par 16, donnant quotient 2 lb, & restant 7 onces, lesquels 2 lb comptez avec les autres, font ensemble 123 lb, de sorte que la somme requise est 123 lb 7 onces. Et ainsi de tous autres.

|        |   |       |
|--------|---|-------|
| Livres | . | Onces |
| 23     | . | 13    |
| 42     | . | 11    |
| 56     | . | 15    |
| 123    | . | 7     |

*Conclusion.* Estant données diverses parties d'argent. Nous avos trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soustraction d'argent.

### PROBLEME II.

**E**stant donnée partie d'argent de laquelle on soustrait & partie d'argent à soustraire: Trouver leur reste.

*Explication du donné.* Quelcun doit 8 lb 17 s 5 d, sur quoy il a payé 24 lb 19 s 8 d. *Explication du requis.* Il faut trouver combien qu'il doit encore de reste. *Construction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme cy dessous. Puis pour lever 8 d de 5 d, par ce qu'il est impossible, on empruntera 1 s des 17 s, qui vaut 12 d, lesquels ajoutez aux 5 d, font 17 d, des mesmes soustraicts 8 d, restent 9 d, lesquels on mettra sous les deniers; Puis pour lever 19 s de 16 s (nous disons de 16 s, par ce que des 17 s à esté emprunté 1 s) par ce qu'il est impossible, on empruntera 1 lb des 8 lb, qui vaut 20 s, lesquels ajoutez aux 16 s font 36 s, des mesmes soustraicts 19 s, restet 17 s, lesquels on mettra sous les sols.

Puis venant aux livres on dira 4 lb . s . d de 7 (nous disons 4 de 7, par ce que 7 s à esté emprunté 1 s) reste 3 s, & 2 de 7 reste 5. Je di, que 53 lb 16 s 9 d est la reste requise, dont la demonstration est manifeste par celle du second probleme de l'Arithmetique.

*Conclusion.* Estant doncques donnée partie d'argent de laquelle on soustrait, & partie d'argent à soustraire, nous avons trouvé la reste; Ce qu'il falloit faire.

**NOTA.** S'il y eust en l'argent donné des rompuz, comme par exemple 5 s  $\frac{1}{2}$  d à soustraire de 12 s  $\frac{2}{3}$  d, on soustraira  $\frac{1}{2}$  d de  $\frac{2}{3}$  d par le 11 probleme de nostre Arithmetique, & restera  $\frac{1}{6}$  d, & la reste sera 7 s  $\frac{1}{6}$  d, & ainsi d'autres semblables.

De la multiplication d'Argent.

PROBLEME III.

**E**stant donné argent à multiplier & multiplicateur: Trouver leur produit.

Explication du donné. Soit donné argent à multiplier 23 lb 3 s 2 d & multiplicateur 5. Explication du requis. Il faut trouver leur produit. Construction 1.

On convertira premierement tout l'argent donné en deniers, en ceste sorte:

On multipliera 23 lb par autant, qu'il y a des solz en 1 lb qui est par 20, monte (par le 3 probleme de nostre Arithmetique) 460 s, auxquels ajoutez les 3 s donnez, font 463 s, les mesmes multipliez par autant qu'il y a des derniers en 1 s, qui est par 12, font 5556 d, & aux mesmes ajoutez 2 d donnez, font pour tout l'argent donné, & converti en derniers 5558. Puis on multipliera les mesmes par le multiplicateur donné 5, fait 27790 d. Mais comment on pourra autre fois convertir ces 27790 d en livres & solz, il sera demonsté à la 2 note, du quatriesme probleme suyvnt.

$$\begin{array}{r}
 23 \text{ lb } 3 \text{ s } 2 \text{ d} \\
 20 \\
 \hline
 463 \text{ s} \\
 12 \\
 \hline
 926 \\
 4632 \\
 \hline
 5758 \text{ d} \\
 5 \\
 \hline
 27790 \text{ d}
 \end{array}$$

Je di que 27790 d est le produit requis, dont la demonstration est manifeste par celle du 3 probleme de l'Arithmetique. Construction 2. L'on pourroit autrement multiplier 2 s par 5 font 10 d puis 3 s par 5 font 15 s puis 23 lb par 5 font 115 lb de sorte que 115 lb 15 s 10 d seroit le produit requis vallant le mesme que le produit cy dessus 27790 d. Conclusion. Estant doncques donné argent à multiplier, & multiplicateur: Nous avons trouvé leur produit; Ce qu'il falloit faire.

NOTA. S'il y eust aux donnez des rompuz, comme par exemple 3 s 8  $\frac{1}{3}$  d à multiplier par 2  $\frac{1}{2}$ , on convertira les 3 s 8 d en deniers, par le 3 probleme cy dessus, font (avec le  $\frac{1}{3}$  d) 44  $\frac{1}{3}$  d. Puis on multipliera 44  $\frac{1}{3}$  par 2  $\frac{1}{2}$  font (par le 12 probleme de l'Arithmetique) pour le requis 110  $\frac{2}{6}$  d, Et ainsi des autres semblables.

De la division d'Argent.

PROBLEME IV.

**E**stant donné argent à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné argent à diviser 13 lb 7 s 8 d & diviseur 5. Explication du requis. Il faut trouver leur quotient. Construction 1. On reduira les 13 lb 7 s 8 d tous en deniers, par la maniere du precedent 3 probleme, font 3212 d; les mesmes divisez par le diviseur 5, donne quotient (par le 4. probleme de l'Arithmetique) 642  $\frac{2}{5}$  d. Mais comment on pour la autrefois reduire ces 642  $\frac{2}{5}$  d en livres solz & deniers, sera declaré à la 2. note cy dessous.

Je di que 642  $\frac{2}{5}$  d est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste par celle du 4 probleme de l'Arithmetique. Construction 2. Autrement on peut diviser les 13 lb par 5, donnent quotient 2 lb, reste 3 lb, qui vallent 60 s, aux mesmes ajoutez les 7 s, font 67, lesquels divisez par 5, donnent quotient 13 s, reste 2 s qui vallent 24 d, auxquels ajoutez 8 d, font 32 d, les mesmes divisez par 5, donnent quotient 6  $\frac{2}{5}$  d. De sorte que 2 lb 13 s 6  $\frac{2}{5}$  d seroit le quotient requis vallant le mesme que le quotient cy dessus 642  $\frac{2}{5}$  d.

Conclusion. Estant doncques donné argent à diviser & diviseur; Nous avons trouvé leur quotient; Ce qu'il falloit faire.

NOTA I.

S'il y eust aux donnez des rompuz comme par exemple 4 s 2  $\frac{1}{2}$  d, à diviser par 3  $\frac{1}{3}$ , On convertira les 4 s 2 d en deniers par le precedent 3 probleme, font (avec le  $\frac{1}{2}$  d) 50  $\frac{1}{2}$  d. Puis on divisera 50  $\frac{1}{2}$  par 3  $\frac{1}{3}$  & donnent quotient (par le 13 probleme de nostre Arithmetique) pour le requis 15  $\frac{3}{20}$  d, & ainsi des autres semblables.

NOTA II.

Pour reduire deniers, par exemple 698 d, en livres solz & deniers, il les faut diviser par 12, donnent quotient 58 s, reste 2, qui font 2 d; puis pour convertir les 58 s en livres, on les pourroit diviser par 20, & donnent quotient 2 lb, reste 18, qui font 18 s, mais à cause de brevete & comme par reigle generale, on coupe le dernier caractere 8, par quelque ligne, disant, la moitie de 5 font 2 lb, reste 1, lequel mis devant le 8, fait 18 s, de sorte que les 698 d convertiz, font 2 lb 18 s 2 d. Et la disposition des caracteres de l'operation, est telle:

NOTA III.

Pour sçavoir la valeur d'un rompu de livre, par exemple de 2  $\frac{4}{3}$  lb, il faut multiplier le nominateur 23 par 20, fait 480, les mesmes divisez par le nominateur 35, donnent quotient 13 s, restent 25, les mesmes multipliez par 12, font 300, lesquels autrefois divisez par 35, donnent quotient 8  $\frac{4}{7}$  d. De sorte que les 2  $\frac{4}{3}$  lb, vallent 13 s 8  $\frac{4}{7}$  d.

Deuxiesme distinction des quatre computations des Raisons.

**I**l y a controverse entre les Auteurs Mathematiciens (& principalement entre les Commentateurs de la cinquesme definition du 5 livre d'Euclide) touchant les computations des Raisons: Car ce que les aucuns appellent Addition & Soubstraction des Raisons, les autres veulent que ce soit Multiplication, & Division, les autres disent que c'est matiere obscure & confuse. Mais come il advient à plusieurs autres disciplines, esquelles l'on cognoit & entend la nature des principes plus parfaitement, quand on vient à la Pratique d'icelles: Ainsi nous deviennent les proprietéz des computations des Raisons plus notoires par leur usage: Comme entre autres la Theorie de la Musique: (dont nous descriprons ailleurs un traicté particulier.) La reigle de Compaignie (que nous declarerons cy apres.) Quelques demonstrations de Ptolemee en sa Grande Composition, &c. Pourtant celuy qui requiert la solide intelligence de ces computations des Raisons, se peut exercer esdictes operations.

Quant à ce que quelcun me pourroit demander, pourquoy nous ne les avons pas mis en la precedente Arithmetique; Je luy respons, que icelles computations sont de purs nombres, & que la Raison (comme il apparoitra plus amplement à la multiplication des Raisons suyvante) n'est point nombre, ains subject (comme les autres matieres auquel s'applique le nombre, parquoy leur lieu n'y estoit pas.

Mais à fin de declarer aucunes qualitez de la Raison, par quelque sa similitude à ligne, nous en descriprons (avant que venir aux problemes) quelque Theoreme tel:

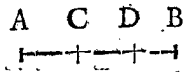
THEOREME.

**L**A Raison Arithmetique, coupée par termes, reçoit des qualitez semblables aux qualitez de la ligne coupée par lignes.

Explication du donné. Soit la Raison de 12 à 3, coupée par quelques termes 4 & 2 en ceste sorte 12, 4, 2, 3.

Puis

Puis soit la ligne AB, coupée par lignes aux points CD. *Explication du requis.* Il faut démontrer par les memes le contenu du Theoreme.



### Demonstration.

#### Premiere qualité.

Comme toutes les parties de la ligne AB, comme AC, CD, DB, sont lignes; Ainsi toutes les parties de la Raison 12 à 3, comme 12 à 4, & 4 à 2, & 2 à 3, sont Raisons, à sçavoir Triple, Duple, Subsesquialtere.

#### Seconde qualité.

Comme la ligne AB, est egale à toutes ses parties AC, CD, DB; Ainsi est la Raison de 12 à 3 (qui est quadruple) egale à toutes ses parties 12 à 4, & 4 à 2, & 2 à 3, car Raison Triple, Duple, & Subsesquialtere, sont aussi ensemble (comme il apparoitra par le cinquieme probleme) Raison quadruple.

#### Troiesime qualité.

Quand de la ligne AB, se coupe la ligne DB, il y reste la ligne AD; Ainsi quand de la Raison 12 à 3, se coupe la Raison de 2 à 3, il y reste encore la raison de 12 à 2, car de Raison Quadruple, soustraict Raison Subsesquialtere, Reste (comme il apparoitra par le 6<sup>e</sup> probleme) Raison Sextuple. Nous pourrions descrire plusieurs exemples semblables, ne fust que les precedens semblent suffire au propos. *Conclusion.* La Raison doncques Arithmetique coupée, &c. Ce qu'il falloit démontrer.

De l'addition des Raisons.

#### PROBLEME V.

**E**stant données Raisons Arithmetiques à ajoûter: Trouver leur somme.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux Raisons duples, qui est Raison  $\frac{2}{1}$ , & Raison  $\frac{2}{1}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On multipliera les  $\frac{2}{1}$  par les  $\frac{2}{1}$  fait pour solution (par le 12<sup>e</sup> probleme de l'Arithmetique)  $\frac{4}{1}$ . Ajoûtant doncques (car addition des Raisons ne requiert autre operation que la multiplication des rompuz) Raison duple, à Raison duple, donne somme Raison  $\frac{4}{1}$ , cest Raison quadruple. *Demonstration.* Les demonstrations Arithmetiques ne se font pas tousiours par nombres, mais par matiere à l'intention, la plus commode, ce qui est souvent par grandeurs, nous en prendrons maintenant les sons ou voix. Or il est à sçavoir, que comme nostre entendement comprend par la veue, que deux aulnes de quelque estouffe, sont le double de une aulne; Ainsi comprend l'entendement par l'ouye, que l'inférieur son ou terme de l'octave Musicale, est le double du supérieur: Et semblablement que l'inférieur terme de la decimequinte, est quadruple à son supérieur, voire les corps inanimez le tesmoignent, en cela qu'ils observent entre eux la raison de leurs sons, comme toute la corde du luc, fait à sa moitie (qui sont comme de 2 à 1) le son de 2 à 1, qui est l'octave, & ainsi de toutes ses autres parties; De sorte que les deux termes de l'octave, sont en Raison double & de la decimequinte Raison quadruple. Mais deux octaves sont une decimequinte; Ergo deux raisons doubles, sont ensemble une Raison quadruple, ce qu'il nous falloit démontrer.

Et par les precedens s'entendra, que Raison  $\frac{3}{2}$  ajoûtee à Raison  $\frac{4}{3}$ , fait Raison  $\frac{2}{1}$ , c'est à dire en sons, que la quinte avec la quarte, fait l'octave, & ainsi des autres. *Conclusion.* Estant doncques données Raisons Arithmetiques à ajoûter, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soustraction des Raisons.

#### PROBLEME VI.

**E**stant donnée Raison de laquelle on soustraict, & Raison à soustraire: Trouver leur reste.

*Explication du donné.* Soit donné Raison de laquelle il faut soustraire quadruple, qui est Raison  $\frac{4}{1}$ , & à soustraire Duple, qui est Raison  $\frac{2}{1}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On divisera les  $\frac{4}{1}$  par les  $\frac{2}{1}$  fait pour solution  $\frac{2}{1}$  (car soustraction des Raisons ne requiert autre operation que division des rompuz) qui est Raison duple. *Demonstration.* Nous comprenons par l'ouye (comme il a esté dict à la demonstration du 5<sup>e</sup> probleme) que les deux termes de l'octave musicale, sont en Raison double, & de la decimequinte en Raison quadruple; Mais soustraict l'octave de la decimequinte, il y reste encore une octave, qui est de Raison double. Ergo soustraict Raison double, de Raison quadruple; Reste encore Raison double, ce qu'il falloit démontrer.

Et par les precedens s'entendra, que de Raison  $\frac{3}{2}$  soustraict Raison  $\frac{4}{3}$ , reste Raison  $\frac{2}{3}$ , c'est à dire en sons, que de la quinte soustraict la quarte, reste la seconde, de laquelle les termes sont en Raison  $\frac{2}{3}$ , & ainsi des autres. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison de laquelle on soustraict, & Raison à soustraire, Nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des Raisons.

Il est vulgaire que l'on dit que deux Raisons ne reçoivent point entre eux la multiplication, ce qui est vray, mais il nous faut démontrer la cause par tel theoreme.

#### THEOREME.

**Q**ue tout multiplicateur est nombre.

*Explication du donné.* Soyent trois aulnes de drap, à escuz l'aulne, le produit desquels se dict communement 6 escuz, pour la valeur des 3 aulnes. *Explication du requis.* Il faut démontrer qu'il est impossible de multiplier 2 escuz par trois aulnes. *Demonstration.* Posons le cas que deux escuz, multipliez par 3 aulnes, monterent 6 escuz; Puis multiplions 2 escuz par 3, c'est à dire prenons 2 escuz trois fois, & le produit sera aussi 6 escuz. Or produits egaux ayans quantitez à multiplier egales, ont aussi multiplicateurs egaux; Doncques nombre 3 sera egal à 3 escuz, ce qui est absurd, veu que l'escu est autre espece de quantité que n'est nombre. Doncques n'estant nombre 3 pas egal à 3 escuz, s'ensuit que 2 aulnes multipliées par 3 escuz, ne donnent pas le mesme produit que 2 aulnes multipliées par nombre 3, qui est 6 escuz. Il est aussi notoire qu'ils ne donnent produit maieur n'y moindre que 6 escuz, parquoy il est manifesté qu'ilz ne donnent aucun produit ou que c'est impossible de multiplier 2 aulnes par 3 escuz. Et le mesme se demonstrera de multiplicateur de matiere quelconque n'estant point nombre. *Construction.* Tout multiplicateur doncques est nombre; ce qu'il falloit démontrer.

Or



Orayant démontré par ce Theoreme, que tout multiplicateur (combien que le semblable n' aient point à Addition, Soubstraction ou Division des autres matieres) doit estre nombre; Estant aussi notoire, que Raison n'est pas nombre, mais la mutuelle habitude des nombres; S'en suit que la raison ne se pourra multiplier par Raison, mais bien par nombre, comme nous en descrivons le probleme cy dessous.

Il y a aussi quelques difficultez notoirees par ce Theoreme, qui semblent autrement assez obscures, Faisons en par exemple quelque Syllogisme en *Barbara* en ceste sorte:

*Quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux donnent produits egaux:*

3 lb multipliez par 2 lb, Et 60 lb multipliez par 40 lb, sont quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux.

Ergo 3 lb multipliez par 2 lb (qui font 6 lb) & 60 lb multipliez par 40 lb (qui font 120 lb) donnent produits egaux.

Et par consequent 6 lb sont egaux à 120 lb.

Mais la fausseté de l'assomption est notoire par ledict Theoreme, par ce que les 2 lb & 40 lb ne sont point multiplicateurs, veu que ce ne sont point nombres, & par consequent ce ne sont pas quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux.

Il est bien vray que nous nommons aucunes fois telles matieres multiplicateurs, mais l'on se souviendra en tel endroit de la reigle, que

*L'absurdé se concede à fin d'entendre plus facilement le vray.*

De la multiplication des Raisons.

#### PROBLEME VII.

**E**stant donnée Raison à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique entier: Trouver leur produit.

*Explication du donné.* Soit donné à multiplier Raison  $\frac{2}{3}$ , qui est sesquialtere, & multiplicateur 4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produit. *Construction.* Le 3 (des  $\frac{2}{3}$ ) se multipliera 4 fois (parce que multiplicateur est 4) en ceste sorte: 3 fois 3 font 9, & 3 fois 9 font 27, & trois fois 27 font 81: Et semblablement se multipliera le 2 (des  $\frac{2}{3}$ ) 4 fois, disant, 2 fois 2 font 4, & 2 fois 4 font 8, & 2 fois 8 font 16, le mettant sous le susdict 81 en ceste sorte  $\frac{81}{16}$ .

Je di que Raison  $\frac{81}{16}$  (qui est quincuple sesquiesiesime) est le produit requis. *Demonstration.* Toute chose multipliee par 4, donne produit qui est egal à la somme de quatre telles choses, mais la somme de quatre Raisons sesquialteres est (par le 5 probleme) Raison  $\frac{81}{16}$ , ergo Raison  $\frac{81}{16}$  est le vray produit requis.

L'on pourroit encore demonstrier le susdict en ceste sorte: Le produit à sçavoir Raison  $\frac{81}{16}$  contient la Raison  $\frac{3}{2}$  à multiplier, autant des fois qu'il y a unitez au multiplicateur 4 (car l'unité est en 4 quatre fois, aussi est la Raison  $\frac{3}{2}$  quatre fois en Raison  $\frac{81}{16}$  par le suivant Probleme) Ergo Raison  $\frac{81}{16}$  est par la 93 definition leur vray produit. La demonstration est encore notoire par la division; car la Raison  $\frac{81}{16}$  divisée par le multiplicateur 4, donne quotient (par le 10 probleme) Raison  $\frac{3}{2}$  qui est la raison à multiplier; Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique entier, nous avons trouvé leur produit; ce qu'il falloit faire.

#### PROBLEME VIII.

**E**stant donnée Raison à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique rompu: Trouver leur produit.

*Explication du donné.* Soit donné à multiplier Raison

$\frac{4}{9}$  qui est subduple sesquiquarte; & multiplicateur nombre rompu  $\frac{3}{2}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver leur produit. *Construction.* On multipliera la Raison  $\frac{4}{9}$  par le numerateur du multiplicateur qui est 3 fait par le 7<sup>e</sup> probleme Raison  $\frac{64}{27}$ ; la mesme se divisera par le numerateur du multiplicateur donné, à sçavoir par 2, & donne quotient (par le suivant 10 probleme) & solution Raison  $\frac{8}{27}$ ; dont la demonstration sera semblable à la precedente. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison, &c. ce qu'il falloit faire.

#### De la division des Raisons.

Il est bien vray que la communauté de la Division & Multiplication est si grande, que la qualité de l'un consiste au contraire de l'autre, toutesfois combien que la Raison ne peut estre multiplicateur (comme nous avons dict devant le 7<sup>e</sup> probleme) si est ce que la raison peut estre diviseur. Et si on le considere bien, il ne se trouvera par tout sinon que parfaite coherence, & que ceste cy est en toutes ses parties, naturellement le vray contraire de celle la, comme le demonstrent aussi les preuves de l'une par l'autre. La raison pourquoy le diviseur peut estre quelque autre chose que nombre, est notoire par les grandeurs, auxquelles la ligne divisée par ligne, donne quotient nombre, mais divisée par nombre, donne quotient ligne.

Par exemple la ligne de 6 pieds, divisée par une ligne de 2 pieds, donne quotient 3; Et la ligne de 6 pieds, divisée par 3 donne quotient une ligne de deux pieds: Et ainsi des Raisons; dont il est notoire, que ceux-la s'abusent, disans que Raison ne se peut diviser par Raison. Mais à fin que le tout soit plus manifeste, nous descrivons des particuliers problemes desdictes diversitez.

#### PROBLEME IX.

**E**stant donnée Raison à diviser & Raison diviseur: Trouver leur quotient.

#### REIGLE GENERALE DES OPERATIONS DE CESTE DIVISION.

**L**e diviseur se soustraira tant de fois de la Raison à diviser, jusques à ce qu'il y a reste, qui soit Raison egale, ou d'autre espece de Raison que la Raison à diviser: C'est à dire, si la Raison à diviser, fut Raison de majeure inegalité, alors on soustraira autant des fois le diviseur, jusques à ce que la reste soit Raison d'egalité, ou Raison de moindre inegalité; Mais si la Raison à diviser fut Raison de majeure inegalité, alors on soustraira autant des fois le diviseur, jusques à ce que la reste soit Raison d'egalité, ou Raison de majeure inegalité. Et par la multitude des soubstractions, se colligera le quotient, car chascune soubstraction denote unité. Nous donnerons de ces differences deux exemples comme s'en suit.

#### Premier exemple auquel se rencontre reste d'egalité.

*Explication du donné.* Soit donné à diviser Raison  $\frac{8}{27}$  qui est subtriple superpartiente octaves. Et le diviseur Raison  $\frac{2}{3}$ , qui est subsesquialtere. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On soustraira Raison  $\frac{2}{3}$  de Raison  $\frac{8}{27}$ , par le 6<sup>e</sup> probleme, & restera Raison  $\frac{24}{27}$ , laquelle est encore de la mesme espece que la Raison à diviser, à sçavoir de moindre inegalité, parquoy il faut (selon l'avertissement de la reigle generale cy dessus)

dessus) autrefois de *Raison*  $\frac{2}{3}$  soubstraire *Raison*  $\frac{2}{3}$ , & restera *Raison*  $\frac{2}{108}$ , laquelle est encore de la mesme espece que la *Raison* à diviser, à sçavoir de moindre inegalité, parquoy il nous faut autrefois de *Raison*  $\frac{72}{108}$  soubstraire *Raison*  $\frac{2}{3}$  & restera *Raison*  $\frac{2}{16}$ , laquelle estant d'egalité, nous avons le requis, à sçavoir que à cause des trois soubstractions nous comptons trois unitez pour quotient.

Je di, que 3 est le quotient requis. *Demonstrat.* Toute chose divisée, donne quotient qui est egal aux Fois que le diviseur se peut soubstraire de la chose à diviser. Mais le diviseur *Raison*  $\frac{2}{3}$  se peut soubstraire 3 fois de *Raison*  $\frac{8}{7}$ , par le 6<sup>e</sup> probleme, doncques 3 est le vray quotient.

L'on pourroit encore demonstrier le susdict en ceste sorte: Le quotient 3 contient autant des fois l'unité que la *Raison*  $\frac{8}{7}$  à diviser contient la *Raison*  $\frac{2}{3}$  diviseur, c'est doncques (par la 96 definition de l'Arithmetique) le vray quotient.

La demonstration est encore notoire par la multiplication precedente, car multipliant le produit 3, par le diviseur *Raison*  $\frac{2}{3}$ , donne produit (par le 7<sup>e</sup> probleme) *Raison*  $\frac{8}{7}$  qui est la raison à diviser, ergo, &c.

### • Second exemple auquel se rencontre reste d'inegalité.

*Explication du donné.* Soit donné à diviser *Raison*  $\frac{10}{3}$ , qui est triple de sesquiterce; Et le diviseur *Raison*  $\frac{3}{2}$ , qui est sesquialtere. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On soubstraira *Raison*  $\frac{3}{2}$  de *Raison*  $\frac{10}{3}$  par le 6<sup>e</sup> probleme & restera *Raison*  $\frac{20}{9}$ , laquelle est encore de la mesme espece que la *Raison* à diviser, à sçavoir de maieure inegalité; Il faut doncques de *Raison*  $\frac{20}{9}$  autrefois soubstraire *Raison*  $\frac{3}{2}$ , & restera *Raison*  $\frac{40}{27}$ , laquelle est encore de la mesme espece que la *Raison* à diviser, à sçavoir de maieure inegalité. Il nous faut doncques de *Raison*  $\frac{40}{27}$  autrefois soubstraire *Raison*  $\frac{3}{2}$  & restera *Raison*  $\frac{80}{81}$ , qui estant autre espece que la *Raison* donnée à diviser, je conclus que la derniere soubstraction n'est pas besoing, mais que la seconde soubstraction montre que le quotient est 2 plus *Raison*  $\frac{40}{27}$  divisée par *Raison*  $\frac{3}{2}$ , qui se peut descrire, comme les rompuz en ceste sorte:

Mais si on en voulut sçavoir quelle partie d'unité vaur le dict rompu on divisera autre fois le nominateur par le

$$2 \frac{\text{Raison } \frac{40}{27}}{\text{Raison } \frac{3}{2}}$$

numérateur & de quotient 2 la reste se

dira  $\frac{1}{2}$  & de 3 se dira  $\frac{1}{3}$ , &c. Et s'il y restoit alors encore quelque chose, l'on procedera en la mesme comme des precedens. Dont la demonstration est assez notoire par les precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donné *Raison* à diviser, & *Raison* diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

**NOTA.** Si la *Raison* à diviser fut de moindre inegalité, & que la premiere reste fut maieure *Raison*, que ladicte *Raison* à diviser le quotient sera de nombre infini. Comme *Raison*  $\frac{1}{2}$ , est cōtenue infinies fois en *Raison*  $\frac{3}{2}$ .

Et semblablement si la *Raison* à diviser fut de moindre inegalité, & que la premiere reste fut moindre *Raison*, que ladicte *Raison* à diviser, le quotient sera de nombre infini, comme *Raison*  $\frac{3}{2}$  est contenue infinies fois en *Raison*  $\frac{1}{2}$ .

### PROBLEME X.

**E**stant donnée *Raison* à diviser, & diviseur nombre Arithmetique entier: Trouver leur quotient.

*Explication du donné.* Soit donné à diviser *Raison*  $\frac{81}{16}$  qui est quinquple sesquiesiesme, & diviseur 4. *Explica-*

*tion du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* Il est notoire par le contraire da la division, qui est par la multiplication, que si le diviseur donné fut 2, qu'on faut extraire racine de ② (qui est racine quarrée) de chacun terme de la *Raison* à diviser. Mais si le diviseur donné fut 3, que l'on extraira racine de ③ qui est racine cubique; Et que pour 4, l'on extraira racine de ④, &c. Or le diviseur donné est 4, parquoy il nous faut extraire racine de ④ de chacun terme de la *Raison* donnée: Doncques la racine de ④ de 81 est 3, & de 16 est 2, lesquels 3 & 2 signifient que le quotient requis est *Raison*  $\frac{3}{2}$  qui est sesquialtere: Dont la demonstration est manifeste par les demonstrations precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnée *Raison* à diviser, & diviseur nombre Arithmetique entier, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

### PROBLEME XI.

**E**stant donnée *Raison* à diviser, & diviseur nombre Arithmetique rompu: Trouver leur quotient.

*Explication du donné.* Soit donné à diviser *Raison*  $\frac{4}{6}$ . Et diviseur nombre rompu  $\frac{2}{3}$ . *Construction.* On multipliera la *Raison*  $\frac{4}{6}$  par le nominateur du diviseur, qui est 3, fait par le 7<sup>e</sup> probleme *Raison*  $\frac{12}{6}$ , la mesme se divisera par le numerateur 2 du diviseur donné, & donne quotient par le 10<sup>e</sup> probleme, *Raison*  $\frac{6}{6}$ , qui est subtriple supertriptiente octaves, pour le quotient requis; Dont la demonstration est notoire par les precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnée *Raison* à diviser, & diviseur nombre Arithmetique rompu, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

*Fin de la premiere partie.*

## SECONDE PARTIE DE LA PRATIQUE D'ARITHMETIQUE DE LA COMPTATION PROPORTIONELLE.

Premiere distinction de la seconde partie de la Pratique d'Arithmetique qui est de la reigle de trois.

**N**ous avons defini la Reigle de trois à la 101<sup>e</sup> definition de l'Arithmetique, mais il la faut icy entendre de nombres appliquez à matieres, comme apparoitra par les exemples suivans.

### EXEMPLE I. PAR ENTIERS.

14 aulnes de drap, costent 5 lb 2 s 3 d, combien costeront 25 aulnes?

#### CONSTRUCTION.

On multipliera les 5 lb 2 s 3 d par les 25, font (par le precedent 3 probleme) 30675 d, les mesmes divisez par 14, donnent quotient 2191  $\frac{1}{4}$  d, qui vallent (par la 2 note du 4 probleme) 9 lb 2 s  $\frac{1}{4}$  d, & autant vaudront les 25 aulnes de drap.

### EXEMPLE II. PAR ROMPVS.

2  $\frac{3}{4}$  aulnes de drap, costent 4 lb, combien costent 3  $\frac{1}{2}$  aulnes?

#### CONSTRUCTION.

On multipliera les deux derniers termes comme 4 & 3  $\frac{1}{2}$  l'un par l'autre, donne produit (par le 12<sup>e</sup> probleme de l'Arithmetique)  $\frac{40}{3}$ , les mesmes se diviseront par

par le premier terme  $2 \frac{2}{4}$ , & donnent quotient (par le 13<sup>e</sup> probleme de l'Arithmetique)  $\frac{160}{33}$  lb, qui font  $4 \frac{28}{33}$  lb, & autant vaudront les  $3 \frac{1}{3}$  aulnes.

NOTA. Quant aux diverses manieres d'operations qu'aucuns descrivent sur ceste reigle de trois par rompuz, à sçavoir que selon la disposition des rompuz, qui se rencontrent aux trois termes donnez, ils en font des diverses reigles; elles sont inutiles, veu que ce sont des diverses constructions (lesquelles sans causer aucune briefveté, ne sont que charges de la memoire) qui se peuvent faire par une seule & generale; à sçavoir qu'on multiplie tousiours les deux derniers termes, l'un par l'autre, & que l'on divise le produit par le premier. Pourtant je conseille à ceux qui veulent par intelligence des causes facilement calculer ou enseigner la jeunesse en ceste reigle de trois par rompuz, de suivre ceste maniere; Ainsi enseignée entre autres par Iherôme Cardane, Michiel Stiffle, Nicolas Tartalle, Iuan Peris de Moya, Gemme Frison, Cutebert Tonstalle, &c. & que ils delaisent celle la.

DU COMPENDIE DE LA REIGLE DE TROIS.

IL y a quelque vulgaire compendie en la reigle de trois, assez commode aux pais ou l'on compte par livres solz & deniers, duquel nous donnerons onze exemples, le premier par quelques lb & 1 s, le second par quelques lb & 2 s, & ainsi par ordre des autres jusques à l'onzième. Quant aux lieux ou l'on n'use point tella espee, on pourra par ceste maniere facilement faire un ordre propre pour les usitées monnoies de chascun pais.

EXEMPLE I.

1 aulne vaut 7 lb 1 s, combien vaudront 28 aulnes?

CONSTRUCTION.

On multipliera le 28 par 7 lb, font 196; Puis par ce que 1 s est la douzième partie d'un solz, on prendra la douzième partie de 28 qui est 2 le mettant sous le 6, & par le 4 restant, se multipliera 1 s, fait 4 s, lesquels se mettront joignant le 2. Puis on ajoutera ce qu'il y a entre les lignes, & le somme fera 198 lb 4 s, qui vallent pour solution 9 lb 18 s 4 s, dont la disposition des caracteres de l'operation est telle:

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 28  |   |    |
| 7   | . | 1  |
|     |   |    |
| 196 |   |    |
| 2   | . | 4  |
|     |   |    |
| 198 | . | 4  |
| 9   | . | 18 |
| .   | . | 4  |

NOTA. Tel qu'a esté l'ordre de l'operation du precedente exemple, auquel la valeur d'une chose ameine avec soy 1 s; Semblable fera aussi l'ordre des operations des dix exemples suivans, car on multipliera tousiours les choses desquelles on veut sçavoir la valeur par les solz du valeur d'une chose; Puis on prendra telle partie des choses, desquelles on veut sçavoir la valeur, quelle partie sont les deniers (que la valeur d'une chose ameine avec soy) d'un solz, comme pour 2 s par ce que c'est le sixième d'un solz, on prendra aussi le sixième des choses desquels on veut sçavoir la valeur, & s'il y reste quelque chose, le mesme se multipliera par les 2 s, & ainsi des autres, comme il sera plus notoire par les exemples suivans.

EXEMPLE II.

1 piece d'argent vaut 3 lb 2 s, combien vaudront 34 pieces?

CONSTRUCTION.

On multipliera 34 par 3 lb, font 102; Puis par ce

que 2 s est la sixième d'un solz, on prendra aussi la sixième de 34, qui est 5, reste 4, le mesme multiplié par 2 s, fait 8, lesquels ajoutés font 107 lb, 8 s, qui vallent pour solution 5 lb 7 s 8 s, dont la disposition des caracteres de l'operation est telle:

|     |   |   |
|-----|---|---|
| 34  |   |   |
| 3   | . | 2 |
|     |   |   |
| 102 |   |   |
| 5   | . | 8 |
|     |   |   |
| 107 | . | 8 |
| 5   | . | 7 |
| .   | . | 8 |

EXEMPLE III.

1 aulne couste 2 lb 3 s, combien cousteront 27 aulnes?

CONSTRUCTION.

On multipliera 27 par 2 lb, font 54; Puis par ce que 3 s est le quart d'un solz, on prendra aussi le quart de 27, qui est 6, reste 3, le mesme multiplié par 3 s, font 9, lesquels ajoutez font 60 lb 9 s, qui vallent pour solution 3 lb 0 s 9 s; dont la disposition des caracteres de l'operation est telle:

|    |   |   |
|----|---|---|
| 27 |   |   |
| 2  | . | 3 |
|    |   |   |
| 54 |   |   |
| 6  | . | 9 |
|    |   |   |
| 60 | . | 9 |
| 3  | . | 0 |
| .  | . | 9 |

EXEMPLE IV.

1 aulne couste 3 lb 4 s, combien cousteront 38 aulnes?

CONSTRUCTION.

On multipliera 38 par 3 lb, font 114; Puis, par ce que 4 s est le tiers d'un solz, on prendra aussi le tiers de 38, qui est 12, reste 2, le mesme multiplié par 4 s, fait 8, lesquels ajoutez font 126 lb 8 s, qui vallent pour solution 6 lb 6 s 8 s; dont la disposition des caracteres de l'operation est telle:

|     |   |   |
|-----|---|---|
| 38  |   |   |
| 3   | . | 4 |
|     |   |   |
| 114 |   |   |
| 12  | . | 8 |
|     |   |   |
| 126 | . | 8 |
| 6   | . | 6 |
| .   | . | 8 |

EXEMPLE V.

1 aulne couste 3 lb 5 s, combien cousteront 29 aulnes?

CONSTRUCTION.

On multipliera 29 par 3 lb, font 87; Puis par ce que 5 s ne mesure pas 1 lb, on besoignera premierement par 3 s, & puis par 2 s; Or par ce que 3 s est le quart d'un solz, on prendra aussi le quart de 29, qui est 7, reste 1, qui multiplié par 3 s fait 3; Et de mesme sorte on besoignera par les 2 s, lesquels estant la sixième d'un solz, il faut prendre le sixième de 29, qui est 4, reste 5, qui multiplié par 2 s, fait 10, lesquels ajoutez font 99 lb 1 s, qui vallent pour solution 4 lb 19 s 1 s, dont la disposition des caracteres de l'operation est telle:

|    |   |    |
|----|---|----|
| 29 |   |    |
| 3  | . | 5  |
|    |   |    |
| 87 |   |    |
| 7  | . | 3  |
|    |   |    |
| 94 | . | 10 |
|    |   |    |
| 99 | . | 1  |
| 4  | . | 19 |
| .  | . | 1  |

EXEMPLE VI.

1 aulne couste 2 lb 6 s, combien cousteront 27 aulnes.

CONSTRUCTION.

On multipliera 27 par 2 lb, font 54; Puis par ce que 6 est la moitié de un solz, on prendra aussi la moitié de 27, qui est 13, reste 1, le mesme multiplié par les 6 s, font 6, lesquels ajoutez font 67 lb 6 s, qui vallent pour solution 3 lb 7 s 6 s; dont la disposition des caracteres de l'operation est telle:

|    |   |   |
|----|---|---|
| 27 |   |   |
| 2  | . | 6 |
|    |   |   |
| 54 |   |   |
| 13 | . | 6 |
|    |   |   |
| 67 | . | 6 |
| 3  | . | 7 |
| .  | . | 6 |

EXEM

EXEMPLE VII.

1 aulne couste 4 lb 7 s, combien cousteront 38 aulnes?

CONSTRUCTION.

On multipliera 38 par 4 lb, font 152; Puis par ce que 7 s ne mesure pas 1 lb; On besoignera premiere-ment par 4 s, & puis par 3 s; Or par ce que 4 s est le tiers d'un folz, on prendra aussi le tiers de 38, qui est 12, reste 2, qui multiplié par 4 s, fait 8; Et de mesme sorte on besoignera par les 3 s, les- quels estant le quart d'un lb, on prendra aussi le quart de 38, qui est 9, reste 2, qui multiplié par 3 s, font 6, lesquels ajoutez font 17 4 lb 2 s, qui vallent pour solution 8 lb 14 s 2 s; dont la disposition des cha- racteres de l'operation est telle:

|           |  |
|-----------|--|
| 38        |  |
| 4 . 7     |  |
| 152       |  |
| 12 . 8    |  |
| 9 . 6     |  |
| 17 (4 . 2 |  |
| 8.14 . 2  |  |

EXEMPLE VIII.

1 aulne couste 2 lb 3 s, combien cousteront 32 aulnes?

CONSTRUCTION.

On multipliera 32 par 2 lb, font 64; Puis, parce que 3 s ne mesure pas 1 lb, on besoignera par 4 s, & 4 s; Or par ce que 4 s est le tiers d'un folz, on prendra aussi le tiers de 32, qui est 10, reste 2, le- quel multiplié par 4 s, fait 8, les memes 10, 8 se mettront autre- fois, à cause des autres 4 s, lesquels ajoutez font 85 lb 4 s, qui vallent pour solution 4 lb 5 s 4 s; dont la disposition des caracteres de l'o- peration est telle:

|         |  |
|---------|--|
| 32      |  |
| 2 . 8   |  |
| 64      |  |
| 10 . 8  |  |
| 10 . 8  |  |
| 85 . 4  |  |
| 4.5 . 4 |  |

EXEMPLE IX.

1 aulne couste 3 lb 9 s, combien cousteront 31 aulnes?

CONSTRUCTION.

On multipliera 31 par 3 lb, font 93; Puis, par ce que 9 s ne mesure pas 1 lb, on prendra 3 s & 3 s & 3 s; Or par ce que 3 s est le quart d'un folz, on prendra aussi le quart de 31, qui est 7, reste 3, lequel multiplié par 3 s, font 9; Et les mes- mes 7. 9 se mettront encore deux fois, à cause des autres 3 s & 3 s; Les- quels ajoutez font 116 lb 3 s, qui vallent pour solution 5 lb 16 s 3 s, dont la disposition des caracteres de l'operation est telle:

|          |  |
|----------|--|
| 31       |  |
| 3 . 9    |  |
| 93       |  |
| 7 . 9    |  |
| 7 . 9    |  |
| 7 . 9    |  |
| 11(6 . 3 |  |
| 5.16 . 3 |  |

EXEMPLE X.

1 aulne couste 2 lb 10 s, combien cousteront 35 aulnes?

CONSTRUCTION.

On multipliera 35 par 2 lb, font 70; Puis, par ce que 10 s ne mesure pas 1 lb, on prendra 6 s & 4 s; Or par ce que 6 s est la moitie d'un folz, on prendra aussi la moi- tie de 35, qui est 17, reste 1, lequel multiplié par 6 s, fait 6, Et de mesme sorte on besoignera par les 4 s, lesquels estant le tiers d'un folz il faut prendre le tiers de 35, qui est 11, reste 2, qui multiplié par 4 fait 8, lesquels ajoutez font 99 lb 2 s, qui vallent pour solution 4 lb 19 s 2 s; dont la disposition des caracteres de l'o- peration est telle.

|          |  |
|----------|--|
| 35       |  |
| 2 . 10   |  |
| 70       |  |
| 17 . 6   |  |
| 11 . 8   |  |
| 9(9 . 2  |  |
| 4.19 . 2 |  |

EXEMPLE XI.

1 aulne couste 3 lb 11 s, combien coustent 37 aulnes?

CONSTRUCTION.

On multipliera 37 par 3 lb, font 111; Puis, parce que 11 s ne mesure pas 1 lb, on prendra 4 s & 4 s & 3 s; Or par ce que 4 s est le tiers d'un folz, il faut prendre le tiers de 37, qui est 12, reste 1, lequel multiplié par 4 s, fait 4, les memes 12, 4 se met- tront autre fois à cause des autres 4 s; Puis par ce que 3 s est le quart de 1 lb, il faut prendre le quart de 37, qui est 9, reste 1, lequel multi- plié par 3 fait 3; lesquels ajoutez font 144 lb 11 s, qui vallent pour solution, 7 lb 4 lb 11 s. Dont la dif- position des caracteres de l'opera- tion est telle:

|            |  |
|------------|--|
| 37         |  |
| 3 . 11     |  |
| 111        |  |
| 12 . 4     |  |
| 12 . 4     |  |
| 9 . 3      |  |
| 14 (4 . 11 |  |
| 7.4 . 11   |  |

NOTA. Si la valeur d'une chose fut de Livres folz & deniers par exemple:

1 aulne couste 3 lb 14 s 6 s, combien cousteront 43 aulnes?

On convertira les livres en folz & la question sera alors telle:

1 aulne couste 74 lb 6 s, combien cousteront 43 aulnes?

Dont l'operation sera sem- blable à celle du precedent 6e exemple ainsi:

Ceste maniere est beaucoup plus facile, que d'operer sans convertir les livres en folz, comme font les aucuns.

|            |  |
|------------|--|
| 43         |  |
| 74 . 6     |  |
| 172 .      |  |
| 3011 . 6   |  |
| 2 .        |  |
| 320 (3 . 6 |  |
| 160.3 . 6  |  |

DE LA PROPORTION REN-VERSE ET ALTERNE.

Les exemples suivans, dependent de la renverse ou alterne proportion des precedens.

EXEMPLE I.

2 aulnes de toille coustent 3 lb, combien des aulnes se dom- ront pour 6 lb?

CONSTRUCTION.

On mettra les termes donnez en ordre, mais au lieu du terme incognu, on mettra 0, en ceste sorte:

Or pour trouver le troisieme terme incognu, on dira par la ren- verse proportion de la 82 defini- tion, 3 donne 3, combien 6? fait pour solution (par le precedent premier exemple) 4 aulnes; Ou autrement par alterne proportion de la 83 definition, 3 donnent 6, combien 2? fait comme dessus 4 aulnes. Et sem- blable sera l'operation quand le premier ou second ter- me est incognu.

EXEMPLE II.

200 soldats ont des vivres pour 2 mois, pour combien des sol- dats y aura ils des vivres pour 5 mois?

CONSTRUCTION.

On dira par proportion renverse 5 donnent 2, com- bien 200? fait pour solution (par le precedent 1 ex- emple) 80, & pour autant des soldats y aura il des vi- vres pour 5 mois.

EXEM-

EXEMPLE III.

Vallant le boisseau du froment 20 lb, alors l'on achate 4 livres du pain pour 1 lb, combien du pain se donnera pour 1 lb, vallant le boisseau du froment 16 lb.

CONSTRUCTION.

On dira par proportion renversee, 16 dontent 4, combien 20? fait pour solution (par le precedent 1 exemple) 5 livres du pain qu'on aura alors pour 1 lb.

La demonstration des precedens exemples est manifeste par celle du 14<sup>e</sup> probleme de l'Arithmetique.

Seconde distinction de la seconde partie de la Pratique d'Arithmetique, qui est de la reigle de cinq.

DEFINITION.

R Eigle de cinq, est celle par laquelle on trouve un cinquieme terme, en telle raison au troisieme, comme le produit du quatrieme & cinquieme, au produit du premier & second.

EXEMPLE I.

3 enfouisseurs enfouent en 2 jours 5 verges, combien des verges enfoueront 6 enfouisseurs en 4. jours?

CONSTRUCTION.

Si les cinq termes donnez ne fussent pas disposez en ordre comme cy dessus, il les faudroit ainsi mettre, disant, le produit du premier & second terme, donne le troisieme, combien donnera le produit du quatrieme & cinquieme? c'est à dire 6 (car autant est le produit du premier par le second, à sçavoir 3 par 2) donnent 5 (qui est le troisieme terme) combien donnera 24? (car autant est le produit du quatrieme & cinquieme terme, à sçavoir 6 par 4) fait pour solution 20 verges.

Demonstration.

Les deux parties des enfouisseurs sont en Raison  $\frac{3}{6}$ , & les deux parties des jours sont en Raison  $\frac{2}{4}$ ; Mais ajoutant Raison  $\frac{3}{6}$  à Raison  $\frac{2}{4}$ , donne somme par le 5<sup>e</sup> probleme de ceste pratique d'Arithmetique, Raison  $\frac{5}{4}$ : Doncques comme 3 enfouisseurs & 2 jours, à 6 enfouisseurs & 4 jours, ainsi 6 à 24, de sorte que les quatre termes, sont maintenant convertiz en deux (vallañs la mesme raison, que les deux raisons des quatre termes) desquels 6 est le premier, & 24 le troisieme, & le moyen terme est le 5 donné; mais nous avons par ces trois termes 6. 5. 24. trouvé le quatrieme proportionel 20, doncques 20 est la vraye solution; Ce qu'il falloit demonstrier.

EXEMPLE II. DEPENDANT DE LA renversee ou alterne proportion du premier exemple.

3 enfouisseurs enfouent en 2 jours 5 verges, en combien des jours enfoueront 6 enfouisseurs 20 verges.

CONSTRUCTION.

On mettra les termes donnez en ordre, mais au lieu du terme requis on mettra o en ceste sorte:

|              |       |        |              |       |        |
|--------------|-------|--------|--------------|-------|--------|
| Enfouisseurs | Jours | Verges | Enfouisseurs | Jours | Verges |
| 3            | 2     | 5      | 6            | o     | 20     |

Or si le produit du quatrieme & cinquieme terme fut connu, facilement se trouveroit le cinquieme terme requis. Mais pour trouver ce produit, on multipliera le premier terme 3 par le second terme 2, fait 6. Doncques de quatre termes d'une binaire proportion, il y a connu les trois, à sçavoir le premier 6, le second 5, & le quatrieme 20, leur troisieme terme donc par reversee proportion (disant 5 donne 6 combien 20?) sera 24, pour le produit de 6 du quatrieme terme donné, par le cinquieme terme incognu; Divisant doncques 24 par ledict 6, donne quotient & solution 4, pour le cinquieme terme, lesquels 4 vallent 4 jours; Dont la demonstration est manifeste par celle du precedent premier exemple. Semblable fera l'invention de chascun des autres termes incognuz.

Troisieme distinction de la seconde partie de la pratique d'Arithmetique qui est de la reigle de compagnie.

DEFINITION.

R Eigle de compagnie est partition de quantité selon la raison donnée.

EXEMPLE I.

Trois Marchans font compagnie, desquels le premier a mis 2 lb, le second 3 lb, le troisieme 4 lb, & ont gagné ensemble 5 lb; Combien aura chascun pour sa proportionelle part, selon le capital qu'il a mis?

CONSTRUCTION.

On partira les 5 lb en trois parties proportionellés aux nombres 2. 3. 4 par le 15<sup>e</sup> probleme de l'Arithmetique. Et viendra  $1\frac{1}{9}$  lb pour le premier, &  $1\frac{2}{9}$  lb pour le second, &  $2\frac{2}{9}$  lb pour le troisieme. Dont la demonstration est manifeste par celle dudit 15<sup>e</sup> probleme de l'Arithmetique.

EXEMPLE II. AVEC le temps.

Deux marchans font compagnie, desquels le premier a mis 2 lb par 3 ans, le second 3 lb par 4 ans, & ont gagné ensemble 5 lb; Combien aura chascun pour sa proportionelle part, selon son argent & temps?

Construction.

On multipliera l'argent de chascune personne par son temps, & le produit de la premiere personne sera 6, & de la seconde 12. Puis on partira le 5 en deux parties proportionelles aux nombres 6 & 12 par le 15<sup>e</sup> probleme de l'Arithmetique, & viendra  $1\frac{1}{3}$  lb pour le premier, &  $3\frac{6}{18}$  lb pour le second, dont la disposition des caracteres de l'operation est telle:

|            | Capitaux | Années | Prouffit   |
|------------|----------|--------|------------|
| Le premier | 2        | 3      | produit 6  |
| Le second  | 3        | 4      | produit 12 |
|            |          |        | $18$       |
|            |          |        | $5$        |

Demonstration.

L'argent du premier à l'argent du second, obtient Raison  $\frac{2}{3}$ . Et le temps du premier au temps du second obtient Raison  $\frac{3}{4}$ . Mais ajoutant ces deux Raisons par le 5<sup>e</sup> probleme de ceste Pratique, donnent somme

Q 2

Raison

Raison  $\frac{6}{12}$ ; doncques comme 6 à 12, ainsi l'argent & temps du premier, à l'argent & temps du second, mais comme 6 à 12, ainsi par la construction  $1\frac{1}{8}$  lb, à  $3\frac{6}{8}$  lb, qui sont aussi parties integrantes de 5 lb. Ergo  $1\frac{1}{8}$  lb &  $3\frac{6}{8}$  lb sont les parties requises; Ce qu'il falloit demonstrier.

EXEMPLE III. AVEC LE TEMPS  
& autre condition.

Deux marchans font compaignie, desquels le premier a mis 4 lb, par 5 ans, le second 6 lb par 7 ans, Et entre eux est quelque condition telle, que s'ils eussent mis sommes egales par temps egal, alors tirant le premier du prouffit 3, le second n'en tireroit que 2; Et ont gagné ensemble 8 lb; Combien aura chascun pour sa proportionnelle part?

CONSTRUCTION.

On multipliera l'argent du premier par son temps, fait 20, le mesme se multipliera par le 3 de la condition, fait 60. Semblablement se multipliera l'argent du second par son temps, fait 42, le mesme multiplié par le 2 de la condition, fait 84: Puis on partira 8 en deux parties proportionnelles à 60 & 84 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendront  $3\frac{4}{144}$  lb pour le premier, &  $4\frac{9}{144}$  lb pour le second, dont la disposition des caracteres de l'operation est telle:

|         | Capitaux | Années | Códitions |                                 |
|---------|----------|--------|-----------|---------------------------------|
| Premier | 4        | 5      | 3         | produit 60 . 3 $\frac{48}{144}$ |
| Second  | 6        | 7      | 2         | produit 84 . 4 $\frac{96}{144}$ |
|         |          |        |           | 144 . 8                         |

DEMONSTRATION.

L'argent du premier à l'argent du second, obtient Raison  $\frac{3}{2}$ , & le temps du premier au temps du second obtient Raison  $\frac{5}{7}$ . Et la condition du premier à celle du second Raison  $\frac{3}{2}$ . Or ces trois Raisons donnent somme (par le 5 probleme de ceste Practique) Raison  $\frac{6}{8}$ . Doncques comme 60 à 84, ainsi l'argent temps & condition du premier, à l'argent temps & condition du second; Mais comme 60 à 84, ainsi par la construction  $3\frac{4}{144}$  lb à  $4\frac{9}{144}$  lb qui sont deux parties integrantes de 8 lb; Ergo  $3\frac{4}{144}$  lb &  $4\frac{9}{144}$  lb, sont les parties requises, Ce qu'il falloit demonstrier.

EXEMPLE IV.

Deux marchans font compaignie, desquels le premier met 2 lb, & apres 3 ans il met encore 4 lb, laissant tout cest argent encore en la compaignie 5 ans; le second met 8 lb, & apres 9 ans reprent 6 lb, laissant la reste de 2 lb encore en la compaignie 9 ans, & gagnent ensemble 10 lb, Combien aura chascun pour sa proportionnelle part?

CONSTRUCTION.

On multipliera chascun capitale somme par son tēps. Or les 2 lb, du premier y ont esté en tout 8 ans, doncques leur produit sera 16; Et les 4 lb du mesme premier y ont esté seulement 5 ans, doncques leur produit sera 20, auxquels ajoutté le 18, donnent somme (respondant au premier) 36. Puis, les 8 lb du second y ont esté 7 ans desquels le produit est 56; Et la reste de 2 lb y a demeuré encore 9 ans, desquels le produit est 18, auquel ajoutté le 56 fait 74, respondant au second marchand. Puis on partira le prouffit de 10 lb en deux parties pro-

portionnelles aux nombres 36 & 74 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendront  $3\frac{3}{11}$  lb pour le premier, &  $6\frac{8}{11}$  lb pour le second; dont la demonstration sera semblable aux precedentes.

NOTA.

L'exemple suivant depend de la renverse ou alterne proportion des exemples precedens.

EXEMPLE V.

Deux marchans font compaignie, & ont mis ensemble 4 lb, & ont gagné 5 lb, & tirant le premier 2, le second en tiroit 3. Combien estoit la capitale somme de chascun?

CONSTRUCTION.

On partira les 4 lb en deux parties proportionnelles aux nombres 2 & 3 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendra  $1\frac{2}{3}$  lb pour le capital du premier, &  $2\frac{1}{3}$  lb pour le capital du second, dont la demonstration est manifeste par les precedentes. Nous pourrions descrire plusieurs differens exemples dependans de ladicte Renverse & alterne proportion, mais ils seront assez notoires à celui qui aura entendu les precedens.

Quatriesme distinction de la seconde partie de la pratique d'Arithmetique qui est de la reigle d'Alligation.

DEFINITION.

Règle d'Alligation est celle par laquelle on trouve une quantité de valeur requise, & composée de diverses quantitez de diverses valeurs.

EXEMPLE I.

Quelcun veut mesler 4 boisseaux du froment, à 9 lb le boisseau, parmi 5 boisseaux de seigle à 7 lb le boisseau. Combien vaudra le boisseau de telle mixtion?

CONSTRUCTION.

Tout le froment vaudra 36 lb, & toute la seigle vaudra 35 lb, lesquels ajoutez font 71 lb, les mesmes divisez par 9, à sçavoir la somme de 4 & 5 boisseaux, donnent quotient  $7\frac{8}{9}$  lb, doncques le boisseau d'icelle mixture vaudra  $7\frac{8}{9}$  lb.

DEMONSTRATION.

Les boisseaux ainsi meslez à  $7\frac{8}{9}$  lb le boisseau, vallent 71 lb, aussi vallent 71 lb les boisseaux separez. Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA. L'on peut appliquer cest exemple à toutes autres matieres qui se meslent ainsi comme choses liquides, metaux, & semblables, par exemple si la proposition eust esté de 4 marcqs d'or de 9 karatz, meslé parmi 5 marcqs d'or de 7 karatz, nous dirions de mesme sorte que telle mixtion est de  $7\frac{8}{9}$  Karatz; Et ainsi de tous autres semblables.

EXEMPLE II.

Quelcun a deux sortes de blez, la premiere de 2 lb le boisseau, la seconde de 7 lb le boisseau, & en veut faire 8 boisseaux chascun de 6 lb, Combien prendra il de chascune sorte?

CONSTRUCTION.

On disposera les deniers proposez en ceste sorte: Puis on soustraira 2 de 6, restent 4, lequel se mettra joignant le 7. Puis on soustraira 6 de  $6\frac{2}{7}$ , reste 1, lequel se mettera pres le 2; Et la disposition des caracteres sera alors telle:

Puis

Puis on divisera 8 (à cause des 8 boisseaux proposez) en deux parties entre eux en telle raison comme 1 à 4 & seront (par le 15 probleme de nostre Arithmetique)  $1\frac{2}{3}$  &  $6\frac{2}{3}$ , lesquels nombres signifient qu'on prendra  $1\frac{2}{3}$  boisseau de 2 β le boisseau, &  $6\frac{2}{3}$  boisseaux de 7 β le boisseau.

DEMONSTRATION.

Lés 8 boisseaux requis à 6 β, vallent 48 β, & autant vallent aussi les parties de la solution,

|  |                    |
|--|--------------------|
| car $1\frac{2}{3}$ boisseaux à 2 β montent | $3\frac{1}{3}$ β.  |
| & $6\frac{2}{3}$ boisseaux à 7 β montent   | $44\frac{2}{3}$ β. |
| <hr/>                                      |                    |
| Somme 8 boisseaux vallans                  | 48 β               |

ce qu'il falloit demonstter.

NOTA.

L'on peut aussi appliquer ceste exemple à toutes autres matieres qui se meslent; Comme si la proposition eust esté de deux sortes d'or, la premiere de deux Karatz, la seconde de 7 Karatz, & qu'on en eust voulu faire une masse de 8 marcqs à 6 Karatz, nous dirions de mesme forte pour solution, qu'on devroit prendre  $1\frac{2}{3}$  marcqs de 2 Karatz, &  $6\frac{2}{3}$  marcqs de 7 Karatz, & ainsi d'autres semblables.

EXEMPLE III.

Vn maistre de monnoye a cinq sortes d'or, la premiere de 2 Karatz, la seconde de 3 Karatz, la troisieme de 4, la quatrieme de 11, la cinquieme de 12; Et veut faire une masse de 20 marcqs à 5 Karatz; Combien se prendra de l'or de chascune sorte?

Construction.

On descrira les Karatz proposez de moinde valeur que l'or requis d'une part de quelque ligne; Et les sortes de majeure valeur que l'or requis d'autre part de ladite ligne, & le 5 des 5 karats requis devant la ligne en ceste sorte:

|    |
|----|
| 2  |
| 3  |
| 4  |
| 5  |
| —  |
| 11 |
| 12 |

Puis on soubsttra 2 de 5, reste 3, qui se mettra joignant 11 ou 12 (car ceste proposition & semblables ou il y a à mesler plus de deux sortes, ont infinies diverses solutions) soit pres le 11; Puis on soubsttra 5 de 11, reste 6, le mesme se mettra joignant le caractere qui fut dernièrement soubsttraict, à sçavoir pres le 2; Puis on soubsttra 3 (à sçavoir 3 des 3 Karatz) de 5 reste 2, lequel se mettra joignant 11 ou 12, soit pres le 12; Puis on soubsttra 5 de 12 reste 7 le mettant joignant le caractere qui a esté dernièrement soubsttraict à sçavoir pres le 3; Puis on soubsttra 4 de 5 reste 1, lequel se mettra autre fois pres 11 ou 12 soit pres le 11; Puis on soubsttra 5 de 11, reste 6, lequel mis joignant le caractere qui a esté dernièrement soubsttraict, à sçavoir pres le 4, la disposition des caracteres sera alors telle:

Puis on divisera 20 (à cause de 20 marcqs requis en une masse) en cinq parties entre eux en telle raison comme 6. 7. 6. 4. 2 (le 4 procede de 3 & 1 qui correspondent à la quatrieme sorte d'or) & les parties requises (par le 15 probleme de l'Arithmetique) seront  $4\frac{4}{7}$  marcqs de 2 karatz, &  $5\frac{3}{7}$  marcqs de 3 karatz, &  $4\frac{4}{7}$  marcqs de 4 karatz, &  $3\frac{1}{7}$  marcqs de 11 karatz, &  $1\frac{2}{7}$  marcq de 12 karatz; dont la demonstration depend de la precedente.

Cinquiemesme distinction de la seconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la Reigle d'Interest.

PARCE que les comptes de l'Interest, sont calculations qui se rencontrent journellement aux affaires des Hommes, mais souvent si labourieuses que le profit que l'on en attend, ne compenserait pas le temps & travail employé en icelles; Telles comptes se faisoient communement a tasons. Mais puis apres quelques autres considerant la chose plus intèntivement, ont preparé certaines tables pour cest affaire, par lesquelles fussent ostez telles difficultez. Ces tables estoient en use par aucuns au país bas; mais ceux qui les avoyent, les tenoyent cachez comme grand secret, & principalement la composition d'icelles estoit cognue à peu de personnes.

Or comme l'opinion gouvernante du monde, me fist croire que le prouffit commun se doit preferer au particulier; je divulgois il y a environ deux annees quelque traité particulier de l'Interest en nostre vulgaire langage Flameng, auquel nous declarames la construction & usage d'icelles tables. Nous convertirons le mesme traité icy en François, corrigeant les fautes de la premiere impression, & l'augmentant de quelques exemples là ou il viendra à poinct.

LA

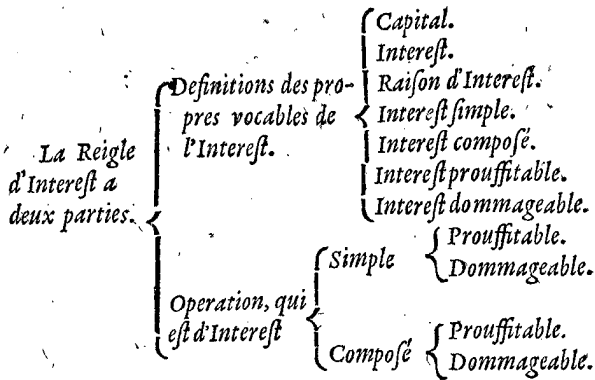
REIGLE D'INTEREST

AVEC SES TABLES  
CALCVLEES PAR

SIMON STEVIN  
de Bruges.

ARGUMENT.

NOUS divisons la reigle d'Interest en deux parties, desquelles la premiere sera des Definitions; la seconde de l'Operation. Les definitions seront explications des propres vocables de ceste reigle; Comme, quelle chose est Capital, Interest, Raison d'Interest, Interest simple, Interest composé, Interest prouffitable, Interest dommageable. L'operation aura quatre propositions, desquelles la premiere sera d'Interest simple & prouffitable; La seconde d'Interest simple & dommageable, La troisieme d'Interest composé & prouffitable, & en ceste proposition seront descriptes les tables ensemble la maniere de leur construction; La quatrieme proposition sera d'Interest composé dommageable. Et en plus grande evidence nous comprenons l'argument succinctement en telle table:



PREMIERE PARTIE  
DE LA REIGLE D'IN-  
TEREST DES DEFINITIONS.

## DEFINITION I.

**C**apital est la somme, de laquelle on compte l'Interest.

## EXPLICATION.

Comme par exemple quelcun donnant 16 lb, à fin d'en recevoir 1 lb par an, alors les 16 lb s'appellent Capital. Ou quelcun estant devable 20 lb, à payer en un an, & baille comprant 19 lb rabatant 1 lb pour interest, alors les 20 lb s'appellent Capital.

## DEFINITION II.

**I**nterest est la somme que l'on compte de l'arrieraige du capital pour quelque temps.

## EXPLICATION.

Comme quand on dict, 12 pour 100 par an, c'est à dire 12 interest de 100 capital, pour un an de temps; De forte que capital, interest, & temps, sont trois ajoincts inseparables; c'est que capital n'existe point sinon en respect de quelque interest & temps: Item interest n'est sinon que en respect de capital & temps.

## DEFINITION III.

**L**a Raison qu'il y a de l'interest au capital, nous l'appellons Raison d'interest.

## EXPLICATION.

Comme la raison qu'il y a d'interest 12 à capital 100, ou d'interest 1, à capital 16, nous l'appellons en general Raison d'interest. Et est à considerer que la Raison d'interest se rencontre en la Pratique en double sorte, desquelles l'une a tousiours l'un de ses termes certain, l'autre tous deux incertains. La raison d'interest qui a un terme certain, est en deux manieres, car ou le capital est tousiours une certaine somme à sçavoir 100, & l'interest une incertaine somme, comme 9, ou 10, ou 11, &c. & ceste raison d'interest s'appelle neuf pour cent, dix pour cent, &c. Ou au contraire, l'interest est tousiours une certaine somme à sçavoir 1, & le capital incertain, comme 15 ou 16 ou 17, &c. & ceste raison d'interest s'appelle au denier quinze, au denier seize, &c. La raison d'interest qui a ses termes tous deux incertains, est, comme quand on dict (par exemple) 53 gagnent par an 4. De routes lesquelles differences nous donnerons cy apres des exemples chascun en son lieu.

## DEFINITION IV.

**I**nterest simple est celuy que l'on comte seulement du capital.

## EXPLICATION.

Comme comptant 24 lb pour interest de capital 100 lb pour 2 ans, à raison de 12 pour 100 par an; alors les mesmes 24 lb s'appellent interest simple. Ou estant quelcun devable 100 lb à payer à la fin de 2 ans, à raison de 12 pour 100 par an & qu'il paye argent comptant rabatant pour interest du capital seulement 21  $\frac{3}{7}$  lb, alors les mesmes 21  $\frac{3}{7}$  lb s'appellent interest simple; qui est en difference de l'interest compose duquel la definition est telle:

## DEFINITION V.

**I**nterest compose est celuy, que l'on compte du capital ensemble de l'arrieraige.

## EXPLICATION.

Comme comptant 25  $\frac{1}{2}$  lb, pour interest de 100 lb pour 2 ans à raison de 12 pour 100 par an, alors les mesmes 25  $\frac{1}{2}$  lb s'appellent Interest compose, & cela à cause que sur la deuxiesme année, n'est pas seulement compté interest du capital 100 lb, mais par dessus des mesmes est encore comte interest de 12 lb de puis la fin de la premiere année, jusques au bout de la seconde, montant 1  $\frac{1}{2}$  lb. De sorte que cest interest compose, est sur deux années plus grand que son simple de 1  $\frac{1}{2}$  lb. Ou estant quelcun devable à payer au bout de deux ans 100 lb, & paye argent comptant 79  $\frac{4}{9}$  lb, rabatant 20  $\frac{1}{9}$  lb pour interest compose à raison de 12 pour 100 par an, lequel interest compose est moindre que son simple; Parquoy il est à considerer que nous l'appellons interest compose, non pas selon la quantité pour laquelle on l'appellerait plustost interest disioinct, ou diminué, mais en respect de la qualité de l'operation, en laquelle nous avons regardé à deux interests.

## COROLLAIRE.

S'enfuit necessairement que de tout premier terme auquel est escheu interest, ne se pouvoir compter interest compose, en quoy aucuns s'avoir abusé sera démontré en son lieu.

## DEFINITION VI.

**I**nterest prouffitabile est celuy, qu'on ajouste au capital.

## EXPLICATION.

Comme ayant 16 lb gagné en un an 1 lb, le debiteur debura pour capital & interest ensemble 17 lb; parquoy nous appellons telle 1 lb (car c'est interest que l'on ajouste au capital, & l'augmente) interest prouffitabile.

## DEFINITION VII.

**I**nterest dommageable est celuy, qu'on soustraiet du capital.

## EXPLICATION.

Comme estant quelcun devable en un an 16 lb, il accorde de payer argent comptant, rabatant l'interest à raison du denier 16, montant  $\frac{1}{17}$  lb, de sorte qu'il donne argent comptant 15  $\frac{1}{17}$  lb. Or parce que  $\frac{1}{17}$  lb sont interest qu'on soustraiet du capital, & le diminuent, nous l'appellons interest dommageable.



SECONDE PARTIE DE  
LA REIGLE D'INTEREST  
DE L'OPERATION.

PROPOSITION I.

**E**stant declare capital temps & raison d'interest simple & prouffitable: Trouver l'interest.

NOTA. C'est à considerer que comme la discontinue proportion consiste en 4 termes, desquels estant cognuz les trois, nous en trouvons le quatriesme: Ainsi consistent nos propositions d'interest en quatre termes, à sçavoir capital, temps, raison d'interest, & interest, desquels termes estant cognuz quelques trois nous trouvons par les mesmes, l'incognu quatriesme: C'est à dire que par cognuz capital, temps, & raison d'interest, nous trouvons l'interest; Item par cognuz capital, temps, & interest, nous trouvons Raison d'interest: Item par cognuz capital, raison d'interest, & interest, nous trouvons le temps; Et au dernier par cognuz temps, raison d'interest, & interest, nous trouvons le capital. toutes lesquelles mutations sont notoirs par l'alterne & inverse proportion des termes de la 82 & 83 definition de l'Arithmetique. Mais par ce que le terme incognu de l'interest (auquel on requiert souventesfois avoir ajoüsté le capital) est le plus souvent requis en la Pratique, nous ferons les propositions sur le mesme, donnant aussi exemples à la fin de chascune proposition, dependans de ladicte mutation de termes.

EXEMPLE I.

On veut sçavoir combien que sera le simple interest de 224 lb pour un an, à raison de 12 pour 100 par an.

CONSTRUCTION.

On trouvera par les trois termes donnez le quatriesme requis disant, 100 donnent 12 combien 224 lb font  $26\frac{22}{25}$  lb.

Et de mesme sorte on dira que 16 lb gagnent par an 1 lb, les 224 lb gagneront par an 14 lb.

EXEMPLE II.

27 lb donnent pour 4 annees d'interest simple 14 lb, combien donnent 320 lb de 5 annees?

CONSTRUCTION.

Si les termes donnez ne fussent pas disposés comme il appert, on les faudroit ainsi disposer, disant (par la reigle de cinq) le produit du premier & second terme, donne le troisieme, combien donnera le produit du quatriesme & cinquiesme? C'est à dire 108 (car autant est le produit du premier & second terme, à sçavoir de 27 & 4) donnent 14 (qui est le troisieme terme) combien donneront 1600? (car autant est le produit du quatriesme & cinquiesme, à sçavoir 320 par 5) fait  $247\frac{1}{27}$  lb.

NOTA. Le precedent deuxiesme exemple, & semblables, se peuvent solver par autre maniere, en laquelle on besoigne deux fois par la reigle de trois, mais ceste maniere est plus briefve & commode.

EXEMPLE III.

Quelcun doit argent comptant 224 lb; S'il payoit en 4 annees à chascun an le quart qui est 56 lb, combien payeroit il à chascune année d'interest simple, à raison de 12 pour 100 par an?

CONSTRUCTION.

On verra quel capital on tient à chascune année, qu'on n'eust pas tenu selon la premiere condition. Puis on trouvera par le precedent exemple, l'interest de chascun capital, à chascune année, comme au bout du premier an; le capital est 224 lb, duquel l'interest monte pour un an  $26\frac{2}{5}$  lb: Au bout du deuxiesme an (car l'on paye au premier an le quart de 224 lb) le capital fera 168 lb, duquel l'interest pour un an est  $20\frac{4}{5}$  lb: Au bout du troisieme an, le capital est 112 lb, duquel l'interest pour un an fait  $13\frac{1}{5}$  lb: Au bout du quatriesme an, le capital est 56 lb, duquel l'interest pour un an est  $6\frac{1}{5}$  lb.

EXEMPLE IV.

Quelcun doit payer en 4 ans 224 lb, à chascune année le quart montant 56 lb; Combien faudra il payer d'interest simple, à 12 pour 100 par an, s'il payast lesdictes parties toutes ensemble, au bout du quatriesme an?

CONSTRUCTION.

On verra quel capital on tient à chascun an qu'on ne tiendroit pas selon la premiere condition, & du mesme on comptera l'interest; Puis doncques qu'on eust deu payer 56 lb au bout du premier an, selon icelle condition, lesquels on n'a point payé selon ceste cy, il faudroit compter au bout du deuxiesme an, l'interest des mesmes 56 lb, montant  $6\frac{8}{5}$  lb, Et pour semblable raison on devroit compter au bout du troisieme an l'interest de 112 lb, montant  $13\frac{1}{5}$  lb, Et au bout du quatriesme an, l'interest de 168 lb, montant  $20\frac{4}{5}$  lb, lesquelles trois sommes d'interest montant ensemble  $40\frac{8}{5}$  lb, font l'interest simple, qu'il faudroit payer, au bout de 4 ans.

Ou autrement on pourroit chercher nombres proportionels, aux nombres de la question en ceste force:

|                              |           |
|------------------------------|-----------|
| 100 donnent au premier an    | 0         |
| 100 donnent au second an     | 12        |
| 100 donnent au troisieme an  | 24        |
| 100 donnent au quatriesme an | 36        |
| Somme                        | <u>72</u> |

Puis on dira 400 donnent 72, combien 224? fait comme dessus  $40\frac{8}{5}$  lb.

NOTA. Les trois exemples suivans dependent de l'alterne ou inverse proportion de la proposition.

EXEMPLE V. AVQUEL EST requis Raison d'interest.

48 lb donnent en 3 ans de simple interest prouffitable 9 lb. A combien est ce pour cent par an?

CONSTRUCTION.

On disposera les termes comme dict est au precedent deuxiesme exemple en ceste sorte: 48 donnent en trois ans 9 lb, combien 100 lb en un an? fait (selon la doctrine du precedent exemple) pour solution  $6\frac{1}{4}$  pour cent.

EXEMPLE VI. AVQUEL EST requis le temps.

On veut sçavoir en combien de temps 260 lb gagneront 187 lb 4 s, à raison de 12 pour 100 par an.

CONSTRUCTION.

On verra combien 260 lb gagnent par an, & se trouve par le 1 exemple  $31\frac{1}{5}$  lb; Puis on divisera 187 lb 4 s,

16  $\text{lb}$  4  $\text{ss}$ , par 31  $\frac{1}{5}$   $\text{lb}$ , donne quotient pour solution 6 ans.

EXEMPLE VII, AUQUEL EST requis le capital.

Quelcun reçoit 187  $\text{lb}$  4  $\text{ss}$  si d'intérêt simple à raison de 12 pour 100 par an, & cela pour 6 ans, combien estoit le capital?

CONSTRUCTION.

On verra combien 100  $\text{lb}$  à raison de 12 pour 100 par an, gagnent en 6 ans, & se trouve 72  $\text{lb}$ . Puis on dira, 72 viennent de 100, d'où viendront 187  $\text{lb}$  4  $\text{ss}$ ? fait pour solution 260  $\text{lb}$ .

DEMONSTRATION.

Telle raison qu'il y a au premier exemple de 100 à 12, telle y a il de 224  $\text{lb}$  à 26  $\frac{2}{5}$   $\text{lb}$  par la construction; Ergo 26  $\frac{2}{5}$   $\text{lb}$  sont proportionnelles avec les autres termes selon le requis. Et semblable fera aussi la démonstration des autres exemples, laquelle nous passons outre à cause de briefveté.

CONCLUSION.

Estant doncques déclaré capital temps, & raison d'intérêt simple & prouffitable: Nous avons trouvé l'intérêt; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION II.

Estant déclaré capital, temps, & raison d'intérêt simple & dommageable: Trouver leur valeur.

EXEMPLE I.

Il y a 300  $\text{lb}$  à payer en 1 an, combien vaudront elles en argent comptant, rabattant intérêt simple à raison de 12 pour 100 par an?

CONSTRUCTION.

On ajoutera 100 à son intérêt 12, font 112, disant 112 viennent de 100, de combien viendront 300  $\text{lb}$ ? fait 267  $\frac{6}{7}$   $\text{lb}$ .

EXEMPLE II.

Il y a 32  $\text{lb}$  à payer en 3 ans, combien vaudront les mesmes en argent comptant, rabattant l'intérêt au denier 16 par an?

CONSTRUCTION.

On ajoutera 16 à son intérêt de 3 ans, à sçavoir à 3, font 19, disant 19 viennent de 16, de combien viendront 32  $\text{lb}$ ? fait 26  $\frac{8}{9}$   $\text{lb}$ .

EXEMPLE III.

Il y a 250  $\text{lb}$  à payer en 6 mois, combien vaudra ceste somme argent comptant, rabattant au denier 16 par an?

CONSTRUCTION.

On verra quelle partie que les 6 mois sont de l'an, & se trouve  $\frac{1}{2}$ , pourtant on ajoutera  $\frac{1}{2}$  à 16, font 16  $\frac{1}{2}$ ; Puis on dira, 16  $\frac{1}{2}$  viennent de 16, de combien viendront 250  $\text{lb}$ ? fait 242  $\frac{14}{33}$   $\text{lb}$ .

Item si lesdictes 250  $\text{lb}$  eussent esté à payer en 3 mois, on droit (par ce que 3 mois sont le  $\frac{1}{4}$  de l'An) 16  $\frac{1}{4}$  viennent de 16, de combien viendront 250  $\text{lb}$ ? fait 246  $\frac{2}{3}$   $\text{lb}$ .

Mais si lesdictes 250  $\text{lb}$  eussent esté à payer en 1 mois, on droit (par ce que 1 mois est la  $\frac{1}{12}$  de l'an) 16  $\frac{1}{12}$  viennent de 16, de combien viendront 250  $\text{lb}$ ?

Mais si lesdictes 250  $\text{lb}$  eussent esté à payer en 7 semaines, on droit (par ce que 7 semaines sont  $\frac{7}{12}$  de l'an) 16  $\frac{7}{12}$  viennent de 16, de combien viendront 250  $\text{lb}$ ?

Mais si lesdictes 250  $\text{lb}$  eussent esté à payer en 134 jours, on droit (par ce que 134 jours sont  $\frac{134}{365}$  de l'an) 16  $\frac{134}{365}$  viennent de 16 de combien viendront 250  $\text{lb}$ ?

De sorte que en telles questions il faut toujours veoir quelle partie de l'an est le temps proposé, & puis comme dessus.

EXEMPLE IV.

Il y a 320  $\text{lb}$  à payer en 3 ans & trois mois; combien vaudront elles argent comptant, rabattant intérêt simple au denier 16 par an?

CONSTRUCTION.

On ajoutera 16 à son intérêt 3  $\frac{1}{4}$   $\text{lb}$  (3  $\frac{1}{4}$   $\text{lb}$  à cause de 3  $\frac{1}{4}$  années) font ensemble 19  $\frac{1}{4}$ ; Puis on dira, 19  $\frac{1}{4}$  viennent de 16, de combien viendront 320  $\text{lb}$ ? fait 265  $\frac{2}{7}$   $\text{lb}$ .

NOTA. Semblable sera l'operation en toutes autres parties de l'an, qu'il y a par dessus les ans entiers, comme l'on peut facilement colliger par le precedent troisieme exemple.

EXEMPLE V.

Il y a 230  $\text{lb}$  à payer au bout de 5 ans, Combien vaudront les mesmes argent comptant, rabattant en telle raison, comme est 23 capital à intérêt 6, & cela de 3 ans?

CONSTRUCTION.

On verra premierement combien 6  $\text{lb}$  d'intérêt de 3 ans, montent en un an, & se trouve 2  $\text{lb}$ . Doncques cest intérêt est à raison de 2 pour 23 par an; Parquoy l'operation sera semblable à la precedente du 2 exemple de ceste proposition en ceste sorte. On ajoutera 23 à son intérêt de 5 ans, à sçavoir 10  $\text{lb}$ , font ensemble 33. Puis on dira, 33 viennent de 23, de combien viendront 230  $\text{lb}$ ? fait pour solution 160  $\frac{10}{3}$   $\text{lb}$ .

EXEMPLE VI.

Quelcun doit 600  $\text{lb}$  à payer au bout de 4 ans, & accordé avec son creditier, de les payer en 4 payemens, à sçavoir au bout du premier an un quart, & au second an encore un quart, & au troisieme an encore un quart, & au quatrieme an le dernier quart, rabattant intérêt simple à raison de 12 pour 100 par an, combien debura il payer à chascune année?

CONSTRUCTION.

On verra quel argent on debourse selon ceste condition, que l'on n'eust pas deboursé selon la premiere. Or doncques par ce que selon ceste condition on paye en un an le quart de la somme montant 150  $\text{lb}$  rabattant, &c. lesquelles on eust premierement payé selon la premiere condition en 3 ans apres; S'ensuit qu'on verra combien 150  $\text{lb}$  à payer en 3 ans, vallent argent comptant. & se trouve par le second exemple de ceste proposition 110  $\frac{2}{7}$   $\text{lb}$ , pour la premiere paye. Et pour semblable raison les 150  $\text{lb}$  vaudront en argent comptant sur 2 années 120  $\frac{30}{4}$   $\text{lb}$ , pour la seconde paye. Item les 150  $\text{lb}$  vaudront argent comptant sur 1 année 133  $\frac{13}{14}$   $\text{lb}$ , pour la troisieme paye; Mais parce que l'on paye la dernière paye en telle condition comme estoit la premiere, il n'y aura de la mesme aucun intérêt, & sera de 150  $\text{lb}$ .

EXEMPLE VII.

Il y a 324  $\text{lb}$  à payer en 6 ans, à sçavoir 54  $\text{lb}$  par an; Combien vaudront les mesmes en argent comptant, rabattant intérêt simple à raison de 12 pour 100.

NOTA. Nous avons en la premiere impression (sans

(sans en faire particuliere demonstration) suivi en cest exemple la maniere de quelques autres, mais depuis il m'a esté dict par quelcun qu'il y avoit de l'erreur, ce que trouvant veritable, nous l'avons corrigé, & en donnons maintenant construction telle:

CONSTRUCTION.

On verra quel argent on debourse selon ceste condition, que l'on n'eust pas debourcé selon la premiere. Or doncques par ce que selon ceste condition on debourse 54 lb, qui estoient à paier en un an apres, s'enfuit qu'on verra combien les mesmes 54 lb, à paier en un an, vallent argent comptant, & se trouve par le precedent premier exemple de ceste proposition  $48 \frac{3}{4}$  lb. Et pour semblable raison autres 54 lb pour 2 annees, vaudront argent comptant  $43 \frac{17}{31}$  lb. Et autres 54 lb pour 3 annees, vaudront  $37 \frac{12}{17}$  lb. Et autres 54 lb pour 4 annees vaudront  $36 \frac{18}{37}$  lb. Et autres 54 lb pour 5 annees, vaudront  $33 \frac{3}{4}$  lb. Et autres 54 lb pour 6 annees vaudront  $31 \frac{17}{43}$  lb. Et la somme desdictes six parties est pour solution  $233 \frac{2356847}{23476796}$  lb. Et l'abusée solution de la premiere impression estoit seulement  $228 \frac{1}{2}$  lb.

NOTA,

Par ce que c'est operation labourieuse de faire pour chacun terme une particuliere computation comme cy dessus, principalement quand il y a beaucoup des annees, on pourra faire des tables par lesquelles on solvera telles questions par une seule operation, en ceste sorte:

Pour faire une table de 12 pour cent, on prendra quelque grand nombre duquel le premier caractere soit 1, & tous les autres 0, comme par exemple 10000000, que nous appellons racine de table. Disant 112 (à sçavoir capital 100 avec interest d'une année) donnent 100, combien 10000000? fait 8928571, pour nombre respondant à la premiere année. Puis pour trouver le nombre respondant à deux années, on dira 124 (à sçavoir capital 100 avec interest de 2 ans) donnent 100, combien 10000000? fait 8064516, (nous ne prenons icy cure de la reste) les mesmes ajoutez à 8928571 font 16993087, pour nombre respondant à deux annees. Puis pour trouver le nombre respondant à trois ans, on dira 136 (à sçavoir capital 100 avec interest de 3 annees) donnent 100, combien 10000000? fait 7352941, le mesme ajouté à 16993087 fait 24346028 pour nombre respondant à trois ans. Et ainsi on procedera pour faire des annees, autant qu'on voudra que nous avons continué jusques à 8 termes en ceste sorte:

Table d'interest simple domma-  
geable, de 12 pour 100.

|    |          |
|----|----------|
| 1. | 8928571  |
| 2. | 16993087 |
| 3. | 24346028 |
| 4. | 31102785 |
| 5. | 37352785 |
| 6. | 43166738 |
| 7. | 48601521 |
| 8. | 53703562 |

Or pour solver la question de ce 7<sup>e</sup> exemple par ceste table on multipliera la racine de la table 10000000,

par les annees de la question, qui est par 6, font 60000000; Puis on dira 60000000 donnent 43166738 (qui est le nombre respondant à six ans,) combien 324 lb: fait pour solution comme dessus  $233 \frac{6023112}{60000000}$  lb. Car l'autre estoit  $233 \text{ lb } 2 \text{ s } 0 \frac{2200176}{23476796}$  s, & ceste cy vaut  $233 \text{ lb } 2 \text{ s } 0 \frac{3546880}{60000000}$  s qui ont tant seulement quelque petite difference de nulle estime, à cause que l'extrême perfection n'est pas aux tables, pour les restes qu'on delaisse en la construction.

EXEMPLE VIII.

Quelcun doit à payer en 3 ans 260 lb, & en 6 ans, apres encore 420 lb; Combien vallent ces deux sommes ensemble argent comptant, rabatant interest simple à raison de 12 pour cent par an?

CONSTRUCTION.

Les 260 lb vaudront argent comptant selon le 2<sup>e</sup> exemple de ceste proposition  $191 \frac{3}{17}$  lb, & les 420 lb, vaudront argent comptant  $201 \frac{1}{2}$  lb: Puis ajoutant  $191 \frac{3}{17}$  lb, à  $201 \frac{1}{2}$  lb, font  $393 \frac{13}{22}$  lb, & autant vaut toute la debte en argent comptant.

EXEMPLE IX.

Quelcun doit 200 lb à payer en 5 ans; Combien vaudront elles en 2 ans, à interest simple de 10 pour 100 par an?

CONSTRUCTION.

L'on soustraira 2 ans de 5 ans, reste 3 ans, auxquels lesdictes 200 lb vaudront (par le 2<sup>e</sup> exemple de ceste proposition)  $153 \frac{1}{3}$  lb.

NOTA.

Nous avons corrigé en la construction de ce 9<sup>e</sup> & du suivant 10<sup>e</sup> exemple l'erreur de la premiere impression. Quant à ceux qui l'estiment pour bonne, disans que ces 200 lb valoyent passé 5 ans  $133 \frac{1}{3}$  lb les mesmes vallent en deux ans pour conclusion 160 lb. Ils errent, comme nous faisons quand nous le fimes ainsi; Car je pourrois dire par mesme raison, 200 lb valoyent passé 1000 ans  $\frac{200}{1001}$  lb, les mesmes vallent en 997 ans  $199 \frac{30}{101}$  lb, de sorte qu'il y auroit à rabatte pour l'interest, seulement  $50 \frac{30}{101}$  lb, mais selon l'autre compte  $66 \frac{2}{3}$  lb; ce qui est absurd. Doncques ces 200 lb ne vallent pas d'avantage que  $153 \frac{1}{3}$  lb, mais qu'ils ne vallent pas moins l'adversaire mesme le confesse, parquoy  $153 \frac{1}{3}$  lb font la vraye solution.

EXEMPLE X.

Quelcun doit à payer en 3 ans 420 lb, & en 6 ans apres 560 lb; Combien vaudront ces deux parties ensemble à payer en deux ans, à interest simple de 10 pour 100 par an?

CONSTRUCTION.

Les 420 lb à payer en 3 ans, vallent en 2 ans par le precedent 9 exemple  $381 \frac{9}{11}$  lb. Et les 560 lb à payer en 6 ans apres, qui est en 9 ans, vallent en 2 ans par ledict 9<sup>e</sup> exemple  $329 \frac{2}{17}$  lb, lesquels avec lesdictes  $381 \frac{9}{11}$  lb, font pour solution  $711 \frac{43}{87}$  lb.

NOTA.

Les exemples suivans dependent de l'alterne ou inverse proportion de ceste proposition.

EXEMPLE XI. AVQUEL EST  
requis raison d'interest.

Pour 500 lb à payer au bout de 5 ans, on reçoit argent comptant  $333\frac{1}{3}$  lb. La demande est à combien l'on a rabatu pour cent d'interest simple.

CONSTRUCTION.

On dira  $333\frac{1}{3}$  lb viennent de 500 lb, de combien viendront 100? fait 150 lb, des mesmes on soustraira pour reigle generale 100 lb reste 50 lb, lesquelles divisées par 5 (5 des 5 ans) donne quotient 10; Ergo l'on avoit rabatu à raison de 10 pour 100.

EXEMPLE XII. AVQUEL EST  
requis le temps.

Pour 400 lb, on reçoit argent comptant 250 lb, rabatant interest simple, à raison de 10 pour 100 an, La demande est pour combien de temps on a rabatu.

CONSTRUCTION.

On dira 250 lb viennent de 400 lb, de combien viendront 100 lb? fait 160 lb, des mesmes on soustraira pour reigle generale 100 lb, reste 60 lb, les mesmes divisées par 10 (10 à cause de 10 pour 100) donnent quotient 6. Ergo l'on avoit rabatu pour 6 anneés.

EXEMPLE XIII. AVQUEL EST  
requis le capital.

Quelcun reçoit  $666\frac{2}{3}$  lb, & on luy avoit rabatu interest simple à 8 pour 100 par an, & cela pour 10 ans. Qu'el estoit le capital?

CONSTRUCTION.

On ajoutera 100 à son interest de 10 ans qui est 80 lb, font 180 lb, disant 100 viennent de 180 lb, de combien viendront  $666\frac{2}{3}$  lb? Fait pour capital 1200 lb.

DEMONSTRATION.

Veü qu'il est dict au premier exemple de ceste proposition, que 300 à payer en un an, vallent argent comptant  $267\frac{6}{7}$  lb, rabatant interest simple à 12 pour 100 par an; S'enfuir que si on employast au mesme instant sur interest lesdictes  $267\frac{6}{7}$  lb (à sçavoir comme devant, à 12 pour 100 par an) que les mesmes avec leur interest (si l'operation est bonne) debuoyent monter ensemble au bout de l'année 300 lb.

Or doncques contant ledict interest selon la doctrine du premier exemple de la premiere proposition, il montera  $32\frac{1}{7}$  lb, lesquelles ajoutées à  $267\frac{6}{7}$  lb, font ensemble ladicte somme de 300 lb, d'ou se conclud que l'operation est bonne.

Et semblables seront aussi les demonstrations des autres exemples de ceste proposition, lesquelles nous passons outre à cause de briefveté.

CONCLUSION.

Estant doncques déclaré capital, temps, & raison d'interest simple & dommageable; Nous avons trouvé leur valeur; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION III.

Estant déclaré capital, temps; & raison d'interest composé & prouffitabile: Trouver combien monte le capital avec son interest.

NOTA.

Nous aurons mestier pour la solution des exemples de ceste proposition, des tables desquelles a esté dict cy devant, parquoy nous en descrirons ici autant comme en la pratique semblent communement necessaires, à sçavoir 16 tables la ou il y aura tousiours comparaison de l'interest au cent, desquelles la premiere sera de 1 pour 100, la seconde de 2 pour 100, & ainsi par ordre des autres jusques à la 16 table qui sera de 16 pour 100. Puis nous descrirons encore 8 tables, la ou il y aura tousiours comparaison de divers capitaux, à interest tousiours 1, desquelles la premiere sera du denier 15, la seconde du denier 16, & ainsi par ordre des autres jusques au denier 22, & chascune table sera de 30 anneés ou termes.

CONSTRUCTION  
DES TABLES.

POUR doneques venir à la construction de ces tables; il faut sçavoir que l'on y cherche nombres proportionaux aux nombres de la question: Pour lesquels trouver, on prendra au premier quelque grand nombre duquel le premier caractere soit 1, & les autres tous 0. J'ay prins pour ces tables (combien qu'on peut prendre plus ou moins) 10000000, que nous appellons racine des tables. Or voulant faire une table à raison de 1 pour 100, comme est la suivante premiere, on multipliera la racine des tables 10000000, par le capital 100, donne produit 1000000000, le mesme se divisera par la somme du capital & son interest, à sçavoir par 101 (car 100 est proposé capital, & 1 interest) le quotient sera 9900990 respondant au premier terme ou année; Quant au reste  $\frac{10}{101}$  qui demeure apres la division, nous la delaissons par ce qu'elle est moindre que demi, mais quand telle reste est majeure que demi, on augmentera (comme est l'usage en la table des sinus & autres) le quotient de 1, car ainsi l'on demeure tousiours plus pres du requis. Or pour trouver le nombre respondant au deuxiesme an, on multipliera les 9900990 autrefois par 100, fait 990099000, le mesme se divisera autrefois par 101, le quotient sera 9802960, pour le deuxiesme an. Et de mesme sorte pour trouver le nombre du troisieme an, on multipliera 9802960, autrefois par 100, fait 980296000, le mesme se divisera autrefois par 101, le quotient sera 9705900; mais par ce que la reste  $\frac{100}{101}$ , est maintenant majeure que demi, on augmentera pour les raisons que dessus le dernier caractere du quotient de 1, mettant 9705901 pour le troisieme terme, & ainsi des autres termes, lesquels sont continuez en nos tables jusques à 30.

Semblable sera aussi la construction de toutes les autres tables, car comme l'on multiplie en la premiere tousiours par 100 & divise par 101, ainsi on multipliera en la seconde table (qui est de 2 pour 100) tousiours par 100, & on divisera par 102. Et en la troisieme table, on multipliera tousiours par 100, & on divisera par 103, & ainsi des autres. Item la construction de la table du denier 15, est semblable aux precedentes; car on y multiplie

plie toujours par 15, & on divise par 16 (à sçavoir par 15 proposé capital, avec son interest 1) Et ainsi en la table du denier 16, on multipliera toujours par 16, & on divi- fera par 17, & semblablement des autres : Ces tables ainsi preparees, il faut joignant les mesmes faire encore une colonne, laquelle servira pour interest composé, de parties qui sont à payer en continües annees, l'un an au- tant commel'autre, comme les exemples des mesmes seront exhibez en son lieu, & la construction de ceste co- lonne est telle :

On mettra (pour la construction de celle de 1 pour 100) le 9900990 respondant au premier an ou terme, encore une fois joignant ledict premier terme, puis on ajoutera les deux nombres respondans aux deux pre- miers termes, comme 9900990 avec 9802960, font 19703950, le mesme se mettra aupres le deuxiesme an; Puis on ajoutera les trois nombres de la premiere co- lonne, respondans aux trois premiers termes, montent 29409851, & ainsi des autres. De sorte que le dernier nombre de ceste derniere colonne, sera la somme de tous les nombres de la colonne precedente.

Et ainsi on fera à chascune des autres tables, une telle

derniere colonne, de sorte que chascune de ces tables aura trois colonnes, la premiere signifiant termes, comme annees, ou quart d'annees, ou semblables, & les au- tres deux servans pour solutions de questions, comme il apparoistra au suivant.

A. GIRARD.

*L* A composition de la derniere colonne est un peu difficile com- me l'auteur l'a fait; mais sera plus aisée si on fait comme s'ensuit en prenant la premiere table pour exemple.

Je met le premier nombre de la 3<sup>e</sup> colonne, comme en la seconde colonne, a sçavoir 9900990, puis j'adjouste iceluy mesme avec le suivant 9802960 (de la seconde colonne) viendra 19703950; lequel semblablement j'adjouste (apres l'avoir pose en son lieu competant) au suivant 9705901 (de la seconde colonne) & viendra 20409851, & ainsi se feront les autres fort aisement.

SENSVIVENT LES TABLES D'INTEREST.

Table d'Interest de 1 pour 100.

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9900990 | 9900990   |
| 2.  | 9802960 | 19703950  |
| 3.  | 9705901 | 29409851  |
| 4.  | 9609803 | 39019654  |
| 5.  | 9514656 | 48534310  |
| 6.  | 9420451 | 57954761  |
| 7.  | 9327179 | 67281940  |
| 8.  | 9234831 | 76516771  |
| 9.  | 9143397 | 85660168  |
| 10. | 9052868 | 94713036  |
| 11. | 8963236 | 103676272 |
| 12. | 8874491 | 112550763 |
| 13. | 8786625 | 121337388 |
| 14. | 8699629 | 130037017 |
| 15. | 8613494 | 138650511 |
| 16. | 8528212 | 147178723 |
| 17. | 8443774 | 155622497 |
| 18. | 8360172 | 163982669 |
| 19. | 8277398 | 172260067 |
| 20. | 8195444 | 180455511 |
| 21. | 8114304 | 188569812 |
| 22. | 8033961 | 196603773 |
| 23. | 7954417 | 204558190 |
| 24. | 7875660 | 212433850 |
| 25. | 7797683 | 220231533 |
| 26. | 7720478 | 227952011 |
| 27. | 7644038 | 235596049 |
| 28. | 7568354 | 243164403 |
| 29. | 7493420 | 250657823 |
| 30. | 7419228 | 258077051 |

Table d'Interest de 2 pour 100.

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9803922 | 9803922   |
| 2.  | 9611688 | 19415610  |
| 3.  | 9423224 | 28838834  |
| 4.  | 9238455 | 38077289  |
| 5.  | 9057309 | 47134598  |
| 6.  | 8879715 | 56014313  |
| 7.  | 8705603 | 64719916  |
| 8.  | 8534905 | 73254821  |
| 9.  | 8367554 | 81622375  |
| 10. | 8203484 | 89825859  |
| 11. | 8042631 | 97868490  |
| 12. | 7884932 | 105753422 |
| 13. | 7730325 | 113483747 |
| 14. | 7578750 | 121062497 |
| 15. | 7430147 | 128492644 |
| 16. | 7284458 | 135777102 |
| 17. | 7141625 | 142918717 |
| 18. | 7001593 | 149920320 |
| 19. | 6864307 | 156784627 |
| 20. | 6729713 | 163514340 |
| 21. | 6597758 | 170112098 |
| 22. | 6468390 | 176580488 |
| 23. | 6341559 | 182922047 |
| 24. | 6217215 | 189139262 |
| 25. | 6095309 | 195234571 |
| 26. | 5975793 | 201210364 |
| 27. | 5858621 | 207068985 |
| 28. | 5743746 | 212812731 |
| 29. | 5631124 | 218443855 |
| 30. | 5520710 | 223964565 |

Table

LA PRACTIQUE

Table d'intereft de 3 pour 100.

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9708738 | 9708738   |
| 2.  | 9425959 | 19134697  |
| 3.  | 9151417 | 28286114  |
| 4.  | 8884871 | 37170985  |
| 5.  | 8626088 | 45797073  |
| 6.  | 8374843 | 54171916  |
| 7.  | 8130916 | 62302832  |
| 8.  | 7894093 | 70196929  |
| 9.  | 7664168 | 77861093  |
| 10. | 7440940 | 85302033  |
| 11. | 7224214 | 92526247  |
| 12. | 7013800 | 99540047  |
| 13. | 6809515 | 106349562 |
| 14. | 6611180 | 112960742 |
| 15. | 6418621 | 119379363 |
| 16. | 6231671 | 125611034 |
| 17. | 6050166 | 131661200 |
| 18. | 5873948 | 137535148 |
| 19. | 5702862 | 143238010 |
| 20. | 5536759 | 148774769 |
| 21. | 5375494 | 154150263 |
| 22. | 5218926 | 159369189 |
| 23. | 5066918 | 164436107 |
| 24. | 4919338 | 169355445 |
| 25. | 4776856 | 174131501 |
| 26. | 4636948 | 178768449 |
| 27. | 4501891 | 183270340 |
| 28. | 4370768 | 187641108 |
| 29. | 4243464 | 191884572 |
| 30. | 4119868 | 196004440 |

Table d'intereft de 5 pour 100.

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9523810 | 9523810   |
| 2.  | 9070295 | 18594105  |
| 3.  | 8638376 | 27232481  |
| 4.  | 8227025 | 35459506  |
| 5.  | 7835262 | 43294768  |
| 6.  | 7462154 | 50756922  |
| 7.  | 7106813 | 57863735  |
| 8.  | 6768393 | 64632128  |
| 9.  | 6446089 | 71078217  |
| 10. | 6139132 | 77217349  |
| 11. | 5846792 | 83064141  |
| 12. | 5568373 | 88632514  |
| 13. | 5303212 | 93935726  |
| 14. | 5050678 | 98986404  |
| 15. | 4810170 | 103796574 |
| 16. | 4581114 | 108377688 |
| 17. | 4362966 | 112740654 |
| 18. | 4155206 | 116895860 |
| 19. | 3957339 | 120853199 |
| 20. | 3768894 | 124622093 |
| 21. | 3589423 | 128211516 |
| 22. | 3418498 | 131630014 |
| 23. | 3255712 | 134885726 |
| 24. | 3100678 | 137986404 |
| 25. | 2953027 | 140939431 |
| 26. | 2812407 | 143751838 |
| 27. | 2678483 | 146430321 |
| 28. | 2550936 | 148981257 |
| 29. | 2429463 | 151410720 |
| 30. | 2313774 | 153924494 |

Table d'intereft de 4 pour 100.

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9615385 | 9615385   |
| 2.  | 9245562 | 18860947  |
| 3.  | 8889963 | 27750910  |
| 4.  | 8548041 | 36298951  |
| 5.  | 8219270 | 44518221  |
| 6.  | 7903144 | 52421365  |
| 7.  | 7599177 | 60020542  |
| 8.  | 7306901 | 67327443  |
| 9.  | 7025866 | 74353309  |
| 10. | 6755640 | 81108949  |
| 11. | 6495808 | 87604757  |
| 12. | 6245969 | 93850726  |
| 13. | 6005739 | 99896465  |
| 14. | 5774749 | 105631214 |
| 15. | 5552643 | 111183857 |
| 16. | 5339080 | 116522937 |
| 17. | 5133731 | 121656668 |
| 18. | 4936280 | 126592948 |
| 19. | 4746423 | 131339371 |
| 20. | 4563868 | 135903239 |
| 21. | 4388335 | 140291574 |
| 22. | 4219553 | 144511127 |
| 23. | 4057262 | 148568389 |
| 24. | 3901213 | 152469602 |
| 25. | 3751166 | 156220768 |
| 26. | 3606890 | 159827658 |
| 27. | 3468163 | 163295821 |
| 28. | 3334772 | 166630593 |
| 29. | 3206512 | 169837105 |
| 30. | 3083185 | 172920290 |

Table d'intereft de 6. pour 100.

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9433962 | 9433962   |
| 2.  | 8899964 | 18333926  |
| 3.  | 8396192 | 26730118  |
| 4.  | 7920936 | 34651054  |
| 5.  | 7472581 | 42123635  |
| 6.  | 7049605 | 49173240  |
| 7.  | 6650571 | 55823311  |
| 8.  | 6274124 | 62097935  |
| 9.  | 5918985 | 68016920  |
| 10. | 5583948 | 73600868  |
| 11. | 5267875 | 78868743  |
| 12. | 4969893 | 83838436  |
| 13. | 4688390 | 88526826  |
| 14. | 4423009 | 92949835  |
| 15. | 4172650 | 97122485  |
| 16. | 3936462 | 101058947 |
| 17. | 3713643 | 104772590 |
| 18. | 3503437 | 108276027 |
| 19. | 3305129 | 111581156 |
| 20. | 3118046 | 114699202 |
| 21. | 2941553 | 117640755 |
| 22. | 2775050 | 120415805 |
| 23. | 2617972 | 123033777 |
| 24. | 2469785 | 125503562 |
| 25. | 2329986 | 127833548 |
| 26. | 2198100 | 130031648 |
| 27. | 2073679 | 132105327 |
| 28. | 1956301 | 134061628 |
| 29. | 1845567 | 135907195 |
| 30. | 1741101 | 137648296 |

Table

Table d'intereft de 7. pour 100.

Table d'intereft de 9 pour 100.

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9345794 | 9345794   |
| 2.  | 8734387 | 18080181  |
| 3.  | 8162979 | 26243160  |
| 4.  | 7628952 | 33872112  |
| 5.  | 7129862 | 41001974  |
| 6.  | 6663422 | 47665396  |
| 7.  | 6227497 | 53892893  |
| 8.  | 5820091 | 59712984  |
| 9.  | 5439337 | 65152321  |
| 10. | 5083493 | 70235814  |
| 11. | 4750928 | 74986742  |
| 12. | 4440120 | 79426862  |
| 13. | 4149645 | 83576507  |
| 14. | 3878173 | 87454680  |
| 15. | 3624461 | 91079141  |
| 16. | 3387347 | 94466488  |
| 17. | 3165745 | 97632233  |
| 18. | 2958640 | 100590873 |
| 19. | 2765084 | 103355957 |
| 20. | 2584191 | 105940148 |
| 21. | 2415132 | 108355280 |
| 22. | 2257133 | 110612413 |
| 23. | 2109470 | 112721883 |
| 24. | 1971467 | 114693350 |
| 25. | 1842493 | 116535843 |
| 26. | 1721956 | 118257799 |
| 27. | 1609305 | 119867104 |
| 28. | 1504025 | 121371127 |
| 29. | 1405629 | 122776756 |
| 30. | 1313672 | 124090428 |

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9174312 | 9104312   |
| 2.  | 8416800 | 17951112  |
| 3.  | 7721835 | 25312947  |
| 4.  | 7084252 | 32397199  |
| 5.  | 6499314 | 38896513  |
| 6.  | 5962673 | 44859186  |
| 7.  | 5470342 | 50329528  |
| 8.  | 5018662 | 55348190  |
| 9.  | 4604277 | 59952467  |
| 10. | 4224107 | 64176574  |
| 11. | 3875328 | 68051902  |
| 12. | 3555347 | 71607249  |
| 13. | 3261786 | 74869035  |
| 14. | 2992464 | 77861499  |
| 15. | 2745380 | 80606879  |
| 16. | 2518697 | 83125576  |
| 17. | 2310731 | 85436307  |
| 18. | 2119937 | 87556244  |
| 19. | 1944896 | 89501140  |
| 20. | 1784308 | 91285448  |
| 21. | 1636980 | 92922428  |
| 22. | 1501817 | 94424245  |
| 23. | 1377814 | 95802059  |
| 24. | 1264050 | 97066109  |
| 25. | 1159679 | 98225788  |
| 26. | 1063926 | 99289714  |
| 27. | 976079  | 100265793 |
| 28. | 895485  | 101161278 |
| 29. | 821546  | 101982824 |
| 30. | 753712  | 102736536 |

Table d'intereft de 8 pour 100.

Table d'intereft de 10 pour 100.

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9259259 | 9259259   |
| 2.  | 8573386 | 17832637  |
| 3.  | 7938322 | 25770969  |
| 4.  | 7350298 | 33121267  |
| 5.  | 6805831 | 39927098  |
| 6.  | 6301695 | 46228793  |
| 7.  | 5834903 | 52063696  |
| 8.  | 5402688 | 57466384  |
| 9.  | 5002489 | 62468873  |
| 10. | 4631934 | 67100807  |
| 11. | 4288828 | 71389635  |
| 12. | 3971137 | 75360772  |
| 13. | 3676979 | 79037751  |
| 14. | 3404610 | 82442361  |
| 15. | 3152417 | 85594778  |
| 16. | 2918905 | 88513683  |
| 17. | 2702690 | 91216373  |
| 18. | 2502492 | 93718864  |
| 19. | 2317121 | 96035985  |
| 20. | 2145482 | 98181467  |
| 21. | 1986557 | 100168024 |
| 22. | 1839405 | 102007429 |
| 23. | 1703153 | 103710582 |
| 24. | 1576994 | 105287576 |
| 25. | 1460180 | 106747756 |
| 26. | 1352019 | 108099775 |
| 27. | 1251869 | 109351644 |
| 28. | 1159138 | 110510782 |
| 29. | 1073276 | 111584058 |
| 30. | 993774  | 112577832 |

|     |         |          |
|-----|---------|----------|
| 1.  | 9090909 | 9090909  |
| 2.  | 8264463 | 17355372 |
| 3.  | 7513148 | 24868520 |
| 4.  | 6830135 | 31698655 |
| 5.  | 6209214 | 37907869 |
| 6.  | 5644740 | 43552609 |
| 7.  | 5131582 | 48684191 |
| 8.  | 4665075 | 53349266 |
| 9.  | 4240977 | 57590143 |
| 10. | 3855434 | 61445677 |
| 11. | 3504940 | 64950617 |
| 12. | 3186309 | 68136926 |
| 13. | 2896645 | 71033571 |
| 14. | 2633314 | 73666885 |
| 15. | 2393922 | 76060807 |
| 16. | 2176293 | 78237100 |
| 17. | 1978448 | 80215548 |
| 18. | 1798589 | 82014137 |
| 19. | 1635081 | 83649218 |
| 20. | 1486437 | 85135655 |
| 21. | 1351306 | 86486961 |
| 22. | 1228460 | 87715421 |
| 23. | 1116782 | 88832203 |
| 24. | 1015256 | 89847459 |
| 25. | 922960  | 90770419 |
| 26. | 839055  | 91609474 |
| 27. | 762777  | 92372252 |
| 28. | 693434  | 93065685 |
| 29. | 630395  | 93696080 |
| 30. | 573086  | 94269166 |

Table d'intérêt de 11 pour 100.

|     |         |          |
|-----|---------|----------|
| 1.  | 9009009 | 9009009  |
| 2.  | 8116224 | 17125233 |
| 3.  | 7311914 | 24437147 |
| 4.  | 6587310 | 31024457 |
| 5.  | 5934514 | 36958971 |
| 6.  | 5346409 | 42305380 |
| 7.  | 4816585 | 47121965 |
| 8.  | 4339266 | 51461231 |
| 9.  | 3909249 | 55370480 |
| 10. | 3521846 | 58892326 |
| 11. | 3172834 | 62065160 |
| 12. | 2858409 | 64923569 |
| 13. | 2575143 | 67498712 |
| 14. | 2319949 | 69818661 |
| 15. | 2090044 | 71908705 |
| 16. | 1882923 | 73791628 |
| 17. | 1696327 | 75487955 |
| 18. | 1528223 | 77016178 |
| 19. | 1376777 | 78392955 |
| 20. | 1240340 | 79633295 |
| 21. | 1117423 | 80750718 |
| 22. | 1006687 | 81757405 |
| 23. | 906925  | 82664330 |
| 24. | 817050  | 83481380 |
| 25. | 736081  | 84217461 |
| 26. | 663136  | 84880597 |
| 27. | 597420  | 85478017 |
| 28. | 538216  | 86016233 |
| 29. | 484879  | 86501112 |
| 30. | 436828  | 86937940 |

Table d'intérêt de 13 pour 100.

|     |         |          |
|-----|---------|----------|
| 1.  | 8849558 | 8849558  |
| 2.  | 7831467 | 16681025 |
| 3.  | 6930592 | 23611527 |
| 4.  | 6133188 | 29744715 |
| 5.  | 5427600 | 35172315 |
| 6.  | 4803186 | 39973501 |
| 7.  | 4250607 | 44226108 |
| 8.  | 3761599 | 47987707 |
| 9.  | 3328849 | 51316556 |
| 10. | 2945884 | 54262440 |
| 11. | 2606977 | 56869417 |
| 12. | 2307059 | 59176476 |
| 13. | 2041645 | 61218121 |
| 14. | 1806765 | 63024886 |
| 15. | 1598907 | 64623793 |
| 16. | 1414962 | 66038755 |
| 17. | 1252179 | 67290934 |
| 18. | 1108123 | 68399057 |
| 19. | 980640  | 69379697 |
| 20. | 867823  | 70247520 |
| 21. | 767985  | 71015505 |
| 22. | 679633  | 71695138 |
| 23. | 601445  | 72296583 |
| 24. | 532252  | 72828835 |
| 25. | 471019  | 73299854 |
| 26. | 416831  | 73716685 |
| 27. | 368877  | 74085562 |
| 28. | 326440  | 74412004 |
| 29. | 288885  | 74700887 |
| 30. | 255650  | 74956537 |

Table d'intérêt de 12 pour 100.

|     |         |          |
|-----|---------|----------|
| 1.  | 8928571 | 8928571  |
| 2.  | 7971938 | 16900509 |
| 3.  | 7117802 | 24018311 |
| 4.  | 6355180 | 30373491 |
| 5.  | 5674268 | 36047759 |
| 6.  | 5066311 | 41114070 |
| 7.  | 4523492 | 45637562 |
| 8.  | 4038832 | 49676394 |
| 9.  | 3606100 | 53282494 |
| 10. | 3219732 | 56502226 |
| 11. | 2874761 | 59376987 |
| 12. | 2566751 | 61943738 |
| 13. | 2291742 | 64235480 |
| 14. | 2046198 | 66281678 |
| 15. | 1826962 | 68108640 |
| 16. | 1631216 | 69739856 |
| 17. | 1456443 | 71196299 |
| 18. | 1300396 | 72496695 |
| 19. | 1161068 | 73657763 |
| 20. | 1036668 | 74694431 |
| 21. | 925596  | 75620027 |
| 22. | 826425  | 76446452 |
| 23. | 737879  | 77184331 |
| 24. | 658821  | 77843152 |
| 25. | 588233  | 78431385 |
| 26. | 525208  | 78956593 |
| 27. | 468936  | 79425529 |
| 28. | 418693  | 79844222 |
| 29. | 373833  | 80218055 |
| 30. | 333779  | 80551834 |

Table d'intérêt de 14 pour 100.

|     |         |          |
|-----|---------|----------|
| 1.  | 8771930 | 8771930  |
| 2.  | 7694675 | 16466605 |
| 3.  | 6749715 | 23216320 |
| 4.  | 5920803 | 29137123 |
| 5.  | 5193687 | 34330810 |
| 6.  | 4555866 | 38866676 |
| 7.  | 3996374 | 42881050 |
| 8.  | 3505591 | 46388641 |
| 9.  | 3075080 | 49463721 |
| 10. | 2697439 | 52161160 |
| 11. | 2366175 | 54527335 |
| 12. | 2075592 | 56602917 |
| 13. | 1820695 | 58423622 |
| 14. | 1597101 | 60020723 |
| 15. | 1400966 | 61421689 |
| 16. | 1228918 | 62650607 |
| 17. | 1077998 | 63728605 |
| 18. | 945612  | 64674217 |
| 19. | 829484  | 65503701 |
| 20. | 727618  | 66231319 |
| 21. | 638261  | 66869580 |
| 22. | 559878  | 67429458 |
| 23. | 491121  | 67920579 |
| 24. | 430808  | 68351387 |
| 25. | 377902  | 68729289 |
| 26. | 331473  | 69060782 |
| 27. | 290783  | 69351565 |
| 28. | 255073  | 69606638 |
| 29. | 223748  | 69830386 |
| 30. | 196270  | 70026656 |

Table



Table d'Interest de 15 pour 100.

Table d'interest du denier 15.

|     |         |          |
|-----|---------|----------|
| 1.  | 8695652 | 8695652  |
| 2.  | 7561437 | 16257089 |
| 3.  | 6575163 | 22832252 |
| 4.  | 5717533 | 28549785 |
| 5.  | 4971768 | 33521553 |
| 6.  | 4323277 | 37844830 |
| 7.  | 3759371 | 41604201 |
| 8.  | 3269018 | 44873219 |
| 9.  | 2842624 | 47715843 |
| 10. | 2571847 | 50187690 |
| 11. | 2149432 | 52337122 |
| 12. | 1869073 | 54206193 |
| 13. | 1625279 | 55831472 |
| 14. | 1413286 | 57244758 |
| 15. | 1228944 | 58473702 |
| 16. | 1068647 | 59542349 |
| 17. | 929258  | 60471607 |
| 18. | 800050  | 61279657 |
| 19. | 702562  | 61982309 |
| 20. | 611002  | 62593811 |
| 21. | 531306  | 63124617 |
| 22. | 462005  | 63586622 |
| 23. | 401743  | 63988365 |
| 24. | 349342  | 64337707 |
| 25. | 303776  | 64641483 |
| 26. | 264153  | 64905636 |
| 27. | 229698  | 65135334 |
| 28. | 199737  | 65335071 |
| 29. | 173684  | 65508755 |
| 30. | 151030  | 65659785 |

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9375000 | 9375000   |
| 2.  | 8789062 | 18164062  |
| 3.  | 8239746 | 26403808  |
| 4.  | 7724762 | 34128570  |
| 5.  | 7241964 | 41370534  |
| 6.  | 6789341 | 47159875  |
| 7.  | 6365007 | 54524882  |
| 8.  | 5967194 | 60492076  |
| 9.  | 5594244 | 66086320  |
| 10. | 5244604 | 71330924  |
| 11. | 4916816 | 76247740  |
| 12. | 4609515 | 80857255  |
| 13. | 4321420 | 85178673  |
| 14. | 4051331 | 89230006  |
| 15. | 3798123 | 93028129  |
| 16. | 3560740 | 96588869  |
| 17. | 3338194 | 99927063  |
| 18. | 3129557 | 103056620 |
| 19. | 2933960 | 105990580 |
| 20. | 2750587 | 108741167 |
| 21. | 2578675 | 111319842 |
| 22. | 2417508 | 113737350 |
| 23. | 2266414 | 116003764 |
| 24. | 2124763 | 118128527 |
| 25. | 1991965 | 120120492 |
| 26. | 1867467 | 121987959 |
| 27. | 1750750 | 123738709 |
| 28. | 1641328 | 125380037 |
| 29. | 1538745 | 126918782 |
| 30. | 1442573 | 128361355 |

Table d'interest de 16 pour 100.

Table d'Interest du denier 16.

|     |         |          |
|-----|---------|----------|
| 1.  | 8620690 | 8620690  |
| 2.  | 7431629 | 16052319 |
| 3.  | 7406577 | 22458896 |
| 4.  | 5522911 | 27981807 |
| 5.  | 4761130 | 32742937 |
| 6.  | 4104422 | 36847359 |
| 7.  | 3538295 | 40385654 |
| 8.  | 3050254 | 43435908 |
| 9.  | 2629529 | 46065437 |
| 10. | 2266835 | 48332272 |
| 11. | 1954168 | 50286440 |
| 12. | 1684628 | 51971068 |
| 13. | 1452266 | 53423334 |
| 14. | 1251953 | 54675287 |
| 15. | 1079270 | 55754557 |
| 16. | 930405  | 56684962 |
| 17. | 802073  | 57477035 |
| 18. | 691442  | 58178477 |
| 19. | 596071  | 58774548 |
| 20. | 513854  | 59288402 |
| 21. | 442978  | 59731380 |
| 22. | 381878  | 60113258 |
| 23. | 329205  | 60442463 |
| 24. | 283797  | 60726260 |
| 25. | 244653  | 60970913 |
| 26. | 210908  | 61181821 |
| 27. | 181817  | 61363638 |
| 28. | 156739  | 61520377 |
| 29. | 135110  | 61655497 |
| 30. | 116483  | 61771980 |

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9411765 | 9411765   |
| 2.  | 8858132 | 18269897  |
| 3.  | 8337065 | 26606962  |
| 4.  | 7846649 | 34453611  |
| 5.  | 7385081 | 41838692  |
| 6.  | 6950664 | 48789356  |
| 7.  | 6541801 | 55331157  |
| 8.  | 6156989 | 61488146  |
| 9.  | 5794813 | 67282959  |
| 10. | 5453942 | 72736901  |
| 11. | 5133122 | 77870023  |
| 12. | 4831174 | 82701197  |
| 13. | 4546987 | 87248184  |
| 14. | 4279517 | 91527701  |
| 15. | 4027781 | 95555482  |
| 16. | 3790853 | 99346335  |
| 17. | 3567862 | 102914197 |
| 18. | 3357988 | 106272185 |
| 19. | 3160459 | 109432644 |
| 20. | 2974550 | 112407194 |
| 21. | 2799576 | 115206770 |
| 22. | 2634895 | 117841665 |
| 23. | 2479901 | 120321566 |
| 24. | 2334024 | 122655590 |
| 25. | 2196728 | 124852318 |
| 26. | 2067509 | 126919827 |
| 27. | 1945891 | 128865718 |
| 28. | 1831427 | 130697145 |
| 29. | 1723696 | 132420841 |
| 30. | 1622302 | 134043143 |

Table d'intérêt du denier 17.

|     |         |           |     |
|-----|---------|-----------|-----|
| 1.  | 9444444 | 9444444   | 1.  |
| 2.  | 8919753 | 18364197  | 2.  |
| 3.  | 8424211 | 26788408  | 3.  |
| 4.  | 7956199 | 34744607  | 4.  |
| 5.  | 7514188 | 42258795  | 5.  |
| 6.  | 7096733 | 49355528  | 6.  |
| 7.  | 6702470 | 56057998  | 7.  |
| 8.  | 6330111 | 62388109  | 8.  |
| 9.  | 5978438 | 68366547  | 9.  |
| 10. | 5646303 | 74012850  | 10. |
| 11. | 5332619 | 79345469  | 11. |
| 12. | 5036362 | 84381831  | 12. |
| 13. | 4756564 | 89138395  | 13. |
| 14. | 4492310 | 93630705  | 14. |
| 15. | 4242737 | 97873442  | 15. |
| 16. | 4007029 | 101880471 | 16. |
| 17. | 3784416 | 105664886 | 17. |
| 18. | 3574171 | 109239058 | 18. |
| 19. | 3375605 | 112614664 | 19. |
| 20. | 3188072 | 115802736 | 20. |
| 21. | 3010957 | 118813693 | 21. |
| 22. | 2843682 | 121657375 | 22. |
| 23. | 2685700 | 124343075 | 23. |
| 24. | 2536494 | 126879569 | 24. |
| 25. | 2395578 | 129275147 | 25. |
| 26. | 2262490 | 131537637 | 26. |
| 27. | 2136796 | 133674433 | 27. |
| 28. | 2018085 | 135692518 | 28. |
| 29. | 1905969 | 137598487 | 29. |
| 30. | 1800082 | 139398569 | 30. |

Table d'intérêt du denier 19.

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9500000 | 9500000   |
| 2.  | 9025000 | 18525000  |
| 3.  | 8573750 | 27098750  |
| 4.  | 8145072 | 35243812  |
| 5.  | 7737809 | 42981621  |
| 6.  | 7350919 | 50332540  |
| 7.  | 6983373 | 57315913  |
| 8.  | 6634204 | 63950117  |
| 9.  | 6302494 | 70252611  |
| 10. | 5987369 | 76239980  |
| 11. | 5688001 | 81927981  |
| 12. | 5403601 | 87331582  |
| 13. | 5133421 | 92465003  |
| 14. | 4876750 | 97341753  |
| 15. | 4632912 | 101974665 |
| 16. | 4401266 | 106375931 |
| 17. | 4181203 | 110557134 |
| 18. | 3972143 | 114529277 |
| 19. | 3773536 | 118302813 |
| 20. | 3584859 | 121887672 |
| 21. | 3405616 | 125293288 |
| 22. | 3235335 | 128528623 |
| 23. | 3073568 | 131602191 |
| 24. | 2919890 | 134522081 |
| 25. | 2773895 | 137295976 |
| 26. | 2635200 | 139931176 |
| 27. | 2503440 | 142434616 |
| 28. | 2378268 | 144812884 |
| 29. | 2259355 | 147072239 |
| 30. | 2146387 | 149218626 |

Table d'intérêt du denier 18.

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9473684 | 9473684   |
| 2.  | 8975069 | 18448753  |
| 3.  | 8502697 | 26951450  |
| 4.  | 8055186 | 35006636  |
| 5.  | 7631229 | 42637865  |
| 6.  | 7229585 | 49867450  |
| 7.  | 6849081 | 56716531  |
| 8.  | 6488603 | 63205134  |
| 9.  | 6147098 | 69352232  |
| 10. | 5823567 | 75175799  |
| 11. | 5517063 | 80692862  |
| 12. | 5226691 | 85919553  |
| 13. | 4951602 | 90871155  |
| 14. | 4690991 | 95562146  |
| 15. | 4444097 | 100006243 |
| 16. | 4210197 | 104216440 |
| 17. | 3988608 | 108205048 |
| 18. | 3778681 | 111983729 |
| 19. | 3579803 | 115563532 |
| 20. | 3391392 | 118954924 |
| 21. | 3212898 | 122167822 |
| 22. | 3043798 | 125211620 |
| 23. | 2883598 | 128095218 |
| 24. | 2731830 | 130827048 |
| 25. | 2588049 | 133415097 |
| 26. | 2451836 | 135866933 |
| 27. | 2322792 | 138189725 |
| 28. | 2200540 | 140390265 |
| 29. | 2084722 | 142474987 |
| 30. | 1975000 | 144449987 |

Table d'intérêt du denier 20.

N O T A.

Cette Table est semblable à la précédente de 5 pour 100.

Table d'intérêt du denier 21.

NOTA:

Parce que toute raison d'intérêt que l'on explique par cent, est aussi quelque intérêt qu'on peut expliquer par le denier d'autant, & au contraire; comme par exemple 5 pour 100, se peut aussi dire au denier 20: nous declarerons les comparaisons des intérêts compris en ces tables précédentes en ceste sorte;

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9545455 | 9545455   |
| 2.  | 9111571 | 18657026  |
| 3.  | 8697409 | 27354435  |
| 4.  | 8302072 | 35656507  |
| 5.  | 7924705 | 43581212  |
| 6.  | 7564491 | 51145703  |
| 7.  | 7220650 | 58366353  |
| 8.  | 6892439 | 65258792  |
| 9.  | 6579146 | 71837938  |
| 10. | 6280094 | 78118032  |
| 11. | 5994635 | 84112667  |
| 12. | 5722152 | 89834819  |
| 13. | 5462054 | 95296873  |
| 14. | 5213779 | 100510652 |
| 15. | 4976789 | 105487441 |
| 16. | 4750571 | 110238012 |
| 17. | 4534636 | 114772648 |
| 18. | 4328516 | 119101164 |
| 19. | 4131765 | 123232929 |
| 20. | 3943958 | 127176887 |
| 21. | 3764687 | 130941574 |
| 22. | 3593565 | 134535139 |
| 23. | 3430221 | 137965360 |
| 24. | 3274302 | 141239662 |
| 25. | 3125470 | 144365132 |
| 26. | 2983403 | 147348535 |
| 27. | 2847794 | 150196329 |
| 28. | 2718346 | 152914678 |
| 29. | 2594788 | 155509466 |
| 30. | 2476843 | 157986309 |

|     |                  |
|-----|------------------|
| 1)  | 100              |
| 2)  | 50               |
| 3)  | 33 $\frac{1}{3}$ |
| 4)  | 25               |
| 5)  | 20               |
| 6)  | 16 $\frac{2}{3}$ |
| 7)  | 14 $\frac{2}{3}$ |
| 8)  | 12 $\frac{1}{2}$ |
| 9)  | 11 $\frac{1}{9}$ |
| 10) | 10               |
| 11) | 9 $\frac{1}{11}$ |
| 12) | 8 $\frac{1}{3}$  |
| 13) | 7 $\frac{1}{3}$  |
| 14) | 7 $\frac{2}{3}$  |
| 15) | 6 $\frac{2}{3}$  |
| 16) | 6 $\frac{1}{4}$  |

Pour cent est autant comme le denier

|    |                   |                  |            |
|----|-------------------|------------------|------------|
| 15 | 6 $\frac{2}{3}$   | Est autant comme | Pour cent. |
| 16 | 6 $\frac{1}{3}$   |                  |            |
| 17 | 5 $\frac{17}{19}$ | Au denier        | Pour cent. |
| 18 | 5 $\frac{5}{9}$   |                  |            |
| 19 | 5 $\frac{10}{19}$ | Est autant comme | Pour cent. |
| 20 | 5                 |                  |            |
| 21 | 4 $\frac{16}{21}$ | Au denier        | Pour cent. |
| 22 | 4 $\frac{11}{11}$ |                  |            |

Estant doncques les tables ainsi préparées, nous decrirons maintenant les exemples servans à cesta 3<sup>e</sup> proposition, desquels le premier est tel:

EXEMPLE I.

On veut sçavoir combien montera le capital 380 lb, avec son intérêt composé & prouffitable de 8 années, à raison de 11 pour cent par an.

CONSTRUCTION.

On verra en la table de 11 pour 100, quel nombre correspond au huitiesme an, & se trouve 4339266, parquoy on dira, 4339266 donnent 10000000 (lesquelles 10000000, font la racine des tables) combien 380 lb: Fait 875  $\frac{3142250}{4339266}$  lb.

NOTA I. Nous mettrons communément aux exemples suivans derrière les livres, leur rompu, sans le convertir en premier rompu, ou sans en extraire les s & c, à fin que les solutions soyent ainsi plus claires, car il suffit de faire cela en la pratique.

NOTA II. Si on voulust sçavoir combien monte l'intérêt de cest exemple, on soustraira 380 lb de 875  $\frac{3142250}{4339266}$  lb, reste 495  $\frac{3142250}{4339266}$  lb, pour l'intérêt de 8 années, & semblablement se pourra faire en tous les exemples suivans.

EXEMPLE II.

On veut sçavoir combien capital 800 lb, avec son composé & prouffitable intérêt au denier 15 par an, monteront en 16  $\frac{1}{2}$  années.

CONSTRUCTION.

On ajoutera (à cause de demy an)  $\frac{1}{2}$  à 15 (ces 15 sont à cause du denier 15) font 15  $\frac{1}{2}$ ; Puis on multipliera 3560740 (qui est le nombre respondant au 16<sup>e</sup> an en la table du denier 15) par 15 donne produit 53411100, le mesme se divisera par 15  $\frac{1}{2}$ , donne quotient 3445877, qui est nombre respondant à 16  $\frac{1}{2}$  années, & auroit son lieu en la table du denier 15, entre le 16<sup>e</sup> & 17 an, si la table fust faicte de demy en demy an. Puis on dira, 3445877 donnent 10000000, combien 800 lb? Fait 2321  $\frac{2119483}{3445877}$  lb.

Semblable sera aussi l'operation en toutes les autres parties

Table d'intérêt du denier 22.

|     |         |           |
|-----|---------|-----------|
| 1.  | 9565217 | 9565217   |
| 2.  | 9149338 | 18714555  |
| 3.  | 8751541 | 27466096  |
| 4.  | 8371039 | 35837135  |
| 5.  | 8007081 | 43844216  |
| 6.  | 7658947 | 51503163  |
| 7.  | 7325949 | 58829112  |
| 8.  | 7007429 | 65836541  |
| 9.  | 6702758 | 72539299  |
| 10. | 6411334 | 78950633  |
| 11. | 6143580 | 85083213  |
| 12. | 5865946 | 90949159  |
| 13. | 5610905 | 96560064  |
| 14. | 5366953 | 101927017 |
| 15. | 5133607 | 107060624 |
| 16. | 4910407 | 111971031 |
| 17. | 4696911 | 116667942 |
| 18. | 4492697 | 121160639 |
| 19. | 4297362 | 125458001 |
| 20. | 4110520 | 129568521 |
| 21. | 3931802 | 133500323 |
| 22. | 3760854 | 137261177 |
| 23. | 3597339 | 140858516 |
| 24. | 3440933 | 144299449 |
| 25. | 3291327 | 147590776 |
| 26. | 3148226 | 150739002 |
| 27. | 3011347 | 153750349 |
| 28. | 2880419 | 156630768 |
| 29. | 2755183 | 159385951 |
| 30. | 2635392 | 162021343 |

parties d'année, car s'il y eust à quelques années 3 mois, on besoigneroit (par ce que 3 mois sont le  $\frac{1}{4}$  d'un an) avec  $\frac{1}{4}$  comme nous avons fait cy dessus avec  $\frac{1}{2}$ ; Et ainsi des autres parties de l'année comme nous en avons traité plus amplement au 3 exemple de la 2 proposition.

NOTA. Il ya des aucuns qui comptent interest composé de partie d'année. Ce que nous difons ne se pouvoit faire, dont la raison est telle :

*Tout interest composé consiste en deux interests, l'un du capital, l'autre d'interest de terme escheu. Il n'y a icy point de terme escheu, parquoy il n'y a point d'interest de terme escheu. Et par consequent il n'y a icy nul interest composé.*

Item.

*Tout interest composé & prouffitable, est plus utile pour le creditur que interest simple.*

*Cest interest n'est pas plus utile pour le creditur, que l'interest simple, mais au contraire plus dommageable, comme ils veulent.*

*Ergo tel interest n'est point composé.*

Item.

*Ils ne comptent point d'interest composé d'une année entiere.*

*Doncques de plus forte raison ne se pourra compter interest composé, de partie d'année.*

Nous concluons doncques qu'on ne peut compter interest composé de partie de terme, à sçavoir partie de terme qui consiste seule, sans aucun entier terme ou termes avec luy.

#### EXEMPLE III.

*Quelcun doit 1200 lb, à payer au bout de 7 ans; Combien vaudront elles au bout de 23 ans, payant interest composé à 8 pour 100 par an?*

#### CONSTRUCTION.

On verra combien il y a des années de 7 à 23, se trouve 16; Puis on verra combien les 1200 lb vallent en 16 ans, fait par le 1 exemple de ceste proposition, 4111  $\frac{381143}{2918903}$  lb.

#### EXEMPLE IV.

*Quelcun doit 800 lb, à payer au bout de 3 ans, & encore 300 lb, en 2 ans apres. Combien vaudront ces deux sommes au bout de 15 ans, payant interest composé à 13 pour 100 par an?*

#### CONSTRUCTION.

On trouvera par le precedent 3 exemple, que les 800 lb vaudront 3467  $\frac{991031}{1598907}$  lb, & que les 300 lb vaudront 1018  $\frac{392674}{1598907}$  lb, lesquelles deux sommes montent ensemble 4485  $\frac{1583705}{1598907}$  lb, pour la valeur desdictes 800 lb & 300 lb, au bout de 15 ans.

#### EXEMPLE V.

*Quelcun doit argent comptant 224 lb; s'il payoit en 4 ans à chascune année le quart qui est 56 lb, payant l'interest composé à 12 pour 100 par an; Combien faudroit il payer a chascune année?*

#### CONSTRUCTION.

On verra quel capital on tient à chascune année qu'on

n'eust pas tenu selon la première condition; Puis on trouvera l'interest de chascun capital à chascune année; Mais par ce que l'on doit faire à chascune année une paye de capital, qui a seulement courru un an, s'ensuit par la note du precedent 2 exemple, qu'en ceste & semblables conditions, combien qu'il y a accord d'interest composé, il est impossible de le compter. Parquoy ceste question doit estre solué par la maniere du troisieme exemple de la première proposition. De sorte que nous avons icy appliqué cest exemple, comme accident d'interest digne d'estre annoté.

#### EXEMPLE VI.

*Quelcun doit en 12 ans 5000 lb, à sçavoir à chascun an le  $\frac{1}{2}$ , qui est 416 lb 13 s 4 d. Combien vaudront elles toutes ensemble au bout de 12 ans; payant interest composé au denier 15 par an.*

#### NOTA.

La solution de ceste & semblables questions d'interest prouffitable composé, ne se peut faire par la dernière colonne des precedentes tables comme l'on en solve semblables questions de dommageable interest composé, de la suivante 4<sup>e</sup> proposition; & cela à cause que les nombres d'icelle colonne, ne sont pas proportionaux pour l'une & l'autre espece d'interest, à sçavoir prouffitable & dommageable. Si est ce qu'à icelle occasion, j'avois calculé des tables comme les precedentes, servans à interest composé prouffitable; Mais avant l'edition de ce traité, nous sommes venus à la cognoissance de solution de ceste question, par autre maniere, à sçavoir sans en devoir faire propres tables. Parquoy à fin que ce traité seroit plus simple & que les diverses tables ne causassent plustost confusion, qu'au contraire facilité, nous ne les avons point descrites. Mais à fin que nous demonstrerions (pour ceux qui d'aventure les voudroyent faire & user) leur construction, proportion, & communauté, avec les precedentes, nous en descirons icy une du denier 15.

#### CONSTRUCTION.

La construction de ceste table n'a autre difference des precedentes, sinon que l'on y multiplie toujours (au contraire des precedentes) par le maieur nombre, & on divise par le moindre. Comme en ceste table du denier 15 le 10000000 est premierement multiplié par 16, & le produit est divisé par 15, donnent quotient 10666667, pour la première année, lequel nombre autrefois multiplié par 16, & le produit divisé par 15, donne le quotient de la seconde année, & ainsi des autres. Quant à la construction de la dernière colonne, elle se fait par addition des nombres de la moyenne colonne, comme aux tables precedentes, excepté qu'on mettra icy sur le premier an de la moyenne colonne, la racine des tables à sçavoir 10000000, & la mesme encore une fois sur la dernière colonne, joignant le premier an; Puis (pour ladicte construction de la dernière colonne) on ajoutera par ordre les nombres de la moyenne colonne, comme nous avons fait aux dictes tables precedentes, & comme appert clairement en la table suivante,

Table d'intereſt du denier 15.

|     |          |           |
|-----|----------|-----------|
| 1.  | 10000000 | 10000000  |
| 2.  | 10666667 | 20666667  |
| 3.  | 11377778 | 32044445  |
| 4.  | 12136297 | 44180742  |
| 5.  | 12945383 | 57126125  |
| 6.  | 13808409 | 70934534  |
| 7.  | 14728970 | 85663504  |
| 8.  | 15710901 | 101374405 |
| 9.  | 16758294 | 118132699 |
| 10. | 17875514 | 136008213 |
| 11. | 19067215 | 155075428 |
| 12. | 20338363 | 175413791 |
| 13. | 21694254 | 197108045 |
| 14. | 23140538 | 220248583 |
| 15. | 24683241 | 244931824 |
| 16. | 26328790 | 271260614 |
| 17. | 28084043 | 299344657 |
| 18. | 29956313 | 329300970 |
| 19. | 31953401 | 361254371 |
| 20. | 34083628 | 395337999 |
| 21. | 36355870 | 431693869 |
| 22. | 38779595 | 470473464 |
| 23. | 41364901 | 511838365 |
| 24. | 44122561 | 555960926 |
| 25. | 47064065 | 603024991 |
| 26. | 50201669 | 653226660 |
| 27. | 53548447 | 706775107 |
| 28. | 57118343 | 763893454 |
| 29. | 60926233 | 824819683 |
| 30. | 64987982 | 889807665 |
| 31. | 69320514 | 959128179 |

Construction de ce VI. Exemple.

On verra combien les 5000 lb valent en argent comtant, ſelon la doctrine du 6 exemple de la ſuyvante 4 proposition. Il eſt bien vray qu'il eſt requis en tout bon ordre qu'on beſoigne, la ou il eſt poſſible, par deſcription precedente, & point par ſuyvante, mais par ce que ces tables ſervent à ceſte proposition & à la ſuyvante, qui eſt auſſi bien pour intereſt compoſé prouffitable, que pour dommageable, ſ'enſuit qu'il faut que ces deux propositions declairent l'une l'autre; Et par conſequent, qu'aucunes operations de ceſte proposition ſ'enſeignent par le ſuyvant, & ſe trouve  $3369 \frac{6273}{120000}$  lb. Puis on verra combien ceſte ſôme vaudra au bout de 12 ans & ſe trouve par le premier exemple de ceſte proposition,  $7308 \frac{5024736}{5331418}$  lb, qui eſt comme devant  $7308 \text{ lb } 18 \text{ s } 2 \frac{15386}{921903}$  d; il y a ſeulement difference de quelque petite partie de 1 d de nulle eſtime, & cela à cauſe que l'extreme perfection (ce qui avient auſſi à la table des ſinus & pluſieurs autres) n'eſt pas aux tables.

NOTA.

Les exemples ſuyvans dependent de l'alterne ou inverſe proportion de ceſte proposition.

EXEMPLE VII. A VQUEL EST requis raiſon d'intereſt.

Quelcun doit argent comptant 400 lb, & preſente au bout de 10 annees 1037 lb, à quelle raiſon d'intereſt compoſé ſeroit ce paye?

CONSTRUCTION.

On dira 1037 lb donnent 10000000, combien 400 lb? fait 3857281, le meſme nombre ſe cherchera au plus pres par toutes les tables, ſur le dixieſme an; & ſe trouve en la table de 10 pour 100, à ſçavoir 3855434. On dira doncques que la raiſon d'intereſt requiſe, eſt de 10 pour 100 quaſi, mais parce que 3855434 eſt un peu moins que 3857281, la raiſon d'intereſt requiſe ſera un peu moins que de 10 pour 100.

Mais pour une parfaite ſolution de ceſte & ſemblables queſtions (combien qu'on pourroit approcher encore plus pres par proportionnelle ſumption de table antecedente & table conſequente, comme l'on fait ces tables Aſtrogiques & autres) ſi ſeroit neceſſaire d'avoir entre ſes tables, une de tel intereſt, comme celuy duquel il y a queſtion, autrement on ne peut exprimer la ſolution que par quaſi, ce qui ſuffit communement en la Pratique.

EXEMPLE VIII. A VQUEL EST requis le temps.

On veut ſçavoir combien de temps 800 lb courront à raiſon d'intereſt compoſé prouffitable du denier 17 par an, pour valoir avec ſon intereſt 2500 lb.

CONSTRUCTION.

On dira 2500 lb donnent 10000000, combien 800 lb? fait 3200000, le meſme ſe cherchera au plus pres & majeur en la table du denier 17, & ſe trouve 3375606 reſpondans ſur le 19 an, ergo les 800 lb courront 19 annees, mais pour encore ſçavoir quelle partie d'année leſdictes 800 lb ont encore à courrir, on multipliera 3375606 par 17 (par 17 à cauſe du denier 17) donne produit 57385302, le meſme ſe diviſera par les 3200000 donne quotient  $17 \frac{2985302}{3200000}$  lb, leſquels 17 on delaiſſera pour reigle generale, & on aura ſeulement egard au rompu, lequel nous ſignifie telle partie d'année que les 800 lb

La proportionalité de ceſte table avec la precedente du denier 15, eſt telle: Si nous prenons de chaſcune table deux egales années, leurs nombres reſpondans en la moyenne colomne, ſeront proportionaux. Comme par exemple le 30 an de ceſte table, obtient telle raiſon à ſon premier an, comme le premier an de la precedente table, à ſon 30 an; c'eſt à dire côme 69320514 à 10666667, ainſi 9375000 à 1442573, excepté quelque petite difference, procedant des reſtes qu'on delaiſſe en la construction qui n'eſt icy de nulle eſtime. Item comme le 23 an de ceſte table, à ſon 5, ainſi le 5 an de la precedente table à ſon 23, & ainſi des autres.

Pour laquelle proportion, il ſ'enſuit, que nous pourrons autant faire par une table, comme par deux. Mais en la derniere colomne il n'y va point ainſi, car les nombres reſpondans ſur annees egales, ne ſont point proportionaux. Comme la 30 année de la derniere colomne de ceſte table, n'a point telle raiſon à ſa premiere année côme la premiere année de la precedente table du denier 15, à ſa 30 année, ny au contraire, ny en aucune maniere ſe trouvent ces termes proportionaux; Ce qui fut occaſion que nous calculaſmes ces tables comme dict eſt cy deſſus.

Pour doncques ſolver la queſtion de ce 6 exemple, par ceſte table, on verra en la meſme que nombre reſponde en la derniere colone ſur le 12 an & ſe trouve 175413791; Puis à cauſe de 12 ans, on prendra douze fois la racine des tables, à ſçavoir 10000000 fait 120000000, diſant 120000000 viennent de 175413791, de combien viendront 5000 lb? fait  $7308 \frac{108053}{120000}$  lb.

Reſte encore de ſolver ceſte queſtion par noz premieres tables que nous avons dict cy devant eſtre generales en ceſte forte.

ont encore à courrir par dessus le 19 ans, à sçavoir en tout  $19\frac{2985302}{3200000}$  ans.

EXEMPLE IX. AVQUEL EST requis Capital.

Quelcun reçoit 700 lb pour interest composé prouffitable, à raison de 13 pour 100 par an pour 9 années; Combien estoit le capital?

CONSTRUCTION.

On verra en la table de 13 pour 100, quel nombre répond sur le 9 an, & se trouve 3328849, le mesme se soustraira de 10000000, reste 6671151; Puis on dira, interest 6671151, tient capital 3328849, quel capital aura interest 700 lb? fait  $349\frac{1962601}{6671151}$  lb.

DEMONSTRATION.

La raison qu'il y a au premier exemple en ceste proposition, du comptant, à ce qui escherra en 8 ans apres, à interest composé prouffitable de 11 pour 100 par an (car telle est la condition dudit exemple) la mesme raison y a il de 4339266 à 10000000 par les tables; Et telle raison qu'il y a de 4339266 à 10000000, la mesme y a il de 380 lb, à  $875\frac{3142210}{4339266}$  lb par la construction; Ergo  $875\frac{3142210}{4339266}$  lb, est la vraie solution du premier exemple; Ce qu'il falloit demonstrier.

Semblable sera aussi la demonstration de tous les autres exemples, laquelle nous passons outre à cause de brieveté.

CONCLUSION.

Estant doncques déclaré capital, temps & raison d'interest composé prouffitable; Nous avons trouvé la valeur du capital & l'interest; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION IV.

Estant déclaré capital, temps, & raison d'interest composé dommageable: Trouver leur valeur.

EXEMPLE I.

Il y a 700 lb à payer au bout de 10 ans, Combien vaudront elles argent comptant, rabatant interest composé à raison de 12 pour 100 par an?

CONSTRUCTION.

On verra en la table de 12 pour 100, quel nombre correspond au 10 an, & se trouve 3219732, parquoy on dira, 10000000 donnent 3219732. Combien 700 lb? fait  $225\frac{38124}{1000000}$  lb.

EXEMPLE II.

Il y a 600 lb à payer en  $13\frac{1}{2}$  ans; Combien vaudront elles argent comptant rabatant interest composé, de 14 pour 100 par an?

CONSTRUCTION.

On verra en la table de 14 pour 100, quel nombre correspond au 13 an; & se trouve 1820695, le mesme se multipliera par 100, donne produit 182069500, le mesme se divisera par 107 (à sçavoir par 100 & 7 à cause de  $\frac{1}{2}$  année d'interest) donne quotient 1701584, lequel est nombre qui responderoit en la table au  $13\frac{1}{2}$  an, si les tables fussent faites de demi en demi an; Puis on dira, 10000000 donnent 1701584, combien 600 lb? fait  $102\frac{9304}{1000000}$  lb.

Semblable sera aussi l'operation en toutes les autres parties d'années, car s'il y eust à quelques entieres années 3 mois, alors on diviseroit (par ce que trois mois sont

$\frac{1}{4}$  d'année) par  $16\frac{1}{4}$ , & ainsi de toute autre partie d'année, Comme de ceste matiere est plus amplement traicté au troisieme exemple de la seconde proposition.

EXEMPLE III.

Quelcun doit à payer en 5 ans 800 lb, & en 4 ans apres encore 600 lb; Combien valent ces deux sommes argent comptant à interest composé de 15 pour 100 par an?

CONSTRUCTION.

Les 800 lb à payer en 5 ans, vaudront argent comptant par le premier exemple de ceste proposition  $397\frac{74144}{1000000}$  lb; Et les 600 lb à payer en 4 ans, vaudront argent comptant par ledict 1 exemple,  $170\frac{11744}{1000000}$  lb; Lesquelles deux sommes montent ensemble pour solution  $568\frac{29888}{1000000}$  lb.

EXEMPLE IV.

Quelcun doit 2000 lb à payer au bout de 27 ans; Combien vaudront elles au bout de 9 ans, rabatant interest composé au denier 19?

CONSTRUCTION.

On soustraira 9 ans de 27 ans reste 18 ans; Puis on verra combien 2000 lb valent sur 18 ans, fait par le 1 exemple de ceste proposition  $794\frac{4286}{1000000}$  lb.

EXEMPLE V.

Quelcun doit au bout de 4 ans 360 lb, & accorde avec son créateur de les payer en 4 payemens, à sçavoir au bout du premier an le  $\frac{1}{4}$ , & au deuxiesme an encore  $\frac{1}{4}$ , & au troisieme an encore  $\frac{1}{4}$ , & au quatriesme an le dernier  $\frac{1}{4}$ , rabatant interest composé au denier 16; Combien debura il payer à chascune année?

CONSTRUCTION.

On avisera quels deniers on debourse selon ceste condition, qu'on ne debourseroit pas selon la premiere condition; Or doncques par ce que selon ceste condition on paye dans un an le quart de la somme, montant 90 lb, en rabatant, &c. lesquelles on eust payé selon la premiere condition en trois ans apres; S'ensuit qu'on verra combien 90 lb à payer en 3 ans, valent argent comptant; & se trouve par le 1 exemple de ceste proposition  $75\frac{33583}{1000000}$  lb pour la premiere paye. Et pour semblable raison on trouvera que 90 lb pour 2 ans, vaudront  $79\frac{723188}{1000000}$  lb, pour la seconde paye.

Et que 90 lb pour 1 an, vaudront  $84\frac{12}{17}$  lb pour la troisieme paye. Et par ce que la condition de la derniere paye, est la mesme que la premiere condition, il n'y aura aucun interest, mais sera de 90 lb.

EXEMPLE VI.

Il y a 324 lb à payer dans 6 ans, à sçavoir 54 lb par an; Combien vaudront elles argent comptant, rabatant interest composé au denier 16 par an?

NOTA.

La derniere colomne mise en chascune des precedentes tables, sert pour les questions comme ceste cy, à sçavoir auxquelles il y a payemens sur continues années, & l'une année autant comme l'autre. Or doncques à fin de colliger par noz tables nombres proportionaux aux nombres de la question, on multipliera tousiours la racine des tables 10000000, par autant des ans qu'il y a en la question, car le produit aura adonc telle raison au nombre respondant à l'année de la question, comme le capital de la question, au mesme capital avec son

son interest, comme le tout sera plus clair par les exemples.

Construction.

On verra en la table du denier 16, quel nombre correspond sur le 6 an, en la dernière colonne, & se trouve 48789356. Puis à cause de 6 ans, on multipliera 10000000 par 6 fait 60000000, disant, 60000000 donnent 48789356, combien 324 lb? fait 263  $\frac{27751344}{60000000}$  lb.

NOTA.

Si la somme (au lieu des 324 lb) eust esté de 330 lb, à payer 54 lb par an, & à la septiesme année encore 6 lb, on trouveroit la valeur en argent comptant des 324 lb par la doctrine de ce sixiesme exemple, & la valeur des 6 lb (qui sont à payer en 7 ans) par la doctrine du premier exemple de ceste proposition, & leur somme seroit le requis.

EXEMPLE VII.

Quelcun doit 800 lb, à sçavoir au bout de 6 ans 50 lb, & puis toutes les années suivantes 50 lb, qui s'estendra jusques à la 22 année; Combien vallent elles argent comptant payant interest composé au denier 18?

CONSTRUCTION.

On verra combien que 800 lb vallent au commencement du sixiesme an, ce qui est autant comme si l'on cherchoit combien telles 800 lb a payer en 16 ans vallent argent comptant, & se trouve par le precedent 6 exemple 521  $\frac{13152}{160000}$  lb, & autant vallent les 800 lb au commencement du 6 an, ou (ce qui est le mesme) au bout du cinquiesme an; Puis on verra par le premier exemple de ceste proposition, combien les mesmes 521  $\frac{13152}{160000}$  lb sur 5 ans, vallent argent comptant & se trouve pour solution 397  $\frac{1039611363802}{16000000000000}$  lb.

NOTA.

Les exemples suyvens dependent de l'alterne ou inverse proportion de ceste proposition.

EXEMPLE VIII. AVQUEL EST requis raison d'interest.

Quelcun doit au bout de 17 ans 700 lb, & son creditur le quite pour 292 lb argent comptant; La demande est à quelle raison d'interest composé il seroit rabatu.

CONSTRUCTION.

On dira 700 lb donnent 10000000, combien 292 lb? fait 4171429. Le mesme nombre se cherchera au plus pres par toutes les tables sur le 17 an; & se trouve en la table du denier 19, la ou il y a 4181203, parquoy on dira que ceste raison d'interest est au denier 19 par an quasi, mais parce que 4171429 est un peu moindre que 4181203 on dira que ce denier est un peu moindre que le denier 19, à sçavoir le denier 18 avec quelque rompu.

Mais pour parfaicte solution de ceste & semblables questions (combien qu'on pourroit approcher encore plus pres par proportionnelle sumption de la table antecedente & table consequente, comme l'on fait es tables Astrologiques & autres) il seroit besoing d'avoir entre ces tables une table de tel interest, comme celuy duquel il y a question, autrement on ne peut exprimer la solution que par quasi; Ce qui suffit communement en la pratique.

EXEMPLE IX. AVQUEL EST requis le temps.

Quelcun doit à payer tout ensemble au bout de quelques certaines années 1400 lb, mais il les paye argent comptant 107 lb, rabatant interest composé, à raison de 13 pour 100 par an, La demande est, en combien des années estoient à payer ces 1400 lb.

CONSTRUCTION.

On dira 1400 lb donnent 10000000, combien 107 lb? fait 764286, le mesme nombre se cherchera au plus pres & majeur en la table de 13 pour 100, & se trouve 767985 respondant au 21 an. Ergo les 1400 lb estoient à payer en 21 ans. Et pour trouver quelle partie d'année il y a encore par dessus lesdicts 21 ans, on dira 764286 donnent 797985, combien 100? fait 100  $\frac{369900}{764286}$  lb, des mesmes se soustraira pour reigle generale le 100, reste  $\frac{369900}{764286}$ , la mesme reste divisée par 13 (par 13 à cause de 13 pour 100) fait  $\frac{369900}{9935718}$ , qui est la partie d'année qu'il y avoit encore par dessus les 21 ans, à sçavoir tout ensemble 21  $\frac{369900}{9935718}$  ans.

EXEMPLE X. AVQUEL EST requis capital.

Quelcun recoit 1100 lb, & on luy avoit rabatu interest composé au denier 16 par an, & ce pour 18 ans, Combien estoit le capital?

CONSTRUCTION.

On verra en la table du denier 16, quel nombre correspond au 18 an; & se trouve 3357988; Puis on dira 3357988 viennent de 10000000, de combien 1100 lb? fait pour capital & solution 3275  $\frac{218900}{3357988}$  lb.

EXEMPLE XI. AVQUEL EST requis capital.

On rabat à quelcun 2022 lb pour interest composé de 13 années, à raison de 9 pour 100 par an; Combien estoit le capital?

CONSTRUCTION.

On verra en la table de 9 pour 100, quel nombre correspond au 13 an & se trouve 3261786, le mesme se soustraira de 10000000, reste 6738214; Puis on dira, 6738214 tient capital 10000000, quel capital aura 2022 lb? fait 3000  $\frac{3358000}{6738214}$  lb.

NOTA.

Les 4 exemples suyvens se solvent par les dernières colonnes des tables.

EXEMPLE XII. AVQUEL EST requis raison d'interest.

Quelcun doit 33000 lb à chascune année 1500 lb, durant 22 ans; Et son creditur le quite avec 15300 lb argent comptant; La demande est à quelle raison d'interest, cecy seroit rabatu.

CONSTRUCTION.

On dira 33000 lb donnent 220000000 (à sçavoir 10000000 multipliez par 22 ans) combien 15300 lb? fait 10200000, le mesme nombre se cherchera au plus pres par toutes les tables en la dernière colonne sur le 22 an, & se trouve en la table de 8 pour 100, la ou il y a 102007429, parquoy on dira que la raison de cest interest est de 8 pour 100 par an quasi, mais parce que 102007429 est un peu d'avantage que 102000000, on dira que ceste raison d'interest est un peu plus grande que 8 pour

8 pour 100, à sçavoir 8 avec quelque petit rompu. Mais pour une parfaite solution de ceste & semblables questions, il seroit mestier d'avoir entre ses tables, une table de tel interest, comme est l'interest de la question.

EXEMPLE XIII. AVQUEL EST  
requis le temps.

Quelcun doit 324 lb à payer en certaines années l'une autant comme l'autre, & paye argent comptant 265 lb, rabattant interest composé au denier 16 par an, La demande est en combien des années estoient à payer ces 324 lb.

CONSTRUCTION.

On prendra quelque an en la table du denier 16, par exemple le huitiesme, & par le mesme 8 se multipliera 10000000, fait 80000000; Puis on dira 80000000 donnent 61488146 (qui est le nombre respondant au 8 an en la dernière colomne) combien 324 lb? Or si ce qu'il en sortira fust précisément 264 lb, on diroit que 324 lb estoient à payer en 8 ans, mais il en vient beaucoup moins que 264 lb, parquoy il faut experimenter le semblable par moindres années que par 8, & cela autant de fois, jusques à ce qu'on le trouve parfaitement, ou au plus près qu'on peut, qui sera en cest exemple au sixiesme an, auquel les 324 lb valent 263  $\frac{2751344}{6000000}$  lb, Ainsi doncques les 324 lb estoient à payer en 6 ans; Et pour sçavoir la partie d'année qu'il y a encore par dessus les 6 ans, on soustraira 263  $\frac{2751344}{6000000}$  lb de 265 reste 1  $\frac{32248636}{6000000}$  lb, des mesmes se trouvera le temps par le 9 exemple de ceste proposition & l'on aura le requis.

EXEMPLE XIV. AVQUEL EST  
requis capital.

Quelcun doit certaine somme à payer en 6 ans à sçavoir à chascune année la sixiesme partie de la mesme somme, & accorde avec son creditteur de la payer argent comptant rabattant interest composé au denier 16, & baille argent comptant 263 lb, combien estoit le capital?

CONSTRUCTION.

On verra en la table du denier 16, en la dernière colomne, quel nombre corresponde au 6 an, & se trouve 48789356; Puis on dira 48789356 viennent de 60000000 (à sçavoir 10000000 multipliez par 6 ans) de combien viendront 263 lb; fait capital 323  $\frac{26038032}{48789356}$  lb.

EXEMPLE XV. AVQUEL EST  
requis le capital.

Quelcun doit certaine somme à payer en 27 ans, à sçavoir à chascune année le  $\frac{1}{27}$  de ladicte somme, Et accorde avec son creditteur, de les payer argent comptant, en rabattant 4010 lb pour interest composé à raison de 14 pour 100 par an, de combien estoit le capital?

CONSTRUCTION.

On verra en la table de 14 pour 100 quel nombre correspond en la dernière colomne sur le 27 an; & se trouve 66351565, le mesme soustraiet de 270000000 (à sçavoir 10000000 multipliez par 27) reste 20064835; Puis on dira, 20064835 viennent de 270000000, de combien viendront 4010 lb? fait pour solution 5396  $\frac{1044710}{20064835}$  lb.

DEMONSTRATION.

Veü qu'il est dict au premier exemple de ceste proposition, que 700 lb à payer au bout de 10 ans, valent argent comptant 225  $\frac{38124}{1000000}$  lb, rabattant interest composé à raison de 12 pour 100; S'ensuit que si on employe à interest au mesme instant lesdictes 225  $\frac{38124}{1000000}$  lb à sçavoir comme devant, à interest composé de 12 pour 100 par an, que la mesme somme, avec son interest (si l'operation est bonne) deburoyent monter ensemble au bout de 10 ans 700 lb; Mais trouvant ledict interest avec son capital, selon la doctrine du premier exemple de la troisieme proposition il montera 700 lb, d'ou nous concluons que la construction est bonne. Et semblable sera aussi la demonstration des autres exemples de ceste proposition, laquelle nous passons outre à cause de briefveté.

CONCLUSION.

Estant doncques déclaré capital, temps & raison d'interest composé dommageable, nous avons trouvé leur valeur; ce qu'il falloit faire.

APPENDICE.

Enalement il m'a semblé bon de descrire quelque regle generale pour cognoistre de 2 ou plusieurs conditions proposées, la plus prouffitabile, & combien elle est meilleure que l'autre, car en cecy consistera peut estre la principale utilité de ces tables, à cause qu'aucunes personnes trafiquans, proposent journellement l'un à l'autre des conditions, desquelles la meilleure est souvent incogneue & à l'un & à l'autre.

Pour doncques declarer ceste regle en un mot, je di qu'on verra combien que chascune proposé condition vaut argent comptant, en respect d'aucun proposé interest, lequel se fera par quelque des precedens exemples, & la difference de ces sommes comptantes, demonstrera combien que l'une condition est meilleure que l'autre, ce qui sera encore plus clair par les exemples.

EXEMPLE I.

On veut sçavoir combien 2000 lb argent comptant, seront meilleures au bout de sept ans, payant interest composé à raison de 4 pour 100 par chascun quart d'année; Que les mesmes 2000 lb argent comptant, à payer au bout de sept ans, à interest composé de 16 pour 100 par an.

NOTA.

Ces conditions seroyent egales en interest simple, mais en interest composé la difference est grande comme apparoistra.

CONSTRUCTION.

On verra en la table de 4 pour 100, combien 2000 lb argent comptant, montent avec leur interest au bout de 28 termes (car 28 tels termes font 7 ans) & se trouve par le 1 exemple de la 3 proposition, 5997  $\frac{1372316}{3334772}$  lb; Puis on verra combien 2000 lb avec leur interest montent en 7 ans à raison de 16 pour 100 par an, & se trouve 5652  $\frac{1550660}{3538295}$  lb; Or soustraiet 5652  $\frac{1550660}{3538295}$  lb de 5997  $\frac{1372316}{3334772}$  lb, reste quasi 345 lb, & autant monre l'interest de la premiere condition plus que l'interest de la dernière.

EXEM-



EXEMPLE II.

Quelcun doit 32500 lb, à sçavoir 12000 lb argent comptant, & 6500 lb en trois ans, & les 14000 lb restantes, ainsi: Au quatriesme an 500 lb, & puis à chascune année 500 lb, jusques à la totale solution, qui durera 28 années. Et on luy presente qu'il paye argent comptant 6000 lb, & au bout de 4 ans encore 5000 lb, & les 21000 lb restantes, en ceste sorte: au cinquesme an 3000 lb, & puis apres à chascune année 3000 lb jusques à la totale solution, qui durera 7 ans. La demande est quelle condition soit la meilleure pour le creditur, & combien qu'elle est meilleure que l'autre, posant interest composé au denier 16.

CONSTRUCTION.

Calculacion de la premiere condition.

Les 12000 lb qui sont à payer argent comptant, valent argent comptant 12000 lb.  
 Et les 6500 lb qui sont à payer en 3 ans, valent argent comptant par le 1 exemple de la 4 proposition 5419  $\frac{9225}{100000}$  lb.  
 Et les 14000 lb, à payer chascune année 500 lb durant 28 années, commençant depuis la quatriesme année jusques à la 32<sup>e</sup> année, valent argent comptant par le 7<sup>e</sup> exemple de la 4<sup>e</sup> proposition 5448  $\frac{4283045195}{280000000000}$  lb.  
 Lesquelles trois sommes pour la valeur en argent comptant de la premiere condition, montent 22867  $\frac{6866451195}{280000000000}$  lb.

Calculacion de la seconde condition.

Les 6000 lb qui sont à payer argent comptant, valent argent comptant 6000 lb.  
 Et les 5000 lb qui sont à payer au bout de 4 ans valent argent comptant par le premier exemple de la 4<sup>e</sup> proposition 3923  $\frac{3245}{10000}$  lb.  
 Et les 21000 lb qui sont à payer avec 3000 lb par an, durant 7 ans, à sçavoir depuis la cinquesme année jusques à la douziesme, valent argent comptant par le 7<sup>e</sup> exemple de la 4<sup>e</sup> proposition 3024  $\frac{647322600733}{700000000000}$  lb.  
 Lesquelles trois sommes pour la valeur en argent comptant de la seconde condition montent 22948  $\frac{124672600743}{700000000000}$  lb.

Ainsi doncques la deuxiesme condition (par ce qu'elle monte d'avanrage que la premiere) est meilleure pour le creditur que la premiere. Or soubstraiet la comptante valeur de la premiere condition, de la comptante valeur de la deuxiesme condition, reste 81  $\frac{12084891062}{280000000000}$  lb, & d'autant est la deuxiesme condition meilleure pour le creditur que la premiere; Laquelle solution, & semblables se rencontrent souvent en la pratique, ne se pourroyent faire sans le secours de ces tables, sinon que par un labeur inestimable.  
 Ainsi doncques comme dessus dict est, on cherchera toujours en toutes autres semblables questions la comptante valeur de diverses conditions, & leurs differences demonstrent la plus prouffitable condition.

NOTA.

Si on eust à calculer quelque question plus que de 30

termes c'est à dire de plus de termes qu'il n'y a en noz tables, par exemple de 53 au denier 16; On verra de quels termes de ceux qui sont en la table du denier 16, se compose 53, & se trouve entre autres de 30, & 23; Parquoy il faut dire: La racine des tables donne le nombre respondant en la moyenne colomne au 30 terme, combien donnera le nombre respondant en la moyenne colomne au 23 terme? Et ce qui en sort sera le nombre pour le 53<sup>e</sup> terme; C'est à dire qu'on dira, 1000000 donnent 1622302, combien 2479901? & ce qui en sortira pour quatriesme terme proportionel, fera le requis. Et si quelcun en veut faire preuve il le pourra experimenter par quelques termes consistans en la table.

Si quelcun eust à solver quelque question d'interest, & qu'il voulust facilement trouver en ce traitté semblable question, pour faire la construction conforme à icelle; Il considerera premierement, si la question proposée est d'interest composé ou simple, & elle est d'interest simple, il faut chercher aux deux premieres propositions, mais du composé aux deux dernieres. Puis on verra s'elle est d'interest prouffitable, ou dommageable, car la premiere & troisieme proposition sont pour le prouffitable, mais la seconde & quatriesme proposition pour le dommageable. Puis on verra si l'on requiert cognoistre l'interest, ou quelque autre terme comme raison d'interest, temps, ou capital. Car les premiers exemples de chascune proposition sont de ceux ausquels est requis l'interest, mais les derniers exemples, pour les autres.

Item si quelcun eust à calculer en petites sommes, il pourroit omettre deux ou trois caracteres des tables, les coupant vers la dextre, comme le semblable est aussi en usage en la table des Sinus, & plusieurs autres, car cecy ne peut donner aucune difference d'estime sur petites sommes, voire souvent moindre, que le plus petit denier qui se forge, mais sur grandes sommes il seroit plus sensible, pourtant nous avons fait noz tables de grands nombres, servans si bien pour grandes & notables sommes (comme sont souventes fois les deniers de Bancquiers, Potentats, Provinces, & semblables) que pour les petites.

Fin de la Reigle d'interest.

Sixiesme distinction de la seconde partie de la Pratique d'Arithmetique, qui est de la reigle de faux.

D'une fausse position.

EXEMPLE I.

Il y a trois aulnes de drap, desquelles la premiere couste les  $\frac{2}{3}$  de la valeur des trois aulnes, & la seconde couste les  $\frac{3}{7}$  de la valeur des trois aulnes, & la troisieme couste 2 lb; Combien coustoyent les trois aulnes?

CONSTRUCTION.

Posons le cas que les trois aulnes coustent 1 lb, doncques en tel respect la premiere aulne couste  $\frac{2}{3}$  lb, & la seconde  $\frac{3}{7}$  lb, desquelles la somme est  $\frac{22}{21}$  lb, les memes soubstraietes de 1 lb, reste  $\frac{6}{21}$  lb, pour la valeur de la troisieme aulne: Or si la position eust esté vraye, il y eust eu de reste 2 lb; Il faut doncques dire  $\frac{2}{\frac{6}{21}}$  lb, viennent de 1 lb, de combien viendront 2 lb? fait 11  $\frac{2}{3}$  lb, & autant coustent les trois aulnes.

DEMON-

## DÉMONSTRATION.

Les  $\frac{2}{3}$  de 11  $\frac{2}{3}$  lb, font 4  $\frac{2}{3}$  lb, pour la premiere aulne, & les  $\frac{3}{7}$  des mesmes 11  $\frac{2}{3}$  lb, font 3 lb, pour la seconde aulne, & la troisieme aulne coste 2 lb, lesquelles trois sommes, comme 4  $\frac{2}{3}$  lb, & 5 lb, & 2 lb, font ensemble 11  $\frac{2}{3}$  lb, comme dessus. Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

## De deux fausses positions.

## EXEMPLE II.

Trois aulnes de drap coustent 11 lb, desquelles la seconde couste le double de la premiere plus 2 lb, & la troisieme aulne couste le triple de la premiere moins 3 lb; Combien couste chascune aulne?

## CONSTRUCTION.

On posera pour la premiere aulne quelque quantité de livres à plaisir, soit 1 lb, doncques la seconde aulne selon la proposition, couste 4 lb, & la troisieme 0 lb; Or ces trois sommes montent 5 lb, & doivent monter 11 lb; Doncques la premiere position de 1 vient trop peu ou moins que nous ne desirons 6, ce qu'on notera en ceste sorte:

$$1 \text{ moins } 6$$

Puis on fera quelque autre position soit de 4 lb, pour la premiere aulne, doncques selon la proposition la seconde couste 10 lb, & la troisieme 9 lb, lesquelles trois sommes montent 23 lb, & ne doivent monter que 11 lb, doncques la seconde position est trop, ou plus que nous ne desirons de 12 lb, lesquelles on notera sous la premiere position, & leur disposition sera alors telle:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ moins } 6 \\ 4 \text{ plus } 12 \end{array}$$

Puis on multipliera par croix, & la reste s'achevera selon la doctrine du 17 probleme de l'Arithmetique & viendra 2 lb pour la premiere aulne, dont la disposition de l'operation achevée sera telle:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ moins } 6 \cdot 24 \\ 4 \text{ plus } 12 \cdot 12 \\ \hline 18 \cdot 36 \text{ quotient } 2. \end{array}$$

\* Or étant connue la valeur de la premiere aulne, il est manifeste que la seconde (selon la proposition) couste 6 lb, & la troisieme 3 lb.

## Demonstration.

La seconde aulne de 6 lb, est le double de la premiere aulne de 3 lb, & la troisieme aulne couste 2 lb, desquelles la somme est 11 lb selon le requis.

## EXEMPLE III.

Il faut partir 12 lb en deux parties telles, que l'une avec le tiers de l'autre face 9 lb.

## CONSTRUCTION.

Posons que l'une partie des 12 lb soit 9 lb, & l'autre partie sera de 3 lb, & ajoutons aux 3 lb le tiers de 9 lb, qui est aussi 3 lb, & la somme sera 6 lb, mais il doit estre 9 lb selon la proposition, c'est doncques moins 3, parquoy la premiere position sera telle:

$$9 \text{ moins } 3$$

Posons autrefois que l'une partie de 12 lb soit 6 lb, & l'autre partie sera aussi de 6 lb, ajoutons à ces 6 lb le tiers

des autres 6 lb, qui est 2 lb, & la somme sera 8 lb, mais elle deburoit estre 9 lb selon la proposition, c'est doncques moins 1 lb. Puis soustrayant & divisant selon la reigle du 17 probleme de l'Arithmetique, vient quotient pour l'une partie 4  $\frac{1}{2}$  lb, lesquelles soustraites de 12 lb, reste 7  $\frac{1}{2}$  lb pour la seconde partie, & la disposition des caracteres de l'operation achevée est telle:

$$\begin{array}{r} 9 \text{ moins } 3 \cdot 18 \\ 6 \text{ moins } 1 \cdot 9 \\ \hline 2 \cdot 9 \text{ quotient } 4 \frac{1}{2}. \end{array}$$

## DÉMONSTRATION.

Le tiers de l'une partie 4  $\frac{1}{2}$  lb est 1  $\frac{1}{2}$  lb, qui ajoutée à l'autre partie 7  $\frac{1}{2}$  lb, la somme sera selon le requis 9 lb.

## EXEMPLE IV.

Il y a trois aulnes de drap, desquelles la premiere avec la  $\frac{1}{2}$  des deux autres couste 10 lb, & la seconde avec le  $\frac{1}{3}$  des deux autres couste 10 lb, & la troisieme avec le  $\frac{1}{4}$  des deux autres couste 10 lb, combien couste chascune aulne?

## CONSTRUCTION.

Posons que la premiere aulne couste 4 lb, lesquelles soustraites de 10 lb, reste 6 lb, pour la moitié de la valeur de la seconde & troisieme aulne; Parquoy la seconde & troisieme aulne coustent 12 lb, & la premiere 4 lb, qui font ensemble 16 lb, pour la valeur des 3 aulnes. Or pour sçavoir la valeur de la seconde & troisieme aulne, il faut partir les 16 lb en deux parties telles, que l'une ajoutée avec le  $\frac{1}{3}$  de l'autre, face 10, & les parties seront (par le precedent 3 exemple) 7 lb pour la seconde aulne, & 9 lb pour la troisieme & premiere aulne; Mais la premiere aulne est de 4 lb par l'hypothese, doncques la troisieme sera de 5 lb. Or la premiere & deuxieme aulne ont leur valeur precisement selon la proposition, mais pas la troisieme; car 5 avec le  $\frac{1}{4}$  de la premiere & seconde aulne, ne fait que  $3\frac{1}{4}$  lb, & doit faire 10 lb, C'est doncques moins  $\frac{9}{4}$  lb. Parquoy la premiere faulxe position aura sa disposition de caracteres telle:

$$4 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \text{moins } \frac{9}{4}$$

C'est à dire la premiere aulne 4 lb, la seconde aulne 7 lb, la troisieme aulne 5 lb, vient moins  $\frac{9}{4}$  lb.

Posons maintenant pour la premiere aulne 3 lb, & faisons en somme de la precedente premiere position, viendra  $3 \cdot \frac{13}{2} \cdot \frac{15}{2}$  moins  $\frac{1}{8}$ , lesquelles nous appliquerons à la premiere position en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \text{moins } \frac{9}{4} \\ 3 \cdot \frac{13}{2} \cdot \frac{15}{2} \cdot \text{moins } \frac{1}{8} \end{array}$$

Ce fait pour trouver la valeur de la premiere aulne, nous pouvons disposer les 4 & 3 respondans à la premiere aulne, ensemble les  $\frac{9}{4}$  &  $\frac{1}{8}$ , comme s'il fust particuliere operation des faux en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} 4 \text{ moins } \frac{9}{4} \\ 3 \text{ moins } \frac{1}{8} \end{array}$$

Or besoignant selon les reigles precedentes, viendra pour la valeur de la premiere aulne  $2\frac{16}{17}$  lb, dont la disposition est telle:

$$\begin{array}{r} 4 \text{ moins } \frac{9}{4} \cdot \frac{27}{4} \\ 3 \text{ moins } \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} \\ \hline \frac{17}{8} \cdot \frac{30}{8} \text{ quotient } 2\frac{16}{17} \text{ lb} \end{array}$$

Et

Et pour trouver la valeur de la seconde aulne, on mettra de mesme sorte en ordre 7 &  $\frac{13}{2}$  respondans à la seconde aulne, & l'on besoignera comme devant, & se trouvera pour la seconde aulne  $6\frac{8}{17}$  lb, desquels la disposition est telle :

$$\begin{array}{r} 7 \text{ moins } \frac{9}{4} \cdot \frac{117}{8} \\ \frac{13}{2} \text{ moins } \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{8} \end{array} \quad \text{quotient } 6\frac{8}{17} \text{ lb.}$$

Et pour trouver la valeur de la troisieme aulne, l'on mettra de mesme sorte en ordre 5 &  $\frac{13}{2}$ , respondans à la troisieme aulne, & on besoignera comme devant, & se trouvera pour la troisieme aulne  $7\frac{11}{17}$  lb, desquels la disposition est telle :

$$\begin{array}{r} 5 \text{ moins } \frac{9}{4} \cdot \frac{133}{8} \\ \frac{13}{2} \text{ moins } \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{8} \end{array} \quad \text{quotient } 7\frac{11}{17} \text{ lb.}$$

DEMONSTRATION.

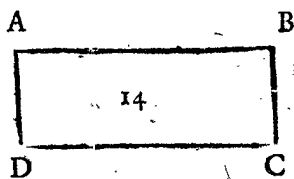
Au premier, la somme de la seconde aulne  $6\frac{8}{17}$  lb, & de la troisieme aulne  $7\frac{11}{17}$  lb, est  $14\frac{2}{17}$  lb, desquelles la moitié est  $7\frac{1}{17}$  lb, les mesmes ajoutées à  $2\frac{16}{17}$  lb de la premiere aulne, font 10 lb.

Au second, la somme de la premiere aulne  $2\frac{16}{17}$  lb, & de la troisieme aulne  $7\frac{11}{17}$  lb, est  $10\frac{10}{17}$  lb, desquelles le tiers est  $3\frac{2}{17}$  lb, les mesmes ajoutées à  $6\frac{8}{17}$  lb de la seconde aulne, font 10 lb.

Au troisieme, la somme de la premiere aulne  $2\frac{16}{17}$  lb, & de la seconde aulne  $6\frac{8}{17}$  lb, est  $9\frac{7}{17}$  lb, desquelles le quart est  $2\frac{6}{17}$  lb, les mesmes ajoutées à  $7\frac{11}{17}$  lb, font 10 lb, comme il estoit requis.

EXEMPLE V.

Il y a un quadrangle rectangle ABCD, duquel la superficie fait 14, & le costé AB est double au costé AD, la demande est de combien soit chacun desdicts costez.



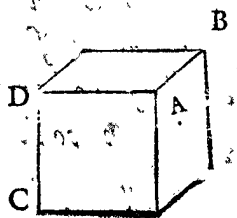
CONSTRUCTION.

Soit AD.  $1 \textcircled{1}$  ✓ 7  
 Ergo AB son double  $2 \textcircled{2}$  ✓ 28  
 Mais multiplié AD par AB, donne la superficie AC, Doncques le produit desdictes  $1 \textcircled{1}$  par  $2 \textcircled{2}$  qui est  $2 \textcircled{3}$  14  
 Est egal à 14  
 Et par le 78 probleme de l'Arithmetique  $1 \textcircled{1}$  vaudra ✓ 7.

Je di, que AD est ✓ 7, & AB ✓ 28. Demonstration. ✓ 28 est double à ✓ 7, par le 21 probleme de l'Arithmetique. Et multipliant AB ✓ 28 par AD ✓ 7, donne la vraie superficie AC 14; ce sont doncques les vraies quantitez requises desdicts costez; ce qu'il falloit demonstter.

EXEMPLE VI.

Il y a un solide rectangle ABCD, duquel le contenu est 192, & comme 4 à 3, & 3 à 2, ainsi la hauteur CD, à la longueur DA, & la longueur DA, à la largeur AB, la demande est combien soit chacun desdicts costez.

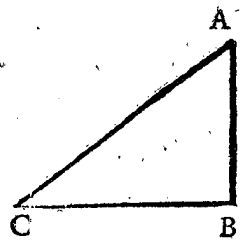


CONSTRUCTION.

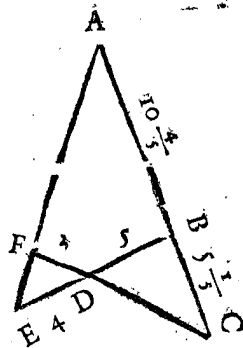
Soit CD  $4 \textcircled{1}$  8  
 Ergo DA  $3 \textcircled{2}$  6  
 Ergo AB  $2 \textcircled{3}$  4  
 Mais multiplié CD par DA, & iceluy produit autrefois par AB, donne le solide ABCD; Doncques ledict produit de CD  $4 \textcircled{1}$ , par DA  $3 \textcircled{2}$ , faisant  $12 \textcircled{2}$ , & le mesme autrefois multiplié par AB  $2 \textcircled{3}$  qui fait  $24 \textcircled{3}$  192  
 Est egal à 192  
 Et par le 78 probleme de l'Arithmetique  $1 \textcircled{1}$  vaudra 2.

Je di, que CD est 8, & DA 6, & AB 4. Demonstration. Il y a telle raison de 8 à 6, & de 6 à 4, comme de 4 à 3, & de 3 à 2. Et multipliant CD 8, par DA 6, fait 48, le mesme par AB 4, fait le vray solide 192; ce sont doncques les vraies quantitez requises desdicts costez; ce qu'il falloit demonstter.

NOTA. Il y a des aucuns qui descrivent & solvent plusieurs questions (& principalement des figures geometriques) par l'Algebre, lesquelles toutesfois se peuvent solver par regle de trois ou autre calculation vulgaire; Mais à fin que la chose soit bien & utilement entendue, il convient sçavoir, que telles operations par Algebre, enseignent aucunement l'usage d'icelle regle, mais quant au reste ce n'est pas l'operation que l'on usera en la pratique, pour la plus comode, veu qu'elle est propre pour les questions, esquelles les termes donnez sont obscurément proposez, comme quand l'on cherche les costez incognuz des grandeurs par leurs superficies ou solides grandeurs cognues, comme au precedent 5<sup>e</sup> & 6<sup>e</sup> exemple, & semblables. Mais à fin que nous en parlions par exemple; Soit un triangle ABC, duquel la perpendiculaire AB soit 4 & la base BC 5, l'on veut sçavoir de combien soit l'hypothense AC. Or nous sçavons que la racine de la somme des deux quarez de AB & BC, est le nombre de AC, pourtant ajoutant 25 & 16 (qui sont les quarez de 5 & 4) font 41, la racine pour AC est ✓ 41, & ceste operation est plus commode que par Algebre, en laquelle l'on finge & fait la mine que le notoire soit incogneu, ce qui est inutile.



Soit autrefois la figure du 12 Cap. Lib. 4 magna construct. Ptol. ABCDEF, de laquelle AC soit 16, & CD 7, & DF 3, & ED 4, & DB 5, Et on veut sçavoir le nombre de AB & BC. Or ayant Ptolemée demonsttré, que la raison de AC à AB, est composé de deux raisons, à sçavoir de la raison CF 10, à FD 3, & de la raison DE 4, à EB 9, il est manifeste que tous les termes necessaires sont cogneus pour operer sans Algebre.



Car ajoutant lesdictes Raisons, à sçavoir Raison  $\frac{10}{3}$  avec Raison  $\frac{4}{9}$ , donnent somme (par le 5<sup>e</sup> probleme à la 2<sup>e</sup> distinction de ceste Pratique d'Arithmetique) Raison  $\frac{40}{27}$ ; doncques la raison de AC à AB, est comme de 40 à 27, par quoy

quoy comme 40 à 27, ainsi A C à A B; disant doncques 40 donnent 27 combien 16 fait pour A B  $10\frac{4}{5}$ , qui sousttraict de 16, reste pour B C  $\frac{1}{5}$ . Doncques A B est  $10\frac{4}{5}$ , & B C  $\frac{1}{5}$ ; Laquelle operation est beaucoup plus facile & commode, que par Algebre. Le mesme s'entendra de plusieurs autres, comme pour trouver les cordes du circle, servant à la construction des tables des Sinus, ce que les aucuns font (autrement que Ptolemée & Jehan de Montroial) par ladicte Algebre; Pourtant comme nous avons dict cy dessus, l'on peut estimer que tels exemples enseignent les operations d'icelle reigle (combien qu'il y a assez d'autre maniere propre) mais ils ne sont pas commodes pour les user en la Practique, parce que l'on se propose ainsi inutilement, que la chose cognue soit occulte. Et voyla la raison pourquoy nous n'avons point descript l'expedition de tels exemples par Algebre.

## EXEMPLE VII.

Il y a trois compaignons A B C, qui ont party entre eux certaine somme; Et la part de C, estoit egale à la part de B; avec le  $\frac{1}{3}$  de A; Et la part de B, estoit egale à la part de A, avec le  $\frac{1}{5}$  de C; & la part de A, estoit egale à 4 lb, avec le  $\frac{1}{4}$  de B. La demande est de combien estoit la totale somme & la part d'un chascun.

## CONSTRUCTION.

L'on besoignera selon la doctrine de la 23<sup>e</sup> question du premier livre de Diophante, & se trouve pour solution que A avoit 6 lb, & B 8 lb, & C 10 lb, qui font ensemble 24 lb.

## NOTA.

Nous pourrions icy descrire plusieurs difficiles questions, appliquans à diverses matieres les nombres des questions du 81 probleme de l'Arithmetique, comme nous avons fait en ceste precedente 7<sup>e</sup> question. Mais veu que celuy qui entendra lesdictes questions le pourra facilement faire par soy mesme, nous n'y consommons pas le temps.

*Fin de la reigle de Faux.*

Septiesme distinction de la seconde Partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la Disime.

# L A D I S I M E,

Enseignant facilement expedier par nombres entiers sans rompuz,  
tous comptes se rencontrans aux affaires des Hommes.

*Premierement descripte en Flameng, & maintenant convertie en François,  
par SIMON STEVIN de Bruges.*

AVX ASTROLOGVES,  
ARPENTEURS, MESVREURS  
DE TAPISSERIE, GAVIEURS,  
STEREOMETRIENS EN  
general, Maistres de monnoye,  
& à tous Marchans:

SIMON STEVIN Salut.



Velcun voyant la petitesse de ce livret, & la comparant à la grandeur de vous mes Tres-honnez Seigneurs; auxquels il est dedié, estimera peut estre nostre concept absurd; Mais s'il considere la Proportion, qui est, comme la petite quantité de cestui cy, à l'humaine imbecillité de ceux

la, ainsi ses grandes utilitez, à leurs hauts & ingenieux entendemens, se trouvera avoir fait comparaison des termes extremes, lesquels ne la permettent en conversion de proportion quelconque. Soit doncques le troisieme au quatriesme. Mais que sera ce proposé? d'aventure quelque invention admirable? non certes, mais chose si simple qu'elle ne merite quasi le nom d'invention, car comme l'homme rustique, & lourd, trouve bien d'aventure quelque grand tresor, sans y avoir use de science, tout ainsi le semblable est il advenu en cest affaire: Pourtant si quelcun me voulust estimer pour vanteur de mon entendement à cause de l'explication de ces utilitez; sans doubte il demonstre, ou qu'il n'y a en  
luy

luy ny jugement, ny intelligence, de sçavoir discerner les choses simples des ingenieuses, ou qu'il soit envieux de la prosperité commune; mais quoy qu'il en soit, il ne faut pas omettre l'utilité de cestuy cy, pour l'inutile calomnie de cestuy là.

Or comme le marinier ayant d'aventure trouvé quelque Isle incognue, declare franchement au Roy toutes ses richesses, comme d'avoir beaux fruicts, precieux mineraux, plaisantes contrees, &c. sans que cela luy soit reputé pour philantie; ainsi nous parlerons icy librement de la Grande utilité de ceste invention, je di Grande, voire plus Grãde que je n'estime qu'aucun de vous autres attende, sans toutesfois me glorifier du mien.

Veu doncques que la matiere de ceste DISME (la cause duquel nom sera declarée par la suivante premiere definition) est nombre, l'utilité des effets de laquelle, vous M<sup>rs</sup> est asés notoire par voz continuelles experiences, il ne sera point mestier d'en faire beaucoup de parolles; Car s'il est Astrologue, il sçait que le monde est devenu par les computations Astronomiques (car elles enseignent au Pilote l'elevation de l'Equateur, & du Pole, par le moyen de la table des declinations du Soleil, l'on descript par icelles la vraye longitude & latitude des lieux, &c.) un paradis, abondant en plusieurs lieux, de ce que toutesfois la terre n'y peut point produire. Mais comme le doux n'est jamais sans l'amer, le travail de telles computations ne luy sera point caché, à cause des labourieuses multiplications, & divisions, qui procedent de la soixantiesme progression des Degrez, Minutes, Secondes, Tierces, &c. Mais s'il est Arpenteur, il sçaura le grand benefice que le monde reçoit de sa science, par laquelle s'évitent plusieurs difficultez & noises, qui s'éleveroyent journellement, à cause de l'incognue capacité des terres; outre cela il ne ignore pas (principalement celui auquel les affaires sont grandes) les ennuyeuses multiplications, qui procedent des Verges, Pieds, & souvent Doigts, l'un par l'autre, qui n'est pas seulement moleste, mais (combien toutesfois que le mesurer & autres choses prece-

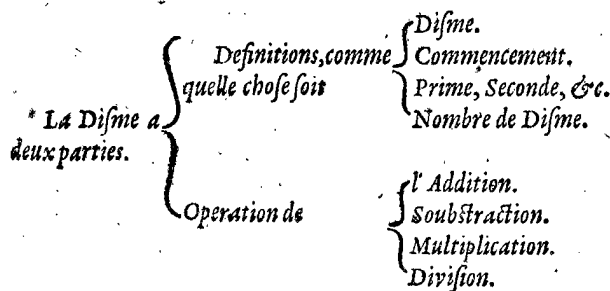
dententes fussent bien expedies) souvent cause d'erreur, tendant au grand dommage de l'un ou de l'autre. Aussi à la ruine de la bonne renommée de l'Arpenteur: Et ainsi des Maistres des monnoyes, Marchans, & chascun au sien. Mais d'autant que ceux là sont plus dignes, & les voies pour y parvenir plus labourieuses, d'autant plus grande est ceste discouverte DISME ostant toutes ces difficultez; Mais comment? Elle enseigne (à fin de dire beaucoup en un mot) d'expedier facilement sans nombres rompus, tous comptes qui se rencontrent aux affaires des Humains: de sorte que les quatre principes d'Arithmetique que l'on appelle Ajuster, Soubstraire, Multiplier & Diviser par nombres entiers, pourront satisfaire à tel effect: Causant semblable facilité à ceux qui usent des gettons. Or si par tel moyen sera gagné le precieux temps; Si par tel moyen sera sauvé, ce qui se perdroit autrement; Si par tel moyen sera osté labour, noise, erreur, dommaige, & autres accidens communement ajoincts à ceux cy, je le mets volontiers à vostre jugement.

Quant à ce que quelcun me pourroit dire, que plusieurs inventions semblent bonnes au premier regard; Mais quand on s'en veut servir, l'on n'en peut rien effectuer, & comme il arvient souvent aux chercheurs de forts mouvemens, qui semblent bons en petites preuves, mais aux grandes, ou à l'effect, ils ne valent pas un festin: Nous luy respondons qu'il n'y a icy telle doute, parce que l'experience s'en fait journellement en la chose mesme; A sçavoir par divers experts Arpenteurs Hollandois, ausquels nous l'avons declaré, lesquels (laissant ce qu'ils avoyent inventé chascun à sa maniere, pour amoindrir le travail de leurs computations) l'usent à leur grand contentement, & par tel fruict comme la Nature tesmoigne s'en devoir necessairement suivre: Le mesme arviendra à un chascun de vous autres mes Treshonnores Seig<sup>rs</sup> qui feront comme eux. Vivez cependant en toute felicité.

ARGUMENT.

LA Disme a deux parties, Definitions, & Operation. En la premiere partie se declarera par la premiere Definition, quelle chose soit Disme; Par la seconde, troisieme & quatrieme, que signifie Commencement, Prime, Seconde, &c. & nombres de Disme.

En l'operation se declarera par quatre propositions, l'Addition, Soubstraction, Multiplication, & Division des nombres de Disme, Dequoy l'ordre se peut représenter succinctement par telle table :



A la fin du precedent sera encore appliqué une Appendice, declarant l'usage de la Disme par quelques exemples és choses.

LA PREMIERE PARTIE DE LA DISME DES definitions.

DEFINITION I.

DISME est une espece d'Arithmetique, inventée par la Dixiesme progression, consistente es caracteres des chiffres, par lesquels se descript quelque nombre, & par laquelle l'on depeſche par nombres entiers sans rompuz, tous comptes se rencontrans aux affaires des hommes.

EXPLICATION.

Soit quelque nombre de mille cent & onze, descript par caracteres des cyffres en ceste sorte 1111, auxquels appert que chaque 1 est la dixiesme part de son prochain caractere precedent. Semblablement en 2378, chaque unité du 8, est la dixiesme de chaque unité du 7. Et ainsi de tous les autres. Mais parce qu'il est convenable que les choses desquelles on veut traicter, ayent des noms, & que ceste maniere de computation est trouvée par consideration de telle dixiesme ou disme progression, voire qu'elle consiste entierement en icelle, comme apparoitra cy apres, nous nommons ce traicté proprement & convenablement la DISME, par la mesme on peut operer avec nombres entiers sans rompuz en tous les comptes se rencontrans en nos affaires, comme sera demonsté au suyvant.

DEFINITION II.

Tout nombre entier proposé se dict COMMENCEMENT, son signe est tel ①.

EXPLICATION.

Par exemple quelque nombre proposé de trois cens soixantequatre, nous le nommons trois cens soixantequatre COMMENCEMENS, les descrivant en ceste sorte 364 ①. Et ainsi de tous autres semblables.

DEFINITION III.

Et chaque dixiesme partie de l'unité de commencement nous la nommons PRIME, son signe est tel ②; & chaque dixiesme partie de l'unité de prime nous la nommons SECONDE, son signe est tel ③. Et ainsi des autres chaque dixiesme partie, de l'unité de son signe precedent, toujours en l'ordre un d'avantage.

EXPLICATION.

Comme 3 ① 7 ② 5 ③ 9 ④, c'est à dire 3 Primes 7 Secondes 5 Tierces 9 Quartes; & ainsi se pourroit proceder en infini. Mais pour dire de leur valeur, il est notoire, que selon ceste definition, lesdicts nombres sont  $\frac{3}{10} \frac{7}{100} \frac{5}{1000}$ , ensemble  $\frac{3759}{10000}$ , ensemble  $\frac{3759}{10000}$ . Semblablement 8 ① 9 ② 7 ③ valent  $8 \frac{9}{10} \frac{7}{100} \frac{3}{1000}$ , ensemble  $8 \frac{937}{1000}$ . Et ainsi d'autres semblables. Il faut aussi sçavoir que nous n'ufons en la DISME d'aucuns nombres rompuz, aussi que le nombre de multitude des signes, excepté ①, n'excede jamais le 9. Par exemple nous n'escrivons pas 7 ① 12 ②, mais en leur lieu 8 ① 2 ②, car ils valent autant.

DEFINITION IV.

Les nombres de la precedente seconde & troisieme Definition se disent en general NOMBRES DE DISME.

Fin des Definitions.

SECONDE PARTIE DE LA DISME DE L'OPERATION.

PROPOSITION I, DE L'ADDITION.

Estant donnez nombres de Disme à ajouster: Trouver leur somme:

Explication du donné. Il y a trois ordres de nombres de Disme, desquels le premier 27 ① 8 ② 4 ③ 2 ④ 7 ⑤ 3 ⑥, le deuxiesme 37 ① 8 ② 7 ③ 2 ④ 5 ⑤ 3 ⑥, le troisieme 875 ① 7 ② 1 ③ 8 ④ 2 ⑤ 3 ⑥.

Explication du requis. Il nous faut trouver leur somme. Construction.

|       |   |   |   |
|-------|---|---|---|
|       | ① | ② | ③ |
| 27    | 8 | 4 | 7 |
| 37    | 6 | 7 | 5 |
| 875   | 7 | 8 | 2 |
| <hr/> |   |   |   |
| 9     | 4 | 1 | 3 |
|       |   |   | 0 |
|       |   |   | 4 |

On mettra les nombres donnez en ordre comme ci joignant, les ajostant selon la vulgaire maniere d'ajouster nombres entiers, en ceste sorte:

Donne somme (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 941304, qui sont (ce que demonstrent les signes dessus les nombres) 941 ① 3 ② 1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4 ⑥. Le di, que les mesmes sont la somme requise. Demonstration. Les 27 ① 8 ② 4 ③ 2 ④ 7 ⑤ 3 ⑥ donnez, sont (par la 3e definition)  $27 \frac{8}{10} \frac{4}{100} \frac{7}{1000}$ , ensemble  $27 \frac{847}{10000}$ , & par mesme raison les 37 ① 6 ② 7 ③ 2 ④ 5 ⑤ 3 ⑥ valent  $37 \frac{675}{10000}$ , & les 875 ① 7 ② 1 ③ 8 ④ 2 ⑤ 3 ⑥ feront  $875 \frac{782}{10000}$ , lesquels trois nombres, comme  $27 \frac{847}{10000}$ ,  $37 \frac{675}{10000}$ ,  $875 \frac{782}{10000}$ , sont ensemble (par le 10e probleme de l'Arith.)  $941 \frac{304}{10000}$ , mais autant vaut aussi la somme 941 ① 3 ② 1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4 ⑥, c'est

Est doncques la vraye Somme, ce qu'il falloit demon-  
strer. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres de  
Disme à ajouter, nous avons trouvé leur Somme, ce  
qu'il falloit faire.

NOTA.

Si aux nombres donnez de falloit quelque signe de  
leur naturel ordre, on emplira son lieu par le diffailant.  
Soient par exemple les nombres donnez 8 ⑤ ① 6 ②,  
& 5 ⑦ ②, auquel dernier defaut  
le signe de l'ordre ①. L'on mettra  
en son lieu 0 ①, prennant alors  
comme pour nombre donné 5 ⑦  
0 ① 7 ②, les ajoutant comme cy  
devant en ceste sorte :

$$\begin{array}{r} \textcircled{0} \textcircled{1} \textcircled{2} \\ 8 \ 5 \ 6 \\ \underline{\phantom{0} \phantom{1} \phantom{2}} \\ 5 \ 0 \ 7 \\ 1 \ 3 \ 6 \ 3 \end{array}$$

Cest avertissement servira aussi aux trois propositions  
suivantes, la ou il faut tousiours emplir l'ordre des figu-  
res diffailantes, comme nous avons fait en cest exem-  
ple.

PROPOSITION II, DE LA  
SOBSTRACTION.

**E**stant donné nombre de Disme duquel on soustraict, & à  
soustraire : Trouver leur Reste.

*Explication du donné.* Soit le nombre duquel on sou-  
straiet 237 ⑤ ① 7 ② 8 ③, & à soustraire 59 ⑦ ① 4.  
② 9 ③. *Explication du requis.* Il  
faut trouver leur reste. *Constru-  
ction.* On mettra les nombres  
donnez en ordre come cy joig-  
nant, soustrayant selon la vul-  
gaire maniere de soustraction  
par nombres entiers, en ceste sorte :

$$\begin{array}{r} \textcircled{0} \textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \\ 2 \ 3 \ 7 \ 5 \ 7 \ 8 \\ \underline{\phantom{0} \phantom{1} \phantom{2} \phantom{3}} \\ 5 \ 9 \ 7 \ 3 \ 9 \\ 1 \ 7 \ 7 \ 8 \ 2 \ 9 \end{array}$$

Reste (par le 2 probleme de l'Arithmetique) 177829  
qui sont (ce que denotent les signes par dessus les nom-  
bres) 177 ⑧ ① 2 ② 9 ③; Je di que les mesmes sont la  
reste requise. *Demonstration.* Les 237 ⑤ ① 7 ② 8 ③, sont  
(par la 3 definition de ceste Disme)  $237 \frac{5}{10} \frac{1}{100} \frac{7}{1000} \frac{8}{10000}$ , en-  
semble  $237 \frac{578}{10000}$ ; Et par mesme raison les 59 ⑦ ① 4  
② 9 ③ valent  $59 \frac{749}{10000}$ , lesquelles soustraiets de  $237 \frac{578}{10000}$ ,  
reste (par le 10 probleme de l'Arithmetique)  $177 \frac{829}{10000}$ .  
Mais autant valent lesdictes 177 ⑧ ① 2 ② 9 ③,  
c'est doncques la vraye Reste; ce qu'il falloit demon-  
strer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre de Disme  
duquel on soustraict, & à soustraire, nous avons trou-  
vé leur reste, ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION III, DE LA  
MULTIPLICATION.

**E**stant donné nombre de Disme à multiplier, & multiplia-  
teur : Trouver leur produit.

*Explication du donné.* Soit le nombre à multiplier 32 ⑤  
5 ① 7 ②, & multiplicateur  
89 ④ ① 6 ②. *Explication du  
requis.* Il faut trouver leur pro-  
duit. *Construction.* On met-  
tra les nombres donnez en  
ordre comme cy joignant,  
multipliant selon la vulgaire  
maniere de multiplication  
par nombres entiers, en ceste  
sorte :

$$\begin{array}{r} \textcircled{0} \textcircled{1} \textcircled{2} \\ 3 \ 2 \ 5 \ 7 \\ \underline{\phantom{0} \phantom{1} \phantom{2}} \\ 8 \ 9 \ 4 \ 6 \\ \phantom{0} \phantom{1} \phantom{2} \phantom{3} \\ 1 \ 9 \ 5 \ 4 \ 2 \\ \phantom{0} \phantom{1} \phantom{2} \phantom{3} \phantom{4} \\ 1 \ 3 \ 0 \ 2 \ 8 \\ \phantom{0} \phantom{1} \phantom{2} \phantom{3} \phantom{4} \phantom{5} \\ 2 \ 9 \ 3 \ 1 \ 3 \\ \phantom{0} \phantom{1} \phantom{2} \phantom{3} \phantom{4} \phantom{5} \phantom{6} \\ 2 \ 6 \ 0 \ 5 \ 6 \\ \underline{\phantom{0} \phantom{1} \phantom{2} \phantom{3} \phantom{4} \phantom{5} \phantom{6}} \\ 2 \ 9 \ 1 \ 3 \ 7 \ 1 \ 2 \ 2 \\ \textcircled{0} \textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \textcircled{4} \end{array}$$

Donne produit (par le 3 probleme de l'Arithmeti-  
que) 29137122. Or pour sçavoir que ce sont, on ajoutera  
les deux derniers signes donnez, l'un ②, & l'autre aussi

③, font ensemble ④, nous dirons donc que le signe du  
dernier caractere du produit sera ④, lequel estant cog-  
neu, tous les autres seront notoires, à cause de leur or-  
dre continu; De sorte que 2913 ⑦ ① 1 ② 2 ③ 2 ④ sont  
le produit requis. *Demonstration.* Le nombre donné à  
multiplier 32 ⑤ ① 7 ②, fait (comme appert par la 3<sup>e</sup>  
definition de ceste Disme)  $32 \frac{5}{10} \frac{1}{100} \frac{7}{1000}$ , ensemble  $32 \frac{57}{1000}$ ,  
& par mesme raison le multiplicateur 89 ④ ① 6 ②,  
vaut  $89 \frac{46}{1000}$ , par le mesme multiplié ledict  $32 \frac{57}{1000}$ , don-  
ne produit (par le 12<sup>e</sup> probleme de l'Arithmetique)  $2913 \frac{7122}{10000}$ ,  
mais autant vaut aussi ledict produit  $2913 \frac{7122}{10000}$   
① 1 ② 2 ③ 2 ④, c'est donc le vray produit, ce qu'il nous  
falloit demonstrier. Mais pour dire maintenant la raison,  
pourquoy ② multipliée par ③, donne produit ④ (qui  
est la somme de leurs nombres) Item pourquoy ④ par  
⑤ donne produit ⑦, & pourquoy ⑦ par ⑥, donne ③,  
&c. Prenons  $\frac{2}{10}$  &  $\frac{3}{1000}$  (qui sont par la 3<sup>e</sup> definition de  
ceste Disme 2 ① 3 ②) leur produit est  $\frac{6}{10000}$ , qui valent  
par ladicte troisieme definition, 6 ③. Multipliant donc-  
ques ① par ②, le produit est ③, à sçavoir un signe com-  
posé de la somme des nombres des signes donnez.

CONCLUSION.

Estant doncques donné nombre de Disme à multi-  
plier, & multiplicateur, nous avons trouvé leur produit,  
ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Si le dernier signe du nombre à  
multiplier fust inegal au dernier  
signe du multiplicateur; par'ex-  
emple l'un 3 ④ 7 ⑤ 8 ⑥, l'autre 5  
① 4 ②, l'on fera comme dessus, &  
la disposition des caracteres de  
l'operation sera telle:

$$\begin{array}{r} \textcircled{4} \textcircled{5} \textcircled{6} \\ 3 \ 7 \ 8 \\ \underline{\phantom{0} \phantom{1} \phantom{2}} \\ 5 \ 4 \ \textcircled{2} \\ \phantom{0} \phantom{1} \phantom{2} \phantom{3} \\ 1 \ 5 \ 1 \ 2 \\ \phantom{0} \phantom{1} \phantom{2} \phantom{3} \phantom{4} \\ 1 \ 8 \ 9 \ 0 \\ \underline{\phantom{0} \phantom{1} \phantom{2} \phantom{3} \phantom{4} \phantom{5} \phantom{6}} \\ 2 \ 0 \ 4 \ 1 \ 2 \\ \textcircled{4} \textcircled{5} \textcircled{6} \textcircled{7} \textcircled{8} \end{array}$$

PROPOSITION IV, DE LA  
DIVISION.

**E**stant donné nombre de Disme à diviser & diviseur: Trouver  
leur Quotient.

*Explication du donné.* Soit le nombre à diviser 3 ④ ①  
4 ② 3 ③ 5 ④ 2 ⑤, & le diviseur 9 ① 6 ②. *Explication du re-  
quis.* Il nous faut trouver leur quotient. *Construction.* On  
divisera les nombres donnez (omettant leurs signes) se-  
lon la vulgaire maniere de diviser par nombres entiers  
ainsi:

Donne Quotient (par le  
4<sup>e</sup> probleme de l'Arithme-  
tique) 3587. Or pour sçavoir  
que ce sont, le dernier signe  
du diviseur qui est ②, se  
soustraira du dernier signe  
du nombre à diviser, qui est  
⑤, reste ③, pour le signe du

$$\begin{array}{r} x \\ x \ 8 \\ \phantom{x} \ 8 \ x \ 6 \ 4 \\ \phantom{x} \ 7 \ 6 \ x \ 7 \ \textcircled{0} \textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \\ \phantom{x} \ 3 \ 4 \ 4 \ 3 \ 5 \ 2 \ (3 \ 5 \ 8 \ 7 \\ \phantom{x} \ 9 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \\ \phantom{x} \ 9 \ 9 \ 9 \end{array}$$

dernier caractere du Quotient, qui estant ainsi cogné,  
tous les autres seront aussi manifestes, à cause de leur  
continu ordre, de sorte que 3 ⑤ ① 8 ② 7 ③, sont le  
Quotient requis. *Demonstration.* Le nombre donné à di-  
viser 3 ④ ① 4 ② 3 ③ 5 ④ 2 ⑤, fait (comme appert par  
la troisieme definition de ceste Disme)  $3 \frac{4}{10} \frac{1}{100} \frac{4}{1000} \frac{3}{10000} \frac{5}{100000} \frac{2}{1000000}$ ,  
ensemble  $3 \frac{44352}{1000000}$ , par lequel divisé  
lesdicts  $3 \frac{44352}{1000000}$ , donne quotient (par le 13<sup>e</sup> probleme  
de l'Arithmetique)  $3 \frac{3587}{10000}$ , mais autant vaut ledict  
Quotient 3 ⑤ ① 8 ② 7 ③, c'est donc le vray quotient.  
ce qu'il falloit demonstrier. *Conclusion.* Estant doncques  
donné nombre de Disme à diviser, & diviseur, nous  
avons trouvé leur Quotient, ce qu'il falloit faire.

S 3

NOTA.

NOTA 1. Si les signes du diviseur fussent plus hauts que les signes du nombre à diviser, l'on mettra joignant le nombre à diviser autant des 0 qu'on veut; ou autant qu'il sera mestier. Par exemple 7 ②, font à diviser par 4 ①; je mets pres le 7 quelques 0 ainsi 7000, les divisant comme dessus en ceste sorte: Donne quotient 1750 ③. Il avient quelques fois que le quotient ne se pourra expliquer par nombres entiers, comme 4 ①, divisées par 3 ②, en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} 3 \ 2 \\ 4 \ \phi \ \phi \ \phi \ (1 \ 7 \ 5 \ 0 \ \textcircled{0}) \\ 4 \ 4 \ 4 \ 4 \end{array}$$

La ouil appert qu'il y en sortiront infiniment des trois, restant toujours  $\frac{1}{3}$ . En tel accident l'on peut approcher si pres, comme la chose le requerr, omettant le residu. Il est bien vray que 13 ③ 3 ①  $3\frac{1}{3}$  ②, ou 13 ③ 3 ① 3 ②  $3\frac{1}{3}$  ③, &c. seroit le parfait requis, mais nostre intention est d'operer en ceste Disme, par nombres tous entiers, car nous voyons à ce qui se observe aux negoces des hommes, la ou on ne fait point compte de la milliesme partie d'une maille, d'un grain, &c. comme le semblable est souvent usé par les principaux Geometriens & Arithmeticiens, en compres de grande consequence: Comme Ptolemée & Jehan de Montroyal, n'ont pas descript leurs tables des arcs & chordes, ou des sinus, par l'extreme perfection (combien qu'il estoit possible de le faire par nombres multinomies) à cause que ceste imperfection (considerant la fin d'icelles tables) est plus utile que telle perfection.

NOTA 2. Les extractions de toutes especes de racines, se peuvent aussi faire par ces nombres de Disme. Par exemple, pour extraire racine quarrée de 5 ② 2 ③ 9 ④, l'on besoignera selon la vulgaire maniere d'extraction en ceste sorte:

Et la racine sera 2 ① 3 ②, car la moitie du dernier signe des nombres donnez, est toujours le dernier signe de la racine; Pourtant si le dernier signe donné fust de nombre imper, l'on y ajoutera son signe prochain suivant, & sera alors de nombre per, puis on extraira la racine comme dessus.

$$\begin{array}{r} x \\ 8 \ 2 \ 9 \\ \underline{\quad} \\ 2 \ 3 \end{array}$$

Semblablement en l'extraction de racine cubique, le tiers du dernier signe donné, sera toujours le signe de la racine, & ainsi de toutes autres especes de racines.

Fin de la Disme.

APPENDICE.

PREFACE.

Vis que nous avons descript cy devant la Disme, nous viendrons maintenant à l'usage d'icelle, demonstrans par 6 Articles, comment tous comptes se rencontrans aux affaires des hommes, se peuvent facilement expedier par icelle, commençant premierement (comme elles ont aussi esté premierement mises en œuvre) aux computations d'Arpenterie comme s'ensuit.

L'ON nommera la verge aussi *Commencement*, qui est LI ① la partissant en dix parties egales, desquelles chascune fera 1 ①, puis se partira chascune *Prime* autrefois en dix parties egales, desquelles chascune fera 1 ②, & si on requiert les divisions plus petites, on divisera chascune 1 ② autrefois en dix parties egales, & chascune vaudra 1 ③, procedant ainsi plus avant s'il fust besoing; mais quant à l'Arpenterie, les parties en *Secondes* sont assez petites, mais pour les choses qui requierent la mesure plus juste, comme toicts de plomb, Corps, &c. l'on y peut user des *Fierces*. Quant à ce que la plus part des Arpenteurs n'usent pas de verge ains une chaisne de trois, quatre, ou cinq verges, signans sur le baston de leur croix rectangulaire, quelques cinq ou six pieds avec leur doigts, le semblable se peut faire icy, car au lieu d'iceux cinq ou six pieds avec leurs doigts, l'on peut mettre six ou cinq *Primes* avec leurs *Secondes*.

Cecy estant ainsi préparé, l'on usera en mesurant de ces parties, sans prendre egard aux pieds ou doigts que contient la verge selon la coustume du pais, & ce qui se debura Ajuster, Soubstraire, Multiplier ou Diviser selon ceste mesure, se fera selon la doctrine des precedens exemples.

Par exemple, il faut ajouter quatre triangles, ou superficies de terre, desquelles la premiere 345 ⑦ 1 ② ②, La deuxiesme 872 ⑤ 1 ③ ②, La troisieme 615 ④ 1 ⑧ ②, La quatrieme 956 ⑧ 1 ⑥ ②, les mesmes ajoutez selon la maniere declarée à la premiere proposition de ceste Disme en ceste sorte:

Leur somme sera 2790 ③ ou verges 5 ① 9 ②, lesdictes verges parties selon la coustume, par autant qu'il y a des verges en un Arpent, on aura les arpens requis. Mais si l'on veut sçavoir combien de pieds & doigts font les 5 ① 9 ② (ce que l'Arpenteur ne fera qu'une fois, à la fin du compte qu'il livre aux proprietaires, cobien que la plupart d'eux, estiment inutile d'y faire mention de pieds ou doigts) on verra sur la verge combien de pieds & doigts (qui sont marquez joignant les dixiesmes parties sur un autre costé de la verge) s'accordent aux mesmes.

$$\begin{array}{r} \textcircled{0} \textcircled{1} \textcircled{2} \\ 3 \ 4 \ 5 \ 7 \ 2 \\ 8 \ 7 \ 2 \ 5 \ 3 \\ 6 \ 1 \ 5 \ 4 \ 8 \\ 9 \ 5 \ 6 \ 8 \ 6 \\ \hline 2 \ 7 \ 9 \ 0 \ 5 \ 9 \end{array}$$

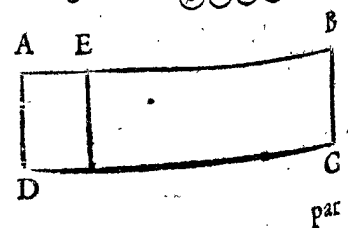
Au second, estant à soubstraire 57 ③ 3 ④ 2 ②, de 32 ⑤ 1 ⑦ 2 ②, l'on besoignera selon la seconde proposition de ceste Disme en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} \textcircled{0} \textcircled{1} \textcircled{2} \\ 5 \ 7 \ 3 \ 2 \\ 3 \ 2 \ 5 \ 7 \\ \hline 2 \ 4 \ 7 \ 5 \end{array}$$

Et restent 24 ③ ou verges 7 ① 5 ②. Au troisieme, estant à multiplier (à cause des costez de quelque triangle ou quadrangle) 8 ⑦ 1 ③ ②, par 7 ⑤ 1 ④ ②, l'on fera selon la 3<sup>e</sup> proposition de ceste Disme en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} \textcircled{0} \textcircled{1} \textcircled{2} \\ 8 \ 7 \ 3 \ 1 \\ 7 \ 5 \ 4 \\ \hline 3 \ 4 \ 9 \ 2 \\ 4 \ 3 \ 6 \ 5 \\ \hline 6 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 6 \ 5 \ 8 \ 2 \ 4 \ 2 \\ \hline \textcircled{0} \textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \textcircled{4} \end{array}$$

Et donnent produit ou superficie 65 ⑧ 1, &c. Au quatrieme, Soit ABCD, quelque quadrangle rectangle, duquel il faut couper 3 6 7 ⑥ 1, &c. le costé AD fait 26 ③ ①, La demande est combien l'on mesurera depuis A vers B, pour couper (i'entens





par une ligne parallele avec A D) lesdictes 367 ①

L'on partira 367 ① par 26 ①, selon la quatriesme proposition de ceste Disme ainsi :

Donne quotient pour la requise longueur de A vers B, laquelle soit A E, 13 ① 9 ① 7 ②.

Et si l'on veut on pourra approcher plus pres (combien qu'il ne semble pas besoyn) par la premiere note de ladicte quatriesme proposition. Les demonstrations de tous ces exemples sont faictes cy devant en leurs propositions.

$$\begin{array}{r} \times \\ 22 \\ 78 \\ 2808 \\ 4632 \\ 204789 \quad \textcircled{1} \textcircled{2} \\ 367800 \quad (1397 \\ 263333 \\ 2666 \\ 22 \end{array}$$

ARTICLE II, DES COMPTES DES MESVRES DE TAPISSERIE.

L'AVNE du mesureur de tapisserie, luy sera 1 ① laquelle il partira (sur quelque costé, la ou ne font par les partitions selon l'ordonnance de la ville) comme est fait cy dessus de la verge de l'Arpenteur, à sçavoir en 10 parties egales, desquelles chascune sera 1 ①, puis chascune 1 ①, autrefois en dix parties egales, & chascune vaudra 1 ②, &c. Quant à leur usage, veu que les exemples accordent en tous avec ce qui en est dict au premiere Article de l'Arpenterie, elle sera par icelles assez notoire, de sorte qu'il n'est pas mestier d'en faire mention.

ARTICLE III, DES COMPTES SERVANS A LA GAVIERIE & aux mesures de tous tonneaux.

VNE Ame (qui fait en Anvers 100 pots) sera 1 ①, la mesme se divisera en profondeur & longueur en 10 parties egales (à sçavoir egales au respect du vin, non pas de la verge, de laquelle les parties de profondeur sont inegales) & chascune partie fera 1 ① contenant 10 potz, puis chascune 1 ① en 10 parties egales, & chascune fera 1 ②, vallant un pot. Puis chascune 1 ② en dix parties egales, faisant chascune 1 ③.

Or estant ainsi partie la verge, & voulant trouver le contenu du Tonneau, on multipliera & besoignera comme au precedent premier article, qui estant assez manifeste, nous n'en dirons icy point d'avantage.

Mais veu que ceste dixiesme partition de la profondeur, n'est pas vulgaire, nous en declarerons cecy: Soit la verge A B une Ame, qui est 1 ①, divisée (selon la coustume) en poincts de profondeur comme ces dix C, D, E, F, G, H, I, K, L, A, faisant chascune partie 1 ①, lesquelles il faut diviser autrefois en 10 en ceste sorte: L'on divisera premierement chascune 1 ① en deux, ainsi: L'on tirera la ligne B M, à droitangle sur A B, & egale à 1 ① B C, puis se trouvera (par la 13<sup>e</sup> proposition du 6<sup>e</sup> livre d'Euclide) la ligne moyenne proportionnelle entre B M, & sa moitié qui soit B N, & coupant B O, egale à B N, & si N O, fust alors egale à B C, l'operation est bonne: Puis se notera la longueur N C, de B vers A, comme B P, laquelle estant egale à N C, l'operation est bonne: Semblablement la longueur D N, depuis B jusques à Q, & ainsi des autres. Il reste encore de partir chascune longueur comme B O, & O C, &c. en cinc, ainsi: L'on trouvera entre B M & sa dixiesme part, la

ligne moyenne proportionnelle qui soit B R, coupant B S, egale à B R; Puis se notera la longueur S R, de B vers A, comme B T, & semblablement la longueur T R, de B jusques à V; & ainsi des autres. Et semblablement se procedera pour diviser B S, & S T, &c. en ③. Le di, que B S, & S T, & T V, &c. sont les desirées ②, ce qui se demontre ainsi:

Parce que B N est ligne moyenne proportionnelle (par l'hypothese) entre B M & sa moitié; le carré de B N (par la 17<sup>e</sup> proposition du 6<sup>e</sup> livre d'Euclide) sera egale au rectangle de B M & sa moitié, mais iceluy rectangle est la moitié du carré de B M, le carré doncques de B N, est egal à la moitié du carré de B M, mais B O est (par l'hypothese) egale à B N, & B C à B M, le carré donc de B O, est egal à la moitié du carré de B C. Et semblablement se demonstrera que le carré de B S, est egal à la dixiesme part du carré B M, parquoy, &c. Nous avons fait la demonstration briefve, parce que nous n'escrivons pas à Apprentifs, mais à Maistres.



ARTICLE IV, DES COMPTES DE LA STEREOMETRIE EN GENERAL.

IL est bien vray que la gaujerie que nous avons declaré cy devant est Stereometrie (c'est à dire science de mesurer les corps) mais considerant les diverses partitions de la verge de l'un & l'autre, aussi que cestuy-cy a telle difference de cestuy-la, comme genre à espee; ils se peuvent distinguer par bonné raison, car toute Stereometrie n'est pas Gaujerie. Pour donc venir à la chose, le Stereometrien usera de la mesure de sa ville, comme verge ou aulne avec ses dixiesmes partitions descrites au premier & second article, l'usage de laquelle (semblable a ce qui en est dict au precedent) est telle: Posons qu'il y ait à mesurer quelque colonne quadranguliere rectanguliere, de laquelle la longueur 3 ① 2 ②, largeur 2 ① 4 ③, hauteur 2 ① 3 ⑤ ③; La demande est combien il y a de matiere. L'on multipliera selon la doctrine de la 4<sup>e</sup> proposition de ce traicté, longueur par largeur, & leur produit autrefois par hauteur, en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \textcircled{2} \\ 3 \quad 2 \\ \hline 2 \quad 4 \\ 1 \quad 2 \quad 8 \\ 6 \quad 4 \\ \hline 7 \quad 6 \quad 8 \quad \textcircled{4} \\ 2 \quad 3 \quad 5 \quad \textcircled{2} \\ \hline 3 \quad 8 \quad 4 \quad 0 \\ 2 \quad 3 \quad 0 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 5 \quad 3 \quad 6 \\ \hline 1 \quad 8 \quad 0 \quad 4 \quad 8 \quad 0 \\ \hline \textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \textcircled{4} \textcircled{5} \textcircled{6} \end{array}$$

Et donne produit comme appert 1 ① 8 ② 4 ④ 8 ⑤.

NOTA. Quelcun ignorant (car c'est à cestuy-la que nous parlons icy) les fondamens de la Stereometrie, pourroit penser pourquoy l'on dict, que la grandeur de la colonne cy dessus, n'est que de 1 ①, &c. veu qu'elle contient plus que 180 cubes, desquels

quels la longueur de chaque costé est de 1 ①; Il sçaura que le corps d'une verge n'est pas un corps de 10 ①, comme une verge en longueur, mais de 1000 ①, en respect de quoy 1 ① fait 100 cubes chacun de 1 ①; Comme le semblable est assez notoire aux Arpenteurs en superficie; Car quand on dict 2 verges 3 pieds de terre, cela ne s'entend point 2 verges & trois pieds quarez mais de 2 verges & (comptant 12 pieds pour la verge) 36 pieds quarez. Pourtant si la demande cy dessus eust esté, de combien de cubes chacun de 1 ① fut la grandeur de ladiète colonne, l'on accommoderoit la solution conforme au requis, considerant que chaque 1 ① de ceux cy, fait 100 ① de ceux là, & chaque 1 ② de ceux cy, 10 ① de ceux là, &c. Ou autrement si la dixiesme part de la verge est la plus grande mesure que le Stercometrien se propose, il la peut nommer 1 ③, & puis comme dessus.

## ARTICLE V, DES COMPUTATIONS ASTRONOMIQUES.

**A** IANS les anciens Astronomes parti le circle en 360 degrez, ils voyoient que les computations Astronomiques d'icelles, avec leurs partitions, estoient trop laborieuses, pourtant ils ont parti chaque degré en certaines parties, & les mesmes autrefois en autant, &c. à fin de pouvoir par ainsi tousiours operer par nombres entiers, en choisissans la soixantiesme progression, parce que 60 est nombre mesurable par plusieurs mesures entieres, à sçavoir 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, mais si l'on peut croire l'experience (ce que nous disons par route reverence de la venerable antiquité & esmeu avec l'utilité commune) certes la soixantiesme progression n'estoit pas la plus commode, au moins entre celles qui consistoyent potentiellement en la nature, ains la dixiesme qui est telle: Nous nommons les 360 degrez aussi *Commencemens*, les denotans ainsi 360 ③, & chacun degré ou 1 ③ se divisera en 10 parties egales, desquelles chacune fera 1 ①, puis chaque 1 ① en 10 ②, & ainsi des autres, comme le semblable est fait par plusieurs fois cy devant.

Or étant entendue ceste partition, nous pourrions descrire selon ce qui a esté promis, leur facile maniere de Ajoüster, Soubstraire, Multiplier, & Diviser, mais veu qu'elles n'ont aucune difference des quatre propositions précédentes, tel recit ne seroit que perdre le temps, pourtant nous les laisserons servir pour exemples de cest article; Y ajoüstant encore cecy; que nous userons de ceste maniere de partition, en toutes les tables & comptes, se rencontrans en l'Astronomie, que nous esperons de divulger, en nostre vulgaire langue Germanique qui est la plus riche, la plus ornée, & la plus parfaite langue de toutes langues, de la tresexquisite singularité, de laquelle nous attendons de brief autre demonstration plus abondante, que Pierre & Jehan en ont fait en la BEWYS KONST ou DIALECTIQUE nagueres divulgee.

## ARTICLE VI, DES COMPTES DES MAISTRES DES MONNOIES, Marchans & de tous estats en general.

**A** FIN de dire en brief & en general, la somme & contenu de cest article, faut sçavoir qu'on partira toutes mesures, comme Longue, Humide, Seiche, Argent, &c. par la precedente dixiesme progression &

chaque fameuse especé d'icelles se nommera *Commencement*; comme Marc, *Commencement* des pois, par lesquels se poise l'or & l'argent; Livre, *Commencement* des autres pois communs; Livre de gros en Flandres, Livre Esterlain en Angleterre, Ducat en Hispaighe, &c. *Commencement* de monnoye; Le plus haut signe du marc sera ④, car 1 ④ pesera environ la moitié d'un Es d'Anvers, la ③ suffira pour le plus haut signe de la Livre de gros; veu que telle 1 ③ fait moins que le quart d'un ④.

Les soubdivisions des pois, pöut peser toutes choses, feront (au lieu de demilivre, quart, demiquart, once, demionce, esterlin, grain, es; &c.) de chaque signe 5, 3, 2, 1, c'est à dire, qu'après la livre ou 1 ③, suivra un pois de 5 ① (faisant  $\frac{1}{2}$  lb) puis de 3 ①, puis de 2 ①, puis de 1 ①, & semblables soubdivisions aura aussi la 1 ① & autres suivans.

Nous estimons aussi utile, que chaque soubdivision voire de quelle matiere fust son subject, soit nommé *Prime, Seconde, Tierce, &c.* & cela à cause qu'il nous est notoire, que *Seconde* multipliée par *Tierce* donne produit *Quinte* (parce que 2 & 3 sont 5 comme il est dict cy dessus.) Item que *Tierce*, divisée par *Seconde* donne quotient *Prime, &c.* ce qui ne se pourroit faire si proprement par autres noms; Mais quant on les veut nommer par distinction des matieres (comme l'on dict demie aulne, demie livre, demie pinte, &c.) nous les pouvons nommer *Prime de Marc, Seconde de Marc, Seconde de Livre, Seconde d'Aulne, &c.*

Mais à fin d'en donner exemple, posons que 1 marc d'or vaut 36 lb 5 ① 3 ②, la demande est combien monteront 8 marcs 3 ① 5 ② 4 ③: L'on multipliera 3653 par 8354, donne produit par la 3 proposition qui est aussi la solution requise, 305 lb 1 ① 7 ② 1 ③. quant aux 6 ④ 2 ⑤, elles ne sont icy de nulle estime.

Posons autrefois que 2 aulnes 3 ①, coûtent 3 lb 2 ① 5 ②, La demande est combien cousteront 7 aulnes 5 ① 3 ②: On multipliera selon la coustume, le dernier terme donné par le second, & le produit se divisera par le premier, c'est à dire, 753 par 325, fait 244725, qui divisé par 23, donne quotient & solution 10 lb 6 ① 4 ②.

Nous pourrions donner autres exemples en routes les vulgaires regles d'Arithmetique, se rencontrans souvent es traffiques des hommes; Comme la regle de Compaignie, d'Interést, de Change, &c. demonstans comment elles se peuvent toutes expedier par nombres entiers, aussi ceste facile operation par les gettons, mais veu qu'il est assez notoire par les precedens, nous n'en ferons point de mention.

Nous sçaurions aussi démonstrer plus amplement, par comparaison de facheux exemples en rompuz, la grande difference de facilité, qu'il y a de ceux cy à ceux là, mais nous le passons outre à cause de briefveté.

**A** V dernier il nous faut encore dire de quelque difference qu'il y a de ce 6<sup>e</sup> article, aux 5 articles precedens, c'est que chacune personne peut exercer pour soy mesme la dixiesme partition desdicts precedens 5 articles, sans qu'il fera mestier d'en estre donné par le Magistrat quelque ordre general, mais cela pas ainsi en ce dernier, car ses exemples sont vulgaires computations, qui se rencontrent à chaque moment, ausquels il seroit convenable, que la solution ainsi trouvée fust d'un chacun acceptée pour bonne & legitime. Pourtant considerant sa tresgrande utilité, ce seroit chose louable, si quelcuns, comme ceux qui en attendent la plus grande commodité, sollicitoyent de la faire mettre

mettre en effect, à sçavoir que joignant les vulgaires partitions qu'il y a maintenant des Mesures, Pois, & Argent (demeurant chaque capitale mesure, Pois & Argent, en tous lieux immuable) l'on ordonnast encore legitimelement par les Superieurs, la susdicte dixiesme partition, à fin que chascun qui voudroit la pourroit user.

Il avanceroit aussi la chose, si les valeurs d'argent, principalement de ce qui se forge de nouveau, fussent valuez sur quelques *Primes, Secondes, Tierces, &c.*

Mais si tout cecy ne fust pas mis en œuvre, si tost comme nous le pourrions souhaiter, il nous contentera premierement, qu'il fera du bien à nos successeurs, car il est certain, que si les hommes futurs, sont de telle nature comme ont esté les precedens, qu'ils ne seront pas toujours negligens en leur si grand avantage.

Au second, ce n'est pas le plus abject sçavoir à un

chascun en particulier, qu'il luy est notoire, comment les hommes se peuvent delivrer eux mesmes à toute heure qu'ils voudroient, de tant & de si grands labours.

Au dernier, combien que l'effect de ce 6<sup>e</sup> Article n'apparoistra point, peut estre, en quelques temps, toutesfois un chascun pourra exercer les cinc precedens, comme il est notoire, qu'aucuns des mesmes sont desia mis en œuvre.

*Fin de l'Appendice.*


Huictiesme distinction de la Practique d'Arithmetique qui est de nombres incommensurables appliquez à grandeurs.

# TRAICTE DES INCOMMENSURABLES GRANDEURS,

Avec une Appendice de l'explication du dixiesme livre d'Euclide;

Descript par SIMON STEVIN de Bruges.

AV LECTEUR.

 Pres que nous avons veu & revu le Dixiesme livre d'Euclide, traitant des Incommensurables Grandeurs; aussi leu & releu plusieurs commentateurs sur le mesme, desquels aucuns le jugeoient pour la plus profonde & incomprehensible matiere de la Mathematique, les autres que ce sont propositions trop obscures, & la croix des Mathematiciens; Et qu'outre cela je me persuadois (quelle folie ne fait l'opinion commettre aux hommes?) d'entendre ceste matiere par ses causes, & qu'elle n'a en soy telles difficultez comme l'on estime vulgairement, je me suis addonné d'en descrire ce traicté.

Mais à fin que nous disions premierement, d'ou les hommes sont venuz à la cognoissance & exercice de ces Incommensurables Grandeurs, faut sçavoir, que comme beaucoup des theoremes des nombres se descrivent souvent par la cognoissance des grandeurs, lesquels theoremes nous seroyent difficiles, voire aucunesfois impossibles de trouver par les simples nombres (comme se peut colliger entre autres par le cube avec ses Corollaires devant le 69 probleme de nostre Arithmetique) ainsi se trouvent au contraire souvent propositions des grandeurs, par le moyen des nombres, lesquelles propositions ne se pourroyent inventer par les seules grandeurs. Par exem-

ple nous sçavons que 1 est incommensurable a  $\sqrt{2}$ , Mais comme 1 a  $\sqrt{2}$ , ainsi le costé du quarré à sa diagonale, parquoy le costé du quarré est incommensurable à sa diagonale, ce qui nous seroit impossible de sçavoir sans les nombres. Doncques comme il y a des nombres entre eux incommensurables, ainsi y a il des lignes entre elles incommensurables; Mais il y a en la nature douze certaines especes de nombres incommensurables, qui s'appellent binomies, desquelles l'on extrait douze racines de diverses qualitez; Il y a doncques aussi en la nature douze telles especes de lignes, avec semblables racines, de la construction & propriété desquelles, Euclide a descript son dixiesme livre. Laquelle raison d'ou les hommes sont venuz à la cognoissance & exercice des incommensurables grandeurs, nous avons proposé de declarer. Mais ven que tout cest affaire est facile, & sans difficulté, aux experts en la nature des nombres radicaux (la cognoissance desquels est necessaire, veu que sans la mesme l'on se tourmente en vain en ceste matiere) il reste encore de dire qu'elle est la cause de l'obscurité dudit dixiesme livre: Il faut doncques sçavoir, que les inventeurs des propositions du mesme, se proposoyent nombres binomiaux, & par les qualitez qu'ilz trouvoient en leurs noms (lesquelles qualitez sont desinies depuis la 45 definition, jusques à la 57 de nostre Arithmetique) ils ont descript des lignes de semblable qualité: Outre ce, par les operations des extractions des racines des nombres binomiaux (qui sont

sont descrites au 39 probleme de l'Arithmetique) ils ont colligé semblables extractions de racines d'icelles binomies lignes, & par les qualitez des racines de ceux-là, aussi descript semblables qualitez de ceux-cy. Par exemple ils se proposoyent  $\sqrt{6+2}$ , qui est binomie cinquiesme, par la 49 definition de l'Arithmetique, d'ou ils voyoient que la ligne longue de  $\sqrt{6+2}$  pieds, estoit binomie ligne cinquiesme de semblable qualitez. Puis extrayant racine dudit binomie nombre, selon la doctrine du 5 exemple du 39 probleme la trouvoient de  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\text{bino. } 1\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{2}}}}$ , d'ou ils cogneurent que la ligne de telle longueur estoit aussi racine de ladicte binomie ligne, & pour les qualitez qu'ils voyoient en icelle racine de binomie nombre (qui sont que le produit de ses parties, comme  $\sqrt{\text{bino. } \sqrt{1\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\text{bino. } 1\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{2}}}}$ , est nombre Arithmetique, à sçavoir 1. Item que la somme des deux quarez desdictes deux parties, est racine de simple nom à son quarré incommensurable, à sçavoir  $\sqrt{6}$ , comme nous avons dict à la **NOTA** dudit 5 exemple du 39 probleme) ils concluoyent semblables qualitez en ceste sa respondante racine de binomie ligne: Or cecy leur estant ainsi notoire en toutes les douze especes de binomies lignes, & de leurs racines, ils en ont descript diverses propositions: Mais ils en ont detenu les nombres, qui leur avoyent esté guide, assuree, pour comprendre parfaictement la propriété d'icelles lignes, sans lesquels nombres, ils ne pouvoient rien effectuer, & nous ont ainsi laissé ces lignes imparfaites: Je di imparfaites, parce que les multinomies nombres sont inseparables de multinomies lignes, veu que nulle ligne n'est par soy multinomie, mais en respect de quelque multinomie nombre explicant sa quantité, car une mesme ligne se peut dire en quelque ville de 5 pieds, laquelle sera en une autre peut estre, de  $4 + \sqrt{2}$  pieds: De sorte qu'il leur estoit beaucoup plus facile d'inventer & descrire ces lignes, qu'à autres entendre leurs propositions; De laquelle imparfection s'est insuiwi, que l'on n'a sceu operer en ces lignes, selon ce qui estoit le but de leur description, comme couper lignes proportionnellement selon la raison donnée, non seulement de laquelle les termes sont nombres Arithmetiques, comme veullent les exemples de la 9 proposition du 6 livre d'Euclide, ne point satisfaisans à la proposition, mais de nombres radicaux & multinomies quelconques, & puis claire & parfaicte extraction de toutes racines des multinomies lignes, comme des nombres. Parquoy ces Mathematiciens semblent aucunement avoir leurs raisons, confessans ne leur pouvoir animadvertir aucune utilité audit dixiesme livre, veu que l'on n'y traite point absolument, mais le tout par maniere d'obscurs enigmes, & cela à cause (comme nous avons dict) que les inseparables nombres ne leur sont pas ajoincts. Mais pourquoy les ont ils ainsi detenuz, plus que d'autres propositions Geometri-

ques, ayans mestier de nombres Arithmetiques? Certes je ne voy autre raison, sinon qu'ils ne les tenoyent pas pour nombres, ains pour quantitez irrationnelles, irregulieres, inexplicables, sourdes, absurdes, & pas dignes d'estre citées en propositions Mathematiques: Mais parce que nous avons refuté en son lieu ceste irrationnelle, irreguliere, inexplicable, sourde & absurde opinion, & que nous esperons en temps oportun d'affirmer plus amplement par la these de noz theses Mathematiques, que ces nombres sont en parfaicte & excellence, un des grands Mysteres de la Nature, à la parfaicte comprehension duquel elle n'a voulu faire capable tous entendemens: Telle fausse persuasion n'a empesché nostre concept, ains au contraire, le vray sentiment nous a (selon la nature du vray, duquel ne procede que vray) conduit à la cognoissance, de ce que nous cherchions, à sçavoir de la generale description desdictes incommensurables grandeurs, non pas seulement des douze binomies lignes & leurs racines, comme audit dixiesme livre, mais de millenomies lignes & de leurs racines de racines jusques en infini, comme apparoistra au traicté suivant. Quant à ce que quelcun nous pourroit accuser, d'avoir outre cuideement mesprisé le dixiesme livre d'Euclide, certes il pourroit juger selon les humeurs, mais pas selon la devotion, & humble affection que nous portons toujours à la venerable antiquité, la diligence & travail de laquelle a descouvert à ses successeurs la fontaine de plusieurs singularitez; Car, à fin de confesser le vray, quelle chose nous eust esmeu, de traiter des incommensurables grandeurs, si leur devancement ne nous eust pas enhorté, de chercher ceste matiere à la source d'ou ils l'avoyent? peut estre que rien. Au second, quand l'opinion de quelque personne, differe de celle d'un autre, comment pourroit il mieux manifester leur difference, que par equitables raisons des diversitez consistentes en eux? Nous les laisserons doncques dire, parachevans cependant selon nostre pouvoir, ce qui sera utile à la commune. Mais (me dira quelcun) quelle peut estre l'utilité de ceste matiere? veu que les choses qui sont à mesurer ou partir aux negoces des hommes, n'ont point de mestier de ceste extreme parfaicte, selon la raison des nombres radicaux proposez, par ce que nous trouvons en leur lieu, nombres Arithmetiques si peu differens d'iceux radicaux, qu'il ne pourra monter partie visible, voire es maieures matieres corporelles données. nous luy respondons, que l'on pourroit dire pareillement, pourquoy les operations de la Geometrie, comme les elemens d'Euclide, sont faites par l'extreme parfaicte? Mais comme cela ne semble pas digne de responce, à cause des absurditez suivantes de son contraire (car telles parfaictes operations, donnent parfaictes intelligences, qui sont causes des parfaicts & admirables effects que produit la Mathematique) ainsi de cestuy-cy.

ARGUMENT.

Ce traité aura deux parties, l'une de 5 definitions. L'autre de l'operation, contenant 3 problemes.

Après le susdict s'uyvera une Appendice declarant sommairement le contenu du Dixiesme livre d'Euclide.

Trinomie grandeur, qu'on explique par trinomie nombre, & ainsi par ordre des autres.

DEFINITION IV.

Binomie ligne premiere est celle, qu'on explique par binomie nombre premier; Et binomie ligne seconde qu'on explique par binomie nombre second; Et ainsi par ordre des autres jusques à la douziesme.

DEFINITION V.

Racine quarrée de ligne, est la ligne moyenne proportionnelle entre la ligne donnée nombre expliquée, & la ligne respondante à l'unité de la donnée.

Fis de la premiere partie.

PREMIERE PARTIE  
DES INCOMMENSURABLES  
GRANDEURS, QUI EST  
DES DEFINITIONS.

Veue que les plus propres definitions, sont celles qui expliquent le mieux l'essence du defini, & que l'incommensuration des grandeurs, est trouvée, & seulement notoire par les nombres, nous userons des nombres en ces definitions, comme le plus commode instrument à tel effect. Il est vray qu'Euclide en sa 2<sup>e</sup> proposition du 10<sup>e</sup> livre, dict ainsi: Si de deux grandeurs inegales données, l'on coupe tousiours la moindre de la majeure, & que la reste ne mesure jamais sa grandeur precedente: Telles grandeurs sont incommensurables. Mais combien ce theoreme est veritable, toutesfois nous ne pouvons cognoistre par telle experience, l'incommensuration de deux grandeurs proposees; Premierement parce qu'a cause de l'erreur de noz yeux & mains (qui ne peuvent parfaitement veoir & partir) nous jugerions à la fin, que tous grandeurs tant incommensurables que commensurables, fussent commensurables. Au second, encore qu'il nous fust possible, de soustraire par action, plusieurs cent mille fois la moindre grandeur de la majeure, & le continuer plusieurs milliers d'annees, toutesfois (estant les deux nombres proposez incommensurables) l'on travailleroit eternellement, demeurant tousiours ignorant, de ce qui à la fin en pourroit encore advenir; Ceste maniere donc de cognition n'est pas legitime, ains position de l'impossible, à fin d'ainsi aucunement declarer, ce qui consiste veritablement en la Nature; ceste incommensuration doncques est seulement notoire par les nombres incommensurables; ce que Euclide sachant forr bien, aussi que telle invention d'incommensurabilité n'estoit suffisante pour ses propositions suyvantes (car sa dixiesme proposition enseigne trouver grandeurs incommensurables par le moyen des nombres) il l'a expliqué à la 8<sup>e</sup> proposition legitimement selon les nombres, & ainsi le ferons nous en ceste premiere partie des definitions comme s'ensuit.

DEFINITION I.

Grandeurs incommensurables sont celles, desquelles les nombres les explicans sont incommensurables.

DEFINITION II.

Multinomie grandeur est celle, qu'on explique par multinomie nombre.

DEFINITION III.

Binomie grandeur est celle, qu'on explique par binomie nombre;

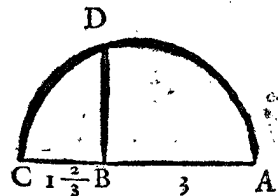
SECONDE PARTIE DES  
INCOMMENSURABLES GRAN-  
DEURS DE L'OPERATION.

PROBLEME I.

Estant donnée ligne droite, & deux nombres: Trouver une ligne droite en telle raison à la donnée, comme le nombre au nombre.

EXEMPLE I.

Explication du donné. Soit donné la ligne AB, & les nombres donnez  $\sqrt{5}$  & 3. Explication du requis. Il faut trouver une ligne en telle raison à la AB, comme  $\sqrt{5}$  à 3. Construction. On prendra les potences quarrées des nombres donnez, qui sont 9 & 5, puis on produira AB en C, ainsi que AB aye telle raison à BC, comme 9 à 5, puis se trouvera la ligne moyenne proportionnelle entre AB & BC, par la 13<sup>e</sup> proposition du 6<sup>e</sup> livre d'Euclide, qui soit BD.



Je di que BD est la ligne requise, ayant telle raison à la AB, comme  $\sqrt{5}$  à 3. Demonstration. Posons que AB soit 3; Mais comme 9 à 5, ainsi (par la construction) AB 3 à BC, doncques BC, fait  $1\frac{2}{3}$ , mais le rectangle de AB 3, en BC  $1\frac{2}{3}$  fait 5, pour le quarré de BD (car BD est moyenne proportionnelle entre AB & BC par la construction) parquoy BD fait  $\sqrt{5}$ . Il y a doncques telle raison de BD, à AB, comme de  $\sqrt{5}$  à 3, ce qu'il falloit demonstret.

NOTA I.

Si l'on voulut poser pour AB quelque autre nombre que 3, on viendra tousiours à la mesme demonstration. Posons par exemple pour AB 9, & BC fera 5, & BD  $\sqrt{45}$ , lesquels 9 &  $\sqrt{45}$ , sont en la mesme raison que 3 à  $\sqrt{5}$ , car divisant l'un & l'autre par le commun diviseur 3, viendra 3 &  $\sqrt{5}$ .

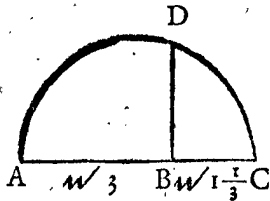
NOTA II.

Si les nombres donnez fussent  $\sqrt{5}$  &  $\sqrt{10}$ , l'operation seroit semblable à la precedente, car l'on produiroit AB en C, ainsi que AB eust telle raison à BC, comme 10 à 5, quarréz des nombres donnez, & puis comme dessus.

EXEMPLE II.

Explication du donné. Soit donné la ligne AB, & nombres

bres donnez  $\sqrt{2}$  &  $\sqrt{3}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la AB, comme  $\sqrt{2}$  à  $\sqrt{3}$ . *Construction.* On prendra les potences quarrées des nombres donnez, qui sont  $\sqrt{3}$  &  $\sqrt{2}$ , puis on produira AB en C, ainsi que AB aye telle raison à BC, comme  $\sqrt{3}$  à  $\sqrt{2}$  (qui se fera par le moyen du precedent premier exemple) puis on prendra la ligne moyenne proportionnelle entre AB & BC, par la 13 proposition du 6<sup>e</sup> livre d'Euclide qui soit BD.



Je di que BD est la ligne requise, ayant telle raison à la AB, comme  $\sqrt{2}$  à  $\sqrt{3}$ . *Demonstration.* Posons que AB soit  $\sqrt{3}$ , mais comme  $\sqrt{3}$  à  $\sqrt{2}$ , ainsi (par la construction) AB  $\sqrt{3}$ , à BC, doncques BC fait  $\sqrt{1\frac{1}{3}}$ ; Mais le rectangle de AB  $\sqrt{3}$ , en BC  $\sqrt{1\frac{1}{3}}$  fait  $\sqrt{2}$ , egal au quarré de BD, parquoy BD fait  $\sqrt{2}$ ; il y a doncques telle raison de BD à AB, comme de  $\sqrt{2}$ , à  $\sqrt{3}$ ; ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA.

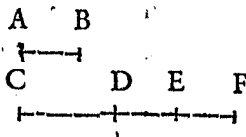
Si les nombres donnez fussent  $\sqrt{2}$ , & 4, l'operation seroit semblable à la precedente, car l'on produiroit AB en C (par le moyen du premier exemple) ainsi que AB eust telle raison à BC, comme  $\sqrt{2}$  à 4, qui sont les quarrés des nombres donnez, & puis comme dessus.

Mais si les nombres donnez fussent  $\sqrt{3}$ , &  $\sqrt{5}$ , l'on produiroit A B en C, ainsi que A B eust telle raison à BC, comme  $\sqrt{3}$  à 5, qui sont les quarrés des nombres donnez, & puis comme dessus.

Et si les nombres donnez fussent  $\sqrt{3}$ , &  $\sqrt{6}$ , l'on produiroit A B en C, par le moyen de ce second exemple, ainsi que A B eust telle raison à BC, comme  $\sqrt{3}$ , à  $\sqrt{6}$ , qui sont les quarrés des nombres donnez, & puis comme dessus. Et ainsi en racines de racines quelconques.

EXEMPLE III.

*Explication du donné.* Soit donné la ligne AB, & nombres donnez  $\sqrt{10} + \sqrt{15} + 2$ , &  $\sqrt{7}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la AB, comme  $\sqrt{10} + \sqrt{15} + 2$ , à  $\sqrt{7}$ .

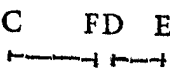


*Construction.* On trouvera par le premier exemple la ligne CD, en telle raison à la AB, comme  $\sqrt{10}$  à  $\sqrt{7}$ , semblablement DE en telle raison à la AB, comme  $\sqrt{15}$ , à  $\sqrt{7}$ , puis EF en telle raison à AB, comme 2 à  $\sqrt{7}$ .

Je di, que CF est la ligne requise, dont la demonstration est manifeste par la construction.

NOTA.

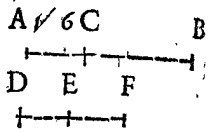
Mais s'il y eust eu aux donnez quelque nom avec —, par exemple  $\sqrt{10} + \sqrt{15} - 2$ , &  $\sqrt{7}$ , on trouveroit les noms comme dessus, mais le dernier nom EF, ne se ajouteroit pas à la CE comme dessus, mais se couperoit de la mesme, comme en ceste figure; de sorte que CF seroit la ligne requise.



EXEMPLE IV.

*Explication du donné.* Soit donné la ligne AB, & les nombres donnez  $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ , &  $\sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{2}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison

à la AB, comme  $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ , à  $\sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{2}$ . *Construction.* Posons que AB face  $\sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{2}$ , & coupons de la mesme quelque son nom (par le suivant 2 probleme) qui soit AC, faisant  $\sqrt{6}$ . Puis se trouvera la ligne DE, (par le 1 exemple) en telle raison à la AC, comme  $\sqrt{3}$  à  $\sqrt{6}$ , puis la ligne EF, en telle raison à la AC, comme  $\sqrt{5}$  à  $\sqrt{6}$ .

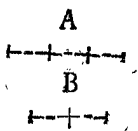


Je di que DF est la ligne requise, dont la demonstration est manifeste par les precedens.

EXEMPLE V.

*Explication du donné.* Soit donné la ligne A & nombres donnez  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$  &  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la A, come  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$  à  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}}$ .

*Construction.* On convertira les nombres rompuz donnez, en multinomies nombres entiers de la mesme raison des donnez, les multipliant par croix c'est à dire  $\sqrt{3} + \sqrt{6}$  par  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ , fait  $\sqrt{6} + \sqrt{12} + 3 + \sqrt{18}$ . Puis  $\sqrt{5} + \sqrt{7}$  par  $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ , fait  $\sqrt{10} + 5 + \sqrt{14} + \sqrt{35}$ .

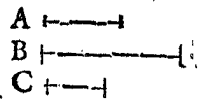


Puis se trouvera par le precedent 4<sup>e</sup> exemple la ligne B en telle raison à la A, comme  $\sqrt{6} + \sqrt{12} + 3 + \sqrt{18}$ , à  $\sqrt{10} + 5 + \sqrt{14} + \sqrt{35}$ . Je di que B est la ligne requise, dont la demonstration est manifeste.

EXEMPLE VI.

*Explication du donné.* Soit donné la ligne A, & nombres donnez  $\sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{2}$ , &  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ . *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la A, comme  $\sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{2}$ , à  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ .

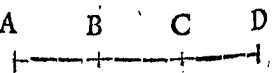
*Construction.* On trouvera la ligne B, par le 4<sup>e</sup> exemple, en telle raison à la A, comme  $\sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{2}$ , à  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ . Puis on prendra la racine quarrée de ladicte B, par le suivant 3<sup>e</sup> probleme laquelle soit C. Je di, que C est la ligne requise, dont la demonstration est manifeste.



*Conclusion.* Estant doncques donnée ligne droite, & deux nombres, nous avons trouvé une ligne droite en telle raison à la donnée, comme le nombre au nombre, ce qu'il falloit faire.

COROLLAIRE I.

Il est manifeste par les precedens, comment l'on pourra faire une multinomie ligne, conforme au multinomie nombre donné, sans prescrite mesure. Par exemple, l'on veut faire quelque multinomie ligne de  $\sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$ ; Je mets quelque ligne à plaisir AB, posant qu'elle vaille  $\sqrt{6}$ , puis je trouve à la mesme, la ligne BC, par le 1 exemple, en telle raison à la AB, comme  $\sqrt{5}$  à  $\sqrt{6}$ , puis CD, en telle raison à AB, comme  $\sqrt{7}$  à  $\sqrt{6}$ , & la ligne ABCD, fera la multinomie ligne conforme au nombre donné.



COROLLAIRE II.

Il est aussi notoire, comment l'on pourra faire une multinomie ligne selon quelque son nom donné. Par exemple l'on veut faire une multinomie ligne de  $\sqrt{5} + \sqrt{7}$

$\sqrt{7} + \sqrt{2}$ , de laquelle le nom  $\sqrt{5}$  est A B. L'on trouvera B C, en telle raison à A B, comme  $\sqrt{7}$ , à  $\sqrt{5}$ , puis C D, en telle raison à A B, comme  $\sqrt{2}$ , à  $\sqrt{5}$ .

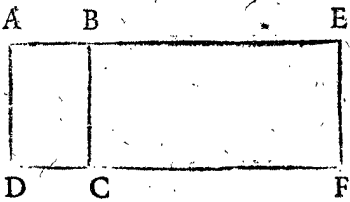


COROLLAIRE III.

Il appert qu'on pourra faire une binomie ligne selon quelque mesure donnée. Je prens que l'on eust requis au 3 exemple une multinomie ligne de  $\sqrt{10} + \sqrt{15} + 2$ , de telle longueur comme A B fait  $\sqrt{7}$ ; & nous dirions que C F est la ligne requise.

COROLLAIRE IV.

Il est manifeste, comment on pourra faire une multinomie superficie, ou multinomie corps, conforme aux multinomies lignes des précédens trois Corollaires. Prenons en quelque exemple semblable à celui du troisieme Corollaire, & soit la mesure donnée le parallelogramme A B C D, duquel la superficie soit  $\sqrt{3}$  & le multinomie nombre donné  $\sqrt{8} + \sqrt{17} + 4 - \sqrt{7}$ . On produira quelque costé comme A B, jusques en E, ainsi que B E, aie telle raison à la A B, comme  $\sqrt{8} + \sqrt{17} + 4 - \sqrt{7}$ , à  $\sqrt{3}$ , & puis l'on parfera le parallelogramme B E F C. Et est manifeste par la 1 proposition du 6 livre d'Euclide, que le mesme parallelogramme B E F C fera le parallelogramme requis.

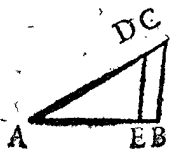


Mais si la mesure donnée fust le parallelepiede A B C D E F G H, duquel la quantité fust  $\sqrt{3}$ , & le multinomie nombre donné  $\sqrt{8} + \sqrt{17} + 4 - \sqrt{7}$ , L'on produiroit quelque costé comme D C, jusques a I, ainsi que C I, auroit telle raison a D C, comme  $\sqrt{8} + \sqrt{17} + 4 - \sqrt{7}$ , a  $\sqrt{3}$ , & puis l'on parferoit le parallelepiede B K I C F L M G, & est manifeste par la 1 proposition du 6 livre, & la 25 proposition de 11 livre d'Euclide, que ledict parallelepiede seroit le requis.

PROBLEME II.

DE la ligne droite donnée, couper partie requise.

NOTA. Ce probleme est la 9 proposition du 6 livre d'Euclide, la ou la requise partie aux exemples de la mesme, est tousiours expliquée par nombres Arithmetiques; Mais l'on peut aussi bien requirer partie à la ligne donnée incommensurable, que commensurable, nous descrirons doncques icy pour perfection d'icelle proposition, la maniere de couper parties incommensurables. Explication du donné & requis. Soit la ligne donnée A B, de laquelle il faut couper sa  $\sqrt{\frac{1}{3}}$ . Construction. On menera du point A, quelque ligne A C, faisant quelque angle B A C, posant que la mesme A C face  $\sqrt{3}$ , nominateur donné; puis l'on trouvera A D (par le precedent 1 probleme) en telle raison



à A C, comme  $\sqrt{1}$  numerateur donné; à  $\sqrt{3}$  nominateur donné, puis se menera la ligne C B, & sa parallèle D E. Je di que A E est la requise  $\sqrt{\frac{1}{3}}$  de la donnée A B. Demonstration. La ligne A D a telle raison à la ligne A C, comme  $\sqrt{1}$ , à  $\sqrt{3}$ , par la construction; mais comme A D a A C, ainsi A E a A B, par la 12 proposition du 6 livre d'Euclide; Doncques A E a telle raison a A B, comme  $\sqrt{1}$  a  $\sqrt{3}$ , parquoy A E est  $\sqrt{\frac{1}{3}}$  de A B; ce qu'il falloit demonstrier. Conclusion. Nous avons doncques coupé partie requise de la ligne donnée; ce qu'il falloit faire.

NOTA I.

Sil'on eust voulu couper de la ligne A B cy dessus, sa  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{6} + \sqrt{5}}$ , l'on diroit A C faire  $\sqrt{7} + \sqrt{6} + \sqrt{5}$ , & de la mesme se couperoit la ligne A D, faisant  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ , puis menant les paralleles C B & D E comme dessus, l'on auroit le requis.

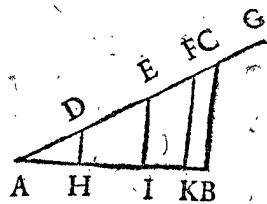
Mais si l'on eust voulu couper de ladicte ligne A B, sa  $\frac{\sqrt{\text{bino } \sqrt{5} + \sqrt{3}}}{\sqrt{\text{trino } \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{2}}}$ , l'on diroit A C faire  $\sqrt{\text{trino } \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{2}}$ , & de la mesme se couperoit la ligne A D (laquelle se trouveroit par le 6 exemple du premier probleme) faisant  $\sqrt{\text{bino } \sqrt{5} + \sqrt{3}}$ , puis menant les paralleles C B & D E comme dessus, l'on auroit le requis.

NOTA II.

Il faut que le nominateur du nombre donné, soit tousiours majeur que le numerateur, par exemple si quelcun requiroit d'avoir coupé d'une ligne sa  $\frac{3}{2}$ , ou  $\sqrt{\frac{3}{4}}$ , ce seroit petition de l'impossible, veu que toute partie est moindre que son entier.

COROLLAIRE I.

Il est manifeste par ce probleme, comment l'on trouvera les noms de toute multinomie ligne donnée, par exemple de A B faisant  $\sqrt{8} + 3 + \sqrt{15} + \sqrt{10} - \sqrt{5}$ . Car l'on seroit quelque multinomie ligne (par le premier Corollaire dit premier probleme) conforme au multinomie nombre donné, laquelle soit A C, les noms de laquelle soyent A D  $\sqrt{8}$ , D E 3, E F  $\sqrt{15}$ , F G  $\sqrt{10}$ , G C  $\sqrt{5}$ , puis on menera la ligne C B, & ses paralleles F K, E I, D H, de sorte que A H  $\sqrt{8}$ , H I 3, I K  $\sqrt{15}$ , K B  $\sqrt{10} - \sqrt{5}$  seroyent les noms requis.



COROLLAIRE II.

Il est aussi notoire, comment l'on pourra couper toute superficie & corps, conforme à la maniere de section de la ligne A B, du precedent premier Corollaire, comme nous avons fait le semblable aux Corollaires du precedent premier probleme.

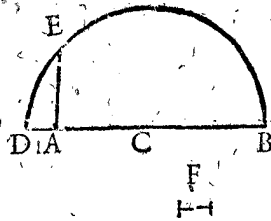
PROBLEME III.

Estant donnée ligne nombre expliquée: Trouver sa racine quarrée.

Explication du donné. Soit donnée la ligne A B, de laquelle la quantité soit  $\sqrt{8} + \sqrt{15} + \sqrt{255} + 4 - \sqrt{80}$ . Explication du requis. Il faut trouver sa racine quarrée. Construction. On coupera par le precedent 2 probleme, quelque nom de la ligne donnée A B, soit

A C,

A C, respondant à  $\sqrt[4]{8}$ . Puis on trouvera par le 11<sup>e</sup> probleme quelque ligne droicte en telle raison à la A C, comme 1 à  $\sqrt[4]{8}$ , qui soit la ligne A D, Puis se trouvera par le 13<sup>e</sup> probleme du 6<sup>e</sup> livre d'Euclide, la ligne moyenne proportionnelle entre D A & A B, qui soit A E. Je di que A E est la racine quarrée requise de A B. *Demonstration.* Veu que A E est la moyenne ligne proportionnelle entre la ligne donnée A B, & la D A, respondante à l'unité de ladicte A B, s'ensuit par la precedente 5<sup>e</sup> definition, que A E est la racine quarrée de A B; ce qu'il falloit démonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné ligne nombre expliquée, nous avons trouvé sa racine quarrée, ce qu'il falloit faire.



NOTA I.

Il est manifeste par ce probleme comment on trouvera de la ligne donnée toute racine quarrée de racine quarrée, jusques en infini; Par exemple, pour avoir la racine de racine de la ligne A B cy dessus, on trouvera la ligne moyenne proportionnelle entre D A, & A E, qui soit F, doncques F est la racine quarrée de racine quarrée de A B. Et de mesme forte se pourroit trouver la ligne moyenne proportionnelle entre D A, & F, qui seroit racine de racine de racine, de A B, & ainsi on pourroit proceder en infini.

NOTA II.

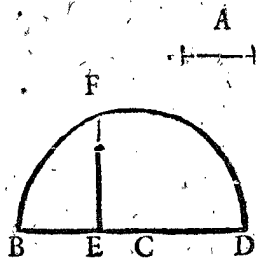
Quant aux extractions des racines cubiques, & autres operations des mesmes qui se rencontrent en nombres, nous les scaurions legitimement imiter en grandeurs, si l'on sceut trouver geometriquement deux lignes moyennes proportionnelles entre deux lignes donnees, car racine cubique de la ligne, c'est la consequente de deux lignes moyennes proportionnelles, entre la ligne donnée, nombre expliquée, & la ligne respondante à l'unité de la donnée. Vray est que si l'on se voulust contenter (comme a fait Archimede en sa description de la sphere & cylindre, & autres) des inventions de deux lignes moyennes proportionnelles, par quelque maniere des inventions de Platon, Heron, Phylon Byfantin, Appollone, Diocle, Pappé, Spore, Menéchme, Archite, Ératostene, ou Nicomede, l'on pourroit proceder de mesme ordre en racines cubiques, comme nous avons fait cy dessus en racines quarrées: Et le semblable s'entendra d'autres racines quelconques, comme de quinte, sexte quantité, &c. lesquelles se trouvent generalement par l'instrument d'Ératostene, mais nous n'en donnons point des exemples, parce qu'estant cognues telles racines, la reste est notoire par ce qui en est dict cy dessus.

Il est aussi à considerer, qu'estant composé quelque multinomie ligne de racines cubiques ou autres avec racines quarrées, ou nombre Arith. que l'on peut souvent parfaitement operer par icelles. Par exemple estant quelque multinomie ligne A B, de  $\sqrt[4]{7} + \sqrt[4]{5} + \sqrt[4]{3}$ , de laquelle soit cogneu le nom A C de  $\sqrt[4]{7}$ , l'on peut aussi trouver les deux autres noms, car coupant de la C B, la ligne C D, en telle raison à le A C, comme  $\sqrt[4]{5}$  à  $\sqrt[4]{7}$ , la reste D B fera le nom de  $\sqrt[4]{3}$ . Item si quelque multinomie ligne fust de  $\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{5} + \sqrt[4]{7}$ , & que le nom  $\sqrt[4]{2}$  fust cogneu, il est notoire qu'on pourra extrai-

re legitimement racine quarrée de telle ligne, & ainsi de plusieurs autres semblables.

NOTA III.

Nous avons promis au commencement de ce traité, d'exhiber la maniere des constructions des douze binomies lignes avec leurs racines descrites au 10<sup>e</sup> livre d'Euclide, ce que nous avons abondamment fait aux trois precedens problemes, non seulement de binomies, mais de noms en multitude infinie; Toutesfois nous donnerons en plus grande evidence, encore un exemple propre de binomie ligne cinquesme, par la construction de laquelle toutes les autres seront encore plus manifestes en ceste sorte: Il y a quelque ligne A, faisant  $\sqrt[5]{3}$ , l'on requiert une binomie ligne cinquesme, divisée en ses noms, de  $\sqrt[5]{12} + 2$ , à sçavoir telle  $\sqrt[5]{12} + 2$ , comme A fait  $\sqrt[5]{3}$ ; Puis l'on veut qu'une telle binomie ligne s'extrait racine quarrée, & que la mesme racine soit divisée, en les parties de laquelle elle est composée. L'on trouvera par le precedent premier probleme la ligne B C, en telle raison à la ligne A, comme  $\sqrt[5]{12}$  à  $\sqrt[5]{3}$ , puis la ligne C D, en telle raison à la A, comme 2 à  $\sqrt[5]{3}$ , & B C D, sera la binomie ligne requise. Puis se tirera sa racine par le 3<sup>e</sup> probleme, qui soit E F. Or à fin de diviser ceste racine E F en les parties de laquelle elle est composée, i'extraits premierement racine quarrée du



nombre  $\sqrt[5]{12} + 2$ , qui est (par le 39<sup>e</sup> probleme de nostre Arithmetique)  $\sqrt[5]{3} + \sqrt[5]{2} + \sqrt[5]{3} - \sqrt[5]{2}$ . Il faut doncques que l'une partie de ceste ligne soit de  $\sqrt[5]{3} + \sqrt[5]{2}$ , & l'autre  $\sqrt[5]{3} - \sqrt[5]{2}$ , parquoy divisée la ligne E F, par le second probleme en G, ainsi que E G, aye telle raison à G F, comme  $\sqrt[5]{3} + \sqrt[5]{2}$ , à  $\sqrt[5]{3} - \sqrt[5]{2}$ , l'on aura le requis. Nous pourrions donner semblables exemples de toutes les autres onze binomies lignes, qui sont descrites audict 10<sup>e</sup> livre d'Euclide. Mais veu que le progres est en toutes le mesme, voire non pas seulement en ces 12 binomies lignes, mais en infinies autres, ce seroit inutile perdition de temps. Voila doncques ce que nous avons promis.

Fin de la seconde partie.

APPENDICE  
DES INCOMMENSURABLES  
GRANDEURS.

En laquelle est sommairement declaré, le contenu du Dixiesme Livre d'Euclide.

COMBIEN qu'au precedent semble assez declaré, ce que nous avons conceu à descrire des Incommensurables Grandeurs; Toutesfois voyant que par solide fondement tout le Dixiesme livre d'Euclide (contenant selon Bartholome Zambert Venetien 118 propositions, desquelles les 94 sont Theoremes, & 24 Problemès) estoit manifeste au premier regard, j'en ay voulu descrire ceste Appendice.

DISTRIB.



DISTRIBUTION DES  
CXVIII. PROPOSITIONS DV X<sup>e</sup>.  
Livre d'Euclide, en tel ordre comme elles  
seront declarees en ceste  
Appendice.

CONSIDERANT les qualitez des susdictes 118 propositions, nous les avons distingué en trois parties; lesquelles descrirons cy apres distinctement. La premiere partie contiendra 30 propositions telles 1<sup>e</sup>. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. & sont celles qui servent pour preparacions des constructions & demonstrations des douze binomies lignes, & de leurs racines.

La seconde partie contiendra 17 propositions telles la 48<sup>e</sup>. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 27. 28. 33. 34. 35. & sont tous problemes des constructions des douze binomies lignes & de leurs racines.

La troisieme partie contiendra 71 propositions telles; la 36<sup>e</sup>. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 66. 67. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117. 108. 109. 110. 71. 72. 112. 113. 111. 115. 118. & sont tous theoremes demonstans quelques proprietes des douze binomies lignes & de leurs racines.

LA PREMIERE PARTIE  
DE L'APPENDICE.

LES 30 propositions que nous avons comprins en ceste premiere partie, comme preparacions des constructions & demonstrations des douze binomies lignes & de leurs racines sont (comme dessus dict est) la 1<sup>e</sup>. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. des mesmes la 1<sup>e</sup>. 5. 6. 7. 8. 9. 11. 12. 13. 14. 15. 16. sont manifestes, & la plus part d'icelles consiste en communes sentences, comme par exemple la 12 proposition qui est telle:

Grandeurs qui à une mesme grandeur sont commensurables, sont aussi entre elles commensurables.

Quant aux propositions la ou il y a fait mention de nombres, comme ceste cinquiesme:

Grandeurs commensurables, ont telle raison entre elles, comme nombre à nombre.

Par les mots comme nombre à nombre, il faut entendre comme nombre Arithmetique à nombre Arithmetique. Car l'un des deux nombres incommensurables, n'y est pas tenu pour nombre, ce que nous avons refuté sous la 31<sup>e</sup> definition de l'Arithmetique.

Quant aux autres propositions de ceste premiere partie, comme la 2<sup>e</sup>. 3. 4. 10. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. la 2<sup>e</sup> est telle:

Si de deux grandeurs inegales donnees, on coupe toujours la moindre de la majeure, & que la reste ne mesure jamais sa grandeur precedente; Telles grandeurs sont incommensurables. Nous en avons dict cy devant, à sçavoir que c'est position de l'impossible, à fin que le possible s'entendroit plus facilement.

La troisieme & quatrieme proposition sont proble-

mes semblables à la precedente 2<sup>e</sup> proposition, à sçavoir par lesquelles on enseigne l'invention de la commune mesure de deux & trois grandeurs commensurables, sans nombres, c'est à dire par l'impossible, à fin d'ainfi declarer aucunement le possible.

La 10<sup>e</sup> proposition est telle:

A la proposee ligne droicte, Trouver deux lignes droictes incommensurables, l'une en longueur seulement, l'autre aussi en puissance.

Or si on ajoiste à l'explication de ceste proposition tous les propres nombres y diffailans, la chose sera notoire.

Et semblablement seront notoires les propositions 17<sup>e</sup>. 18. 29. 30. 31. 32.

La 19. proposition est telle:

Le rectangle contenu sous deux lignes rationelles en longueur commensurables selon aucune desdictes manieres, sera rationnel.

C'est à dire selon nostre maniere:

Le rectangle contenu sous deux lignes expliquees par nombres commensurables, selon aucune desdictes manieres, s'expliquera par nombre Arithmetique.

Comme par exemple, si l'un costé d'un rectangle fust 2, & l'autre 3, qui sont commensurables, la superficie s'expliquera par 6, qui est nombre Arithmet. Ou bien, si l'un costé fust  $\sqrt{3}$ , & l'autre  $\sqrt{12}$ , qui sont commensurables par le 20<sup>e</sup> probleme de l'Arithmetique, la superficie s'expliquera par 6, qui est aussi nombre Arithmetique. Ou si l'un costé fust  $\sqrt{2}$  & l'autre  $\sqrt{8}$ , qui sont commensurables selon les conditions qui precedent à ladicte 19 proposition, la superficie s'expliquera par nombre Arithmetique 2.

NOTA.

Il y a encore infiniz tels rectangles d'autres especes de lignes, pas comprins en ceste proposition. Par exemple le rectangle contenu sous  $\sqrt{8}$ , &  $\sqrt{32}$ , sera 2. Item le rectangle contenu sous  $\sqrt{8}$ , &  $\sqrt{8192}$ , sera 2, &c.

La 20<sup>e</sup> proposition est la converse de la 19<sup>e</sup>.

La 21<sup>e</sup> proposition est telle:

Le rectangle contenu sous deux lignes droictes, desquelles les potences seulement sont commensurables, est irrationnel, & la ligne le pouvant, est irrationnelle, & s'appelle linea media.

Comme si l'un costé d'un rectangle fust  $\sqrt{3}$ , & l'autre  $\sqrt{2}$ , (desquelles les potences seulement sont commensurables) la superficie (à sçavoir le produit de  $\sqrt{3}$  &  $\sqrt{2}$ ) sera  $\sqrt{6}$ . Et ledict rectangle converti en un quarré le mesme quarré aura son costé (qui est la ligne pouvant le rectangle) de  $\sqrt{6}$ , lequel costé ou laquelle ligne selon Euclide, est irrationnelle, & l'appelle linea media.

NOTA.

Nous mettons icy les noms de quelques lignes & superficies en Latin; parce qu'ils ne sont en François gueres en use, aussi qu'ils n'y semblent fort necessaires. Par exemple pour signifier la racine de douzieme binomie ligne, elle se dict *Cum medio medium totum efficiens*. Dont le sens est, que c'est une ligne au quarré moyen de laquelle ajoiste le quarré moyen de quelque certaine autre ligne, fera l'entier rectangle moyen.

La 22<sup>e</sup> proposition est la converse de la 21.

La 23<sup>e</sup> proposition est telle:

La ligne commensurable a linea media est aussi linea media.

La demonstration (veu que les lignes sont en la mesme

mesme raison que leurs nombres) est manifeste par le 1<sup>er</sup> Corollaire du 2<sup>e</sup> theoreme apres le 43<sup>e</sup> probleme de l'Arithmetique.

La 24<sup>e</sup> proposition est telle:

*Le rectangle compris sous deux lineis mediis en longitude commensurables, s'appelle rectangulum medium.*

Comme si l'une *linea media* fust  $\sqrt{2}$  & l'autre à luy commensurable  $\sqrt{32}$  (car elles sont en double raison) la superficie (car multipliant  $\sqrt{2}$  par  $\sqrt{32}$  fait  $\sqrt{8}$ ) sera  $\sqrt{8}$ , & telle superficie s'appelle par Euclide *Rectangulum medium*.

La 25<sup>e</sup> proposition est telle:

*Le rectangle compris sous deux lineis mediis desquelles les potences seulement sont commensurables sera rectangulum rationale ou medium.*

Comme si l'une *linea media*, d'un rectangle fust  $\sqrt{2}$ , & l'autre  $\sqrt{8}$  (desquelles les potences sont commensurables, car elles sont en raison double) la superficie (car multipliant  $\sqrt{2}$  par  $\sqrt{8}$  fait 2) sera 2, laquelle superficie Euclide appelle *rationale*. Mais si l'une *linea media*, d'un rectangle fust  $\sqrt{3}$ , & l'autre  $\sqrt{12}$  (desquelles, les potences sont aussi commensurables, car elles sont en raison double) la superficie (car multipliant  $\sqrt{3}$  par  $\sqrt{12}$  fait 6) sera 6, laquelle superficie Euclide appelle *Medium*.

La 26<sup>e</sup> proposition est telle:

*Soustraiet mediale de mediali la reste sera rectangulum irrationale.*

Soit quelque *mediale*  $\sqrt{32}$ , & soustrayons du mesme un *mediale* premierement à luy commensurable, comme  $\sqrt{2}$ , & restera un rectangle de  $\sqrt{18}$ , qui (selon Euclide) est *irrationale*. Mais si de  $\sqrt{32}$ , on soustraiet quelque rectangle à luy incommensurable, comme  $\sqrt{3}$ , la reste sera rectangle de  $\sqrt{32} - \sqrt{3}$ , lequel selon Euclide est aussi *irrationale*.

## SECONDE PARTIE DE L'APPENDICE.

Les 17 propositions que nous avons comprins en ceste seconde partie qui sont les problemes des constructions des douze binomies lignes & de leurs racines, sont la 48<sup>e</sup>. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 27. 28. 33. 34. 35. Des mesmes la 48. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. sont des constructions des douze binomies lignes, qui seroyent faciles, si l'on y appliquoit par tout en bon ordre leurs nombres inseparables: Mais veu que nous les avons descript cy devant par maniere plus briefve plus commode, & generale, & outre cela selon mesure donnée, ce qui ne se fait pas icy, nous n'expliquerons pas au long ces constructions.

Les propositions 27<sup>e</sup>. 28. 33. 34. 35. sont les constructions ou inventions des parties, desquelles se composent les racines des binomies lignes, à sçavoir:

La 27. proposition enseigne l'invention de deux *lineis mediis*, lesquelles ajoustees en une ligne droicte, toute la ligne sera (par la 37 proposition du 10<sup>e</sup> livre d'Euclide) *ex binis mediis prima*, que nous appellons racine de seconde binomie ligne. Mais si on soustraiet une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reste sera (par la 74 proposition du 10 d'Euclide) *media apotome prima*, que nous appellons racine de huitiesme binomie ligne.

La 28 proposition enseigne l'invention de deux autres *lineis mediis*, lesquelles ajoustees en une ligne droicte, toute la ligne sera (par la 38 proposition du 10 d'Euclide) *ex binis mediis secunda*, que nous appellons racine de troiesme

me binomie ligne. Mais si on soustraiet une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reste sera (par la 75 proposition du 10 d'Euclide) *media apotome secunda*, que nous appellons racine de neufiesme binomie ligne.

La 33 proposition enseigne l'invention de deux lignes, lesquelles ajoustees en une ligne droicte, toute la ligne sera (par la 39 proposition du 10 d'Euclide) *linea major*, que nous appellons racine de quatriesme binomie ligne. Mais si on soustraiet une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reste sera (par la 76 proposition du 10 d'Euclide) *linea minor*, que nous appellons racine de dixiesme binomie ligne.

La 34 proposition enseigne l'invention de deux lignes, lesquelles ajoustees en une ligne droicte, toute la ligne sera (par la 40 proposition du 10 d'Euclide) *rationale mediumque potens*, que nous appellons racine de cinqiesme binomie ligne. Mais si on soustraiet une ligne egale à la moindre, de la majeure, la reste sera (par la 77 proposition du 10 d'Euclide) la ligne dicte *cum rationali medium totum efficiens*, que nous appellons racine de onziemes binomie ligne.

La 35<sup>e</sup> proposition enseigne l'invention de deux lignes, lesquelles ajoustees en une ligne droicte, toute la ligne sera (par la 41 proposition du 10 d'Euclide) *binomiala potens*, que nous appellons racine de sixiesme binomie ligne. Mais si on soustraiet une ligne egale à la moindre de la majeure, la reste sera (par la 78 proposition du 10 d'Euclide) la ligne dicte *cum medio medium totum efficiens*, que nous appellons racine de douziemes binomie ligne.

### NOTA I.

Nous ne descrivons pas icy au long ces constructions des racines de binomies lignes, veu qu'elles se peuvent expedier plus facilement par le precedent traite.

### NOTA II.

La racine de premiere & septiesme binomie ligne, ne se descript pas cy dessus, parce que ce sont tousiours aussi binomies lignes, la construction desquelles Euclide avoit descript aux precedens.

## TROISIEME PARTIE DE L'APPENDICE.

Les 71 propositions que nous avons comprins en ceste troiesme partie, qui sont theoremes de quelques proprietes des 12 binomies lignes & de leurs racines, sont la 36<sup>e</sup>. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 66. 67. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117. 108. 109. 110. 71. 72. 112. 113. 111. 115. 118. des mesmes les douze, à sçavoir la 36. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. demonstrent, que si l'on compose & soustraiet les lignes des propositions 27. 28. 33. 34. 35. comme nous avons dict à la precedente seconde partie de l'Appendice, que tels conjointes & restes (y appliquant encore la construction d'une binomie ligne & d'un apotome qui sont les racines de la premiere & septiesme binomie ligne) seront les douze racines des douze binomies lignes, ce qui est notoire par ce que les lignes sont en la mesme raison & qualite que leurs nombres.

Les propositions 42<sup>e</sup>. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84.

83. 84. demonstrent, que toutes les racines des douze binomies lignes, ne se peuvent diviser en autre point, qu'au mesme la ou elles sont divisées, tellement qu'alors les deux parties de la ligne, facent ensemble quelque espece de racine de binomie ligne. Et pour le declarer, nous descrivons & expliquerons la 42 proposition telle:

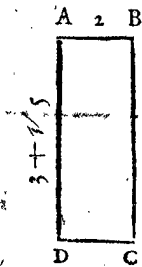
La binomie ligne se divise seulement à un point en deux noms.

Soit quelque binomie ligne AB, de  $\sqrt{2} + \sqrt{7}$ , & le point de la division soit C, ainsi que AC fait  $\sqrt{2}$ , & CB  $\sqrt{7}$ . Puis soit D (s'il fust possible) quelque autre point, divisant AB en deux noms; Doncques les nombres explicans les lignes AD & DB, seront autre binomie nombre, egal au binomie nombre donné, ce qui est contre le premier theoreme apres le

43 probleme de l'Arithmetique. Doncques la binomie ligne se divise seulement à un point en deux noms. Et semblable sera la demonstration des propositions 43<sup>e</sup>. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84.

La 54<sup>e</sup> proposition est telle: Si quelque superficie est continue sous une ligne rationelle, & une binomie ligne premiere: La ligne pouvant telle superficie, sera binomie ligne.

Soit la superficie ABCD, contenue sous la ligne rationelle (comme l'appelle Euclide) AB 2, & sous la binomie ligne premiere AD  $3 + \sqrt{5}$ , leur produit pour la superficie sera  $6 + \sqrt{20}$ , duquel la racine (pour la ligne pouvant telle superficie) est (par le 1 exemple du 39<sup>e</sup> probleme de l'Arithmetique)  $\sqrt{5} + 1$ , qui est binomie ligne comme dict est en la proposition.

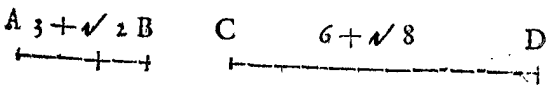


La raison de la consequence du theoreme est notoire (veu que les grandeurs sont entre elles en la mesme raison que leurs nombres) par le 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique, la ou il est demonstre, que si on multiplie ou divise multinomie nombre par nombre Arithmetique, le produit ou quotient sera multinomie nombre de mesme multitude de noms & de mesme ordre, comme le multinomie multiplié ou divisé. Et semblable sera la demonstration des propositions 55<sup>e</sup>. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114.

Les propositions 60<sup>e</sup>. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. sont les converses des douze precedentes.

La 66<sup>e</sup> proposition est telle: La ligne commensurable à une binomie ligne, est aussi binomie ligne & de mesme ordre.

Soit binomie ligne AB  $3 + \sqrt{2}$ , & une autre ligne comme CD, qui soit commensurable à la AB, comme son double, & sera de  $6 + \sqrt{8}$ . Or que CD est du mesme ordre que AB, est manifeste par la 4<sup>e</sup> definition du precedent traite, car & l'une & l'autre est binomie ligne quatriesme en l'ordre.



Et semblable sera la demonstration des propositions 67<sup>e</sup>. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117.

La raison de la consequence du theoreme est notoire par ledict 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique.

NOTA.

La 105<sup>e</sup> & 106<sup>e</sup> propositions sont en nostre exemplaire les mesmes, ce que sont aussi la 116<sup>e</sup> & 117<sup>e</sup>.

La 108 proposition est telle: D'un rectangle rationali, soustraict un rectangle medium, la ligne pouvant la reste sera Apotome, ou linea minor.

Soit d'un rectangle rationali 3, soustraict un rectangle medium  $1/5$ , la reste sera une superficie de  $3 - 1/5$ , & la ligne pouvant ceste superficie (c'est à dire la racine quarrée de  $3 - 1/5$ ) sera apotome, par le 7 exemple du 39 probleme de l'Arithmetique, parce que  $3 - 1/5$  est septiesme binomie ligne. Mais si tel rectangle restant fust dixiesme binomie comme  $5 - \sqrt{12}$ , c'est manifeste que la racine du mesme sera racine de dixiesme binomie ligne, qui est selon Euclide, linea minor.

NOTA.

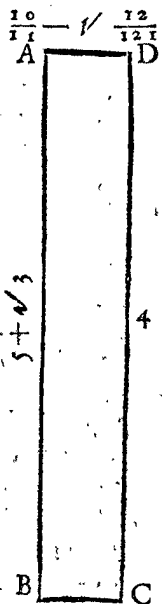
La raison pourquoy la ligne pouvant la reste, ne peut estre autre ligne que l'une de ces deux, est que soustraict mediale de rationali, il n'y peut rester autre superficie que celle de laquelle les nombres sont septiesme ou dixiesme binomie en l'ordre.

Et semblable sera la demonstration des propositions 109<sup>e</sup>. 110. 71. 72.

La 112<sup>e</sup> proposition est telle: Quod ex rationali ad irrationallem eamque ex binis nominibus appositum latitudinem efficit apotomen, cujus nomina commensurabilia sunt nominibus ejus, qua ex binis nominibus est, & in eadem ratione, & insuper apotome qua gignitur, eundem habebit ordinem ei qua ex binis nominibus est.

Le sens est tel: Si le rectangle fust expliqué par nombre Arithmetique, & que l'un costé fust binomie ligne conjointe: l'autre costé sera binomie ligne disjoincte, de laquelle les noms seront commensurables, aux noms de la conjointe, & entre eux en la mesme raison comme les noms de la conjointe & la disjoincte sera telle en l'ordre des disjoinctes, comme la conjointe en l'ordre des conjointes.

Soit le rectangle ABCD, expliqué par nombre Arithmetique comme 4, & l'un costé AB, soit binomia ligne conjointe, à sçavoir  $5 + \sqrt{3}$ . Puis divisant 4 par  $5 + \sqrt{3}$  donné quotient (par le 27 probleme de l'Arithmetique) pour la ligne AD,  $\frac{10}{11} - \sqrt{\frac{12}{121}}$ , laquelle AD, a toutes les conditions de la proposition: Premierement elle est binomie ligne disjoincte: Au second, ses noms sont commensurables aux noms de la conjointe AB, car le nom  $\frac{10}{11}$ , & 5, sont tous deux nombres Arithmetiques, ergo commensurables. Et le nom  $\sqrt{\frac{12}{121}}$ , est au nom  $\sqrt{3}$ , aussi commensurable, par le 20 probleme de l'Arithmetique, car ils sont en telle raison comme 2 à 11: Au tiers, il y a telle raison (par le 21<sup>e</sup> probleme de l'Arithmetique) de  $5 + \sqrt{3}$ , comme de  $\frac{10}{11}$  à  $\sqrt{\frac{12}{121}}$ : Au quatriesme AD est telle binomie ligne en l'ordre des disjoinctes, à sçavoir l'onsiesme, comme AB, en l'ordre des conjointes, qui est la cinquiesme. Car la premiere binomie ligne se refere à la septiesme, & la seconde à la huitiesme, &c.



Et semblable sera la demonstration de la 113<sup>e</sup> proposition.

La 114<sup>e</sup> & 115 proposition sont manifestes.

La 118<sup>e</sup> proposition (laquelle aucuns estiment de n'estre pas la proposition d'Euclide) est telle:

Il nous faut demonstrier que la diagonale du quarré est incommensurable au costé.

La demonsturation d'aucuns sur ceste proposition, est estimée par quelques autres (combien qu'elle se fait par diverses inductions & assez longues) pour debile, & pas fermement demonstrent le requis. Sa legitime demonsturation est telle;

Comme 1 à  $\sqrt{2}$ , ainsi tout costé de quarré à la diagonale du mesme.

1 est à  $\sqrt{2}$  incommensurable:

Ergo le costé est à la diagonale incommensurable.

Fin de l'Appendice.

THESES  
MATHÉMATIQUES.

THESE I.

Que l'unité est nombre.

THESE II.

Que nombres quelconques peuvent estre nombres quarez, cubiques, de quarte quantité, &c.

THESE III.

Que racine quelconque est nombre.

THESE IV.

Qu'il n'y a aucuns nombres absurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou sourds.

THESE V.

Que nombres comme 1. 2. 3. ou 12. 10. 6. 4. & semblables; ne font pas proportion Arithmetique.

THESE VI.

Que nombres comme 2. 4. 8. ou 2. 3. 4. 6. & semblables ne font pas proportion Geometrique, mais Arithmetique.

THESE VII.

Que nombres comme 153. 144. 136. & semblables ne font pas proportion Harmonique.

Nous avons traité des susdictes Theses à la precedente Arithmetique, au commencement puis page 8. 9.

L'heure & lieu de leur expedition se declarera à temps oportun.

T A B L E  
DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRACTIQUE  
d'Arithmetique selon l'ordre qu'elles font descrites.

|  |                  |  |          |
|--|------------------|--|----------|
| <b>P</b> remiere partie de la Practique d'Arithmetique des quatre computations rationelles.              | 176              | Quatriesme distinction de la seconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la reigle d'Alligation. | 184      |
| Premiere distinction des quatre computations d'Argent.   | 176              | Definition de la reigle d'Alligation.  | 184      |
| 1 } Probleme de leur   | { Addition       | Ses exemples.  | 184. 185 |
| 2 } {  | { Soustraction   | Cincquiesme distinction de la seconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la reigle d'Interest.  | 185      |
| 3 } {  | { Multiplication | Argument sur la reigle d'Interest.   | 185      |
| 4 } {  | { Division.      | Premiere partie de la reigle d'Interest des definitions.   | 186      |
| Deuxiesme distinction des quatre computations des raisons.   | 177.             | 1 <sup>e</sup> Definition du Capital.  | 186      |
| 5 } Probleme   | { Addition       | 2 Definition d'interest.   | 186      |
| 6 } de leur  | { Soustraction   | 3 Definition de Raison d'Interest.   | 186      |
| 7 & 8 } {  | { Multiplication | 4 Definition d'Interest simple.  | 186      |
| 9. 10. & 11 } {  | { Division.      | 5 Definition d'Interest composé.   | 186      |
| Seconde partie de la Practique d'Arithmetique de la computation proportionelle.                          | 180              | 6 Definition d'Interest prouffitable.  | 186      |
| Premiere distinction de la seconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la reigle de trois. | 180              | 7 Definition d'interest dommageable.   | 186      |
| Du compendie de la reigle de trois.  | 181              | Seconde partie de la reigle d'Interest de l'operation.   | 187      |
| De la proportion renverse & alterne.   | 182              | 1 <sup>e</sup> Proposition d'Interest simple & prouffitable.   | 187      |
| Seconde distinction de la Practique d'Arithmetique, qui est de la reigle de cinq.                        | 183              | 2 Proposition d'Interest simple & dommageable.   | 188      |
| Definition de la reigle de cinq.   | 183              | 3 Proposition d'Interest composé & prouffitable.   | 190      |
| Ses exemples.  | 183              | Construction des Tables.   | 190      |
| Troisiesme distinction de la Practique d'Arithmetique, qui est de la reigle de compaignie.               | 183              |  |          |
| Definition de la reigle de compaignie.   | 183              |  |          |
| Ses exemples.  | 183. 184         |  |          |

|          |    |  |
|----------|----|--|
| Table de | 1  |  |
|          | 2  |  |
|          | 3  |  |
|          | 4  |  |
|          | 5  |  |
|          | 6  |  |
|          | 7  |  |
|          | 8  |  |
|          | 9  |  |
|          | 10 |  |
|          | 11 |  |
|          | 12 |  |
|          | 13 |  |
|          | 14 |  |
|          | 15 |  |
|          | 16 |  |
|          | 15 |  |
|          | 16 |  |
|          | 17 |  |
| Table du | 18 |  |
| denier   | 19 |  |
|          | 20 |  |
|          | 21 |  |
|          | 22 |  |

pour 100.

|   |   |     |
|---|---|-----|
| 4 | Proposition d'Interest composé dommageable.   | 200 |
|   | Appendice de la Reigle d'Interest.  | 202 |
|   | Sixiesme distinction de la seconde partie de la Præctique d'Arithmetique, qui est de la Reigle de faux. | 203 |
|   | Septiesme distinction de la seconde partie de la Præctique d'Arithmetique, qui est de la Disme.         | 206 |
|   | La Preface.   | 206 |
|   | L'Argument.   | 208 |

|     |   |                |     |
|-----|---|----------------|-----|
| 191 | La premiere partie de la Disme des Definitions.   | 208            |     |
| 191 | 1 Definition de la Disme.   | 208            |     |
| 192 | 2 Definition de Commencement.   | 208            |     |
| 192 | 3 Definition de la Prime, Seconde, &c.  | 208            |     |
| 192 | 4 Definition de Nombre de Disme.  | 208            |     |
| 192 | Seconde partie de la Disme de l'operation.  | 208            |     |
| 193 | 1   | Addition.      | 208 |
| 193 | 2   | Soustraction.  | 209 |
| 193 | 3   | Multipliation. | 209 |
| 193 | 4   | Division.      | 209 |
| 194 | Appendice de la Disme.  | 210            |     |
| 194 | Art. 1. des computations de l'Arpenterie.   | 210            |     |
| 194 | Art. 2. des comptes des mesureurs de Tapifferie.  | 211            |     |
| 194 | Art. 3. des comptes servans à la Gaujerie & aux mesures de tous tonneaux.   | 211            |     |
| 195 | Art. 4. des comptes de la Stereometrie en general.  | 211            |     |
| 195 | Art. 5. des computations Astronomiques.   | 212            |     |
| 195 | Art. 6. des comptes des maistres de monnoies, marchans & de tous estats en general.                               | 212            |     |
| 196 | Huictiesme distinction de la Præctique d'Arithmetique, qui est de nombres incommensurables appliquez à grandeurs. | 213            |     |
| 196 | La Preface.   | 213            |     |
| 197 | L'Argument.   | 215            |     |
| 197 | Premiere partie des incommensurables grandeurs, qui est des definitions.  | 215            |     |
| 200 | 1 Definition des Incommensurables grandeurs.  | 215            |     |
|     | 2 Definition de multinomie grandeur.  | 215            |     |
|     | 3 Definition de Binomie grandeur.   | 215            |     |
|     | 4 Definition de Binomie ligne premiere, &c.   | 215            |     |
|     | 5 Definition de Racine quarrée de ligne.  | 215            |     |
|     | Seconde partie des incommensurables grandeurs.  | 215            |     |
|     | Appendice des incommensurables grandeurs.   | 218            |     |

## T A B L E

### DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRACTIQUE d'Arithmetique selon l'ordre de l'A B C.

|  |  |   |  |         |
|--|--|---|--|---------|
| A.   |  | Comptes de Disme de la Stereometrie en general.                                   | 211  |         |
|  |  | Computations de Disme Astronomiques.  | 212  |         |
|  |  | Comptes de Disme des maistres des monnoies, marchans & de tous estats en general. | 212  |         |
|  |  | Construction des Tables d'interest.   | 190  |         |
| A  |  | D.  |  |         |
| Addition d'argent.   |  | 176   | D  |         |
| Additions des Raifons.   |  | 178   | E partie de terme ne se peut compter interest composé. | 198     |
| Addition de Disme.   |  | 208   | Disme quoy.  | 208     |
| Appendice de la reigle d'Interest.                                     |  | 202   | Division d'Argent.                                     | 177     |
| Appendice de la Disme.   |  | 210   | Division des raifons.                                  | 179.180 |
| Appendice des Incommensurables grandeurs.                              |  | 218   | Division de Disme.                                     | 209     |
| B.   |  | I.  |  |         |
| Binomie ligne quoy.  |  | 215   | I  |         |
| Binomie ligne premiere, seconde, &c.                                   |  | 215   | Ncommensurables grandeurs quoy                         | 215     |
| C.   |  | Interest quoy.  |  | 186     |
| Capital quoy.  |  | 186   | Interest simple quoy.                                  | 186     |
| Commencement de Disme quoy.  |  | 208   | Interest composé quoy.                                 | 186     |
| Compendie de la reigle de trois.                                       |  | 181   | Interest prouffitabile quoy.                           | 186     |
| Comptes de Disme de l'arpenterie.                                      |  | 210   | Interest dommageable.                                  | 186     |
| Comptes de Disme des mesures de rapifferie.                            |  | 211   |  |         |
| Comptes de Disme servans à la gaujerie & aux mesures de tous tonneaux. |  | 211   |  |         |

Multi-

M.  
**M**ultiplication d'argent.  
**M**ultiplication des raisons.  
**M**ultiplication de Disme.  
**M**ultinomie grandeur quoy.

N.  
**N**ombre de disme quoy.

P.  
**P**rimè de Disme quoy.  
**P**roportion renverse & alterne.

R.  
**R**acine quarrée de ligne quoy.  
**R**aison d'Interest quoy.

Reigle de trois. 180  
 Reigle de cinq. 183  
 177 Reigle de compaignie. 185  
 179 Reigle d'Alligation. 184  
 209 Reigle d'Interest. 185  
 215 Reigle des Faux. 205

S.  
 208 **S**econde de Disme quoy. 208  
**S**oubstraction d'argent. 176  
**S**oubstraction des Raisons. 209  
**S**oubstraction de Disme.

T.  
 208  
 182  
**T**heoremès. 177. 178  
 215 **T**ables d'Interest, depuis fol. 191. 197.  
 186

FIN DE LA TABLE.



DEUXIÈME VOLUME  
 TRAITANT DE LA  
**COSMOGRAPHIE.**

*Contenant III parties, assavoir,*

- I. La Doctrine des Triangles,
- II. La Geographie,
- III. L'Astronomie.

*Et premierement de la*

**DOCTRINE DES TRIANGLES,**

Divisée en quatre Livres, qui sont,

- I. *De la Construction des Tables.*
- II. *Des Triangles Plans.*
- III. *Des Triangles Spheriques.*
- IV. *Des Problèmes Spheriques Celestes.*

PREMIER LIVRE  
**DE LA COSMOGRAPHIE**

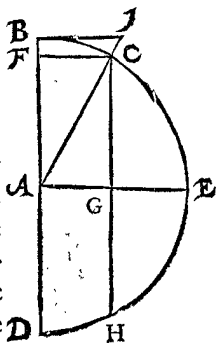
Qui est de la Construction des Sinus.

DEFINITION I.

L'Arc d'un angle est partie d'un demi cercle entre les lignes de l'angle, décrit sur leur point de rencontre comme centre.

**S**OIENT AB, AC, deux lignes de l'angle BAC, & sur leur rencontre A comme centre, soit avec AB comme raid, décrit l'arc BC, lequel estant plus petit qu'un demi cercle, & denotant la grandeur ou ouverture dudit angle

BAC, s'appelle arc de l'angle, lequel se formant de trois façons, à sçavoir du quart d'un cercle, plus petit, ou plus grand, nous descrivons pour declaration d'icelui sur le susdit point A, le demi cercle BCD, tirant le raid AE à angle droit sur BA. Ce qu'estant ainsi, l'arc de l'angle BC, est plus petit que le quart d'un cercle, donnant l'ouverture d'un angle aigu BAC. L'arc de l'angle CD, est plus grand que le quart d'un cercle, donnant l'ou-



verture d'un angle obtus CAD. Et l'arc de l'angle BE, du quart d'un cercle, donnant l'ouverture d'un angle droit BAE.

ALBERT GIRARD.

*Sans ceux-là, il y a encor l'arc d'un angle renversé, ou angle convexe, qui est plus qu'un demicercle.*

DEFINITION II.

**S**inus est une ligne droite tirée du bout de l'arc de l'angle à angles droits sur le diametre.

Soit BC en la premiere definition l'arc d'un angle, premierement plus petit que le quart d'un cercle, à sçavoir de l'angle aigu BAC; du bout d'icelui arc (de l'angle) C, tombe la ligne droite CF, à angles droits sur le diametre BD, la mesme CF s'appelle en langue Arabe, Sinus. Et par les precedentes raisons il faut entendre que CF est aussi sinus de l'angle obtus CAD; car selon la definition elle est la ligne droite, du bout de l'arc (de l'angle) DC à angles droits sur le diametre BD, & nulle autre ligne droite de mesme longueur, ne peut tomber de C à angles droits sur BD, pour tenir l'angle CAD en ceste qualité. Il est aussi manifeste que AE est sinus de l'angle droit BAE.

DEFINITION III.

**V**ersé est partie du diametre entre l'extremité du sinus & de la circonference.

ALB. GIRARD.

L'Auteur, & aussi le premier traducteur avoyent escrit flefche de sinus (& aucunesfois flefche) au lieu de versé qu'on appelle en Latin sinus versus, tellement que j'ay recorrige ce mot tout par tout. Car soit (en la figure de la 2. prop. suivante) un arc proposé DGB alors son sinus est DE, versé EB, corde DFB, flefche FG, ainsi que dorenavant EB versé, & FG flefche, n'auront plus un mesme nom, comme il appartient es choses differentes; tellement que EB est versé de l'arc DB, mais flefche, de l'arc double à DB: & en la figure precedente FB est versé de l'arc BC, & FD de l'arc CD.

DEFINITION IV.

**L'**Arc de complement, est la difference entre un arc proposé & le quart du cercle.

Soit BC un arc proposé, premierement plus petit que le quart du cercle BE: La difference entre eux deux comme CE, s'appelle arc de complement, à sçavoir, arc du complement BC. Soit secondement CD un arc proposé & plus grand que le quart du cercle DE: La difference entre eux deux, comme CE, s'appelle arc de complement, à sçavoir, arc du complement de CD: & le mesme s'entendra de l'angle, en la suivante definition.

DEFINITION V.

**L'**Angle de complement est la difference entre un angle proposé & l'angle droit.

DEFINITION VI.

**L'**E complement de demi cercle d'un arc, est un autre arc, qui joint au susdit, fait le demi cercle, appelé aussi adjoinct.

Soit BC l'arc proposé, & joint à icelui l'arc CD, tellement qu'ils fassent ensemble un demi cercle: L'arc conjoint CD, s'appelle adjoinct ou complement de demi cercle de BC: Et par mesme raison BC est complement du demi cercle de DC: tellement que BC & CD, sont adjoinctés l'un de l'autre.

DEFINITION VII.

**T**angente d'un angle, est la parallele de son sinus, touchant d'un extreme la peripherie, & de l'autre extreme la ligne de l'angle prolongée.

Soit CF sinus de l'angle BAC, comme dessus, & BI sa parallele, touchant d'un extreme B la peripherie du cercle, & de l'autre extreme I, la ligne de l'angle AC prolongée. Cela estant ainsi, BI s'appelle tangente de l'angle BAC, d'autant qu'elle touche la peripherie au point B. Et par mesme raison est notoire, que BI est tangente de l'angle obtus CAD, car elle est, suivant la definition, parallele de FC sinus du mesme angle obtus CAD, touchant d'un extreme B la peripherie en B, & de l'autre extreme I sa ligne de l'angle AC, prolongée en I.

DEFINITION VIII.

**S**ecante est la ligne de l'angle produite jusques à la tangente.

Comme AC, ligne angulaire de l'angle aigu CAB, ou de l'angle obtus CAD, produite jusques à I, à sçavoir la ligne AI, s'appelle Secante, à cause qu'elle coupe la circonference, à sçavoir celle de l'angle CAB, ou CAD.

DEFINITION IX.

**N**ous appellons lignes & angles connus, dont la grandeur s'explique par nombre.

NOTEZ.

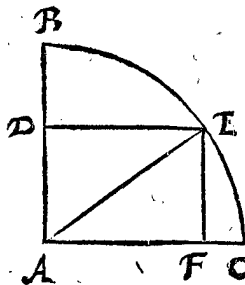
Jusques ici ayant defini les vocables propres de l'art, devant que venir aux propositions, nous donnerons un advertissement à l'apprentif de ceste science.

Il advient qu'aucunes personnes se servent des tables des sinus tangentés & secantes, sans entendre le fondement, ni la façon de leur composition; Or s'ils font bien, ou mal, quelqu'un s'en pourroit doubter. Mais veu que sçavoir, est entendre la chose par les causes, il semble meilleur d'entendre premierement la raison, pour sçavoir sur quoy l'usage est fondé. Toutesfois on respond là dessus, qu'un apprentif, regardant & cognoissant premierement un peu par l'usage (qui est aisé) les grandes choses qui se font par ces tables, a plus d'envie & de resolution d'en sçavoir les raisons, dont la comprehension est plus difficile; qu'il n'auroit si l'usage luy estoit du tout incognu. Ce que considerant, ceux qui sont de telle opinion se peuvent exercer premierement un peu en l'usage, qui consiste principalement à trouver des termes incognus des triangles plats & spheriques, dont nous parlerons au second & troisieme livres suivants.

S'ensuivent les Propositions.

PROBLEME. I. PROPOSITION.

**P**ar un semidiametre (ou raid) & sinus cognus: Trouver le sinus de complement.



Le donné. Soit ABC le quart d'un cercle, dont le raid AC fait 5, & DE soit un sinus faisant 4, & cela de l'angle DAE, duquel angle de complement est sinus EF.

Le requis. Il faut trouver le nombre de ladite EF.

CONSTRUCTION.

Multiplié 5 (du raid) par soy, fait 25.  
Multiplié 4 (du sinus DE) par soy, fait 16.  
Lesquels soustrait des 25 premier en l'ordre, reste 9.  
Sa racine quarrée pour la requise EF 3.

Preparation. Soit tirée AE. Demonstration. Le quart du raid AE 25, est egal aux deux quarrés de DE 16, & DA. Partant le quarré de DE 16, tiré du quarré de AE 25, reste le quarré de DA 9, dont le costé pour DA fait 3: Mais EF est egal à DA, & pource le complement EF fait 3. Conclusion. Nous avons donc par un raid & sinus cognus, trouvé le sinus de l'angle de complement, selon le requis.

PROBLEME. II. PROPOSITION.

**P**ar le versé & raid cognus: Trouver le sinus de la moitié de l'arc.

Le donné. Soit ABC le quart d'un cercle, dont le raid AB fait 24, & DB est un arc, dont le sinus est DE, & le versé EB fait 3. Apres, la droite AFG est tirée par le milieu de DB, tellement que BF est le sinus de l'arc BG, moitié de DGB.

Le requis. Il faut trouver la longueur de ce mesme sinus BF.



Avec cela le quarré de KG 2, troisieme en l'ordre  
 faisant 4  
 Vient 8

Sa racine quarrée pour la requisite EG, fait  $\sqrt{8}$

*Demonstration.* Veü que le triangle EKG est droit, dont les costez EK, KG, font chacun 2, il faut que le troisieme EG face  $\sqrt{8}$ , par la 47 ptoposition du premier livre d'Euclide.

*Conclusion.* Nous avons donc par le raid cognu, avec deux sinus, & leurs sinus de l'arc de complement, trouvé la corde de la difference de leurs arcs, selon le requis.

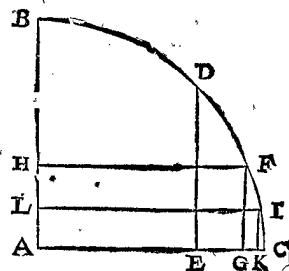
NOTEZ.

Jusques icy sont descrites trois propositions servant pour regles generales des operations suivantes, auxquelles le raid selon la maniere de Regiomontanus sera finalement parti en 10000000. C'est aussi à sçavoir que pour eviter peine, nous avons prins les mesmes nombres de Regiomontanus, sans rechercher par tout, si le compte en est juste : Car son Excellence a seulement calculé autant d'exemples, qu'il suffisoit pour solide intelligence de la chose. Si par faute de l'Imprimeur, ou autrement, il s'y trouve quelque abus, on m'en excusera, n'estant mon dessein principal que de monstrier & decrire la façon de la construction de ces tables.

PROBLEME. IV. PROPOSITION.

**L** raid d'un cercle faisant 1000000000 : Trouver la longueur de tous les sinus, & leurs sinus de complement procedans de mediation de 90 degr. jusques à ce qu'on viene à primes de nombre impair.

*Le donné.* Soit ABC le quart d'un cercle, dont le raid AC fait 1000000000. Or puis que le mesme raid est aussi sinus de l'arc BC de 90 degr. il ne m'est point besoin de prendre la peine de chercher, mais je mets come ici dessous.



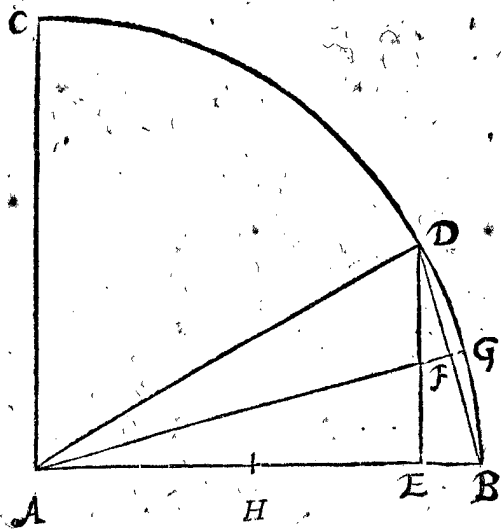
Arc. 90  
 Sinus. 1000000000

Pour trouver le sinus de la moitié de 90 deg. je marque D au milieu de BC, & tire DE à angle droit sur AC, comme sinus de l'arc DC faisant 45 degr. Dont le nombre se trouve, suivant la doctrine de la seconde proposition, multipliant la moitié de AC 500000000, par le versé de AC 1000000000, fait 500000000000000000, la racine quarrée pour DE fait 707106782, cela adjousté au susdit sinus de 90 deg. alors la disposition en sera comme ci dessous.

| Arcs. | Sinus.      |
|-------|-------------|
| 90 0. | 1000000000. |
| 45 0. | 707106782.  |

Après je mets un point devant 90 deg. comme dessus, signifiant que les mesmes 90 deg. sont mediez.

Pour trouver maintenant le sinus de la moitié de 45 degr. je marque F au milieu de DC, & tire FG à angle droit sur AC, comme sinus de l'arc FC faisant 22 degr. 30 (1). Iteluy nombre se trouve comme le precedent par la 2 proposition, multipliant 500000000 moitié du raid AC, par 292893218 du versé EC, (qui fait autant soustrayant AE, egale à ED 707106782, de AC 1000000000) vient 146446609000000000, dont la racine quarrée pour FG fait 382683432. Mais FG estant ainsi cognu, le sinus de complement FH est manifeste par la premiere proposition, car du quarré



CONSTRUCTION.

La moitié de AB 24 fait 12  
 Qui multiplié par le versé EB faisant 3  
 Vient 36  
 Dont la racine quarrée pour BF requisite est 6  
*Preparation.* Soit marqué le point H au milieu de AB.

*Demonstration.* Veü que les deux triangles ABF & DBE, sont tous deux rectangles, & ont en B un angle commun, il faut qu'ils soyent semblables, & pource de AB il y a telle raison à DB, que de FB à BE. Mais AB & DB, sont en mesme raison de leurs moitez HB, BF, partant comme HB à BF, ainsi le mesme BF à BE, tellement que BF est moyenne proportionnelle entre HB & BE. Partant quand on multiplie, comme il a esté fait en la construction, le nombre de HB, (c'est la moitié de AB,) par le nombre de BE, & du produit la racine quarrée sera pour le sinus BF.

*Conclusion.* Nous avons doncques par le versé & raid cognus, trouvé le sinus de la moitié de l'arc, selon le requis.

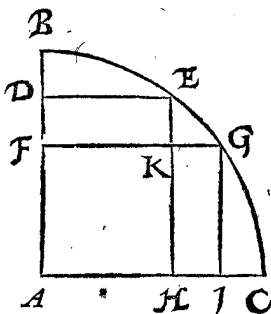
ALB. GIRARD.

Soit R le raid, C corde d'un arc cognu, A la corde de la troisieme partie de l'arc, alors A cube sera egal à R q A; - R q C.

PROBLEME. III. PROPOSITION.

**P**ar le raid cognu, avec deux sinus, & les sinus de complement: Trouver la corde de la difference de leurs arcs.

*Le donné.* Soit ABC le quart d'un cercle, dont le raid AC fait 10, & deux sinus DE 6, FG 8, leurs sinus de complement, comme EH, GI, par la premiere ptoposition font 8 & 6, & l'arc EG est la difference des deux arcs BG, BE, & la droite EG leur corde.



*Le requis.* Il nous faut trouver la mesme corde EG.

CONSTRUCTION.

De FG 8  
 Soustrait FK egale à DE 6  
 Reste pour KG 2  
 Apres de EH 8  
 Soustrait KH egale à GI 6  
 Reste pour KE 2  
 Son quarré 4

8  
 6  
 2  
 8  
 6  
 2  
 4

du raid, soustrait le carré de FG, la racine quarrée de la reste, faisant 923879533 est pour FH, sinus de l'arc FB, faisant 67 deg. 30 ①.

Ces deux arcs avec leurs sinus adjoustez avec les precedens, alors la disposition en sera comme ci dessous.

| Arcs.   | Sinus.      |
|---------|-------------|
| 90. 0.  | 1000000000. |
| 45. 0.  | 707106782.  |
| 22. 30. | 382683432.  |
| 67. 30. | 923879533.  |

Après je mets un point devant les 45 degrez, comme il se voit ici dessus, signifiant que les 45 deg. sont mediez.

Pour trouver maintenant le sinus de la moitié de 22 degrez 30 ①, je marque I au milieu de FG, & tire IK à angle droit sur AC, comme sinus de IC, faisant 15 degrez 15 ②, dont le nombre se trouve comme des precedens, car veu que AG est egal à la cognue HF, faisant 923879533, je soustrais AG de AC, ce qui demeure, est pour le versé GC, par lequel je trouve IK de 195090322, & leur arc de complement IB 78 degrez 45 ③ sinus de IL 980785280, le mettant pres les autres.

Et procedant ainsi continuellement par mediation jusques à ce qu'on vienne par tout à primes de nombre non pair, la disposition du quart du cercle de 90 deg. medie, avec les arcs de complement, sera comme ici dessous.

| Arcs.   | Sinus.      |
|---------|-------------|
| 90. 0.  | 1000000000. |
| 45. 0.  | 707106782.  |
| 22. 30. | 382683432.  |
| 67. 30. | 923879533.  |
| 11. 15. | 195090322.  |
| 78. 45. | 980785280.  |
| 33. 45. | 555570133.  |
| 56. 15. | 831469612.  |

*Conclus.* Faisant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur de tous les sinus, & leurs sinus de complement procedans de mediation de 90 deg. jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre non pair.

#### PROBLEME. V. PROPOSITION.

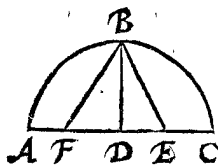
Faisant le raid d'un cercle 1000000000 : Trouver la longueur du sinus de 36 deg. & aussi le sinus de complement, ensemble de tous les sinus & les sinus de complement procedant de mediation des mesmes 36 deg. jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre non pair.

Le donné. Soit ABC un demi cercle, dont le raid DC fait 1000000000, & sur le centre D, soit tiré le raid BD à angle droit sur AC : Apres, le point E soit marqué au milieu de DC, & soit tirée EB :

Puis apres le point F en la ligne AD, tellement que EF soit egale à EB, & de F soit tirée la droite vers B. Ce qui estant ainsi, BF est egale au costé du pentagone regulier, au cercle dont le diametre AC, par la 9 proposition du premier livre de Ptolemée. Parquoy la longueur de BF estant trouvée, nous avons la corde de 72 deg. dont la moitié est le sinus de 36. deg.

Le requis. Il faut trouver la moitié de BF.

*Construction.* DB fait 1000000000, au carré duquel adjouste le carré de DE 500000000, & en extrait la racine, se trouve de 1118033988 pour BE. Mais FE icy dessus est mise egale à EB, parquoy FE fait aussi autant. De la mesme soustrait DE 500000000, reste pour FD 618033988, le carré duquel adjouste au carré de DB, & la racine quarrée tirée de la somme,



vient pour BF 1175570504, comme corde de l'arc 72 deg. pourtant la moitié du mesme, à sçavoir 587785252 est pour le sinus requis de l'arc de 36 deg. Dequoy la demonstration est notoire par la construction.

Le susdit sinus estant cognu, on trouve le sinus de son arc de complement, & on procede en la mediation comme a esté fait en la 4 proposition, à sçavoir jusques à ce qu'on vienne par tout à primes de nombre non pair, comme la suivante description le demontre apertement. Toutesfois on peut considerer icy que la premiere mediation n'est point necessaire, car FD trouvée ci dessus de 618033988, est egale au costé du decagone regulier par la 9 proposition du premier livre de Ptolemée, laquelle estant la corde de l'arc de 36 deg. la moitié d'icelle, à sçavoir 309016994 est pour le sinus de 18 deg.

| Arcs.   | Sinus.     | Arcs.   | Sinus.     |
|---------|------------|---------|------------|
| 36. 0.  | 587785252. | 40. 30. | 649448048. |
| 54. 0.  | 809016995. | 49. 30. | 760405965. |
| 18. 0.  | 309016995. | 20. 15. | 346117057. |
| 72. 0.  | 951056515. | 69. 45. | 958191337. |
| 9. 0.   | 156434465. | 42. 45. | 678800745. |
| 81. 0.  | 987688340. | 47. 15. | 734322510. |
| 4. 30.  | 78459097.  | 31. 30. | 522498567. |
| 85. 30. | 996917333. | 58. 30. | 852640163. |
| 2. 15.  | 39259815.  | 15. 45. | 271440450. |
| 87. 45. | 999229037. | 74. 15. | 962455237. |
| 27. 0.  | 453990495. | 38. 15. | 619093952. |
| 63. 0.  | 891006525. | 51. 45. | 785316932. |
| 13. 30. | 233445363. | 24. 45. | 418659737. |
| 76. 30. | 972369920. | 65. 15. | 908143173. |
| 6. 45.  | 117537397. | 29. 15. | 488621240. |
| 83. 15. | 993068457. | 60. 45. | 872496008. |

*Conclus.* Faisant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur du sinus de 36 deg. & aussi le sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus, & les sinus de leur arc de complement procedant de mediation des mesmes 36 deg. jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre non pair, selon le requis.

#### PROBLEME. VI. PROPOSITION.

Faisant le raid d'un cercle 1000000000 : Trouver la longueur du sinus de 30 deg. & le sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus & les sinus de leur arc de complement procedant de mediation des mesmes 30 deg. jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre impair.

Veue que le costé d'un exagone regulier est egal au raid du cercle faisant 1000000000, & que le mesme costé de l'exagone est la corde d'un arc de 60 deg. s'ensuit qu'elle fait aussi 1000000000, & consequemment le sinus de l'arc de 30 deg. fait la moitié d'icelui, à sçavoir 500000000, lequel estant cognu, on trouve le sinus de son arc de complement, & on continue en la mediation d'icelui, come il a esté fait en la 4 proposition, à sçavoir jusques à ce qu'on vienne par tout à primes de nombre non pair, comme la suivante description le demontre clairement.

| Arcs.   | Sinus.     |
|---------|------------|
| 30. 0.  | 500000000. |
| 60. 0.  | 876025403. |
| 15. 0.  | 258819045. |
| 75. 0.  | 965925827. |
| 7. 30.  | 130526192. |
| 82. 30. | 991444862. |
| 3. 45.  | 65403128.  |
| 86. 15. | 997858923. |

# DE LA CONSTRUCTION DES SINVS.

| Arcs.   | Sinus.     |
|---------|------------|
| 37. 30. | 608761430. |
| 52. 30. | 793353340. |
| 18. 45. | 321439465. |
| 71. 15. | 946930130. |
| 41. 15. | 659345815. |
| 48. 45. | 751839807. |
| 26. 15. | 442288690. |
| 63. 45. | 896872742. |

*Conclus.* Faisant donc le raid d'un cercle 100000000, nous avons trouvé la longueur du sinus de 30 degr. & le sinus de son arc de compl. &c.

**PROBLEME. VII. PROPOSITION.**

Faisant le raid d'un cercle 100000000: Trouver la longueur du sinus de 12 degr. aussi la longueur du sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus, & les sinus de leurs arcs de complement, procedans de mediation des mesmes 12 degr. jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre impair.

Veut que par la 6 proposition est connu le sinus de 30 deg. avec le sinus de son arc de complement, aussi par la 5 proposi. le sinus de 54 deg. avec le sinus de son arc de complément. S'ensuit que par la 3 proposition soit connue la corde de l'arc de leur difference, faisant 24 deg. & se trouve de 415823384, dont la moitié pour le sinus requis de 12 deg. fait 207911692: Lequel estant connu, on trouve le sinus de son arc de complement, & on continue la mediation, côme a esté fait en la 4 proposition, à sçavoir jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre impair, comme la suivante description le demontre clairement.

| Arcs.   | Sinus.     | Arcs.   | Sinus.     |
|---------|------------|---------|------------|
| 12. 0.  | 207911692. | 12. 45. | 220697435. |
| 78. 0.  | 978147602. | 77. 15. | 975342320. |
| 6. 0.   | 104528463. | 35 15.  | 577145190. |
| 84. 0.  | 994521895. | 54. 45. | 816641555. |
| 3. 0.   | 52335957.  | 24. 0.  | 406736643. |
| 87. 0.  | 998629535. | 66. 0.  | 913545458. |
| 1. 30.  | 26176948.  | 34. 30. | 566406237. |
| 88. 30. | 999657223. | 55. 30. | 824126188. |
| 0. 45.  | 13089622.  | 17. 15. | 296541575. |
| 89 15.  | 999914327. | 72. 45. | 955019945. |
| 39. 0.  | 629320392. | 39. 45. | 639439003. |
| 51. 0.  | 777145962. | 50. 15. | 768841832. |
| 19. 30. | 335806860. | 23. 15. | 394743857. |
| 70. 30. | 942641492. | 66. 45. | 918791210. |
| 9. 45.  | 169349503. | 32. 15. | 533614515. |
| 85 15.  | 985556058. | 57. 45. | 84527772.  |
| 42. 0.  | 669130607. | 33. 0.  | 544639035. |
| 48. 0.  | 743144825. | 57. 0.  | 838670568. |
| 21. 0.  | 358367950. | 16. 30. | 284015345. |
| 69. 0.  | 933580427. | 73. 30. | 958819735. |
| 10. 30. | 182235525. | 8. 15.  | 143492622. |
| 79. 30. | 983254908. | 81. 45. | 989651387. |
| 5. 15.  | 91501618.  | 27. 45. | 465614520. |
| 84. 45. | 995804928. | 62. 15. | 884987637. |
| 43. 30. | 688354575. | 28. 30. | 477158760. |
| 46. 30. | 725374372. | 61. 30. | 878817113. |
| 21. 45. | 370557437. | 14. 15. | 246153293. |
| 68. 15. | 928809553. | 75. 45. | 969230910. |
| 44. 15. | 697790460. | 36. 45. | 598324600. |
| 45. 45. | 716301943. | 53. 15. | 801253813. |
| 25. 30. | 430511097. | 30. 45. | 511293187. |
| 64. 30. | 902585285. | 59. 15. | 859406412. |

*Conclus.* Faisant donc le raid d'un cercle 100000000, nous avons trouvé la longueur du sinus de 12 deg. aussi la

longueur du sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus & des sinus de leur arc de complement, procedans de mediation des mesmes 12 deg. jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre non pair, selon le requis.

**N O T E Z.**

Quand on assemble par ordre les sinus trouvez de la précédente 4, 5, 6, & 7 proposition, on trouve que de 45 à 45 Ⓢ on les a treitouts. Et pour en donner exemple plus manifeste, nous les mettons de suite en ceste façon.

| Arcs.   | Sinus.     | Arcs.   | Sinus.      |
|---------|------------|---------|-------------|
| 0. 45.  | 13089622.  | 45. 45. | 716301943.  |
| 1. 30.  | 26176948.  | 46. 30. | 725371372.  |
| 2. 15.  | 39259815.  | 47. 15. | 734322510.  |
| 3. 0.   | 52335957.  | 48. 0.  | 743144825.  |
| 3. 45.  | 65403128.  | 48. 45. | 751839807.  |
| 4. 30.  | 78459097.  | 49. 30. | 760403965.  |
| 5. 15.  | 91501618.  | 50. 15. | 768841832.  |
| 6. 0.   | 104528563. | 51. 0.  | 777145962.  |
| 6. 45.  | 117537497. | 51. 45. | 785316932.  |
| 7. 30.  | 130526192. | 52. 30. | 793353340.  |
| 8. 15.  | 143492622. | 53. 15. | 801253813.  |
| 9. 0.   | 156434465. | 54. 0.  | 809016995.  |
| 9. 45.  | 169349503. | 54. 45. | 816641555.  |
| 10. 30. | 182235525. | 55. 30. | 824126188.  |
| 11. 15. | 195090322. | 56. 15. | 831469612.  |
| 12. 0.  | 207911692. | 57. 0.  | 838670568.  |
| 12. 45. | 220697435. | 57. 45. | 845727772.  |
| 13. 30. | 233443363. | 58. 30. | 852640163.  |
| 14. 15. | 246153293. | 59. 15. | 859406412.  |
| 15. 0.  | 258819045. | 60. 0.  | 866025403.  |
| 15. 45. | 271440450. | 60. 45. | 872496008.  |
| 16. 30. | 284015345. | 61. 30. | 878817113.  |
| 17. 15. | 296541575. | 62. 15. | 884987637.  |
| 18. 0.  | 309016995. | 63. 0.  | 891006525.  |
| 18. 45. | 321439465. | 63. 45. | 896872742.  |
| 19. 30. | 333806860. | 64. 30. | 902585285.  |
| 20. 15. | 346117057. | 65. 15. | 908143173.  |
| 21. 0.  | 358367950. | 66. 0.  | 913545458.  |
| 21. 45. | 370557437. | 66. 45. | 918791210.  |
| 22. 30. | 382683432. | 67. 30. | 923879533.  |
| 23. 15. | 394743857. | 68. 15. | 928809553.  |
| 24. 0.  | 406736643. | 69. 0.  | 933580427.  |
| 24. 45. | 418659737. | 69. 45. | 938191337.  |
| 25. 30. | 430511097. | 70. 30. | 942641492.  |
| 26. 15. | 442288690. | 71. 15. | 946930130.  |
| 27. 0.  | 453990495. | 72. 0.  | 951056515.  |
| 27. 45. | 465614520. | 72. 45. | 955019945.  |
| 28. 30. | 477158760. | 73. 30. | 958819735.  |
| 29. 15. | 488521240. | 74. 15. | 962455237.  |
| 30. 0.  | 500000000. | 75. 0.  | 965925827.  |
| 30. 45. | 511293087. | 75. 45. | 969230910.  |
| 31. 30. | 522498567. | 76. 30. | 972369920.  |
| 32. 15. | 533614515. | 77. 15. | 975342320.  |
| 33. 0.  | 544639035. | 78. 0.  | 978147602.  |
| 33. 45. | 55570233.  | 78. 45. | 980785280.  |
| 34. 30. | 566406237. | 79. 30. | 983254908.  |
| 35. 15. | 577145190. | 80. 15. | 985556058.  |
| 36. 0.  | 587785252. | 81. 0.  | 987688340.  |
| 36. 45. | 598324600. | 81. 45. | 989651387.  |
| 37. 30. | 608761430. | 82. 30. | 991444862.  |
| 38. 15. | 619093952. | 83. 15. | 993068457.  |
| 39. 0.  | 62920392.  | 84. 0.  | 994521895.  |
| 39. 45. | 639439002. | 84. 45. | 995804928.  |
| 40. 30. | 649448048. | 85. 30. | 996917333.  |
| 41. 15. | 659345815. | 86. 15. | 997858923.  |
| 42. 0.  | 669130607. | 87. 0.  | 998629535.  |
| 42. 45. | 678800745. | 87. 45. | 999229037.  |
| 43. 30. | 688354575. | 88. 30. | 999657323.  |
| 44. 15. | 697790460. | 89. 15. | 999914327.  |
| 45. 0.  | 707106782. | 90. 0.  | 1000000000. |

Or nous avons bien icy une table des sinus de 45 à 45 primes, mais d'autant que ni par mediation, ni par soustraction de la façon precedente, on peut trouver d'autres sinus que ceux là, finissant en primes entieres, nous declarerons par ce qui s'enfuit un autre moyen, descrivant premierement ce theoreme, qui nous servira à la demonstration.

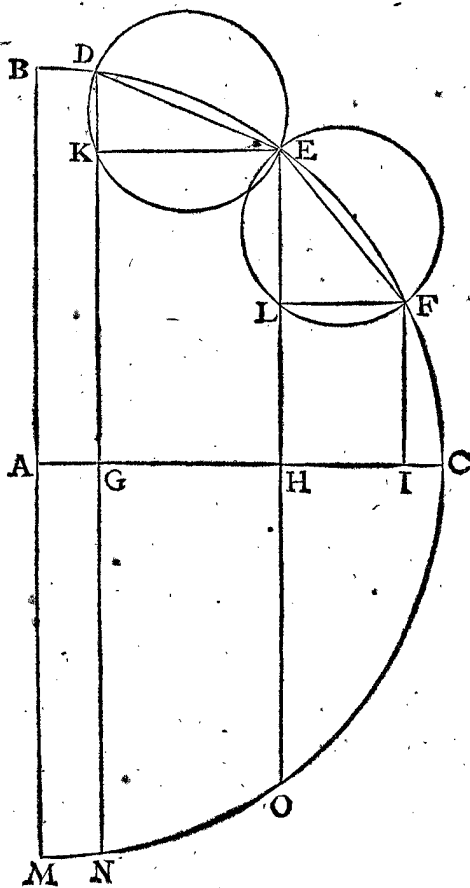
ALB. GIRARD.

Par le moyen de l'epichareme que nous avons mis à la fin de la 2. propos. on pourroit venir de 15 à 15 primes, puis de 5 à 5.

THEOREME. VIII. PROPOSITION.

Estant au quart d'un cercle des extremittez d'arcs egaux, tirées lignes perpendiculaires sur la base, les perpendiculaires plus proches de l'autre costé, comprennent les plus grandes parties de la base.

Le donné. Soit ABC le quart d'un cercle, & là dedans deux arcs egaux DE, EF, de l'extremité desquels



soyent tirées les lignes perpendiculaires DG, EH, FI, sur la base AC. Et GH, HI, sont parties de la base comprise entre les perpendiculaires.

Le requis. Il faut monstrer que la partie GH, plus proche du costé AB, est plus grande que la partie HI.

Preparation. Soyent tirées les cordes des deux arcs DE, EF, & sur les mesmes, comme diametres, sont décrits les cercles DKE, ELF. Apres, EK à angle droit sur DG, & FL à angle droit sur EH: Puis soit décrit le demicercle BCM, soyent aussi DG & EH produits jusques à N, & O, en l'arc CM.

Demonstration. Veu que l'arc EN est plus grand que l'arc FO, s'enfuit que l'angle EDK est plus grand que l'angle FEL, & pource aussi l'arc EK est plus grand que l'arc FL, & consequemment la corde KE plus grande que la corde LF, mais GH est egale à KE & HI à LF, parquoy GH est plus grande que HI.

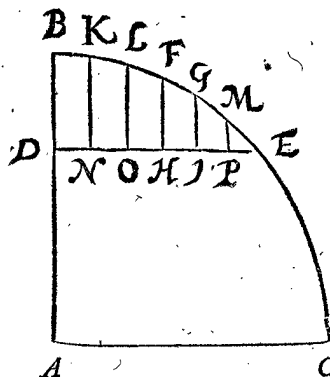
Conclusion. Estant doncques au quart d'un cercle des

extremittez d'arcs egaux, tirées lignes perpendiculaires sur la base: Les perpendiculaires plus proches de l'autre costé comprennent les plus grandes parties de la base, ce qu'il nous falloit demonstrier.

PROBLEME. IX. PROPOSITION.

Faisant le raid d'un cercle 100000000: Trouver la longueur du sinus de 1 degr. & le sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus, & des sinus de leur arc de complement procedant de mediation du mesme 1 degr. jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre non pair.

Le donné. Soit ABC le quart d'un cercle, dont le semidiametre AC fait 100000000, & BE soit arc de 1 degr. 30', duquel le sinus DE fait comme appert ci devant 26176948: Apres que BE face 45', & BG 1 degr. puis FH & GI



soyent tirées à angle droit sur DE. Ce qui estant ainsi, DH est sinus, ou bien egale au sinus de 45', & DI sinus de 1 degr. Puis apres BF soit divisée en trois parties egales, par les points K, L, & l'arc GE en deux parties egales par le point M, & les lignes KN, LO, MP, soyent tirées à angle droit sur DE.

Le requis. Il nous faut trouver par ceci la longueur du sinus de 1 degr. & le sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus & les sinus de leur arc de complement procedant de mediation du mesme 1 degr. jusques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair, & ce d'un cercle dont le semidiametre 10000000.

CONSTRUCTION.

DH est sinus de 45', faisant comme appert ci dessus 13089622.  
 Le tiers d'icelui est 4363207.  
 Le mesme tiers est plus que n'appartient à OH, par la 8 proposition, & encores par des plus fortes raisons plus que n'appartient à HI. Ce qui estant ainsi, j'assemble ce tiers à DH 13089622 premier en l'ordre, & fait un nombre plus grand que n'appartient au sinus d'un degré DI de 17452829.  
 Ce qui estant ainsi, je mets ici le sinus de DE 1 degr. 30', faisant ci dessus 26176948.  
 Du mesme soustrait DH 13089622 premier en l'ordre, reste pour HE 13087326.  
 Le tiers d'icelui est 4362442.  
 Le mesme tiers est moindre que n'appartient à HI par la 8 proposition. Ce qui estant ainsi, j'assemble ce tiers à DH 13089622 premier en l'ordre, & vient un nombre moindre que n'appartient au sinus d'un degré DI. 17452064.  
 Mais au troisieme de l'ordre est montré que 17452829 est un nombre plus grand que n'appartient au mesme DI: parquoy DI est moindre que 17452829 & plus grand que 17452064. Ce qui estant ainsi, je dis, veu qu'en ceste table des arcs, nous cerchons seulement les raisons des sinus en grands nombres qui des vrais peuvent differer

differer environ l'unité, & que 10000000 pour raid suffit, au commun usage, je soustrais premierement du sinus entier 100000000 les deux dernieres lettres, reste

10000000.

Puis apres les deux dernieres lettres de 17452829 troisieme en l'ordre, reste

174528.

Semblablement les deux dernieres lettres de 17452064, reste 174520, ou d'autant que i davantage approche plus pres, reste di-je

174521.

Entre lesquels deux nombres, come 174528, 174521, neuvieme & dixieme en l'ordre, est la longueur du sinus de 1 deg. du cercle, dont le raid fait 10000000. Ce qui estant ainsi, il est convenable de prendre pour le sinus requis de 1 deg. le nombre moyen entre deux, comme

174524.

*Pour trouver maintenant le sinus de l'arc de complement d'un degre, à sçavoir, de 89 deg.*

Je trouve par la premiere proposition que le sinus de l'arc de complement, de l'arc du susdit 17452829, (estant plus grand que n'appartient à 1 deg.) fait

999847688.

Je trouve aussi que le sinus de l'arc de complement du susdit 17452064, (estant plus petit que n'appartient à 1 deg.) fait

999847702.

Pour le sinus de 89 deg. dont le raid 100000000 est plus grand que le premier nombre, & plus petit que le deuxieme: Mais de chaque nombre soustrait les deux dernieres lettres, reste chacun (au raid 10000000) pour le sinus requis de 89 deg.

9998477.

*Pour trouver maintenant le sinus de 30 ①.*

Je soustrais les susdites 999847688 (estant moindre que n'appartient à 89 deg.) du raid 100000000, demeure versé 152312: entre le mesme & 50000000, trouvé le nombre moyen proportionnel, vient un nombre (estant plus petit que n'appartient à 30 ①) de

8726363.

Secondement je soustrais les susdites 999847702 (estant plus grand que n'appartient à 89 deg.) du raid 100000000, reste versé 152298: entre le mesme & 50000000, trouvé le nombre moyen proportionnel, vient un nombre (estant plus grand que n'appartient à 30 ①) de

8726740.

Pourtant le sinus de 30 ① dont le raid 100000000, est plus grand que le premier nombre, & plus petit que le second: Mais de chacun soustrait les deux dernieres lettres, l'un nombre demeure 87624, & l'autre 87267, entre lesquels est le sinus de 30 ① du cercle dont le raid 10000000: Ce qui estant ainsi, il est convenable de prendre pour le sinus requis de 30 ① un nombre moien entre ces deux, comme 87266 ou 87265 soit

87265.

Et procedant de la mesme façon avec les autres, on trouve le sinus de 89 deg. 30 ①, de

9999619.

Et le sinus de 15 ①

43632.

Tellement qu'alors me sont connus les qua-

tre premiers sinus de 15 ① à 15 ①, comme s'ensuit:

|    |     |         |
|----|-----|---------|
| o. | 15. | 43632.  |
| o. | 30. | 87266.  |
| o. | 45. | 130896. |
| i. | o.  | 174523. |

Pour trouver maintenant les sinus suivants de 15 ① à 15 ① jusques à la fin de la table, on y parviendroit par le moyen de trouver les sinus de leur arc de complement, & par mediation des quatre sinus precedents, jusques à ce qu'on vienne par tout à primes de nombre non pair: Mais veu que par la procedure des surplus il y a un chemin plus aisé, nous le declarerons, come s'ensuit.

Soit entre le sinus cognu de 1 deg. & de 1 deg. 30 ①, c'est entre 174524 & 261769, à trouver le sinus de 1 deg. 15 ①. Pour à quoy parvenir, je mets aupres de chacun sinus le surplus qu'il excède son sinus suivant, comme ici dessous,

|    |     |         |        |
|----|-----|---------|--------|
| o. | 15. | 43632.  | 43633. |
| o. | 30. | 87265.  | 43631. |
| o. | 45. | 130896. | 43628. |
| i. | o.  | 174524. |        |

Là ou se trouve que le deuxieme surplus, est moins de deux que le premier, & le troisieme de 3 moins que le deuxieme. Or poursuivant ceste procedure, il faudra que le quatrieme surplus de 1 deg. 15 ① soit de 3 ou 4 moins que le troisieme, soit 3: Mais le troisieme surplus estoit 43628, doncques il faut que le quatrieme soit 43625. Or puis qu'il faut que le quatrieme surplus face autant, j'assemble le mesme à 174524 sinus de 1 deg. & vient le sinus de 1. deg. 15 ① 218149. Or je mets ces deux sinus aupres des autres, avec les surplus joignant les mesmes, & alors ma table sera avancée, comme ci dessous:

|    |     |         |        |
|----|-----|---------|--------|
| o. | 15. | 43632.  | 43633. |
| o. | 30. | 87265.  | 43631. |
| o. | 45. | 130896. | 43628. |
| i. | o.  | 174524. | 43625. |
| i. | 15. | 218149. | 43620. |
| i. | 30. | 261769. |        |

Mais que ce sinus de un deg. 15 ① soit vray, ceci m'enfert encores de preuve: Le cinquieme surplus, à sçavoir 43620, est plus petit de 5 que le quatrieme surplus, selon qu'il appartient.

Nostre table estant jusques ici, restent encores à trouver les sinus suivants de 15 ① à 15 ①, auxquels on peut proceder des surplus, & continuer come dessus. Mais pour plus d'assurance, nous déclarerons une regle par laquelle se cognoit le surplus du dernier sinus au dessus le premier, des deux sinus incognus qu'on cherche entre deux cognus. Soyent pour exemple à mettre les deux sinus incognus de 1 deg. 45 ①, & de 2 deg. qu'il y faut venir entre les deux sinus cognus de 1 deg. 30 ①, & 2 deg. 15 ①. Pour trouver ici le surplus du sinus de 2 deg. par dessus celui de 1 deg. 45 ①, je dis ainsi:

Le sinus de 2 deg. 15 ① fait 322598.  
 Duquel soustrait le sinus de 1 deg. 30 ① faisant 261769.  
 Reste 130829.  
 Dont la troisieme part fait 43610.  
 Et d'autant faut il que soit le surplus des sinus de 2 deg. par dessus le sinus de 1 deg. 45 ①, comme il se voit aussi aux tables suivantes.

Continuant doncques de la façon precedente, on aura une table de 15 ① à 15 ①, en laquelle viennent tous les sinus & les sinus de leur arc de complement procedant de mediation d'un degre, jusques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair.

*Conclusion.* Faisant donc le raid d'un cercle 1000000, nous avons trouvé la longueur du sinus de 1 deg. & le sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus, & les sinus de leur arc de complement procedans de mediation du mesme 1 deg. jusques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair, selon le requis.

ASSEVRANCE SVR QUELQVE DOVBTE DE  
LA PRECEDENTE OPERATION, QVE QUEL-  
QV'VN POVRROIT RENCONTRER.

VEU qu'il pourroit advenir à quelqu'un, de vouloir rechercher ce que j'ay recherché, & afin que du mesme recherché je retiene souvenance, nous en ferons quelque declaration. Il faut sçavoir doncques que je m'estois imaginé une maniere d'operation, par laquelle il n'eust pas esté besoin de perdre les deux dernieres lettres du raid, lesquelles on a perdu en ceste 9 proposition; pour à quoy parvenir, mon dessein estoit, de trouver des sinus d'arcs mediez, en continuant jusques à ce que le sinus trouvé fust la moitié du sinus du double de son arc. Lequel pour declarer par exemple, nous mettrons ici les sinus trouvez par continuelle mediation, commençant de 48 deg. jusques à ce qu'on viene à 45 ①, lesquels sont trouvez ci devant, comme ici deffous:

| degr. | ①   |            |
|-------|-----|------------|
| 48.   | o.  | 743144825. |
| 24.   | o.  | 406736643. |
| 12.   | o.  | 207911692. |
| 6.    | o.  | 104528463. |
| 3.    | o.  | 52335957.  |
| 1.    | 30. | 26176948.  |
| o.    | 45. | 13089622.  |

Là où il appert que chacun sinus suivant, est presque la moitié de son precedent, & tant plus qu'on procede avec telle mediation, d'autant plus pres chacun est la moitié de son precedent: car 13089622 est plus pres la moitié de son precedent 26176948, que les mesmes 26176948, de son precedent 52335957, & ainsi conséquemment avec les autres. Or donc cōtinuant avec telle mediation, j'ay trouvé le sinus de la moitié de 45 ①, qui est de 22½ ①, & des autres moitez, comme ici deffous:

|     |          |
|-----|----------|
| ①   |          |
| 22½ | 6544959. |
| 11¼ | 3272537. |
| 5½  | 1636306. |
| 2¾  | 818229.  |
| 1½  | 409267.  |
| ¾   | 204939.  |
| ¼   | 102469.  |
| ⅛   | 51234.   |
| ⅙   | 54772.   |

Là où il appert que chacun n'approche point par ordre la moitié de son precedent, comme on l'eust bien pensé sans recherche de la chose, car 204934 est plus que la moitié de son precedent: Et 102469 est la moitié de son precedent, mais 54772 est derechef plus. Tellement que ces nombres sont faux, car les sinus de ces arcs n'ont pas telles longueurs.

Pour en declarer maintenant la cause, elle est telle. Tant que le versé est egal ou plus grand que 50000000, moitié du semidiametre avec lequel le versé se multiplie en chaque operation, tant il y a de la certitude jusques à la dernière lettre du sinus. Comme par exemple si le versé estoit de 50000000 egal à la moitié du raid, iceux deux nombres multipliez, & en tiré racine quarrée, elle feroit 50000000. Mais si le vray versé eust esté environ l'unité plus grand ou plus petit, comme il advient aux autres versés, prenons qu'il

fust de 50000001, iceux multipliez avec 50000000, & de ce qui en vient tiré la racine quarrée, se trouve le plus pres aussi de 50000000, cōme devant: Et estant le versé encores plus grand, telle difference à plus forte raison sera encores plus petite qu'ici deffus. Tellement que quand (comme nous avons dit) le versé est egal ou plus grand que 50000000, il y a de la certitude jusques à la dernière lettre du sinus. Mais le versé estant plus petit, alors il y a de l'incertitude, lequel avec des plus petits & plus petits versés, devient de grand en plus grand. Lequel pour declarer par exemple, je dis ainsi: Alors que fut trouvé le susdit dernier nombre de 54772, le versé avoit esté 6, lequel multiplié avec 50000000, venoit 300000000, dont la racine quarrée est les susdits 54772. Mais si le vray versé eust esté environ l'unité plus grand ou plus petit (comme il est à croire qu'il pouvoit estre) prenons le 5, & avec cela selon la regle multipliant iceux 5 avec 50000000, vient 250000000, dont la racine quarrée 50000 pour sinus, lequel differe beaucoup du premier trouvé 54772. Ceci estant ainsi, & veu qu'en tous les autres versés on n'a pas eu esgard à leur petitesse, il pourroit estre revouqué en doute, si de cela n'est pas ensuivi incertitude des sinus aux precedentes operations. Or pour examiner ceci, & demonstrier que tout va seurement, je dis ainsi: Quand on cerchoit le sinus de 45 ①, on avoit le versé 342677, iceux multipliez avec 50000000, & de ce qui en vient tiré la racine quarrée, elle faisoit 13089633. Mais posons qu'elle soit comme ci deffus, selon ce que met *Regiomontanus*, 13089622. Mais si le vray versé eust esté environ l'unité plus grand ou plus petit, comme aussi on le peut estimer avoir esté, je prens 1 plus petit, il fait doncques 342676, lesquels multipliez avec les 50000000, & de ce qui en vient extrait la racine quarrée, se trouve au plus pres de 13089614, dont les deux dernieres lettres 14, estant un autre nombre que les deux dernieres lettres 22 ou 23 ci deffus; il appert doncques que sur les deux dernieres lettres du sinus de 45 ①, il n'y avoit point de certitude. Mais les mesmes deux dernieres lettres pour d'autres raisons furent coupées en ceste 9 proposition, parquoy le reste des lettres, comme 130896, qui sont dedans la table, sont au plus pres le vray sinus du cercle, moyennant que le raid d'iceluy soit aussi accourci des deux dernieres lettres. Quant à ce que quelqu'un pourroit douter, que le vray versé fut plus qu'unité plus petit que 342677, je prens 4 plus petit, à sçavoir de 342673, encores il ne donneroit changement d'unité entiere sur la troisieme lettre 6, car iceux 342673 multipliez avec 50000000, & de ce qui en vient extrait la racine quarrée, elle fait 13089556. Or doncques par ceci n'estant pas advenu de faute sur le plus petit sinus de ceux qui estoient trouvez, à sçavoir de 45 ①, à plus forte raison il n'y aura pas de faute sur tous les autres plus grands sinus, car les versés de leurs arcs de complement sont plus grands. On voit aussi ici, qu'il ne falloit pas seulement laisser les susdites deux dernieres lettres, à cause des raisons qui sont apparues en l'operation de ceste 9 proposition, mais aussi à cause de ceste dernière raison.

ALB. GIRARD.

Notez qu'au lieu de semidiametre, il faut entendre le raid qui est la mesme chose, comme aussi Ciceron au *Timée* de Platon, dit que le monde est fait en forme spherique, tellement que les raids du milieu, sont egaux aux extremités. Or le Traducteur, comme plusieurs, erre en cecy, veu que le raid est devant & precede le diametre, & partant je l'ay recorrecté quasi par tout.

# DE LA CONSTRUCTION DES SINVS.

## PROBLEME. X. PROPOSITION.

**A**ux sinus precedens de 15 ① à 15 ① : Trouver les sinus defaillans de prime à prime.

Nous avons trouvé en la 9 proposition que le sinus de 30 ① fait 87265, & de 15 ① 43632, où il est notoire que comme le sinus faisant 15 ①, est la moitié de l'arc de l'angle faisant 30 ①, ainsi est le sinus d'icelui 43632 aussi la moitié du sinus de cestui-ci 87265. Parquoy à plus forte raison (comme il se peut montrer par la 8 proposition) 10 ① estant la troisieme partie des memes 30 ①, ont un sinus estant aussi la troisieme partie de 87265, à sçavoir 29088 : Et consequemment 5 ① estant la sixieme partie de 30 ①, aura pour sinus la sixieme partie de 87265, à sçavoir 14544. Tellement que je cognois maintenant les trois premiers sinus de 5 ① à 5 ①, à sçavoir de 5 ①, 10 ① & 15 ①. Or pour trouver les sinus de 20 ① & 25 ①, je mets les cognus & leurs surplus, comme s'ensuit :

|    |     |        |        |
|----|-----|--------|--------|
| o. | 5.  | 14544. | 14544. |
| o. | 10. | 29088. | 14544. |
| o. | 25. | 43632. | 14544. |
| o. | 20. |        |        |
| o. | 25. |        |        |
| o. | 30. | 87265. |        |

Or suivant la susdite reigle des surplus de la 9 proposition, il est notoire qu'il faut que les 20 ① aient un sinus 58177, & les 25 ① de 72721. Et continuant ainsi, on aura une table des arcs de 5 ① à ①, jusques à 90 deg.

Tellement qu'il y reste encores à trouver les sinus defaillans de prime à prime : Pour à quoy parvenir, je dis ainsi : Il est notoire ci dessus, que comme l'arc de l'angle faisant 5 ① est moitié de l'arc de l'angle faisant 10 ①, ainsi est le sinus d'icelui 14544, aussi la moitié du sinus de cestui-ci 29088. Pourquoi à plus forte raison (comme il se peut montrer par la 8 proposition) 1 ①, estant la cinquieme partie des 5 ①, aura un sinus estant aussi la cinquieme partie de 14544, à sçavoir 2909, & consequemment 2 ① auront 5818. Apres 3 ① 8727 & 4 ① 11636.

Par les memes on pourra continuer par departition des surplus comme dessus. Toutesfois pour plus grande assurance nous declarerons une reigle, par laquelle se trouve le surplus du troisieme sinus par dessus le deuxieme des quatre sinus incognus, qu'on cherche entre deux cognus.

Soyent pour exemple à mettre les quatre sinus incognus, qu'il faut qui viennent entre 87 deg. & 87 deg. 5 ①. Pour trouver ici le surplus du troisieme sinus, cherche de 87 deg. 3 ①, par dessus le deuxieme sinus cherche de 87 deg. 2 ①, je di ainsi :

Le sinus de 87 deg. 5 ① fait 9987045.  
 Duquel soustrait le sinus de 87 deg. faisant 9986295.  
 Reste 750.

Dont la cinquieme partie fait 150.  
 Et autant faudra-il que soit le surplus du sinus de 87 deg. 3 ①, par dessus le sinus de 87 deg. 2 ①.

Les sinus estant ainsi descrits de prime à prime, la table des sinus sera parfaite.

**Conclusion.** Nous avons donc aux sinus precedents de 15 ① à 15 ①, trouvé les sinus defaillans de prime à prime, selon le requis.

ALB. GIRARD.

On peut faire espreuve des sinus, ou en trouver qui ne sont trouvez, ainsi.

Soyent premierement pris deux arcs qui sont ensemble 20 degr. par reigle : avec leurs sinus, comme s'ensuit :

| Arcs.                | Sinus.  |
|----------------------|---------|
| 80 deg. 34 ①         | 9864770 |
| 39 deg. 26 ①         | 6351800 |
| differ. 41 deg. 8. ① | 3512970 |
| moitié 20 deg. 34 ①  |         |

Tellement que de 20 deg. 34 ① on trouvera 35129. pour son sinus, & ainsi des autres : dont la demonstration est facile.

**N**ous eussions mis icy les Tables des sinus, &c. n'estoit que ce doit estre en manuel, plus commode qu'en feuille; or à ceste fin on se pourra servir de celles que j'ai fait imprimer de la 2. Edition : Comme aussi de la Trigonometrie qui suit apres les Tables dudit livret; mais afin de corriger les fautes d'impression qui y sont, on pourra coter les pages par nombres, commençant derriere les Tables, tellement qu'il y aura 75 pages.

*Au 2. Cas des triangles rectangles Spher. au lieu de P notez p. qui est la 25. page : Puis en la page 2. lisez triangle rectangle 13, 14, 15 : Page 67. effacez P, ecrivez B (au diagramme.) Puis au sinus de 0 deg. 57, lisez 1658 : Et puis les Tangentes suivantes de 48 deg. 14. corrigez le 2, lisez 1 : Item de 51 deg. 30, & aux 3 consequentes, au lieu de 6 es mils, ecrivez 5 : Les Tangentes de 84 deg. 1 & 2 sont transposées ; en la Tangente de 89 deg. 44. ostez le 9, mettez 5 : Voila toutes les fautes que j'ay peu remarquer, qui sont peu au regard des autres impressions.*

## CONSTRUCTION DE LA Table des Tangentes.

### PROBLEME. XI. PROPOSITION.

**T**rouver la Tangente d'un arc proposé, lors que le raid est 10000000, & ce par computation.

**Le donné.** Soit l'arc de 25 deg. & le raid comme dessus de 10000000. **Le requis.** Il faut trouver la Tangente par computation. **Construction.** Le sinus de compl. de 25 deg. est 9063078, me donne le sinus mesme 4226183, combien 10000000 ? viendra 4663077 Tangente requise. **Demonstration.** En la figure de la 1 def. B C estant 25 deg. alors C F sera son sinus, & F A sinus de complement, parquoy A F à F C fera come le raid A B à la Tangente B I. **Conclusion.** Nous avons donc trouvé la Tangente d'un arc proposé, &c.

## CONSTRUCTION DE LA Table des Secantes.

### PROBLEME. XII. PROPOSITION.

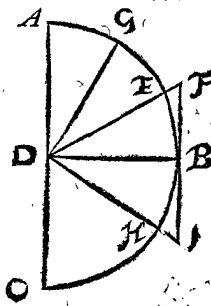
**T**rouver la Secante d'un arc proposé, lors que le raid est 10000000, & ce par supputation.

**Le donné.** Soit l'arc de 25 deg. & le raid comme dessus de 10000000. **Le requis.** Il faut trouver la Secante par supputation.

#### CONSTRUCTION.

La Tangente de 25 deg. est 4663077  
 Le complement de 25 deg. est 65 deg. dont la moitié est 32 deg. 30 ① dont la Tang. est 6370703  
 La somme pour la Secante requise sera 11033780

**Préparation.** Soit A B C demi-cercle, A B quadrant, B E les 25 deg. donnez, B F la Tangente, & D F la Secante, & G au milieu de A E arc de complement, soit B H egal à E G, & menée D H rencontrant le prolongement de F B en I, alors F I est composée de FB (tangente de 25 deg.) & de B I (tangente du demi complement, car B H est



moi-

moitié de AE) : Il faut demonstrier que FI est egale à FD.

*Demonstration.* L'angle I est egal à l'angle GDB, car ils ont des complemens egaux, comme l'angle BDI & ADG: mais ledit angle GDB est egal à FDI, à cause que GE & BH, sont egaux & EB commun, donc FDI & I seront egaux, estant chacun egal à un mesme GDB: & partant FI sera egal à FD: ce qu'il falloit demonstrier.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la Secante d'un arc proposé, &c.

PROBLEME. XIII. PROPOSITION.

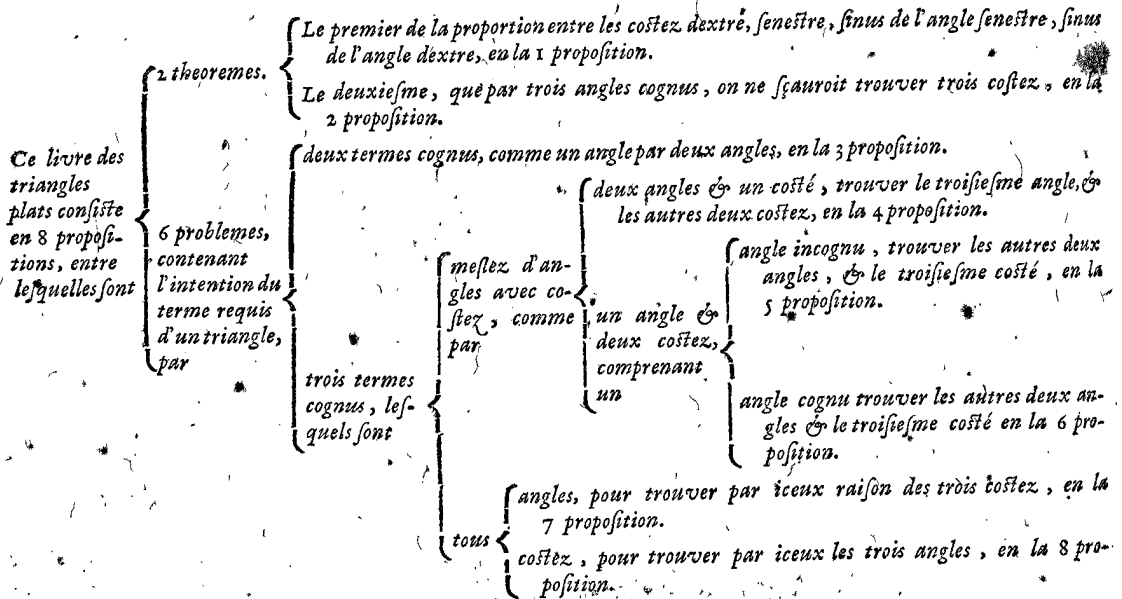
**T**rouver le versé d'un arc proposé, & aussi trouver l'arc d'un versé proposé lors que le raid est 10000000.

En ceste proposition est besoing aux moins exercés d'avoir une figure comme celle de la 1 def. devant soy: & soit que l'arc BC soit proposé pour trouver BF; ou l'arc CD pour trouver FD, il faut passer par CE & FA; donc FA est sinus de CE ou du complement de l'arc proposé: & au contraire aussi.

*Fin de la Construction des Tables des Sinus, Tangentes & Secantes.*

DEUXIÈME LIVRE  
DE LA COSMOGRAPHIE  
Des Triangles Plats.

Argument déclaré par ceste table.



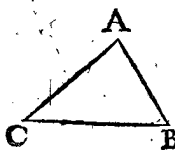
Après le susdit suivra encore une APPLICATION des Polygones plats,

DEFINITIONS.

DEFINITION I.

**Q**uand on met quelque costé d'un triangle dessous comme base: L'angle, le sinus, & le costé qui sont alors vers la main dextre, nous l'appellons angle dextre, sinus de l'angle dextre, & costé dextre: Mais ceux qui sont vers la main senestre, angle senestre, sinus d'angle senestre, & costé senestre.

**S**OIT le costé BC du triangle ABC mis comme base, avec l'angle A en haut: Ce qui estant ainsi, l'angle qui est à la main dextre comme B, s'appelle angle dextre, le sinus du mesme, sinus de l'angle dextre, & le costé AB, costé dextre: Mais l'angle qui est à la main senestre, comme C, s'appelle angle senestre, le sinus du mesme, sinus de l'angle senestre, & le costé AC, costé senestre.



*Declaration des Signes dont on se servira ci apres.*

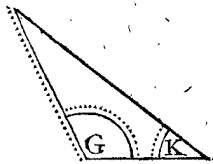
Veu qu'au lieu de beaucoup de mots, nous nous voulons servir de petites marques, à telle fin qu'il sera

dit ci dessous, nous en ferons quelque declaration, comme s'ensuit: Tout triangle plat, comme aussi porte le nom, a trois angles, & trois costez, faisant en nombre ensemble six, lesquels nous appellons en general termes: Des mesmes on en donne toujours trois cognus, pour trouver les trois autres incognus (horsmis quand par deux angles on cherche le troisieme angle.) Comme par deux angles cognus & un costé cognu, on trouve le troisieme angle & les autres deux costez. Pareillement par deux costez cognus & un angle cognu, on trouve le troisieme costé & les autres deux angles. Puis par trois angles cognus, on trouve raison des trois costez: Et par trois costez cognus, on trouve les trois angles. Or pour denoter brievement par certaine marque convenable ces termes cognus, il faut sçavoir que R, premiere lettre du mot Recte, mis en un angle, signifie icelui estre rectangle: K, laquelle lettre est en Alleman la premiere du mot Kleender, c'est à dire plus petit, estant mise aux figures suivantes (lesquelles sont accommodées à la langue Allemande) en un angle, signifie que le mesme est plus petit qu'un angle droit, ou autrement que c'est un angle aigu: G, premiere lettre du mot Grand, signifie angle



angle plus grand qu'un rectangle, ou autrement angle obtus. Mais ces lettres K & G, mises sur les costez des triangles spheriques, signifient qu'ils sont plus petits ou plus grands que 90 degr. La raison pourquoi nous prenons plustost les lettres G & K, signifiant plus petit & plus grand que O & A, qui signiferoient obtus & aigu, c'est pource que les mesmes marques G & K, seroyent communes aux costez & angles des triangles spheriques: car on dit bien les costez estre plus grands ou plus petits que le quart d'un cercle, mais on ne les nomme point obtus ou aigus. Les costez pointez sans nombres. & les angles pointez sans les susdites lettres R, K, G, sont ceux lesquels on prend bien pour cognus, mais seulement par le posé, qui est sans declaration de leur grandeur, tellement que les points signifient nombres indefinis. Par ce moyen nous pouvons faire entendre en un moment, ce qui autrement requereroit beaucoup des paroles & longs propos. Comme par exemple, pour declarer ceste figure ci jointe, il faudroit user de tous ces mots:

*Vn triangle plat, avec deux angles cognus, l'un aigu, l'autre obtus & un costé cognu à l'opposite de l'angle aigu cognu.*



Ceste briefveté entre autres servira de beaucoup, & donnera grand avantage, quand par les termes cognus d'un triangle, on veut trouver les incognus: Car tels triangles ainsi marquez, s'assembleront ci apres comme en une table, appellée *Indice des Triangles plats*: D'autant que par la meisme on a une adresse, pour trouver incontinent en ce second livre un semblable exemple qu'on veut suivre, sans troubler les pensées d'aucunes des precedentes reigles: Lequel *Indice des triangles plats* fera plus amplement descrire & declare à la fin de ce livre.

Et si quelqu'un pour telles raisons qu'ont esté dites en la note apres la dernière definition du premier livre de la Fabrique des sinus, se vouloit exercer en l'invention des termes incognus de triangles plats, sans entendre premierement les raisons & demonstrations de la construction, il pourroit commencer à l'usage declare par le meisme indice des triangles plats, ensemble l'usage des polygones plats, descripts en l'Application derriere le meisme indice, suivant un exemple selon le requis du donné: Et entendant un peu cest usage, puis apres il pourroit venir à l'inquisition des causes.

*Maintenant suivent les Propositions.*

**THEOREME. I. PROPOSITION.**

**C**omme le costé dextre d'un triangle plat au costé fenestre, ainsi le sinus de l'angle fenestre, au sinus de l'angle dextre.

D'autant que l'un des sinus comparez, est d'un angle aigu, ou droit, ou obtus, nous en mettrons trois divers exemples.

ALB. GIRARD.

*On pourroit bien demonstrier en 4 mots ceste proposition, & generalement par un  $\Delta$  quelconque inscrit dans un cercle.*

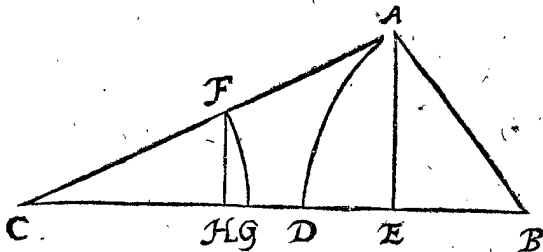
**1. Exemple là où les deux sinus comparez sont d'angles aigus.**

**Le donné.** Soit ABC un triangle plat, dont les angles comparez B, C, sont tous deux aigus, & sur le point B comme centre, soit descript avec BA comme raid, l'arc AD, dont le sinus soit AE, à angle droit sur CB: Semblablement sur le point C comme cen-

tre, soit descript, avec CF egale à AB comme raid, l'arc FG, dont le sinus FH est aussi à angle droit sur CB. **Le requis.** Il faut demonstrier que comme le costé dextre AB, au costé fenestre AC, ainsi le sinus de l'angle fenestre FH, au sinus de l'angle dextre AE.

**DEMONSTRATION.**

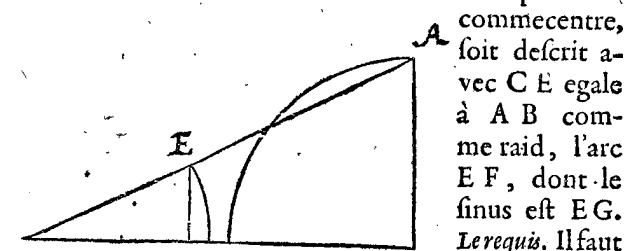
Veü qu'au triangle ACF sont deux paralleles, à sçavoir FH avec AE, s'ensuit que FC a telle raison à AE, comme FC à FH: Mais AB est egale à FC, par le donné, pource,



Comme AC à AE, ainsi AB à FH. Et par raison alterne,  
Comme AB à AC, ainsi FH à AE.

**2. Exemple là où l'un des sinus comparez est d'un rectangle.**

**Le donné.** Soit ABC un triangle plat, dont l'angle B est droit, & sur le point B comme centre, soit descript avec AB comme raid, l'arc AD, dont il faut que le sinus soit AB: Semblablement sur le point C comme centre, soit descript avec CE egale à AB comme raid, l'arc EF, dont le sinus est EG.



**Le requis.** Il faut demonstrier que comme le costé dextre AB au costé fenestre AC, ainsi le sinus de l'angle fenestre EG, au sinus de l'angle dextre AB, là où il faut noter qu'un meisme AB ci devant sert pour costé & sinus.

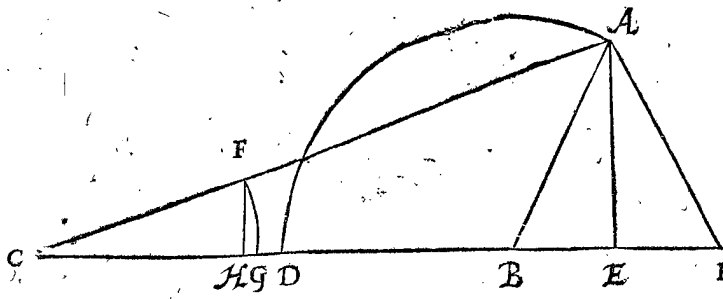
**DEMONSTRATION.**

Veü qu'au triangle ABC sont deux paralleles, comme EG avec AB, je dis,

Comme AC à AB, ainsi EC à EG.  
Mais AB est egale à EC par le donné, pource,  
Comme AC à AB, ainsi AB à EG.  
Et par raison inverse,  
Comme AB à AC, ainsi EG à AB.

**3. Exemple là où l'un des sinus comparez est d'un angle obtus.**

**Le donné.** Soit ABC un triangle plat, dont les angles de sinus comparez sont C, & ABC, desquels l'angle ABC est obtus, & sur le point B comme centre, soit descript avec AB comme raid, l'arc AD, dont le sinus soit AE, à angle droit sur la produite CB: Semblablement sur le point C comme centre, soit descript avec CF egale à AB comme raid, l'arc FG, dont le sinus FH vient aussi à angle droit sur CB. **Le requis.** Il faut demonstrier que comme le costé dextre AB, au costé fenestre AC, ainsi le sinus de l'angle fenestre FH, au sinus de l'angle dextre AE.



*Preparation.* Soit marqué AI sur la produite CB, tellement que l'angle AIB, soit égal à l'angle ABI.

**DEMONSTRATION.**

Veu que l'angle AIB, est égal à l'angle ABI, s'ensuit qu'il faut que la ligne AI soit égale à AB: Mais AB est égale à CF par le donné, parquoy AI est égale à CF, & AE est aussi sinus de l'angle I: Pource je dis par le 1 exemple de ceste proposition, que

Comme le costé dextre AI, du triangle ACI, au costé fenestre AC.

Ainsi le sinus de l'angle fenestre FH, au sinus de l'angle dextre AE.

Mais AB est égale à AI, & AE est aussi sinus de l'angle ABC du triangle ABC, par le donné: Parquoy

Comme le costé dextre AB, au costé fenestre AC,

Ainsi le sinus de l'angle fenestre FH, au sinus de l'angle dextre AE.

*Conclusion.* Doncques comme le costé dextre d'un triangle plat au costé fenestre, ainsi le sinus de l'angle fenestre, au sinus de l'angle dextre: ce qu'il falloit démonstrer.

ALB. GIRARD.

*Il est plus facile pour la memoire, de dire, comme le costé au sinus de l'angle opposite, ainsi un autre costé au sinus de l'angle opposite.*

**THEOREME. II. PROPOSITION.**

**V**N triangle ayant trois costez incognus & trois angles connus: On ne peut trouver par iceux les trois costez incognus.

*Le donné.* Soit ABC un triangle, dont les trois costez sont incognus, mais les trois angles connus.

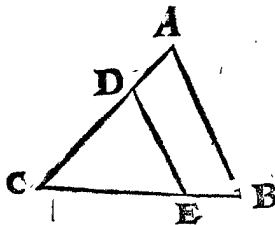
*Le requis.* Il faut démonstrer, que par iceux on ne peut trouver les trois costez incognus.

*Preparation.* Soit tirée quelque ligne parallele avec un des trois costez, comme DE parallele avec AB.

**DEMONSTRATION.**

Le triangle DCE, est semblable au triangle ABC, parquoy les trois nombres donnez (quand il y en a aucuns) des trois angles, servent autant pour les trois angles du triangle DEC, que pour les trois angles du triangle ABC, & pour infinis autres triangles de telle qualité: par où il est notoire que des trois costez on ne peut donner certaine solution. Mais parce que la raison des costez demeure la mesme, on y peut trouver seulement la raison, comme en la 7 proposition suivante.

*Conclusion.* Vn triangle doncques ayant trois costez incognus, & trois angles connus, on ne peut trouver par iceux les trois costez incognus: ce qu'il falloit démonstrer.



**PROBLEME I. PROPOSITION III.**

**E**stant connus du triangle plat les deux angles: Trouver le troisieme angle.

Les deux termes connus, dit en general, sont de ceste qualité.



*Le donné.* Soit ABC un triangle plat, dont l'angle B fait 50 deg. & C 60 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme angle A.

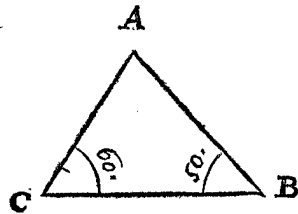
**CONSTRUCTION.**

J'assemble les 50 deg. & 60 deg. donnez, font 110 deg. lesquels soustraits de 180 deg. reste pour l'angle requis A 70 deg.

**DEMONSTRATION.**

Les trois angles de chaque triangle, sont egaux à deux angles droits: Pource les deux angles B, C, soustraits des deux angles droits, qui est de 180 deg. il faut que le reste soit pour le troisieme angle A. Notez encore qu'un

angle donné estât droit, on peut pour briefvetez soustraire l'autre angle de 90 deg. le reste est pour le troisieme angle. Soit pour exemple l'un de 90 deg. l'autre de 30 deg. je le soustrais de 90 deg. reste pour le



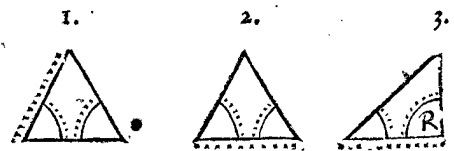
troisieme angle 60 deg. ce qui, pour des raisons connues, donne autant, qu'assemblant 90 avec 30, & iceux soustraits de 180. deg.

*Conclusion.* Estant donc connus du triangle plat les deux angles, nous avons trouvé le troisieme angle, selon le requis.

**PROBLEME II. PROPOSITION IV.**

**E**stant connus du triangle plat deux angles & un costé: Trouver le troisieme angle & les deux autres costez.

Les trois termes connus se rencontrent en ces trois diverses façons.



**NOTEZ.**

L'invention des termes incognus d'un triangle, tant des spheriques que plats, se peut faire en beaucoup de sortes: Mais nous n'userons à chaque exemple que d'une maniere, en choisissant celle, laquelle quand nous descrivions ce traité, nous sembla la plus briefve & plus commode, non pas que nous deprissions le labour utile de ceux qui sur un mesme exemple mettent beaucoup de manieres, car on voit par là comment l'esprit humain du temps passé a travaillé estrangement en ceste matiere: Mais par ceci nous avons voulu declarer nostre dessein; qui est de viser & tendre à ce qui est plus court, notoire & commode pour la pratique. Et si quelqu'un outre cela, desire la cognoissance de ces differences, il peut voir d'autres Auteurs qui en traitent, & faisant son mieux tascher de trouver des manieres encores plus courtes & notoires que

que celles-ci. Il faut aussi sçavoir, qu'aux constructions suivantes tant des triangles spheriques que plats, nous ne venons à plus petites partitions, des arcs, n'estoit pour quelques singulieres raisons y declarées, qu'à ①.

A ceci nous nous servirons seulement de 10000 pour raid, lequel toutesfois est mis aux tables des sinus, tangentes & secantes sur 10000000, delaisant trois lettres du mesme raid, & aussi de chaque nombre des tables, car prennant plus de lettres, le compte en seroit plus facileux, sans plus de seureté en la solution. Et prennant moins de lettres, il seroit bien plus aisé, mais causeroit incertitude en la solution. Mais d'autant que ceci a esté dit simplement sans demonstration, nous ferons la declaration des raisons.

*De la quantité des lettres qu'on doit donner au raid, en cherchant les termes incognus d'un triangle.*

Pour donner doncques au raid en tous exemples accurrens sa due quantité de lettres, il faut sçavoir que chaque moindre partition du raid, doit au plus pres estre egale à chaque moinde partition du quart du cercle avec laquelle on se propose de vouloir compter: Ou si le principal but tendoit aux lignes droites, qu'alors chaque moindre partition du quart du cercle, doit au plus pres estre egale à chaque moindre partition du raid, avec lequel on se propose de vouloir compter. Pour lequel declarer par exemple, soit le dessein de ne point vouloir compter avec moindres partitions du quart du cercle que ①, comme il advient le plus souvent es comptes vulgaires: La demande est, quel nombre, ou combien de lettres on donnera au raid? Pour le sçavoir, je voy combien de primes comprend le quart du cercle, se trouve 60 fois 90, qui est 5400 ①. Apres je dis, 11 donne 7, (en telle raison est fort pres l'arc du quart du cercle au raid, selon la demonstration d'Archimede) combien 5400? Vient 3436. Parquoy le raid reparti en 3436 partitions egales, chacune d'icelles sera bien pres egale avec chaque partie du quart du cercle parti en 5400: Or afin de prendre pour le raid les lettres qui à ce nombre sont les plus pres & majeurs, il faut qu'apertement ce soit 10000: Tellement que ceci est un nombre convenable du raid, avec lequel on peut operer jusques à primes du quart du cercle.

Mais si le dessein estoit de vouloir avoir assurance jusques au ②, la procedure est comme dessus: Toutesfois nous le descrirons aussi comme s'ensuit. Le quart d'un cercle à 324000 ②, avec icelles je dis, 11 donne 7, combien 324000? Vient 206182. Pource le raid parti en autant de parties, chacune d'icelles sera bien pres egale à chaque portion du quart d'un cercle reparti en 324000. Or afin de prendre maintenant pour le raid les lettres qui à ce nombre sont les plus pres & majeurs, il faut que ce soit apertement 1000000. Tellement que ceci est un nombre convenable du raid, avec lequel on peut operer jusques à ③ du quart d'un cercle.

Soit tiercement le dessein de vouloir avoir assurance jusques à ③: Je trouve que le quart d'un cercle a 19440000 ③, avec iceux je dis, 11 donne 7, combien 19440000? Vient 12370909. Pource le raid parti en autant de parties, chacune d'icelles sera bien pres egale à chaque partie du quart d'un cercle parti en 19440000. Or afin de prendre pour le raid les lettres qui à ce nombre sont les plus pres & majeurs, il faut que ce soit apertement 100000000, mais le plus grand de la table

n'est que de 10000000. Toutesfois en l'operation avec troisiemes on s'en pourroit aider, car combien que chaque portion du raid soit presque double, à chaque portion du quart d'un cercle, si le faut il estimer ici pour petit different. Mais pour operer avec ces tables, dont le raid est 10000000, en quartes, le different seroit trop grand pour avoir suffisante assurance, car suivant la fudite feigle, il faudroit avoir le raid de 100000000.

Il est assez notoire, par le contraire de ce que nous avons dit jusques ici, comment au raid des parties de petitesse requise, on prendra des parties de degrez du quart d'un cercle selon ce qu'il appartient.

Nous avons parlé jusques ici sans demonstration: Mais pour en declarer par exemple les raisons, soit ABCD un rectangle plat, dont le costé AB soit mesuré avec des verges, comme la plus petite mesure, & soit trouvé de 12 verges, quant à la moitié ou tiers d'une verge qu'il y pourroit avoir plus ou moins, l'on n'en tient ici point de compte, veu que la verge par le posé, est la plus petite mesure dont on se sert: Mais le costé AD se mesure, je prens, plus justement, comme jusques aux poulces, dont les 144 font une verge, & se trouve de 30 verges 1 poulce, qui est  $30\frac{1}{144}$  verges: Maintenant suivant ce donné, le plan se trouve de  $360\frac{1}{12}$  verges, Mais delaisant le rompu de  $\frac{1}{144}$ , le plan se trouve alors de 360 verges, laquelle solution differe seulement de la premiere  $\frac{1}{12}$ . Estant ceci entendu, je dis qu'il n'est point necessaire qu'on mesure AD si pres, si on mesure aussi AB semblablement ainsi; car posé que AB face  $\frac{1}{2}$  verge plus ou moins que 12 (ce qui peut advenir couvertement, d'autant qu'on n'en tient point de compte) le plat sera de  $375\frac{25}{88}$ , ou  $345\frac{23}{88}$ , qui est de 15 plus ou moins que la premiere solution, pource que sert-il par grands & penibles comptes, de trouver  $\frac{1}{12}$  davantage, là où couvertement il monte 15 plus ou moins? Par ceci on entend les raisons, pourquoy la plus petite partition de l'un & de l'autre costé, comme AB & AD, au plus pres doit convenir. Et consequemment les raisons, pourquoy les plus petites partitions de l'arc & du raid, à peu pres doivent estre de mesme grandeur, veu qu'en l'operation leurs parties se multiplient ensemble, comme ci dessus AB avec AD.



1 Exemple du 1 triangle de ceste qualité.



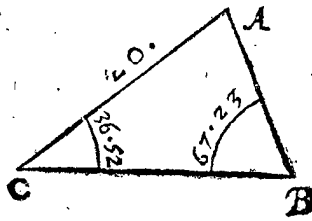
Le donné. Soit ABC un triangle plat, dont l'angle C fait 36 deg. 52 ①, & B 67 deg. 23 ①, & le costé AC 20.

Le requis. Il faut trouver le troisieme angle A, & les autres deux costez AB, BC.

CONSTRUCTION.

Invention de l'angle A.

Veü qu'il y a deux angles cognus B, C, l'angle A se trouve par le 3 proposition de 75 deg. 45.



b

Inven

*Invention du costé AB.*

|                                   |                        |
|-----------------------------------|------------------------|
| Sinus de l'angle dextre B         | 9231.                  |
| Donne sinus de l'angle fenestre C | 6000.                  |
| Combien le costé fenestre AC      | 20?                    |
| Vient pour le costé requis AB     | $12 \frac{9231}{9231}$ |

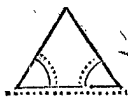
*Invention du costé BC.*

|  |                        |
|--|------------------------|
| Premierement je cherche l'angle A, & le trouve par la 3 proposition de     | 75 deg 45.             |
| Après je tourne AB dessous comme base, disant: Sinus de l'angle fenestre B | 9231.                  |
| Donne le sinus de l'angle dextre A   | 9692.                  |
| Combien AC costé dextre  | 20?                    |
| Vient pour le costé requis BC  | $20 \frac{9231}{9692}$ |

DEMONSTRATION.

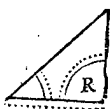
L'invention de l'angle A, est notoire par la construction, & des deux costez AB, BC, est fondée sur la premiere proposition.

*2 Exemple du 2 triangle de ceste qualité.*

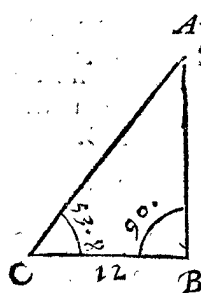


Je trouve le troisieme angle par la 3 proposition, & alors j'ay un triangle de la qualité du premier exemple, à sçavoir avec deux angles cognus, & un costé cognu à l'opposite d'un des angles cognus, avec lequel se trouvent les termes incognus requis, selon la maniere d'icelui premier exemple.

*3 Exemple du 3 triangle de ceste qualité.*



Le donné. Soit ABC un triangle plat, dont l'angle B est droit, C de 53 degr. 8', & le costé entre deux BC 12.



Le requis. Il faut trouver le troisieme angle A, & les autres deux costez AB, AC.

CONSTRUCTION.

*Invention de l'angle A.*

Veü qu'il y a deux angles B, C, cognus, l'angle A se trouve par la 3 proposition de 36 deg 52.

*Invention du costé rectangulaire AB.*

|   |                          |
|---|--------------------------|
| Sinus du rectangle                      | 10000.                   |
| Donne tangente de l'angle oblique donné | 13335.                   |
| Combien CB                              | 12?                      |
| Vient pour la requise AB                | $16 \frac{10000}{13335}$ |

*Invention de l'hypotenuse AC.*

|  |                          |
|--|--------------------------|
| Sinus du rectangle                     | 10000.                   |
| Donne secante de l'angle oblique donné | 16668.                   |
| Combien CB                             | 12?                      |
| Vient pour la requise AC               | $20 \frac{10000}{16668}$ |

CONSEQUENCE.

Si quelque costé d'un rectangle, comme par exemple BC, faisoit 10000, ainsi qu'aux comptes des cours

celestes advient souvent, il est notoire que AB & AC se trouvent sans qu'il faille faire aucun grand compte de multiplication, ou division. Car la tangente de l'angle C, laquelle se trouve aux tables de 13335, est pour AB, & la secante du mesme angle faisant 16668 est pour AC.

NOTEZ.

D'autant que quelqu'un pourroit penser, pourquoy on ne cherche pas ici ceste AB par la mesme reigle generale du 1 exemple, nous en declarerons la raison: Laquelle est, qu'ainsi par une multiplication on trouve le requis, là où autrement joignant la multiplication, il faut faire une division, ce qui contre nostre desseing, ne seroit pas le plus court chemin.

DEMONSTRATION.

Si on prend CB pour raid du cercle faisant 10000, & AB pour sa tangente (pource que son angle C est de 52 degr. 8') elle fera 13335: Parquoy disant CB. 10000, qui est aussi sinus du rectangle, donne AB 13335, combien CB 12? ce qui en vient, à sçavoir  $16 \frac{10000}{13335}$ , il faut qu'il soit pour AB, en telles parties que BC en fait 12. Conclusion. Estant doncques cognus du triangle plat deux angles & un costé, nous avons trouvé le troisieme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

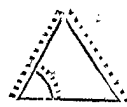
NOTEZ.

De trois termes incognus d'un triangle, estant un ou deux trouvez, on en a quatre ou cinq cognus, tellement que les trois cognus, par lesquels on cherche un autre incognu, se peuvent prendre alors en diverses manieres: Mais veü qu'en la pratique bien souvent on ne desire qu'un terme, nous descrirons par tout, tant les triangles spheriques que plats, l'invention de chaque terme requis, tout ainsi que s'il n'y avoit que les trois donnez cognus, afin qu'en l'imitation on aye tousiours un exemple, comment on trouvera chaque terme requis.

PROBLEME. III. PROPOSITION. V.

Estant cognus d'un triangle plat un angle & deux costez, comprenant un angle incognu: Trouver le troisieme costé, & les autres deux angles.

Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité.



I. NOTE.

La reigle generale des opérations est telle: On met le costé incognu comme base, & soit qu'on desire l'angle d'enhaut, ou troisieme costé, on cherche premierement l'angle dextre, ou fenestre, qui est incognu, disant (si l'angle dextre estoit incognu) costé dextre, donne costé fenestre, combien le sinus de l'angle fenestre? ce qui en vient est pour le sinus de l'angle dextre, dont l'arc declare la grandeur d'icelui angle dextre: Mais si le nombre du susdit sinus qui se trouve en la table, doit estre pour un angle aigu, ou pour son complement de demicercle, qui est un angle obtus, cela en aucuns exemples est certain, en aucuns point: Tellement qu'estant incognu si l'angle dextre est aigu ou obtus, il y a deux solutions. Mais pour discerner les triangles de simple ou double solution, nous descrirons les deux reigles suivantes,

Des deux reigles generales des triangles de ceste proposition.

I. R E I G L E.

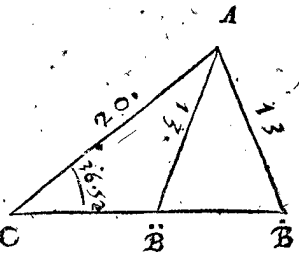
Si le costé cognu touchant l'angle cognu, estoit plus grand que l'autre cognu, & que l'angle incognu touchant le costé incognu, estoit par l'operation trouvé oblique, il y aura deux solutions.

II. R E I G L E.

Tous les autres triangles de ceste proposition n'ont qu'une conclusion.

DECLARATION.

Soit ABC un triangle plat, dont l'angle C fait 36 degr. 52 ①, le costé AC 20, & AB 13, ce qui est un triangle de la qualité de la premiere reigle: En icelui on voit deux fois la lettre B, l'une avec un point dessus comme B: L'autre avec deux points de ceste façon B, ce qui se fait à telle fin: Il est notoire que les trois termes cognus du triangle ABC, sont egaux avec les trois termes cognus du triangle ABC: Mais les trois termes in-



cognus d'un triangle, sont inegaux avec les trois incognus de l'autre. Pource si quelqu'un sans voir un triangle, disoit ainsi: A B C est un triangle, dont l'angle C fait 36 deg. 52, le costé AC 20, & BC 13. La demande est, de quelle grandeur sont les trois termes incognus? Il est notoire qu'il est incertain si l'imagination du proposant tend au triangle ABC, ou au triangle ABC. Voire encores que le triangle fust visiblement marqué, si peut il advenir neantmoins, que le plus petit costé AB cognu, approché si près du rectangle, que par la veüe on ne peut juger s'il rend l'angle ABC aigu ou obtus. Et poté que la veüe le pourroit discerner, encore n'est il point nécessaire, que l'angle estant marqué obtus, le soit pourtant en effect, car souvent les circonstances requerent le contraire, parce que quelquefois d'autres lignes ou grandeurs, pour estre à autres proportionnelles, seroyent trop invisibles, comme souvent on le voit advenir aux propositions mathematiques. Ceci doncques est la raison pourquoi nous rencontrons des triangles avec double solution: Toutesfois s'il estoit expressement dit, ou qu'on sceust, comme advient souvent en la pratique, que l'angle B fust aigu ou obtus, il n'y auroit alors qu'une solution. Jusques ici nous avons dit de la premiere reigle. Touchant la seconde, elle contient, que tous les autres triangles de ceste proposition n'ont qu'une solution: Les autres triangles sont tels:

Premierement quand AC est plus grand que AB, & que joignant cela il est déclaré que l'angle B est obtus.

Secondement quand AC est plus grand que AB, & que joignant cela il est déclaré que l'angle B est aigu.

Tiercement que combien AC estant plus grand que AB, neantmoins l'angle B se trouve droit par la construction.

Au quatriesme quand AC est egal avec AB, car alors l'angle B est egal avec C.

Au cinquiemesme quand AC est plus petit que AB, car alors l'angle B est aigu. Tous lesquels n'ont qu'une solution.

2. N O T E.

Il faut sçavoir que pour avoir un exemple imitable à un triangle donné de la qualité de ceste proposition,

on regarde s'il est de la premiere reigle; estant d'icelle, on suivra le premier exemple décrit ci dessous: mais n'en estant point, alors le second exemple.

I. Exemple du triangle de la qualité de la premiere reigle.

Le donné. Soit ABC ci dessus un triangle plat, dont l'angle C fait comme il y a esté dit 36 deg. 52 ①, le costé AC 20, AB 13, & ceci sans dire si l'angle B est aigu ou obtus: Ou autrement sans qu'il soit déclaré si l'intention tend sur le triangle ABC, ou ABC. Le requis. Il faut trouver le troisieme costé BC, & les autres deux angles ABC, CAB.

1. Operation sur la premiere solution.

Je voy premierement que le costé AC touchant l'angle cognu, est plus grand que le costé AB, par où il peut estre de double ou seulement de simple solution: Pour sçavoir maintenant lequel ce sera des deux, il me faut trouver premierement l'angle ABC, comme s'ensuit.

Invention de l'angle ABC.

|  |       |
|--|-------|
| Le costé dextre AB                     | 13.   |
| Donne costé senestre AC                | 20.   |
| Combien le sinus de l'angle senestre C | 6000. |
| Vient sinus                            | 9231. |

Lequel n'estant point sinus du rectangle, le triangle fera de double solution. Soit donc que du commencement l'intention ait esté sur le triangle ABC, s'ensuit que le susdit sinus 9231 sera pour l'angle aigu requis B, dont l'arc comme 1 solution est de 67 deg. 23.

Invention de l'angle CAB.

|   |              |
|---|--------------|
| Je trouve premierement l'angle B comme dessus de      | 67 deg. 23.  |
| A cela adjousté l'angle C faisant                     | 36 deg. 52.  |
| Vient   | 104 deg. 15. |
| Iceux soustraits de                                   | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis CAB de la premiere solution | 75 deg. 45.  |

Invention du costé BC.

|   |             |
|---|-------------|
| Je trouve premierement comme dessus l'angle CAB pour premiere solution de | 75 deg. 45. |
| Puis apres je tourne AC comme base, & dis, sinus de l'angle dextre C      | 6000.       |
| Donne sinus de l'angle senestre CAB                                       | 9693.       |
| Combien le costé senestre AB  | 13?         |
| Vient pour le costé requis BC de la premiere solution                     | 21 8000.    |

2. Operation sur la deuxiesme solution.

Invention de l'angle ABC.

|  |              |
|--|--------------|
| Je trouve premierement par la premiere operation de l'invention de l'angle ABC, l'angle B de la premiere solution de | 67 deg. 23.  |
| Iceux soustraits de  | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis ABC de la seconde solution   | 112 deg. 37. |

Invention de l'angle CAB.

|  |              |
|--|--------------|
| Je trouve premierement par la premiere operation l'angle ABC de la seconde solution, comme dessus de | 112 deg. 37. |
|  | b 2          |
|  | Auquel       |

Auquel adjouste l'angle C de 36 deg. 52.  
 Vient 149 deg. 29.  
 Iceux soustraits de 180 deg.  
 Reste pour l'angle requis CA B de la deuxiesme solution. 30 deg. 31.

*Invention du costé B C.*

Je trouve premierement par la 2. operation l'angle CA B pour la seconde solution comme dessus de 30 deg. 31.  
 Puis apres je tourne AC comme base, & dis, le sinus de l'angle dextre C 6000  
 Donne sinus de l'angle fenestre CA B 5075  
 Combien le costé fenestre A B 132  
 Vient pour le costé B C requis de la seconde solution 10  $\frac{5973}{6000}$

*2. Exemple des triangles de la qualite de la 2. reigle.*

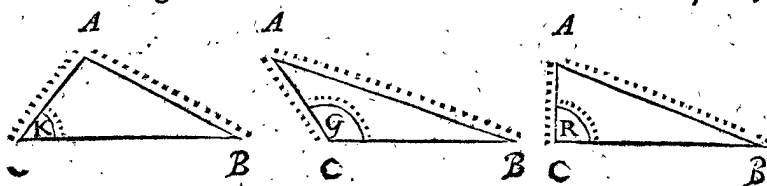
Si AC estoit plus grand que AB, & qu'avec cela l'angle B fust declaré estre obtus, on fait la susdite seconde operation: En tous les autres triangles on fait la premiere operation: Entre lesquelles y a quelque briefveté au triangle dont AC est egal à AB; car il faut qu'alors l'angle B, soit egal à l'angle C, sans faire aucune autre inquisition.

**DEMONSTRATION.**

La demonstration de la premiere reigle est notoire par la declaration faite sous icelle: Touchant la seconde reigle, laquelle comprend cinq certaines especes de triangles; comme il a esté dit, la demonstration des quatre premieres d'icelles, qui est n'avoir qu'une solution, n'ont point besoin de declaration comme estant assez notoire.

Mais pour demonstrier la cinquieme espece, contenant, que quand AC est plus petit que AB, alors qu'il n'y a qu'une solution avec B aigu: Soit ABC un triangle plat, selon le contenu de la 2. reigle, à sçavoir dont le costé AC est plus petit que AB, & l'angle C soit aigu, obtus, ou droit, comme il advient.

*Le requis.* Il faut demonstrier que l'angle B peut seulement estre aigu.



**DEMONSTRATION.**

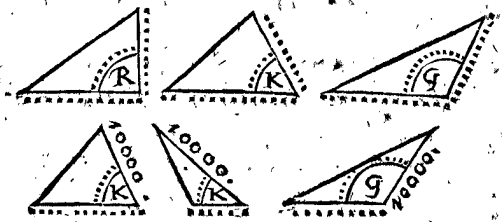
Si B estoit droit, ou obtus, il faudroit que C fust encores plus grand, pource que son costé opposite est plus grand que le costé opposite de B, & consequemment trois angles A, B, C, seroyent plus grands que deux rectangles, ce qui estant impossible, B est seulement aigu. Touchant la demonstration des operations, elle est fondée par tout sur la 1 & 3 proposition.

*Conclusion.* Estant donc connu d'un triangle plat, un angle & deux costez comprenant un angle incognu: Nous avons trouvé le troisieme costé, & les deux autres angles, selon le requis.

**PROBLEME IV. PROPOSITION VI.**

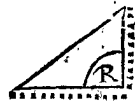
**E**stant connus d'un triangle plat deux costés comprenant un angle cognu: Trouver le troisieme costé, & les autres deux angles.

Les trois termes cognus sont de ceste qualite:



Lesquels recevans six diverses façons d'operations, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

*1. Exemple du premier triangle de ceste qualite.*

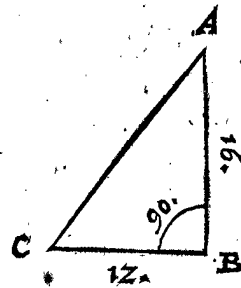


*Le donné.* Soit ABC un triangle plat, dont l'angle B est droit, & le costé AB fait 16, BC 12.

*Le requis.* Il faut trouver l'hypothénuse AC, & les autres deux angles A, C.

**CONSTRUCTION.**

*Invention de l'angle A.*



Le costé rectangulaire touchant l'angle requis, qui est ici AB 16.  
 Donne l'autre costé du rectangle BC 12.  
 Combien le sinus du rectangle 10000  
 Vient tangente 7500.  
 Son arc pour l'angle requis A. 36 deg. 52.

*L'invention de l'angle C,*

Est comme de l'angle A, suivant laquelle sera trouvé de 53 deg. 8.

*Invention de l'hypothénuse AC.*

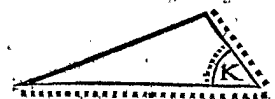
Je trouve premierement, commé dessus, un des angles obliques, qui soit A, de 36 deg. 52.  
 Puis je dis, Sinus de l'angle droit 10000.

Donne secante de 36 deg. 52 12500.

premier en l'ordre faisant 162  
 Combien le costé de l'angle droit touchant icelui angle A, qui est AB 162

Vient pour l'hypothénuse AC requise 180.

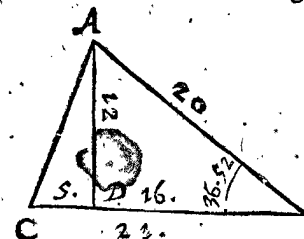
*2. Exemple du 2. triangle de ceste qualite.*



*Le donné.* Soit ABC un triangle plat, dont le costé AB fait 20, BC 21, & l'angle B soit aigu de 36 deg. 52.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme costé AC, avec les autres deux angles C & CAB.

*Preparation.* Je tire du bout du costé cognu plus court, comme ici AB, sur le costé cognu le plus long BC, la perpendiculaire AD, laquelle necessairement,



ment, pource que l'angle B est aigu, tombe dedans le triangle: Ce qui estant ainsi, ADB est un triangle rectangle, avec deux angles connus, & un costé connu AB, lequel triangle estant de la qualité de la 4 proposition, je trouve par icelle ses deux costés AD, DB, à sçavoir AD assez pres de  
Et BD de  
Iceux soustraits de CB,  
Reste pour DC

Ce qui estant ainsi, j'ay un triangle rectangle ADC, avec trois termes connus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRUCTION.

Invention du costé AC.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, & veu que le triangle ADC, a maintenant trois termes connus, à sçavoir deux costez, comme AD 12, DC 5, & l'angle ADC droit, je trouve avec cela, par le 1 exemple de ceste proposition, l'hypothénuse AC, comme costé requis de

$$12 \frac{9228}{9231}$$

Invention de l'angle C.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que le triangle ADC, a maintenant trois termes connus, à sçavoir deux costez, comme AD 12, DC 5, & l'angle ADC droit, je trouve avec cela par le 1 exemple de ceste proposition, l'angle requis C de

67 deg. 23.

Invention de l'angle CAB.

Premierement ayant fait la preparation, come dessus, & veu que le triangle ADC, a maintenant trois termes connus, à sçavoir deux costez AD 12, DC 5, & l'angle ADC droit, je trouve avec cela, par le 1 exemple de ceste proposition, l'angle C de

67 deg. 23.

A icelui adjousté l'angle donné B faisant

36 deg. 52.

Vient

104 deg. 15.

Iceux soustraits de

180 deg.

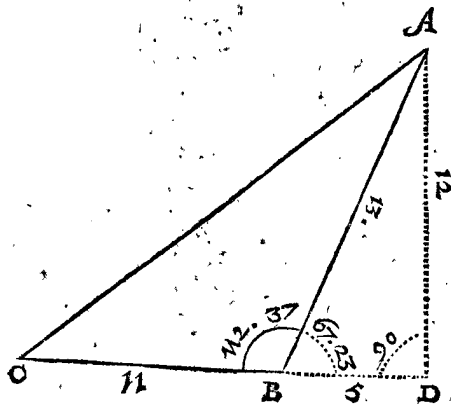
Reste pour l'angle requis CAB.

75 deg. 45.

3. Exemple du 3 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle plat, dont le costé AB fait 13, BC 11, & l'angle ABC soit obtus de 112 deg. 37.



Le requis. Il faut trouver le troisieme costé AC, & les autres deux angles C, & CAB.

Preparation. Je tire d'un des angles incognus, une ligne perpendiculaire sur son costé opposite produit, comme ici de l'angle incognu CAB, la perpendiculaire AD, sur la produite CB, laquelle perpendiculaire necessairement, pource que l'angle ABC est obtus, tombe hors du triangle. Puis apres je soustraits l'angle ABC faisant

112 deg. 37.

De  
Reste pour l'angle ABD

180 deg.

67 deg. 23.

Ce qui estant ainsi, ADB est un triangle rectangle, avec deux angles connus, & un costé connu AB: Lequel triangle estant de la qualité de la 4 proposition, je trouve par icelle ses deux costez AD, BD, à sçavoir AD assez pres de

12.

Et BD de

5.

Iceux adjoustés à CB, faisant pour le donné

11.

Vient pour DC

16.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant un triangle rectangle ADC, & trois termes connus avec lesquels on peut trouver les incognus, comme s'ensuit.

CONSTRUCTION.

Invention du costé AC.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que le triangle ADC a trois termes connus, à sçavoir deux costez comme AD 12, DC 16, & l'angle ADC droit, je trouve avec cela, par le 1 exemple de ceste proposition, l'hypothénuse AC, comme costé requis de

20.

Invention de l'angle C.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que l'angle ADC, a maintenant trois termes connus, à sçavoir deux costez, comme AD 12, DC 16, & l'angle ADC droit, je trouve avec cela par le 1 exemple de ceste proposition l'angle requis C de

36 deg. 52.

Invention de l'angle CAB.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que le triangle ADC, a maintenant trois termes connus, à sçavoir deux costez AD 12, DC 16, & l'angle ADC droit, je trouve avec cela par le 1 exemple de ceste proposition l'angle C de

36 deg. 52.

A iceux adjousté l'angle B faisant

112 deg. 37.

Vient

149 deg. 29.

Lesquels soustraits de

180 deg.

Reste pour l'angle requis CAB.

30 deg. 31.

4. Exemple du 4 triangle de ceste qualité.

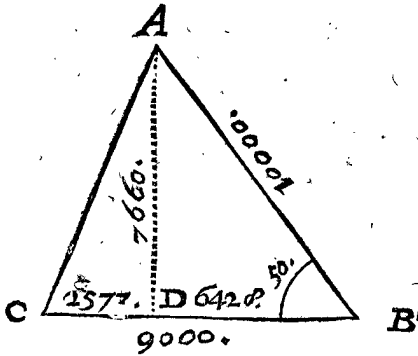


La precedente reigle est bien generale sur tous triangles, tant de ceux qui ont un costé connu de sinus du rectangle 10000, que d'autre nombre; mais veu qu'avec 10000 il y a briefveté en la preparation, & que joignant cela, tels triangles se rencontrent souvent en

matiere d'Astronomie, nous mettrons de ceste briefveté des exemples particuliers.

*Le donné.* Soit ABC un triangle plat, dont le costé AB 10000, BC 9000, & l'angle B 50 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme costé AC, & les autres deux angles C & CAB.



*Preparation.* Je tire de l'angle incognu qui touche le costé de 10000, qui est de A, la perpendiculaire sur son costé opposé, laquelle si elle doit tomber dehors ou dedans le triangle, on le trouve ainsi: Le sinus de l'arc de complement des donnez 50 deg. qui est sinus de 40 deg. fait 6428, lequel nombre estant plus petit que du donné BC 9000, je tire la perpendiculaire AD dedans le triangle: Mais si le sinus de l'arc de complement eust esté plus grand, elle y tomberoit dehors, & alors il faudroit suivre le 5 exemple descript ci dessus.

Doncques AD, tombant dedans AB, comme sinus de l'angle DAB 40 deg.

fait les susdits

Iceux soustraits de CB faisant par le donné

Reste pour DC

Et le sinus des 50 deg. de B donné, fait pour AD

6428.

9000.

2572.

7660.

CONSTRUCTION.

Ce qu'estant ainsi, j'ay un triangle rectangle ADC, avec trois termes connus, par lesquels on peut trouver les incognus, selon la maniere de l'operation du 2 exemple. Et suivant icelui, le costé requis AC sera trouvé de

8080.

L'angle requis C de

71 deg. 26.

L'angle requis CAB de

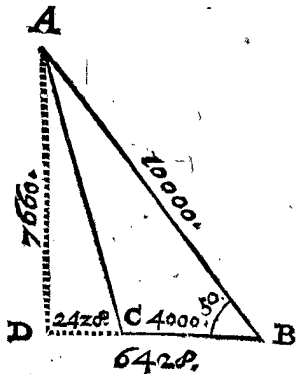
58 deg. 34.

5. Exemple du 5 triangle de ceste qualité.



*Le donné.* Soit ABC un triangle plat, dont le costé AB 10000, BC 4000, & l'angle B 50 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme costé AC, & les autres deux angles ACB, & CAB.



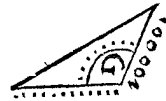
*Preparation.* Je tire de l'angle incognu qui touche le costé de 10000, qui est A, une perpendiculaire sur son costé opposé BC, laquelle si elle tombe dehors ou dedans le triangle, on le trouve ainsi. Le sinus de l'arc de complement des donnez 50 deg. qui est sinus de 40 deg. fait 6428, lequel nombre estant plus grand

que le donné BC 4000, je tire la perpendiculaire AD hors du triangle sur la produite BC: Mais si le sinus de l'arc de complement eust esté plus petit, elle y tomberoit dedans, & alors il faudroit suivre le 4 exemple susdit: Doncques AD tombant dehors, DB comme sinus de l'angle DAB 40 deg. fait les susdits 6428. D'iceux soustrait CB, faisant par le donné 4000. Reste pour DC 2428. Et le sinus des donnez 50 deg. de B, fait pour AD 7660.

CONSTRUCTION.

Ce qu'estant ainsi, j'ay maintenant un triangle rectangle ADB, avec trois termes connus, par lesquels on peut trouver les incognus, selon la maniere de l'operation du 1 exemple, & suivant icelle, le costé requis AC sera trouvé de 8037. L'angle ACD de 72 deg. 25. Iceux soustraits de 180 deg. Reste pour l'angle requis ACB 107 deg. 35. Lesquels adjouitez à l'angle donné B 50 deg. vient 157 deg. 35. Iceux soustraits de 180 deg. Reste pour l'angle requis CAB 22 deg. 25.

6. Exemple du 6 triangle de ceste qualité.



*Le donné.* Soit ABC un triangle plat, dont le costé AB 10000, BC 6000, & l'angle ABC obtus de 120 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le costé AC, & les autres deux angles C, & CAB.

*Preparation.* Je tire de l'angle incognu qui touche le costé de 10000, qui est de A, une perpendiculaire AD, sur son costé CB opposé produit.

Puis apres je soustrais l'angle donné ABC 120 deg. De 180 deg. Reste pour l'angle ABD 60 deg. Dont le sinus pour son costé opposé AD 8660. Et l'angle ABD 60 deg. troisieme en l'ordre, soustrait de 90 deg. reste pour l'angle BAD 30 deg. Dont le sinus pour son costé opposé BD 5000. A icelui adjouste le donné BC 6000. Vient pour CD 11000.

CONSTRUCTION.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant un triangle rectangle ADC, avec trois termes connus, par lesquels on peut trouver les incognus, selon la maniere de l'operation du 1 exemple, selon lequel, le costé requis sera trouvé de 13999. L'angle requis C de 38 deg. 13. L'angle CAD de 51 deg. 47. D'iceux soustrait DAB faisant par le cinquieme de l'ordre de la preparation 30 deg. Reste pour la requise CAB 21 deg. 47.

NOTE 2.



NOTEZ.

La susdite briefveté qu'il y a au triangle ayant un costé de 10000, au prix des autres triangles, lesquels en ce lieu ont un autre nombre, procede de ce que ceste preparation se fait sans multiplication ou division, au lieu que l'autre preparation a deux multiplications. Touchant ce que quelqu'un pourroit penser que ceste briefveté se fut bien monstrée elle mesme, si en l'operation on eust suivi la reigle generale du 2 & 3 exemple, & qu'à cause de cela ceste animadversion de briefveté n'est point necessaire : On respond ci dessus que cela est bien vray, quand on tire les perpendiculaires, comme il a esté fait ici dessus, d'un angle incognu qui touche le costé de 10000, mais point quand on les tire de l'autre angle incognu. Tellement que ceste briefveté requeroit ici la susdite animadversion.

DEMONSTRATION.

L'operation de l'invention de l'angle A au premier exemple, se demonstre ainsi : Il apparoit en la forme de la 1 definition du 1 livre du traicté des triangles, que A B I est un triangle rectangle, dont le costé A B, estant egal au sinus du rectangle A E, alors le mesme A B se peut prendre pour le sinus du rectangle : par où est notoire que tel sinus de rectangle avec sa tangente, sont deux costez de rectangle d'un triangle rectangle. Et par le contraire d'icelui, que tous deux costez d'un rectangle, se peuvent prendre, l'un pour sinus d'un rectangle, l'autre pour sa tangente : Pource soit A B en la forme du 1 exemple de ceste proposition, prins pour sinus d'un rectangle, s'ensuit que B C est sa tangente : Toutesfois puis que les nombres 16 & 12, de ces deux lignes A B, B C, ne sont point ceux sur lesquels les tables ont esté composées, mais seulement proportionels avec iceux, je dis ainsi : Faisant A B 16. B C fait 12, que fera B C estant A B (comme aux tables) de 10000? Vient pour B C en la table des tangentes 7500.

Parquoy l'arc d'icelui, qui s'y trouve de 36 deg. 52 (1), est pour la grandeur de l'angle A, à l'opposite de la tangente B C. Et la susdite construction estant fondée là dessus, s'ensuit que 36 deg. 52 (1), est la vraye grandeur de l'angle A. Semblable sera aussi la demonstration de l'invention de l'angle C. Touchant la demonstration de la reste, elle est notoire par la construction, & fondée principalement sur la 1 proposition. Conclusion. Estant donc cognus d'un triangle plat deux costez comprenant un angle cognu, nous avons trouvé le troisieme costé & les deux autres angles, selon le requis.

PROBLEME V. PROPOSITION VII.

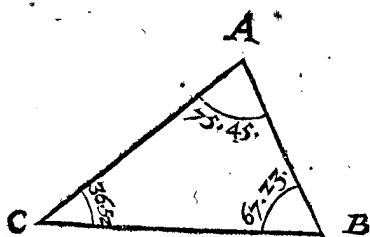
Estant cognus d'un triangle plat, les trois angles : Trouver les raisons des trois costez.

Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité.



Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont l'angle A fait 75 deg. 45 (1), & B 76 deg. 23 (1), C 36 deg. 52 (1).

Le requis. Il faut trouver les raisons des trois costez.



CONSTRUCTION.

Le sinus de l'angle A est pour son costé opposite B C 9692.  
 Le sinus de l'angle B est pour son costé opposite A C 9231.  
 Le sinus de l'angle C est pour son costé opposite A B 6000.  
 Parquoy comme 9692 à 9231, ainsi B C à A C, & semblablement des autres.

La demonstration est notoire par la 1 proposition de ce livre.

Conclusion. Estant donc cognus d'un triangle plat les trois angles, nous avons trouvé les raisons des trois costez, selon le requis.

NOTEZ.

Encores que ne seroient donnez que deux angles cognus, on pourroit trouver les raisons de trois costez, car on trouve le troisieme angle par la 3 proposition.

PROBLEME VI. PROPOSITION VIII.

Estant cognus d'un triangle plat les trois costez : Trouver les trois angles.

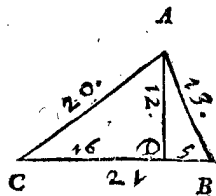
Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité :



Le donné. Soit A B C un triangle plat, dont le costé A B fait 13, B C 21, A C 20.

Le requis. Il faut trouver les trois angles B A C, B, & C.

Preparation. Je tire sur le plus grand costé des trois, qui est ici B C, la perpendiculaire A D, laquelle necessairement, soit que le triangle ait un angle obtus ou non, tombe dedans le triangle donné; Puis apres je dis ainsi :



Le carré du moindre costé A B 13, est 169.  
 A cela le carré du plus grand costé B C 21 faisant 441.

Font ensemble 610.

D'iceux soustrait le carré du costé moyen A C 20 faisant 400.

Reste 210.

La moitié 105.

Icelle divisée par le plus grand B C 21, vient pour B D 5.

Iceux soustrait de B C 21, reste pour D C 16.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles A D B, A D C, chacun avec trois termes cognus, par lesquels on trouve les incognus, comme s'ensuit :

CONSTRUCTION.

Invention de l'angle B.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que le triangle A D B a deux costez cognus A B 13, B D 5, & l'angle A D B droit, s'ensuit que je trouve par la 5 proposition de ceste, l'angle requis B de 67 deg. 23.

Invention de l'angle C.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que le triangle A D C a deux

a deux costez cognus AC, CD, & l'angle ADC droit, s'enfuit que je trouve par la 5. proposition de ce livre l'angle requis. C de

36 deg. 52.

*Invention de l'angle CAB.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, & veu que le triangle ADB a deux costez cognus AB, BD, & l'angle ADB droit, s'enfuit que je trouve par la 5. proposition de ce livre, l'angle requis DAB de

22 deg. 37.

Après, veu que le triangle ADC, a deux costez cognus AC, CD, & l'angle ADC droit, s'enfuit que je trouve par la 5. proposition de ce livre l'angle DAC de

53 deg. 8.

A iceux adjoustez 22 deg. 37 premier en l'ordre, vient pour l'angle requis CAB

75 deg. 45.

**DEMONSTRATION.**

Pour monstrier premierement la preparation, je dis ainsi: Veu que [par la 13. prop. du 2. liv. d'Euclid.] les deux quarez de AB, BC ensemble, sont autant plus grands que le carré de AC, que deux fois le rectangle compris sous BC & BD; Il s'enfuit que la moitié des susdits 210 (ce que les deux quarez de AB, BC, sont ensemble plus grands que le carré de AC) faisant 105, est egale au rectangle une fois compris sous BC & BD. Parquoi le rectangle 105 divisé par son costé BC 21, il faut que le quotient 5 soit pour son autre costé DB: Iceux soustraits de BC 21, il faut que le reste 16, soit pour CD, comme il se trouvoit en la preparation. Quant à la demonstration de l'operation, elle est notoire par l'operation mesme.

*Conclusion.* Estant donc cognus d'un triangle plat les trois costez, nous avons trouvé les trois angles, selon le requis.

**INDICE DES TRIANGLES PLATS.**









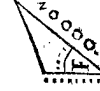



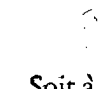
**Q**ui est une maniere de table, demonstrent comment au precedent on trouvera des triangles, pour imiter l'operation d'iceux en un triangle proposé, duquel on desire cognoistre un terme ou termes incognus.

Veue que les precedentes reigles de l'operation, par lesquelles on cherche les termes incognus des triangles plats, sont fort differentes, & que ce seroit chose facheuse de retenir le tout par memoire, nous descrirons ici une certaine maniere (pour obvier à icelle peine) telle qu'à tout exemple occurrant, incontinent on trouvera au precedent un semblable, dont on peut imiter l'operation de point en point, sans troubler l'esprit d'aucunes de ces diversitez: A celle fin nous mettons la description suivante des triangles plats en façon de table: Dont puis apres nous declarerons l'usage par exemple.

ALB. GIRARD.

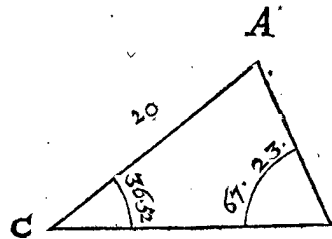
Ceux qui voudront suivre l'ordre que nous avons tenu en nostre Trigonometrie imprimée avec les Tables en volume portatif, ne se voulans servir que des sinus, trouveront les triangles plats compris sous 3. accidens: mais voulans se servir des tangentes & secantes pour plus facile expedition & plus certaine, verront que je les comprends tous, en 4. accidens, beaucoup plus succinctement que l'on n'a fait jusqu'à maintenant: ce qui soit dit, sans mespriser personne.

*Indice des Triangles plats.*

|   |         |   |
|---|---------|---|
|    | Page 12 | 3 Proposition.  |
|    | Page 13 | 1 Exemple de la 4 Proposition.  |
|    | Page 14 | 2 Exemple de la 4 Proposition.  |
|    | Page 14 | 3 Exemple de la 4 Proposition.  |
|    | Page 14 | 5 Proposition. Lisés premierement en la 15. Page la Note, declarant quel membre il faut suivre. |
|    | Page 16 | 1 Exemple de la 6 Proposition.  |
|    | Page 16 | 2 Exemple de la 6 Proposition.  |
|   | Page 17 | 3 Exemple de la 6 Proposition.  |
|  | Page 17 | 4 Exemple de la 6 Proposition.  |
|  | Page 18 | 5 Exemple de la 6 Proposition.  |
|  | Page 18 | 6 Exemple de la 6 Proposition.  |
|  | Page 19 | 7 Proposition.  |
|  | Page 19 | 8 Proposition.  |

*L'usage du precedent indice des triangles plats.*

Soit à trouver un ou plusieurs termes incognus de ce triangle ABC: Pour à quoi parvenir, je voy qu'il y a deux angles B, C cognus, avec le costé AC à



l'opposite d'un angle cognu: Parquoi je cherche en l'indice des triangles un semblable triangle, & le trouve le deuxiesme en l'ordre, là où je voy qu'un semblable sera trouvé en la 13

Page au 1. exemple de la 4. Proposition: Parquoi imitant l'operation on vient au requis: & ainsi de tous autres.

Notez encores que si en ce triangle proposé n'eust esté cognu le costé AC, mais AB, qui alors eust aussi esté un triangle de ceste espece: Cela advenant, au lieu du triangle proposé, on peut marquer un autre, comme il y a dedans le livre, & y appliquer telles lettres, ainsi qu'au triangle imitable, afin de ne point troubler l'esprit avec diverses lettres de mesme signification.

APPLI-

APPLICATION DES  
POLYONES PLATS.

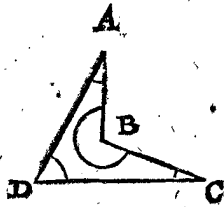
Usques ici est descrite l'invention des termes incognus des triangles plats, & combien que par icelle se puissent trouver les termes incognus trouvablez de tous plans rectilignes, à cause qu'on les peut partir en triangles, ou bien par addition les reduire en triangles, toutesfois la chose requerant declaration, nous joindrons au precedent encores ceste suivante description, que nous appellons APPLICATION.

DEFINITIONS.

DEFINITION I.

Nous appellons angle revers, qui est plus grand que de 180 degrez.

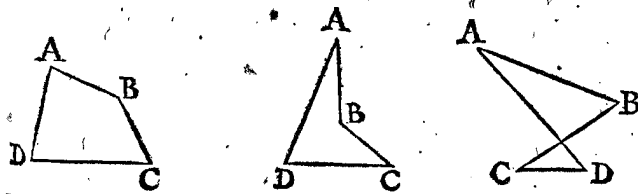
Vn tel angle ne peut estre au triangle, pource que ces trois angles ne font ensemble que 180 degrez : Mais bien en ceux qui ont plus de trois angles, comme en ce quadrangle ABCD, là où l'angle B. estant plus grand que 180 deg. nous l'appellons angle revers. La cause du nom en est telle: Selon la coustume ordinaire de parler, quelque chose se dit estre en un angle, quand elle est aupres de la conjunction de deux lignes faisant l'angle, & d'icelle part où elles inclinent l'une vers l'autre; & la grandeur de l'arc descrit vers icelle part, se dit la grandeur de ce mesme angle: Mais veu que nous rencontrons aussi des operations avec des arcs qui sont de l'autre part, ou de la part reverse de l'angle ordinaire, estant plus grand que de 180 deg. nous appellons icelle plus grande ouverture de lignes, Angles revers.



DEFINITION II.

Vn quadrangle ayant quatre angles sans angle revers, & sans costez coupans l'un l'autre, nous l'appellons quadrangle vulgaire: Mais ayant un angle revers, quadrangle d'angle revers: Et quand il a deux costez coupans l'un l'autre, quadrangle croisé.

Entre quatre poinçts se peuvent tirer quatre lignes de trois certaines fortes, faisant trois quadrangles divers, comme ci dessous entre les quatre poinçts A, B, C, D.



Le premier est selon la maniere vulgaire sans angle revers, & sans costez s'entrecoupanz, que pourtant nous appellons quadrangle vulgaire. Le deuxiesme avec un angle revers, comme l'angle B, que nous appellons pour cela quadrangle d'angle revers. Le troisieme avec deux costez s'entrecoupanz, ou croisans, lequel à cause de cela nous appellons quadrangle croisé. Et combien que le dernier, selon la vulgaire definition des quadrangles, ne semble point proprement un quadrangle, neantmoins nous l'appellons ici quadrangle, à cause des quatre angles A, B, C, D, & de la reigle generale qui en la doctrine en est de trois quadrangles, en l'invention des trois termes incognus, par les cinq cognus, desquels sera dit aux propositions suivantes.

Maintenant suivent les Propositions.

THEOREME I. PROPOSITION I.

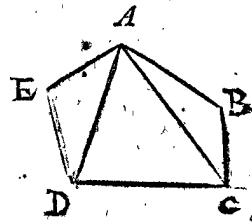
Les angles d'un plan rectiligne, sont egaux avec autant de rectangles doubles, comme il y a d'angles, deux moins.

Le sens, dit en general, est tel: Posé qu'il y ait quelque pentagone regulier ou irregulier, comme il advient, tous les angles d'icelui ensemble, sont egaux à trois rectangles doubles, à sçavoir autant d'angles qu'il y a en la figure donnée deux moins. Et ainsi faut il entendre que tous les angles d'un dixsept-angle, sont egaux à 15 rectangles doubles, & d'un cinquante-angle à 48 rectangles doubles, & ainsi des autres jusques à l'infini. Ceci estant entendu, nous viendrons à la matiere.

Le donné. Soit ABCDE quelque figure rectiligne avec cinq angles: Le requis. Il faut demonstrier que les cinq angles d'icelui, sont egaux à trois rectangles doubles. Preparation. Je tire les deux lignes AC, AD, lesquelles partissent le pentagone en trois triangles, à sçavoir ABC, ACD, ADE.

DEMONSTRATION.

Les trois angles du triangle ABC, sont egaux à deux rectangles, ou ce qui est le mesme, à un rectangle double, (à quoy s'accorde aussi ce theoreme, car les trois angles d'un triangle doivent estre egaux à un rectangle double, à sçavoir à autant de rectangles doubles qu'il y a d'angles, deux moins.) Or à ce rectangle double, compris au triangle ABC, adjoustez encores du triangle ACD les trois angles ACD, CAD, DAC, qui sont aussi egaux à un rectangle double, font ensemble deux rectangles doubles egaux aux quatre angles du quadrangle ABCD: Maintenant à ces deux rectangles doubles compris au quadrangle ABCD, adjoustez encores du triangle ADE trois angles ADE, DEA, EAD, qui sont aussi egaux à un rectangle double, font ensemble trois rectangles doubles, egaux aux cinq angles de pentagone ABCDE.

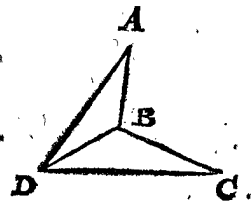


Autre exemple avec un angle revers.

Le donné. Soit ABCD un quadrangle revers, dont l'angle revers est ABC. Le requis. Il faut demonstrier que ses quatre angles comme A, son angle revers ABC, apres C, & ADC, sont egaux ensemble à deux rectangles doubles. Preparation. Soit tirée la droite ligne DB.

DEMONSTRATION.

Les trois angles A, ABD, BDA, du triangle ABD, sont egaux ensemble à un rectangle double, & ainsi aussi les trois angles C, CBD, BDC, du triangle BCD: Parquoi les six angles des deux triangles font ensemble deux rectangles doubles: Mais les deux angles ABD, CBD, font ensemble l'angle revers ABC. Semblablement les deux angles BDA, BDC, font ensemble l'angle ADC: Parquoi les quatre angles comme A, l'angle revers ABC, C, & ADC, sont ensemble egaux à deux rectangles doubles.



Conclusion. Les angles donc d'un plan rectiligne, sont egaux

egaux avec autant de rectangles doubles, comme il y a d'angles, deux moins: ce qu'il nous falloit demonstret.

PROBLEME I. PROPOSITION II.

**E**stant donné d'un plan rectiligne tous les angles moins un: Trouver cest angle incognu.

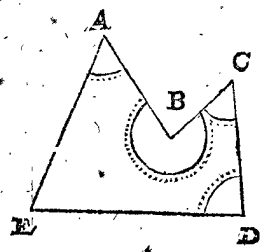
*Le donné.* Soit ABCDE un pentagone, dont l'angle A fait 60 degr. l'angle revers B 180 degr. C 50 degr. D 80 degr. mais E est incognu.

*Le requis.* Il faut trouver l'angle E.

CONSTRUCTION.

Je soustrais tousiours deux angles des angles de la figure donnée, laquelle est ici de cinq, reste 3, par lesquels multipliez 180 deg. vient pour tous les angles 540 deg. D'iceux soustrait la somme de quatre angles connus donnez montant à 470 deg. Reste pour l'angle requis E 70 deg.

DEMONSTRATION.



Veux que les cinq angles font ensemble 540 deg. & d'iceux soustrait les quatre angles connus faisans ensemble 470 deg. il faut donc que le reste 70 deg. soit pour l'angle E.

2 Exemple d'un quadrangle croisé.

*Le donné.* Soit ABCD un quadrangle croisé, dont la ligne AD coupe la ligne BC en E, & duquel les trois angles A, D, C, sont connus, à sçavoir A de 30 deg. D 60 deg. & C 40 deg. mais B incognu.

*Le requis.* Il faut trouver l'angle B.

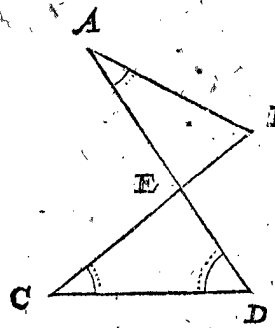
CONSTRUCTION.

Les deux angles connus qui tous deux sont en un mesme triangle comme C & D, font ensemble par le donné 100 deg. D'iceux soustrait le troisieme angle connu A de 30 deg. Reste pour l'angle requis B 70 deg.

DEMONSTRATION.

Les trois angles du triangle comme CED, font tousiours ensemble 180 deg. comme aussi les trois angles du triangle AEB: Apres, l'angle CED du trian-

gle CED, est egal à l'angle AEB du triangle AEB;



parquoi l'angle CED, soustrait des trois angles du triangle CED, & semblablement l'angle AEB, soustrait des trois angles du triangle AEB, la paire d'angles C, D, demeure toujours egale au pair d'angles A, B: Mais ces deux paires d'angles, estant tousiours egales, s'enfuit que soustrait l'angle A, de la somme des

deux angles C, D, comme en la construction, qu'il faut que le reste soit pour l'angle B.

*Conclusion.* Estant donc donné d'un plan rectiligne tous les angles moins un, nous avons trouvé cest angle incognu, selon le requis.

NOTEZ.

Nous viendrons maintenant à la chose, à sçavoir à l'invention des termes incognus de tous plans rectilignes donnez: Mais comme en la 6 proposition des triangles plats, est demonstret se pouvoir rencontrer une impossibilité, & qu'il n'y peut avoir solution sur l'invention de trois costez incognus d'un triangle, ainsi se rencontrent plusieurs autres impossibilitez aux plans avec plus de costez, lesquelles nous descrirons premierement es trois theoremes suivans.

THEOREME II. PROPOSITION III.

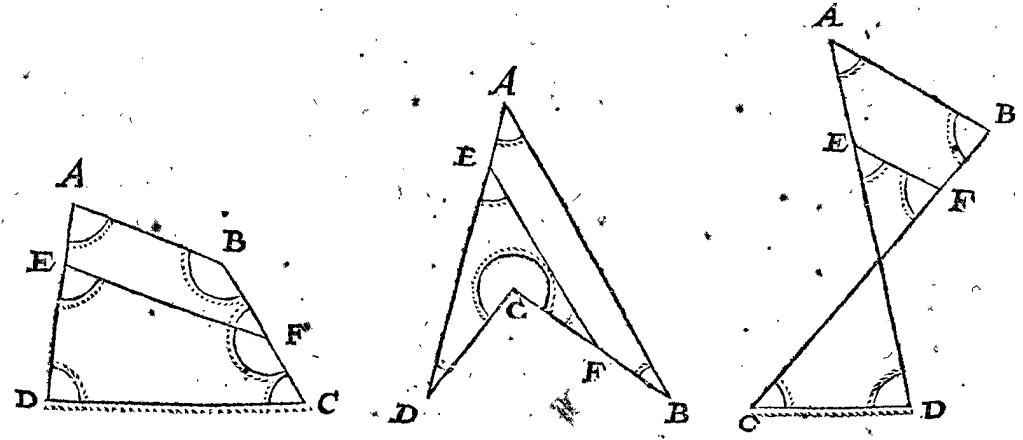
**V**N plan rectiligne ayant trois costez incognus, & les autres termes estant connus: par iceux on ne peut trouver les trois costez incognus.

En la deuxiesme proposition des triangles plats, a esté demonstret ceste proposition estre telle au triangle: Mais qu'elle est ainsi en tous plans rectilignes, nous le demonstretions maintenant.

1 Exemple d'un quadrangle.

*Le donné.* Soit ABCD un quadrangle en trois costez, le premier vulgaire, le deuxiesme d'angle revers, le troisieme croisé, dont les quatre angles font connus, avec un costé, je prens CD: mais les autres trois costez, comme AB, BC, AD, incognus.

*Le requis.* Il faut demonstret, que par iceux on ne peut trouver les trois costez incognus. *Preparation.* Soit tirée une parallele avec un des costez, comme EF parallele avec AB, estant E en AD, & F en BC.

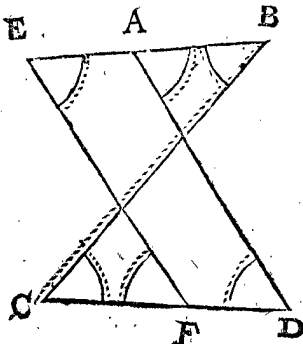


**DEMONSTRATION.** L'angle DEF est egal à l'angle DAB, & CFE à

l'angle CBA, tellement que les nombres donnez, quand il y en a aucuns, des deux angles DAB, CBA, serrent

servent aussi pour les deux angles DEF, CFE, & ainsi les cinq nombres donnez des cinq termes connus, serviront aussi bien pour le quadrangle EFC D, que pour le quadrangle ABC D, & pour d'autres quadrangles infinis de telle qualité, par lequel est notoire, qu'on n'en peut donner certaine solution.

Mais si l'une des lignes s'entrecroisantes est connuë, comme ici CB, avec tous les angles, mais les autres trois lignes incognuës: Je tire EF parallele avec AD, & alors servent tous les nombres donnez des termes connus, tant pour le quadrangle croisé EBC F, & pour infinis autres semblables, que pour le quadrangle croisé ABC D.



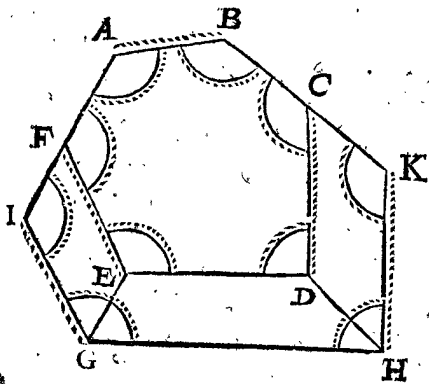
2. Exemple d'un plan rectiligne comme il adviendra.

*Le donné.* Soit ABCDEF un hexagone avec trois costez incognus BC, DE, FA, mais tout le reste des termes connus. *Le requis.* Il faut demonstrier que par iceux on ne peut trouver les trois costez incognus.

*Preparation.* Veu qu'il est possible de faire d'autres hexagones, dont les termes connus soient egaux aux termes connus donnez, mais les incognus inegaux avec les incognus donnez, nous marquerons donc un tel hexagone comme s'ensuit: Je tire quelque parallele infinie avec ED, comme GH, apres je produis AF en infini vers I, & BC en infini vers K; & de E jusques en l'infinie GH la ligne EG parallele avec FI, & GI egale & parallele avec EF. Apres de D jusques en l'infinie GH, la ligne DH parallele avec CK, & HK egale & parallele avec DC.

DEMONSTRATION.

Nous avons ici deux hexagones, l'un ABCDEF, & l'autre ABKHGI, tellement que les termes connus de l'un, sont egaux aux termes connus de l'autre; car A & B sont deux angles connus à l'un & à l'autre hexagone, apres les angles BCD, CDE, DEF, EFA, sont par ordre egaux avec CKH, KHG, HGI, GIA, pour la paralle-



lité de CD avec KH, & DE avec HG, & EF avec GI. Touchant le costé connu AB, il est commun de l'un & de l'autre hexagone, KH est egal avec CD, & GI avec EF, pour ce que CKHD & EFGI sont quadrangles parallels par la preparation. Quant aux trois termes incognus BK, HG, IA, ils sont inegaux avec les trois termes incognus donnez BC, DE, FA, & manifestement plus grands qu'iceux; d'où il appert que de cela on ne peut donner certaine solution. Et semblable sera aussi la demonstration en tous plans rectilignes.

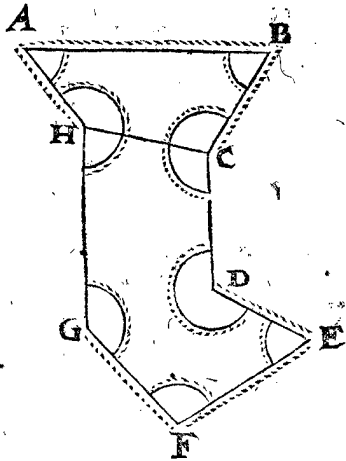
*Conclusion.* Un plan rectiligne donc ayant trois co-

stez incognus, & tous les autres termes estant connus, par iceux on ne peut trouver les trois costez incognus: ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME III. PROPOSITION IV.

Si un plan rectiligne avoit deux costez parallels incognus, & le reste des termes connus: par iceux on ne peut trouver les deux costez incognus.

*Le donné.* Soit ABCDEFGH un octogone rectiligne avec deux costez parallels incognus, comme CD, HG, mais tout le reste des termes connus. Quant à la raison, par laquelle on sçait si les deux lignes CD, GH, sont paralleles ou non, elle consiste en ceci: Quand on tire la ligne HC ou GD, soit HC, & qu'on trouve que les angles GHC, DCH, sont ensemble 180 degr. (ce qui est notoire ou par les angles donnez, ou se cognoit par la suivante proposition) elles sont paralleles, mais ces deux angles montant plus ou moins, elles ne sont point paralleles.



*Le requis.* Il faut demonstrier, qu'on ne peut trouver les deux costez incognus CD, HG.

DEMONSTRATION.

En cas qu'on allonge ou accourcisse également les deux costez incognus CD, HG, tous les termes incognus demeurent manifestement les mesmes, & par ainsi leurs nombres donnez, quand il en y a aucuns, serviront aussi bien pour la figure changée, que pour ceste-ci donnée: Par où est notoire qu'il ne s'en peut donner solution certaine. Il est aussi assez manifeste par cest exemple que la regle est generale sur tous plans rectilignes.

*Conclusion.* Si doncques un plan rectiligne, avoit deux costez parallels incognus, & le reste des termes connus, par iceux on ne peut trouver les deux costez incognus: ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME IV. PROPOSITION V.

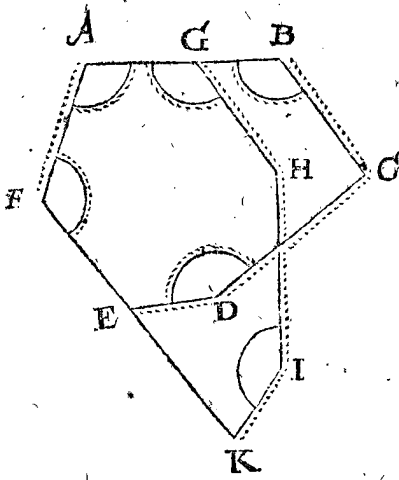
Estant plus des trois termes incognus en un plan rectiligne, on ne les peut trouver par tous les autres connus, excepté un angle incognu, quand tous les autres angles sont connus.

Si entre les termes incognus, estant en nombre plus de trois, je prens quatre, il y avoit un angle & trois costez, il est bien vray que tel angle se peut trouver par la 2 proposition de ceste Application, mais point les autres trois termes par la 3 proposition. Mais entre les quatre termes incognus estant deux, trois, ou quatre angles, nul de tous, aussi bien costez que angles se peuvent trouver: ce que nous demonstrerons.

*Le donné.* Soit ABCDEF un hexagone, ayant quatre termes incognus, comme deux angles incognus C, & DEF, avec deux costez incognus AB, EF, mais tout le reste des termes connus.

*Le requis.* Il faut demonstrier qu'on ne peut trouver ces quatre termes incognus.

*Preparation.* Veu qu'il est possible de faire d'autres hexa-



hexagones, dont les termes connus sont égaux aux donnez connus, mais les incognus inégaux aux donnez incognus, soit entre l'infinie quantité de divers hexagones qu'on peut faire ainsi,  $AGHIKF$  un tel hexagone, où  $AG$  est partie de  $AB$ , &  $GH$  égale & parallèle avec  $BC$ , après  $HI$  égale à  $CD$ , mais ayant l'angle  $H$  inégal avec  $C$ , & ainsi que  $IK$  étant aussi égale avec  $DE$ , aye l'angle  $I$  égal à  $D$ , &  $K$  inégal avec  $DEF$ , vienne jusques à la produite  $FE$ : ce qui étant ainsi, tous les termes connus de l'hexagone  $AGHIKF$ , sont égaux avec les termes connus de l'hexagone  $ABCDEF$ , mais tous les termes incognus, sont inégaux avec les autres incognus.

#### DEMONSTRATION.

Veux que les termes connus de l'hexagone  $AGHIKF$ , sont égaux avec les termes connus de l'hexagone  $ABCDEF$ : les nombres donnez, quand il y en a aucuns, serviront aussi bien pour l'une que pour l'autre figure, & pour infinis autres hexagones de telle qualité, par où il est notoire, que de cela ne se peut donner certaine solution. Et par cest exemple de deux angles & deux costez incognus en l'hexagone, est assez notoire la generale reigle de trois angles incognus & un costé, & de quatre angles incognus, & cela en tout plan rectiligne. Après, veu que quatre termes incognus ne se peuvent trouver, à plus forte raison plus de quatre termes incognus ne se trouveront point.

*Conclusion.* Étant doncques plus de trois termes incognus en un plan rectiligne, on ne les peut trouver par tous les autres connus, excepté un angle incognu, quand tous les autres angles sont connus: ce qu'il falloit démontrer.

#### PROBLEME II. PROPOSITION VI.

**E**stant donné un quadrangle plat, avec cinq termes connus, & trois incognus, n'estant point tous de lignes, n'y ayant deux costez parallèles incognus: Trouver les trois termes incognus.

La raison pourquoi en ceste 6 & 7 proposition suivante, ne peuvent manquer au plus que trois termes incognus, n'estant point tous lignes, n'y ayant deux costez parallèles, est notoire par la 3, 4, & 5 proposition: Ce qui étant entendu nous viendrons à la chose.

Les cinq termes connus & trois incognus peuvent estre de huit diverses façons, telles qu'avec les quadrangles  $ABCD$  ci joints ils sont declarez, contenant les trois especes comme vulgaire, d'angle revers, & quadrangle croisé, de chacun huit figures.

Les premiers trois quadrangles sont avec trois angles incognus  $A, ABC, ADC$ , les autres cinq termes connus.

Les deuxièmes avec deux angles incognus  $A, ABC$ , & un costé incognu  $AB$ , entre deux, les autres cinq termes connus.

Les troisièmes avec deux angles incognus  $A, ABC$ , & un costé connu  $AD$ , entre un angle connu, & un angle incognu, les autres cinq termes connus.

Le quatrièmes avec un angle incognu  $A$ , entre deux costez incognus, les autres cinq termes connus.

Les cinquièmes avec deux costez incognus  $AB, AD$ , comprenant un angle connu  $A$ , à l'opposite de l'angle incognu  $C$ , & cinq termes connus.

Les sixièmes avec deux costez incognus  $AB, AD$ , comprenant un angle connu  $A$ , joignant l'angle incognu  $B$ , & cinq termes connus.

Les septièmes avec deux costez incognus  $AB, DC$ , à l'opposite l'un de l'autre, l'un comme  $AB$ , entre un angle connu  $A$ , & un angle incognu  $ABC$ , l'autre comme  $DC$ , entre deux angles connus, & cinq termes connus.

Les huitièmes avec un costé incognu  $DC$ , à l'opposite de deux angles incognus  $A, ABC$ , & les autres cinq termes connus.

De tous lesquels nous descrirons trois exemples.

#### NOTIZ.

Nous prenons en toutes ces figures ci jointes, tous les angles, excepté  $B$  du quadrangle vulgaire, & l'angle revers  $B$ , estre aigus: Et combien que les angles obtus pourroient en la construction causer quelque changement de certaine addition, où il se fait ainsi soustraction, & au contraire: Combien qu'aussi les rectangles donnez causent briefveté en la construction: Toutesfois veu qu'il seroit moleste de descrire toutes les diversitez qui y peuvent advenir, & que telle addition, ou soustraction, ou briefveté, se montre assez clairement en la construction, nous prenons tels changemens par ces trois exemples avec tels angles aigus, pour assez notoires.

#### ALB. GIRARD.

Les 4, 5, & 6 figures ne sont qu'un mesme accident, car ce sont deux costez connus prochains, & 3 angles, parquoy il y en a 2 trop, & neantmoins on en delaisse un, comme 3 costez & deux angles opposites donnez; ainsi n'y a que 7, ou plus tost 21 cas, selon qu'on peut voir en mes tables des Sinus.

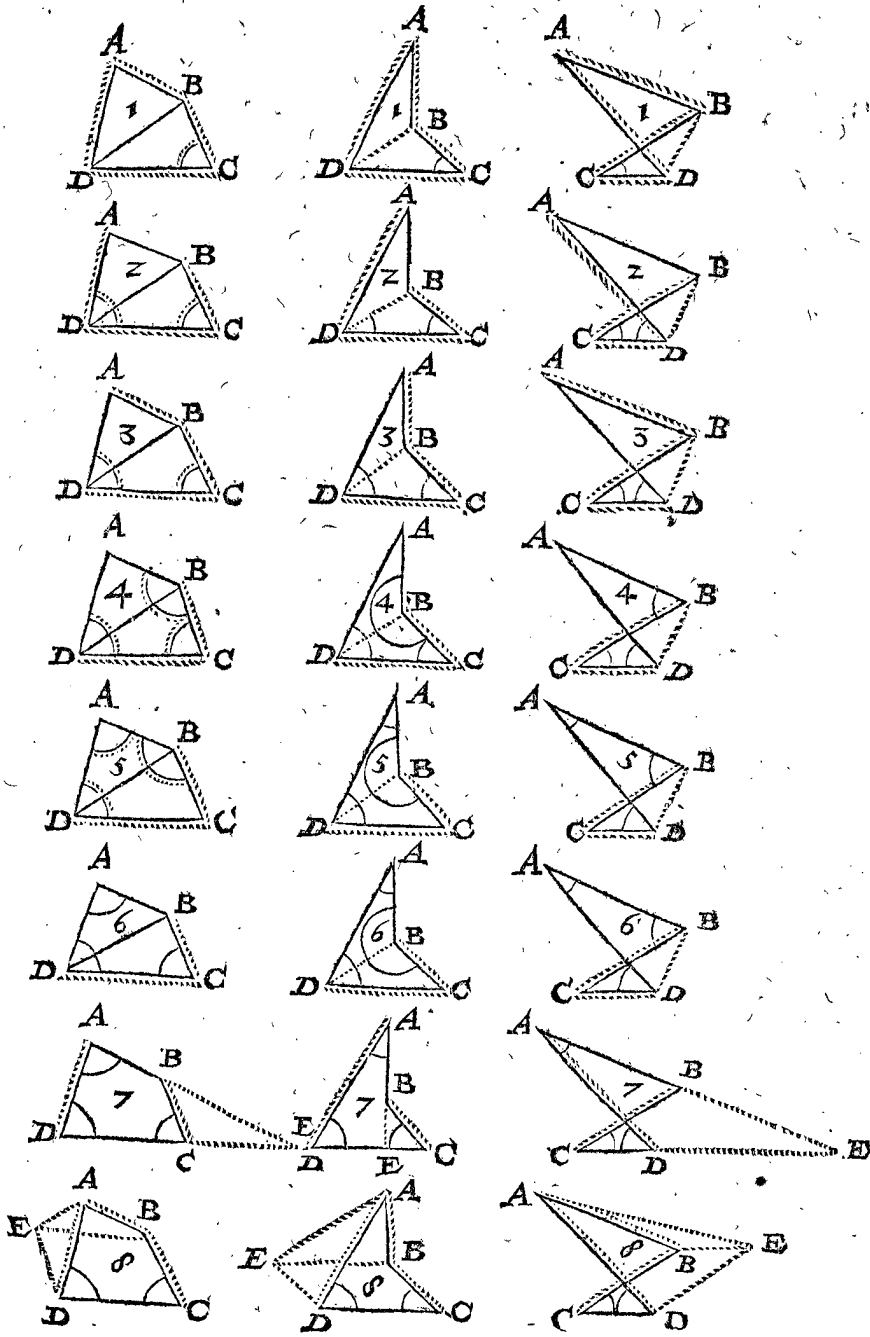
Quant aux preparations en chacun des trois suivans exemples, les reigles descrites sont generales en leurs especes sur toute figure, d'autant plus avec des angles obtus, & des angles droits, qu'avec des angles aigus.

#### I Exemple de la 1, 2, 3, 4, 5, & 6 Figure.

*Le donné.* Soit la premiere des susdites figures un quadrangle  $ABCD$ , avec quatre costez connus, & un angle  $C$  connu.

*Le requis.* Il faut trouver les trois angles incognus.

*Preparation.* Je tire la ligne  $DB$ .



CONSTRUCTION.

Veu que le quadrangle est parti par la ligne DB en deux triangles, dont le triangle DBC a trois termes connus, à sçavoir C, BC, & CD, par iceux on trouve les autres trois termes incognus, par la 5 proposition des triangles plats, à sçavoir l'angle

L'angle  
Et le costé  
Ce qui estant ainsi, le triangle ADB a trois costez connus, par lesquels on trouve les trois angles, par la 8 proposition des triangles plats, à sçavoir l'angle requis

L'angle  
Et l'angle  
Au quadrangle vulgaire, & quadrangle revers, ajoutez DBC premier en l'ordre, à DBA sixiesme en l'ordre, mais au quadrangle croisé, comme DBC, soustrait de DBA, vient l'angle requis

Au quadrangle vulgaire, & quadrangle revers, ajoutez ADB cinquiesme en l'ordre, à BDC deuxiesme en l'ordre, mais au qua-

DBC.  
BDC.  
DB.

A.  
ADB.  
DBA.

ABC.

drangle croisé; comme ADB soustrait de BDC, vient l'angle requis ADC.  
Dont la demonstration est notoire par la construction. Et semblablement aussi sera la procedure avec la 2, 3, & 4 figure, tirant la ligne DB, & operant en chacune selon le requis du donné. Touchant le 5 & 6 triangle, où en tirant la ligne DB, ne viennent incessamment trois termes connus au triangle DBC, toutesfois on y parvient en trouvant premierement l'angle C par les trois angles donnez connus, selon la maniere de la deuxiesme proposition de ceste Application.

2 Exemple de la 7 Figure.

Le donné. Soit la 7 figure un quadrangle, avec deux costez incognus AB, DC, à l'opposite l'un de l'autre, l'un comme AB, entre un angle connu A, & un angle incognu ABC, l'autre comme DC entre deux angles connus, & les deux costez AD, BC, sont connus.  
Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus.  
Preparation. Veu qu'en tirant la ligne DB ou AC, le quadrangle, comme au premier exemple, ne se peut reduire en deux triangles, dont l'un a trois termes connus, comme il advenoit aux six figures precedentes, la preparation

paration se fait ainsi: Je produis l'un des deux costez incognus, jusques à ce qu'il touche l'autre ou sa produite en E.

CONSTRUCTION.

Premieremét se trouve avec les trois angles cognus A, D, DCB, par la 2 proposition de ceste Application, le quatriesme angle requis ABC.

Le triangle EAD a trois termes cognus, à sçavoir l'angle A, l'angle D, & le costé AD par le donné, avec ceux là on trouve par la 4 proposition des triangles plats, les autres trois termes incognus, à sçavoir l'angle

Le costé

Et le costé

Le triangle BCE a trois termes cognus, à sçavoir l'angle E deuxiesme en l'ordre, le costé BC par le donné, & l'angle BCE par le donné, car au quadrangle revers, & au quadrangle croisé, il est cognu parfaitement, au quadrangle vulgaire il est complement de demicerle du donné BCD, avec cela on trouve par la 4 proposition des triangles plats, les autres deux costez, à sçavoir

Et

Du quadrangle vulgaire de DE quatriesme en l'ordre, soustrait CE sixiesme en l'ordre, & au quadrangle revers adjousté telle DE à CE: mais du quadrangle croisé tirée telle DE de CE, vient la requise

Et soustrait BE cinquiesme en l'ordre, de AE troisiemes en l'ordre, reste la requise

Dont la demonstration est notoire par la construction. Et semblable sera la procedure avec la huitiesme figure, produisant l'un des costez incognus jusques à ce qu'il touche l'autre ou sa produite: Et combien que le triangle EAD alors n'ait point trois termes cognus, toutesfois cela s'acquiert trouvant premierement l'angle A, par les trois angles cognus donnez, selon la maniere de la 2 proposition de ceste Application.

3 Exemple de la 8 Figure.

Le donné. Soit la 8 figure un quadrangle avec un costé incognu DC, à l'opposite de deux angles incognus A, ABC, les autres cinq termes cognus.

Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus.

Preparation. Veu qu'en tirant la ligne DB ou AC, comme au premier exemple, ni aussi en produisant deux costez, comme au 2 exemple, le quadrangle ne se peut convertir en deux triangles, dont l'un a trois termes cognus, comme il advient aux exemples susdits, la preparation se fait comme s'ensuit: Je tire BE égale & parallele avec CD, apres AE, & DE, il faut qu'elle soit égale & parallele avec CB.

CONSTRUCTION.

L'angle donné C, soustrait de 180 deg. reste (pource que ED & BC sont paralleles) l'angle

Duquel soustrait l'angle donné ADC, reste l'angle

Le triangle ADE a trois termes cognus, à sçavoir

voir l'angle ADE deuxiesme en l'ordre, le costé AD par le donné, & DE égal à CB donné par la preparation, par iceux cerchés les trois termes incognus, il se trouve par la 6 proposition des triangles plats, à sçavoir le costé

L'angle

L'angle

D'iceux soustrait l'angle BED, qui est égal avec l'angle donné C, reste l'angle

Le triangle AEB a trois termes cognus, à sçavoir l'angle AEB sixiesme en l'ordre, le costé AB par le donné, & AE troisiemes en l'ordre: Par iceux cerchés les trois termes incognus par la cinquiesme proposition des triangles plats, il se trouve à sçavoir le costé EB, lequel pour son égalité avec DC par la preparation, est aussi pour la mesme requise

L'angle

Et l'angle

D'iceux soustrait au quadrangle vulgaire & revers, l'angle EAD quatriesme en l'ordre, mais au quadrangle croisé EAB soustrait de l'angle EAD, reste l'angle requis

Et par les trois angles cognus BAD, C, & D, se trouve par la 3 proposition le quatriesme angle requis

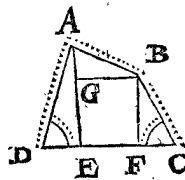
Dont la demonstration est notoire par la construction.

NOTEZ.

On pourroit faire autres diverses façons de preparations que les precedentes, & là dessus d'autres operations, mais pour briefveté une suffiroit: Toutesfois puis que Ptolemée en l'invention des termes incognus de la 8 figure, se sert d'une autre façon de preparation, au chapitre 9 de son 10 livre, nous la declarerons.

Le donné. Soit par exemple ABCD un quadrangle de la 8 sorte.

Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus, à sçavoir les deux angles DAB, ABC, & le costé DC.



Preparation. Je tire de A & de B deux lignes en rectangle sur le costé DC, ou quand il est besoin sur son allongé, comme AE, BF, puis apres BG à rectangle sur AE.

CONSTRUCTION.

Le triangle AED a trois termes, à sçavoir l'angle AED droit par la preparation, l'angle D, & le costé AD cognu par le donné: Avec iceux cerchés les autres trois termes incognus, il se trouve par la 4 proposition des triangles plats, à sçavoir l'angle

La ligne

Et la ligne

Le triangle BFC a trois termes cognus, à sçavoir l'angle BFC droit par la preparation, l'angle C, & le costé BC cognu par le donné: Avec ceux-ci cerchés les autres trois termes incognus, il se trouve par la 4 proposition des triangle plats, à sçavoir l'angle

La ligne

Et la ligne

AE.

EAD.

AED.

AEB.

DC.

EBA.

EAB.

BAD.

ABC.

DC.

AB.

DAE.

DE.

AE.

FBC.

FC.

BF.

Laquelle



Laquelle BF estant egale avec GE, la mesme GE fait aussi autant, parquoy ceste GE soustraite de AE troisieme en l'ordre, demeure cognu

Le triangle AGB a trois termes cognus, a sçavoir GA septiesme en l'ordre, l'angle AGB droit par la preparation, & AB cognu par le donné: Avec ceux-ci cerchés les autres trois termes incognus, il se trouve par la 5 proposition des triangles plats, a sçavoir le costé

L'angle  
Et l'angle  
A iceux adjousté le rectangle GBF, avec l'angle FBC quatriesme en l'ordre, vient l'angle requis

Adjousté à l'angle GAB neufiesme en l'ordre, l'angle DAE premier en l'ordre, vient l'angle requis

EF estant egale avec GB huitiesme en l'ordre, elle est cognuë, à icelle adjousté DE deuxiesme en l'ordre, & FC cinqiesme en l'ordre, vient la requise

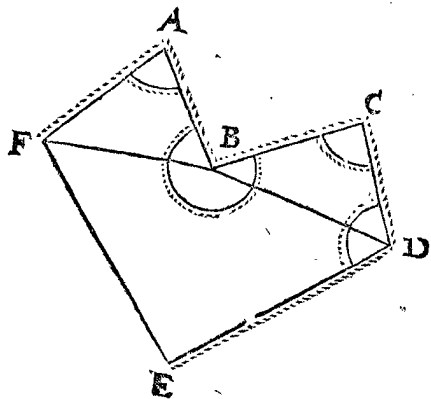
Et par telle maniere de preparation on pourroit aussi depefcher la 2, 7, & 8 sorte, & cela en toutes les trois especes des quadrangles.

*Conclusion.* Estant donc donné un quadrangle plat avec cinq termes cognus, & trois incognus, n'estant point tous de lignes, n'y ayant aussi deux costez parallels incognus: Nous avons trouvé les trois termes incognus, selon le requis.

PROBLEME III. PROPOSITION VII.

**E**stant donné un plan rectiligne, avec tous les termes cognus, excepté trois, n'estant point tous lignes, n'y ayant aussi deux costez incognus parallels: Trouver les trois termes incognus.

Le donné. Soit ABCDEF un hexagone, avec un



costé incognu EF, & deux angles incognus E, AFE, mais tout le reste des termes cognus.

Le requis. Il faut trouver les trois termes incognus.

CONSTRUCTION.

Les lignes avec lesquelles on partit les polygones & triangles ou quadrangles pour trouver le requis, se peuvent tirer de diverses façons, & nous mener à une mesme solution: Je prens ces lignes estre tirées en cest exemple comme BD, BF, partant l'hexagone en deux triangles BCD, ABF, & un quadrangle BDEF; avec lesquels je dis ainsi: Le triangle BCD a trois termes cognus, a sçavoir l'angle C, le costé BC, & CD, par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, il se trouve par la 6 proposition des triangles plats, a sçavoir l'angle

L'angle  
Et le costé  
Le triangle ABF a trois termes cognus, a sçavoir l'angle A, le costé AF, & le costé AB: par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, il se trouve par la 6 proposition des triangles plats, a sçavoir l'angle

L'angle  
Et le costé  
L'angle CDB deuxiesme en l'ordre, soustrait de l'angle donné CDE, reste l'angle

L'angle CBD premier en l'ordre, avec ABF cinqiesme en l'ordre, soustrait de l'angle revers donné ABC, reste l'angle

Ce qui estant ainsi, le quadrangle BDEF a cinq termes cognus, a sçavoir l'angle BDE septiesme en l'ordre, FBD huitiesme en l'ordre, BF sixiesme en l'ordre, BD troisieme en l'ordre, ED par le donné: Par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, il se trouve par le 1 exemple de la 6 proposition de ceste Application, comme estant ce quadrangle de la qualité de la seconde figure, a sçavoir l'angle requis

Le costé requis  
L'angle  
Auquel adjousté l'angle ABF cinqiesme en l'ordre, vient l'angle requis

Dont la demonstration est notoire par la construction. Et semblable sera la procedure avec tous plans rectilignes, a cause qu'ils se peuvent partir en triangles ou quadrangles par les termes cognus donnez, afin de trouver par iceux les termes requis, comme dessus.

*Conclusion.* Estant donc donné un plan rectiligne avec tous les termes cognus, excepté trois, n'estant point tous lignes, n'y ayant aussi deux costez incognus parallels: Nous avons trouvé les trois termes incognus, selon le requis.

CBD.  
CDB.  
BD,

AFB.  
ABF.  
BF.

BDE.

FBD.

E.  
EF.  
BFE.

AFE.

Fin des Triangles plats.

III. LIVRE DE LA COSMOGRAPHIE  
TROISIÈME LIVRE  
DE LA COSMOGRAPHIE  
Des Triangles Spheriques.

A R G U M E N T.

**N**ous distinguons ce livre en trois parties. La premiere est de 22 Theoremes, servans de fondement general aux propositions suivantes. La deuxiesme de 9 Theoremes, hors desquels est tirée la forme de l'operation des Problemes de la troisieme partie. La troisieme de 13 Problemes de l'invention des angles & costez requis des triangles spheriques donnez.

Après le susdit suivra une Application des polygones spheriques,

Et puis une Appendice du traité des triangles.

D E F I N I T I O N S.

D E F I N I T I O N I.

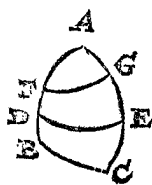
**T**riangle spherique est celui qui en la superficie spherique est compris entre trois arcs de cercles majeurs, chacun moindre qu'un demicercle.

**I**L faut noter que ci apres quand on ne parlera quelquefois que de cercle ou d'arc seulement, que par cela il faut toujours entendre cercle majeur, ou arc de cercle majeur. La raison pourquoy on prend ici les arcs moindres qu'un demicercle, sera declarée en l'Appendice.

D E F I N I T I O N II.

**L**a grandeur de l'angle spherique est celle, laquelle est denotée par l'arc d'un cercle majeur moindre qu'un demicercle, descript entre les deux arcs de l'angle, sur le point de l'angle comme pole.

Soient  $AB, AC$ , deux arcs de cercles majeurs, faisant l'angle spherique  $BAC$ : Apres soit  $DE$  un autre arc de cercle majeur, descript entre les deux arcs de l'angle  $AB, AC$ , sur le point de l'angle  $A$  comme pole: Ce qui estant ainsi, je dis que la grandeur de l'angle



$BAC$ , se denote avec l'arc  $DE$ . Comme par exemple le mesme arc  $DE$  estant de 80 degr. on dit la grandeur de  $A$  estre de 80 degr. Soient pour plus ample declaration entre  $DA$  &  $EA$ , mis les points  $F, G$ , & tirez les arcs de cercles majeurs  $FG, BC$ : Or puis que l'angle  $BAC, DAE, \& FAG$ , est un mesme angle, par cela s'entend que l'arc  $DE$ , montre aussi bien la grandeur de l'angle  $BAC$  du triangle  $BAC$ , & de l'angle  $FAG$  du triangle  $FAG$ , que de l'angle  $DAE$  du triangle  $DAE$ .

Et pour expliquer le tout encores plus clairement, on peut dire ceci: A sçavoir que la grandeur de l'angle spherique  $A$ , se peut aussi imaginer ou denoter avec l'angle fait de deux plans de cercles majeurs dont  $AB, AC$ , sont des arcs, car ces deux plans estant l'un sur l'autre à angle droit, & comprenant un angle aigu, l'angle  $A$  est aussi aigu: Mais comprenant un angle obtus, l'angle  $A$  est aussi obtus, & d'autant de degrez qu'est l'ouverture de ces deux plans, de telle grandeur est aussi

l'angle  $A$ . Et pour prendre proprement les degrez de l'ouverture des superficies, par ouverture de lignes, imaginez vous deux lignes droites tendantes des points  $D, E$ , jusques au centre de la sphere, car la grandeur de cest angle plat ( laquelle declare l'arc  $DE$  ) est aussi la grandeur de l'angle spherique  $A$ : laquelle maniere se pourra aussi imaginer utilement en quelques exemples.

Quant aux definitions des adjoints de la sphere, comme forme en son entier, superficie, axe, pole, nous les prenons pour cognus par les elemens geometriques.

N O T E.

Veux qu'en la doctrine des arts mathematiques, c'est un grand avantage, que les figures dont on se sert pour la declaration du dessin, ayent bonne ressemblance avec le denoté, & que triangles spheriques avec d'autres arts y appartenants, souvent ne se peuvent bien imiter en plan sur du papier, ce qui rend la doctrine plus obscure: On prend à icelle fin une sphere celeste ou terrestre, avec ses cercles distinguez en degrez, ou une sphere de bois, ou d'autre matiere solide, sur laquelle on marque des arcs de longueur cognue: Ou si ce n'estoit que pour entendre les theoremes, qui n'ont point une quantité de degrez exprimez, on peut aussi prendre pour cela, comme a fait *Son Excellence*, une petite boule de cire jaune, dont le diametre soit environ d'une pouce, y marquant dessus tels cercles & arcs grands & petits, angles droits, aigus, & obtus, comme la chose le requiert, les effaçant apres, comme on efface l'écriture dessus une ardoise, & y mettant derechef d'autres selon nostre desir, ce qui sert de beaucoup pour l'imagination. Tellement que ceux qui se veulent exercer en ceste matiere, s'en peuvent pourvoir, afin d'entendre ainsi clairement & facilement, ce qu'autrement aux figures plates des livres est plus obscur.

Et si quelqu'un, pour telles raisons qu'ont esté dites en la Note de la dernière definition du premier livre de la Fabrique des Sinus, se vouloit exercer en l'invention des termes incognus des triangles spheriques, sans entendre premierement les raisons, & demonstrations des operations, il pourroit commencer par l'usage déclaré par l'indice des triangles spheriques, ensemble l'usage des polygones spheriques descript en l'Application, suivant un exemple selon le requis du donné: Et entendant un peu cest usage, pourroit venir à l'inquisition des causes.

P R E M I E R E P A R T I E D E S T H E O R E M E S , S E R V A N S D E F O N D E M E N T G E N E R A L A V X P R O P O S I T I O N S S U I V A N T E S .

T H E O R E M E . I . P R O P O S I T I O N .

**S**i un cercle majeur, tend par le pole d'un autre cercle majeur, ils sont l'un sur l'autre à angle droit.

Le donné. Soit  $ABCD$  une sphere, dont le centre est  $E$ , &  $A$  soit prins pour le pole, sur lequel est descript un cercle majeur  $BFDG$ .

*Le requis.* Il faut démontrer que les deux cercles sont l'un sur l'autre à angle droit.

*Preparation.* Soit tiré le demi axe AE.

**DEMONSTRATION.**

Veü que le demi axe AE, est à angle droit sur le plan du cercle BFDG par le pole, & que le même demi axe AE est au plan du cercle ABCD, il faut que le plan du même cercle soit aussi à angle droit sur le cercle BFDG.

*Conclusion.* Si doncques un cercle majeur, tend par le pole d'un autre cercle majeur, ils sont l'un sur l'autre à angle droit: ce qu'il falloit démontrer.

**NOTIZ.**

Veü que quelques theoremes de ceste matiere, sont si notoires qu'ils ne semblent point requerir de propositions particulieres, nous les declarerons pour briefveté par les consequences suivantes.

**CONSEQUENCE I.**

Il est notoire que AB fait le quart d'un cercle, par l'extremité duquel B, est tiré l'arc ou le cercle BFDG, à angle droit sur AB, & que pour cela A est pole du même cercle BFDG: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ceci:

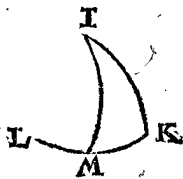
*Vn extreme du quart d'un cercle, est pole de l'arc tiré à angle droit par l'autre extreme.*

**CONSEQUENCE II.**

Si on tire un arc d'un cercle majeur du point A, jusques à ce qu'il touche le cercle BFDG, comme AH, il est notoire qu'il faut qu'il face aussi le quart d'un cercle comme AB, & qu'il soit à angle droit sur le même cercle BFDG. Par lequel, comme par reigle generale, on fait ceste conclusion:

*Quand on tire un arc de l'extremité du quart d'un cercle, jusques à ce qu'il touche l'arc sur lequel le même quart du cercle est à angle droit, icelui arc tiré fait aussi le quart d'un cercle, & est aussi à angle droit sur l'arc sur lequel il est tiré.*

Soit encores pour plus manifeste declaration, IK en ceste figure particuliere le quart d'un cercle à angle droit sur l'arc KL, & du point extreme I, soit tiré un arc jusques à ce qu'il touche l'arc KL, comme IM: Ce qui estant ainsi, le même IM est le quart d'un cercle, & l'angle IMK, aussi IML est droit.



**CONSEQUENCE III.**

Il est notoire que les deux arcs ABC, AHC, sont chacun un demi cercle, s'entrecoupons en deux endroits A & C, tellement que les deux angles qu'ils font BCH, BAH, sont egaux entre eux, car l'arc BH est la grandeur de l'un & de l'autre par la 2 definition: Par lequel on conclud ceci:

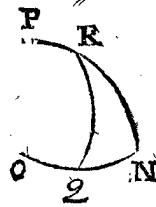
*Deux arcs d'un cercle majeur, estant prolongez aux deux bouts, jusques à ce qu'ils s'entrecourent, font chacun un demicercle, comprenant ensemble aux deux bouts angles egaux.*

**CONSEQUENCE IV.**

Si de quelque point comme H de la circonference BFDG, se produit assez loing un arc de cercle majeur à angle droit sur la même circonference BFDG, il est notoire qu'il faut qu'il coupe quelque part l'arc BAD, comme en A, tellement que AD & AH font chacun le quart d'un cercle, & que leur commune section A, est pole du cercle BFDH: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ceci:

*Quand sur un arc premier, se tire un second à angle droit sur le premier, jusques à ce qu'il rencontre un troisieme, lequel est aussi à angle droit sur le premier: Le deuxiesme & troisieme coupent l'un de l'autre le quart d'un cercle, & leur commune section est pole du premier.*

Soit encores pour plus manifeste declaration, NO en ceste figure particuliere, un arc sur lequel est un autre NP à angle droit; Apres soit tiré de quelque point en ON comme Q, un arc à angle droit sur ON, jusques à ce qu'il touche l'arc NP, ce qui advieat en R: Lequel estant ainsi, QR & RN font chacun le quart d'un cercle, & R est pole de ON.

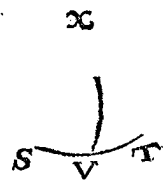


**CONSEQUENCE V.**

Si du point E jusques à H, se tire la droite ligne EH, il est notoire que les deux angles HEB, HED, sont egaux à deux angles droits rectilignes. Mais l'angle plat HEB, & l'angle spherique HAB, sont egaux, où leur grandeur est denotée par un même arc BH, par la 2 definition: Semblablement est d'egale grandeur l'angle spheriqueHAD, avec l'angle plat HED. Parquoi les deux angles spheriques HAB, HAD, (causés par un arc HA tiré sur l'autre arc BAD) sont egaux avec deux angles droits, & ont des sinus egaux par la 2 definition de la fabrique des sinus: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ceci:

*Vn arc fait sur l'autre, deux angles ensemble egaux avec deux angles droits, & ces deux angles ont des sinus, tangentes, & secantes egales.*

Soit pour plus ample declaration ST en ceste figure particuliere un arc, & dessus icelui quelque autre VX, ce qui estant ainsi, les deux angles SVX, TVX, sont ensemble egaux avec deux angles droits: Parquoi l'un estant aigu, l'autre est obtus, l'un estant droit, l'autre est droit aussi, & l'un estant connu, l'autre se cognoit aussi: Par exemple, l'angle TVX faisant 50 deg. je les soustrais de deux angles droits qui sont de 180 deg. reste pour l'angle SVX 130 deg. Et 50 deg. & 130 deg. ont des sinus egaux, à sçavoir chacun 7660445 par la 2 definition de la fabrique des sinus.



**CONSEQUENCE VI.**

Si l'arc AH se prolonge jusques à C, il est notoire que l'arc AC, coupant l'arc BHD en H, fait quatre angles, à sçavoir AHD, DHC, CHB, BHA, dont les angles opposites sont egaux, comme AHD avec CHB, & DHC avec BHA, car les deux angles BHA, AHD, sont egaux avec deux angles droits, & ainsi les deux angles AHD, DHC, par la 5 consequence, pour ce les deux angles BHA, AHD, sont ensemble egaux avec les deux angles AHD, DHC; Or de chacun soustrait leur angle commun AHD, l'angle BHA demeure

meure egal avec son angle opposite  $DHC$ : Et semblablement sera aussi démontré l'angle  $AHD$ , estre egal avec son angle opposite  $CHB$ : Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

*Deux arcs de cercle majeur s'entrecoupons, ont leurs angles opposites egaux.*

#### CONSEQUENCE VII.

Si sur le point  $A$  comme pole, se décrit un cercle mineur  $YZ$ , il est notoire qu'il faut qu'il soit parallel avec le cercle  $BFDH$ , lequel par le donné est aussi décrit sur le mesme pole: Apres, veu que le cercle majeur  $ABCD$ , est à angle droit sur le cercle majeur  $BFDH$ , il faut que sa superficie soit aussi sur la superficie du cercle  $YZ$  à angle droit: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

*Le cercle majeur d'une sphere tendant par le pole d'un cercle mineur, il a sa superficie sur le mesme à angle droit.*

#### CONSEQUENCE VIII.

Veü que le costé  $AH$  du triangle rectangle  $AHB$ , touche le rectangle en  $A$ , il est notoire que l'angle  $ABH$  à l'opposite du costé  $AH$ , est droit: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

*Si le costé qui touche l'angle droit d'un triangle, est le quart d'un cercle, son angle opposite sera droit.*

#### CONSEQUENCE IX.

Veü que l'un costé  $AH$  du triangle rectangle  $AHB$ , fait le quart d'un cercle, il est notoire que le costé opposite  $AB$  de l'angle droit  $H$  fait aussi le quart d'un cercle: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

*Si l'un des deux costez de l'angle droit est le quart d'un cercle, l'hypothénuse sera aussi le quart d'un cercle.*

#### CONSEQUENCE X.

Veü qu'au triangle rectangle  $AHB$ , le costé opposite  $AB$  de l'angle droit  $H$  fait un quart de cercle, il est notoire que l'un des autres deux costez qui touchent l'angle droit comme  $AH$ , est aussi le quart d'un cercle: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

*Si au triangle spherique rectangle, le costé opposite de l'angle droit est le quart d'un cercle, il faut que l'un des deux costez qui touchent l'angle droit, soit aussi le quart d'un cercle.*

#### CONSEQUENCE XI.

Veü qu'au triangle  $AHB$ , l'angle  $B$  qui touche le costé opposite  $AB$  de l'angle droit  $H$  est un angle droit, il est notoire que le mesme costé opposite  $AB$  est le quart d'un cercle: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

*Si au triangle spherique rectangle, l'un des deux angles qui touchent le costé opposite de l'angle droit, estoit aussi un angle droit, le mesme costé opposite sera le quart d'un cercle.*

#### CONSEQUENCE XII.

Veü qu'au triangle  $AHB$ , le costé opposite  $AB$  de l'angle droit  $H$ , fait le quart d'un cercle, il est notoire que l'un des deux angles qu'il touche, comme l'angle  $B$ , est droit: Par lequel, comme par reigle generale on conclud ainsi:

*Si au triangle spherique rectangle, le costé opposite de l'angle droit est le quart d'un cercle: il faut que l'un des deux costez qu'il touche soit droit.*

#### CONSEQUENCE XIII.

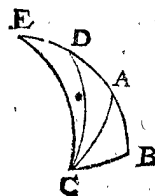
Il est notoire que  $AB$  &  $AH$  sont deux quarts d'un cercle, tirez d'un mesme pole  $A$ , sur un troisieme arc  $BH$ , & qu'à cause de cela les deux angles  $ABH$ ,  $AHB$  sont droits: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi:

*Deux quarts d'un cercle tirez d'un mesme pole sur un troisieme arc, sont là dessus à angle droit.*

#### THEOREME. II. PROPOSITION.

**E**stant un triangle spherique rectangle, dont un costé de l'angle droit est plus petit que le quart d'un cercle; son angle opposite est aigu: Mais s'il est plus grand, son angle opposite sera obtus.

*Le donné de la 1 partie.* Soit  $ABC$  un triangle rectangle spherique, dont l'angle droit est  $B$ , & un costé de l'angle droit soit plus petit que le quart d'un cercle.



*Le requis.* Il faut démontrer que son angle opposite  $ACB$  est aigu.

*Preparation.* Soit  $BA$  prolongé jusques à  $D$ , tellement que  $BD$  face le quart d'un cercle, puis apres soit tiré l'arc  $DC$ .

#### DEMONSTRATION.

Veü que le costé  $BD$  fait le quart d'un cercle, le point  $D$  (pource que le mesme  $DB$  est à angle droit sur  $BC$ ) sera pole de l'arc  $BC$ , par la 1 consequence de la 1 proposition, duquel pole  $D$  estant tiré l'arc jusques à  $C$ , il sera à angle droit sur  $BC$ , & aura l'angle  $DCB$  droit par la 2 consequence de la 1 proposition, & conséquemment l'angle  $ACB$  sera aigu, comme estant plus petit que l'angle droit  $DCB$ .

*Le donné de la 2 partie.* Soit  $BD$  faisant le quart d'un cercle comme dessus, prolongé jusques à  $E$ , puis apres l'arc  $EC$  du cercle majeur.

#### DEMONSTRATION.

Puis que l'angle  $DCB$ , à l'opposite du quart de cercle  $DB$  est droit par la premiere partie, il faut que l'angle  $ECB$ , estant encores plus grand, soit obtus, parquoi le costé  $EB$  estant plus grand que le quart d'un cercle, son angle opposite  $ECB$  est obtus. *Conclusion.* Estant donc un triangle spherique rectangle, dont un costé de l'angle droit est plus petit que le quart d'un cercle, son angle opposite est aigu: Mais s'il est plus grand, son angle opposite sera obtus: ce qu'il falloit démontrer.

#### CONSEQUENCE.

Veü que le costé  $AB$  estant plus petit que le quart d'un cercle, a son angle  $ACB$  opposite aigu, il faut au contraire que l'angle aigu  $ACB$ , ait son costé opposite plus petit que le quart d'un cercle: Et pour semblables raisons, il faut que l'angle obtus  $ECB$ , ait son costé opposite  $EB$  plus grand: par lequel on conclud le revers de la proposition, ainsi:

*Estant un triangle spherique rectangle, dont un angle oblique est aigu: Son costé opposite est plus petit que le quart d'un cercle: Mais s'il est obtus, son costé opposite sera plus grand.*

#### THEOREME. III. PROPOSITION.

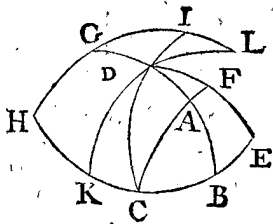
**E**stant un triangle spherique rectangle avec deux costez d'angle droit, chacun plus petit ou plus grand que le quart d'un cercle: L'hypothénuse sera plus petite. Mais si l'un est plus petit, l'autre plus grand: L'hypothénuse sera plus grande.

*Le don-*

*Le donné de la 1 partie.* Soit ABC un triangle spherique rectangle, dont l'angle droit est B, & ses deux costez, comme A B, C B, sont chacun plus petis que le quart d'un cercle.

*Le requis.* Il faut demonstrier que l'hypothenufe AC est plus petite que le quart d'un cercle.

*Preparation.* Soit B A prolongé jusques à D, & C B jusques à E, tellement que BD & CE facent chacun le quart d'un cercle: Puis apres soit tiré l'arc du cercle majeur DE, & CA soit prolongée jusques à ce qu'elle rencontre DE en F.



DEMONSTRATION.

Veü que l'angle A B C est droit, & B D le quart d'un cercle, il faut que D soit le pole du cercle C E, par la 1 consequence de la 1 proposition, & pource l'angle D E C droit par la 1 proposition: Apres, veü que l'angle D E C est droit: & C E le quart d'un cercle, il faut par la susdite 1 consequence, que C soit pole du cercle D E; & pource C F est aussi le quart d'un cercle par la 2 consequence de la 1 proposition, dont la partie C A necessairement est plus petite.

*Le donné de la 2 partie.* Soit prolongé le quart du cercle B D jusques à G, & la partie B C prolongée jusques à H, tellement que C H fasse le quart d'un cercle, puis apres soit tiré l'arc H G: Ce qui estant ainsi, l'angle G B H du triangle G B H est droit, & les deux costez qui le touchent comme G B & H B, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonstrier que le costé opposite G H de l'angle droit B, est plus petit que le quart d'un cercle. *Preparation.* Je tire du point C, par le point D, l'arc d'un cercle majeur rencontrant le prolongé H G en I.

DEMONSTRATION.

Veü que l'angle D B H est droit, & B D le quart d'un cercle, D doncques est pole de l'arc B H, par la 1 consequence de la 1 proposition, & l'angle D C B droit par la 2 consequence. Apres, puis que l'arc C H est le quart d'un cercle, il faut que par les raisons precedentes H soit pole de l'arc I C, parquoy aussi l'arc H I fait le quart d'un cercle, duquel G H estant une partie, il faut qu'icelui G H soit plus petit.

*Le donné de la 3 partie.* Soit mis entre H & C un point comme K, & d'icelui tiré un arc de cercle majeur par le point D, jusques à ce qu'il rencontre le quart du cercle H I prolongé en L. Or puis que D est pole du cercle E H, comme il appert au precedent, il faut que D K fasse le quart d'un cercle, & que K L soit plus grand que le quart d'un cercle, & H K (partie du quart du cercle H C) plus petit que le quart d'un cercle, & l'angle D K H droit, dont le costé opposite H L. Tellement que nous avons ici, selon le contenu de la troisieme partie de ceste proposition, un triangle L K H, dont les deux costez qui touchent l'angle droit L K H, comme L K, H K, l'un est plus petit que le quart d'un cercle, comme H K, l'autre plus grand, comme L K.

*Le requis.* Il faut demonstrier que le costé opposite H L de l'angle droit L K H, est plus grand que le quart d'un cercle.

DEMONSTRATION.

Faisant H I le quart d'un cercle par la demonstration de la seconde partie, & estant partie de H L, il faut que H L soit plus grand.

*Conclusion.* Estant donc un triangle spherique rectangle avec deux costez, &c.

CONSEQUENCE.

Il est notoire par la premiere partie, que les deux costez AB, BC, du triangle rectangle A B C, qui touchent l'angle droit ABC, chacun estant plus petit que le quart d'un cercle, qu'alors A C costé opposite de l'angle droit A B C, est plus petit que le quart d'un cercle.

Il est aussi notoire par la seconde partie que les deux costez GB, HB, du triangle rectangle G B H, qui touchent l'angle droit G B H, chacun estant plus grand que le quart d'un cercle, qu'alors G H costé opposite de l'angle droit G B A, est plus petit que le quart d'un cercle.

Il est aussi notoire par la 3 partie, que le costé H K du triangle rectangle L K H, qui touche l'angle droit L K H, estant plus petit que le quart d'un cercle, & L K plus grand, qu'alors L H costé opposite de l'angle droit L K H, est plus grand que le quart d'un cercle. Par le contraire duquel (comme il se voit clairement en la susdite figure) s'ensuit aussi le contraire de la proposition, ainsi:

*Estant un triangle spherique rectangle, dont l'hypothenufe est plus petite que le quart d'un cercle: Les deux costez qui touchent l'angle droit, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand: Mais le costé opposite de l'angle droit estant plus grand, l'un des deux qui touche l'angle droit sera plus petit que le quart d'un cercle, & l'autre plus grand.*

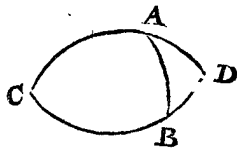
THEOREME. IV. PROPOSITION.

SI l'hypothenufe & un costé de l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle: il faut que le troisieme soit plus petit.

*Le donné.* Soit A B C du 1 exemple un triangle spherique rectangle, dont l'angle B est droit, & l'hypothenufe A C, avec le costé de l'angle droit B C, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonstrier que le troisieme costé A B est plus petit que le quart d'un cercle. *Preparation.* Je produis C A, C B, jusques à ce qu'ils se rencontrent, qui soit en D.

DEMONSTRATION.

Les deux arcs CAD & CBD, sont chacun un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition: D'iceux soustraits CA, CB, qui estant chacun plus grand que le quart d'un cercle, AD & BD demeurent chacun plus petit: Apres, puis que l'angle A B C est droit par le donné, il faut que l'angle ABD soit aussi droit par la 3 consequence de la 1 proposition, ABD doncques est un triangle rectangle avec une hypothenufe moindre AD, parquoy les deux costez de l'angle droit AB, BD, sont tous deux plus petits ou plus grands que le quart d'un cercle par le revers de la 3 proposition: Mais B D est plus petit, il faut donc que A B soit aussi plus petit.



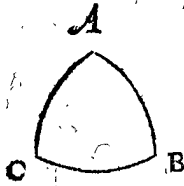
*Conclusion.* Si doncques l'hypothenufe & un costé de l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle: il faut que le troisieme soit plus petit, ce qu'il falloit demonstrier.

## THEOREME. V. PROPOSITION.

**E**stant un triangle spherique rectangle, dont les deux angles obliques sont tous deux aigus ou obtus: L'hypothénuse sera plus petite que le quart d'un cercle. Mais si l'un est obtus, l'autre aigu, l'hypothénuse sera plus grande.

*Le donné de la 1 partie.* Soit  $ABC$  un triangle spherique rectangle, dont l'angle droit est  $B$ , & les deux angles obliques  $A, C$ , sont tous deux aigus, ou tous deux obtus. *Le requis.* Il faut démontrer que  $AC$  sera plus petit que le quart d'un cercle.

## DEMONSTRATION.



Veü que les deux angles  $A, C$ , sont tous deux aigus ou obtus, il faut que les deux costez  $AB$  &  $BC$ , soient chacü plus grand ou plus petit que le quart d'un cercle par la 2 proposition. Et conséquemment il faut que  $AC$  par la 3 proposition soit plus court.

*Le donné de la 2 partie.* Soit maintenant l'un des deux angles  $A, C$ , aigu, & l'autre obtus. *Le requis.* Il faut démontrer que l'hypothénuse  $AC$  est plus grande que le quart d'un cercle.

## DEMONSTRATION.

Veü que l'un des deux angles  $A, C$  est aigu, & l'autre obtus, il faut que l'un des deux costez  $AB, BC$ , soit plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la consequence de la 2 proposition, & pource l'hypothénuse  $AC$  plus grande, par la 3 partie de la 3 proposition.

*Conclusion.* Estant doncques un triangle spherique rectangle, dont les deux angles obliques sont tous deux aigus ou obtus; l'hypothénuse sera plus petite que le quart d'un cercle. Mais si l'un est obtus, l'autre aigu; l'hypothénuse sera plus grande: ce qu'il falloit démontrer.

## CONSEQUENCE.

Par le revers de ceste proposition (comme il se peut voir clairement en la figure precedente) ceci est notoire.

*Estant un triangle spherique rectangle, dont l'hypothénuse est plus petite que le quart d'un cercle: Les deux angles obliques sont tous deux aigus, ou tous deux obtus: Mais si l'un est plus grand que le quart d'un cercle, l'un des deux angles sera aigu, l'autre obtus.*

## THEOREME. VI. PROPOSITION.

**S**i un triangle spherique a deux angles aigus, ou deux angles obtus: La perpendiculaire tirée du troisieme angle devers son costé opposite, tombe dedans le triangle: Mais si l'un des deux est aigu, l'autre obtus, elle y tombe dehors.

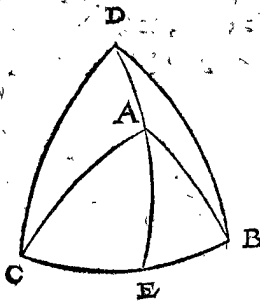
*Le donné de la 1 partie.* Soit  $ABC$  un triangle spherique, dont les deux angles  $A, C, B$  sont aigus.

*Le requis.* Il faut démontrer que la perpendiculaire du troisieme angle  $A$ , tirée vers son costé opposite  $BC$ , tombe dedans le triangle.

*Preparation.* Soit  $D$  pole du cercle  $CB$ , & soient tirez les deux quarts du cercle  $DB, DC$ .

## DEMONSTRATION.

Veü que l'arc  $DB$  vient du pole  $D$  sur son cercle  $CB$ , il faut que l'angle  $DBC$  soit droit par la 1 proposition: Mais l'angle  $ABC$  est plus petit, à sçavoir aigu, parquoy le point  $A$  tombe à la main fenestre de  $DB$ : Et semblablement sera démontré que le mesme point  $A$  tombe à la main dextre de  $DC$ , parquoy aussi il tombe necessairement dedans le triangle  $DBC$ : Comme



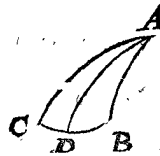
aussi fait l'arc  $DA$ : Et icelui  $DA$  prolongé jusques à  $E$ , il faut que  $AE$  tombe dedans le triangle  $ABC$ , car si elle y tomboit dehors, il faudroit que le quart de cercle  $DAE$  eust un angle à  $A$  plus petit que  $DAB$ , ce qui seroit absurd: Parquoy  $AE$  ne tombe point hors du triangle  $ABC$  vers

la main dextre: Et semblablement sera aussi démontré qu'elle n'y tombe point dehors vers la main fenestre, elle y tombe donc necessairement dedans. Le mesme sera aussi démontré ainsi, quand on pose les deux angles  $C, B$ , egaux.

*Le donné de la 2 partie.* Soit  $ABC$  un triangle spherique, dont l'angle  $C$  est aigu,  $B$  obtus. *Le requis.* Il faut démontrer que la perpendiculaire du troisieme angle  $A$ , sur son costé opposite (entant qu'assez prolongé) tombe hors le triangle.

## DEMONSTRATION.

Si elle ne tombe point dehors, elle tombera en un des costez  $AB, AC$ , ou dedans le triangle. De tomber en  $AB$  ou  $AC$ , cela ne peut estre, car alors l'angle  $B$  ou  $C$  seroit droit contre le posé. Si elle tomboit dedans le triangle, comme je prens de  $A$  jusques à  $D$ , il faudroit que les deux angles  $ADB, ADC$ , fussent droits, ce qui n'est point pour ces raisons: Soient les angles  $ADB, ADC$ , s'il estoit possible, droits, tellement que nous ayons deux triangles rectangles  $ADB, ADC$ , dont



le costé commun est  $AD$ : Il faudra qu'icelui, comme costé opposite de l'angle aigu  $C$ , soit plus petit que le quart d'un cercle par la consequence de la 2 proposition: Et comme costé opposite de l'angle obtus  $B$ , sera plus grand par la mesme consequence: Mais d'estre plus grand & plus petit, il est impossible: Parquoy la perpendiculaire de l'angle  $CAB$  sur son costé opposite, ne tombe point dedans le triangle, mais dehors.

*Conclusion.* Si doncques un triangle spherique a deux angles aigus, ou deux angles obtus, la perpendiculaire tirée du 3 angle devers son costé opposite, tombe dedans le triangle: Mais si l'un des deux estoit aigu, l'autre obtus, elle y tombe dehors: ce qu'il falloit démontrer.

## THEOREME. VII. PROPOSITION.

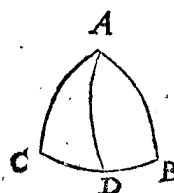
**V**n triangle spherique ayant trois angles aigus: Chacun costé est plus petit que le quart d'un cercle.

*Le donné.* Soit  $ABC$ , un triangle spherique avec trois angles aigus.

*Le requis.* Il faut démontrer que chacun costé est plus petit, que le quart d'un cercle.

*Preparation.* Soit tiré un arc de  $A$ , à angle droit sur  $CB$ , comme  $AD$ , lequel necessairement par la 6 proposition tombe dedans le triangle, pource que les angles  $C, B$  sont tous deux aigus.

## DEMONSTRATION.



Veü que les deux angles  $ADC, ADB$ , sont droits par la preparation, il faut que les deux triangles  $ADC, ADB$ , soient rectangles; parquoy puis que  $DAB$  &  $B$  sont deux angles aigus,  $AB$  sera plus petit que le quart d'un cercle par la 5 prop. On demöstre le semblable de  $AC$ : Aussi

Aussi de  $CB$ , moyennant qu'on prenne  $AB$  pour base, comme  $CB$  a été prins dessus. *Conclusion.* Doncques un triangle sphérique ayant trois angles aigus, chacun costé est plus petit que le quart d'un cercle : c'est qu'il falloit démonstrer.

THEOREME. VIII. PROPOSITION.

Un triangle sphérique ayant deux angles aigus égaux : Les costez opposites d'iceux sont plus petits que le quart d'un cercle.

*Le donné.* Soit  $ABC$  un triangle sphérique avec deux angles aigus  $B, C$ . *Le requis.* Il faut démonstrer que leurs costez opposites  $AB, AC$ , sont plus petits que le quart d'un cercle.

*Preparation.* Soit du point  $D$  au milieu de  $CB$ , tiré l'arc  $AD$ , & icelui prolongé de  $A$  jusques à  $E$ , tellement que  $DE$  fasse le quart d'un cercle : Puis apres deux arcs  $EC, EB$ .

DEMONSTRATION.

Veü que l'angle  $ABC$  est égal à l'angle  $ACB$  par le posé, il faut que  $AB$  soit égal à  $AC$ , & conséquemment il faut que  $AD$  venant au point du milieu de  $CB$ , soit à angle droit sur le mesme  $CB$ , comme il faut aussi que le quart du cercle  $ED$  vienne semblablement à angle droit sur le mesme  $CB$ , pource  $E$  est pole de l'arc  $CB$ , par le 1 exemple de la 1 proposition, &  $EC, EB$ , venant aussi à angle droit sur icelui  $CB$ , font chacun le quart d'un cercle, par la 2 conséquence de la mesme 1 proposition. L'angle  $ABC$  doncques estant aigu, &  $ECB$  droit, il faut que le point  $A$  vienne dessous  $E$ , & que  $AD$  soit plus court que le quart d'un cercle : Apres,  $DB$  est aussi plus petit, pource que c'est la moitié de l'arc  $CB$ , lequel par la 2 definition est plus petit que la moitié d'un cercle. Nous avons donc un triangle rectangle  $ADB$ , avec deux costez  $AD, AB$ , touchans l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle ; parquoy il faut aussi que le troisieme  $AB$  soit plus petit, par la 3 proposition. On démontrera aussi semblablement  $AC$  être plus petit.



*Conclusion.* Un triangle sphérique doncques ayant deux angles aigus égaux, les costez opposites d'iceux sont plus petits que le quart d'un cercle : ce qu'il falloit démonstrer.

THEOREME. IX. PROPOSITION.

Un triangle sphérique ayant deux angles aigus inégaux, & un angle obtus : le costé opposite du plus aigu est plus petit que le quart d'un cercle : mais les autres deux costez peuvent être d'un quart de cercle, plus petits, ou plus grands.

*Le donné.* Soit  $ABC$  un triangle sphérique avec deux angles aigus inégaux  $ABC, ACB$ , dont le plus aigu  $ABC$ , & l'angle  $CAB$  soit obtus.

*Le requis.* Il faut démonstrer que  $AC$  costé opposite de l'angle  $ABC$  le plus aigu, est plus petit que le quart d'un cercle, mais que les costez opposites des autres deux angles, peuvent être du quart d'un cercle, ou plus petits, ou plus grands.

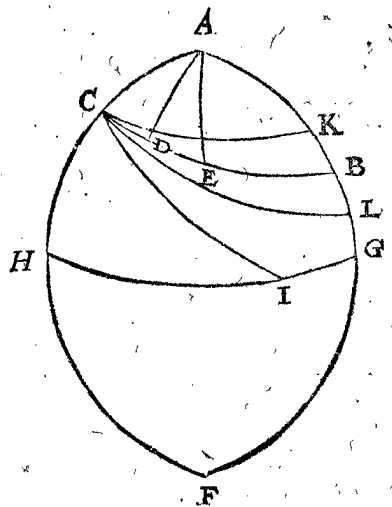
*Preparation de la premiere partie.* Soit tiré du point  $A$  l'arc  $AD$  à angle droit sur  $BC$  : le mesme  $AD$  tombera dedans le triangle par la 6 proposition, pource que les deux angles  $ABC, ACB$  sont aigus ; & icelui  $AD$  sera plus pres de l'angle  $ACB$ , que de l'angle  $ABC$ ,

pource que  $ABC$  est plus aigu que  $ACB$ , parquoy se peut marquer en  $DB$  le point  $E$ , tellement que  $DE$  soit égal à  $DC$  : ce qui estant fait, soit tiré puis apres l'arc  $AE$ .

*Démonstration de la premiere partie.* Nous avons un triangle isocèle  $ACE$ , avec deux angles aigus  $C, E$ , dont le costé  $AC$  est plus petit que le quart d'un cercle par la 8 proposition.

*Preparation de la seconde partie.* Soient produits  $AB$  &  $AC$  tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en  $F$ , soit aussi marqué au demicercle  $ABF$  le point  $G$  : & en  $ACF$  le point  $H$ , tellement que  $AG, AH$ , fassent chacun le quart d'un cercle ; apres soit tiré l'arc  $GH$ , & là dedans marqué le point  $I$ , de façon que  $HI$  fasse aussi le quart d'un cercle, puis apres soit tiré l'arc  $CI$  : Ce qui estant ainsi, l'arc  $CB$  est ou le quart d'un cercle, ou plus petit, ou plus grand : Mais posé qu'il soit d'un quart de cercle, & soit marqué le point  $K$ , entre  $A$  &  $B$ , mais que  $AK$  soit plus grand que  $AC$ , car  $CK$  estant tiré là dessus, l'angle  $AKC$ , comme il appert par la démonstration de la premiere partie, sera plus aigu que l'angle  $ACK$  : Apres soit marqué le point  $L$  entre  $B$  &  $G$ , & tiré l'arc  $GL$ .

*Démonstration de la seconde partie.* Veü que  $CB$  est mis pour le quart d'un cercle, le costé opposite de l'angle obtus  $CAB$ , peut au premier faire le quart d'un cercle : Apres  $CK$  est plus petit que le quart d'un cercle  $CB$ , mais  $CK$  est costé opposite de l'angle obtus donné en un triangle  $ACK$ , de la qualité de ceste proposition, par la preparation de la 2 partie : Parquoy le costé opposite de l'angle obtus peut aussi être plus petit que le quart d'un cercle. Apres,  $CL$  est plus grand que le quart du cercle  $CB$ , mais  $CL$  est costé opposite de l'angle obtus donné  $CAB$ , & cela en un triangle de la qualité de ceste proposition ( car l'angle  $CAL$  est l'angle obtus donné, &  $ALC$  est encores plus aigu que l'angle  $ABC$ , &  $ACL$  moins aigu que l'angle  $ACB$ , toutefois icelui angle  $ACL$  n'estant point obtus, veü qu'il est plus petit que l'angle droit  $ACI$ , tellement que  $ALC$  est plus aigu que  $ACL$ .) Parquoy le costé opposite de l'angle obtus, peut aussi être plus grand que le quart d'un cercle. Pour venir maintenant au costé opposite de l'angle moins aigu  $ACB$ , je dis ainsi : L'arc  $AB$  est ou le quart d'un cercle, ou plus petit, ou plus grand : Posé donc que ce soit d'un quart de cercle, le costé opposite de l'angle moins aigu peut faire le quart d'un cercle : Semblablement  $AK$  estant plus petit que le quart d'un cercle  $AB$ , &  $AL$  plus grand, lequel  $AK, AL$  chacun en son triangle, est costé opposite de l'angle moins aigu par le precedent, tellement qu'avec cela le reste de la proposition est démontrée. *Conclusion.* Doncques un triangle sphérique ayant deux angles aigus inégaux, & un angle obtus, le costé opposite du plus aigu, est plus petit que le quart d'un cercle, mais les autres deux costez peuvent être d'un quart de cercle, plus petits, ou plus grands : ce qu'il falloit démonstrer.

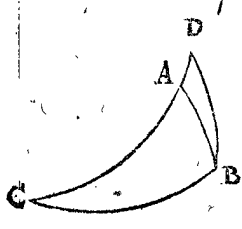


THEOREME. X. PROPOSITION.

UN triangle spherique ayant trois costez, chacun plus petit que le quart d'un cercle : Les angles opposites des deux plus petits sont aigus, mais l'angle opposite du plus grand costé peut estre aigu, droit, ou obtus.

Veü que l'angle opposite du plus grand costé, peut estre aigu, droit, ou obtus, nous partirons la demonstration en trois.

La premiere partie est notoire par la 7 proposition, à sçavoir, au triangle avec trois angles aigus, les costez duquel estant chacun plus petit que le quart d'un cercle, les angles opposites des deux plus petits costez sont aigus, & l'angle opposite du plus grand costé est aussi aigu.



La deuxiesme partie est notoire, au triangle rectangle avec trois costez, chacun plus petit que le quart d'un cercle, comme ABC, auquel les angles opposites A, C, des deux costez plus petits AB, BC, qui comprennent l'angle droit B, sont aigus par la 2 proposition, mais l'angle opposite B du troisieme plus grand costé AC, est droit.

La troisieme partie se declare ainsi : Soit prolongé l'arc CA jusques à D, puis apres soit tiré l'arc BD, toutesfois tellement que CD soit encores plus petit que le quart d'un cercle, & BD plus petit que CA : Ce qui estant ainsi, joignant l'angle aigu C, l'angle D est encores plus aigu que l'angle aigu CAB, parquoi D est aussi aigu. Touchant l'angle DBC, à l'opposite du plus grand costé DC, il faut qu'il soit obtus, veü qu'il est plus grand que l'angle droit ABC.

Conclusion. Doncques un triangle spherique ayant trois costez, chacun plus petit que le quart d'un cercle : les angles opposites des deux plus petits sont aigus : mais l'angle opposite du plus grand costé peut estre aigu, droit, ou obtus : ce qu'il falloit demonstrier.

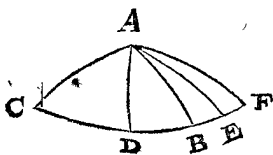
THEOREME. XI. PROPOSITION.

Estant deux costez d'un triangle spherique, chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troisieme plus grand qu'un d'iceux : La perpendiculaire de l'angle des deux plus courts, tombe dedans le triangle.

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont les deux costez AB, AC, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, & le troisieme BC plus grand que AB, ou AC, & AD soit la perpendiculaire de l'angle CAB jusques au costé le plus grand BC. Le requis. Il faut demonstrier que AD tombe dedans le triangle ABC.

DEMONSTRATION.

Le troisieme costé plus grand comme BC, est ou plus petit que le quart d'un cercle, ou d'un quart de cercle, ou plus grand. Soit premierement plus petit, ce qui estant ainsi, ABC est un triangle dont les trois costez estant chacun plus petit que le quart d'un cercle, les deux angles opposites des plus petits costez, comme l'angle C, & ABC aigu par la 7 proposition, & AD tombe entre deux dedans le triangle par la 6 proposition. Soit secondement le troisieme costé plus grand du quart d'un



circle, comme le prolongé CB jusques à E du triangle AEC, estant AE aussi plus petit que le quart d'un cercle, & plus petit que CE : Ce qui estant ainsi, AD costé opposite de l'angle aigu C au triangle rectangle ADC, est plus petit que le quart d'un cercle par la 2 proposition, & son angle opposite AED du triangle rectangle ADE, est aussi aigu par la mesme proposition, & la perpendiculaire AD tombe entre deux dedans le triangle par la 6 proposition. Semblablement en sera la demonstration d'un troisieme costé plus grand que le quart d'un cercle : Comme par exemple le prolongé CE jusques à F, du triangle AFC, estant AF plus petit que le quart d'un cercle, & plus petit que CF.

Conclusion. Estant doncques deux costez d'un triangle spherique, chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troisieme plus grand qu'un d'iceux, la perpendiculaire de l'angle des deux plus courts, tombe dedans le triangle : Ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME. XII. PROPOSITION.

UN triangle spherique ayant deux costez chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troisieme pas plus petit : Les deux angles opposites des costez les plus petits sont aigus : mais l'angle opposite du plus grand costé est obtus.

Veü que le costé pas plus petit que le quart d'un cercle, peut estre plus grand que le quart d'un cercle, ou d'un quart de cercle : Nous en descirons deux exemples.

EXEMPLE I.

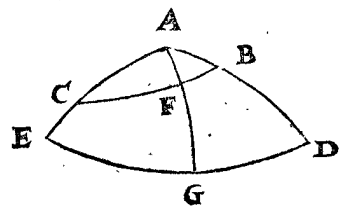
Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont les deux costez AB, AC, soient chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troisieme BC plus grand.

Le requis. Il faut demonstrier que les angles opposites ABC, ACB, des deux plus petits costez sont aigus, mais l'angle opposite CAB du plus grand costé CB, obtus.

Preparation. Soit prolongé AB & AC jusques à D & E, tellement que AD, AE fassent chacun le quart d'un cercle, puis apres soit descrit sur A comme pole, l'arc ED, & AF à angle droit sur CB, lequel AF tombe dedans le triangle ABC par la 11 proposition, car AB, AC, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, & CB est plus grand qu'un d'iceux : Le mesme AF soit prolongé jusques à G en ED.

DEMONSTRATION.

Veü que ED est descrit sur A comme pole, il faut que l'angle AED soit droit, & que AG tombant sur ED, fasse aussi le quart d'un cercle comme AE par la 2 consequence de la 1 proposition. Mais AF est partie de AG, parquoi AF est plus petit que le quart d'un cercle : Il est aussi costé opposite de l'angle ACF, &



cela au triangle rectangle AFC, pource l'angle ACF, ou ACB, est aigu par la 2 proposition : Semblablement sera aussi demonstrier l'angle ABC estre aigu : Mais que l'angle CAB est obtus se demonstre ainsi : Si ED ne faisoit que le quart d'un cercle, le triangle AED seroit equilateral & equiangulaire, à sçavoir trois costez, chacun du quart d'un cercle, & avec trois angles droits, tellement que le plus grand arc tiré là dedans, ne pourroit



roit estre que d'un quart de cercle : Mais CB est plus grand par le donné, & ED encores plus grand : mais ED nous denote la grandeur de l'angle EAD, par la deuxiesme definition, parquoi EAD, ou ce qui est le mesme CAB, est plus grand qu'un angle droit, c'est donc un angle obtus.

EXEMPLE II.

Secondement, soit CB le quart d'un cercle, demeurant le reste comme dessus : Ce qui estant ainsi, il est notoire par la demonstration du 1 exemple, qu'il faut que les deux angles ACB, ABC, soient aigus : Mais que l'angle CAB est obtus, se demonstre ainli : Si ED ne faisoit que le quart d'un cercle, le triangle ADE seroit equilateral & equiangulaire, à sçavoir trois costez, chacun d'un quart de cercle, & avec trois angles droits, tellement que les plus grands arcs tirez en icelui, à sçavoir d'un angle jusques à son costé opposite, ne pourroient estre que d'un quart de cercle, & tous autres arcs ne venant point hors d'un angle, comme l'arc CB, devroient estre plus petits, mais CB n'est pas plus petit, car il fait le quart d'un cercle par le posé, il faut donc que ED soit plus grand : Mais ED nous denote la grandeur de l'angle EAD par la 2 definition, parquoi EAD, ou ce qui est le mesme CAB, est plus grand qu'un angle droit, c'est donc un angle obtus.

Conclusion. Doncques un triangle spherique ayant deux costez, chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troisieme n'estant plus petit : Les deux angles opposites des plus petits costez sont aigus : mais l'angle opposite du plus grand costé est obtus : ce qu'il falloit demonstrier.

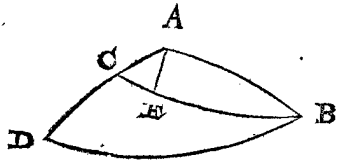
PROBLEME XIII. PROPOSITION.

UN triangle spherique ayant un costé d'un quart de cercle, l'autre plus petit, le troisieme plus grand : Les deux angles opposites des plus petits costez sont aigus, mais l'angle opposite du plus grand costé est obtus.

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AB est du quart d'un cercle, AC plus petit, & BC plus grand. Le requis. Il faut demonstrier que les angles opposites ABC, ACB, des deux plus petits costez sont aigus : Mais l'angle CAB opposite du plus grand costé CB obtus. Preparation. Soit prolongé AC jusques à AD, tellement que AD face le quart d'un cercle : Puis après soit décrit sur A comme pole, l'arc BD, & soit tiré AE à angle droit sur CB.

DEMONSTRATION.

Qu'il faut que les deux angles ACB, ABC soient aigus, appert ainsi : Veü que AB fait le quart d'un cercle, & que l'angle AEB est droit, il faut que EB fasse le quart d'un cercle par la 10 consequence de la 1 proposition, & que EC soit plus petit, pource que l'arc entier CB est plus petit qu'un demicercle par la 1 definition : Apres il faut que AE soit aussi plus petit par la consequence de la 3 proposition, car le costé opposite AC de l'angle droit AEC, estant plus petit, il faut que les autres deux AE, CE, soient chacun plus petit ou plus grand, mais CE est plus petit ; il faut donc que AE soit aussi plus petit, parquoi aussi son angle opposite C est aigu, par la 2 proposition. Et le mesme AE plus petit denotant la grandeur de l'angle ABE par la 2 definition, il faut que l'angle ABE, ou ABC soit aigu.



Mais que l'angle CAB est obtus, il se demonstre ainsi : Si DB ne faisoit que le quart d'un cercle, le triangle ADB seroit equilateral & equiangulaire, à sçavoir trois costez chacun d'un quart de cercle, avec trois angles droits, tellement que le plus grand arc tiré en icelui, ne pourroit estre que d'un quart de cercle : Mais CB est plus grand par le donné ; & DB encores plus grand, lequel nous denote la grandeur de l'angle DAB par la 2 definition ; parquoi DAB, ou ce qui est le mesme CAB, est plus grand qu'un angle droit, c'est donc un angle obtus. Conclusion. Doncques un triangle spherique ayant un costé d'un quart de cercle, l'autre plus petit, le troisieme plus grand : Les deux angles opposites des plus petits costez sont aigus, mais l'angle opposite du plus grand costé est obtus : ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME XIV. PROPOSITION.

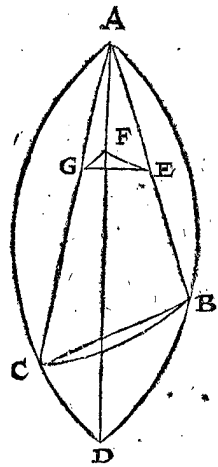
Les trois angles d'un triangle spherique, sont ensemble plus grands que deux angles droits.

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont les trois angles soient A, B, C. Le requis. Il faut demonstrier iceux trois angles ensemble estre plus grands que deux angles droits.

Preparation. Soient prolongez quelques deux arcs, comme AB, AC, jusques à ce qu'ils se rencontrent en D, puis apres (veü que ABD, ACD, font chacun un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition) l'axe AD & les trois cordes AB, BC, CA, des trois arcs AB, BC, CA : Soit aussi marqué quelque part en la corde AB le point E, & de là tirée la droite ligne EF, à angle droit sur l'axe AD, puis apres de F jusques à G en la corde AC la droite ligne FG, à angle droit sur l'axe AD, & finalement la droite ligne GE.

DEMONSTRATION.

Veü que GF est à angle droit sur AF, s'en suit que GA est plus long que GF, car le quarré de GA, est egal aux deux quarrés de GF, FA : Semblablement sera aussi demonstté que EA est plus long que EF, parquoi l'angle GFE, est plus grand que l'angle GAE : Mais l'angle GFE est aussi la grandeur de l'angle spherique CAB par la 2 definition (car GFE est aussi l'angle des plans des deux plus grands cercles, dont AB, AC, sont les arcs) parquoi l'angle spherique CAB, est plus grand que l'angle plat CAB : Et semblablement sera aussi demonstté l'angle spherique ABC, estre plus grand que l'angle plat ABC, & l'angle spherique BCA, plus grand que l'angle plat BCA : Et consequemment les trois angles spheriques sont ensemble plus grands que les trois angles plats, mais les trois angles plats sont ensemble egaux à deux angles droits ; parquoi les trois angles spheriques du triangle ABC, sont ensemble plus grands que deux angles droits. Conclusion. Doncques les trois angles d'un triangle spherique, sont ensemble plus grands que deux angles droits : ce qu'il falloit demonstrier.



CONSEQUENCE.

Il est notoire par le precedent, que les deux angles d'un triangle n'estant ensemble pas plus grands que le quart

quart d'un cercle, il faut que le troisieme soit plus grand.

THEOREME. XV. PROPOSITION.

**L** Le plus grand angle d'un triangle spherique, vient à l'opposite du plus grand costé.

*Le donné.* Soit ABC de la 14 proposition un triangle spherique, dont le costé AC est le plus grand, AB moindre, BC le plus petit.

*Le requis.* Il faut demonstrier que l'angle ABC, à l'opposite du plus grand costé AC, est plus grand qu'aucun des autres.

DEMONSTRATION.

Les plus grands arcs ont les plus grandes cordes, parquoy la corde AC est la plus grande des trois: Apres, les cordes qui font le plus grand angle plat, leurs arcs font les plus grands angles spheriques, comme appert en la mesme 14 proposition: Mais les deux plus petites cordes AB, BC, font le plus grand angle plat, parquoy les plus petits arcs font le plus grand angle spherique, & cela à l'opposite du plus grand costé AC. Semblablement sera aussi demonstrier l'angle ACB, à l'opposite du costé AB, estre plus grand que l'angle CAB, à l'opposite du costé BC, pource que AB est plus grand par le posé que BC.

*Conclusion.* Doncques le plus grand angle d'un triangle spherique, vient à l'opposite du plus grand costé: ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME. XVI. PROPOSITION.

**E** Stant un triangle spherique rectangle, dont un angle oblique est aigu: L'arc tiré de l'autre angle oblique jusques à son costé opposite, sera plus petit que l'hypothenuse, & plus grand que le costé opposite de l'angle aigu. Mais un angle oblique estant obtus, l'arc tiré de l'autre angle oblique jusques à son costé opposite, sera plus grand que l'hypothenuse, & plus petit que le costé opposite de l'angle aigu.

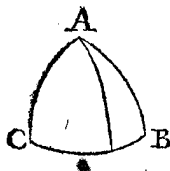
1 Exemple avec un angle oblique aigu.

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C aigu, & AD l'arc de l'autre angle oblique A, jusques à son costé opposite BC.

*Le requis.* Il faut demonstrier que AD est plus petit que l'hypothenuse AC, mais plus grand que AB, costé opposite de l'angle aigu C.

DEMONSTRATION.

Veü que l'angle C du triangle rectangle ABC, est aigu, son costé opposite AB est plus petit que le quart d'un cercle par la consequence de la 2 proposition. Mais AB estant plus petit, son costé opposite ADB du triangle rectangle ABD est aigu par la 2 proposition, & pource l'angle ADC obtus par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que ADC est un triangle, dont l'angle aigu C est plus petit que son angle obtus ADC, parquoy AD costé opposite de l'angle mineur C, est plus petit par la 15 proposition que AC costé opposite de l'angle majeur ADC: Derechef, AB costé opposite de l'angle aigu C, estant plus petit que le quart d'un cercle, son angle opposite ADB du triangle rectangle ABD, est aigu par la 2 proposition: Tellement que ADB est un triangle rectangle, dont l'angle droit B est plus grand que l'angle aigu ADB, parquoy AD costé opposite de l'angle majeur



AD, parquoy AD costé opposite de l'angle majeur

B, par la 15 proposition, est plus grand que AB costé opposite de l'angle mineur ADB.

2 Exemple avec un angle oblique obtus.

*Le donné.* Soit maintenant un angle C obtus, le reste comme dessus.

*Le requis.* Il faut demonstrier que AD est plus grand que l'hypothenuse AC, mais plus petit que AB costé opposite de l'angle obtus C.

DEMONSTRATION.

Veü que l'angle C du triangle rectangle ABC, est obtus, son costé opposite AB est plus grand que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition: Mais AB estant plus grand, son angle opposite ADB du triangle rectangle ABD, est obtus par la 2 proposition, & pource l'angle ADC est aigu par la consequence de la 1 proposition: Tellement que ADC est un triangle, dont l'angle obtus C, est plus grand que son angle aigu ADC, parquoy AD costé opposite de l'angle majeur C, est plus grand par la 15 proposition que AC costé opposite de l'angle mineur ADC. Derechef AB costé opposite de l'angle obtus C, estant plus grand que le quart d'un cercle, son costé opposite ADB du triangle ABD est obtus par la 2 proposition: Tellement que ADB est un triangle rectangle, duquel l'angle droit B, est moindre que l'angle obtus ADB, pourtant par la 15 proposition, AD costé opposite du plus petit angle B, est moindre que AB costé opposite du plus grand angle ADB.

*Conclusion.* Estant donc un triangle spherique rectangle, dont un angle oblique est aigu, l'arc tiré de l'autre angle oblique, &c.

THEOREME. XVII. PROPOSITION.

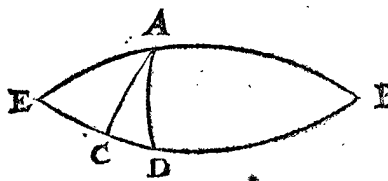
**Q** Velconques deux costez d'un triangle spherique, sont plus grands que le troisieme.

Si le triangle a trois costez egaux, ou si les deux plus grands estoient egaux, la chose ne requiert point de demonstration, parquoy nous parlerons seulement du triangle avec un costé majeur de trois.

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont le costé majeur est BC. *Le requis.* Il faut demonstrier que ses deux costez quelconques sont plus grands que le troisieme. *Preparation.* Veü que BC est plus grand que AB, coupons BD de BC egal à AB, & tirons l'arc AD: Puis apres soient prolongés BA, BD, jusques à ce qu'ils se rencontrent en E.

DEMONSTRATION.

Veü que BC est le plus grand costé des trois, il faut necessairement qu'icelui avec un des autres deux soient plus grand que le troisieme, tellement que n'estant besoin d'en faire demonstration, nous demonstrerons seulement que AC avec AB est plus grand que BC: pourtant je dis ainsi, BAE & BDE font chacun un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition, dequoy EA estant egal avec ED (pource que AB est egal avec BD) il



faut que l'angle EAD, soit egal avec l'angle EDA: Et l'angle EAC, soustrait de l'angle EAD, reste l'angle CAD plus petit que l'angle EAD, & consequemment plus

plus petit que l'angle EDA, ou CDA, & pource AC costé opposite de l'angle majeur CDA, est plus grand que CD costé opposite de l'angle mineur CAD, par la 15 proposition: Et autant que AC est plus grand que CD, autant sont les deux costez CA, CB, ensemble manifestement plus grands que CB.

*Conclusion.* Quelconques deux costez donc d'un triangle spherique, sont plus grands que le troisieme: ce qu'il falloit demonstret.

CONSEQUENCE.

Il est notoire par le precedent, que deux angles d'un triangle spherique n'estant ensemble pas plus grands que le quart d'un cercle, il faut que le troisieme soit plus petit: Mais leur difference n'estant pas moindre que le quart d'un cercle, il faut que le troisieme soit plus grand.

THEOREME. XVIII. PROPOSITION.

Les trois costez d'un triangle spherique, sont ensemble plus petits qu'un cercle.

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique.

*Le requis.* Il faut demonstret que ses trois costez sont ensemble plus petits qu'un cercle.

*Preparation.* Soient quelques deux costez prolongez, je prens AB, AC, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

Les deux arcs ABD, ACD, sont chacun par la 3 consequence de la 1 proposition un demicercle, qui est ensemble un cercle: Et les deux arcs AB, AC, sont ensemble un cercle, moins deux arcs BD, CD: Parquoi si CB estoit egal à BD avec CD, les trois costez du triangle ABC, seroient ensemble egaux à un cercle: Mais CD du triangle CBD, est plus petit que les autres deux BD, CD, par la 17 proposition: Parquoi les trois costez du triangle ABC, sont ensemble plus petits qu'un cercle.

*Conclusion.* Les trois costez doncques d'un triangle spherique, sont ensemble plus petits qu'un cercle: ce qu'il falloit demonstret.

CONSEQUENCE.

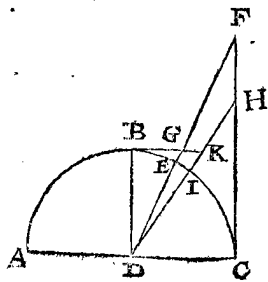
Il est notoire par le precedent, que deux costez d'un triangle spherique, n'estant ensemble point plus petits que trois quarts d'un cercle, il faut que le troisieme soit plus petit.

THEOREME. XIX. PROPOSITION.

Le sinus d'un angle droit, est moyen proportionnel entre la tangente d'un arc posé, & la tangente de son arc de complement.

*Le donné.* Soit ABC un demicercle, dont le centre est D, & BC le quart d'un cercle, dedans lequel CE est un arc posé, dont la tangente CF, en BE son arc de complement, & duquel la tangente BG, & CD sinus de l'angle droit.

*Le requis.* Il faut demonstret que DC est moyen proportionnel entre CF & BG.



DEMONSTRATION.

Les deux triangles CFD, BDG, sont droits en C, & en B, & l'angle FDC est egal à l'angle DGB, parquoi les mesmes deux triangles sont semblables, & leurs costez homologues proportionnels, qui est:

Comme CF à CD, ainsi DB à BG:

Mais CD est egale à DB, parquoi

Comme CF à CD, ainsi CD à BG.

Tellement que CD est moyenne proportionnelle entre CF & BG.

*Conclusion.* Doncques le sinus d'un angle droit, est moyen proportionnel entre la tangente d'un arc posé, & la tangente de son arc de complement: ce qu'il falloit demonstret.

THEOREME. XX. PROPOSITION.

Les tangentes de deux arcs, sont alternativement proportionnelles avec les tangentes de leurs arcs de complement.

*Le donné.* Soit en la figure de la 19 proposition, tirée la ligne droite de D jusques à H, en la ligne CF, coupant l'arc BC en I: Soit aussi prolongée BG jusques à K en la ligne DH: Ce qu'estant ainsi, nous avons deux arcs CI, CE, dont les tangentes CH, CF, & les tangentes de leurs arcs de complement IB, EB, sont BK, BG. *Le requis.* Il faut demonstret que les tangentes CH, CF, des deux arcs CI, CE, sont alternativement proportionnelles avec les tangentes de leurs arcs de complement BG, BK: qui est, comme CH à BG, ainsi CF à BK.

DEMONSTRATION.

DC est, par la 19 proposition, moyenne proportionnelle entre CF & BG: Et par la mesme proposition DC est aussi moyenne proportionnelle entre CH & BK, tellement que le carré de DC, est egal au rectangle compris sous CF & BG: Le mesme carré est aussi egal au rectangle compris sous CHBK; parquoi ces deux rectangles sont egaux, & leurs costez alternativement proportionnels, qui est: Comme CH à CF, ainsi BG à BK.

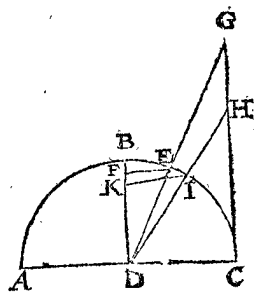
*Conclusion.* Les tangentes donc de deux arcs, sont alternativement proportionnelles avec les tangentes de leurs arcs de complement: ce qu'il falloit demonstret.

THEOREME. XXI. PROPOSITION.

Le sinus de l'angle droit, est moyen proportionnel entre le sinus de l'arc posé, & la secante de son arc de complement.

*Le donné.* Soit ABC un demicercle, dont le centre est D, & BC le quart d'un cercle, dedans lequel BE est un arc, dont le sinus FE: Apres, CE soit son arc de complement, dont la secante DG, & CD sinus de l'angle droit.

*Le requis.* Il faut demonstret que CD est moyenne proportionnelle entre FE sinus de BE, & DG secante de son arc de complement EC.



DEMONSTRATION.

Les triangles GDC, DEF, sont droits à C & F, & l'angle GDC est egal à l'angle DEF, parquoi ces mesmes deux triangles sont semblables, & leurs costez homologues proportionnels, qui est:

d Com-

Comme FE à ED, ainsi DC à DG.

Mais DC est égal à ED, parquoy,

Comme FE à DC, ainsi DC à DG.

Tellement que DC est moyenne proportionnelle entre FE & DG.

*Conclusion.* Le sinus doncques de l'angle droit, est moyen proportionnel entre le sinus de l'arc posé, & la sécante de son arc, de complement: ce qu'il falloit démontrer.

#### CONSEQUENCE.

Il est notoire que le sinus de l'angle droit, est aussi moyen proportionnel entre le sinus de l'arc de complement, & la sécante de son posé: Car prennant CE pour posé, dont l'arc de complement soit BE, nous disons que le susdit sinus de l'angle droit DC, est moyen proportionnel entre FE sinus de l'arc de complement de BE, & DG sécante de leur posé EC.

#### THEOREME. XXII. PROPOSITION.

**L**es sinus de deux arcs, sont alternativement proportionnels avec les sécantes de leurs arcs de complement.

*Le donné.* Soit tirée en la figure de la 21 proposition la ligne droite de D jusques à H, en la ligne CG, coupant l'arc BC en I: Soit tirée aussi IK à angle droit sur DB: Ce qui estant ainsi, nous avons deux arcs BI, BE, dont les sinus sont KI, FE, & les sécantes de leur arc de complement IC, EC, sont DG, DH.

*Le requis.* Il faut démontrer que les sinus KI, FE, des deux arcs BI, BE, sont alternativement proportionnels avec les sécantes de leurs arcs de complement: qui est comme KI à DG, ainsi FE à DH.

#### DEMONSTRATION.

DC par la 21 proposition est moyenne proportionnelle entre EF, & DG: Et par la mesme proposition, DC est aussi moyenne proportionnelle entre KI & DH, tellement que le carré de DC, est égal au rectangle compris sous EF & DG, le mesme carré est aussi égal au rectangle compris sous KI & DH, parquoy ces deux rectangles sont égaux, & leurs costez alternativement proportionnels: Qui est, comme KI à DG, ainsi FE à DH.

*Conclusion.* Les sinus doncques de deux arcs, sont alternativement proportionnels avec les sécantes de leurs arcs de complement: ce qu'il falloit démontrer.

#### CONSEQUENCE.

Il est notoire que les sinus des deux arcs de complement; sont aussi alternativement proportionnels avec les sécantes de leur posé, car prennant KI & FE, pour sinus de l'arc de complement IC & EC, nous disons qu'iceux mesmes sont alternativement proportionnels avec les sécantes DH, DG, de leurs posez BI, BE: Qui est, comme KI à DG, ainsi FE à DH: ce que nous avons démontré ci dessus.

### SECONDE PARTIE DES THEOREMES, DESQUELS EST COLLIGEE LA FORME DE L'OPERATION DES PROBLEMES DE LA TROISIEME PARTIE.

#### THEOREME. XXIII. PROPOSITION.

**E**stant un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'hypotenuse; Ainsi le sinus de l'angle oblique, au sinus de son costé opposite.

Les deux costez de l'angle droit requerant ici distinction, nous en rencontrons de trois diverses façons, à sçavoir chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit l'autre plus grand, dont nous descrirons trois divers exemples.

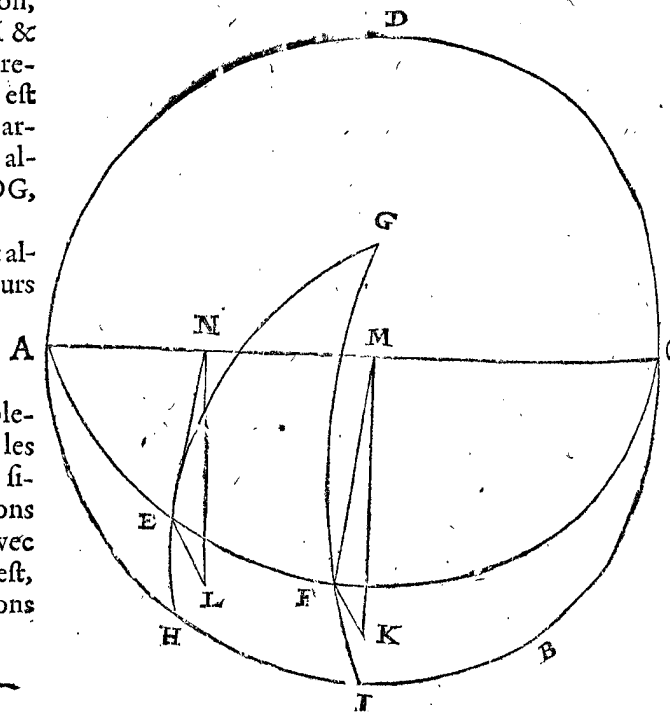
#### NOTEZ.

D'autant que quelqu'un pourroit demâder, pourquoy on parle seulement ici de deux costez, chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit, l'autre plus grand, sans faire mention des costez d'un quart de cercle, nous en declarerons les raisons: Il faut sçavoir qu'au triangle avec un ou deux costez, chacun d'un quart de cercle, ne faut point de recherche des termes incognus, car les angles opposites des quarts de cercles, sont tousiours droits: Apres, le troisieme costé & troisieme angle sont tousiours d'une mesme quantité de degrez, tellement qu'il n'est pas besoing pour l'invention d'iceux d'en descrire de reigles, ny aussi du triangle avec trois costez chacun d'un quart de cercle, dont les trois angles sont tousiours droits.

L'admonition ci faite sur ceste proposition, s'entendra generalement sur toutes les propositions suivantes, là où le semblable advient, & cela non seulement des triangles avec deux ou trois costez, chacun d'un quart de cercle, mais aussi des triangles avec deux ou trois rectangles, car ils sont de la mesme susdite qualité.

**I** Exemple avec deux costez d'un angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.

*Le donné.* Soit ABCD cercle majeur d'une sphere, sur laquelle soit encores tiré un autre cercle majeur AEFC, & la commune section de ces deux cercles soit l'axe



AC: Apres soit G pole du cercle ABCD, duquel pole est tiré l'arc GH jusques au cercle ABCD, coupant le cercle AEFC en E: Ce qui estant ainsi, nous avons un triangle rectangle EHA, avec deux costez EH, HA, qui comprennent l'angle droit EHA, chacun plus petit que le quart d'un cercle.

*Le requis.* Il faut démontrer, que comme le sinus de l'angle droit EHA, au sinus de l'hypotenuse AE, ainsi le sinus

le sinus de l'angle oblique EAH, au sinus de son costé opposite EH.

*Preparation.* Soit marqué le poinct I, ainsi que AI est le quart d'un cercle : Puis l'arc GI, lequel coupant le cercle AEF C en F, il faut que AF soit aussi le quart d'un cercle : Soient tirées maintenant les deux lignes droites FK, EL, à angle droit sur le plan du cercle ABCD, à sçavoir FK comme sinus de l'arc FI, qui est de l'angle FAI ou EAH: Et EL comme sinus de l'arc EH, qui est costé opposite de l'angle EAH: Puis apres au plan du cercle AEF C, les deux lignes droites FM, EN, toutes deux à angle droit sur l'axe AC, à sçavoir FM comme sinus de l'arc AF, qui est de l'angle droit, & EN comme sinus de l'arc AE estant l'hypothénuse : Soient aussi tirées les deux lignes droites KM, LM: Or donc EM, EN, FK, EL, signifiants ainsi par ordre les quatre termes de ceste proposition, à sçavoir les quatre sinus du triangle EHA: Comme FM sinus de l'angle droit, EN sinus de l'hypothénuse, FK sinus de l'angle oblique, & EL sinus de son costé opposite, nous démonstrerons (pour plus amplement declarer le susdit requis) que comme FM à EN, ainsi FK à EL.

DEMONSTRATION.

Veü que FK, EL, sont toutes deux paralleles sur le plan du cercle ABCD, par la preparation, les trois triangles FKM, ELN, sont tous deux à angle droit sur le plan du mesme cercle ABCD, & leurs bases KM, LN, sont pourtant aussi paralleles, & l'angle ENL egal à l'angle FMK: Apres, les angles ELN, FKM, sont tous deux droits, par lequel aussi leurs troisiemes angles E, F, sont egaux, & consequemment s'ensuit qu'il faut que ce soient triangles semblables, dont les costez homologues sont proportionnels, qui est, comme FM à EN, ainsi FK à EL, lesquels estant par ordre les sinus des quatre termes mentionnez en la proposition, comme il est plus amplement declaré en la preparation, il appert que comme le sinus de l'angle droit FM, au sinus de l'hypothénuse EN, ainsi EK sinus de l'angle oblique, à EL sinus de son costé opposite.

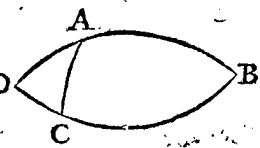
2 Exemple avec deux costez d'un angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique dont l'angle B est droit, & les deux costez comprenant icelui, comme AB, CB, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut démonstrer que comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'hypothénuse AC, ainsi le sinus de l'angle oblique ACB, au sinus de son costé opposite AB.

*Preparation.* Soient prolongez BA, BC, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

DAB & DCB sont chacun un demicercle, & l'angle D est egal à l'angle B, par la 3 consequence de la 1 proposition, mais l'angle B est droit, parquoy l'angle D est droit aussi: Apres, veü que AB, BC, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que AD, CD, soient chacun plus petit: Tellement que nous avons un triangle rectangle ADC, dont l'angle D est droit, avec deux costez d'angle droit AD, DC, qui sont chacun plus petit: parquoy par le 1 exemple de ceste proposition,



Comme le sinus de l'angle droit D,  
Au sinus de l'hypothénuse AC;  
Ainsi le sinus de l'angle oblique ACD,  
Au sinus de son costé opposite AD.

Mais le sinus de D, est aussi sinus de B, puis qu'ils sont tous deux droits, par la 3 consequence de la 1 proposition: Et le sinus de l'angle ACD, est aussi sinus de l'angle ACB, par la 5 consequence de la 1 proposition: Et le sinus de AD, est aussi sinus de AB, par la 2 definition de la fabrique des sinus; parquoy,

Comme le sinus de l'angle droit B,  
Au sinus de l'hypothénuse AC;  
Ainsi le sinus de l'angle oblique ACB,  
Au sinus de son costé opposite AB.

3 Exemple avec deux costez d'un angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.

*Le donné.* Soit ABC du deuxiesme exemple un triangle spherique, dont l'angle C est droit, & l'un des deux costez de l'angle droit, comme AC, soit plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à sçavoir CB plus grand.

*Le requis.* Il faut démonstrer, que comme le sinus de l'angle droit ACB, au sinus de l'hypothénuse AB: Ainsi le sinus de l'angle oblique B, au sinus de son costé opposite AC.

*Preparation.* Soient BA, BC prolongez jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

DAB & DCB sont chacun un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition: Et veü que l'un des costez de l'angle droit AC, est plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à sçavoir BC plus grand, il faut que l'hypothénuse AB soit plus grande, par la 3 proposition: parquoy AB, BC, estant chacun plus grand, il faut que AD, CD, soient chacun plus petit: Et l'angle ACB estant droit, il faut que l'angle ACD soit aussi droit par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que nous avons ici un triangle rectangle ACD, dont l'angle C est droit, & les deux comprenant icelui, chacun plus petit que le quart d'un cercle: parquoy par le 1 exemple,

Comme le sinus de l'angle ACD,  
Au sinus de l'hypothénuse AD;  
Ainsi le sinus de l'angle oblique D,  
Au sinus de son costé opposite AC.

Mais le sinus de ACD, est aussi sinus de l'angle ACB, puis qu'ils sont tous deux droits, par la 5 consequence de la 1 proposition: Et le sinus de l'hypothénuse AD, est aussi sinus de AB, par la 2 definition de la fabrique des sinus: Et le sinus de D est aussi sinus de B, par la 3 consequence de la 1 proposition: parquoy,

Comme le sinus de l'angle droit ACB,  
Au sinus de l'hypothénuse AB;  
Ainsi le sinus de l'angle oblique B,  
Au sinus de son costé opposite AC.

*Conclusion.* Estant doncques un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'hypothénuse, ainsi le sinus de l'angle oblique, au sinus de son costé opposite: ce qu'il falloit démonstrer.

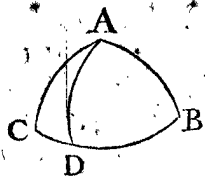
THEOREME. XXIV. PROPOSITION.

Comme le sinus du costé dextre du triangle spherique, au sinus du costé senestre; ainsi le sinus de l'angle senestre, au sinus de l'angle dextre.

La perpendiculaire de l'angle jusques à son costé opposite, tombe ou dedans le triangle, ou dehors, ou en un costé : Si elle tombe en un costé, le triangle est droit, dequibj le contenu de ceste proposition est notoire par raison alterne de la 23 proposition; mais tombant dedans ou dehors, de cela nous mettrés deux exemples.

1 Exemple où la perpendiculaire tombe dedans le triangle.

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, comme il advient, je prens sans aucun angle droit, dont le costé dextre soit AB, costé senestre AC, angle senestre C, angle dextre B.



*Le requis.* Il faut demonstrier, que comme le sinus du costé dextre AB, au sinus du costé senestre AC, ainsi le sinus de l'angle senestre C, au sinus de l'angle dextre B.

*Preparation.* Soit tiré l'arc AD tombant, je prens dedans le triangle ABC, à angle droit sur CB, qui est, partissant le mesme triangle en deux triangles rectangles ADB, ADC.

DEMONSTRATION.

Veü que l'angle D du triangle ADB est droit, je dis par raison alterne de la 23 proposition:

Comme le sinus de l'hypothénuse AB,  
 Au sinus de AD;  
 Ainsi le sinus de l'angle droit ADB,  
 Au sinus de l'angle opposite de AD, qui est de l'angle B.

Après, puis que l'angle D du triangle ADC est aussi droit, je dis par raison alterne de la 23 proposition, que

Comme le sinus de l'hypothénuse AC,  
 Au sinus de AD;  
 Ainsi le sinus de l'angle droit ADC,  
 Au sinus de l'angle opposite de AD, qui est l'angle C.

Nous avons doncques ici deux proportions de sinus de ces termes:

AB, AD, D, B,  
 AC, AD, D, C.

Ce qui estant ainsi, le rectangle compris entre les sinus de AD & D, est egal au rectangle compris sous les sinus de AB & B, aussi sous les sinus de AC & C, parquoy l'angle droit compris sous les sinus de AB & B, est egal à l'angle droit compris sous les sinus de AC & C, & leurs costez sont alternativement proportionnels, qui est,

Comme le sinus de AB,  
 Au sinus de AC,  
 Ainsi le sinus de C,  
 Au sinus de B.

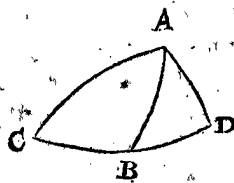
Qui est:

Comme le sinus du costé dextre AB,  
 Au sinus du costé senestre AC;  
 Ainsi le sinus de l'angle senestre C,  
 Au sinus de l'angle dextre B.

2 Exemple où la perpendiculaire tombe hors du triangle.

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique comme il advient, je prens sans aucun angle droit, dont le costé dextre soit AB, le costé senestre AC, l'angle senestre C, & l'angle dextre B.

*Le requis.* Il faut demonstrier que comme le sinus du costé dextre AB, au sinus du costé senestre AC, ainsi le sinus de l'angle senestre C, au sinus de l'angle dextre B.



*Preparation.* Soit tiré l'arc AD tombant hors du triangle ABC, à angle droit sur la prolongée CB, causant deux triangles rectangles ACD, ABD.

DEMONSTRATION.

Puis que l'angle D du triangle ADC est droit, je dis par raison alterne de la 23 proposition, que

Comme le sinus de l'hypothénuse AC,  
 Au sinus de AD;  
 Ainsi le sinus de l'angle droit D,  
 Au sinus de l'angle opposite de AD, qui est de l'angle C.

Puis apres veü que l'angle D du triangle ADB est droit, je dis par raison alterne de la 23 proposition, que

Comme le sinus de l'hypothénuse AB,  
 Au sinus de AD;  
 Ainsi le sinus de l'angle droit D,  
 Au sinus de l'angle opposite de AD, qui est de l'angle B.

Nous avons doncques ici deux proportions de sinus de ceste qualité:

AC, AD, D, C,  
 AB, AD, D, B.

Par lequel procédé, comme il a esté fait au 1 exemple, on conclud finalement, que

Comme le sinus du costé de l'angle droit AB,  
 Au sinus du costé senestre AC;  
 Ainsi le sinus de l'angle senestre C,  
 Au sinus de l'angle dextre B.

*Conclusion.* Doncques comme le sinus du costé dextre du triangle spherique, au sinus du costé senestre: Ainsi le sinus de l'angle senestre, au sinus de l'angle dextre: ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME. XXV. PROPOSITION.

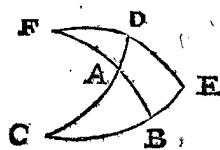
Estant un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse.

Les deux costez de l'angle droit sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit, l'autre plus grand, dequoy nous descrirons trois divers exemples.

1 Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & les deux costez de l'angle comme AB, BC, chacun plus petit que le quart d'un cercle.

*Le requis.* Il faut demonstrier, que comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit, je prens de CB, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit AB, au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse AC.



*Preparation.* Veü que les deux costez de l'angle droit AB, BC, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, il faut que l'hypothénuse AC soit aussi plus petite par la 3 proposition: parquoy soit prolongée aussi bien CA que BA, & CB, jusques à ce qu'ils fassent

aussi bien CA que BA, & CB, jusques à ce qu'ils fassent

fassent chacun le quart d'un cercle, ce qui soit CA jusques à D, CB jusques à E, & BA jusques à F, puis apres soit prolongé de E par dessus D un arc jusques à ce qu'il fasse aussi le quart d'un cercle, qui tombera nécessairement de E jusques à F, par la 4<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>re</sup> proposition.

DEMONSTRATION.

Veü que l'angle FBC est droit, & que FE fait le quart d'un cercle aussi bien que FB, il faut que l'angle FEC soit aussi droit par la 2<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>re</sup> proposition. Apres, ptis que CE fait le quart d'un cercle, & que l'arc CD est tiré sur EF, il faut que le mesme, par la precedente conséquence, soit à angle droit sur icelui EF, & conséquemment que l'angle CDF soit droit: parquoy par la 23<sup>e</sup> proposition,

Comme le sinus de l'angle droit ADF,

Au sinus de l'hypothénuse AF;

Ainsi le sinus de l'angle oblique F,

Au sinus de son costé opposite AD.

Mais le sinus de BE, est sinus de l'angle F par la 2<sup>e</sup> définition: parquoy

Comme le sinus de l'angle droit ADF,

Au sinus de l'hypothénuse AF;

Ainsi le sinus de BE,

Au sinus de AD.

Mais AF est arc de complement de AB, & BE arc de complement de CB, & AD arc de complement de AC: parquoy

Comme le sinus de l'angle droit,

Au sinus de l'arc de complement AB;

Ainsi le sinus de l'arc de complement de CD,

Au sinus de l'arc de complement de AC.

Et par alterne raison,

Comme le sinus de l'angle droit,

Au sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit CB;

Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit AB,

Au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse AC.

2<sup>e</sup> Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.

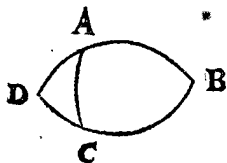
Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & les deux costez de l'angle droit AB, CB, chacun plus grand que le quart d'un cercle.

Le requis. Il faut demonstrier, que comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit, je prens de CB, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit AB, au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse AC.

Preparation. Soient prolongez BA, BC, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

DAB & DCB font chacun un demicercle, l'angle desquels D est egal à l'angle B, par la 3<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>re</sup> proposition: Mais B est un angle droit, D doncques est aussi droit. Apres, veü que AB, BC, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que AD, CD, soient chacun plus petit:



Tellement que nous avons un triangle rectangle ADC, dont l'angle D est droit, avec deux costez de

l'angle droit qui sont chacun plus petit: parquoy par le 1<sup>er</sup> exemple de ceste proposition,

Comme le sinus de l'angle droit,

Au sinus de l'arc de complement de CD;

Ainsi le sinus de l'arc de complement de AD,

Au sinus de l'arc de complement de AC.

Mais les sinus de l'arc de complement de CD & AD, sont aussi sinus des arcs de complement de CB & AB, par la 2<sup>e</sup> définition de la fabrique des sinus: parquoy

Comme le sinus de l'angle droit,

Au sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit CB;

Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit AB,

Au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse AC.

3<sup>e</sup> Exemple avec deux costez de l'angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.

Le donné. Soit ABC du 2<sup>e</sup> exemple un triangle spherique, dont l'angle C est droit, & l'un des costez de l'angle droit, comme AC, soit plus petit que le quart d'un cercle, & l'autre, à sçavoir CB, plus grand.

Le requis. Il faut demonstrier, que comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit, je prens CB, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit AC, au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse AB.

Preparation. Soient prolongez BA, BC, tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

DAB & DCB, font chacun un demicercle par la 3<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>re</sup> proposition: Et veü qu'un des deux costez de l'angle droit AC est plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à sçavoir BC plus grand, il faut que l'hypothénuse AB soit plus grande par la 3<sup>e</sup> proposition; parquoy AB, BC, estant chacun plus grand, il faut que AD, CD, soient chacun plus petit: Et l'angle ACB estant droit, il faut que l'angle ACD soit droit aussi par la 5<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>re</sup> proposition: Tellement que nous avons ici un triangle rectangle ACD, dont l'angle C est droit, & les deux costez comprenant icelui, chacun plus petit que le quart d'un cercle: parquoy par le 1<sup>er</sup> exemple,

Comme le sinus de l'angle droit,

Au sinus de l'arc de complement de CD;

Ainsi le sinus de l'arc de complement de AC,

Au sinus de l'arc de complement de AD.

Mais les sinus de l'arc de complement de CD & AD, sont aussi sinus de l'arc de complement de CB & AB, par la 2<sup>e</sup> définition de la fabrique des sinus: parquoy

Comme le sinus de l'angle droit,

Au sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit CB;

Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit AC.

Au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse AB.

Conclusion. Estant doncques un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit: Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse: ce qu'il falloit demonstrier.

## THEOREME. XXVI. PROPOSITION.

**E**stant un triangle spherique rectangle : Comme le sinus d'un angle oblique, au sinus de l'angle droit : Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique, au sinus de l'arc de complement de son costé opposé.

Veux que les deux angles obliques font tous deux aigus, ou obtus, ou l'un aigu, l'autre obtus, nous en mettrons trois divers exemples.

## 1. Exemple avec deux angles aigus.

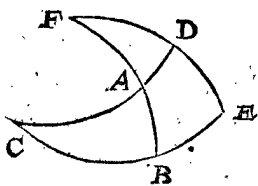
*Le donné.* Soit  $ABC$  un triangle spherique, dont l'angle  $ABC$  soit droit, les deux autres aigus.

*Le requis.* Il faut démontrer, que comme le sinus de l'angle oblique  $CAB$ , au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique  $C$ , au sinus de l'arc de complement de son costé opposé  $AB$ .

*Préparation.* Veux que les angles  $CAB$  &  $C$  sont aigus, il faut que leurs costés opposés  $CB$ ,  $AB$  soient chacun plus petit que le quart d'un cercle par la conséquence de la 2<sup>e</sup> proposition, & veux que l'angle  $ABC$  est droit, il faut que son costé opposé  $AC$  soit aussi plus petit par la 3<sup>e</sup> proposition ; parquoy je produis  $CA$  jusques à  $D$ , &  $CB$  jusques à  $E$ , &  $BA$  jusques à  $F$ , tellement que  $CD$ ,  $CE$ ,  $BF$ , font chacun le quart d'un cercle : Apres je descriis sur le pole  $C$ , l'arc de  $E$  par  $D$ , jusques à ce qu'il rencontre  $BA$  prolongé.

## DEMONSTRATION.

Veux que l'angle  $ABC$  est droit, il faut que  $FB$  &



$FE$  soient à angle droit sur  $CE$ , pource que  $CD$ ,  $CE$ , font chacun le quart d'un cercle, & faut que l'angle  $FDC$  ou  $FDA$  soit droit par la 2<sup>e</sup> conséquence de la

1<sup>e</sup> proposition: Ce qui estant ainsi, je dis par raison alterne inverse de la 23<sup>e</sup> proposition,

Comme le sinus de l'angle oblique  $FAD$ ,

Au sinus de l'angle droit  $FDA$ ,

Ainsi le sinus du costé opposé de l'angle oblique  $FD$ ,

Au sinus de l'hypothénuse  $FA$ .

Mais l'angle  $CAB$ , est égal à l'angle  $FAD$  par la 6<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>e</sup> proposition, & l'angle  $ABC$  estant droit par le donné, est égal à l'angle droit  $FDA$ , &  $FD$  est arc de complement, & aussi comme angle de complement de l'angle  $C$ , &  $FA$  arc de complement de  $AB$  : parquoy

Comme le sinus de l'angle oblique  $CAB$ ,

Au sinus de l'angle droit,

Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique  $C$ ,

Au sinus de l'arc de complement de son costé opposé  $AB$ .

## 2. Exemple avec deux angles obtus.

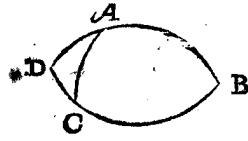
*Le donné.* Soit  $ABC$  un triangle spherique, dont l'angle  $B$  est droit, & les autres deux obtus.

*Le requis.* Il faut démontrer que comme le sinus de l'angle oblique  $CAB$ , au sinus de l'angle  $B$ , ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique  $ACB$ , au sinus de l'arc de complement de son costé opposé  $AB$ .

*Préparation.* Soient prolongez  $BA$ ,  $BC$ , jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en  $D$ .

## DEMONSTRATION.

$DBA$  &  $DCB$  font chacun un demicercle, parquoy l'angle  $D$  est égal à l'angle  $B$  par la 3<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>e</sup> proposition, mais l'angle  $B$  est droit, pourtant l'angle



$D$  est aussi droit. Apres, veux que les deux angles  $BAC$ ,  $BCA$ , sont obtus, il faut que les deux angles  $DAC$ ,  $DCA$ , soient aigus par la 5<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>e</sup> proposition:

Tellement que nous avons un triangle rectangle  $ADC$ , dont l'angle  $D$  est droit, avec deux angles aigus  $DAC$ ,  $DCA$  : parquoy par le 1<sup>e</sup> exemple de ceste proposition,

Comme le sinus de l'angle oblique  $CAD$ ,

Au sinus de l'angle droit  $D$ ;

Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique  $ACD$ ,

Au sinus de l'arc de complement de son costé opposé  $AD$ .

Mais le sinus de l'angle  $CAD$ , est aussi sinus de l'angle  $CAB$ , par la 5<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>e</sup> proposition: Et le sinus de l'angle  $D$ , est aussi sinus de l'angle  $B$  par la 3<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>e</sup> proposition: Et le sinus de l'angle de complement de l'angle  $ACD$ , est aussi sinus de l'angle de complement de l'angle  $ACB$  par la mesme 3<sup>e</sup> conséquence: Et le sinus de l'arc de complement de  $AD$ , est aussi sinus de l'arc de complement de  $AB$  par la 2<sup>e</sup> définition de la fabrique des sinus: parquoy

Comme le sinus de l'angle oblique  $CAB$ ,

Au sinus de l'angle droit  $B$ ;

Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique  $ACB$ ,

Au sinus de l'arc de complement de son costé opposé  $AB$ .

## 3. Exemple avec un angle aigu, &amp; un angle obtus.

*Le donné.* Soit  $ABC$  un triangle spherique, dont le costé  $B$  est droit,  $CAB$  aigu, &  $ACB$  obtus.

*Le requis.* Il faut démontrer, que comme le sinus de l'angle oblique  $A$ , au sinus de l'angle droit  $ABC$ , ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique  $ACB$ , au sinus de l'arc de complement de son costé opposé  $AB$ .

*Préparation.* Soient prolongez  $AB$ ,  $AC$ , jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en  $D$ .

## DEMONSTRATION.

$ABD$ ,  $ACD$ , font chacun un demicercle, par lequel l'angle  $D$  est égal à l'angle  $A$ , mais  $A$  est aigu,  $D$  doncques est aussi aigu: Apres, veux que l'angle  $BCA$  est



obtus, il faut que l'angle  $BCD$  soit aigu, &  $ABC$  estant droit,  $CBD$  est

droit aussi par la 5<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>e</sup> proposition: Tellement que nous avons un triangle rectangle  $BCD$ , dont l'angle  $CB$  est droit, avec deux angles aigus  $D$ ,  $BCD$ : parquoy par le 1<sup>e</sup> exemple de ce livre,

Comme le sinus de l'angle oblique  $D$ ,

Au sinus de l'angle droit  $CB$ ;

Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique  $BCD$ ,

Au sinus de l'arc de complement de son costé opposé  $BD$ .

Mais le sinus de l'angle  $D$ , est aussi sinus de l'angle  $A$ , pource qu'ils sont égaux, par la 3<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>e</sup> proposition: Et le sinus de l'angle droit  $CB$ , est aussi sinus de



de l'angle droit  $ABC$ : Et le sinus de l'angle  $BCD$ , est aussi sinus de l'angle  $ACB$ , par la mesme 3 consequence: Et le sinus de  $BD$ , est aussi sinus de  $AB$ , par la 2 definition de la fabrique des sinus: parquoy,

Comme le sinus de l'angle oblique  $A$ ,  
 Au sinus de l'angle droit  $ABC$ ;

Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique  $ACB$ ;

Au sinus de l'arc de complement de son costé opposite  $AB$ .

*Conclusion.* Estant doncques un triangle spherique rectangle: Comme le sinus d'un angle oblique, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique, au sinus de l'arc de complement de son costé opposite: ce qu'il falloit demonstrier.

**THEOREME. XXVII. PROPOSITION.**

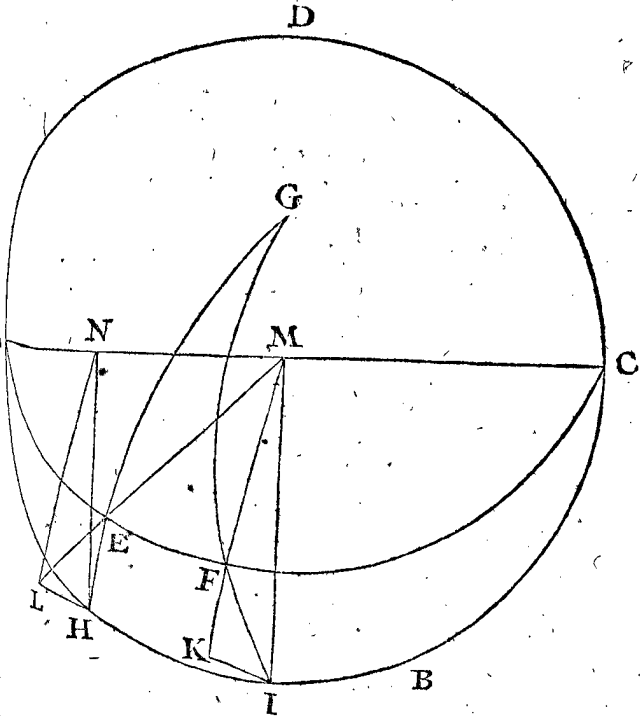
*Estant un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, au sinus d'un costé de l'angle droit: Ainsi la tangente de l'angle oblique touchant le costé de l'angle droit, à la tangente de l'autre costé de l'angle droit.*

Veü que les deux costez de l'angle droit sont ou chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit & l'autre plus grand, nous en mettrons trois divers exemples.

**1 Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.**

*Le donné.* Soit  $ABCD$  le cercle majeur d'une sphere, sur lequel est encorés tiré un autre cercle majeur  $AEFC$ , & la commune section de ces deux cercles soit l'axe  $AC$ : Apres,  $G$  soit pole du cercle  $ABCD$ , duquel pole est tiré l'arc  $GH$  jusques au cercle  $AEFC$ , coupant le cercle  $AEFC$  en  $E$ : Ce qui estant ainsi, nous avons un triangle  $EHA$ , avec deux costez de l'angle droit chacun plus petit que le quart d'un cercle, & les autres deux angles  $EAH$ ,  $AEH$ , sont obliques.

*Le requis.* Il faut démonstrier que comme le sinus de



l'angle droit, au sinus d'un costé de l'angle droit  $AH$ , ainsi la tangente de l'angle oblique  $EAH$ , touchant le costé  $AH$  de l'angle droit, à la tangente de l'autre costé de l'angle droit  $EH$ .

*Preparation.* Soit marqué le point  $I$ , tellement que  $AI$  soit le quart d'un cercle, & soit tiré l'arc  $GI$ , lequel coupant le cercle  $AFC$  en  $F$ , il faut que  $AF$  soit aussi le quart d'un cercle. Soient tirées maintenant les deux lignes infinies  $IK, HL$ , à angle droit sur le plan du cercle  $ABCD$ , puis apres la ligne  $MF$  du centre  $M$  au plan du cercle  $AFC$ , laquelle prolongée rencontre l'infinie  $IK$  en  $K$ , tellement que  $IK$  est tangente de l'arc  $IF$ , ou de l'angle  $EAH$ : Semblablement soit marquée au mesme plan du cercle  $AEFC$ , la ligne droite  $ME$ , & prolongée jusques à ce qu'elle rencontre l'infinie  $HL$ , ce qui soit en  $L$ : Tellement que  $HL$  est tangente de l'arc  $HE$ : Apres soit tiré  $HN$  à angle droit sur  $AC$ , comme sinus de l'arc  $HA$ , puis apres la ligne  $LN$ , &  $MI$  comme sinus de l'angle droit. Or donc  $MI, NH, IK, LH$ , denotant ainsi par ordre les quatre termes du triangle  $EHA$ , à sçavoir  $MI$  sinus de l'angle droit;  $NH$  sinus d'un costé de l'angle droit  $AH$ , &  $IK$  tangente de l'angle oblique  $EAH$ , touchant le costé  $AH$  de l'angle droit, apres  $LH$  tangente de l'autre costé de l'angle droit  $EH$ , nous demonstrerons (pour plus ample declaration du susdit requis) que comme  $MI$  à  $NH$ , ainsi  $IK$  à  $LH$ .

**DEMONSTRATION.**

Le point  $L$  est au plan du cercle  $AEFC$  infiniment prolongé par la preparation, parquoy la ligne  $NL$  est au mesme plan du cercle  $AEFC$ , apres  $HN, IM$ , sont paralleles, comme aussi  $LH, KI$ , estant tous deux à angle droit sur un mesme plan  $ABCD$ , parquoy les troisiemes costez  $LN, KM$ , comme estant en un mesme plan, sont aussi paralleles, pourtant les triangles  $LHN, KIM$ , sont semblables, dont s'en suit que leurs costez homologues sont proportionnels, qui est,

Comme  $MI$  à  $NH$ , ainsi  $IK$  à  $LH$ .

Mais il est notoire par la preparation, que  $MI$  est sinus de l'angle droit,  $NH$  sinus d'un costé de l'angle droit  $AH$ , &  $IK$  tangente de l'angle oblique  $EAH$ , touchant le costé de l'angle droit  $AH$ : apres,  $LH$  tangente de l'autre costé de l'angle droit  $EH$ : parquoy

Comme  $MI$  sinus de l'angle droit,

A  $NH$  sinus d'un costé de l'angle droit  $AH$ ;

Ainsi  $IK$  tangente de l'angle oblique  $EAH$  touchant le costé de l'angle droit  $AH$ ,

A  $LH$  tangente de l'autre costé de l'angle droit  $EH$ .

**2 Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.**

*Le donné.* Soit  $ABC$  un triangle spherique, dont l'angle  $B$  est droit, & les deux costez de l'angle droit  $AB, BC$ , sont chacun plus grand que le quart d'un cercle, & les autres deux angles sont obliques.

*Le requis.* Il faut demonstrier, que come le sinus de l'angle droit, au sinus d'un costé de l'angle droit  $CB$ , ainsi la tangente de l'angle oblique  $ACB$  touchant le costé de l'angle droit  $BC$ , à la tangente de l'autre costé de l'angle droit  $AB$ .

*Preparation.* Soient prolongez  $AB, BC$ , jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en  $D$ .

**DEMONSTRATION.**

$DAB, DCB$ , font chacun un demicercle, & l'angle  $D$  est egal à l'angle  $B$ , par la 3 consequence de la

1 proposition: Mais l'angle B est droit, parquoy l'angle D est aussi droit: Et veu que AB, BC, font chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que AD, CD, soient chacun plus petit, & l'angle ACB estant oblique, il faut que ACD le soit aussi par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que nous avons un triangle rectangle ADC, dont le costé D est droit, avec deux costez de l'angle droit AD, DC, chacun plus petit que le quart d'un cercle, & l'angle ACD oblique: parquoy par le premier exemple de ceste proposition,

Comme le sinus de l'angle droit,  
Au sinus d'un costé de l'angle droit DC;  
Ainsi la tangente de l'angle oblique AC touchant le costé de l'angle droit DC,  
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit AD.

Mais le sinus de DC, est aussi sinus de CB, par la 2 definition de la fabrique des sinus: Et la tangente de l'angle oblique ACD, est aussi tangente de l'angle oblique ACB, par la 5 consequence de la 1 proposition: Et la tangente de AD, est aussi tangente de AB, par la 2 definition de la fabrique des sinus: parquoy,

Comme le sinus de l'angle droit,  
Au sinus d'un costé de l'angle droit BC;  
Ainsi la tangente de l'angle oblique ACB touchant le costé de l'angle droit BC,  
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit AB.

3 Exemple avec deux costez de l'angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.

Le donné. Soit ABC du 2 exemple un triangle spherique, dont l'angle C est droit, & l'un des deux costez de l'angle droit, comme AC, soit plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à sçavoir BC, plus grand, & les autres deux angles obliques.

Le requis. Il faut demonstrier que comme le sinus de l'angle droit, au sinus d'un costé de l'angle droit BC; Ainsi la tangente de l'angle oblique B touchant le costé de l'angle droit BC, à la tangente de l'autre costé de l'angle droit AC.

Preparation. Soient prolongez BA, BC, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

#### DEMONSTRATION.

DAB & DCB font chacun un demicercle, par la 3 consequence de la 1 proposition: Et veu que AC est plus petit BC plus grand, il faut que AB soit aussi plus grand, par la 3 proposition: Or donc puis que AB & BC font chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que AD, CD, soient chacun plus petit: Et l'angle ACB estant droit, il faut que l'angle ACD soit aussi droit, par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que nous avons ici un triangle rectangle ACD, dont l'angle C est droit, & les deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle: parquoy par le 1 exemple,

Comme le sinus de l'angle droit,  
Au sinus d'un costé de l'angle droit DC;  
Ainsi la tangente de l'angle oblique touchant le costé de l'angle droit DC,  
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit AC.  
Mais le sinus de DC, est aussi sinus de CB, par la definition de la fabrique des sinus: Et la tangente de l'angle oblique C, est aussi tangente de l'angle oblique B, par la 5 consequence du 1 exemple: parquoy

Comme le sinus de l'angle droit,  
Au sinus d'un costé de l'angle droit CB;  
Ainsi la tangente de l'angle oblique B touchant le costé de l'angle droit CB,

A la tangente de l'autre costé de l'angle droit AC.

Conclusion. Estant doncques un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, au sinus d'un costé de l'angle droit, ainsi la tangente de l'angle oblique touchant le costé de l'angle droit, à la tangente de l'autre costé de l'angle droit: ce qu'il falloit demonstrier.

#### THEOREME. XXVIII. PROPOSITION.

Estant un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothénuse, ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique, à la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui angle oblique.

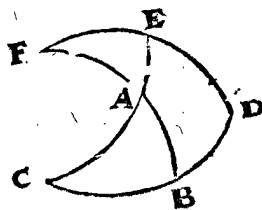
Veue que les deux costez de l'angle droit, font chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit, l'autre plus grand, nous en mettrons trois divers exemples.

1 Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & les deux costez de l'angle droit AB, BC, chacun plus petit que le quart d'un cercle. Le requis. Il faut demonstrier que comme le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothénuse AC, ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique C, à la tangente du costé de l'angle droit BC touchant icelui angle oblique. Preparation. Veue que AB, BC, font chacun plus petit que le quart d'un cercle, il faut que AC soit aussi plus petit par la 3 proposition, parquoy les trois costez AB, BC, CA, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, pourtant soient prolongez jusques à ce qu'ils fassent chacun le quart d'un cercle. à sçavoir CB jusques à D, puis apres CA jusques à E, & finalement BA jusques à ce qu'il rencontre DE, ce qui adviendra necessairement au point F; tellement que BF fera le quart d'un cercle par la consequence de la 1 proposition, pource que BF & DF sont à angle droit sur DC.

#### DEMONSTRATION.

Veue que CD, CE, font chacun le quart d'un cercle



par la preparation, il faut qu'ils soient tous deux à angle droit sur DF par la 2 consequence de la 1 proposition, parquoy l'angle AEF du triangle AEF, est droit, dont il est notoire par alterne raison de la 27 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,  
A la tangente de l'angle oblique F;  
Ainsi le sinus du costé de l'angle droit EF touchant l'angle oblique,  
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit EA.  
Mais l'arc DB est la grandeur de l'angle F, par la 2 definition; parquoy  
Comme le sinus de l'angle droit,  
A la tangente de DB;  
Ainsi le sinus de EF,  
A la tangente de EA.  
Mais BC est arc de complement de DB, & AC arc de complement de EA, desquels deux arcs BC, AC

les deux tangentes étant alternement proportionnelles avec les tangentes de leurs posées  $DB$  &  $EA$ , par la 20<sup>e</sup> proposition, s'ensuit que la tangente de  $AC$ , est en telle raison à la tangente de  $BC$ , comme la tangente de  $DB$ , à la tangente de  $EA$ : par quoi

Comme le sinus de l'angle droit,  
A la tangente de  $AC$ ;  
Ainsi le sinus de  $EF$ ,  
A la tangente de  $BC$ .

Mais  $EF$  est arc de complément de  $DE$ , qui est aussi angle de complément de l'angle  $C$ : par quoi

Comme le sinus de l'angle droit,  
A la tangente de l'hypothénuse  $AC$ ;  
Ainsi le sinus de l'angle de complément de l'angle oblique  $C$ ,

A la tangente du côté de l'angle droit  $BC$  touchant icelui angle oblique.

### 2. Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.

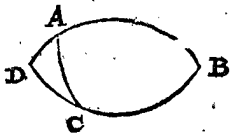
*Le donné.* Soit  $ABC$  un triangle sphérique, dont l'angle  $B$  est droit, & les deux costez de l'angle droit  $AB$ ,  $BC$ , chacun plus grand que le quart d'un cercle.

*Le requis.* Il faut démontrer, que comme le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothénuse  $AC$ , ainsi le sinus de l'angle de complément de l'angle oblique  $ACB$ , à la tangente du côté de l'angle droit  $BC$ , touchant icelui angle oblique.

*Preparation.* Soient prolongez  $BA$ ,  $BC$ , jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en  $D$ .

#### DEMONSTRATION.

$BAD$  &  $BCD$  font chacun un demicercle, & leur angle  $D$ , est égal à l'angle  $B$ , par la 3<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>re</sup> proposition; mais  $B$  est un angle droit,  $D$  doncques est aussi un angle droit: Et veu que  $AB$ ,  $BC$ , sont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que  $AD$ ,  $CD$ , soient chacun plus petit, & étant l'angle  $ACB$  oblique, il faut que  $ACD$  le soit aussi, par la 5<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>re</sup> proposition: Tellement que nous avons un triangle rectangle  $ADC$ , dont l'angle  $D$  est droit,  $AD$ ,  $DC$ , chacun plus petit que le quart d'un cercle, & l'angle  $ACD$  oblique: par quoi par le 1<sup>er</sup> exemple de ceste proposition,



Comme le sinus de l'angle droit,  
A la tangente de l'hypothénuse  $AC$ ;  
Ainsi le sinus de l'angle de complément de l'angle oblique  $ACD$ ,

A la tangente du côté de l'angle droit  $DC$  touchant icelui angle oblique.

Mais le sinus de l'angle de complément de l'angle oblique  $ACD$ , est aussi sinus de l'angle de complément de l'angle oblique  $ACB$ , par la 5<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>re</sup> proposition, & la tangente du côté de l'angle droit  $DC$ , est aussi tangente du côté de l'angle droit  $BC$ , par la 7<sup>e</sup> définition de la fabrique des tables des sinus: par quoi,

Comme le sinus de l'angle droit,  
A la tangente de l'hypothénuse  $AC$ ;  
Ainsi le sinus de l'angle de complément de l'angle oblique  $ACB$ ,

A la tangente du côté de l'angle droit  $BC$  touchant icelui angle oblique.

### 3. Exemple avec deux costez de l'angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.

*Le donné.* Soit  $ABC$  du 2<sup>e</sup> exemple un triangle sphérique, dont l'angle  $C$  est droit, & l'un des deux costez de l'angle droit, comme  $AC$ , soit plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à sçavoir  $BC$ , plus grand, & les autres deux angles obliques. *Le requis.* Il faut démontrer que comme le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothénuse  $AB$ ; ainsi le sinus de l'angle de complément de l'angle oblique  $B$ ; à la tangente du côté de l'angle droit  $BC$  touchant icelui angle oblique. *Preparation.* Soient  $BA$ ,  $BC$ , prolongez jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en  $D$ .

#### DEMONSTRATION.

$DAB$  &  $DCB$  font chacun un demicercle, par la 5<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>re</sup> proposition: Et veu que  $AC$  est plus petit &  $BC$  plus grand, il faut que  $AB$  soit aussi plus grand par la 3<sup>e</sup> proposition: Or donc puis que  $AB$ ,  $BC$ , sont chacun plus grand que le quart d'un cercle; il faut que  $AD$ ,  $CD$ , soient chacun plus petit: Et l'angle  $ACB$  étant droit, il faut que l'angle  $ACD$  le soit aussi par la 5<sup>e</sup> conséquence de la 1<sup>re</sup> proposition: Tellement que nous avons ici un triangle rectangle  $ACD$ , dont l'angle  $C$  est droit, & les deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle: pourtant par le 1<sup>er</sup> exemple,

Comme le sinus de l'angle droit,  
A la tangente de l'hypothénuse  $AD$ ;  
Ainsi le sinus de l'angle de complément de l'angle oblique  $D$ ,

A la tangente du côté de l'angle droit  $CD$  touchant icelui angle oblique.

Mais la tangente de  $AD$ , est aussi tangente de  $AB$ , par la 7<sup>e</sup> définition de la fabrique des tables des sinus: Et le sinus de l'arc de complément de l'angle oblique  $D$ , est aussi sinus de l'arc de complément de l'angle oblique  $B$  par la 5<sup>e</sup> conséquence du 1<sup>er</sup> exemple: Et la tangente du côté de l'angle droit  $CD$ , est aussi tangente de  $BC$  par la 7<sup>e</sup> définition de la fabrique des tables des sinus: par quoi

Comme le sinus de l'angle droit,  
A la tangente de l'hypothénuse  $AB$ ;  
Ainsi le sinus de l'angle de complément de l'angle oblique  $B$ ,

A la tangente du côté de l'angle droit  $BC$  touchant icelui angle oblique.

*Conclusion.* Étant doncques un triangle sphérique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit à la tangente de l'hypothénuse, ainsi le sinus de l'angle de complément de l'angle oblique, à la tangente du côté de l'angle droit touchant icelui angle oblique: ce qu'il falloit démontrer.

#### THEOREME. XXIX. PROPOSITION.

**E**stant un triangle sphérique rectangle: comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complément de l'hypothénuse, ainsi la tangente d'un angle oblique, à la tangente de l'angle de complément de l'autre angle oblique.

Veü que les deux angles obliques sont tous deux aigus, ou tous deux obtus, ou l'un aigu, l'autre obtus, nous en mettrons trois divers exemples.

##### 1. Exemple avec deux angles aigus.

*Le donné.* Soit  $ABC$  du 1<sup>er</sup> exemple de la 28<sup>e</sup> proposition

tion

tion un triangle sphérique, dont l'angle ABC est droit, les autres deux BAC & C aigus.

*Le requis.* Il faut démontrer que comme le sinus de l'angle droit ABC, au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse AC, ainsi la tangente d'un angle oblique BAC, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique C : Et la preparation de la demonstration soit comme au mesme exemple.

DEMONSTRATION.

Il appert par la 27 proposition, que

Comme au triangle FEA le sinus de l'angle droit FEA,

Au sinus d'un costé de l'angle droit EA;

Ainsi la tangente de l'angle oblique EAF touchant icelui costé de l'angle droit EA,

A la tangente de l'autre costé de l'angle droit EF.

Mais l'angle FEA est égal à l'angle ABC, comme estant tous deux droits; Et EA est arc de complement de AC, & l'angle EAF est égal à l'angle BAC, par la 6 consequence de la 1 proposition : Et EF, est arc de complement de DE, qui est aussi angle de complement de l'angle C : pourtant

Comme le sinus de l'angle droit ABC,

Au sinus de l'arc de compl. de l'hypothénuse AC;

Ainsi la tangente d'un angle oblique BAC,

A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique C.

2. Exemple avec deux angles obtus.

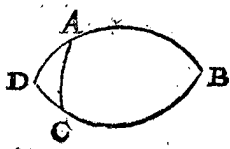
*Le donné.* Soit ABC un triangle sphérique, dont l'angle B est droit, & les deux autres obtus.

*Le requis.* Il faut démontrer, que comme le sinus de l'angle droit B, au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse AC, ainsi la tangente d'un angle oblique BAC, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique BCA.

*Preparation.* Soient prolongez BA, BC, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

DAB & DCB font chacun un demicerle, parquoy l'angle D est égal à l'angle B, par la 3 consequence de la 1 proposition; mais l'angle B est droit, pourtant l'angle D est aussi droit : Apres,



veu que les deux angles BAC, BCA, sont obtus, il faut que les deux angles DAC, DCA, soient aigus par la 5 consequence de la 1 proposition; Tellement que nous avons un triangle rectangle ADC, dont le costé D est droit, avec deux angles aigus DAC, DCA: parquoy par le 1 exemple de ceste proposition,

Comme le sinus de l'angle droit D,

Au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse AC;

Ainsi la tangente d'un angle oblique DAC,

A la tangente de l'angle de complement de l'autre arc oblique DCA.

Mais le sinus de l'angle droit D, est aussi sinus de l'angle droit B : Et la tangente de l'angle DAC, est aussi tangente de l'angle BAC, & la tangente de l'angle de complement de l'angle DCA, est aussi tangente de l'angle de complement de l'angle BCA, par la 5 consequence de la 1 proposition: parquoy

Comme le sinus de l'angle droit B,

Au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse AC;

Ainsi la tangente d'un angle oblique BAC,

A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique BCA.

3. Exemple avec un angle aigu, & un angle obtus.

*Le donné.* Soit ABC un triangle sphérique, dont l'angle ABC est droit, CAB aigu, & ACB obtus.

*Le requis.* Il faut démontrer, que comme le sinus de l'angle droit ABC, au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse AC, ainsi la tangente d'un angle oblique A, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique BCA.

*Preparation.* Soient prolongez AB, AC jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

ABD, ACD font chacun un demicerle, parquoy l'angle D est égal à l'angle A; mais A est aigu, D donc



ques est aussi aigu : Apres, veu que l'angle BCA est obtus, il faut que l'angle BCD soit aigu, & ABC estant droit, CBD est aussi par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que nous avons un triangle rectangle BCD, dont l'angle CBD est droit, avec deux angles aigus D, BCD : parquoy par le 1 exemple de ceste

proposition, Comme le sinus de l'angle droit CBD,

Au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse CD;

Ainsi la tangente d'un angle oblique BCD,

A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique BDC.

Mais le sinus de CBD est aussi sinus de ABC par la 5 consequence de la 1 proposition : Et le sinus de l'arc de complement de CD, est aussi sinus de l'arc de complement de AC, par la 7 definition de la fabrique des tables des sinus: Et la tangente de l'angle D, est aussi tangente de l'angle A, par la 3 consequence de la 1 proposition: Et la tangente de l'angle de complement de l'angle BCD, est aussi tangente de l'angle de complement de l'angle BCA, par la 5 consequence de la 1 proposition: parquoy

Comme le sinus de l'angle droit ABC,

Au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse AC;

Ainsi la tangente d'un angle oblique A,

A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique BCA.

*Conclusion.* Estant doncques un triangle sphérique rectangle : Comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse, ainsi la tangente d'un angle oblique, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique: ce qu'il falloit démontrer.

THEOREME. XXX. PROPOSITION.

**E**stant un triangle sphérique : Comme le rectangle compris sous deux sinus de deux costez, au carré du sinus du rectangle: Ainsi la difference de deux versés, dont l'un est versé de la difference d'iceux deux costez, l'autre versé du troisieme costé, au versé de l'angle compris sous les deux premiers costez.

*Le donné.* Soit ABC un triangle sphérique avec trois costez inegaux, chacun plus petit, je prens que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut démontrer que comme le rectangle compris sous les sinus de deux costez

stez je prens  $AB, BC$ , au quarré du sinus de l'angle droit, ainsi la difference des deux versés, desquels l'un est versé de la difference entre  $AB$  &  $BC$ , l'autre versé du troisieme costé  $AC$ , au versé de l'angle  $ABC$  compris sous les deux premiers costez  $AB, BC$ . *Preparation.*

ARTICLE I.

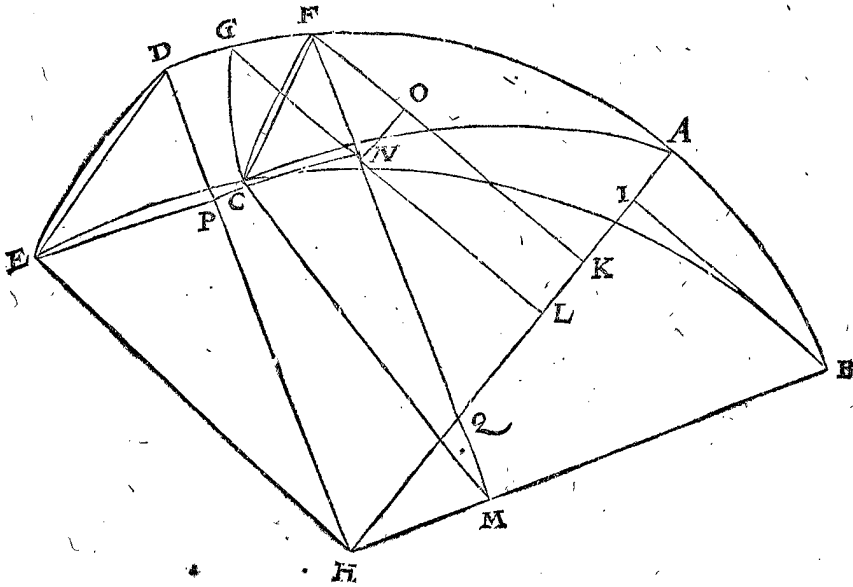
Soit prolongée  $AB$  jusques à  $D$ , &  $BC$  jusques à  $E$ , tellement que  $BD, BE$ , fassent chacun le quart d'un cercle, puis apres sur  $A$  comme pole soit descrit  $DE$  comme arc de la grandeur de l'angle  $CBA$ : Apres, sur le mesme pole  $B$ , l'arc du cercle mineur  $CF$ , & l'arc  $BF$  sera egal à l'arc  $BC$ .

ARTICLE II.

Puis apres soit descrit sur  $A$  comme pole, l'arc du cercle mineur  $CG$ , & l'arc  $AG$  sera egal à  $AC$  & consequemment  $AF$  difference des deux premiers costez  $BA, BC$ : Et  $GF$  fera difference entre deux arcs dont l'un le troisieme costé  $AC$ , l'autre  $AF$  difference des deux premiers costez  $BA, BC$ .

ARTICLE III.

Soient tirez maintenant de  $H$ , centre de la sphere, les trois semidiаметres  $HB, HA, HD$ , & de l'extrémité des trois arcs  $BA, FA, GA$ , à angle droit sur  $HA$ ,



trois lignes droites  $BI, FK, GL$ , qui sont les sinus de ces arcs, à sçavoir  $BI$  de  $BA$ , &  $FK$  de  $FA$ , &  $GL$  de  $GA$ .

ARTICLE IV.

Et consequemment  $AI$  fera versé de  $AB$ , &  $AK$  versé de  $FA$ , &  $AL$  versé de  $AG$ , &  $KL$  la difference des deux versés dont l'un versé  $KA$ , de la difference  $AF$  entre les deux costez  $AB, BC$ , l'autre le versé  $LA$  du costé  $AG$ , qui est aussi (car ils sont egaux par le 2 article) du costé  $AC$ .

ARTICLE V.

Apres, que de l'extrémité de l'arc  $BF$ , vienne la ligne droite  $FM$ , coupant  $GL$  en  $N$ , & à angle droit sur le semidiаметre  $HB$ , &  $FM$  fera sinus de l'arc  $BF$ , ce qui est aussi (car ils sont egaux par le 1 article) du costé  $BC$ .

ARTICLE VI.

Soit tiré  $NO$  à angle droit sur  $FK$ , & le mesme  $NO$  sera egal à  $LK$ , parquoi aussi il sera ce que  $KL$  est dit estre au 4 article, à sçavoir la difference des deux versés, dont l'un le versé  $KA$  de la difference  $AF$  entre les deux costez  $AB, BC$ , l'autre le versé  $LA$  du troisieme costé  $AC$ .

ARTICLE VII.

Soit de l'extrémité de l'arc  $DE$  tirée la ligne droite  $EH$ , &  $EP$  à angle droit sur le raid  $HD$ , &  $EP$  fera sinus de l'arc  $DE$ , qui est aussi par le 1 article de l'angle  $ABC$ , &  $DP$  versé du mesme angle  $ABC$ .

ARTICLE VIII.

Soit tirée la ligne droite  $CN$ , il faut qu'icelle mesme soit à angle droit sur  $FN$  pour ceste raison:  $A$  est pole

du cercle mineur  $GC$ , comme il appert au 2 article, par lequel point tend le cercle majeur  $BD$ , parquoile plan du cercle mineur  $GC$ , est à angle droit sur le plan du cercle majeur  $BD$ , par la 7 consequence de la 1 proposition: Derechef,  $B$  est pole du cercle mineur  $FC$ , par quel pole tend le cercle majeur  $BD$ , parquoi le plan du cercle mineur  $FC$ , est aussi à angle droit sur le plan du cercle majeur  $BD$ , par la susdite 7 consequence de la 1 proposition: Or donc estant tous les deux cercles mineurs  $GC, FC$ , à angle droit sur le plan du cercle majeur  $BD$ , & s'entrecoupans aux points  $N, C$ , il faut que leur commune section  $NC$ , soit à angle droit sur le plan du cercle majeur  $BD$ , & consequemment  $CN$  est à angle droit sur  $NF$ , parquoi aussi  $CN$  est sinus de  $CF$ , &  $FN$  versé du mesme arc  $CF$ .

ARTICLE IX.

Soient tirées les trois lignes droites  $MC, ED, CF$ , & soit marqué le point  $Q$  comme section commune de  $HA$  &  $FM$ .

DEMONSTRATION.

ARTICLE I.

$FMC, DHE$ , sont deux triangles isosceles, dont les costez egaux comprennent angles egaux à  $M$  &  $H$ , car l'un & l'autre est l'angle de la declination des deux plans des cercles desquels  $AB, BC$  sont les arcs, parquoi les deux triangles  $FMC, DHE$ , sont semblables: Comme aussi leurs parties sont homologues, à sçavoir le triangle  $CNF$  avec le triangle  $EPD$ , &  $CNM$  avec  $EPH$ , & consequemment leurs lignes homologues proportionnelles, parquoi comme  $FM$  à  $DH$ , ainsi  $FN$  à  $DP$ .

## ARTICLE II.

Les triangles  $HMQ$  &  $FKQ$  ont chacun un angle droit en  $M$  &  $K$ , & deux angles égaux à  $Q$ , pourtant sont égaux leurs troisièmes angles à  $H$  &  $F$ ; & conséquemment le triangle  $HMQ$ , est semblable avec le triangle  $FKQ$ : Mais le triangle  $HIB$  est semblable avec le triangle  $HMQ$ , pource que leurs angles sont droits à  $M$  &  $I$ , & qu'en  $H$  ils ont un angle commun: Apres, le triangle  $FCN$  est semblable au triangle  $FKQ$ , pource que  $ON$  est parallele avec  $KQ$  par le 6 article de la preparation; parquoi le triangle  $HBI$  est semblable au triangle  $FCN$ , & conséquemment leurs costez homologues sont proportionnels, à sçavoir, comme  $BI$  à  $HB$ , ainsi  $NO$ , à  $NF$ .

## ARTICLE III.

Nous avons doncques ici deux proportions, à sçavoir,

Au 1 article de la demonstration,  $FM, DH, NF, DP$ .

Au 2 article de la demonstration,  $BI, HB, NO, NF$ .

Mais là où il y a deux proportions, chacune de quatre lignes, le rectangle compris sous ses premiers termes, est en telle raison au rectangle compris sous ses seconds termes, comme le rectangle compris sous ses troisièmes termes, au rectangle compris sous ses quatrièmes termes: parquoi

Comme le rectangle compris sous  $FM, BI$ ,

Au rectangle compris sous  $DH, HB$ ;

Ainsi le rectangle compris sous  $NF, NO$ ,

Au rectangle compris sous  $DP, NF$ .

Mais le rectangle compris sous  $DH, HB$ , est le carré du sinus de l'angle droit: Et comme le rectangle compris sous  $NF, NO$ , au rectangle compris sous  $DP, NF$ , ainsi (pource que  $NF$  en chacune raison est le même terme)  $NO$  à  $DP$ : parquoi

Comme le rectangle compris sous  $FM, BI$ ,

Au carré du sinus de l'angle droit;

Ainsi  $NO$ ,

A  $DP$ .

Mais  $FM$  est sinus du costé  $BC$ , par le 5 article de la preparation, &  $BI$  sinus du costé  $AB$ , par le 3 article de la preparation: Et  $LK$  étant égal à  $NO$ , par le 6 article de la preparation, est la difference de deux versés, dont l'un est versé du sinus  $KA$ , de la difference  $AF$ , entre les deux costez  $AB, BC$ , l'autre versé du sinus  $LA$  du troisième costé  $AC$ , par le 6 article susdit de la preparation: Et  $DP$  est versé du sinus de l'angle compris sous les premiers deux costez  $AB, BC$ , par le 7 article de la preparation: parquoi

Comme le rectangle compris sous les sinus  $FM, BI$ , des deux costez  $BC, AB$ ,

Au carré du sinus de l'angle droit;

Ainsi la difference  $LK$  des deux versés, dont l'un est le versé  $KA$ , de la difference  $AF$  entre les deux costez  $AB, BC$ , l'autre versé  $LA$  du troisième costé  $AC$ ,

Au versé  $DP$  de l'angle  $ABC$ , compris sous les premiers deux costez  $AB, BC$ .

Et semblable sera aussi la demonstration des triangles avec des costez plus grands que le quart de cercle.

*Conclusion.* Estant donc un triangle spherique, comme le rectangle plan, &c. Ce qu'il falloit demonstrier.

## THEOREME. XXXI. PROPOSITION.

**E**stant un triangle spherique avec deux ou trois angles aigus: Au premier, comme le rectangle sous les sinus des deux moindres angles, au carré du sinus de l'angle droit: Ainsi la difference

des deux versés, dont l'un est versé de la difference d'iceux deux moindres angles, l'autre est versé de la difference du demi cercle & le troisième angle, au versé de la difference du demi cercle & le costé opposé d'icelui troisième angle.

Au second, comme le rectangle compris sous les sinus du plus grand angle & un des moindres, au carré du sinus de l'angle droit: Ainsi la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference du demi cercle & iceux deux angles ensemble, l'autre est versé du troisième angle, au versé du costé opposé d'icelui troisième angle.

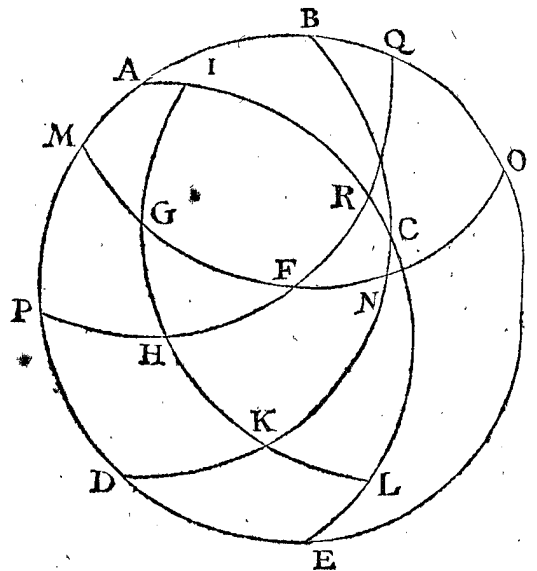
ALB. GIRARD.

Ce theoreme n'est mis icy à autre fin que pour parler quelque peu des reciproques; dont j'ay traité en mes Sinus en general plus facilement, qu'il n'est pas fait icy.

NOTEZ.

Ce theoreme que je transforme selon mon style ordinaire, est inventé par le tresdocte Seigneur *Philippus Lausbergius*.

Le donné. Soit  $ABC$  un triangle spherique, duquel les deux angles  $BAC, ACB$  sont aigus, le troisième  $ABC$  obtus ou aigu, mais plus grand qu'un des autres deux.



*Le requis.* Il faut demonstrier, au premier, Comme le rectangle compris sous les sinus des deux moindres angles  $BAC, ACB$ , Au carré du sinus de l'angle droit; Ainsi la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference d'iceux deux moindres angles  $BAC, ACB$ : L'autre est versé de la difference du demi cercle & le troisième angle  $ABC$ , Au versé de la difference du demi cercle & du costé opposé  $AC$  d'icelui troisième angle  $ABC$ .

Au second.

Comme le rectangle compris sous les sinus du plus grand angle  $ABC$  & un des autres deux moindres, je prens  $BAC$ , Au carré du sinus de l'angle droit; Ainsi la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference du demi cercle & iceux deux angles  $ABC, BAC$  ensemble, l'autre versé du troisième angle  $ACB$ . Au versé du costé opposé  $AB$  d'icelui troisième angle  $ACB$ .

*Preparation.* Soit  $AB$  produite, & descrite le cercle  $ABD$ ,

ABD, puis BC prolongée jusques à D, ainsi que BCD face un demi cercle, semblablement AC produit à E, ainsi que ACE face aussi un demi cercle : Soit puis apres F pole du cercle ABD, & G pole du demi cercle BCD, mais H pole du demi cercle ACE. Par ces trois poinçts F, G, H, soyent tirez trois demi cercles, à sçavoir par G & H, l'arc IGHKL décrit sur le pole C, & touchant ACE en I & L : Semblablement par G F le demi cercle MGFNO décrit sur le pole B, & coupant BCD en N : Puis apres par HF le demi cercle PHEQ, coupant ACE en R. Mais avant que je vienne à la propre demonstration, je descriroy premierement certains dix membres commodes à cela, comme s'ensuit :

## MEMBRE I.

Le nombre des degrez du costé GF, est egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & l'angle ABC, & aussi egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & ADC, pour ceste raison :

Veux que F est pole du cercle ABO, & G pole du demi cercle BND, par la preparation, FO, & GN font chacun un quart de cercle, & par consequent NO est egal avec GF : Mais le nombre des degrez de NO est pour la grandeur de l'angle NBO, estant la difference du demi cercle de l'angle ABC, & pourtant le nombre des degrez du costé GF, est egal au nombre des deg. de la difference du demi cercle & l'angle ABC : & aussi au nombre des deg. de la difference du demi cercle & l'angle ADC, pource qu'il est egal à l'angle ABC.

## MEMBRE II.

Le nombre des deg. du costé FH, est egal au nombre des deg. de l'angle BAC, & aussi de la difference du demi cercle & CAD, pour ceste raison :

Veux que F est pole du cercle ABQ, & H pole du demi cercle ARE, par la preparation, s'ensuit que EQ & HR font chacun un quart de cercle, & par consequent FH est egal à RQ : Mais le nombre des degrez de RQ, est pour la grandeur de l'angle RAQ, qui est aussi de l'angle BAC : Et pourtant le nombre des deg. du costé FH, est egal au nombre des degrez de l'angle BAC, & par consequent aussi avec le nombre des degrez de la difference du demi cercle & CAD, pource que l'angle BAC est la difference du demi cercle & de l'angle CAD.

## MEMBRE III.

Le nombre des degrez du costé GH, est egal au nombre des degrez de l'angle ACB, & aussi de la difference du demi cercle & ACD, pour ceste raison :

Veux que G est pole du demi cercle BKD, & H pole du demi cercle ALE, par la preparation, s'ensuit que GK & HL font chacun un quart de cercle, & par consequent GH est egal avec KL : Mais le nombre des degrez du costé KL, est pour la grandeur de l'angle KCL, qui est aussi de l'angle ABC : Pourtant le nombre des degrez du costé GH, est egal au nombre des degrez de l'angle ACB, & par consequent aussi avec le nombre des degrez de la difference du demi cercle & ACD, pource que l'angle ACB est la difference du demi cercle & de l'angle ACD.

## MEMBRE IV.

Le nombre des degrez de l'angle GHF, est egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & du costé AC, pour ceste raison :

Veux que C est pole de l'arc IHL, & A du demi cercle QRP par la preparation, s'ensuit que CL & RA font chacun un quart de cercle, & par consequent AC est egal à RL : Mais le nombre des degrez de RL est pour la grandeur de l'angle RHL ; pourtant le nombre des degrez de AC est egal au nombre des degrez de l'angle RHL : Mais ces deux nombres egaux de degrez, ont aussi egales differences entre eux & le demi cercle : Pourtant le nombre des degrez de la difference du demi cercle & RHL, est egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & du costé AC. Mais l'angle GHF est la difference du demi cercle & de l'angle RHL : Pourtant le nombre des degrez de l'angle GHF, est egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & du costé AC.

## MEMBRE V.

Le nombre des degrez de l'angle GFH, est egal au nombre des degrez du costé AB, & aussi de la difference du demi cercle & AD, pour ceste raison :

Veux que A est pole du demi cercle QFP, & B du demi cercle OFM, par la preparation, s'ensuit que AQ & BO font chacun un quart de cercle, & par consequent AB est egal avec QO : Mais le nombre des degrez de QO est pour la grandeur de l'angle QFO, qui est aussi GFH, & pourtant le nombre des degrez de l'angle GFH, est egal au nombre des degrez du costé AB : Mais AB est la difference du demi cercle & AD, pourtant le nombre des degrez de l'angle GFH, est aussi egal avec le nombre des degrez de la difference du demi cercle & AD.

## MEMBRE VI.

Le nombre des degrez de l'angle HGF, est egal au nombre des degrez du costé BC, & aussi de la difference du demi cercle de CD, pour ceste raison :

Veux que B est pole du demi cercle ONM, & C de l'arc KGI, par la preparation, s'ensuit que BN, CK font chacun un quart de cercle, & par consequent BC est egal à KN : Mais le nombre des degrez de KN est pour la grandeur de l'angle HGF, & pourtant le nombre des degrez de l'angle HGF, est egal au nombre des degrez du costé BC : Mais BC est la difference du demi cercle & CD, pourtant le nombre des degrez de l'angle HGF, est aussi egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & CD.

## MEMBRE VII.

Veux que le nombre des degrez de l'angle BAC, est egal au nombre des degrez du costé HF, par le 2 membre : Semblablement le nombre des degrez de l'angle ACB, egal au nombre des degrez du costé HG, par le 3 membre : S'ensuit que les deux sinus d'iceux deux angles font egaux aux deux sinus de ces deux arcs, & consequemment ceci :

Le rectangle (au triangle ABC) compris sous les sinus des deux moindres angles BAC, ACB, est egal au rectangle compris sous les sinus de HF, HG.

## MEMBRE VIII.

Veux que le nombre des degrez des deux angles BAC, ACD, est egal au nombre des degrez des deux costez HF, HG, par le 2 & 3 membre, & de la difference du demi cercle & l'angle ABC, egal au nombre des degrez de GF, par le 1 membre, il s'ensuit ceci :

La difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference des deux angles BAC, ACB, l'autre versé

versé de la différence du demicercle & le troisieme angle  $ABC$ , est egal à la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference entre deux costez  $HF$ ,  $HG$ , l'autre versé du costé  $GF$ .

## MEMBRE IX.

Le nombre des degrez de la difference du demi cercle & l'angle  $ABC$ , est egal au nombre des degrez du costé  $GF$ , par le 1 membre : Mais la difference du demi cercle & l'angle  $ABC$ , & l'angle  $ABC$  mesme, ont un mesme sinus, pourtant le sinus de l'angle  $ABC$ , est egal au sinus du costé  $GF$  : Puis le sinus de  $BAC$  est egal à celui de  $FH$ ; parce que les nombres de leurs degrez sont egaux, par le 2 membre :

## Pourtant

Le rectangle compris sous les sinus de  $ABC$  &  $BCA$ , est egal au rectangle compris sous les sinus de  $GF$ ,  $FH$ .

## MEMBRE X.

Le nombre des degrez de la difference du demi cercle &  $ABC$ , est egal au nombre des degrez du costé  $GF$ , par le 1 membre : Semblablement le nombre des degrez de l'angle  $ACB$ , est egal au nombre des degrez du costé  $GH$ , par le 3 membre : Et pourtant la difference des degrez de la difference du demi cercle &  $ABC$  &  $BCA$ , est egale à la difference des degrez de  $GF$  &  $GH$  : Mais la difference des degrez de la difference du demi cercle &  $ABC$  &  $BAC$ , est egale à la difference du demi cercle & les deux angles  $ABC$ ,  $BAC$  ensemble; pourtant la difference des degrez de la difference du demi cercle & les deux angles  $ABC$ ,  $ACB$  ensemble, est egale à la difference des degrez de  $GF$  &  $GH$  : Puis le nombre des degrez de l'angle  $ACB$  est (comme j'ay dit ci dessus) egal au nombre des degrez du costé  $GH$ , par le 3 membre. Dont s'ensuit ceci :

La difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference du demi cercle & les deux angles  $ABC$ ,  $BAC$  ensemble, l'autre versé de l'angle  $ACB$ , est egale à la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference entre les deux costez  $GF$ ,  $FH$ , l'autre versé du troisieme costé.

*Demonstration sur la premiere partie de la proposition.*

Il appert par la 30 proposition, que Comme au triangle  $GFH$ , le rectangle compris sous les sinus de  $HG$ ,  $HF$ ,

Au quarré du sinus de l'angle droit;

Ainsi la difference de deux versés, dont l'un est versé de la difference entre iceux deux costez  $HG$ ,  $HF$ , l'autre versé du troisieme costé  $GF$ ,

Au versé de l'angle  $FHG$  compris sous iceux deux costez, dont les sinus comprennent le rectangle.

Mais nos quatre termes de la premiere partie de la proposition au triangle  $ABC$ , sont egaux aux susdits quatre termes du triangle  $GFH$ , comme je diray tantost, & de là se conclura qu'ils sont aussi proportionaux. L'egalité d'iceux est telle :

Le rectangle (au triangle  $ABC$ ) compris sous les sinus des deux moindres angles  $BAC$ ,  $ACB$ , est egal au rectangle du premier terme compris sous les sinus de  $HF$ ,  $GH$ , par le 7 membre.

Et le quarré du sinus du rectangle au triangle  $ABC$ , est egal au quarré du sinus du rectangle au triangle  $GFH$  du second terme.

Puis la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference d'iceux deux moindres angles  $BAC$ ,  $ACB$ , l'autre versé de la difference du demi cercle & le troisieme angle  $ABC$ , est egale à la difference au troisieme terme des deux versés, dont l'un est versé de la difference entre les deux costez  $HF$ ,  $GH$ , l'autre versé du troisieme costé  $GF$ , par le 8 membre.

Là dessus considerant que le nombre des degrez du costé  $AC$ , est egal au nombre des degrez de l'angle  $GHF$  par le 4 membre, il s'ensuit que le versé de  $AC$ , est egal au versé de l'angle  $GHF$  du quatrieme terme :

## Pourtant

Comme le rectangle compris sous les sinus des deux moindres angles  $BAC$ ,  $ACB$ ,

Au quarré du sinus de l'angle droit;

Ainsi la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference d'iceux deux moindres angles  $BAC$ ,  $ACB$ , l'autre versé de la difference du demi cercle & le troisieme angle  $ABC$ ,

Au versé de la difference du demi cercle & le costé opposite  $AC$  du mesme troisieme angle  $ABC$ .

*Demonstration sur la deuxiesme partie de la proposition.*

Il appert par la 30 proposition, que

Comme au triangle  $GFH$ , le rectangle compris sous les sinus de  $GF$ ,  $FH$ ,

Au quarré du sinus de l'angle droit;

Ainsi la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference entre iceux deux costez  $GF$ ,  $FH$ , l'autre versé du troisieme costé  $GH$ ,

Au versé de l'angle  $GFH$ , compris sous iceux deux costez, dont les sinus comprennent le triangle.

Mais nos quatre termes de la deuxiesme partie de la proposition au triangle  $ABC$ , sont egaux aux susdits quatre termes du triangle  $GFH$ , comme je diray tantost : Et de là se conclura qu'ils sont aussi proportionaux. L'egalité d'iceux est telle :

Le rectangle (au triangle  $ABC$ ) compris sous les sinus du plus grand angle  $ABC$  & un des autres deux moindres, comme  $BAC$ , est egal au rectangle du premier terme compris sous les sinus de  $GF$ ,  $FH$  par le 9 membre :

Et le quarré du sinus de l'angle droit du triangle  $ABC$ , est egal au quarré du sinus de l'angle droit du triangle  $GFH$ , du second terme.

Puis la difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference du demi cercle & iceux deux angles  $ABC$ ,  $BAC$  ensemble; l'autre est versé du troisieme angle  $ACB$ , est egale à la difference du troisieme terme des deux versés, dont l'un versé de la difference entre les deux costez  $GF$ ,  $FH$ , l'autre est versé du troisieme costé  $GH$ , par le 10 membre.

Là dessus consideré que le nombre des degrez du costé  $AB$ , est egal au nombre des degrez de l'angle  $GFH$ , par le 5 membre, il s'ensuit que le versé de  $AB$ , est egal au versé de l'angle  $GFH$  du quatrieme terme :

POUR-



Pourtant

Comme le rectangle compris sous les sinus du plus grand angle  $ABC$  & un des autres deux moindres, comme  $CAB$ .

Au carré du sinus de l'angle droit;

Ainsi la différence des deux versés, dont l'un est versé de la différence du demi cercle & iceux deux angles  $ABC$ ,  $CAB$  ensemble, l'autre versé du troisieme angle  $ACB$ ,

Au versé du costé opposite  $AB$  du mesme troisieme angle  $ACB$ .

Et semblable sera aussi la demonstration au triangle avec trois angles aigus.

Conclusion. Estant donc un triangle spherique, &c.

#### CONSEQUENCE.

Le triangle  $ADC$ , avec trois angles obtus, a les nombres des degrez des differences du demi cercle & leurs trois angles & costez, egaux avec les nombres des degrez des angles & costez à eux correspondans au triangle  $GPH$ , comme il appert aux six premiers membres. Il est aussi manifeste que cela seroit ainsi, jaçoit que l'angle  $ADC$  fust aigu, & les autres deux seulement obtus, dont s'en suit ceci:

#### THEOREME.

Estant un triangle spherique avec deux ou trois angles obtus: Comme le rectangle compris sous les sinus de deux angles, au carré du sinus de l'angle droit; Ainsi la différence des deux versés, dont l'un est versé de la différence d'iceux deux angles, l'autre est versé de la différence du demi cercle & le troisieme angle, au versé de la différence du demi cercle & le costé opposite d'icelui troisieme angle.

Quant à ce que telle regle n'estoit pas si generale au triangle avec deux ou trois angles obtus, comme  $ABC$  mais qu'il y arrivoit deux diversitez, la cause en est notoire, parce que les nombres des degrez de leurs angles & costez, ne sont tous egaux avec leurs correspondans angles & costez du triangle  $GPH$ , car en partie correspondent leurs differences qu'ils ont avec le demi cercle, comme il appert es susdits six membres.

### LA TROISIEME PARTIE DES PROBLEMES, CONTENANT L'INVENTION DES ANGLES ET COSTEZ REQUIS DES TRIANGLES SPHERIQUES DONNEZ.

Ayant décrit ci devant en la premiere & seconde partie, les theoremes necessaires aux demonstrations des problemes suivans, & hors desquels se tire la façon de leur operation, nous viendrons à la description d'iceux, traitant premierement des triangles avec un angle droit cognu donné au 1 article: Puis apres au 2 article, des triangles avec un costé de  $90$  deg. sans angle droit cognu donné: Finalement au 3 article, des triangles sans angle droit cognu donné, ou costé de  $90$  deg.

Mais veu qu'au lieu de beaucoup de paroles, nous nous voulons servir de petites marques, à telle fin que sera dit ci dessous, nous en ferons premierement quelque declaration, comme s'en suit. Tout triangle spherique, comme aussi le nom le porte, à trois angles & trois costez, faisant ensemble six en nombre, qu'en general nous appellons termes: D'iceux se donnent tous-

jours trois cognus, pour trouver les autres trois incognus: Comme par deux angles & un costé cognu, on trouve le troisieme angle incognu, & les autres deux costez: Derechef, par deux costez & un angle cognu, on trouve le troisieme costé & les autres deux angles: Apres, par trois costez cognus, on trouve les trois angles: Et par trois angles cognus, on trouve les trois costez.

Or pour exprimer briefvement par signes commodes ces trois termes cognus donnés (comme nous avons fait semblablement aux triangles plats) il faut sçavoir que  $K$  (premiere lettre du mot *Kleender*, qui signifie moindre en langue Allemande, selon laquelle ces figures ont esté accommodées) mis sur le costé d'un triangle, signifie icelui estre plus petit que le quart d'un cercle, mais  $G$  premiere lettre du mot grand, plus grand:  $R$  premiere lettre du mot recte, mis en un angle, signifie icelui estre rectangle ou angle droit:  $K$  un angle plus petit que le quart d'un cercle, ou autrement angle aigu:  $G$  un angle plus grand que le quart d'un cercle, ou autrement angle obtus. Les arcs & angles poinctés sans les susdites lettres, sont ceux-là lesquels on tient bien pour cognus, mais seulement par le posé, qui est sans declaration s'ils sont grands ou petits, aigus ou obtus, aussi sans nombre de degrez de leur grandeur, tellement que ces poinctés signifient des nombres indefinis. Par ceci nous pouvons faire entendre en un moment, ce qui requereroit autrement beaucoup de paroles. Comme par exemple, pour exprimer ceste figure ci jointe, il se faudroit servir de toutes ces paroles:

Vn triangle spherique, avec deux angles cognus, l'un droit l'autre aigu, & un costé cognu de l'angle droit, plus grand que le quart d'un cercle, à l'opposite de l'angle aigu cognu.



Ceste briefveté entre autres, servira de beaucoup quand on veut trouver par les trois termes cognus d'un triangle, les autres trois, ou un d'iceux: Car tels triangles marquez, s'assembleront ci apres comme en une table appellée *Indice des Triangles*, d'autant que par icelui on a une adresse pour trouver facilement en ceste 3 partie un semblable exemple qu'on veut imiter, sans qu'il faille charger ou troubler l'esprit d'aucunes des precedentes regles; Lequel *Indice des Triangles* sera plus amplement décrit & déclaré à la fin de ce livre.

#### NOTEZ.

Encore, que nous depeschons par tout l'invention des termes incognus d'un triangle avec un angle droit cognu, ou costé de  $90$  deg. par une multiplication sans division, comme la plus aisée operation qu'il y a entre diverses manieres, dont se fera encores plus ample declaration au premier exemple de la 32 proposition suivante.

#### ALB. GIRARD.

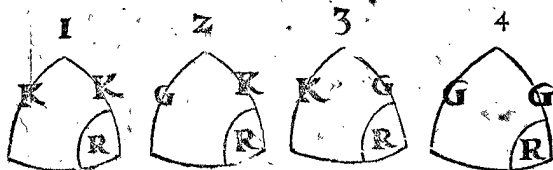
Ceux qui se voudront servir de ma Trigonometrie spherique, descrite derriere les Tables des sinus que j'ay mis en lumiere, trouveront de grandes facilitez, tant par les organes, que par la nouvelle invention que j'ay fait des Consorts & reciproques. J'ay aussi escrit un livret des superficies des triangles & polygones spheriques incognus auparavant, qui sert aussi pour la mesure des secteurs spheriques & des angles solides, ou le Lecteur curieux pourra voir l'expedition succincte en la mesure d'iceux. Le j'ay fait imprimer à Amsterdam en l'an 1629 en quarto.

PREMIER MEMBRE DES TRIANGLES SPHERIQUES AVEC RECTANGLES COGNYS DONNEZ.

PROBLEME I. PROPOSITION XXXII.

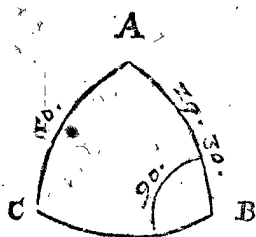
Estant connu l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, avec l'hypothénuse, & un costé de l'angle droit : Trouver le troisieme costé & les autres deux angles.

Les trois termes cognus se peuvent rencontrer de ces quatre diverses sortes :



Lesquels recevans quatre diverses façons d'operation, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. Exemple du 1 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & l'hypothénuse AC fait 50 deg. mais AB 29 deg. 30'.

Le requis. Il faut trouver le troisieme costé BC, avec les autres deux angles A, C.

OPERATION.

Invention du costé BC.

|  |             |
|--|-------------|
| Sinus de l'angle droit   | 10000.      |
| Donne le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit AB | 8704.       |
| Combien la secante de AC   | 15557.      |
| Vient la secante.  | 13541.      |
| Dont l'arc pour la requise BC                                      | 42 deg. 24. |

NOTEZ.

Au lieu de l'operation ci dessus on pourroit par la 25 proposition dire ainsi,

|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit AB | 8704.       |
| Donne le sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse AC    | 6428.       |
| Combien le sinus de l'angle droit                            | 10000.      |
| Vient sinus  | 7385.       |
| Dont l'arc   | 47 deg. 36. |
| Soustrait de   | 90 deg.     |
| Reste pour la requise BC                                     | 42 deg. 24. |

Ce qui estant ainsi, quelqu'un pourroit penser pourquoi on a prins la premiere operation au lieu de ceste seconde, ou au lieu de plusieurs autres operations, dont nous parlerons plus amplement en l'Appendice, par lesquelles le mesme costé requis BC se peut trouver. La raison est telle : En la premiere operation il y a multiplication du premier terme avec la troisieme, à sçavoir 8704 avec 15557 : Et en la seconde operation, di-

vision, à sçavoir 64280000 par 8704 : Mais veu que multiplication n'est pas si difficile que division, pourtant la premiere operation a esté choisie au lieu de la seconde, ou aucune autre.

Et ce que nous avons dit ici du premier exemple, s'entendra aussi de tous les suivans, là où chacun terme incognu du triangle rectangle se trouvera par tout avec une multiplication : Et cela non seulement au triangle rectangle, mais aussi au triangle oblique avec un costé de 90 deg. Aussi à chacun des deux triangles rectangles, auxquels se partit le triangle oblique, pour en trouver les termes incognus.

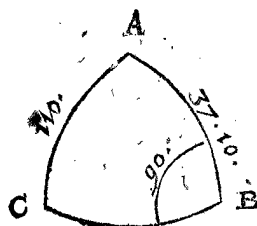
Invention de l'angle A.

|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'angle droit                        | 10000.      |
| Donne la tangente de l'hypothénuse AC            | 11918.      |
| Combien la tangente de l'arc de complement de AB | 17675.      |
| Vient la secante                                 | 21065.      |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A             | 61 deg. 39. |

Invention de l'angle C.

|   |         |
|---|---------|
| Le sinus de l'angle droit                                   | 10000.  |
| Donne la secante de l'arc de complement de l'hypothénuse AC | 13054.  |
| Combien le sinus de AB                                      | 4924.   |
| Vient le sinus  | 6428.   |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis C                        | 40 deg. |

2. Exemple du 2 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé AC fait 110 deg. mais AB 37 deg. 10'.

Le requis. Il faut trouver le troisieme costé CB avec les autres deux costez A, C.

CONSTRUCTION.

Invention du costé BC.

|  |              |
|--|--------------|
| Le sinus de l'angle droit  | 10000.       |
| Donne le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit AB | 7969.        |
| Combien la secante de AC   | 29238.       |
| Vient la secante   | 23300.       |
| L'arc d'icelui   | 64 deg. 35.  |
| Soustrait de   | 180 deg.     |
| Reste pour le costé requis BC.                                     | 115 deg. 25. |

Invention de l'angle A.

|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'angle droit                        | 10000.      |
| Donne la tangente de l'hypothénuse               | 27475.      |
| Combien la tangente de l'arc de complement de AB | 13190.      |
| Vient la secante                                 | 36240.      |
| L'arc d'icelui                                   | 73 deg. 59. |
| Soustrait de                                     | 180 deg.    |
| Reste pour l'angle requis A                      | 106 deg. 1. |

*Invention de l'angle C.*

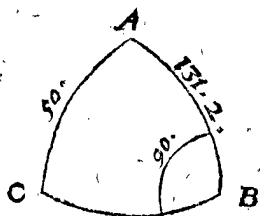
|   |            |
|---|------------|
| Le sinus de l'angle droit                                   | 10000.     |
| Donne la secante de l'arc de complement de l'hypothénuse AC | 10642.     |
| Combien le sinus de AB                                      | 6048?      |
| Vient le sinus  | 6429.      |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis C                        | 40 deg. 1. |

3. Exemple du 3 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé AC fait 50 degr. mais AB 131 deg. 2.

Le requis. Il faut trouver le troisieme costé BC, avec les autres deux angles, AC.



CONSTRUCTION.

*Invention du costé BC.*

|  |              |
|--|--------------|
| Le sinus de l'angle droit  | 10000.       |
| Donne le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit AB | 6565.        |
| Combien la secante de AC   | 1557?        |
| Vient la secante   | 10213.       |
| L'arc d'icelui   | 11 deg. 44.  |
| Soustrait de   | 180 deg.     |
| Reste pour le costé requis BC                                      | 168 deg. 16. |

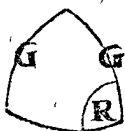
*Invention de l'angle A.*

|  |              |
|--|--------------|
| Le sinus de l'angle droit                        | 10000.       |
| Donne la tangente de l'hypothénuse AC            | 11918.       |
| Combien la tangente de l'arc de complement de AB | 8703?        |
| Vient la secante                                 | 10372.       |
| L'arc d'icelui                                   | 15 deg. 23.  |
| Soustrait de                                     | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis A                      | 164 deg. 37. |

*Invention de l'angle C.*

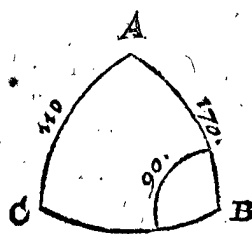
|   |             |
|---|-------------|
| Le sinus de l'angle droit                                   | 10000.      |
| Donne la secante de l'arc de complement de l'hypothénuse AC | 13054.      |
| Combien le sinus de AB                                      | 7543?       |
| Vient le sinus  | 9847.       |
| L'arc d'icelui  | 79 deg. 58. |
| Soustrait de  | 180 deg.    |
| Reste pour l'angle requis C                                 | 100 deg. 2. |

4. Exemple du 4 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique de ceste qualité, dont l'angle B est droit, & le costé AC fait 110 deg. mais AB 170 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisieme costé BC, & les autres deux angles AC.



CONSTRUCTION.

*Invention du costé BC.*

|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'angle droit  | 10000.      |
| Donne le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit AB | 9848.       |
| Combien la secante de AC   | 29238?      |
| Vient la secante   | 28794.      |
| L'arc d'icelui pour le costé requis BC                             | 69 deg. 41. |

*Invention de l'angle A.*

|  |             |
|--|-------------|
| Sinus de l'angle droit                           | 10000.      |
| Donne la tangente de l'hypothénuse AC            | 27475.      |
| Combien la tangente de l'arc de complement de AB | 56713?      |
| Vient la secante                                 | 155819.     |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A             | 86 deg. 19. |

*Invention de l'angle C.*

|   |              |
|---|--------------|
| Le sinus de l'angle droit                                   | 10000.       |
| Donne la secante de l'arc de complement de l'hypothénuse AC | 10642.       |
| Combien le sinus de AB                                      | 1737?        |
| Vient sinus   | 1849.        |
| L'arc d'icelui  | 10 deg. 39.  |
| Soustrait de  | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis C                                 | 169 deg. 21. |

I. DEMONSTRATION

*Sur l'invention du costé BC.*

Il est notoire par la 25 proposition, que Comme le sinus de l'angle droit, Au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit; Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit,

Au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse. Mais les deux derniers termes estans sinus d'arcs de complement, sont alternement proportionnels avec les secantes de leur posé, par la conséquence de la 22 proposition, qui est, comme le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse; Ainsi la secante de l'hypothénuse, à la secante de l'autre costé de l'angle droit: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit, Au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit; Ainsi la secante de l'hypothénuse, A la secante de l'autre costé de l'angle droit.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention du costé BC au 1 exemple, parquoi le quatrieme terme 13541 est pour secante du requis BC: Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la secante de BC aux autres trois exemples: Mais puis que le mesme 13541 sert de secante à deux arcs, l'un

plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit pour ceste raison: L'hypothénuse AC estant plus petite, il faut que les autres deux costez soient chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition: Mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit aussi plus petit.

Touchant ce qu'au 2 exemple BC est mis plus grand que le quart d'un cercle, la cause est telle: L'hypothénuse AC estant plus grande, il faut qu'un des deux autres soit plus petit, l'autre plus grand, par la 3 proposition; mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit plus grand. Quant au 3 exemple, il a fallu que BC fust plus grand, car l'hypothénuse AC estant plus petite, il faut que les deux autres soient chacun plus petit ou chacun plus grand par la 3 proposition: Mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit plus grand. Au 4 exemple il a fallu que BC fust plus petit, car l'hypothénuse AC estant plus grande, il faut qu'un des deux autres soit plus petit, & l'autre plus grand par la 3 proposition: Mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit plus petit.

## II. DÉMONSTRATION

### Sur l'invention de l'angle A.

#### ARTICLE I.

Il est notoire par la 28 proposition, que  
Comme le sinus de l'angle droit,  
A la tangente de l'hypothénuse;  
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique,  
A la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui.

#### ARTICLE II.

Mais le troisiéme terme estant sinus de l'angle de complement, le sinus de l'angle droit est moyen proportionnel entre le mesme troisiéme terme & la secante de son posé, par la conséquence de la 21 proposition; parquoy le rectangle compris sous le troisiéme terme & la secante de son posé, est égal au carré du sinus de l'angle droit.

#### ARTICLE III.

Aprés, le quatriéme terme du 1 membre estant tangente du costé de l'angle droit, le sinus de l'angle droit est moyen proportionnel entre icelui quatriéme terme, & la tangente de son arc de complement, par la 19 proposition; parquoy le rectangle compris sous le quatriéme terme & la tangente de son arc de complement, est égal au carré du sinus de l'angle droit, parquoy le mesme rectangle est égal au rectangle compris sous le troisiéme terme & la secante de son posé, car il est aussi égal, par le 2 article, au susdit carré. Ce qui estant ainsi, leurs costez sont alternativement proportionnels: qui est, comme le troisiéme terme au quatriéme terme, ainsi la tangente de l'arc de complement du quatriéme terme, à la secante du troisiéme terme: qui est, comme le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique, à la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui, ainsi la tangente de l'arc de complement du costé de l'angle droit, à la secante de l'angle oblique touchant icelui: parquoy,

Comme le sinus de l'angle droit,  
A la tangente de l'hypothénuse;  
Ainsi la tangente de l'arc de complement du costé de l'angle droit,

A la secante de l'angle oblique touchant icelui.  
Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoy le 4 terme 21065 est pour secante de l'angle requis A. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la secante de l'angle A aux autres trois exemples. Mais plus que le mesme 21065 sert de secante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander maintenant lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit pour ceste raison: L'hypothénuse AC estant plus petite, il faut que les autres deux costez soient chacun plus petit ou plus grand; par la 3 proposition. Mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit aussi plus petit, & pource son angle opposé aussi aigu, par la 2 proposition.

Touchant ce qu'au 2 exemple l'angle A a esté mis obtus, la raison est telle: L'hypothénuse AC estant plus grande, il faut que l'un des deux autres soit plus petit, l'autre plus grand, par la 3 proposition; mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit plus grand, & pource son angle opposé A obtus, par la 2 proposition. Au 3 exemple il a fallu que l'angle A fust obtus, car l'hypothénuse AC estant plus petite, il faut que les deux autres deux costez soient chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition; mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit aussi plus grand, & pource son angle opposé obtus, par la 2 proposition. Au 4 exemple il a fallu que l'angle A fust aigu, car l'hypothénuse AC estant plus grande, il faut que l'un des deux autres soit plus petit, l'autre plus grand, par la 3 proposition; mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit plus petit, & pource son angle opposé aigu, par la 2 proposition.

## III. DÉMONSTRATION

### Sur l'invention de l'angle C.

Il est notoire par raison reversee de la 23 proposition, que

Comme le sinus de l'hypothénuse,  
Au sinus de l'angle droit;  
Ainsi le sinus du costé de l'angle droit,  
Au sinus de son angle opposé.

Mais comme le sinus de l'hypothénuse, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'angle droit, à la secante de l'arc de complement de l'hypothénuse, par la 21 proposition: parquoy,

Comme le sinus de l'angle droit,  
A la secante de l'arc de complement de l'hypothénuse;  
Ainsi le sinus du costé de l'angle droit,  
Au sinus de son angle opposé.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle C au 1 exemple, parquoy le quatriéme terme 6428 est pour sinus de l'angle requis C: Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention du sinus de l'angle C aux autres trois exemples. Mais puis que 6428 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander maintenant lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit, car puis que AB est plus petit, il faut que son angle opposé soit aussi plus petit ou aigu, par la 2 proposition: Au 2 exemple son costé opposé AB est aussi plus petit, parquoy C est aussi aigu: Mais au 3 & 4 exemple AB estant plus grand, il faut que C y soit obtus par la mesme 2 proposition.

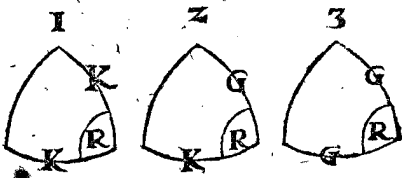
*Conclusion.* Estant doncques cognu l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, avec l'hypothenuſe & un costé de l'angle droit, nous avons trouvé le troisiſme costé, & les autres deux angles, selon le requis.

2. Exemple du 2 triangle de ceste qualité.

PROBLEME II. PROPOSITION XXXIII.

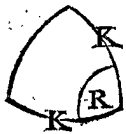
*Estant cognu l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, avec deux costez le comprenant : Trouver l'hypothenuſe, & les autres deux angles.*

Les trois termes cognus peuvent estre de ces trois diverses fortes :



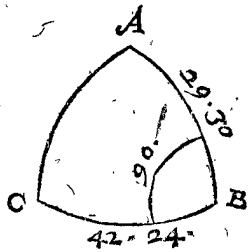
Lesquels recevans trois diverses manieres d'operations, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. Exemple du 1 triangle de ceste qualité.



*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé AB face 29 deg. 30 ①. Mais BC 42 deg. 24 ①.

*Le requis.* Il faut trouver l'hypothenuſe AC, avec les autres deux angles A, C.



CONSTRUCTION.

*Invention de l'hypothenuſe AC.*

|  |         |
|--|---------|
| Le sinus de l'angle droit  | 10000.  |
| Donne la secante d'un des deux costez de l'angle droit, soit de BC | 13542.  |
| Combien la secante de l'autre costé de l'angle droit AB            | 11489?  |
| Vient la secante   | 15558.  |
| L'arc d'icelui pour la requise AC                                  | 50 deg. |

*Invention de l'angle A.*

|   |             |
|---|-------------|
| Le sinus de l'angle droit   | 10000.      |
| Donne la secante de l'arc de complement du costé de l'angle droit cognu touchant l'angle droit A, qui est de AB | 20308.      |
| Combien la tangente de l'autre costé BC   | 9131?       |
| Vient la tangente   | 18543.      |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A  | 61 deg. 40. |

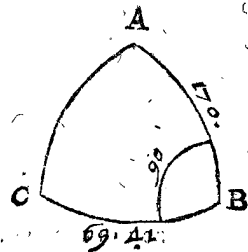
*Invention de l'angle C.*

|   |         |
|---|---------|
| Le sinus de l'angle droit   | 10000.  |
| Donne la secante de l'arc de complement du costé cognu qui touche l'angle requis C, qui est de BC | 14830.  |
| Combien la tangente de l'autre costé AB   | 5658?   |
| Vient la tangente   | 8391.   |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis C  | 40 deg. |



*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé AB face 170 deg. mais BC 69 deg. 41 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiſme costé AC, & les autres deux angles A, C.



CONSTRUCTION.

*Invention de l'hypothenuſe AC.*

|  |          |
|--|----------|
| Le sinus de l'angle droit  | 10000.   |
| Donne la secante d'un des deux costez de l'angle droit, soit de BC | 28801.   |
| Combien la tangente de l'autre costé de l'angle droit AB           | 10154?   |
| Vient la secante   | 29245.   |
| L'arc d'icelui   | 70 deg.  |
| Soustrait de   | 180 deg. |
| Reste pour la requise AC   | 110 deg. |

*Invention de l'angle A.*

|   |             |
|---|-------------|
| Le sinus de l'angle droit   | 10000.      |
| Donne la secante de l'arc de complement du costé cognu touchant l'angle requis A, qui est de AB | 57588.      |
| Combien la tangente de l'autre costé BC   | 27009?      |
| Vient la tangente   | 155539.     |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis  | 86 deg. 19. |

*Invention de l'angle C.*

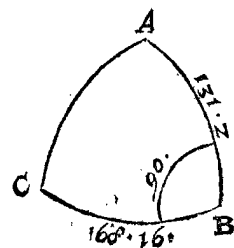
|   |              |
|---|--------------|
| Le sinus de l'angle droit   | 10000.       |
| Donne la secante de l'arc de complement du costé cognu touchant l'angle requis C, qui est de BC | 10663.       |
| Combien la tangente de l'autre costé AB   | 1763?        |
| Vient la tangente   | 1880.        |
| L'arc d'icelui  | 10 deg. 39.  |
| Soustrait de  | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis C   | 169 deg. 21. |

3. Exemple du 3 triangle de ceste qualité.



*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé AB face 131 deg. 2 ①, mais BC 168 deg. 16 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiſme costé, & les autres deux angles A, C.



CONSTRUCTION.

*Invention de l'hypothénuse A C.*

|  |         |
|--|---------|
| Le sinus de l'angle droit  | 10000.  |
| Donne la secante d'un des deux costez de l'angle droit, je prens de BC | 10213.  |
| Combien la secante de l'autre costé de l'angle droit AB                | 15232?  |
| Vient secante  | 15556.  |
| L'arc d'icelui pour la requise AC                                      | 50 deg. |

*Invention de l'angle A.*

|   |              |
|---|--------------|
| Le sinus de l'angle droit   | 10000.       |
| Donne la secante de l'arc de complement du costé cognu touchant l'angle requis A, qui est de AB | 13254.       |
| Combien la tangente de l'autre costé BC   | 2077?        |
| Vient tangente  | 2753.        |
| L'arc d'icelui  | 15 deg. 23.  |
| Soustrait de  | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis A   | 164 deg. 37. |

*Invention de l'angle C.*

|   |             |
|---|-------------|
| Le sinus de l'angle droit   | 10000.      |
| Donne la secante de l'arc de complement du costé cognu qui touche l'angle requis C, qui est de BC | 49175.      |
| Combien la tangente de l'autre costé AB   | 11490?      |
| Vient tangente  | 56502.      |
| L'arc d'icelui  | 79 deg. 58. |
| Soustrait de  | 180 deg.    |
| Reste pour l'angle requis C   | 100 deg. 2. |

I. DEMONSTRATION

*Sur l'invention de l'hypothénuse A C.*

Il est notoire par la 25 proposition, que  
 Comme le sinus de l'angle droit,  
 Au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit;  
 Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit,  
 Au sinus de l'hypothénuse.

Mais la secante du costé de l'angle droit du deuxiesme terme, est en telle raison au sinus de l'angle droit, comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement du mesme costé de l'angle droit du deuxiesme terme, par la consequence de la 21 proposition: parquoy,

Comme la secante d'un costé de l'angle droit,  
 Au sinus de l'angle droit;  
 Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit,  
 Au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse.

Mais les deux derniers termes estant sinus d'arcs de complement, sont alternativement proportionnels avec les secantes de leur posé, par la consequence de la 22 proposition, qui est, comme le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse, ainsi la secante de l'hypothénuse, à la secante de l'autre costé de l'angle droit: parquoy,

Comme la secante d'un costé de l'angle droit,  
 Au sinus de l'angle droit;  
 Ainsi la secante de l'hypothénuse;  
 A la secante de l'autre costé de l'angle droit.

Et par raison reverse,

Comme le sinus de l'angle droit,  
 A la secante d'un costé de l'angle droit;  
 Ainsi la secante de l'autre costé de l'angle droit,  
 A la secante de l'hypothénuse.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothénuse AC au 1 exemple, parquoy 15558 est pour la secante de l'hypothénuse requise AC: Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la secante de l'hypothénuse AC aux deux autres exemples. Mais puis que ce 15558, sert de secante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander maintenant lequel sera-ce des deux? Je dis la plus petite, car puis que AB, BC, sont chacun plus petit, il faut que l'hypothénuse AC soit aussi plus petite par la 3 proposition. Quant à ce qu'au 2 exemple AC est mis plus grand, la raison est manifeste par la mesme 3 proposition; car l'un des deux costez de l'angle droit, comme BC, est plus petit, & AB plus grand: Et iceux deux costez au 3 exemple estant chacun plus grand, il a fallu par la mesme 3 proposition que l'hypothénuse AC y fust plus petite.

II. DEMONSTRATION

*Sur l'invention de l'angle A & C.*

Il est notoire par la 27 proposition, que  
 Comme le sinus de l'angle droit,  
 Au sinus d'un costé de l'angle droit;  
 Ainsi la tangente de l'angle oblique touchant icelui costé de l'angle droit,

A la tangente de l'autre costé de l'angle droit.

Mais la secante de l'arc de complement du costé de l'angle droit du deuxiesme terme, est en telle raison au sinus de l'angle droit, comme le sinus de l'angle droit, au sinus du costé de l'angle droit d'icelui deuxiesme terme, par la 21 proposition: parquoy,

Comme la secante de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit,  
 Au sinus de l'angle droit;  
 Ainsi la tangente de l'angle oblique touchant icelui costé de l'angle droit,  
 A la tangente de l'autre costé de l'angle droit.

Et par raison reverse,

Comme le sinus de l'angle droit,  
 A la secante de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit;  
 Ainsi la tangente de l'autre costé de l'angle droit,  
 A la tangente de l'angle oblique.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoy 18543 est pour tangente de l'angle requis A. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la tangente de l'angle A aux autres deux exemples: & aussi de l'angle C en tous les trois exemples. Toutesfois puis que le mesme 18543 sert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand par la 7 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander maintenant lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit, car puis que BC costé opposé de l'angle A est plus petit, il faut que A soit aigu par la 2 proposition. Et pour semblable raison il falloit que C du premier exemple fust aigu. Touchant ce qu'au 2 exemple l'angle A est mis aigu, & C obtus, il falloit que cela fust, pource que le costé opposé de A est plus petit que le quart d'un cercle, mais le costé opposé de C plus grand. Et les costez AB, BC, du troisieme exem-

# DES TRIANGLES SPHERIQUES.

ple étant chacun plus grand, il faut par le mesme exemple de ceste proposition que leurs angles opposites A, C, soient obtus.

*Conclusion.* Estant doncques cognu l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, avec deux costez le comprenant. Nous avons trouvé l'hypothénuse, & les autres deux angles, selon le requis.

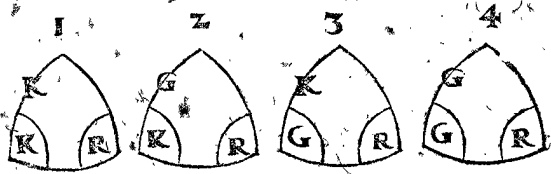
## 2. Exemple du 2 triangle de ceste qualité.



### PROBLEME III. PROPOSITION XXXIV.

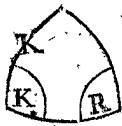
**E**stant cognu d'un triangle spherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & l'hypothénuse: Trouver le troisieme angle & les autres deux costez.

Les trois termes cognus peuvent estre de ces quatre diverses sortes:



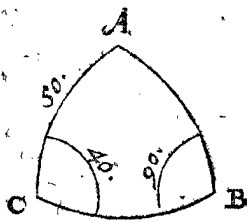
Lesquels recevans quatre diverses sortes d'operations, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

#### 1. Exemple du 1 triangle de ceste qualité.



*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C oblique faisant 40 deg. & l'hypothénuse AC 50 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme angle A, & les autres deux costez AB, BC.



#### CONSTRUCTION.

##### Invention de l'angle A.

|   |             |
|---|-------------|
| Le sinus de l'angle droit                                 | 10000.      |
| Donne la secante de l'hypothénuse AC                      | 15557.      |
| Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C | 11910?      |
| Vient tangente  | 1854.       |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A                      | 61 deg. 40. |

##### Invention du costé AB.

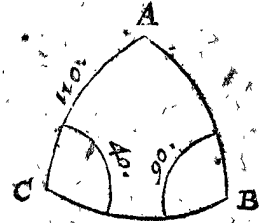
|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'angle droit              | 10000.      |
| Donne le sinus de l'hypothénuse AC     | 7660.       |
| Combien le sinus de l'angle oblique C  | 6428?       |
| Vient le sinus                         | 4924.       |
| L'arc d'icelui pour le costé requis AB | 29 deg. 30. |

##### Invention du costé BC.

|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'angle droit                    | 10000.      |
| Donne le sinus de l'angle de complement de C | 7660.       |
| Combien la tangente de l'hypothénuse AC      | 11918?      |
| Vient la tangente                            | 9129.       |
| L'arc d'icelui pour le costé requis BC       | 42 deg. 24. |

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C oblique faisant 40 deg. l'hypothénuse AC 110 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme angle A, & les autres deux costez AB, BC.



#### CONSTRUCTION.

##### Invention de l'angle A.

|   |             |
|---|-------------|
| Le sinus de l'angle droit                                 | 10000.      |
| Donne la secante de l'hypothénuse AC                      | 29238.      |
| Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C | 11918?      |
| Vient tangente  | 34846.      |
| L'arc d'icelui  | 73 deg. 59. |
| Soustrait de  | 180 deg.    |
| Reste pour l'angle requis A                               | 106 deg. 1. |

##### Invention du costé AB.

|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'angle droit              | 10000.      |
| Donne le sinus de l'hypothénuse AC     | 9397.       |
| Combien le sinus de l'angle oblique C  | 6428?       |
| Vient sinus                            | 6040.       |
| L'arc d'icelui pour le costé requis AB | 37 deg. 10. |

##### Invention du costé BC.

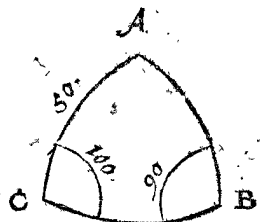
|  |              |
|--|--------------|
| Le sinus de l'angle droit                    | 10000.       |
| Donne le sinus de l'angle de complement de C | 7660.        |
| Combien la tangente de l'hypothénuse AC      | 27475?       |
| Vient tangente                               | 21946.       |
| L'arc d'icelui                               | 64 deg. 35.  |
| Soustrait de                                 | 180 deg.     |
| Reste pour le costé requis BC                | 115 deg. 25. |

## 3. Exemple du 3 triangle de ceste qualité.



*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C oblique faisant 100 deg. & l'hypothénuse AC 50 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme angle A, & les autres deux costez AB, BC.



#### CONSTRUCTION.

##### Invention de l'angle A.

|   |        |
|---|--------|
| Le sinus de l'angle droit                                 | 10000. |
| Donne la secante de l'hypothénuse AC                      | 15557. |
| Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C | 1763?  |
| Vient   | 1763?  |

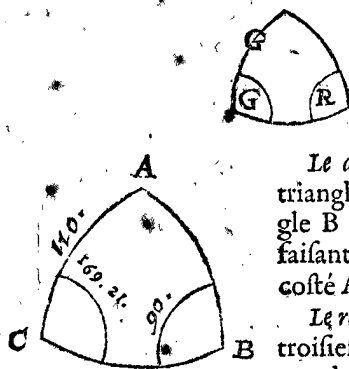
|                             |              |
|-----------------------------|--------------|
| Vient tangente              | 2743.        |
| L'arc d'icelui              | 15 deg. 20.  |
| Soustrait de                | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis A | 164 deg. 40. |

*Invention du costé AB.*

|                                       |             |
|---------------------------------------|-------------|
| Le sinus de l'angle droit             | 10000.      |
| Donne le sinus de l'hypothénuse AC    | 7660.       |
| Combien le sinus de l'angle oblique C | 9848?       |
| Vient sinus                           | 7544.       |
| L'arc d'icelui                        | 48 deg. 58. |
| Soustrait de                          | 180 deg.    |
| Reste pour le costé requis AB         | 131 deg. 2. |

*Invention du costé BC.*

|  |              |
|--|--------------|
| Le sinus de l'angle droit                    | 10000.       |
| Donne le sinus de l'angle de complement de C | 1737.        |
| Combien la tangente de l'hypothénuse AC      | 11918?       |
| Vient tangente                               | 2070.        |
| L'arc d'icelui                               | 11 deg. 42.  |
| Soustrait de                                 | 180 deg.     |
| Reste pour le costé requis BC                | 168 deg. 18. |

*4. Exemple du 4 triangle de ceste qualité.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle sphérique, dont l'angle B est droit, C oblique faisant 169 deg. 21', & le costé AC 110 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiéme angle A, & les autres deux costez AB, BC.

## CONSTRUCTION.

*Invention de l'angle A.*

|   |             |
|---|-------------|
| Le sinus de l'angle droit                                 | 10000.      |
| Donne la secante de l'hypothénuse AC                      | 29238.      |
| Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C | 53178?      |
| Vient tangente  | 155482.     |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A                      | 86 deg. 19. |

*Invention du costé AB.*

|                                       |          |
|---------------------------------------|----------|
| Le sinus de l'angle droit             | 10000.   |
| Donne le sinus de l'hypothénuse AC    | 9397.    |
| Combien le sinus de l'angle oblique C | 1848?    |
| Vient le sinus                        | 1737.    |
| L'arc d'icelui                        | 10 deg.  |
| Soustrait de                          | 180 deg. |
| Reste pour le costé requis AB         | 170 deg. |

*Invention du costé BC.*

|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'angle droit                    | 10000.      |
| Donne le sinus de l'angle de complement de C | 9828.       |
| Combien la tangente de l'hypothénuse AC      | 27475?      |
| Vient tangente                               | 27002.      |
| L'arc d'icelui pour le costé requis BC       | 69 deg. 41. |

## I. DEMONSTRATION

*Sur l'invention de l'angle A.*

Il est notoire par la 29 proposition, que Comme le sinus de l'angle droit, Au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse;

Ainsi la tangente d'un angle oblique, A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Mais la secante de l'hypothénuse, est en telle raison au sinus de l'angle droit, comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse, par la conséquence de la 21 proposition: parquoy,

Comme la secante de l'hypothénuse, Au sinus de l'angle droit;

Ainsi la tangente d'un angle oblique, A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Et par raison reverse,

Comme le sinus de l'angle droit,

A la secante de l'hypothénuse;

Ainsi la tangente de l'angle de complement d'un angle oblique,

A la tangente de l'autre angle oblique.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoy 18541 est pour la tangente de l'angle requis A. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la tangente de l'angle A des autres trois exemples. Mais puis que 18541 sert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand par la 7 definition de la fabrique des sinus, maintenant on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis la plus petite, pour ceste cause: Veü que l'angle C est aigu; il faut que son costé opposite AB soit plus petit, par la 2 proposition: Apres, veü que l'hypothénuse AC est aussi plus petite, il faut que les autres deux AB, BC, soient aussi chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition; mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit aussi plus petit, & conséquemment son angle opposite A aigu, par la 2 proposition. Quant à ce quart d'exemple A est mis obtus, la raison en est telle: Veü que l'angle C est aigu, il faut que AB soit plus petit, par la 2 proposition: Apres, veü que l'hypothénuse AC est plus grande, il faut que l'un des autres deux costez soit plus petit, l'autre plus grand, mais AB est plus petit, BC doncques est plus grand, & conséquemment son angle opposite A obtus, par la 2 proposition. Au 3 exemple l'angle A estoit obtus pour ceste cause: Veü que C est obtus, il faut que son costé opposite AB soit plus grand que le quart d'un cercle: Apres, puis que AC est plus petit, il faut que les autres deux costez soient chacun plus petit, ou chacun plus grand, par la 3 proposition: Mais AB est plus grand, BC doncques est aussi plus grand, & conséquemment son angle opposite A est obtus, par la 2 proposition. Au 4 exemple l'angle A est aigu pour ceste cause: Veü que l'angle C est obtus, il faut que son costé opposite AB soit plus grand que le quart d'un cercle par la 2 proposition: Apres, puis que AC est plus grand, il faut que l'un des autres deux costez soit plus petit, l'autre plus grand par la conséquence de la 3 proposition, mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit plus petit, & conséquemment son angle opposite A aigu.



II. DEMONSTRATION

Sur l'invention du costé de l'angle droit AB.

Il est notoire par la 23 proposition, que  
 Comme le sinus de l'angle droit,  
 Au sinus de l'hypothénuse,  
 Ainsi le sinus de l'angle oblique,  
 Au sinus de son costé opposite.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention du costé AB au 1 exemple, parquoy 4924 est pour sinus de AB requis : Et semblable sera la demonstration de l'invention du sinus du costé de l'angle droit AB des autres trois exemples. Mais puis que ce 4924 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand par la 2 definition de la fabrique des sinus, maintenant on pourroit demander lequel sera-ce des deux ? Je dis le plus petit, car son angle opposite C estant aigu, il faut qu'il soit plus petit, par la 2 proposition. Quant à ce que AB au 2 exemple est mis plus petit, mais au 3 & 4 plus grand, c'est pource que l'angle d'icelui est aigu, & que les angles opposites de ceux-ci sont obtus.

III. DEMONSTRATION

Sur l'invention du costé de l'angle droit BC.

Il est notoire par la 28 proposition, que  
 Comme le sinus de l'angle droit,  
 A la tangente de l'hypothénuse,  
 Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique,  
 A la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention du costé de l'angle droit BC au 1 exemple, parquoy 9129 est pour tangente de BC. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la tangente du costé BC des autres trois exemples. Mais puis que ce 9129 sert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 7 definition de la fabrique des sinus; maintenant on pourroit demander lequel sera-ce des deux ? Je dis le plus petit, pour ceste raison : Veü que l'hypothénuse AC est plus petite que le quart d'un cercle, il faut que les deux angles A, C, soient tous deux aigus ou obrus, par la consequence de la 5 proposition; mais C est aigu, il faut donc que A soit aussi aigu, & consequemment son costé opposite plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition. Quant à ce qu'au 2 exemple BC a esté mis plus petit, la raison est telle: Veü que l'hypothénuse AC est plus grande que le quart d'un cercle, il faut que l'un des deux angles A, C, soit aigu, l'autre obtus, par la consequence de la 5 proposition: mais C est aigu, il faut donc que A soit obrus, & pource son costé opposite BC plus grand que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition. Au 3 exemple il a fallu que le costé BC fust plus grand, car l'hypothénuse AC estant plus petite, il faut que les deux angles A, C, soient tous deux aigus ou tous deux obrus, par la consequence de la 5 proposition: mais C est obtus, il faut donc que A soit aussi obrus, & pource son costé opposite est plus grand que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition. Au 4 exemple il a fallu que le costé BC fust plus petit, car l'hypothénuse AC estant plus grande, il faut que l'un des deux angles A, C, soit aigu, l'autre obtus, par la consequence du 5 exemple: Mais C est obtus, il faut donc

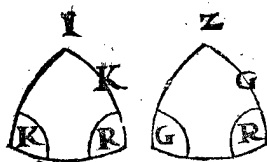
que A soit aigu, & pource son costé opposite BC est plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition,

*Conclusion.* Estant doncques cognu d'un triangle spherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & l'hypothénuse: Nous avons trouvé le troisieme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

PROBLEME IV. PROPOSITION XXXV.

**E**stant cognu d'un triangle spherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & son costé opposite: Trouver le troisieme angle, & les autres deux costez.

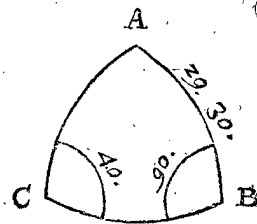
Les trois termes cognus peuvent estre en ces deux diverses sortes:



Desquels, ne recevans tous deux qu'une mesme operation, nous ne mettrons qu'un exemple.

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C oblique faisant 40 deg. & le costé AC 29 deg. 30.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme angle A, avec les autres deux costez AC, BC.



CONSTRUCTION.

*Invention de l'angle A.*

|  |              |
|--|--------------|
| Le sinus de l'angle droit                                      | 10000.       |
| Donne la secante de AB   | 11489.       |
| Combien le sinus de l'angle de complement de C                 | 7660.        |
| Vient sinus  | 8801.        |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A de la premiere conclusion | 61 deg. 40.  |
| Iceux soustraits de  | 180 deg.     |
| Reste pour la deuxiesme conclusion                             | 118 deg. 20. |

*Invention de l'hypothénuse AC.*

|   |          |
|---|----------|
| Le sinus de l'angle droit                               | 10000.   |
| Donne la secante de l'angle de complement de C          | 15557.   |
| Combien le sinus de AB                                  | 4924.    |
| Vient sinus   | 7660.    |
| L'arc d'icelui pour AC requis de la premiere conclusion | 50 deg.  |
| Iceux soustraits de                                     | 180 deg. |
| Reste pour la deuxiesme conclusion                      | 130 deg. |

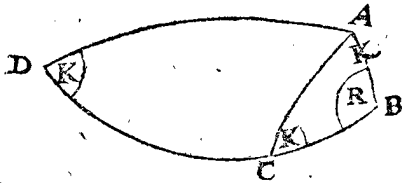
*Invention du costé de l'angle droit BC.*

|   |              |
|---|--------------|
| Le sinus de l'angle droit                               | 10000.       |
| Donne la secante de l'angle de complement de C          | 11918.       |
| Combien la tangente de AB                               | 5658.        |
| Vient le sinus  | 6743.        |
| L'arc d'icelui pour BC requis de la premiere conclusion | 42 deg. 24.  |
| Iceux soustraits de                                     | 180 deg.     |
| Reste pour la deuxiesme conclusion                      | 137 deg. 36. |

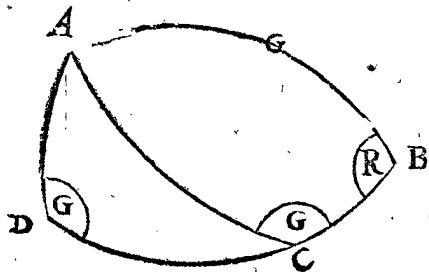
NOTE

NOTE SVR LA DOUBLE  
CONCLUSION.

Nous avons dit ci dessus que chacun terme requis a une double conclusion, l'un estant plus petit que 90 deg. l'autre plus grand, toutesfois il ne faut pas entendre qu'un mesme costé ou angle d'un triangle, puisse estre plus petit & plus grand, mais bien plus petit, ou plus grand: Et pour le declarer encores plus manifestement, il faut sçavoir que deux divers triangles avec termes egaux cognus; peuvent avoir des termes inegaux incognus. Soit par exemple ABC un triangle spherique, & ABD un autre, tellement que l'angle D estant



aigu, est egal à l'angle ACB; ce qui estant ainsi, les trois termes cognus d'un triangle, sont egaux à semblables trois termes cognus de l'autre, mais leurs termes incognus sont inegaux: Par lequel on peut entendre, que les premieres conclusions sont pour le triangle ABC, & les deuxiesmes pour le triangle ABD. Or afin de mettre aussi un exemple avec l'angle C obtus; Soit



derechef ABC un triangle spherique, & ABD un autre, tellement que l'angle D estant obtus, est egal à l'angle ACB: Ce qui estant ainsi, les trois termes cognus d'un triangle, sont egaux à semblables trois termes cognus de l'autre, mais leurs termes incognus sont inegaux: Par lequel est à entendre, que la plus petite conclusion de A, & son costé opposite, avec la plus grande de l'hypothénuse, sont pour le triangle ABC: Mais la plus grande conclusion de A, & son costé opposite avec le plus petit de l'hypothénuse, sont pour le triangle ABD.

Ce que nous avons dit ici de ceste double conclusion, s'entendra aussi es autres lieux cy apres quand on parlera de double conclusion.

## I. DEMONSTRATION

*Sur l'invention de l'angle A.*

Il est notoire par raison alterne reverse de la 26 proposition, que

Comme le sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit,

Au sinus de l'angle droit;

Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique à l'opposite du susdit costé de l'angle droit,

Au sinus de l'autre angle oblique.

Mais comme le sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'angle droit, à la secante du costé de l'angle droit, par la consequence de la 2 proposition: parquoy,

Comme le sinus de l'angle droit,  
A la secante du costé de l'angle droit;

Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique à l'opposite du susdit costé de l'angle droit,

Au sinus de l'autre angle oblique.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A, parquoy 8801 est pour sinus de l'angle requis A. Toutesfois puis que le mesme 8801 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 2 definition de la fabrique des sinus, maintenant on pourroit demander lequel sera-ce? Je dis tous deux (à sçavoir en divers triangles, chacun avec les termes donnez cognus, comme il est declaré plus amplement en la precedente note) pour ces raisons: Veu que l'angle A, avec les deux costez BC, AC, sont incognus, s'ensuit que A estant mis aigu, son costé opposite BC vient plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition, lequel BC, avec l'autre costé de l'angle droit AB cognu donné, estant chacun plus petit, il faut donc que l'hypothénuse AC soit aussi plus petite, par la 3 proposition. Mais A estant mis obtus, son costé opposite BC vient plus grand par la consequence de la 2 proposition, & alors l'hypothénuse AC plus grande, par la 3 proposition.

## II. DEMONSTRATION

*Sur l'invention de l'hypothénuse AC.*

Il est notoire par alterne raison de la 23 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,

Au sinus de l'angle oblique;

Ainsi le sinus de l'hypothénuse,

Au sinus du costé opposite de l'angle oblique.

Mais la secante de l'angle de complement de l'angle oblique, est en telle raison au sinus de l'angle droit, comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'angle oblique, par la 21 proposition: parquoy,

Comme la secante de l'angle de complement de l'angle oblique,

Au sinus de l'angle droit;

Ainsi le sinus de l'hypothénuse,

Au sinus du costé opposite de l'angle oblique.

Et par raison reverse,

Comme le sinus de l'angle droit,

A la secante de l'angle de complement de l'angle oblique;

Ainsi le sinus du costé opposite de l'angle oblique,

Au sinus de l'hypothénuse.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothénuse AC, parquoy 7660 est pour sinus de l'hypothénuse requise AC; Mais puis que le mesme 7660 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 2 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis tous deux (à sçavoir en divers triangles chacun avec les termes donnez cognus, comme il est declaré plus amplement en la precedente Note) pour ces raisons: Veu que l'angle A, avec les deux costez BC, AC, sont incognus, s'ensuit que l'hypothénuse AC estant mise plus petite, il faut par la consequence de la 3 proposition, que BC soit aussi plus petit, pource qu'alors AB & BC sont chacun plus petit: Mais l'hypothénuse AC estant mise plus grande, il faut que BC soit aussi plus grand, par la mesme

# DES TRIANGLES SPHERIQUES.

mesme consequence de la 3 proposition, pource que l'un, comme A B, est plus petit.

### III. DEMONSTRATION

*Sur l'invention du costé de l'angle droit BC.*

Il est notoire par alterne raison de la 27 proposition, que

- Comme la tangente de l'angle oblique,
- Au sinus de l'angle droit,
- Ainsi la tangente du costé opposite d'icelui angle oblique;
- Au sinus de l'autre costé de l'angle droit.

Mais comme la tangente de l'angle oblique, au sinus de l'angle droit; ainsi le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'arc de complement de l'angle oblique, par la 19 proposition: parquoi,

- Comme le sinus de l'angle droit,
- A la tangente de l'angle de complement de l'angle oblique;
- Ainsi la tangente du costé opposite d'icelui angle oblique,
- Au sinus de l'autre costé de l'angle droit.

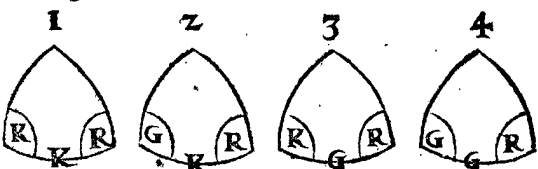
Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention du costé de l'angle droit BC, parquoi 6743 est pour sinus de BC requis. Mais puis que le mesme 6743 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 2 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce? Je dis tous deux (à sçavoir en divers triangles chacun avec les termes connus donnez, comme il est déclaré plus amplement en la precedente Note) pour ces raisons: Veu que l'angle A, avec les deux costez BC, AC, sont incognus, s'enfuit que BC estant mis plus petit, il faut que son angle opposite A soit aigu, par la 2 proposition, & alors l'hypothénuse AC aussi plus petite, par la 3 proposition, pource que AB, BC, sont chacun plus petit: Mais BC estant mis plus grand que le quart d'un cercle, son angle opposite A vient obtus, par la 2 proposition, & alors AC plus grand, par la 3 proposition, pource que l'un costé de l'angle droit AB est plus petit, l'autre comme BC plus grand.

*Conclusion.* Estant doncques cognu d'un triangle spherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & son costé opposite: Nous avons trouvé le troisieme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

### PROBLEME V. PROPOSITION XXXVI.

**E**stant cognu d'un triangle spherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & un costé entre deux: Trouver le troisieme angle, & les autres deux costez.

Les trois termes connus peuvent estre en ces quatre diverses façons:



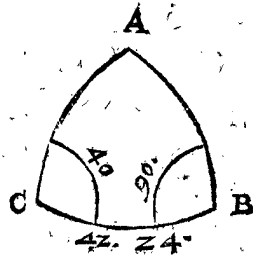
Lesquels recevant quatre diverses sortes d'operations, nous mettrons de chacune un exemple particulier.

### 1. Exemple du 1 triangle de ceste qualité.



*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C de 40 degr. & BC le costé entre deux face 42 deg. 24'.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme angle A, avec les autres deux costez AB, AC.



#### CONSTRUCTION.

##### *Invention de l'angle A.*

|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'angle droit                      | 10000.      |
| Donne la secante de l'angle de complement de C | 15557.      |
| Combien la secante de BC                       | 13542?      |
| Vient la secante                               | 21067.      |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A           | 61 deg. 40. |

##### *Invention du costé de l'angle droit AB.*

|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'angle droit              | 10000.      |
| Donne le sinus de BC                   | 6743.       |
| Combien la tangente de C               | 8391?       |
| Vient la tangente                      | 5658.       |
| L'arc d'icelui pour le costé requis AB | 29 deg. 30. |

##### *Invention de l'hypothénuse AC.*

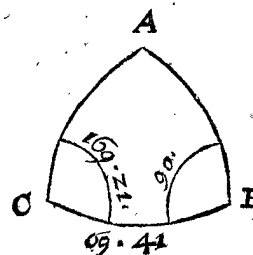
|   |         |
|---|---------|
| Le sinus de l'angle droit                       | 10000.  |
| Donne la secante de C                           | 13054.  |
| Combien la tangente de BC                       | 9131?   |
| Vient la tangente                               | 11920.  |
| L'arc d'icelui pour l'hypothénuse requise de AC | 50 deg. |

### 2. Exemple du 2 triangle de ceste qualité.



*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C de 169 degr. 21' (1), & BC costé entre deux face 69 deg. 41'.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme angle A, avec les autres deux costez AB, AC.



#### CONSTRUCTION.

##### *Invention de l'angle A.*

|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'angle droit                      | 10000.      |
| Donne la secante de l'angle de complement de C | 54110.      |
| Combien la secante de BC                       | 28801?      |
| Vient la secante                               | 155842.     |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A           | 86 deg. 19. |

f

Inven-

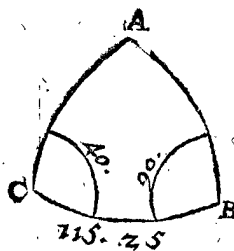
*Invention du costé de l'angle droit AB.*

|                               |          |
|-------------------------------|----------|
| Le sinus de l'angle droit     | 10000.   |
| Donne le sinus de BC          | 9378.    |
| Combien la tangente de C      | 1881?    |
| Vient la tangente             | 1764.    |
| L'arc d'icelui                | 10 deg.  |
| Soustrait de                  | 180 deg. |
| Reste pour le costé requis AB | 170 deg. |

*Invention de l'hypothénuse AC.*

|                                     |          |
|-------------------------------------|----------|
| Le sinus de l'angle droit           | 10000.   |
| Donne la sécante de C               | 10175.   |
| Combien la tangente de BC           | 27009?   |
| Vient la tangente                   | 27482.   |
| L'arc d'icelui                      | 70 deg.  |
| Soustrait de                        | 180 deg. |
| Reste pour l'hypothénuse requise AC | 110 deg. |

*3. Exemple du 3 triangle de ceste qualité.*



*Le donné.* Soit ABC un triangle sphérique, dont l'angle B est droit, & C de 40 deg. & BC le costé entre deux face 115 deg. 25 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiéme angle A, avec les autres deux costez AB, AC.

CONSTRUCTION.

*Invention de l'angle A.*

|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'angle droit                      | 10000.      |
| Donne la sécante de l'angle de complement de C | 15557.      |
| Combien la sécante de BC                       | 23299?      |
| Vient la sécante                               | 36246.      |
| L'arc d'icelui                                 | 73 deg. 59. |
| Soustrait de                                   | 180 deg.    |
| Reste pour l'angle requis A                    | 106 deg.    |

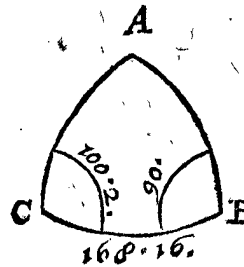
*Invention du costé de l'angle droit AB.*

|                               |            |
|-------------------------------|------------|
| Le sinus de l'angle droit     | 10000.     |
| Donne le sinus de BC          | 9032.      |
| Combien la tangente de C      | 8391?      |
| Vient la tangente             | 7579.      |
| L'arc d'icelui pour AB requis | 37 deg. 9. |

*Invention de l'hypathénuse AC.*

|                                     |          |
|-------------------------------------|----------|
| Le sinus de l'angle droit           | 10000.   |
| Donne la sécante de C               | 13054.   |
| Combien la tangente de BC           | 21044?   |
| Vient la tangente                   | 27471.   |
| L'arc d'icelui                      | 70 deg.  |
| Soustrait de                        | 180 deg. |
| Reste pour l'hypothénuse requise AC | 110 deg. |

*4. Exemple du 4 triangle de ceste qualité.*



*Le donné.* Soit ABC un triangle sphérique, dont l'angle B est droit, C de 100 deg. 2 ①, & BC le costé entre deux face 168 deg. 16 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiéme angle A, avec les autres deux costez AB, AC.

CONSTRUCTION.

*Invention de l'angle A.*

|  |              |
|--|--------------|
| Le sinus de l'angle droit                      | 10000.       |
| Donne la sécante de l'angle de complement de C | 10155.       |
| Combien la tangente de BC                      | 10214?       |
| Vient sécante                                  | 10372.       |
| L'arc d'icelui                                 | 15 deg. 24.  |
| Soustrait de                                   | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis A                    | 164 deg. 36. |

*Invention du costé de l'angle droit AB.*

|                               |             |
|-------------------------------|-------------|
| Le sinus de l'angle droit     | 10000.      |
| Donne le sinus de BC          | 2034.       |
| Combien la tangente de C      | 5652?       |
| Vient tangente                | 11496.      |
| L'arc d'icelui                | 48 deg. 59. |
| Soustrait de                  | 180 deg.    |
| Reste pour le costé requis AB | 131 deg. 1. |

*Invention de l'hypothénuse AC.*

|  |            |
|--|------------|
| Le sinus de l'angle droit                    | 10000.     |
| Donne la sécante de C                        | 5739?      |
| Combien la tangente de BC                    | 2077?      |
| Vient la tangente                            | 11922.     |
| L'arc d'icelui pour l'hypothénuse requise AC | 50 deg. 1. |

I. DEMONSTRATION

*Sur l'invention de l'angle A.*

Il est notoire par la 26 proposition, que Comme le sinus de l'un angle oblique, Au sinus de l'angle droit; Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique, Au sinus de l'arc de complement de son costé opposite.

Mais comme le sinus de l'un arc de complement, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'angle droit, à la sécante de l'angle de complement de l'angle oblique, par la 21 proposition: parquoi, Comme le sinus de l'angle droit, A la sécante de l'angle de complement de l'un angle oblique; Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique,

Au sinus de l'arc de complement de son costé opposité.

Après, le troisieme & quatrieme terme sont arcs de complement, dont les sinus sont alternement proportionnels avec les secantes de leur posé, par la consequence de la 22 proposition: qui est, Comme le sinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique, au sinus de l'arc de complement de son costé opposité; ainsi la secante du costé opposité de l'autre angle oblique, à la secante de l'autre angle oblique: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,

A la secante de l'angle de complement de l'un angle oblique;

Ainsi la secante du costé opposité de l'autre angle oblique,

A la secante de l'autre angle oblique.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoi 21067 est pour secante de l'angle requis A. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la secante de l'angle A aux autres trois exemples. Mais puis que le mesme 21067 sert de secante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis la plus petite, car BC estant plus petit, il faut que son angle opposité A soit aigu par la 2 proposition: Semblablement que BC au 2 exemple est aussi plus petit, il faut que son angle opposité A soit aussi aigu: Mais au 3 & 4 exemple BC estant plus grand, il faut que son angle opposité A soit obtus.

II. DEMONSTRATION.

Sur l'invention du costé de l'angle droit AB.

Il est notoire par la 27 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,

Au sinus de l'un costé de l'angle droit;

Ainsi la tangente de l'angle oblique touchant le costé de l'angle droit,

A la tangente de l'autre costé de l'angle droit.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention du costé AB au 1 exemple, parquoi 5658 est pour tangente du requis AB: Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la tangente du costé AB aux autres trois exemples. Mais puis que le mesme 5658 sert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 7 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit, car puis que son angle opposité C est aigu, il faut qu'il soit plus petit, par la consequence de la 2 proposition. Quant à AB au 2 exemple il falloit qu'il fust plus grand, pource que son angle opposité C est obtus. Et AB au 3 exemple plus petit, pource que son angle opposité C est aigu. Et AB au 4 exemple plus grand, pource que son angle opposité C est obtus.

III. DEMONSTRATION.

Sur l'invention de l'hypothénuse AC.

Il est notoire par alterne raison de la 28 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,

Au sinus de l'angle de complement de l'angle oblique;

Ainsi la tangente de l'hypothénuse,

A la tangente du costé de l'angle droit touchant le susdit angle oblique.

Mais comme le deuxieme terme, à sçavoit le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'angle droit, à la secante de l'angle oblique, par la consequence de la 21 proposition; & par raison reverse, comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'angle de complement de l'angle oblique, ainsi la secante de l'angle oblique, au sinus de l'angle droit, parquoi

Comme la secante de l'angle oblique,

Au sinus de l'angle droit;

Ainsi la tangente de l'hypothénuse,

A la tangente du costé de l'angle droit touchant le susdit angle oblique.

Et par raison reverse,

Comme le sinus de l'angle droit,

A la secante de l'angle oblique;

Ainsi la tangente du costé de l'angle droit,

A la tangente de l'hypothénuse.

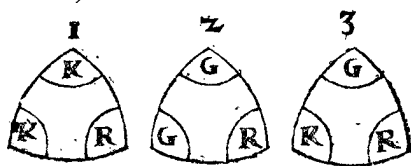
Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothénuse AC au 1 exemple, parquoi 11920 est pour tangente de l'hypothénuse requise AC. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la tangente de l'hypothénuse AC aux autres trois exemples. Mais puis que le mesme 11920 sert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 7 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis la plus petite pour ces raisons: Veux que l'angle C est aigu, il faut que AB soit plus petit, par la consequence de la 2 proposition, joignant lequel BC estant aussi plus petit, il faut que l'hypothénuse AC soit aussi plus petite, par la 3 proposition. Quant à ce qu'au 2 exemple AC est plus grand, la raison en est telle: Veux que l'angle C est obtus, il faut que AB soit plus grand par la consequence de la 2 proposition, joignant lequel BC estant plus petit, il faut que l'hypothénuse AC soit plus grande, par la 3 proposition. Au 3 exemple l'hypothénuse AC estoit plus grande, car l'angle C estant aigu, il faut que son costé opposité AB soit plus petit par la consequence de la 2 proposition, joignant lequel BC estant plus grand, il faut que l'hypothénuse AC soit plus grande, par la 3 proposition. Au 4 exemple l'hypothénuse AC est plus petite, pour ces raisons: Veux que l'angle C est obtus, il faut que son costé opposité AB soit plus grand, par la consequence de la 2 proposition, joignant lequel BC estant aussi plus grand, il faut que l'hypothénuse AC soit plus petite, par la 3 proposition.

Conclusion. Estant doncques cognu d'un triangle spherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & un costé entre deux, nous avons trouvé le troisieme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

PROBLEME VI. PROPOSITION XXXVII.

Estant cognus d'un triangle spherique rectangle les trois angles: Trouver les trois costez.

Les trois termes cognus peuvent estre de ses trois diverses façons:

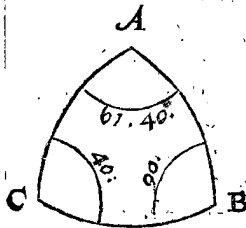
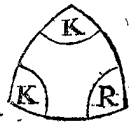


f 2

Les

Lesquels recevans trois diverses sortes d'operation, nous mettrons de chacune un exemple particulier.

I. Exemple du 1 triangle de ceste qualite.



Le donne. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, A de 67 deg. 40 ①, & C 40 deg.

Le requis. Il faut trouver les trois costez.

CONSTRUCTION.

Invention du costé de l'angle droit AB.

|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'angle droit  | 10000.      |
| Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis AB qui est de l'angle A | 8802.       |
| Combien la secante de l'autre angle oblique C                                | 13054.      |
| Vient la secante   | 11490.      |
| L'arc d'icelui pour le costé requis AB                                       | 29 deg. 30. |

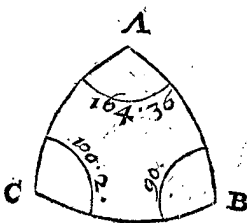
Invention du costé de l'angle droit BC.

|  |             |
|--|-------------|
| Le sinus de l'angle droit  | 10000.      |
| Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis BC qui est de l'angle C | 6428.       |
| Combien la secante de l'autre angle oblique A                                | 21070.      |
| Vient la secante   | 13544.      |
| L'arc d'icelui pour le costé requis BC                                       | 42 deg. 25. |

Invention de l'hypothense AC.

|  |            |
|--|------------|
| Le sinus de l'angle droit                          | 10000.     |
| Donne la tangente de l'un angle oblique, soit de A | 18546.     |
| Combien la tangente de l'autre angle oblique C     | 8391.      |
| Vient la secante                                   | 15562.     |
| L'arc d'icelui pour l'hypothense requise AC        | 50 deg. 1. |

2. Exemple du 2 triangle de ceste qualite.



Le donne. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, A de 164 deg. 36 ①, & C de 100 deg. 2 ①.

Le requis. Il faut trouver les trois costez.

CONSTRUCTION.

Invention du costé de l'angle droit AB.

|  |          |
|--|----------|
| Le sinus de l'angle droit  | 10000.   |
| Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis AB, ce qui est de l'angle A | 2656.    |
| Combien la secante de l'autre angle oblique C                                    | 57398.   |
| Vient la secante   | 15245.   |
| L'arc d'icelui   | 49 deg.  |
| Soustrait de   | 180 deg. |
| Reste pour le requis AB  | 131 deg. |

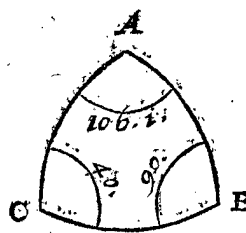
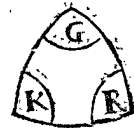
Invention du costé de l'angle droit BC.

|   |              |
|---|--------------|
| Le sinus de l'angle droit   | 10000.       |
| Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis BC, qui est de l'angle C | 9847.        |
| Combien la secante de l'autre angle oblique A                                 | 10372.       |
| Vient la secante  | 10213.       |
| L'arc d'icelui  | 11 deg. 15.  |
| Soustrait de  | 180 deg.     |
| Reste pour le requis BC   | 168 deg. 15. |

Invention de l'hypothense AC.

|  |            |
|--|------------|
| Le sinus de l'angle droit                          | 10000.     |
| Donne la tangente de l'un angle oblique, soit de A | 2755.      |
| Combien la tangente de l'autre angle oblique C     | 36517.     |
| Vient la secante                                   | 15572.     |
| L'arc d'icelui pour l'hypothense donnée AC         | 50 deg. 2. |

3. Exemple du 3 triangle de ceste qualite.



Le donne. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, A de 106 deg. 1 ①, & C 40 deg.

Le requis. Il faut trouver les trois costez.

CONSTRUCTION.

Invention du costé de l'angle droit AB.

|  |            |
|--|------------|
| Le sinus de l'angle droit  | 10000.     |
| Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis AB qui est de l'angle A | 9612.      |
| Combien la secante de l'autre angle oblique C                                | 13054.     |
| Vient la secante   | 12548.     |
| L'arc d'icelui pour le costé requis AB                                       | 37 deg. 9. |

Invention du costé de l'angle droit BC.

|  |        |
|--|--------|
| Le sinus de l'angle droit  | 10000. |
| Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis BC qui est de l'angle C | 6428.  |
| Combien la secante de l'autre angle oblique A                                | 15562. |

|   |              |
|---|--------------|
| Combien la secante de l'autre angle oblique A | 36243?       |
| Vient la secante                              | 23297.       |
| L'arc d'icelui                                | 64 deg. 35   |
| Soustrait de                                  | 180 deg.     |
| Reste pour le requis BC                       | 115 deg. 25. |

*Invention de l'hypothénuse AC.*

|  |          |
|--|----------|
| Le sinus de l'angle droit                          | 10000.   |
| Donne la tangente de l'un angle oblique, soit de A | 34836.   |
| Combien la tangente de l'autre angle oblique C     | 8391?    |
| Vient la secante                                   | 29231.   |
| L'arc d'icelui                                     | 70 deg.  |
| Soustrait de                                       | 180 deg. |
| Reste pour l'hypothénuse requise AC                | 110 deg. |

I. DEMONSTRATION

*Sur l'invention des deux costez de l'angle droit AB, BC.*

Il est notoire par raison reverse de la 26 proposition, que

- Comme le sinus de l'angle droit,
- Au sinus de l'un angle oblique;
- Ainsi le sinus de l'arc de complement du costé opposite de l'autre angle oblique,
- Au sinus de l'angle de complement du mesme autre angle oblique.

Mais les deux derniers termes estant sinus d'arcs de complement, sont alternativement proportionnels, avec les secantes de leurs posez, par la consequence de la 22 proposition: parquoi,

- Comme le sinus de l'angle droit,
- Au sinus de l'un angle oblique;
- Ainsi la secante de l'autre angle oblique,
- A la secante de son costé opposite.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention du costé AB au 1 exemple, parquoi 11490 est pour secante du requis AB. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la secante du costé AB du 2 & 3 exemple. Mais puis que ce 11490 sert de secante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit, car son angle opposite C estant aigu, il faut qu'il soit plus petit par la consequence de la 2 proposition. Et C au 2 exemple estant obtus, il faut que son costé opposite AB soit plus grand. Mais C aigu au 3 exemple, il faut qu'il à son costé opposite AB plus petit. Semblable sera aussi la demonstration de l'invention du costé BC des mesmes trois exemples.

II. DEMONSTRATION.

*De l'hypothénuse AC.*

ARTICLE I.

Il est notoire par alterne raison de la 29 proposition, que

- Comme le sinus de l'angle droit,
- A la tangente de l'un angle oblique;

Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse,

A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Mais le sinus de l'angle droit, est moyen proportionnel entre le sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse & la secante de son pose, par la consequence de la 21 proposition; parquoi aussi le rectangle compris sous le sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse & la secante du pose, est egal au quarré du sinus de l'angle droit.

ARTICLE II.

Le sinus de l'angle droit est aussi moyen proportionnel entre la tangente de l'angle de complement de l'autre angle, & la tangente du pose, par la 19 proposition; parquoi aussi le rectangle compris sous la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique, & la tangente du pose, est egal au quarré du sinus de l'angle droit: Partant ce rectangle est egal au rectangle du 1 article, & leurs costez sont alternativement proportionnels, qui est, comme le sinus de l'arc de complement de l'hypothénuse, à la tangente de l'angle de complement de l'un angle oblique, ainsi la tangente de l'autre angle oblique, à la secante de l'hypothénuse; tellement que

- Comme le sinus de l'angle droit,
- A la tangente de l'un angle oblique;
- Ainsi la tangente de l'autre angle oblique,
- A la secante de l'hypothénuse.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothénuse AC au 1 exemple, parquoi 15562 est pour secante de l'hypothénuse requise AC. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la secante de l'autre hypothénuse du 2 & 3 exemple. Mais puis que ce 15562 sert de secante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit, car les deux angles obliques A, C, estant aigus, il faut que l'hypothénuse AC soit plus petite, par la 5 proposition. Et veu qu'au 2 exemple les angles A, C, sont tous deux obtus, il falloit que l'hypothénuse AC fust aussi plus petite: Mais l'un des deux angles du 3 exemple, comme A, estant obtus, l'autre comme C aigu, il falloit que l'hypothénuse AC fust plus grande, par le mesme 5 exemple.

*Conclusion.* Estant doncques cognus d'un triangle spherique rectangle les trois angles, nous avons trouvé les trois costez, selon le requis.

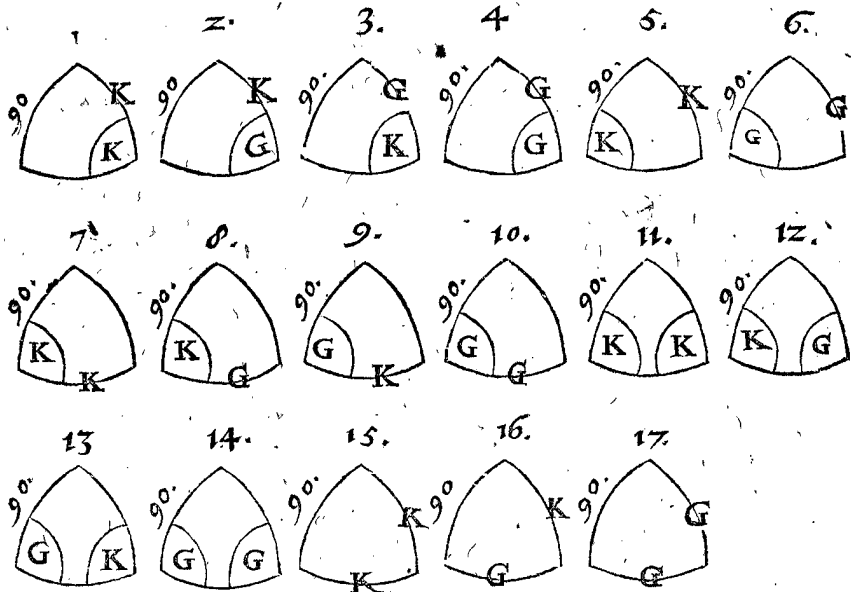
SECOND MEMBRE DES TRIANGLES SPHERIQUES AVEC VN COSTE COGNV DONNE de 90 deg. sans rectangle cognu, desquels les termes incognus se peuvent trouver par une multiplication, comme ceux des triangles rectangles.

PROBLEME VII. PROPOSITION XXXVIII.

**E**stant cognu d'un triangle spherique le costé de 90 deg. avec encores deux termes: Trouver les autres trois incognus.

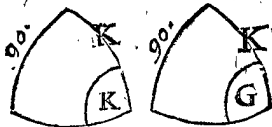
### III. LIVRE DE LA COSMOGRAPHIE

Les trois termes incognus peuvent estre de ces 17 diverses sortes :



Lesquels recevans dix diverses manieres d'operation, nous en mettrons dix exemples.

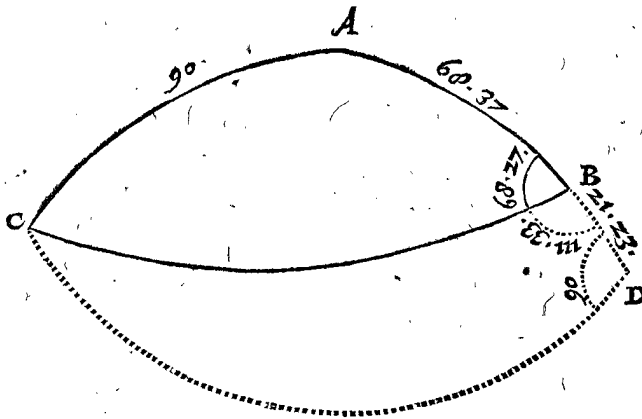
1. Exemple du 1 & 2. triangle de ceste qualite.



NOTEZ.

Les arcs des triangles donnez feront ci apres marquez de lignes, mais les autres arcs qui servent seulement à la preparation de l'operation, seront pour distinction des autres, marquez par pointts.

Le donne. Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 deg. AB 68 deg. 37 ①, & l'angle ABC 68 deg. 27 ①.



Le requis. Il faut trouver le troisieme costé BC, avec les autres deux angles A, ACB.

CONSTRUCTION.

Invention du costé BC.

|   |              |
|---|--------------|
| Sinus de l'angle droit                          | 10000.       |
| Donne la secante de l'angle ABC                 | 27225.       |
| Combien tangente de l'angle de complement de AB | 3916?        |
| Vient tangente                                  | 10661.       |
| L'arc d'icelle                                  | 46 deg. 50.  |
| Soustrait de                                    | 180 deg.     |
| Reste pour le requis BC                         | 133 deg. 10. |

Invention de l'angle A.

|  |              |
|--|--------------|
| Sinus de l'angle droit                   | 10000.       |
| Donne sinus de l'arc de complement de AB | 3646.        |
| Combien tangente de l'angle ABC          | 25322?       |
| Vient tangente                           | 9232.        |
| L'arc d'icelle                           | 42 deg. 43.  |
| Soustrait de                             | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis A              | 137 deg. 17. |

Invention de l'angle ACB.

|   |         |
|---|---------|
| Sinus de l'angle droit                          | 10000.  |
| Donne secante de l'arc de complement de ABC     | 10752.  |
| Combien la secante de l'arc de complement de AB | 10739?  |
| Vient secante                                   | 11546.  |
| L'arc d'icelle                                  | 30 deg. |
| Soustrait de                                    | 90 deg. |
| Reste pour l'angle requis ACB                   | 60 deg. |

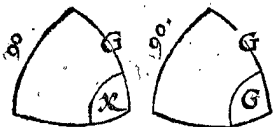
Preparation. Je descriis sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongee AB en D.

DEMONSTRATION.

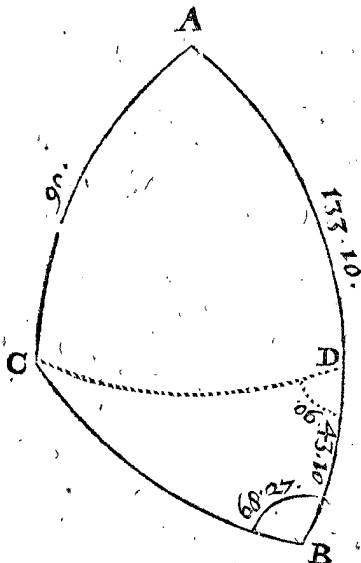
AB 86 deg. 37 ①, soustrait de AD 90 deg. reste pour BD 21 degr. 23 ①, puis apres 68 degr. 27 ① de l'angle ABC, soustrait de 180 deg. reste pour l'angle CBD III deg. 33 ①, & l'angle D est droit, tellement que nous avons un triangle rectangle CBD avec trois termes cognus, par lesquels estant trouvez les trois incognus, les trois requis sont cognus du triangle donne ABC (car l'hypothense BC du triangle rectangle CBD, est aussi le costé requis BC du triangle ABC. Secondement le costé CD du triangle rectangle CBD, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Tiercement l'angle BCD du triangle rectangle CBD, est angle de complement de ACB.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CBD, comme il appert au 2 exemple de la 36 proposition, parquoy les termes trouvez sont les requis.



2. Exemple du 3<sup>e</sup> & 4 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 degr. AB 133 degrez 10 ①, & l'angle B 68 degrez 27 ①.



Le requis. Il faut trouver le troisieme costé BC, avec les autres deux angles A, ACB.

CONSTRUCTION.

Invention du costé BC.

|   |             |
|---|-------------|
| Sinus de l'angle droit                        | 10000.      |
| Donne la secante de B                         | 27225.      |
| Combien tangente de l'arc de complement de AB | 9380?       |
| Vient tangente                                | 25537.      |
| L'arc d'icelle pour BC requis                 | 68 deg. 37. |

Invention de l'angle A.

|  |         |
|--|---------|
| Sinus de l'angle droit                   | 10000.  |
| Donne sinus de l'arc de complement de AB | 6841.   |
| Combien tangente de l'angle B            | 25322?  |
| Vient tangente                           | 17322.  |
| L'arc d'icelle pour l'angle requis A     | 60 deg. |

Invention de l'angle ACB.

|  |              |
|--|--------------|
| Sinus de l'angle droit                       | 10000.       |
| Donne secante de l'angle de complement de B  | 10752.       |
| Combien secante de l'arc de complement de AB | 13711?       |
| Vient secante                                | 14742.       |
| L'arc d'icelle                               | 47 deg. 17.  |
| A cela adjousté                              | 90 deg.      |
| Vient pour l'angle requis ACB                | 137 deg. 17. |

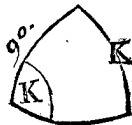
Preparation. Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant AB en D.

DEMONSTRATION.

AD 90 degr. soustrait de AB 133 degrez. 10 ①, reste pour DB 43 deg. 10 ①, & l'angle CDB est droit. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes connus, par lesquels estant trouvés

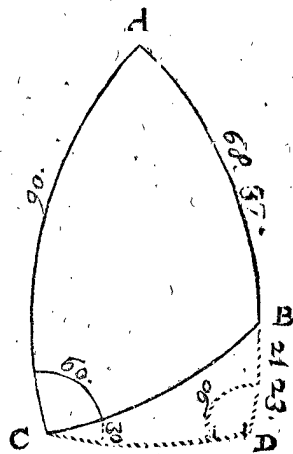
les trois incognus, les trois requis du triangle donné ABC sont connus (car l'hypothénuse du triangle rectangle CDB, est aussi le costé requis du triangle ABC: Secondement le costé CD du triangle rectangle CBD, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC: Tiercement l'angle BCD du triangle rectangle CBD, est angle de complement de ACB.) mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CBD, comme il appert au 1 exemple de la 36 proposition, parquoy les nombres sont les requis.

3. Exemple du 5 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 deg. AB 68 degrez. 37 ①, & l'angle ACB 60 degrez.

Le requis. Il faut trouver le troisieme costé BC, & les autres deux angles A, ABC.



CONSTRUCTION.

Invention du costé BC.

|   |              |
|---|--------------|
| Sinus de l'angle droit                                  | 10000.       |
| Donne secante de l'angle ACB                            | 20000.       |
| Combien sinus de l'arc de complement de AB              | 3646?        |
| Vient sinus   | 7292.        |
| L'arc d'icelui pour BC requis de la premiere conclusion | 46 deg. 49.  |
| Iceux soustraits de                                     | 180 deg.     |
| Reste pour la seconde conclusion                        | 133 deg. 11. |

Invention de l'angle A.

|  |              |
|--|--------------|
| Sinus de l'angle droit   | 10000.       |
| Donne tangente de l'angle C                                    | 17311.       |
| Combien tangente de l'arc de complement de AB                  | 3916?        |
| Vient sinus  | 6782.        |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A de la premiere conclusion | 42 deg. 43.  |
| Iceux soustraits de  | 180 deg.     |
| Reste pour la seconde conclusion                               | 137 deg. 17. |

Invention de l'angle ABC.

|  |              |
|--|--------------|
| Sinus de l'angle droit   | 10000.       |
| Donne la secante de l'arc de complement de AB                    | 10739.       |
| Combien le sinus de l'angle C                                    | 8660?        |
| Vient sinus  | 9299.        |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis ABC de la premiere conclusion | 68 deg. 26.  |
| Iceux soustraits de  | 180 deg.     |
| Reste pour la seconde conclusion                                 | 111 deg. 34. |

Preparation. Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle

cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

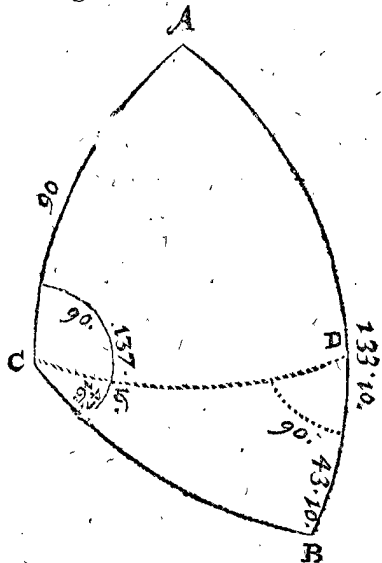
DEMONSTRATION.

De AD 90 deg. soustrait AB 68 deg. 37 ①, reste pour BD 21 deg. 23 ①; & l'angle ACB 60 deg. soustrait de ACD 90 deg. reste pour l'angle BCD 30 deg. Tellement que nous avons un triangle rectangle CBD avec trois termes connus, par lesquels estant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle donné ABC sont connus, (car l'hypothénuse BC du triangle rectangle CDB, est aussi le costé requis BC, du triangle ABC. Secondement le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Tiercement l'angle CBD du triangle rectangle CDB, est angle de complement de ABC.) mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CBD, comme il appert en la 35 proposition, parquoy les termes trouvez sont les requis.

4. Exemple du 6 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 deg. AB 133 deg. 10 ①, & l'angle ACB 137 deg. 16 ①.



Le requis. Il faut trouver le troisieme costé BC & les autres deux angles A, B.

CONSTRUCTION.

Invention du costé BC.

|   |              |
|---|--------------|
| Sinus de l'angle droit                                    | 10000.       |
| Donne secante du complement de demi-cercle de l'angle ACB | 13614.       |
| Combien sinus de l'arc de complement de AB                | 6841?        |
| Vient sinus   | 9313.        |
| L'arc d'icelui pour AC requis de la premiere conclusion   | 68 deg. 39.  |
| Iceux soustraits de                                       | 180 deg.     |
| Reste pour la deuxiesme conclusion                        | 111 deg. 21. |

Invention de l'angle A.

|  |              |
|--|--------------|
| Sinus de l'angle droit   | 10000.       |
| Donne tangente du complement de demi-cercle de ACB             | 9238.        |
| Combien tangente de l'arc de complement de AB                  | 8380?        |
| Vient sinus  | 8665.        |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A de la premiere conclusion | 60 deg. 3.   |
| Iceux soustraits de  | 180 deg.     |
| Reste pour la seconde conclusion                               | 119 deg. 57. |

Invention de l'angle B.

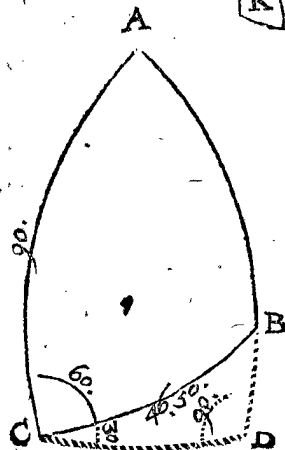
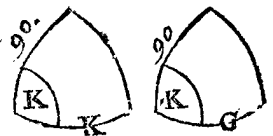
|  |              |
|--|--------------|
| Sinus de l'angle droit   | 10000.       |
| Donne secante de l'arc de complement de AB                     | 13711.       |
| Combien sinus du complement de demi-cercle de C                | 6786?        |
| Vient sinus  | 9304.        |
| L'arc d'icelui pour l'angle B requis de la premiere conclusion | 63 deg. 30.  |
| Iceux soustraits de  | 180 deg.     |
| Reste pour la seconde conclusion                               | 111 deg. 30. |

Preparation. Je descriis sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant AB en D.

DEMONSTRATION.

AD 90 deg. soustrait de AB 133 deg. 10 ①, reste pour DB 43 deg. 10 ①; Semblablement l'angle ACD 90 deg. soustrait de ACB 137 deg. 16 ①, reste pour l'angle DCB 47 deg. 16 ①, & l'angle CDB est droit. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes connus, duquel estant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné sont connus (car le costé BC du triangle rectangle CDB, est aussi le costé requis du triangle ABC. Secondement le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Tiercement l'angle B du triangle rectangle CDB, est aussi l'angle requis du triangle rectangle ABC.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CBD, comme il appert en la 35 proposition, parquoy les termes trouvez sont les requis.

5. Exemple du 7 & 8 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 deg. CB 46 deg. 50 ①, & l'angle ACB 60 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisieme costé, & les autres deux angles A, ABC.

CONSTRUCTION.

Invention du costé AB.

|  |             |
|--|-------------|
| Sinus de l'angle droit                         | 10000.      |
| Donne sinus de CB                              | 7294.       |
| Combien sinus de l'angle de complement de A CB | 5000?       |
| Vient sinus                                    | 3647.       |
| L'arc d'icelui                                 | 21 deg. 23. |
| Soustrait de                                   | 90 deg.     |
| Reste pour AB requis                           | 68 deg. 37. |

Invention de l'angle A.

|                                      |             |
|--------------------------------------|-------------|
| Sinus de l'angle droit               | 10000.      |
| Donne sinus de C                     | 8660.       |
| Combien tangente de CB               | 10661?      |
| Vient tangente                       | 9232.       |
| L'arc d'icelle pour l'angle requis A | 42 deg. 43. |

Invention de l'angle ABC.

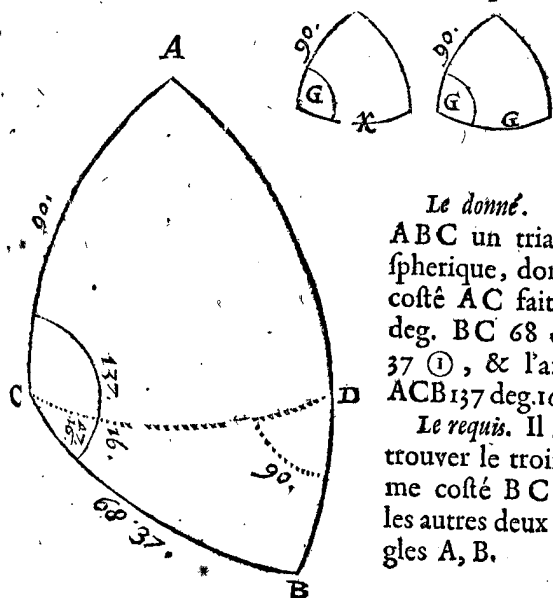
|                               |              |
|-------------------------------|--------------|
| Sinus de l'angle droit        | 10000.       |
| Donne secante de BC           | 14617.       |
| Combien tangente de A CB      | 17321?       |
| Vient tangente                | 25318.       |
| L'arc d'icelle                | 68 deg. 27.  |
| Soustrait de                  | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis ABC | 111 deg. 33. |

Preparation. Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

DEMONSTRATION.

L'angle ACB 60 deg. soustrait de ACD 90 deg. reste pour l'angle BCD 30 deg. & l'angle D est droit, & le costé CB 46 deg. 50 ①. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes connus, duquel estant trouvez les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné sont connus, (car le costé BD du triangle rectangle CDB, est arc de complement de AB. Secondement le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC: Tiercement l'angle CBD du triangle rectangle CDB, est angle de complement de ABC.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CBD, comme il appert au 1 exemple de la 34 proposition, parquoy les nombres trouvez sont les requis.

6. Exemple du 9 & 10 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 deg. BC 68 deg. 37 ①, & l'angle ACB 137 deg. 16 ①.

Le requis. Il faut trouver le troisieme costé BC, & les autres deux angles A, B.

CONSTRUCTION.

Invention du costé AB.

|  |             |
|--|-------------|
| Sinus de l'angle droit                         | 10000.      |
| Donne le sinus de BC                           | 9312.       |
| Combien sinus de l'angle de complement de A CB | 7345?       |
| Vient sinus                                    | 6839.       |
| L'arc d'icelui                                 | 43 deg. 9.  |
| A iceux adjousté                               | 90 deg.     |
| Vient pour le costé requis AB                  | 133 deg. 9. |

Invention de l'angle A.

|                                      |            |
|--------------------------------------|------------|
| Sinus de l'angle droit               | 10000.     |
| Donne le sinus de A CB               | 6786.      |
| Combien tangente de CB               | 25539?     |
| Vient tangente                       | 17330.     |
| L'arc d'icelle pour l'angle requis A | 60 deg. 1. |

Invention de l'angle B.

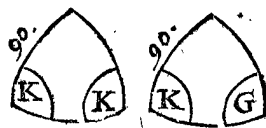
|                                      |             |
|--------------------------------------|-------------|
| Sinus de l'angle droit               | 10000.      |
| Donne secante de CB                  | 27427.      |
| Combien la tangente de l'angle A CB  | 9239?       |
| Vient tangente                       | 25339.      |
| L'arc d'icelle pour l'angle requis B | 68 deg. 26. |

Preparat. Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

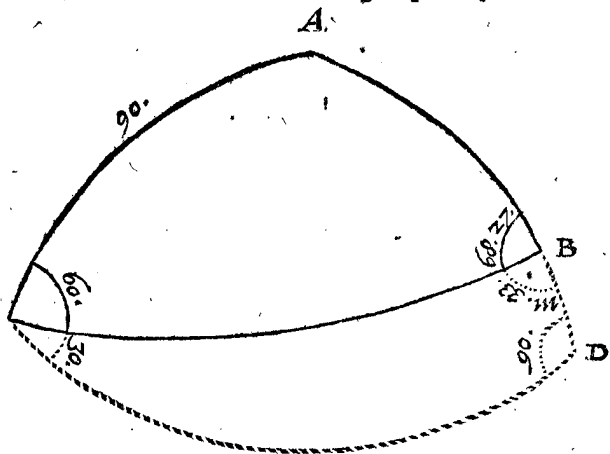
DEMONSTRATION.

L'angle ACD 90 deg. soustrait de ACB 137 deg. 16 ①, reste pour l'angle BCD 47 deg. 16 ①, l'angle CDB est droit, & le costé CD fait 68 deg. 37 ①. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes connus, duquel estant trouvez les trois incognus, les trois requis du triangle donné ABC sont connus, (car le costé DB du triangle rectangle CDB, est arc de complement de AB: Secondement le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC: Tiercement l'angle CBD du triangle rectangle CDB, est aussi l'angle requis B du triangle ABC.) Mais les nombres de ceste operation sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CBD, comme il appert au 1 exemple de la 34 proposition, parquoy les nombres trouvez sont les requis.

7. Exemple du 11 & 12 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont le



costé

costé AC fait 90 deg. l'angle ABC 68 deg. 27 ①, & l'angle ACB 60 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme angle A, & les autres deux costez AB, BC.

CONSTRUCTION.

*Invention de l'angle A.*

|   |              |
|---|--------------|
| Sinus de l'angle droit  | 10000.       |
| Donne le sinus de l'angle de complement du plus petit angle donné qui est ici ACB | 5000.        |
| Combien secante de l'autre angle donné ABC  | 27225?       |
| Vient secante   | 13612.       |
| L'arc d'icelle  | 42 deg. 44.  |
| Soustrait de  | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis A   | 137 deg. 16. |

*Invention du costé AB.*

|   |             |
|---|-------------|
| Sinus de l'angle droit  | 10000.      |
| Donne sinus du plus grand angle donné, qui est ici ABC              | 9301.       |
| Combien secante de l'angle de complement de l'autre angle donné ACB | 11547?      |
| Vient secante   | 10739.      |
| L'arc d'icelle  | 21 deg. 23. |
| Soustrait de  | 90 deg.     |
| Reste pour AB requis  | 68 deg. 37. |

*Invention du costé BC.*

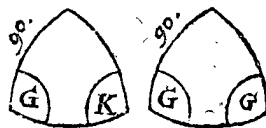
|   |             |
|---|-------------|
| Sintus de l'angle droit   | 10000.      |
| Donne la tangente de l'angle de complement de l'un angle donné, je prens de ACB | 5774.       |
| Combien tangente de l'autre angle donné ABC                                     | 25322?      |
| Vient secante   | 14620.      |
| L'arc d'icelle  | 46 deg. 51. |
| Soustrait de  | 180 deg.    |
| Reste pour le costé requis BC   | 133 deg. 9. |

*Preparation.* Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

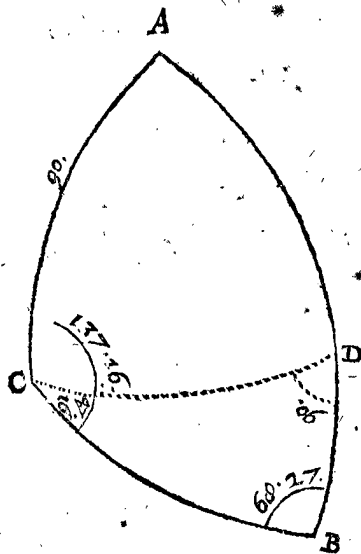
DEMONSTRATION.

L'angle ACB 60 deg. soustrait de ACD 90 deg. reste pour l'angle BCD 30 deg. Semblablement l'angle ABC 68 deg. 27 ①, de 180 deg. reste pour l'angle CBD 111 deg. 33 ①, & l'angle D est droit. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel estant trouvez les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné sont cognus, (car le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Secondement le costé BD du triangle rectangle CDB, est arc de complement de AB. Tiercement le costé BC du triangle rectangle CDB, est aussi le requis du triangle ABC.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 3 exemple de la 37 proposition, parquoi les nombres trouvez sont les requis.

8. Exemple du 13 & 14 triangle de ceste qualité.



*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 deg. l'angle B 68 deg. 27 ①, l'angle ACB 137 deg. 16 ②.



*Le requis.* Il faut trouver le troisieme angle A, & les autres deux costez AB, BC.

CONSTRUCTION.

*Invention de l'angle A.*

|   |         |
|---|---------|
| Sinus de l'angle droit  | 10000.  |
| Donne sinus de l'angle de complement du plus grand angle donné, qui est ici ACB | 7345.   |
| Combien secante de l'autre angle donné B  | 27228?  |
| Vient secante   | 19996.  |
| L'arc d'icelle pour l'angle requis A  | 60 deg. |

*Invention du costé AB.*

|   |             |
|---|-------------|
| Sinus de l'angle droit  | 10000.      |
| Donne sinus du plus petit angle donné qui est ici B                 | 9301.       |
| Combien secante de l'angle de complement de l'autre angle donné ACB | 14737?      |
| Vient secante   | 13706.      |
| L'arc d'icelle  | 43 deg. 9.  |
| A cela toujours   | 90 deg.     |
| Vient pour le costé requis AB                                       | 133 deg. 9. |

*Invention du costé BC.*

|  |             |
|--|-------------|
| Sinus de l'angle droit   | 10000.      |
| Donne tangente du plus petit angle donné B                             | 25322.      |
| Combien tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique ACB | 10894?      |
| Vient secante  | 27408.      |
| L'arc d'icelle pour le costé requis BC                                 | 68 deg. 36. |

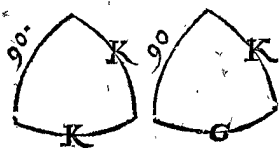
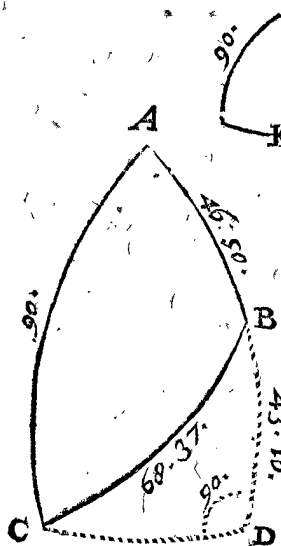
*Preparation.* Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant AB en D.

DEMONSTRATION.

L'angle ACD 90 deg. soustrait de 137 deg. 16 ①, reste pour l'angle DCB 47 deg. 16 ①, & l'angle CDB est

est droit : apres, l'angle B fait 68 deg. 27 ① par le donné. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes connus, duquel estant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle donné ABC sont connus, (car le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Secondement le costé DB du triangle rectangle CDB, est arc de complement de AB. Tiercement le costé BC du triangle rectangle CDB, est aussi le costé requis du triangle ABC.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 1 exemple de la 37 proposition, parquoi les nombres trouvez sont les requis.

9. Exemple du 15 & 16 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 degr. AB 46 deg. 50 ①, BC 68 deg. 37 ①.

Le requis. Il faut trouver les trois angles A, ABC, BCA.

CONSTRUCTION.

Invention de l'angle A.

|                                      |            |
|--------------------------------------|------------|
| Sinus de l'angle droit               | 10000.     |
| Donne sinus du costé dextre AB       | 7294.      |
| Combien secante de BC                | 27427?     |
| Vient secante                        | 20005.     |
| L'arc d'icelle pour l'angle requis A | 60 deg. 1. |

Invention de l'angle ABC.

|                               |              |
|-------------------------------|--------------|
| Sinus de l'angle droit        | 10000.       |
| Donne tangente de BC          | 25539.       |
| Combien tangente de AB        | 10661?       |
| Vient secante                 | 27227.       |
| L'arc d'icelle                | 68 deg. 27.  |
| Soustrait de                  | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis ABC | 111 deg. 33. |

Invention de l'angle BCA.

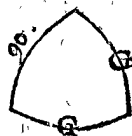
|  |             |
|--|-------------|
| Sinus de l'angle droit                     | 10000.      |
| Donne secante de l'arc de complement de BC | 10739.      |
| Combien sinus de l'arc de complement de AB | 6841?       |
| Vient sinus                                | 7346.       |
| L'arc d'icelui                             | 47 deg. 17. |
| Toujours soustrait de                      | 90 deg.     |
| Reste pour l'angle requis BCA              | 42 deg. 43. |

Preparat. Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

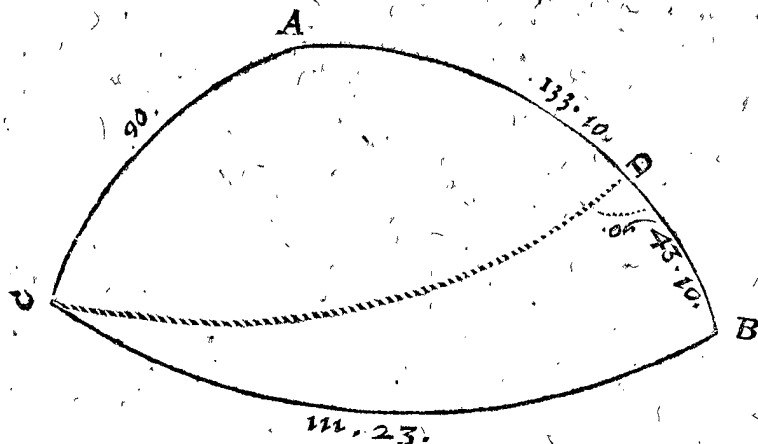
DEMONSTRATION.

AB 46 deg. 50 ①, soustrait de AD 90 deg. reste pour BD 43. deg. 10 ①, & l'angle D est droit, & CD fait 68 deg. 37 ① par le donné. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes connus, duquel estant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné sont connus, (car le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Secondement l'angle CBD du triangle rectangle CDB, est complement de demicercle de l'angle requis ABC du triangle ABC. Tiercement l'angle BCD du triangle rectangle CDB, est angle de complement de A C B requis du triangle ABC.) Mais les nombres de ceste operation sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 1 exemple de la 32 proposition, parquoi les nombres trouvez sont les requis.

10. Exemple du 17 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 degr. AB 133 deg. 10 ①, BC 111 deg. 23 ①.



Le requis. Il faut trouver les trois angles.

CONSTRUCTION.

Invention de l'angle A.

|                             |              |
|-----------------------------|--------------|
| Sinus de l'angle droit      | 10000.       |
| Donne sinus de AB           | 7194.        |
| Combien secante de BC       | 27427?       |
| Vient secante               | 20005.       |
| L'arc d'icelle              | 60 deg. 1.   |
| Soustrait de                | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis A | 119 deg. 59. |

Invention de l'angle B.

|                             |              |
|-----------------------------|--------------|
| Sinus de l'angle droit      | 10000.       |
| Donne tangente de CB        | 25539.       |
| Combien tangente de AB      | 10661?       |
| Vient secante               | 27227.       |
| L'arc d'icelle              | 68 deg. 27.  |
| Soustrait de                | 180 deg.     |
| Reste pour l'angle requis B | 111 deg. 33. |

Inven-

*Invention de l'angle BCA.*

|  |              |
|--|--------------|
| Sinus de l'angle droit                     | 10000.       |
| Donne secante de l'arc de complement de BC | 10739.       |
| Combien sinus de l'arc de complement de AD | 6841?        |
| Vient sinus                                | 7346.        |
| L'arc d'icellui                            | 47 deg. 17.  |
| Toujours adjousté à cela                   | 90 deg.      |
| Vient pour l'angle requis BCA              | 137 deg. 17. |

*Preparation.* Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant AB en D.

DEMONSTRATION.

AD 90 deg. soustrait de AB 133 deg. 10 ①, reste pour DB 43 deg. 10 ①, & l'angle CDB est droit, & CB fait III deg. 23 ① par le donné. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes connus, duquel estant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné sont connus, (car le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Secondement l'angle B du triangle rectangle CDB, est aussi l'angle requis du triangle ABC. Tiercement l'angle BCD du triangle rectangle CDB, est angle de complement de l'angle requis ACB du triangle ABC.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 2 exemple de la 32 proposition, parquoy les nombres trouvez sont les requis.

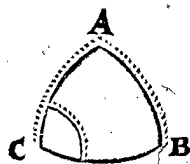
*Conclusion.* Estant donc connu du triangle spherique le costé de 90 deg. avec encore deux termes, nous avons trouvé les trois incognus, selon le requis.

TROISIEME MEMBRE DES TRIANGLES SPHERIQUES SANS ANGLE DROIT cognu donné, ou costé de 90 deg.

PROBLEME VIII. PROPOSITION XXXIX.

**E**stant cognu d'un triangle spherique l'angle oblique, avec deux costez comprenant un angle incognu: Trouver le troisieme costé, & les autres deux angles.

Les trois termes connus, dit en general, sont de ceste qualité.



En laquelle figure, selon plus ample declaration faite à la Note de la 32 proposition, l'arc pointé de l'angle C signifie l'angle oblique donné, les arcs pointez AB, AC, signifient les deux costez connus comprenant l'angle incognu A: Mais B est l'angle incognu qui touche le costé incognu BC: Et veu que ci apres il nous faudra souvent nommer ces quatre termes C, A, B, AC, B, pour la briefveté nous les denoterons par les susdites lettres A, B, C.

DES SEPT REIGLES DE CESTE PROPOSITION.

Il faut sçavoir que quelques exemples de ceste espe-

ce ont deux solutions, les autres n'en ont qu'une: Pour lesquels discernier nous descrivons les sept reigles suivantes.

REIGLE I.

*Si l'angle C estoit aigu, & AC plus petit que AB: L'angle B sera seulement aigu.*

REIGLE II.

*Si l'angle C estoit obtus, & AC plus grand que AB: L'angle B sera seulement obtus.*

REIGLE III.

*Si l'angle C estoit aigu, & AC plus grand que le quart d'un cercle, & AB pas plus petit que la difference entre AC & le demicercle: L'angle B sera seulement obtus.*

REIGLE IV.

*Si l'angle C estoit obtus, & AC plus petit que le quart d'un cercle, & AB plus petit que la difference entre AC & le demicercle: L'angle B sera seulement aigu.*

REIGLE V.

*Si AC estoit egal à AB: L'angle B sera seulement egal avec C.*

REIGLE VI.

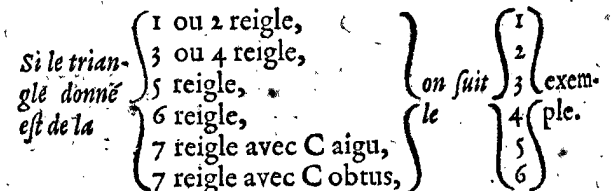
*Si le triangle n'estoit pas un des cinq susdits, & que l'angle B par la construction fut trouvé droit: il a seulement icelle solution.*

REIGLE VII.

*Si le triangle n'estoit pas un des six susdits, il aura deux solutions.*

Ces reigles, dont la demonstration suivra ci apres, estant ainsi mises, nous viendrons aux exemples.

ADVERTISSEMENT EN GENERAL POUR TROUVER UN EXEMPLE imitable du triangle donné.

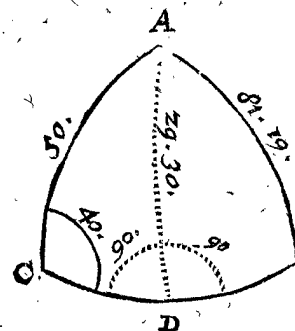


I. Exemple du triangle de la 1 & 2 reigle.

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 deg. le costé AC 50 deg. & AB 81 deg. 19 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme costé BC, avec les autres deux angles CAB, B.

*Preparation.* Je voy premierement sous quelle reigle



appartient ce triangle, & le trouvant de la 1 reigle, je tire l'arc AD dedans le triangle, à angle droit sur CB, & ainsi j'ay un triangle rectangle ADC avec trois termes connus, par iceux cherchés le costé de son angle droit AD par la 34 proposition, il se trouve de 29 deg. 30 ①. Tellement que ADB est maintenant aussi un triangle rectangle avec trois termes connus.

CONSTRUCTION.

*Invention du costé B C.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve le costé DC du triangle rectangle ADC, par la 32 proposition, de 42 deg. 24.  
 A iceux adjousté le costé DB du triangle rectangle ADB, qui se trouve, par la 32 proposition, de 80 deg. 1.  
 Font ensemble pour le costé requis BC 122 deg. 25.

*Invention de l'angle CAB.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve l'angle CAD du triangle rectangle ADC, par la 32 proposition, de 61 deg. 39.  
 A iceux adjousté l'angle DAB du triangle rectangle ADB, qui se trouve, par la 32 proposition, de 85 deg. 3.  
 Font ensemble pour l'angle requis ADC 146 deg. 42.

*Invention de l'angle B.*

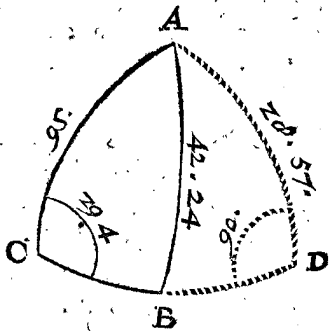
Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve l'angle B du triangle rectangle ADB, par la 32 proposition, qui est aussi l'angle requis, de 29 deg. 53.  
 Et semblable fera aussi la procedure avec le triangle de la 2 reigle.

2. *Exemple du triangle de la 3 & 4 reigle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 29 deg. 4 ①, le costé AC 95 deg. & AB 42 deg. 24.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme costé BC, & les autres deux angles CAB, ABC.

*Preparation.* Je voy premierement de quelle reigle est ce triangle, & le trouvant de la 3, je tire l'arc AD hors du triangle, à angle droit sur le prolongé CB, & ainsi j'ay un triangle rectangle ADC avec trois termes connus, par iceux cherché son costé AD de l'angle droit, se trouve par la 34 proposition de 28 deg. 57 ②: Tellement que ADB est maintenant aussi un triangle rectangle avec trois termes connus.



CONSTRUCTION.

*Invention du costé B C.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve le costé DC du triangle rectangle ADC, par la 32 proposition, de 95 deg. 43.  
 D'iceux soustrait le costé BD du triangle rectangle ADB, qui par la 32 proposition se trouve de 32 deg. 27.  
 Reste pour le costé requis BC 63 deg. 16.

*Invention de l'angle CAB.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve l'angle CAD du

triangle rectangle ADC, par la 32 proposition, de 92 deg. 46.  
 D'iceux soustrait l'angle DAB du triangle rectangle ADB, qui se trouve par la 32 proposition, de 52 deg. 43.  
 Reste pour l'angle requis CAB 40 deg. 3.

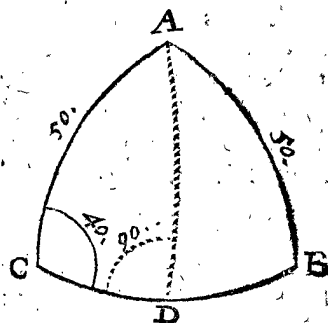
*Invention de l'angle ABC.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve l'angle B du triangle rectangle ADB, par la 32 proposition, de 45 deg. 53.  
 Iceux soustraits de 180 deg.  
 Reste pour l'angle requis ABC 134 deg. 7.  
 Et semblable fera aussi la procedure avec le triangle de la 4 reigle.

3. *Exemple du triangle de la 5 reigle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 degrez, le costé AC 50 deg. & AB aussi 50 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme costé BC, & les autres deux angles B, & CAB.



CONSTRUCTION.

Je voy premierement de quelle reigle est ce triangle, & le trouve de la 5, par où je conclud premierement sans faire aucune operation, que l'angle B est egal à l'angle C faisant 40 deg. Tellement qu'il n'y a à trouver que le costé BC, & l'angle CAB. A celle fin je tire l'arc AD dedans le triangle à angle droit sur CB, par lequel j'ay deux triangles rectangles egaux & semblables ADC, ADB.

*Invention du costé B C.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve le costé DC du triangle rectangle ADC, par la 34 proposition, de 42 deg. 24.  
 Et encore une fois autant pour DB, vient ensemble pour le requis BC 84 deg. 48.

*Invention de l'angle CAB.*

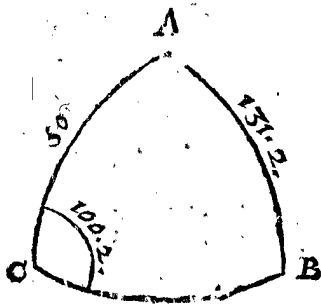
Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve l'angle CAD du triangle rectangle ADC, par la 34 proposition, de 61 deg. 40.  
 Et encore une fois autant pour l'angle DAB, vient ensemble pour l'angle requis CAB 123 deg. 20.

4. *Exemple du triangle de la 6 reigle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle-C fait 100 deg. 2 ①, le costé AC 50 deg. & AB 131 deg. 2 ②.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme costé BC, & les autres deux angles B, CAB.

CONSTRUCTION.



Je voy premiere- ment de quelle reigle est ce triangle, & trouvant qu'il n'est point des cinq premieres, il faut qu'il soit de la 6 ou 7. Pour sçavoir maintenat de laquelle des deux il fera, je ne puis trouver premiere- ment un tel terme que je veux, mais il

faut que je commence à l'angle B, comme s'ensuit.

*Invention de l'angle B.*

|  |         |
|--|---------|
| Le sinus du costé dextre AB            | 7543.   |
| Donne le sinus du costé fenestre AC    | 7660.   |
| Combien le sinus de l'angle fenestre C | 9847?   |
| Vient le sinus                         | 10000.  |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis B   | 90 deg. |

Cest angle B estant ainsi trouvé droit, le triangle est de la 6 reigle: Mais quand on le trouve oblique, il sera de la 7, & alors on y procedera selon la maniere du 5 exemple suivant.

*Invention du costé BC.*

Premierement ayant trouvé, comme dessus, que l'angle B est droit, je trouve le costé CB du triangle rectangle ABC, par la 32 proposition, de 168 deg. 16.

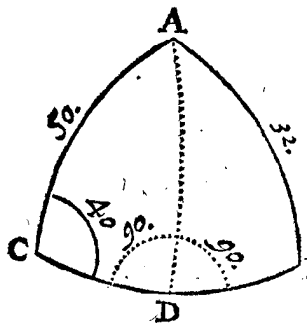
*Invention de l'angle A.*

Premierement ayant trouvé, comme dessus, que l'angle B est droit, je trouve l'angle A du triangle rectangle ABC, par la 32 proposition, de 164 deg. 37.

5. *Exemple du triangle de la 7 reigle avec un angle connu donné.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont le costé C fait 40 deg. le costé AC 50 deg. & AB 32 deg. *Le requis.* Il faut trouver le troisieme costé BC, & les autres deux angles B, CAB.

CONSTRUCTION.



Je voy premiere- ment de quelle reigle est ce tri- angle, & trouvant qu'il n'est point des cinq premieres, il faut qu'il soit de la 6 ou 7: Pour sçavoir mainte- nant de laquelle des deux il fera, je ne puis premiere- ment trouver un tel terme que je veux, mais faut que je commence à l'an- gle B, comme s'ensuit.

*Invention de l'angle B.*

|  |       |
|--|-------|
| Le sinus du costé dextre AB            | 5299. |
| Donne le sinus du costé fenestre AC    | 7660. |
| Combien le sinus de l'angle fenestre C | 6428? |
| Vient sinus                            | 9292. |

Lequel n'estant point le sinus de l'angle droit, le triangle est de la 7 reigle, à sçavoir de double solution, parquoi l'arc du mes-

me 9292 est pour l'angle requis B, com- me 1 solution, de 68 deg. 19. Iceux soustraits de 180 deg. Reste pour la 2 solution 111 deg. 41.

*Preparation de l'invention des autres deux termes.*

Je tire l'arc AD dedans le triangle ABC à angle droit sur BC, & ainsi j'ay deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes connus, pour trouver par iceux les autres requis.

CONSTRUCTION.

*Invention du costé BC.*

Premierement ayant trouvé que l'angle B est oblique, & puis apres la preparation estant faite comme dessus, je trouve le costé CD du triangle rectangle ADC, par la 34 proposition, de 42 deg. 24. A iceux adjousté le costé DB du triangle rectangle ADB, qui se trouve par la 34 proposition, de 13 deg. Font ensemble pour le costé requis BC de la premiere solution 55 deg. 24. Et soustrait 13 deg. deuxiesme en l'ordre, de 42 deg. 24 ①, premier en l'ordre, reste pour la deuxiesme solution 29 deg. 24.

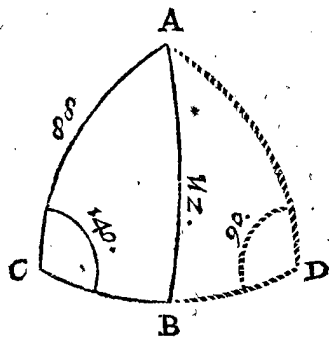
*Invention de l'angle CAB.*

Premierement ayant trouvé que l'angle B est oblique, & puis apres la preparation estant faite comme dessus, je trouve l'angle CAD du triangle rectangle ADC, par la 34 proposition, de 61 deg. 40. A iceux adjousté l'angle DAB du triangle rectangle ADB, qui se trouve par la 34 proposition, de 25 deg. 7. Font ensemble pour l'angle requis CAB de la premiere solution 86 deg. 47. Et 25 deg. 7 ① deuxiesme en l'ordre, soustrait de 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, reste pour la deuxiesme solution 36 deg. 33.

6. *Exemple du triangle de la 7 reigle avec un angle obtus connu donné.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'an- gle C fait 140 deg. le costé AC 88 deg. & AB 112 deg. *Le requis.* Il faut trouver le troisieme costé BC, & les autres deux angles ABC, CAB.

CONSTRUCTION.



Je voy premiere- ment de quelle reigle est ce triangle, & trou- vant qu'il n'est point d'une des cinq pre- mieres, il faut qu'il soit de la 6 ou 7. Pour sça- voir maintenant de la- quelle des deux il fera, je ne puis trouver pre- mierement un tel ter- me que je veux, mais

il faut que je commence à l'angle B, comme s'ensuit.

*Invention de l'angle ABC.*

|                                     |       |
|-------------------------------------|-------|
| Le sinus du costé dextre AB         | 9272. |
| Donne le sinus du costé fenestre AC | 9994. |
| Com-                                | Com-  |



|  |             |
|--|-------------|
| Combien le sinus de l'angle fenestre C   | 6428?       |
| Vient sinus  | 6930.       |
| Lequel n'estant point le sinus de l'angle droit, le triangle est de la 7 reigle, à sçavoir de double solution, parquoil'arc du mesme 6930 est pour l'angle requis B, comme premiere solution, de | 43 deg. 52. |
| Iceux soustrais de   | 180 deg.    |
| Reste pour la deuxiesme solution   | 136 deg. 8. |

*Preparation de l'invention des autres deux termes.*

Je tire l'arc AD hors du triangle ABC à angle droit sur le prolongé CB, & ainsi j'ay deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes connus, pour trouver par iceux les autres requis.

**CONSTRUCTION.**

*Invention du costé BC.*

Premierement ayant trouvé que l'angle B est oblique, & puis apres la preparation estant faite comme dessus, je trouve le costé DC du triangle rectangle ADC, par la 34 proposition, de 92 deg. 37.  
D'iceux soustrait le costé DB du triangle rectangle ADB, qui se trouve par la 34 proposition de 60 deg. 44.  
Reste pour le costé requis BC de la premiere solution 31 deg. 53.  
Et 60 deg. 44 ① deuxiesme en l'ordre, adjousté à 92 deg. 37 ② premier en l'ordre, vient pour la seconde solution 153 deg. 21.

*Invention de l'angle CAB.*

Premierement ayant trouvé que l'angle B est oblique, & puis apres la preparation estant faite comme dessus, je trouve l'angle CAD du triangle rectangle ADC par la 34 proposition de 88 deg. 19.  
D'iceux soustrait l'angle DAB du triangle rectangle ADB, qui se trouve par la 34 proposition de 70 deg. 12.  
Reste pour l'angle requis CAB de la premiere solution 18 deg. 7.  
Et adjoustez 70 deg. 12 ① deuxiesme en l'ordre, à 88 deg. 19 ② premier en l'ordre, vient pour la seconde solution 158 deg. 31.

**DEMONSTRATION.**

Que la perpendiculaire AD du 1, 3, & 5 exemple, tombe dedans le triangle, mais du 2 & 6 dehors, cela est notoire par la 6 proposition. Touchant l'angle B, trouvé au 4, 5, & 6 exemple, la demonstration en est manifeste par la 24 proposition, là où est démontré que comme le sinus du costé dextre, au sinus du costé fenestre, ainsi le sinus de l'angle fenestre, au sinus de l'angle dextre. Quant à la demonstration de tout le reste, elle est assez notoire de soy mesme. Parquoi passant cela, nous ferons quelque demonstration sur les 7 reigles precedentes de ceste proposition, & premierement,

*Demonstration sur la 1 reigle.*

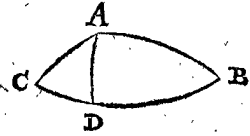
*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, selon le contenu de la 1 reigle, à sçavoir dont l'angle C est aigu, & AC plus petit que AB.

*Le requis.* Il faut demonstrer que l'angle B seulement peut estre aigu.

*Preparation.* Soit tiré l'arc AD à angle droit sur CB.

**DEMONSTRATION.**

Veü que l'angle C du triangle rectangle ADC est aigu, il faut que son costé opposite AD soit plus petit que le quart d'un cercle par la consequence de la 2 proposition, & son angle opposite B du triangle rectangle est aussi aigu, par la 2 proposition: Mais qu'il peut estre seulement aigu & point obtus, appert en cela, que sur l'autre costé de AD, à sçavoir depuis A jusques entre C & D, ne se peut tirer autre arc egal à AB, pour y faire un angle obtus, veü que AB estant plus grand que AC, est plus long qu'aucun arc qui y peut estre, par la 16 proposition: Tellement qu'il n'y a qu'une solution, & cela de B un angle aigu.



*Demonstration sur la 2 reigle.*

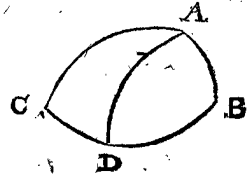
*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, selon le contenu de la 2 reigle, à sçavoir dont l'angle C est obtus, & AC plus grand que AB.

*Le requis.* Il faut demonstrer que l'angle B peut estre obtus seulement.

*Preparation.* Soit tiré l'arc AD à angle droit sur CB.

**DEMONSTRATION.**

Veü que l'angle C du triangle rectangle ADC est obtus, il faut que son costé opposite AD soit plus grand que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition, & son angle opposite B du triangle rectangle ADB est aussi obtus, par la 2 proposition: Mais qu'il peut estre obtus seulement & point aigu, appert en cela, que sur l'autre costé de AD, à sçavoir depuis A jusques entre A & D, ne se peut tirer autre arc egal à AB pour y faire un angle aigu, veü que AB estant plus petit que AC, est plus court qu'aucun arc qui de A jusques à l'arc DC se peut estendre, par la 16 proposition: Tellement qu'il n'y a qu'une solution, & cela avec B un angle obtus.



*Demonstration sur la 3 reigle.*

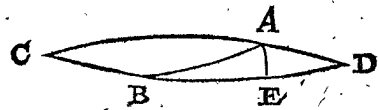
*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, selon le contenu de la 3 reigle, à sçavoir dont l'angle C est aigu, & AC plus grand que le quart d'un cercle. Et pour avoir encores ici le reste de la reigle, soient CA, CB prolongez tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en D: Ce qui estant ainsi, CAD, CBD, font chacun un demicercle, par la 3 consequence de la 1 proposition, & AD est la difference entre AC & le demicercle. Apres ne soit AB plus petit que la difference AD.

*Le requis.* Il faut demonstrer que l'angle B du triangle ABC peut estre seulement obtus.

*Preparation.* Soit tiré l'arc AE à angle droit sur BD.

**DEMONSTRATION.**

Veü que l'angle C du triangle rectangle AEC est aigu, il faut que son costé opposite soit plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition, & son angle opposite B du triangle rectangle AEB est aussi aigu,



par la 2 proposition : Et pource l'angle ABC est obtus, par la 5 consequence de la 1 proposition : Mais qu'il peut estre obtus seulement, & point aigu, appert en cela que sur l'autre costé de AE, à sçavoir depuis A jusques entre E & D, ne se peut tirer autre arc egal à AB pour y faire un angle obtus, veu que AB estant plus grand que AD, est plus long qu'aucun arc qui y puisse estre par la 16 proposition : Tellement qu'il n'y a qu'une solution, & cela de B un angle obtus.

*Demonstration sur la 4 reigle.*

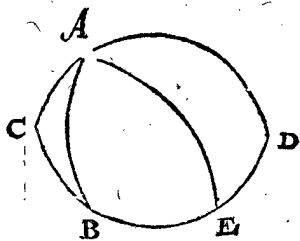
*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, selon le contenu de la 4 reigle, à sçavoir dont l'angle C est obtus, & AC plus petit que le quart d'un cercle. Et pour y avoir encores le reste de la reigle, soient CA, CB, prolongez tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en D: Ce qui estant ainsi, CAD, CBD font chacun un demicercle, par la 3 consequence de la 1 proposition, & AD est la difference entre AC & le demicercle: Apres, soit AB plus petit que la mesme difference AD.

*Le requis.* Il faut demonstrier que l'angle B du triangle ABC, peut estre seulement aigu.

*Preparation.* Soit tiré l'arc AE à angle droit sur BD.

DEMONSTRATION.

Veü que l'angle C du triangle rectangle AEC est obtus, il faut que son costé opposé AE soit plus grand que le quart d'un cercle,



par la consequence de la 2 proposition, & son angle opposé B du triangle rectangle AEB est aussi obtus; par la 2 proposition; & pource l'angle ABC est aigu, par la 5 consequence de la 1 proposition: Mais qu'il peut estre seulement aigu & point obtus, appert en cela que sur l'autre costé de AE, à sçavoir depuis A jusques entre E & D, ne se peut tirer autre arc egal à AB pour y faire un angle aigu, veu que AB estant plus petit que AD est plus court qu'aucun arc qui de A jusques à l'arc ED se peut estendre, par la 16 proposition: Tellement qu'il n'y a qu'une solution, & cela avec B un angle aigu.

*Demonstration sur la 5 & 6 reigle.*

La 5 & 6 reigle sont assez manifestes sans demonstration, car un autre arc egal à AB de la 5 reigle, tiré de l'autre costé de la perpendiculaire AD, tomberoit en AC, & pource avec icelui ne sçauroit faire un triangle. En l'exemple de la 6 reigle, ne se peut tirer de l'autre costé de la perpendiculaire un autre arc egal à AB, pour y faire un autre triangle, veu qu'icelui AB tombe dedans la perpendiculaire, ou est la perpendiculaire mesme.

*Demonstration sur la 7 reigle.*

Jusques ici nous avons demonstrier les six reigles avec simple solution: Pour demonstrier maintenant la 7, contenant que tous les autres triangles ont double solution, à celle fin nous mettrons encores les cinq reigles suivantes comprenant tous les autres triangles restans, lesquelles estant demonstrees, nous demonstrierons puis apres que tous triangles spheriques de ceste espece viennent au six precedentes, avec les mesmes 5 reigles: Dont s'ensuit que puis que les triangles des six premieres rei-

gles sont de simple solution, il faut que tous les autres triangles de la 7 reigle soient de double solution.

REIGLE VIII.

*Si AC faisoit le quart d'un cercle, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.*

REIGLE IX.

*Si l'angle C estoit aigu, & AC plus petit que le quart d'un cercle, & AB plus petit que AC, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.*

REIGLE X.

*Si l'angle C estoit obtus, & AC plus grand que le quart d'un cercle, & AB plus grand que AC, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.*

REIGLE XI.

*Si l'angle C estoit aigu, & AC plus grand que le quart d'un cercle, & AB plus petit que la difference entre AC & le demicercle, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.*

REIGLE XII.

*Si l'angle C estoit obtus, & AC plus petit que le quart d'un cercle, & AB plus grand que la difference entre AC & le demicercle, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.*

Les demonstrations des cinq precedentes reigles sont comme s'ensuit.

*Demonstration sur la 8 reigle.*

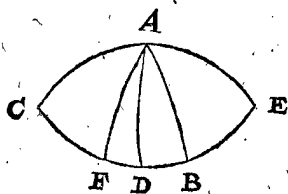
*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, selon le contenu de la 8 reigle, à sçavoir dont l'angle C est aigu ou obtus, & AC fait le quart d'un cercle; apres, l'angle B soit trouvé oblique par la construction.

*Le requis.* Il faut demonstrier qu'il y a deux solutions.

*Preparation.* Soit tiré l'arc AD à angle droit sur CB, il faut qu'il tombe dedans ou hors le triangle ABC, soit dedans: Soient aussi prolongez CA, CB tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en E.

DEMONSTRATION.

CAE, CDE font chacun un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition, & comme CA est egal à AE, ainsi CD à DE; parquoy un tel arc ayant esté tiré depuis A jusques entre DE, à sçavoir l'arc AB, il se peut tirer aussi de l'autre costé de D comme AF, egal à AB. Tellement qu'il y a ici deux



triangles ABC, AFC, ayant chacun les trois termes connus de mesme grandeur. Or puis qu'au donné ne se dit point si l'angle ABC est aigu ou obtus, & que le troisieme angle & le troisieme costé sont aussi inconnus, le triangle AFC peut aussi bien servir de solution, que le triangle ABC: Tellement qu'il a deux solutions.

*Demonstration sur la 9 reigle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, selon le contenu de la 9 reigle, à sçavoir dont l'angle C est aigu, avec AC plus petit que le quart d'un cercle, & AB plus petit que AC: apres, l'angle B soit trouvé oblique par la construction.

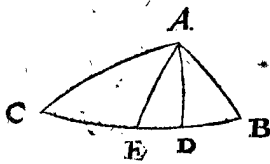
*Le requis.* Il faut demonstrier qu'il y a deux solutions.

*Preparation.* Soit tiré l'arc AD à angle droit sur CB, il faut qu'il tombe dedans ou dehors le triangle ABC, soit dedans.

DEMON-

DEMONSTRATION.

Veue que AB est plus petit que AC, par le donné, & (d'autant que l'angle C est aigu) plus grand que AD, par la 16 proposition, dedans le triangle rectangle ADC depuis l'angle A jusques à DC, se peut tirer un arc egal à AB, comme AE: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AEC, ayant chacun les trois termes connus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne se dit point si l'angle B est aigu ou obtus, & que le troisieme angle & troisieme costé sont aussi incognus: Le triangle AEC avec l'angle obtus E, peut aussi bien servir de solution, que le triangle ABC avec l'angle aigu B: Tellement qu'il y a deux solutions.



pendiculaire AE, par la 16 proposition, il tombe dedans le triangle rectangle AED depuis A jusques au costé ED: Tellement que BC demeure plus petit qu'un demicercle. Apres, veue que AB est aussi plus petit



que AC, par le donné, & (d'autant que l'angle C est aigu) plus grand que la perpendiculaire AE, par la 16 proposition, au triangle rectangle AEC depuis l'angle A jusques à EC, se peut tirer un arc egal à AB, comme AF: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AFC, ayant chacun les trois termes connus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne se dit point si l'angle ABC est aigu ou obtus, & que le troisieme angle & troisieme costé sont aussi incognus, le triangle AFC avec l'angle obtus F, peut aussi bien servir de solution, que le triangle ABC avec l'angle aigu B: Tellement qu'il y a deux solutions.

Demonstration sur la 10 reigle.

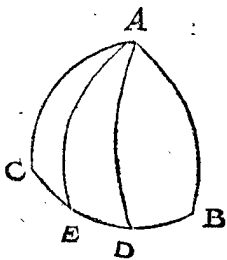
Le donné. Soit ABC un triangle spherique, selon le contenu de la 10 reigle, à sçavoir dont le costé C est obtus, avec AC plus grand que le quart d'un cercle, & AB plus grand que AC; apres, l'angle B soit trouvé oblique par la construction.

Le requis. Il faut demonstrier qu'il y a deux solutions.

Preparation. Soit tiré l'arc AD à angle droit sur CB, il faut qu'il tombe dedans ou hors le triangle ABC, soit dedans.

DEMONSTRATION.

Veue que AB est plus grand que AC, par le donné, & (d'autant que l'angle C est obtus) plus petit que la perpendiculaire AD, par la 16 proposition, dedans le triangle ADC depuis l'angle A jusques à DC, se peut tirer un arc egal à AB, comme AE: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AEC, ayant chacun les trois termes connus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne se dit point si l'angle B est aigu ou obtus, & que le troisieme angle & troisieme costé sont aussi incognus, le triangle AEC avec l'angle aigu E, peut aussi bien servir de solution, que le triangle ABC avec l'angle obtus B. Tellement qu'il y a deux solutions.



Demonstration sur la 12 reigle.

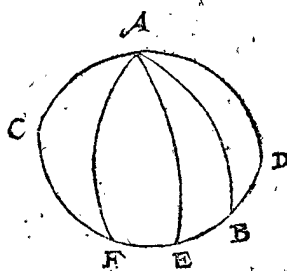
Le donné. Soit ABC un triangle spherique, selon le contenu de la 12 reigle, à sçavoir dont l'angle C est obtus, & AC plus petit que le quart d'un cercle: Et pour y avoir encores maintenant le reste de la reigle, soient CA, CB prolongez tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en D. Ce qui estant ainsi, CAD, CBD font chacun un demicercle, par la 3 consequence de la 1 proposition, & AD est la difference entre AC & le demicercle, & AB soit plus grand que la mesme difference AD: apres, l'angle ABC soit trouvé oblique par la construction.

Le requis. Il faut demonstrier qu'il y a deux solutions.

Preparation. Soit tiré l'arc AE à angle droit sur CBD, il faut qu'il tombe dedans ou dehors le triangle ABC, soit dedans.

DEMONSTRATION.

Veue que AB est plus grand que AD, par le donné, & (d'autant que l'angle D est obtus) plus petit que la perpendiculaire AE, par la 16 proposition, il tombe dedans le triangle rectangle AED depuis A jusques au costé ED, tellement que BC demeure plus petit qu'un demicercle: Apres, veue que AB est aussi plus grand que AC, par le donné, &



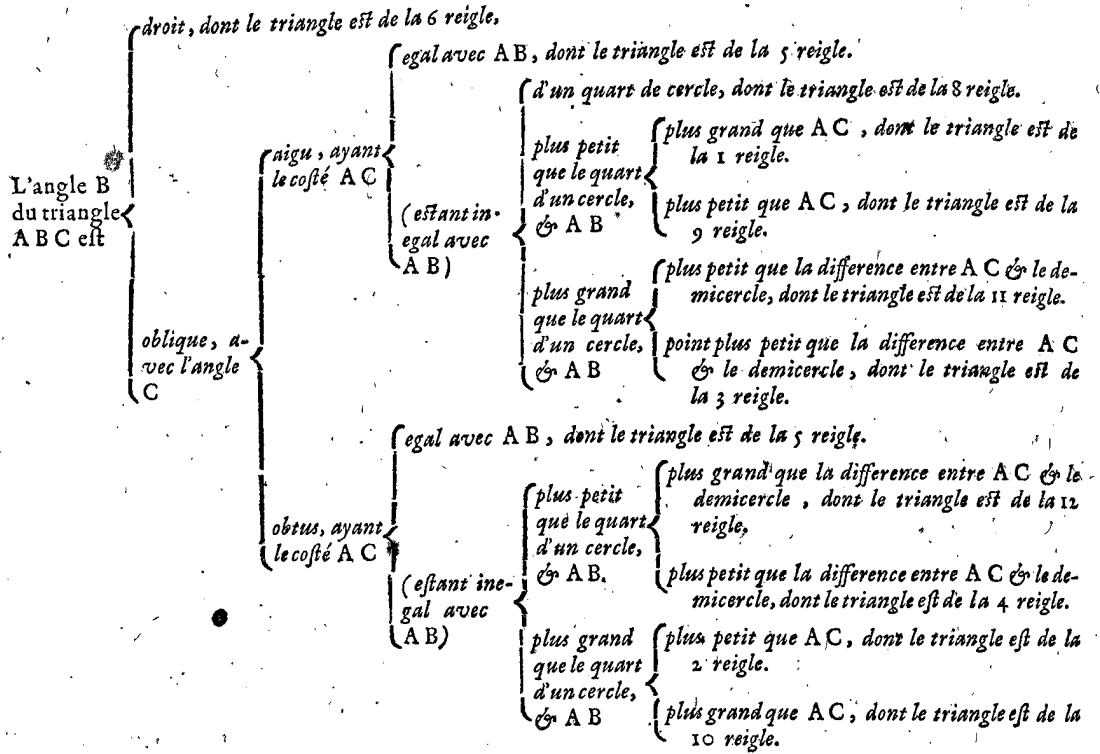
(d'autant que l'angle C est obtus) plus petit que la perpendiculaire AE, par la 16 proposition, au triangle rectangle AEC depuis l'angle A jusques à EC, se peut tirer un arc egal à AB, comme AF: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AFC, ayant chacun les trois termes connus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne se dit point si l'angle ABC est aigu ou obtus, & que le troisieme angle & le troisieme costé sont aussi incognus, le triangle AFC avec l'angle aigu F, peut aussi bien servir de solution, que le triangle ABC avec l'angle obtus B: Tellement qu'il y a deux solutions. Mais d'autant que quelqu'un pourroit doubter maintenant si tous les triangles de ceste espece sont comprins aux 12 reigles susdites, nous en ferons demonstration par la table suivante.

Le requis. Il faut demonstrier qu'il y a deux conclusions.

Preparation. Soit tiré l'arc AE à angle droit sur CBD, il faut qu'il tombe dedans ou hors le triangle ABC, soit dedans.

DEMONSTRATION.

Veue que AB est plus petit que AD, par le donné, & (d'autant que l'angle D est aigu) plus grand que la per-



Là où les parties estant par tout integrantes de leur entier, s'ensuit que ladite demonstration de la 7 reigle est veritable. *Conclusion.* Estant doncques cognu du triangle spherique l'angle oblique, avec deux costez comprenant un angle incognu: Nous avons trouvé le troisieme costé, & les autres deux angles, selon le requis.

PROBLEME IX. PROPOSITION XL.

**E**stant cognu du triangle spherique l'angle oblique, avec deux costez le comprenant: Trouver le troisieme costé, & les autres deux angles.

Les trois termes cognus, dit en general, sont de cette qualité.



Nous ferons d'iceux trois diverses distinctions, d'autant qu'une certaine perpendiculaire qu'il y faut tirer ou imaginer, peut tomber de trois diverses façons, à sçavoir ou dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé cognu, tellement que nous mettrons de chacun un exemple particulier.

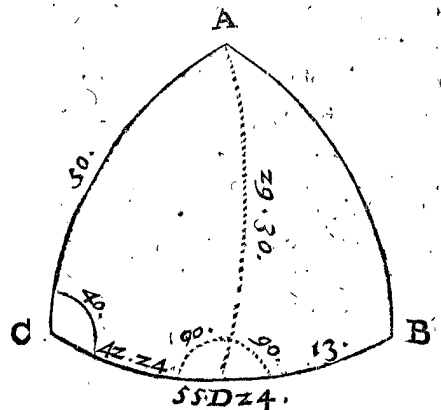
1. Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber dedans le triangle donné.

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 deg. le costé AC 50 deg. & CB 55 deg. 24 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme costé AB, & les autres deux angles CAB, & B.

*Preparation.* Veut qu'il m'est encores incognu, si la perpendiculaire d'un angle incognu comme A à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu AB: Je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle B comme pour droit, le triangle rectangle

imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux costez BC & l'hypothénuse AC, & l'angle C par iceux



cherché le costé de l'angle droit BC, se trouve par la 34 proposition de 42 deg. 24.

Or si le CB donné eust fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée eust aussi esté le vrai AB, & ABC seroit un triangle rectangle droit en B: Mais CB est plus long, car il fait 55 deg. 24.

Parquoi d'icelui CB coupé l'arc CD, qui denote les 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, le reste est pour DB 13 deg.

Mais si le trouvé 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, eust esté plus grand que le donné CB, il eust fallu suivre alors le 2 exemple suivant: mais le 3 exemple, s'il eust esté egal. Maintenant doncques soit marquée la vraye perpendiculaire AD, comme costé de l'angle droit du triangle rectangle ADC; je trouve sa longueur, par la 34 proposition, de 29 deg. 30.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRUCTION.

*Invention du costé A B.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition l'hypothénuse AB du triangle rectangle ADB, qui est aussi le costé requis AB, de 32 deg.

*Invention de l'angle C A B.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition l'angle CAD du triangle rectangle ADC, de 61 deg. 40.  
 A iceux adjousté l'angle DAB du triangle rectangle ADB, qui se trouve, par la 33 proposition, de 25 deg. 7.  
 Font ensemble pour l'angle requis CAB 86 deg. 47.

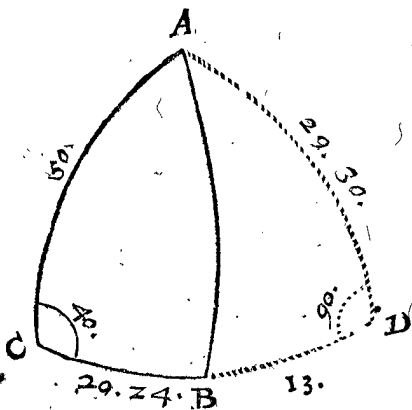
*Invention de l'angle B.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition l'angle B du triangle rectangle ADB, qui est aussi le requis, de 68 deg. 19.

2. *Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber hors le triangle donné.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 degr. le costé AC 50 degr. & CB 29 deg. 24.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme costé AB, & les autres deux angles CAB, ABC.



*Preparation.* Veu qu'il m'est encores incognu, si la perpendiculaire d'un angle incognu jusques à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu AB; Je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle B comme pour droit, adonc iceluy triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux angles, & l'hypothénuse AC, par iceux cherché le costé de l'angle droit CB par la 34 proposition, se trouve de 42 deg. 24.

Or si le donné CB eust fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée eust aussi esté le vrai AB, & que ABC seroit un triangle rectangle droit en B: Mais CB est plus court, car il fait 29 deg. 24.

Parquoi icelui CB prolongé jusques à D, tellement que CD fait 42 deg. 24 (1), la partie prolongée BD fera 13 deg.

Mais si les 42 deg. 24 (1) trouvez premiers en l'ordre, eussent esté plus petits que le don-

né CB, il eust fallu suivre alors le premier exemple precedent: Mais le 3 exemple, s'il eust esté egal. Or donc soit marquée la vraye perpendiculaire AD comme costé de l'angle droit du triangle rectangle ADC, je trouve sa longueur par la 34 proposition, de 29 deg. 30.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRUCTION.

*Invention du costé A B.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition, l'hypothénuse AB du triangle rectangle ADB, qui est aussi le costé requis AB, de 32 deg.

*Invention de l'angle C A B.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition l'angle CAD du triangle rectangle ADC, de 61 deg. 40.  
 D'iceux soustrait l'angle BAD du triangle rectangle ADB, qui se trouve par la 33 proposition, de 25 deg. 7.  
 Reste pour l'angle requis CAB 36 deg. 33.

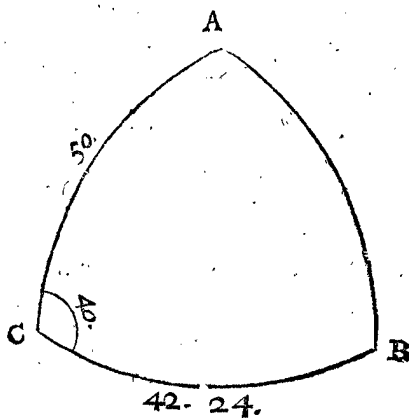
*Invention de l'angle B.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition l'angle ABC du triangle rectangle ACB, qui est aussi le requis, de 67 deg. 37.

3. *Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber dedans le costé incognu.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 degr. le costé AC 50 degr. & CB 42 deg. 24 (1).

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme costé AB, & les autres deux angles A & B.



*Preparation.* Veu qu'il m'est encores incognu, si la perpendiculaire d'un angle incognu jusques à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors ou dedans le costé incognu AB; je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle B comme pour droit, adonc icelui triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux angles, & l'hypothénuse AC, par iceux cherché le costé de l'angle droit CB par la 34 proposition, se trouve de 42 deg. 24.

Or puis que le donné CB fait justement autant, il est notoire que l'imaginée perpendiculaire est aussi la vraie AB, & qu'il faut que ABC soit un triangle rectangle droit en B: Tellement que l'angle B mesme est trouvé par ceste preparation. Mais si les trouvés 42 deg. 24 ①, eussent esté plus petits que le donné CB, il eust fallu suivre alors le 1 exemple; & le 2 exemple, s'il eust esté plus grand.

## CONSTRUCTION.

*Invention du costé AB.*

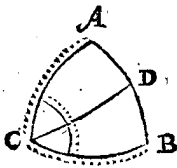
Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition, le costé AB du triangle rectangle ABC comme le requis, de 29 deg. 30.

*Invention de l'angle A.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 33 proposition, l'angle A du triangle rectangle ABC comme le requis, de 61 deg. 40.

## NOTEZ.

Si les deux costez connus donnez, comme ici CA, CB, estoient egaux, alors les autres termes incognus se peuvent decouvrir par un plus court chemin que le precedent, car tiré CD à angle droit sur AB, il partit le triangle ABC en deux triangles rectangles egaux & semblables CDA, CDB, ayant chacun, joignant l'angle en D, une hypotenuse connue, & un angle



oblique connu, à sçavoir chacun la moitié de l'angle connu ACB: Parquoi d'un de ces deux triangles rectangles soit de DCA, trouvé par la 34 proposition l'angle requis A, & le costé DA, on a ensemble par mesme moyen l'angle requis B, & le costé DB, lequel adjousté au costé DA, on a le costé requis AB.

Quant à la demonstration des exemples de ceste proposition, elle est par tout notoire par la preparation & la construction mesme.

*Conclusion.* Estant doncques connu du triangle spherique l'angle oblique, avec deux costez le comprenant, nous avons trouvé le troisieme costé, & les autres deux angles, selon le requis.

## PROBLEME X. PROPOSITION XLI.

**E**stant connu du triangle spherique deux angles obliques, & un costé à l'opposite d'un des connus: Trouver le troisieme angle, & les autres deux costez.

Les trois termes connus, dit en general, sont de cette qualité.

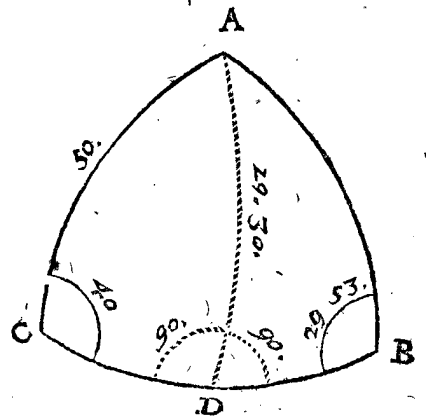


Et veu que la perpendiculaire de l'angle incognu sur son costé opposite tombe dedans ou hors le triangle, nous en mettrons deux exemples.

## 1. Exemple où la perpendiculaire tombe dedans le triangle.

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 deg. l'angle B 29 deg. 53 ①, & le costé AC 50 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme angle CAB, & les autres deux costez BC, AB.



*Preparation.* Les deux angles connus ayant semblable nom, qui est, tous deux aigus, ou obtus, la perpendiculaire du troisieme angle sur son costé opposite tombe dedans le triangle, mais de ceux qui n'ont point semblable nom, elle tombe dehors par la 6 proposition: Lequel consideré, & nos deux angles connus ayant semblable nom, à sçavoir tous deux aigus, je tire de l'angle incognu A, l'arc AD dedans le triangle donné ABC, & à l'angle droit sur BC (comme il faut faire aussi quand les deux angles connus sont tous deux obtus) avec lequel le triangle ABC se partit en deux triangles rectangles ADC, ADB: Tellement que ADC a trois termes connus: Par iceux trouvé son costé de l'angle droit AD par la 34 proposition se trouve de 29 deg. 30. Tellement que l'autre triangle rectangle ADB a maintenant aussi trois termes connus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'en suit.

## CONSTRUCTION.

*Invention de l'angle CAB.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition l'angle CAD du triangle rectangle ADC, de 61 deg. 40. Et par la 35 proposition l'angle DAB du triangle rectangle ADB pour premiere solution de 85 deg. Et pour deuxieme solution du mesme angle DAB 95 deg. A l'angle CAD 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, adjousté l'angle DAB 85 deg. deuxieme en l'ordre, vient pour l'angle requis CAB, comme premiere solution 146 deg. 40. Pour voir maintenant s'il y a une deuxieme solution, ou non, je dis ainsi: A l'angle CAD 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, adjousté l'angle DAB 95 deg. troisieme en l'ordre, vient 156 deg. 40.

Lequel estant plus petit que 180 deg. je dis icelui estre pour la deuxieme solution de l'angle requis CAB: Mais si la somme eust esté de 180 deg. ou davantage, il ne pourroit servir de conclusion, pource que tout angle est plus petit par la 1 definition de ces triangles spheriques, tellement qu'en tel cas il n'y auroit que la premiere solution.

*Invention du costé opposite de l'angle incognu, qui est du costé BC.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition le costé de l'angle droit CD du triangle rectangle ADC de 42 deg. 24. Et

Et par la 35 proposition le costé de l'angle droit DB du triangle rectangle ADB, comme premiere solution, de 79 deg. 55.  
 Et pour la deuxiesme solution d'icelui DB 100 deg. 5.  
 A' CD 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, adjouste BD 79 deg. 55 ① deuxiesme en l'ordre, vient pour le requis CB comme 1 solution 122 deg. 19.

Pour voir maintenant s'il y a aussi une seconde solution ou non, je dis ainsi: A' CD 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, adjouste DB 100 deg. 5 ① troisieme en l'ordre, vient 142 deg. 29.

Lequel estant plus petit que 180 deg. je dis icelui estre pour la seconde solution du costé requis CB. Mais si la somme eust esté de 180 deg. ou davantage, cela ne pourroit servir de solution, pource que tout costé de triangle est plus petit, par la 1 definition de ces triangles spheriques. Tellemét qu'en tel cas il n'y auroit qu'une solution.

*Invention du costé opposite de l'angle connu, qui est du costé AB.*

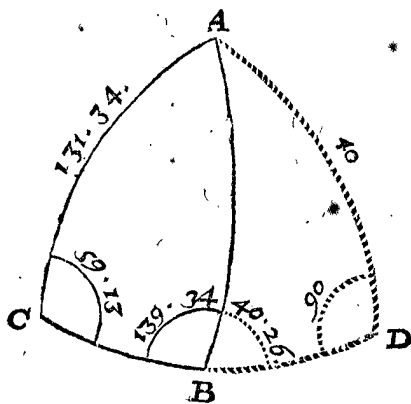
Premierement ayant fait la preparation comme dessus, il est besoin de sçavoir si le triangle est de double solution ou non: Pour à quoi parvenir, il faut premierement trouver un des deux termes susdits; ce qui est l'angle CAB, ou le costé CB, lequel estant trouvé de double solution, ce costé fera aussi de double solution, mais estant de simple, cestui-ci sera aussi de simple. Suivant lequel il faut que cest AB ait une double solution, car l'angle CAB, ou le costé CB estoient de double solution, comme il appert. Parquoi cerchés l'hypothénuse AB du triangle rectangle ADB, par la 35 proposition, se trouve de 81 deg. 14.

Et pour la seconde solution 98 deg. 46.

*2. Exemple où la perpendiculaire tombe dehors le triangle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 59 deg. 13 ①, l'angle ABC 139 deg. 34 ①, & le costé AC 131 deg. 34 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisieme costé CAB, & les autres deux costez AB, BC.



*Preparation.* Les deux angles connus ayant semblables noms, ce qui est, estant tous deux aigus ou obtus, la perpendiculaire du troisieme angle sur son costé opposite tombe dedans le triangle, mais de ceux qui ont les noms dissemblables, elle tombe dehors, par la 6 proposition. Lequel considéré, & nos deux angles connus ayant des noms dissemblables, à sçavoir l'un aigu, l'autre obtus, je tire de l'angle incognu A, l'arc AD dehors le triangle donné ABC, & à angle droit sur le prolongé BC, avec lequel nous avons deux triangles rectan-

gles ADC, ADB: Tellemét que ADC a trois termes connus: Par lesquels cerchés le costé de son angle droit AD, par la 34 proposition, se trouve de 41 deg. Puis apres je soustrais l'angle ABC 139 deg. 34. De 180 deg.

Reste pour l'angle ABD 40 deg. 26. Tellemét que l'autre triangle rectangle ADB a maintenant aussi trois termes connus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'en suit.

CONSTRUCTION.

*Invention de l'angle CAB.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition l'angle CAD du triangle rectangle ADC, de 138 deg. 5.

Et par la 35 proposition l'angle BAD du triangle rectangle ADB pour premiere solution de 83 deg. 32.

Et pour la seconde solution du mesme angle BAD 96 deg. 28.

De l'angle CAD 138 deg. 5 ① premier en l'ordre, soustrait l'angle BAD 83 deg. 32 ① deuxiesme en l'ordre, reste pour l'angle requis CAB, comme premiere solution, 54 deg. 33.

Pour sçavoir maintenant s'il y a aussi une seconde solution ou non, je voy si l'angle BAD 96 deg. 28. ① troisieme en l'ordre, se peut soustraire de l'angle CAD 138 deg. 5 ① premier en l'ordre, & trouvé qu'ouy, parquoi iceux soustraits, reste pour la seconde solution de l'angle requis CAB 41 deg. 37. Mais si l'angle BAD eust esté plus grand que CAD, il est notoire qu'il n'y eust point eu de double solution.

*Invention du costé opposite de l'angle incognu, qui est du costé BC.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition le costé de l'angle droit CD du triangle rectangle ADC de 150 deg.

Et par la 35 proposition le costé de l'angle droit DB du triangle rectangle ADB, comme premiere solution, de 79 deg. 59.

Et pour la deuxiesme solution du mesme costé DB 100 deg. 1.

Du costé CD 150 deg. premier en l'ordre, soustrait le costé DB 79 deg. 59 ① deuxiesme en l'ordre, reste pour le costé requis BC, comme premiere solution, 70 deg. 1.

Pour sçavoir maintenant s'il y a aussi une seconde solution ou non, je regarde si le costé DB 100 deg. 1 ① troisieme en l'ordre, se peut soustraire du costé CD 150 deg. premier en l'ordre, & trouvé qu'ouy, parquoi iceux soustraits, reste pour la seconde solution du costé requis BC 49 deg. 59.

Mais si le costé DB eust esté plus grand que CD, il est notoire qu'il n'y eust point eu une seconde solution.

*Invention du costé opposite de l'angle connu, qui est du costé AB.*

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, il est besoing de sçavoir si le triangle est de double solution ou non;

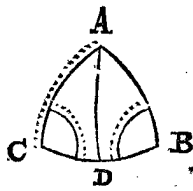
Pour

Pour à quoy parvenir il faut trouver premierement un des deux termes susdits, qui est l'angle CAB, ou le costé CB, lequel estant trouvé de double solution, ce costé fera aussi de double solution: mais estant de simple, ceste-ci sera aussi de simple. Suivant lequel il faut que cest AB ait une double solution, car l'angle CAB, ou le costé CB estoient de double solution, comme il appert: Parquoy trouvé l'hypothénuse AB du triangle rectangle ADB par la 35 proposition, se trouve de

Et pour la deuxiesme solution 82 deg. 22.  
97 deg. 38.

NOTEZ.

Si les deux angles cognus donnez, comme B, C, estoient egaux, l'invention des autres termes incognus sera plus courte que la precedente, car il faudroit que leurs costez opposites AB, AC, fussent aussi egaux: parquoy AD tiré à angle droit sur CB, elle partit le



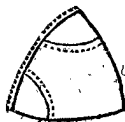
triangle ABC en deux triangles rectangles egaux & semblables ADB, ADC, ayant chacun deux angles cognus, & une hypothénuse cognüe: Parquoy d'un de ces triangles soit de ADB, trouvé par la 34 proposition le costé DB, & l'angle DAB, on a par mesme moyen le costé DC, & l'angle DAC; lequel adjousté à l'angle DAB, on a l'angle requis CAB: Et CD adjousté à DB, on a le costé requis CB: Quant à la double solution, elle ne vient point en l'espece de ce triangle, comme il appert en la 5 reigle de la 39 proposition. Touchant la demonstration, elle est par tout notoire par la construction.

Conclusion. Estant donc cognus du triangle spherique deux angles obliques, & un costé à l'opposite d'un des cognus, nous avons trouvé le troisieme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

PROBLEME XI. PROPOSITION XLII.

Estant cognus d'un triangle spherique deux angles obliques, & un costé entre deux: Trouver le troisieme angle, & les autres deux costez.

Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité.



D'iceux nous ferons trois distinctions diverses, pour ce qu'une certaine perpendiculaire qu'il faut tirer ou imaginer, peut tomber de trois diverses façons, à sçavoir ou dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé cognu, tellement que nous mettrons de chacun un exemple particulier.

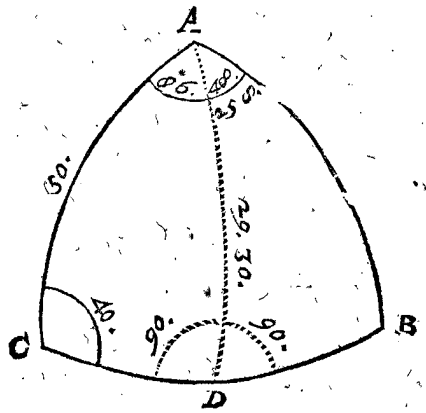
I. Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber dedans le triangle donné.

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle CAB fait 86 deg. 48, l'angle C 40 deg. & le costé entre deux AC 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisieme angle B, & les autres deux costez AB, BC.

Preparation. Veu qu'il m'est encores incognu si la perpendiculaire d'un angle cognu, comme A, jusques

à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu AB, je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle B comme droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux angles A, C, & l'hypothénuse AC, par iceux cherchés l'angle CBA, par la 34 proposition, se trouve de 61 deg. 40.



Or si l'angle donné CAB eust fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée eust aussi esté le vrai AB, & que ABC seroit un triangle rectangle droit en B, mais l'angle CAB est plus grand, car il fait

Parquoy d'icelui angle CAB coupé l'angle CAD, qui me denote les 61 deg. 40 premier en l'ordre, le reste est pour l'angle DAB

Mais si les trouvez 61 deg. 40 premier en l'ordre, eussent esté plus que l'angle donné CAB, il eust fallu suivre alors le 2 exemple, & le 3 exemple, s'ils eussent esté egaux. Or donc ainsi marqué la vraye perpendiculaire AD, comme costé de l'angle droit du triangle rectangle ADC, je trouve sa longueur par la 34 proposition de

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes cognus; avec lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRUCTION.

Invention de l'angle B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'angle B du triangle rectangle ADB, qui est aussi le requis, de

Invention du costé AB.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'hypothénuse AB du triangle rectangle ADB, qui est aussi le costé requis AB, de

Invention du costé BC.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition le costé CD du triangle rectangle ADC, de A iceux adjousté le costé DB du triangle rectangle

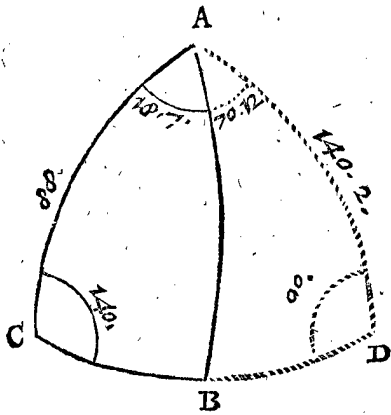


triangle ADC, qui se trouve par la 36 proposition, de 13 deg.  
 Font ensemble pour le costé requis BC 55 deg. 24.

2. Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber hors le triangle donné.

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle CAB fait 18 deg. 7 ①, l'angle C 140 deg. & le costé entre deux AC 88 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisieme angle ABC, & les autres deux costez AB, BC.



Preparation. Veu qu'il m'est encores incognu si la perpendiculaire d'un angle cognu comme A, jusques à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu AB; je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle ABC comme pour droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux angles ACB, A, & l'hypothénuse AC, par iceux cherchés l'angle CAD par la 34 proposition, se trouve de 88 deg. 19.

Oi si l'angle donné CAB eust fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée eust aussi esté le vray AB, & que ABC seroit un triangle rectangle droit en B, mais l'angle CAB est plus petit, car il fait seulement 18 deg. 7.

Parquoi à icelui angle CAB encores adjousté l'angle BAD, tellement que CAD me denote les 88 deg. 19 ① premier en l'ordre, le reste d'icelui CAB par dessus 18 deg. 7 ①, est pour l'angle BAD 70 deg. 12.

Mais si le trouvé 88 deg. 19 ① premier en l'ordre, eust esté plus petit que l'angle donné CAB, alors il eust fallu suivre le 1 exemple de ceste proposition, & le 3 exemple, s'il eust esté egal. Or donc ainsi marquée la vraye perpendiculaire AD comme costé de l'angle droit du triangle rectangle ADC, je trouve sa longueur par la 34 proposition, de 140 deg. 2.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRUCTION.  
 Invention de l'angle ABC.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'angle ABD du triangle rectangle ADB, de 136 deg. 9.  
 Lesquels soustraits de 180 deg.  
 Reste pour l'angle requis ABC 43 deg. 51.

Invention du costé AB.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'hypothénuse AB du triangle rectangle ADB, qui est aussi le costé requis de 112 deg.

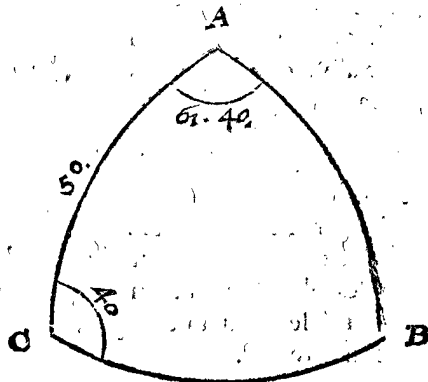
Invention du costé BC.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition le costé CD du triangle rectangle ADC de 92 deg. 37.  
 D'iceux soustrait le costé DB du triangle rectangle ADB, qui par la 36 proposition se trouve de 60 deg. 44.  
 Reste pour le costé requis BC 31 deg. 53.

3. Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber dedans le costé incognu.

Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle A 61 deg. 40 ①, l'angle C 40 deg. & le costé entre deux AC 50 deg.

Le requis. Il faut trouver le troisieme angle B, & les autres deux costez AB, BC.



Preparation. Veu qu'il m'est encores incognu si la perpendiculaire d'un angle cognu comme A, jusques à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu AB, je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle ABC, comme pour droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux angles ACB, A, & l'hypothénuse AC, par iceux cherchés l'angle A, par la 34 proposition, se trouve de 61 deg. 40.

Or puis que l'angle donné A fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée est aussi le vrai AB, & qu'il faut que ABC soit un triangle rectangle droit en B: Tellement que l'angle B est trouvé par ceste preparation mesme. Mais si le trouvé 61 deg. 40 ①, eust esté plus petit que l'angle donné A, il eust fallu suivre alors le 1 exemple; & le 2 exemple, s'il eust esté plus grand.

CONSTRUCTION.

Invention du costé AB.

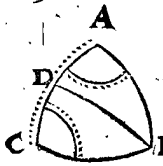
Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition le costé de l'angle droit AB du triangle rectangle ABC, comme le requis de 29 deg. 30.

Invention du costé BC.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition le costé de l'angle droit BC du triangle rectangle ABC comme le requis de 42 deg. 24.

NOTEZ I.

Si les deux angles cognus donnez, comme A & C, estoient egaux, les autres termes incognus se peuvent trouver par un plus court chemin que le precedent, car il faudroit que leurs costez opposites AB, BC, fussent aussi egaux, & B'D tiré à angle droit sur AC, il partit le cognu AC en deux parties cognuës egales AD, DC, tellement que nous avons deux triangles rectangles egaux & semblables BDA, BDC, ayant chacun deux angles cognus, & un costé cognu entre deux: Parquoi l'un de ces triangles, soit de BDA, trouvé par la 36 proposition l'hypothenuse AB, & l'angle ABD, on a le costé requis BC, aussi l'angle DBC, lequel adjousté à l'angle ABD, on a l'angle requis ABC.



NOTEZ 2.

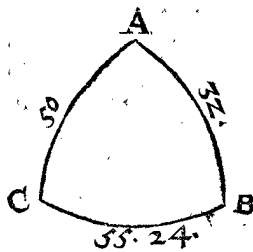
Nous avons dit ci devant au commencement des preparations estre incognu, si la perpendiculaire d'un angle cognu jusques à son costé opposite tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé cognu: Toutesfois quand les deux angles cognus donnez ne font que 90 deg. ensemble, ou font plus petits, alors nous sçavons où elle tombe, à sçavoir hors le triangle, à cause qu'il faut alors que le troisieme angle incognu soit obtus, par la consequence de la 14 proposition, entre lequel & un des autres angles aigus ne tombe point de perpendiculaire, mais vient dehors le triangle par la 6 proposition. Quant à la demonstration, elle est par tout notoire par la construction.

Conclusion. Estant doncques cognus du triangle spherique deux angles obliques, & un costé entre deux: Nous avons trouvé le troisieme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

PROBLEME XII. PROPOSITION XLIII.

Estant d'un triangle spherique donné trois costez cognus: Trouver les trois angles.

Les trois termes cognus sont, dit en general, de cette qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AB fait 32 deg. BC 55 deg. 24 (D), & CA 50 deg.

Le requis. Il faut trouver les trois angles.

OPERATION.

Invention de l'angle A.

Multipliés l'un par l'autre les sinus des deux costez qui comprennent l'angle requis A, qui est 7660 avec 5299, vient 40590340: De cela soustrait par regle generale les quatre dernieres lettres, à sçavoir tousjours autant comme nostre sinus de l'angle droit a de principes ou nuls, reste

4059.

Soustrait le moindre costé des deux qui comprennent l'angle requis A du plus grand, reste 18 deg. duquel le versé par la 14 proposition de la construction des sinus Et le versé du costé opposite de l'angle requis A, fait 490. Difference entre les mesmes & 490 deuxiesme en l'ordre, est 432. Apres, je dis, 4059 premier en l'ordre, donne sinus de l'angle droit 10000, combien 3832 quatriesme en l'ordre: vient versé 9449. Duquel l'angle pour l'angle requis A, fait par la consequence de la 14 proposition de la construction des sinus 86 gr. 48. Et semblablement seront trouvez les angles en tous exemples, moyennant qu'és arcs & angles plus grands que 90 degrez, on se souviene de prendre leur competent versé plus grand que 10000, selon qu'il appartient, & suivant teci l'angle requis B se trouvera de 68 tr. Et l'angle C de 40. tr. i.

DEMONSTRATION.

Premierement sur l'invention du costé BC.

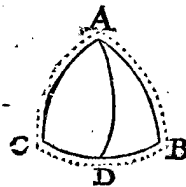
Il appert par la 30 proposition, que quand d'un triangle spherique font fait trois termes, dont le premier est le rectangle plat compris sous les deux sinus de deux costez: Le deuxiesme terme le carré du sinus de l'angle droit: Le troisieme terme la difference des deux versés, dont l'un versé de la difference d'iceux deux costez, l'autre versé du troisieme costé: Qu' alors leur quatriesme terme proportionnel est pour le versé de l'angle compris sous les deux premiers costez.

Mais du precedent triangle spherique ABC font fait trois termes, dont le premier est le rectangle plat 40590340 compris sous les sinus 7660, 5299 des deux costez AC, AB: Le second terme le carré de l'angle droit 100000000, (ou en leur place 409, 10000, car l'un & l'autre donne un mesme quatriesme) Le troisieme terme 3832 difference de deux versés, dont l'un 490 versé de la difference 18 deg. d'iceux deux costez AC, AB: L'autre 4322 versé du troisieme costé BC: Et 9449 est par l'operation quatriesme terme proportionnel des susdits trois:

Pourtant 9449 est pour versé de l'angle A compris sous les deux premiers costez AC, AB: Mais l'angle de 9449 fait 86 deg. 48 (D) par l'operation, pourtant fait autant l'angle requis A.

NOTEZ.

Si de deux costez cognus deux estoient egaux, comme par exemple ici AB, AC, les autres termes incognus se peuvent trouver par vöye plus courte que la precedente, car leurs angles opposites C, B, seroient aussi egaux: Pourtant tiré AD à angle droit sur CB, elle divisé icelle CB en deux parties egales cognuës, tellement que nous avons deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun



avec deux costez cognus, à sçavoir l'hypothenuse, & un costé de rectangle: Pourtant d'un de ces deux triangles, je prens de ADC, trouvé par la 32 proposition l'angle requis C, & l'angle CAD, on a aussi l'angle requis

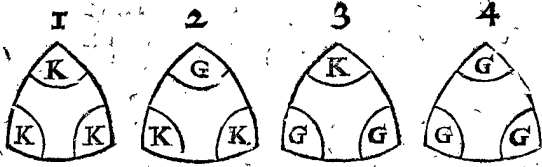
requis B, & l'angle BAD, lequel adjouste. à l'angle CAD, on a l'angle requis CAB.

Conclusion. Estant donc d'un triangle spherique donné trois costez, nous avons trouvé les trois angles, selon le requis.

PROBLEME XIII. PROPOSITION XLIV.

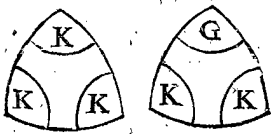
Estant d'un triangle spherique donné trois angles: Trouver les trois costez.

Les trois termes connus peuvent tomber en quatre diverses sortes ainsi:



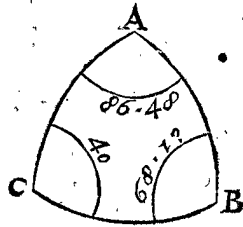
Lesquels recevant diverses manieres d'operation, nous en descrirons deux exemples.

1. Exemple du 1 & 2 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, duquel l'angle A fait 86 degr. 48 (1), B 68 deg. 19 (1), C 40 deg.

Le requis. Il faut trouver les trois costez.



CONSTRUCTION.

Invention du costé opposé au majeur angle, comme ici le costé BC.

Multipliez l'un par l'autre les sinus des deux angles qui touchent le costé requis BC, qui est 6428 avec 9292 des angles B, C, vient 59723976, d'iceux coupées par reigle generale les quatre dernieres lettres, à sçavoir autant que nostre sinus de rectangle contient de 0, demeure

Difference des deux angles qui touchent le costé BC requis 28 deg. 19 (1), dont le versé par la 14 proposition de la construction des sinus,

Le versé de la difference de demicercle de l'angle A à l'opposite du costé requis BC, fait

Difference entre iceux & 1197 deuxiesme en l'ordre, fait

Après je dis 5973 premier en l'ordre, donne sinus d'angle droit 10000, combien 9361 quatriesme en l'ordre ? vient versé

Dont l'arc pour la consequence de la 14 proposition de la construction des sinus 124 deg. 33 (1), duquel la difference du demicercle pour la requise BC

Invention du costé opposé à l'angle n'estant point le majeur, comme ici AB ou AC, soit AB.

Multipliez l'un par l'autre les sinus des deux angles qui touchent le costé AB requis,

c'est 9984 par 9292 des angles A, B, vient 92771328, d'iceux soustrait par reigle generale les quatre dernieres lettres, à sçavoir autant que nostre sinus du rectangle contient de 0, demeure

Adjoustez les deux angles qui touchent le costé AB requis, ce sont ici les deux angles A, B, font 155 deg. 7 (1), & iceux soustraits de 180 deg. reste 24 deg. 53 (1), dont le versé par la 14 proposition de la composition des sinus

Le versé de l'angle C à l'opposite du costé AB requis, fait

La difference entre iceux & 928 deuxiesme en l'ordre, fait

Puis je dis 9277 premier en l'ordre, donne sinus de rectangle 10000, combien 1412 quatriesme en l'ordre ? vient versé

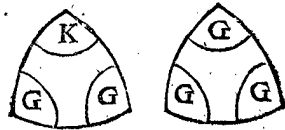
Dont l'arc pour l'arc requis AB, par la consequence de la 14 proposition de la construction des sinus,

Invention du costé AC.

Qui comme AB est aussi à l'opposite d'un angle n'estant le majeur, est comme d'iceui AB, & suivant cela se trouvera de

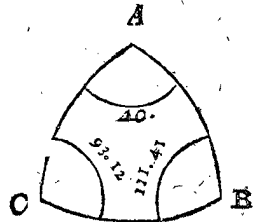
Et semblable sera aussi l'invention des trois costez du triangle de la deuxiesme sorte.

2. Exemple du 3 & 4 triangle de ceste qualité.



Le donné. Soit ABC un triangle spherique, duquel l'angle A fait 40 deg. B 111 deg. 41 (1), C 93 deg. 12 (1).

Le requis. Il faut trouver les trois costez.



CONSTRUCTION.

Invention d'un des trois costez comme il advient, soit BC.

Multipliez l'un par l'autre les sinus des deux angles qui touchent le costé requis, c'est 9984 par 9292 des angles C, B, vient 92771328, d'iceux soustraits par reigle generale les quatre dernieres lettres, à sçavoir autant que nostre sinus de rectangle contient de 0, reste

Difference des deux angles qui touchent le costé BC requis, est 18 deg. 29 (1), dont le versé par la 14 proposition de la construction des sinus,

Le versé de la difference au demicercle de l'angle A à l'opposite du costé BC requis, fait par la 14 proposition de la construction des sinus,

h

La

La difference entre iceux & 516 deuxiesme en l'ordre, fait 17144.  
 Puis je dis, 9277 premier en l'ordre, donne sinus de rectangle 10000, combien 17144 quatriesme en l'ordre ? vient versé 18480.  
 Dont l'arc par la 12 proposition de la construction des sinus 148 deg duquel la difference au demicerle pour le costé BC requis 32 deg.  
 Et de la mesme façon se trouveront les deux autres costez, à sçavoir AB de 130 deg.  
 Et AC de 124 deg. 36.  
 Semblablement se trouveront les trois costez de la quatriesme figure avec trois angles donnez obtus.

## N O T E Z.

La construction de l'invention de ce costé BC en ce deuxiesme exemple n'a, comme il se peut voir, nulle difference avec la construction de l'invention du costé BC à l'opposite de l'angle majeur au 1 exemple: Mais la construction de l'invention de ces deux costez AB, AC, estant comme celle de BC, a difference avec l'operation de l'invention d'iceux deux costez AB, AC du premier exemple, comme il appert. La raison pourquoy j'ay ici descrit au long l'invention de BC, est afin que quand on le veut imiter en effect, l'invention des trois termes soit en chacun exemple parfaitement.

## D E M O N S T R A T I O N.

*Au premier sur l'invention du costé BC du premier exemple.*

Il appert par la 31 proposition, que quand d'un triangle spherique avec deux ou trois angles aigus, sont faits trois termes, dont le premier est le rectangle plat compris sous les sinus des deux moindres angles: Le second terme, le carré du sinus du rectangle: Le troisieme terme, la difference des deux versés, dont l'un versé de la difference d'iceux deux angles moindres, l'autre versé de la difference au demicerle du troisieme angle, qu'alors leur quatriesme terme proportionnel est pour le versé de la difference au demicerle du costé à l'opposite du mesme angle.

Mais du triangle spherique ABC avec trois angles aigus du 1 exemple, sont faits trois termes, dont le 1 est le rectangle plat 59728976 compris sous les sinus 6428, 9292, des deux moindres angles B, C: Le second terme, le carré du sinus du rectangle 100000000 (ou en leur place 5973, 10000, car l'un & l'autre donne un mesme quatriesme.) Le troisieme terme 9361 la difference des deux versés, dont l'un 1197 versé de la difference d'iceux deux angles moindres B, C, l'autre 10558 versé de la difference au demicerle du troisieme angle A: Et 15672 est par l'operation, quatriesme terme proportionnel des susdits trois.

Pourtant 15672 est pour versé de la difference au demicerle du costé à l'opposite du mesme angle A: Mais l'arc de 15672 fait 124 deg. 33 ①, dont la difference au demicerle 55 deg. 27 ① par l'operation, & pource fait autant le costé BC requis.

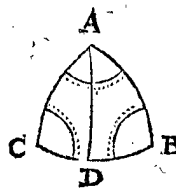
Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention des costez AB, AC à l'opposite des deux moindres angles, moyennant qu'à cela on se serve de la deuxiesme partie de la 31 proposition, comme au precedent on se seroit de la premiere partie d'icelle.

Ainsi est aussi notoire par la conséquence de la 31 proposition, la demonstration de l'invention des trois costez d'un triangle avec deux ou trois angles obtus.

## N O T E Z.

Si de trois angles cognus deux estoient egaux, comme en ce triangle ABC, les deux angles egaux, par exemple B, C, les trois costez incognus se peuvent trouver par voye plus briefve que la precedente: Car tirés AD perpendiculaire sur BC entre les deux angles egaux B, C, elle partit l'angle cognu CAB en deux parties egales cognuës, tellement que nous avons deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois angles cognus, pourtant d'un de ces triangles, je prens ADC, trouvé par la 37 proposition le costé requis AC, & le costé DC, on a aussile costé requis AB, ensemble DB, qui adjousté à CD, on a le costé requis BC.

*Conclusion.* Estant donc d'un triangle spherique donne trois angles, nous avons trouvé les trois costez, selon le requis.

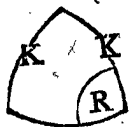
I N D I C E D E S T R I A N G L E S  
S P H E R I Q U E S.

**L** Equel est une maniere de table, monstrant comment on trouvera des triangles au precedent, pour imiter l'operation d'iceux en un triangle proposez, dont on veut trouver un terme, ou termes incognus.

Veux que les precedentes reigles des operations, par lesquelles on cherche les termes incognus des triangles, sont fort differentes, & qu'il seroit moleste de les retenir toutes par cœur, nous descrirons ici certaine maniere pour prevenir à telle peine, de forte qu'à tout exemple occurrant, on trouve incontinent un semblable au precedent, dont on peut suivre l'operation de point en point, sans charger la memoire d'aucunes de ces differences. A icelle fin nous mettons ceste suivante description des triangles en forme de table distinguée en trois membres, dont nous declarerons ci apres l'usage par exemple.

TRIANGLES SPHERIQUES DV  
PREMIER MEMBRE AVEC  
*rectangles connus donnez.*

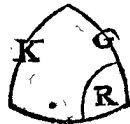
Page 52 le 1 exemple de la 32 proposition.



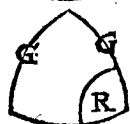
Page 52 le 2 exemple de la 32 proposition.



Page 53 le 3 exemple de la 32 proposition.



Page 53 le 4 exemple de la 32 proposition.



Page 55 le 1 exemple de la 33 proposition.



Page 55 le 2 exemple de la 33 proposition.



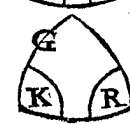
Page 55 le 3 exemple de la 33 proposition.



Page 57 le 1 exemple de la 34 proposition.



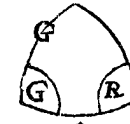
Page 57 le 2 exemple de la 34 proposition.



Page 57 le 3 exemple de la 34 proposition.



Page 58 le 4 exemple de la 34 proposition.



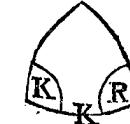
Page 59 le 1 exemple de la 35 proposition.



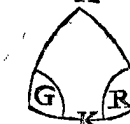
Page 59 le 1 exemple de la 35 proposition.



Page 61 le 1 exemple de la 36 proposition.



Page 61 le 2 exemple de la 36 proposition.



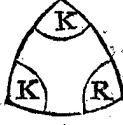
Page 62 le 3 exemple de la 36 proposition.



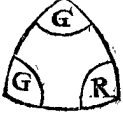
Page 62 le 4 exemple de la 36 proposition.



Page 64 le 1 exemple de la 37 proposition.



Page 64 le 2 exemple de la 37 proposition.



Page 64 le 3 exemple de la 37 proposition.



TRIANGLES SPHERIQUES DV  
DEUXIEME MEMBRE AVEC UN  
*costé connu donné de 90 degr. sans  
angle droit connu.*

Page 66 le 1 exemple de la 38 proposition.



Page 66 le 1 exemple de la 38 proposition.



Page 67 le 2 exemple de la 38 proposition.



Page 67 le 2 exemple de la 38 proposition.



Page 67 le 3 exemple de la 38 proposition.



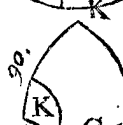
Page 68 le 4 exemple de la 38 proposition.



Page 68 le 5 exemple de la 38 proposition.



Page 68 le 5 exemple de la 38 proposition.



Page 69 le 6 exemple de la 38 proposition.



Page 69 le 6 exemple de la 38 proposition.



Page 69 le 7 exemple de la 38 proposition.





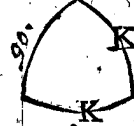
Page 69 le 7 exemple de la 38 proposition.



Page 70 le 8 exemple de la 38 proposition.



Page 70 le 8 exemple de la 38 proposition.



Page 71 le 9 exemple de la 38 proposition.



Page 71 le 9 exemple de la 38 proposition.

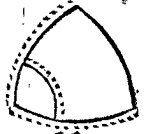


Page 71 le 10 exemple de la 38 proposition.

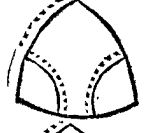
TRIANGLES SPHERIQUES DV TROISIEME MEMBRE SANS RECTANGLE cognu donné ou costé de 90 deg.



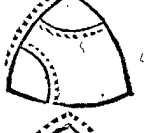
Page 72 à la 39 proposition, lisés premierement en la 72 page l'advertissement general declarant quel exemple il faut suivre.



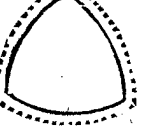
Page 78 à la 40 proposition.



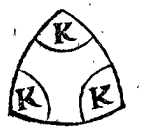
Page 80 à la 41 proposition.



Page 82 à la 42 proposition.



Page 84 à la 43 proposition.



Page 85 le 1 exemple de la 44 proposition.



Page 85 le 1 exemple de la 44 proposition.



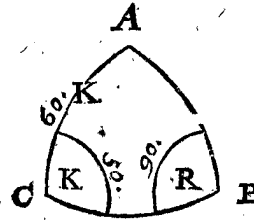
Page 85 le 2 exemple de la 44 proposition.



Page 85 le 2 exemple de la 44 proposition.

L'USAGE DV PRECEDENT INDICE DES TRIANGLES SPHERIQUES.

Soient à trouver un ou plusieurs termes incognus de ce triangle ABC, dont l'angle B fait 90 deg. C 50 deg. AC 60 deg. Lequel B estant un angle droit, & AC un costé plus petit que le quart d'un cercle, & C un angle aigu, je mets à l'angle droit sa lettre signifiante R, sur AC la lettre K, & à l'autre angle aussi K (signifiant plus petit pour les raisons dites ailleurs)



comme on voit. Or veu que ceci est un triangle rectangle, je cherche le semblable au 1<sup>er</sup> membre de l'indice des triangles, le trouvant là le 8 en l'ordre, où je voy qu'un semblable fera trouvé en la 57 page au 1<sup>er</sup> exemple de 34 proposition, parquoy icelle operation suivie, on vient au requis. Et ainsi avec tous autres. Notez encores qu'en tous les exemples des triangles rectangles, comme ceux du premier membre, nous avons denoté l'angle droit avec B, AC signifie par tout l'hypothénuse, AB & BC sont tousiours costez de l'angle droit : Mais s'il advenoit à quelqu'un qu'il fallut trouver les termes incognus d'un triangle marqué avec d'autres lettres, ou avec les mesmes autrement mises, il pourroit au lieu d'iceux (pour ne troubler l'esprit de diverses lettres d'une mesme signification) mettre B à l'angle droit, A en haut, C au troisieme angle. Et si l'angle droit du triangle donné estoit à la main fenestre, on le pourroit tourner jusques à ce qu'il vint à la main dextre. Ou bien marquer un autre triangle de telle disposition comme il est aux exemples.

Et si l'angle droit du triangle donné estoit à la main fenestre, on le pourroit tourner jusques à ce qu'il vint à la main dextre. Ou bien marquer un autre triangle de telle disposition comme il est aux exemples.

Et si l'angle droit du triangle donné estoit à la main fenestre, on le pourroit tourner jusques à ce qu'il vint à la main dextre. Ou bien marquer un autre triangle de telle disposition comme il est aux exemples.

Quant à ce que de la 40, & 41, & 42 proposition, toutes les diverses sortes qui s'y peuvent rencontrer, ne sont descrites chacune en particulier comme des autres propositions, cela a esté laissé comme n'estant point nécessaire. Dequoy pour en parler par exemple, quelqu'un pourroit dire ainsi: Rencontrant un triangle de la qualité de la 40 proposition, en laquelle estant trois exemples, que scay-je lequel des trois je suivrai premierement pour trouver les termes incognus? La dessus je dis que quel exemple des trois qu'on prenne, on vient au requis. Comme par similitude je suivie le 1<sup>er</sup> exemple, avec lequel estant venu en la preparation au dernier de l'ordre, là il y a escrit s'il faut que je continue l'operation avec icelui 1<sup>er</sup> exemple, ou avec le 2<sup>es</sup> ou 3. Parquoy le reste achevé avec tel exemple, comme il me sera démontré, je viens au requis. Mais si je commençois à suivre premierement un des autres deux exemples, j'y trouve aussi à la fin de la preparation semblable advertissement. Le mesme faut-il aussi entendre de la 41 & 42 proposition, là où aux preparations il y a tels advertissemens.

APPLICATION DES  
POLYGONES SPHERIQUES.

Argument sur l'Application.

**J**usques ici a esté descrite l'invention des termes incognus des triangles spheriques, & combien que par icelle se puissent trouver les termes incognus trouvables de tous angles spheriques, à cause qu'on les peut partir en triangles, ou bien y adjoustant en faire des triangles; toutesfois la chose requerant declaration, nous joindrons au precedent encores ceste suivante description que nous appellons APPLICATION.

**C**este application des polygones spheriques, est fort semblable à l'application des polygones plats au livre des triangles plats: car deux telles definitions que là ont esté faites, la premiere d'angle revers, l'autre de quadrangle vulgaire, angle de quadrangle revers, & quadrilatre croisé; on peut aussi entendre semblables definitions des polygones spheriques. Apres, les operations des deux dernieres propositions des polygones plats, sont fort semblables aux operations des deux semblables propositions des polygones spheriques: Toutesfois les qualitez des angles spheriques, different en cela des plats, qu'ils n'ont point les impossibilités de solutions, comme les autres; car trois costez incognus, qu'on ne peut trouver aux triangles & polygones plats, par tous les autres termes cognus, comme il appert en la 3 proposition de l'application des polygones plats, se peuvent trouver aux spheriques. Semblablement deux costez paralleles incognus, qu'on ne peut trouver aux polygones plats, comme il appert en la 4 proposition, de cela ne peut venir aucun empeschement aux angles spheriques, pource que deux costez paralleles n'y peuvent estre. Cependant il y a ici au contraire du desavantage des angles spheriques, à sçavoir que par tous les angles cognus moins un, icelui incognu ne se trouve, d'autant que tous les angles en superficie spherique, ne sont egaux à autant de rectangles doubles, comme il y a d'angles moins deux, ainsi qu'il advient aux plans rectilignes, comme il appert en la 1 proposition de l'application des triangles plats.

Ceci consideré, nous descrirons deux propositions des polygones spheriques, comme les deux dernieres des polygones plats; toutesfois differentes en cela, que celles-ci (comme nous avons dit dessus) sont plus generales, à sçavoir qu'aux termes donnez des polygones spheriques il n'y a point d'exception comme aux autres de trois termes incognus n'estant point tous lignes: Ni aussi de deux costez paralleles incognus.

PROBLEME. I. PROPOSITION.

**E**stant donné un quadrangle spherique avec cinq termes cognus & trois incognus: Trouver les trois incognus.

Pofons que les trois fois huit figures de la 6 proposition de l'application des polygones plats, soient quadrangles spheriques: Nous mettrons iceux en trois exemples comme s'ensuit.

1. Exemple de la 1, 2, 3, 4, 6, & 7 figure.

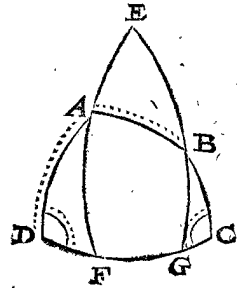
Cest exemple des susdites 1, 2, 3, 4, 6, & 7 figures, n'a au donné, au requis, ny en la preparation ou construction aux quadrangles spheriques nulle difference des semblables en quadrangles plats, sinon qu'on trouve ici par tout en la construction les trois termes cognus des triangles selon la reigle des triangles spheriques, au lieu qu'on les trouve là, selon la reigle des triangles plats: Ce que considerant, nous tenons ceste invention des termes incognus par icelle pour cognue.

2. Exemple de la 8 figure.

**Le donné.** Soit ABCD un quadrangle spherique de la qualité de la 8 figure, à sçavoir avec un costé incognu DC à l'opposite de deux angles incognus A, ABC, les autres cinq termes cognus.

**Le requis.** Il faut trouver les trois termes incognus.

**Preparation.** Veu qu'en tirant l'arc DB, ou AC, comme en la 1, 2, 3, 4, & 6 figure, ni aussi par la production de deux costez, comme en la 7 figure, le quadrangle ne se peut former en deux triangles, dont l'un a trois termes cognus, comme il advient aux susdites figures, la preparation se fait comme s'ensuit: Je tire par les deux angles incognus DAB, ABC, deux quarts du cercle EF, EG, tous deux à angle droit sur le costé incognu DC.



CONSTRUCTION.

Le triangle AFD a trois termes incognus, à sçavoir l'angle AFD droit par la preparation, & D avec AD cognu par le donné: Par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, se trouvent par la 34 proposition des triangles spheriques, à sçavoir l'angle

DAF.  
DF.  
AF.

Le costé

Et le costé

Le triangle BCG a trois termes cognus, à sçavoir l'angle BGC droit par la preparation, & C avec BC cognus par le donné: Par iceux cerchés les trois termes incognus, se trouvent par la 34 proposition des triangles spheriques, à sçavoir l'angle

GBC.  
GC.  
BG.

Le costé

Et le costé

Iceux soustraiçts de EG 90 deg. reste  
Et AF troisieme en l'ordre soustraiçt de EF 90 deg. reste

EB.  
AE.

Le triangle EAB a trois termes cognus, à sçavoir AE huitiesme en l'ordre, EB septiesme en l'ordre, & AB cognu par le donné: Par iceux cerchés les trois termes incognus, se trouvent par la 43 proposition des triangles

spheriques, à sçavoir l'angle E, ce qui est aussi pour  
 L'angle  
 Et l'angle  
 Ajoutez FG neuvesime en l'ordre, à DF deuxiesme en l'ordre, & GC quatriesme en l'ordre, vient le requis  
 EAB dixiesme en l'ordre, soustraiçt de 180 deg. reste  
 A icelui adjouste DAF premier en l'ordre, vient l'angle requis  
 EAB onzieme en l'ordre, soustraiçt de 180 deg. reste  
 A icelui adjouste GBC quatriesme en l'ordre, vient l'angle requis  
 Dont la demonstration est notoire par la construction.

## 3. Exemple de la 5 figure.

## NOTEZ.

En descrivant ceste proposition, je n'estois encores parvenu à la cognoissance de l'invention des termes incognus de ceste 5 figure, de sorte que nous mettons seulement la suscription de ce 3 exemple, comme par memoire pour ceux qui pourroient avoir envie de le chercher, afin d'avoir plus ample cognoissance du traité des polygones spheriques.

ALB. GIRARD.

Voyés la solution de cest exemple en la page apres le K 7 de mes Sinus de la deuxiesme edition.

Fin des Triangles Spheriques.

## APPENDICE DV TRACTE DES TRIANGLES.

### Argument sur l'Appendice.

**N**E ne parlerois pas volontiers des erreurs d'autrui, je laisse d'en escrire, dont le recit ne me sembleroit necessaire & utile: En partie d'autant que quelques uns l'interpretent communement qu'il se fait au mespris d'autrui: Et aussi en partie parce que j'estime qu'on trouve tant de vrai subject pour s'en exercer, qu'il n'est point besoing de s'amuser & perdre son temps aux corrections des erreurs des autres. Parquoi combien qu'en ceste Appendice entre autres choses je touche quelques fautes que j'ay rencontré (je dis quelques unes, comme n'estant ici point toutes à beaucoup pres) c'est d'autant que je trouve utile de mettre par memoire tant pour son EXCELLENCE & pour moy-mesmes, que pour d'autres qui pourroient estre desireux de sçavoir la cause de la difference entre quelques propositions de ce traité & celles d'autres Auteurs: Quant à ce que quelques uns le pourront interpreter au contraire, il me suffit de croire qu'ils faillent, veu que je tiens ces Auteurs pour tels,

auxquels je me trouve obligé, pource que j'ay appris d'eux en ceste matiere; & aussi pour tels, que je ne serois honteux d'avoir fait en ce present traité plus des fautes qu'eux: lesquelles si elles y sont, ce me seroit autant de contentement de les voir corrigées, que d'escrire mesme ceste correction: Car il nous doit estre plus agreable d'apprendre des choses vrayes, que d'estre estimez hommes sans erreur, ce que nous ne sommes point.

Or puis que je n'ay point mis au precedent, ce que par ci par là on peut accommoder entre les propositions, & cela pour telles raisons qu'il y a en l'argument, nous les assemblerons ici par ordre en divers chapitres, comme s'ensuit.

### CHAPITRE I.

**D**V nom arc de complement, & angle de complement de la 6 definition de la fabrique des sinus.

On pourroit dire, que la trop grande curiosité au fait de definitions est vituperable, principalement quand

### PROBLEME. II. PROPOSITION.

**E**stant donné un polygone spherique, avec tous les termes connus, excepté trois: Trouver iceux trois termes incognus.

*Le donné.* Soit l'hexagone plat ABCDEF de la 7 proposition en l'application des polygones plats, prins pour hexagone spherique, qui est que tous les costez soyent arcs de cercles majeurs, avec un costé EF incognu, & deux angles E, AFE incognus, mais tout le reste des termes connus.

*Le requis.* Il faut trouver les trois termes incognus.

*Construction.* La maniere de l'operation de cest exemple n'a nulle autre difference de celle de la susdite 7 proposition des polygones plats, sinon ce qui se trouve là au premier & quatriesme en l'ordre, par la 6 proposition des triangles plats, se doit ici trouver, par la 33 proposition des triangles spheriques: Semblablement ce qui se trouve là au neuvesime en l'ordre par le premier exemple de la 6 proposition de l'application des polygones plats, se doit ici trouver par le 1 exemple de la 1 proposition de ceste application des polygones spheriques. Et semblable sera le succès avec tous les autres polygones spheriques (excepté là où se rencontre la susdite 5 figure, dont manque ici encore l'invention des termes incognus) car ils se peuvent partir en triangles ou quadrangles, pour par iceux trouver les termes requis comme dessus, dont la demonstration est notoire par l'operation.

*Conclusion.* Estant donc un polygone spherique, avec tous les termes connus excepté trois, nous avons trouvé iceux trois termes incognus, selon le requis.



quand par l'usage on entend assez la signification: Il est vray, & à mon advis aussi ceci, à sçavoir que cest erreur, de vouloir suivre des definitions qui causent erreur, comme je me suis apperceu en ce traicté, là où suivant le nom complement, je voulois accomplir ou adjoûter, où au contraire la chose requeroit soustraction, laquelle obscurité & embrouillement je trouvoy à la fin provenir des definitions impropres. Il est aussi à presumer que la mesme impropriété peut avoir aidé aux fautes de quelques Autheurs que nous toucherons ci apres; car ce ne seroit point estrange qu'une matiere subtile, laquelle nous est assez obscure avec ces noms propres, nous fust encores plus obscure par les impropres, principalement d'un tel mot dont ceste matiere est tellement entrelassée, comme il est apparu.

CHAPITRE II.

*Svr la double conclusion des triangles plats.*

Regiomontanus en la 51 proposition de son 1 livre dit ainsi:

*Les deux costez cognus donnez du triangle avec un angle aigu à l'opposite d'un des cognus, ne sont point assez pour trouver le troisieme costé, & les autres angles: Mais si nous sçavons de quelle façon tombe la perpendiculaire, tout sera notoire.*

En quoy il erre pour ceste raison: Premièrement le costé opposite de l'angle cognu, estant plus grand que l'autre cognu, il faut que l'angle opposite de l'autre costé cognu soit necessairement aigu, comme il appert par la demonstration de la 2 reigle de la 5 proposition des triangles plats, par lequel nous sçavons si la perpendiculaire tombe dehors ou dedans le triangle, car l'angle cognu donné estant obtus, elle y tombe dehors; mais estant aigu, dedans.

Secondement, les costez cognus estant d'egale grandeur, la perpendiculaire tombe appertement dedans.

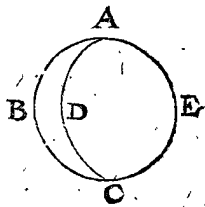
Tiercement, où le costé opposite de l'angle cognu est plus petit que l'autre cognu, & que son angle opposite fut trouvé droit par la construction, nous sçavons manifestement que la perpendiculaire tombe dedans le costé donné.

Ce qui a esté dit ici de Regiomontanus, s'entend aussi ainsi de tous ses adherens sur la mesme proposition.

CHAPITRE III.

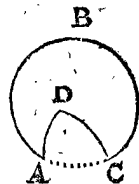
*Svr la 1 definition des triangles spheriques, pourquoi le triangle spherique n'a besoing d'autre costé que plus petit qu'un demicercle.*

Si chacun costé d'un triangle spherique n'estoit plus petit qu'un demicercle, il y en aura un ou plus qui feront un demicerclé, ou seront plus grands. Soit premierement ABC un demicercle, je dis que là dessus ne se peut faire un triangle, à cause que si on tiroit deux autres arcs de cercles majeurs, jusques à ce qu'ils s'entretouchassent, je prens AD, CD, ou AE, CE, pour former avec iceux les autres deux costez du triangle, les mesmes deux arcs, puis qu'ils tendent devers les poles l'un de l'autre, ne font point d'angle en D ou E, mais un demicercle sans angle: Tellement qu'alors ces deux demicercles ne comprennent un triangle, mais ou un deux-angle comme ABCD, ou un cercle entier accompli comme ABCE.



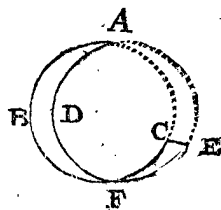
Parquoi dedans le triangle ne peut venir un costé d'un demicercle.

Mais si un costé du triangle, soit de cest ABCD, estoit plus long qu'un demicercle, comme le costé ABC, les autres deux AD, DC, plus courts, avec un angle revers ADC, & que quelqu'un voulust tenir cela pour un triangle, disant qu'il pourroit advenir que par trois termes cognus d'un tel triangle on desireroit trouver les incognus. On respond là dessus, que si cela se permettoit, beaucoup de theoremes sur lesquels sont fondez les problemes des triangles spheriques seroient faux. Comme par exemple le 2 theoreme de la 2 proposition, contenant que l'angle opposite du costé AB en la figure y jointe doit estre aigu: Mais si



au lieu de l'arc CB on entendoit que son complement de cercle (qui doit estre plus grand qu'un demicercle) deust servir pour troisieme costé, l'angle opposite de AB ne seroit alors point aigu, mais obtus, pource qu'il seroit complement de demicerclé de l'angle aigu ACB. Il est bien certain si on vouloit, on pourroit tellement former les theoremes, que tout en general seroit ferme, prenant toutesfois des arcs plustost plus grands que plus petits qu'un demicercle pour costez d'un triangle. Neantmoins les Anciens ne l'ont point fait ainsi, comme n'estant point nécessaire, car s'il y avoit à trouver le plus grand costé, avec l'angle d'un tel triangle comme de cest ABCD, cela se peut faire avec le triangle ADC par les precedentes reigles, d'autant que par tous les termes cognus donnez du triangle ABCD, sont cognus autant de semblables termes du triangle ADC, car les costez DA, DC, sont en l'un & en l'autre communs, & AC est complement de cercle de ABC: Apres, l'angle DAC est complement de demicercle de l'angle DABC, & l'angle DCA est complement de demicercle de l'angle DCBA: Parquoi les termes incognus du triangle ADC estant trouvez, les termes incognus du triangle ABCD se trouvent aussi: Tellement qu'il n'est point nécessaire de definir des triangles avec un costé plus grand qu'un demicercle.

Mais s'il y avoit deux arcs chacun plus long qu'un demicercle, je prens en ceste figure ABC, ADE, il faut qu'ils s'entrecourent comme en F, tellement que ABF, ADF, font chacun un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition des triangles spheriques. Soit tiré maintenant CE comme troisieme costé, icelui CE s'il fait un demicercle, ou s'il est plus grand, ou plus petit, il ne fait point de triangle avec les autres deux, mais une autre figure. Et en cas que quelqu'un desiroit de trouver quelques costez ou angles d'icelui, ils se peuvent trouver par le triangle defini ACE, comme il est à entendre clairement par ce qui a esté dit ci dessus du triangle avec un costé plus long. Il n'est point besoing doncques qu'au triangle spherique vienne un costé autrement que plus petit qu'un demicercle.

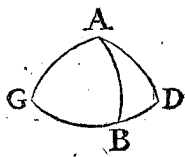


CHAPITRE IV.

*Svr la 6 proposition des triangles spheriques.*

Regiomontanus en la 8 proposition de son 4 livre des triangles, dit, que quand un triangle a deux

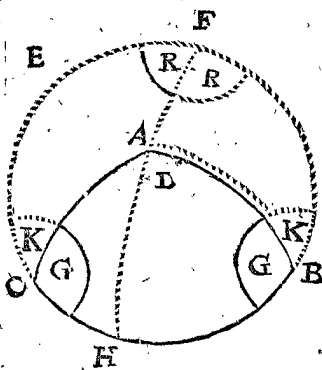
angles aigus ou obtus, du troisieme angle ne peut tomber une perpendiculaire dehors le triangle sur son costé opposite prolongé. Par exemple  $ABG$  estant un triangle dont les deux angles  $B, G$  sont tous deux aigus ou obtus, de  $A$  ne peut tomber une perpendiculaire comme  $AD$  dehors le triangle  $ABG$  sur le prolongé  $GB$  costé opposite de l'angle  $GAB$ :



Et se fert à cela d'une telle façon de demonstration: Premièrement si  $AD$  tomboit à angle droit sur le prolongé  $GB$ , alors  $ADG$  seroit un triangle rectangle droit à  $D$ , dont le costé  $AD$  à l'opposite de l'angle aigu  $G$ , devroit estre plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition. Secondement,  $ADB$  seroit aussi un triangle rectangle droit à  $D$ , dont le costé  $AD$  à l'opposite de l'angle obtus  $ABD$  (qu'il faut qu'icelui soit obtus, appert en cela qu'il est complement de demicercle de l'angle aigu  $ABC$ ) devroit estre plus grand que le quart d'un cercle: Mais que  $AD$  seroit plus grand & plus petit est impossible;  $AD$  doncques ne tombe pas hors le triangle.

Or combien que ceste demonstration ait grande apparence, toutesfois il a erré, d'autant que la perpendiculaire  $AD$  en tous semblables exemples y peut tomber dehors sur le prolongé  $GB$ , ce qui se demontre ainsi.

Soit  $ABC$  un triangle spherique dont les deux angles  $ABC, ACB$ , sont aigus ou obtus, soit tous deux



obtus: Avec ceci il nous faut demonstret que de l'angle  $A$  peut tomber une perpendiculaire dehors le triangle  $ABC$  sur le prolongé  $CB$ : A celle fin je mets le pole  $D$  de l'arc  $CB$ , & produis le mesme arc  $CB$  assez avant, descrivint le cercle entier  $CBE$ , puis apres l'arc de  $D$  par  $A$ , jusques à ce qu'il rencontre le prolongé  $CB$  en  $F$ . Ce qui estant ainsi,  $AF$  est manifestement perpendiculaire, ou à angle droit sur le prolongé  $CB$ , tombant hors du triangle donné  $ABC$ . Et pour le declarer encores plus amplement en un mot, je dis ainsi: Puis qu'en tel triangle tombe une perpendiculaire dedans le triangle comme  $AH$ , certes icelle prolongée de  $H$  par  $A$ , jusques à ce qu'elle face un demicercle, il faut que finalement elle rencontre le prolongé  $CB$  hors le triangle donné, comme en  $F$ . Ce qui estant ainsi, nous avons la demonstration de nostre 6 proposition des triangles spheriques accommodée à cela, ne niant point qu'une perpendiculaire y tombe dehors.

Notez encores qu'avec la perpendiculaire  $AF$  nous pouvons trouver les termes incognus du triangle  $ABC$ , comme avec la perpendiculaire  $AH$  dedans le triangle. Lequel pour declarer, soient cognus les deux angles obtus  $ABC, ACB$ , & le costé  $AB$ , & par iceux soit cherché le troisieme angle  $CAB$  avec les deux costés  $AC, BC$ . Pour à quoi parvenir & trouver premiere-ment l'angle  $CAB$ , j'ay à celle fin un triangle rectangle  $BFA$  avec trois termes cognus, à sçavoir l'angle droit à  $F$  l'hypothénuse  $AB$ , & l'angle aigu  $FBA$ , comme difference de demicercle de l'angle cognu  $ABC$ : Par iceux trouvé le costé  $AF$ , le triangle  $CFA$  a aussi trois

termes cognus; par lesquels trouvé l'angle  $FAC$  en l'un triangle, &  $FAB$  en l'autre, & la somme de ces deux soustraite de  $360$  degr. le reste est pour l'angle requis  $CAB$ : Puis apres trouvé l'hypothénuse  $CA$  du triangle rectangle  $CFA$ , on a le costé requis  $CA$ : Apres trouvé le costé de l'angle droit  $FC$  du triangle  $CFA$ , &  $FB$  de l'autre triangle  $BFA$ , & leur somme soustraite de  $360$  deg. le reste est pour le requis  $CB$ .

Mais pour dire encores finalement pourquoi la susdite demonstration de *Regiomontanus* ne consiste point, la cause en est telle: Qu'il prend  $ACBF$  pour le triangle dont les trois costés sont  $AF, FBC, CA$ , mais veu que ce costé  $FBC$  (qui se denote avec son  $GBD$ ) est plus grand qu'un demicercle (car  $FBH$  estant coupé de  $FDH$  fait seul un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition) cela n'est point un triangle spherique selon le contenu de la definition qui s'en fait, par laquelle il faut que chacun costé soit plus petit qu'un demicercle, comme il en a esté fait plus ample declaration au 3 chapitre de ceste Appendice, & consequemment, combien que  $AF$  en un tel triangle est costé opposite de l'angle obtus  $ACBF$ , pource il ne faut point qu'il soit plus grand que le quart d'un cercle, mais est ici plus petit, comme il appert.

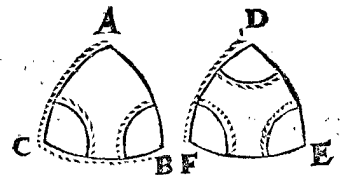
Ce qui a esté dit ici de *Regiomontanus*, s'entend ainsi aussi de tous ses adherans sur la mesme proposition.

CHAPITRE V.

De quelque briefveté en l'invention des termes incognus d'un triangle spherique, fondé sur la 7, 14, 17, & 18 proposition de ce livre.

Veü que les theoremes de la premiere partie de ce livre sont à celle fin pour s'en servir puis apres en effect, ce qui n'est point advenu avec la 14, 17, & 18 proposition, nous demonstretions ici en bref leur usage avec 4 exemples, ensemble un 5, fondé sur la 7 proposition, comme s'ensuit.

Il advient qu'un triangle a quatre termes cognus, où il n'y a point d'angle droit ou costé de  $90$  deg. ce qui se peut rencontrer au regard de nostre dessein, de ces deux diverses façons.



Entre tels il y a quelquefois de plus courts chemins pour trouver les deux termes incognus, qu'au precedent, pource que chaque terme se peut trouver seulement avecques une operation: Ce qu'il faut entendre ainsi.

EXEMPLE I.

Si  $AC$  &  $CB$  ne sont ensemble pas plus grands que  $90$  deg.  $AB$  sera plus petit par la consequence de la 17 proposition, parquoi  $BC$  mis comme base, pour trouver  $AB$  par une operation, je puis dire ainsi:  
Le sinus de l'angle dextre  $B$ ,  
Donne le sinus de l'angle fenestre  $C$ ,  
Combien le sinus du costé fenestre  $AC$ ?  
Vient le sinus dont l'arc moindré est pour le requis  $AB$ .

EXEMPLE II.

Si  $AC, CB$  ne sont ensemble pas plus petits que  $127$  deg.  $AB$  sera plus petit par la consequence de la 18 pro-

18 proposition, parquoy BC mis comme base, pour trouver AB par une operation, je puis faire comme a esté fait au 1 exemple.

EXEMPLE III.

Si la difference entre AC & CB n'estoit pas plus petite que de 90 degr. AB sera plus grand par la consequence de la 17 proposition, parquoy BC mis comme base, pour trouver AB par une operation, je puis dire:

- Sinus de l'angle dextre B,
- Donne sinus de l'angle fenestre C,
- Combien le sinus du costé fenestre AC?
- Vient le sinus dont l'arc majeur est pour le requis AB.

EXEMPLE IV.

Si C & B ensemble ne sont pas plus grands que 90 degr. il faut que A soit plus grand par la consequence de la 14 proposition, parquoy AB mis comme base, alors pour trouver l'angle A par une operation, je puis dire ainsi:

- Le sinus du costé dextre AC,
- Donne le sinus du costé fenestre BC,
- Combien le sinus de l'angle fenestre B?
- Vient le sinus dont l'arc majeur est pour le requis A.

EXEMPLE V.

Si D, E, F, estoient tous trois aigus, il faut que chacun costé soit plus petit que le quart d'un cercle par la 7 proposition, parquoy FE mis comme base, alors pour trouver DE par une operation, je puis dire ainsi:

- Le sinus de l'angle dextre E,
- Donne le sinus de l'angle fenestre F,
- Combien le sinus du costé fenestre DF?
- Vient le sinus dont le plus petit arc moindre est pour le requis DE.

Semblablement pour trouver le costé FE, je mets DE comme base, & dis ainsi:

- Le sinus de l'angle fenestre E,
- Donne le sinus de l'angle dextre D,
- Combien le sinus du costé dextre FD?
- Vient le sinus dont l'arc moindre est pour le requis.

NOTEZ.

Veux que ceste seule unique operation se fait par une multiplication & une division, & que les autres deux operations en l'invention d'un terme (à sçavoir où on cherche la perpendiculaire) n'ont chacune qu'une multiplication: On pourroit estimer que ceste abbreviation est de petite estime, toutesfois considerant qu'il faut que pour deux operations on aille deux fois à la table des sinus, & chercher deux fois un exemple imitable: Aussi qu'il faut assembler quelquesfois les deux parties trouvées, ou soustraire; qu'après cela il faut prendre sur les doubles conclusions si elles y peuvent estre ou non, & semblables, l'unique operation semble la plus courte & facile.

CHAPITRE VI.

Svr la 39 proposition.

Iohannes Regiomontanus lib. 4. prop. 29. dit ainsi:

*Cognitionem duorum laterum trianguli non rectanguli, & anguli uni eorum oppositi, inventioni reliqui lateris & reliquorum angulorum minime sufficere.*

Ce qui se translate ainsi:

*La cognoissance de deux costez du triangle oblique, & un angle à l'opposite d'un des cognus, n'estre point assez à l'invention du troisieme costé, & des autres angles.*

Qu'il erre en ceci, comme n'estant point general, appert par la 39 proposition de ce livre, où est demonstree es 7 reigles, que joignant les triangles de double solution, aucunes sont de simple, & quelques autres de ceux-là seront aigus ou obtus. Quant à la demonstration de la susdite 29 proposition; où GH se met d'un demicercle, il est impossible d'avenir en un triangle, à cause qu'il faut que les autres deux costez AG, AH, fassent ensemble un arc d'un demicercle, sans angle, comme il en a esté parlé plus amplement au chapitre 3. Mais posé qu'il y a ici faute de l'Imprimeur (comme il semble, & qu'au lieu de *arcus GH sit semicircumferentia*, doit estre *arcus GH sit semicircumferentia minor*) & qu'il faut entendre que GH soit plus petit que le quart d'un cercle (comme Bressius le prend en la 34 proposition de son 4 livre) & qu'il fut demonstree que AGH eust deux solutions, il ne s'en suit point pourtant qu'icelle demonstration soit generale sur tous triangles, car le contraire a esté demonstree aux sept susdites reigles.

Ce qui a esté dit ici de Regiomontanus, s'entend aussi ainsi de tous ces imitateurs sur la mesme proposition.

Notez encores que si au lieu des sept susdites reigles, on eust voulu mettre des theoremes, & iceux avec leurs demonstrations joindre aupres des autres en la 1 partie, pour en apres tirer d'iceux comme hors des autres, les operations, au lieu de la 1 reigle on eust en forme de theoreme peu dire ainsi:

*Si l'angle fenestre du triangle estoit aigu, & le costé fenestre plus petit que le costé dextre: L'angle droit sera seulement aigu.*

Et au lieu de la 3 reigle, ainsi:

*Si l'angle fenestre du triangle estoit aigu, & le costé fenestre plus grand que le quart d'un cercle, & le costé dextre pas plus petit que le complement de demicercle du costé fenestre: L'angle droit sera seulement obtus.*

Et ainsi des autres.

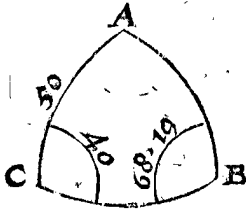
Mais ayant esgard à l'usage, nous avons trouvé plus facile & plus clair, au lieu des noms vulgaires, costé fenestre, costé dextre, angle fenestre, angle dextre, nous servir des lettres particulieres ABC, & les mettre en maniere de reigle, comme il a apparu. Toutesfois je ne le veux point fort contrarier à ceux qui le trouveront mieux autrement, mais j'ay ici seulement voulu declarer ce qui me sembloit pour lors le plus commode.

CHAPITRE VII.

Svr la 41 proposition.

Mauritius Bressius dit à la fin de la 36 proposition de son 4 livre, qu'au triangle spherique avec deux angles obliques cognus, & un costé opposé de l'un d'iceux, il faut sçavoir si l'autre costé à l'opposite de l'angle cognu, est plus grand ou plus petit que le quart d'un cercle, & dit là dessus que Regiomontanus & Copernicus ont failli. Certes la remarque de Bressius nous advertissant d'erreur, n'est point à mespriser, toutesfois son dire n'est point general, car aucuns de ces triangles ont une certaine unique solution. Pour lequel demonstree, soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 deg. B 68 deg. 19 ①; & le costé AC 50 deg. Suiuant avec ceci l'operation de la 41 proposition, la premiere solu-

solution sera telle, AB 32 deg. CB 55 deg. 24 ①, l'angle A 86 deg. 48 ①. Et si on vouloit donner icy lieu à la reigle de double solution, la deuxiesme seroit ainsi, AB 148 deg. CB 209 deg. 24 ①, l'angle A 216 deg. 32 ②. Mais veu que nuls costez ni angles peuvét venir à 180 deg. beaucoup moins les outre passer, selon la definition d'icelle, &



pour les raisons declarées au 3 chap. de ceste Appendice, ce dernier n'est point solution, & consequemment il n'y en a qu'une. Et pource nous avons en nostre 41 proposition fait tel advertissement sur l'invention des termes, comme il appert, par laquelle la qualité du triangle touchant double ou simple solution est connuë.

#### CHAPITRE VIII.

*Sur la distinction qu'on fait entre triangle rectangle, & triangle oblique.*

Les Autheurs de ceste matiere des triangles, font ordinairement distinction entre les triangles rectangles, & obliques, traittant premietement des rectangles, & puis apres des autres: Mais quant à moy, la distinction n'est à mon advis assez propre, à cause qu'ils entendent la droiture & obliquité des angles sur le triangle en son entier, que je dis ne se devoit estendre que sur les termes cognus donnez, comme nous en avons mis les suscriptions devant la 32 proposition ainsi:

*Premier membre des triangles spheriques avec des rectangles cognus donnez.*

Et à la 38 proposition:

*Second membre des triangles spheriques avec un costé cognu donné de 90 deg. sans rectangle cognu.*

Derechef à la 39 proposition:

*Troisiesme membre des triangles spheriques sans rectangle cognu donné ou costé de 90 deg.*

Par lequel on peut entendre, que les triangles en leur entier pourront estre avec rectangles, ou avec angles obliques, comme il advient: Ma raison est celle-ci, que toutes especes d'exemples de triangles que nous rencontrons, peuvent ainsi venir en la doctrine & estre descrites par ordre, ce qui n'advient point selon l'autre maniere: Pour le declarer par exemple: Soit un triangle avec trois costez cognus, l'un de 29 deg. 30 ①, l'autre de 42 deg. 24 ①, le troisieme 50 deg. dont on veut cognoistre les trois angles. Ce triangle est (combien que couvertement) rectangle, car les deux plus petits costez comprennent un rectangle; parquoy il n'appartient point sous leur deuxiesme partie: Il n'appartient point aussi sous leur premiere, car il y a ici seulement cognoissance des trois costez sans qu'on sçache s'il est rectangle: Laquelle espee ne s'enseigne point en la premiere partie: Elle ne s'enseigne doncques nulle part, où s'il advient, il se fait sans ordre, comme d'une espee sans genre. Toutefois veu que nous avons besoin de la cognoissance generale de l'invention des trois termes d'un triangle par tous trois termes cognus donnez, tant des triangles où il y a un rectangle occulte, que pour l'invention de l'un, il nous faut faire telle maniere d'operation que pour l'autre; la raison veut que pour descrire toutes les especes du genre pro-

posé, il y vienne aussi bien le triangle rectangle, que le triangle oblique. Et à ceste cause nous avons prins la susdite autre façon de distribution des triangles, à sçavoir que nous avons seulement esgard à la droiture ou obliquité des angles des termes cognus, formant les propositions selon tel subject. De sorte que par un ou deux angles obliques cognus donnez, nous pouvons finalement bien trouver les triangles rectangles, comme il se peut clairement voir par exemple à la 40 & 42 proposition, à sçavoir en chaque proposition le troisieme exemple.

#### CHAPITRE IX.

*Des briefvetez procedantes de l'usage des tables des tangentes & secantes.*

L'invention des termes incognus, tant des triangles plats que spheriques, se peut despescher par les tables des sinus seulement: Mais veu que l'usage de la table des tangentes & secantes, qu'on estime depuis n'agueres trouvé, cause beaucoup de facilitez à la recherche des termes incognus, par où gagnent beaucoup de temps ceux qui font souvent tels comptes, comme il advient en la fabrique de plusieurs tables de l'Astronomie, j'ay trouvé bon & utile d'annoter & assembler en ce chapitre icelles facilitez, afin qu'on voye en quoi elles consistent.

Au premier, estant un triangle plat avec un angle droit cognu, un angle oblique, & costé rectangulaire, comme au 3 exemple de la 3 proposition des triangles plats, on trouve l'autre costé rectangulaire par l'aide de la table des tangentes & secantes avec une grande operation estant multiplication, comme il y appert: Mais sans l'aide d'icelles tables on fait deux grandes operations, à sçavoir une multiplication, & une division.

Au 2, estant un triangle plat avec un angle droit cognu, & deux costez rectangulaires cognus, comme au 1 exemple de la 6 proposition des triangles plats, on trouve l'hypothénuse par l'aide de la table des tangentes & secantes avec deux grandes operations, à sçavoir une division & une multiplication, comme il y appert: Mais sans l'aide d'icelles tables on fait trois grandes operations, à sçavoir deux multiplications & une extraction de racine.

Au 3, pour trouver au susdit triangle un des angles aigus incognus, on le trouve par l'aide de la table des tangentes, avec une grande operation, à sçavoir une division, comme il y appert: Mais sans l'aide d'icelles tables on fait quatre grandes operations, à sçavoir deux multiplications, une extraction de racine, & une division.

Au 4, tous les termes incognus des triangles spheriques avec un angle droit cognu, se trouvent toujours par l'aide de la table des tangentes ou secantes avec une grande operation, à sçavoir une multiplication, laquelle est plus aisée que division, qu'on fait souvent sans l'aide d'icelles tables.

Au 5, les susdites briefvetez tant aux triangles plats que spheriques avec un angle droit cognu, viennent aussi aux triangles sans angle droit cognu, d'autant qu'ils se reduisent à deux triangles, chacun avec un angle droit cognu, & qu'alors en chacun d'iceux triangles viennent les susdites briefvetez en cherchant les termes incognus.

N O T E Z.

J'ay décrit un chapitre contenant la manière de la fabrique & usage de la dixiesme progression aux parties des arcs avec leurs sinus, & déclaré combien grande facilité en suit, comparée à la vulgaire soixantiesme progression, de 1 deg. en 60 (1), & 1 (1) en 60 (2), &c. laquelle matiere pourroit ici sembler requerir sa place: Mais veu que les principaux exemples d'icelle se pren-

nent des cours moyens des Planetes & autres comptes communs avec iceux, qui jusques ici ne sont point encorés décrits, nous avons appliqué le susdit chapitre derriere le tracté d'icelles Planetes, à sçavoir en l'Appendice du cours des Planetes.

ALB. GIRARD.

*Ceste promesse ne se trouve pas avoir esté effectuée.*

*Fin du tracté des Triangles.*

Q U A T R I E S M E L I V R E  
D E L A C O S M O G R A P H I E

Des Problemes spheriques celestes, operez par  
computations de Triangles spheriques.

A R G V M E N T.

**L**es problemes spheriques celestes se font en deux diverses manieres vulgaires; l'une mechanique avec des spheres corporelles, comme de la terre & du ciel, tournans en leur horizon & meridiem, avec des autres instrumens servans à cela, comme arc vertical, cercle horaire, gnomon spherique, & semblables, dont les definitions suivront ci apres: L'autre mathematique par computations des triangles spheriques. La premiere, à sçavoir la maniere mechanique, est plus commode pour entendre facilement l'usage de la sphere celeste, & l'intention des propositions spheriques qui se traitent par les Astrologues, pource qu'on voit devant ses yeux un mouvement essentiel, & corporelle similitude de la chose, tellement qu'icelle doit preceder en la doctrine, d'autant que les propositions sont obscures quand on fait autrement. A ceste fin SON EXCELLENCE a leu de point en point, & exactement entendu le livre intitulé De usu Globi Astronomici Gemmæ Frisii, lequel comme il luy sert pour memoire, nous ne faisons point de description particuliere de l'usage de la sphere celeste en ces memoires mathematiques. Toutesfois ceste maniere n'est pas si certaine en sa conclusion que la mathematique, à sçavoir operee par computations de triangles spheriques: Car encorés qu'on eut une sphere, dont l'axe fut de cent pieds, avec tous ses instrumens appartenans, fort bien & artificiellement faits, si n'y a-il toutesfois parfaite certitude des petites partitions des degrez, desquelles se font les conclusions, & encorés que les conclusions fussent veritables, il ne se peut demonstrier; les autres ne se veulent fier sur les escrits de ceux qui ont ainsi operé. Mais la maniere mathematique, comme aussi le nom le porte, va seurement, par laquelle on vient à aussi petites partitions de degrez que la chose le requiert, si ce n'est assez à (1), on peut venir à (2), ou plus bas. Or no-

stre dessein est de descrire ici tels problemes, prins la plus-part du 1 & 2 livre de Ptolemée, toutesfois operez selon nostre stile: Tellement que nous estimons que par cela (joignant que ceste matiere est nécessaire pour l'intelligence de la Cosmographie) sera assez cognüe la genexale regle de l'usage des triangles spheriques, qui se rencontrent vulgairement en d'autres propositions.

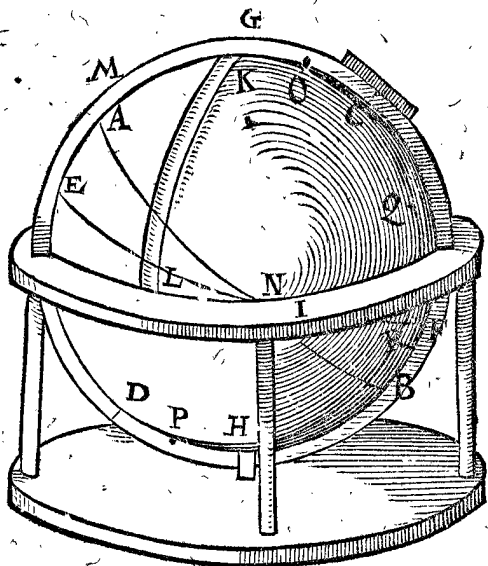
D E F I N I T I O N S.

**C**ombien qu'il est notoire à aucuns Astronomes de ce temps, & à plusieurs du siecle sage passé, [Siecle sage se definira au 6 livre de la Cosmographie.] qu'à chaque année la terre fait une revolution alentour du Soleil, & joignant cela encorés journellement un tour en son propre lieu, toutesfois il semble utile de commencer premierement par positions feintes, à sçavoir la terre se tenir ferme, comme centre du ciel des estoiles fixes, faisant journellement une revolution alentour de la terre, portant en soy les sept Planetes, lesquelles ont encorés chacune leur cours particulier, pour entendre puis apres plus aisement le vrai mouvement susdit. Car si on vouloit par tout parler proprement, on ne pourroit point dire du lever des lumieres celestes par dessus l'horizon, mais en ce lieu de la descente de l'horizon au dessous des astres: Point du coucher des astres sous l'horizon, mais en ce lieu du lever de l'horizon au dessus des lumieres celestes: Point de la venue des lumieres celestes au Meridiem, mais en ce lieu de la venue du Meridiem aux lumieres celestes, & ainsi consequemmet de beaucoup d'autres. Tous lesquels mots propres causeroient du commencement plus d'obscurité que les impropres. Ce consideré, nous nous servirons pour le premier, comme il a esté dit, de positions feintes, & fournirons sur tel fondement les definitions suivantes, & puis apres en son lieu nous mettrons d'autres definitions propres. Car pour maintenant j'entens pouvoir declarer ainsi plus commodement mon intention.]

D E F I N I T I O N I.

**E**quateur est le plus grand cercle du ciel des estoiles fixes, à angle droit sur l'axe sur lequel il fait sa revolution journalle.  
L'origine du nom Equateur est celle-ci; Le Soleil venant

venant apparemment en ce cercle, le jour & la nuit sont egaux par toute la terre; & pour l'equation ainsi causée par icelui cercle, il s'appelle Equateur. Mais afin que ceste definition & les autres suivantes, ensemble les problemes, s'entendent plus clairement, nous les déclarerons par une sphere celeste contrefaite, reposant en son siege, comme la figure suivante le demonstre, quoy qu'il soit necessaire & utile d'avoir encores joignant cela une sphere celeste corporelle, avec toutes



ses appartenances, laquelle on peut tourner & disposer selon ce que les exemples requierent. En ceste figure doncques, AB signifie l'Equateur, estant un cercle à angle droit sur l'axe, qui s' imagine entre les deux poles C, D, sur lesquels la sphere, qui est le ciel des estoiles fixes, fait son cours journal. Desquels poles soit C le Septentrional, & D le Meridional.

## DEFINITION II.

**E**cliptique est un plus grand cercle du ciel des estoiles fixes, que le Soleil veu du centre de la terre, décrit apparemment en icelui par son propre cours.

Le Soleil ne tournant point au ciel des estoiles fixes, mais au dessous, ne décrit point en icelui par son propre cours un cercle, mais bien apparemment, au regard de nous qui sommes ici sur la terre. Icelui cercle qui est ici denoté avec EF, s'appelle Ecliptique, à cause que le defect ou l'obscurcissement des Planetes advient toujours apparemment, ou du tout, ou en partie au mesme cercle, ou environ. Notez encores que comme le cours du Soleil en l'ecliptique, se dit ici apparemment, ainsi nommerons-nous apparemment les cours des autres Planetes & points celestes: Car par le mot Ecliptique, nous n'entendons point le plan du cercle parti en degrez avec lignes de la circonference jusques au centre selon la maniere vulgaire, au regard de quoi tout ce qui est au monde se dit en l'Ecliptique, mais nous entendons par ecliptique seulement la circonference du cercle descrite en la superficie du ciel des estoiles fixes. La cause de ceci est pour éviter l'erreur qui en est suivi, & qui peut suivre encores, dont nous ferons plus ample declaration en l'Appendice de la Cosmographie.

## DEFINITION III.

**P**oint vertical est le plus haut point du ciel, au dessus d'un point mis en terre: & son point opposite s'appelle Nadir.

Comme le point G estant en icelle disposition le

plus haut point du ciel au dessus de quelque point en terre, s'appelle point vertical, en langue Arabique Zenith; Et son point opposite, comme H, s'appelle en langue Arabique Nadir, qui se pourroit dire point inferieur.

## DEFINITION IV.

**H**orizon est un plus grand cercle à angle droit sur l'axe du point vertical au nadir.

Comme le cercle I, estant à angle droit sur l'axe imaginé du point vertical G au nadir H, s'appelle Horizon, ou terminateur de veüe, à cause que nostre veüe au long de la terre ne peut voir plus avant, ains finit en icelui. Mais il faut sçavoir que l'horizon s'entend de deux façons; mathematiquement, comme à la precedente definition; & physiquement, à sçavoir le cercle qui separe la partie de la terre visible de l'invisible, lequel differe de l'horizon mathematique tellement, que d'une grande hauteur on peut sensiblement voir plus que la moitié du ciel. Or comme cela se trouve par experience, sera décrit en son lieu, ensemble la declaration des causes: Mais puis que nostre but tend aux speculations mathematiques, nous avons ici defini l'horizon mathematique.

## DEFINITION V.

**A**rc vertical est celui qui vient du point vertical jusques à l'horizon.

Pour voir par tout ces arcs verticaux es spheres celestes contrefaites, il se fait ordinairement un quart de cercle de cuivre avec ses 90 deg. comme KL, attaché au point vertical G, & tournant alentour de l'horizon, servant pour voir l'elevation des estoiles, ou points du ciel au dessus du mesme horizon, ou autrement de combien ils sont esloignez du point vertical.

## DEFINITION VI.

**M**eridien est le cercle qui tend par les poles de l'equateur & le point vertical.

Comme le cercle MG (qui aux spheres celestes contrefaites se fait ordinairement de cuivre) tendant par les poles de l'equateur C, D, & par le point vertical G, s'appelle meridien, pource qu'il est midi le Soleil estant en icelui au dessus de l'horizon.

## DEFINITION VII.

**C**ercles des heures sont douze cercles, qui demeurans immobiles sur l'horizon donné, tendent par les poles de l'equateur le divisant en 24 arcs egaux, desquels cercles des heures le meridien en est un.

Ces 12 cercles des heures ne se marquent, ni se font point ordinairement sur les spheres celestes, mais se prennent trestous, excepté le meridien, par imagination, ensemble aussi tous semblables cercles qui tombent sur parties d'heures.

## DEFINITION VIII.

**S**ection vernale est une section commune de l'equateur & de l'ecliptique, en laquelle le Soleil estant apparemment, cause le commencement du printemps: l'autre s'appelle section automnale.

Comme la commune section N de l'equateur AB & de l'ecliptique EF s'appelle section vernale. Et semblable section qui comme point opposite de la section vernale vient de l'autre costé de la sphere, s'appelle section automnale.

## DEFINITION IX.

*S*olstice Septentrional est un point en l'ecliptique au milieu entre la section vernale & automnale vers le Septentrion : Son point opposé s'appelle Solstice Meridional.

Comme le point F (que je pose au milieu de la demie ecliptique, entre la section vernale NK, & la section automnale qui tend devers le Septentrion) s'appelle Solstice Septentrional, & son point opposé, comme E, Solstice Meridional. L'origine du nom est, que le Soleil estant apparemment en ces deux points, il semble (quant à son changement journal devers le Midy & Septentrion) qu'il ne bouge de sa place.

## DEFINITION X.

*C*ommencement de longitude d'une sphere, est quelque point prins au plus grand cercle de la sphere, auquel on se propose de vouloir compter les longitudes.

Soit le point N commune section de l'equateur & de l'ecliptique, un point au plus grand cercle de la sphere; je prends de l'ecliptique EF, auquel cercle on se propose de vouloir compter les longitudes des estoiles fixes, & l'apparente longitude des Planetes, & d'autres points qui se rencontrent : icelui point N s'appelle commencement de longitude.

## DEFINITION XI.

*L*ongitude d'un point sur la sphere, est l'arc selon le succés des degrez du cercle de longitude du commencement jusques à la commune section d'icelui cercle de longitude, & le demicercle de l'un pole jusques à l'autre par le point proposé.

Soit O le pole Septentrional de l'ecliptique, P le Meridional, & depuis l'un jusques à l'autre soit tiré le demicercle OQR, tendant par un point donné Q, & coupant l'ecliptique en R : Ce qui estant ainsi NR est la longitude du point R : A sçavoir l'arc selon le succés des degrez du cercle de longitude (qui est ici de l'ecliptique) du commencement N jusques à la commune section R d'icelui cercle de longitude, & le demicercle OQR de l'un pole O, jusques à l'autre P par le point proposé Q.

Par cest exemple de la longitude au regard de l'ecliptique du point Q, l'on peut entendre que c'est longitude au regard de l'equateur d'icelui point; car soit N prins pour commencement de l'equateur EF, & soit imaginé un demicercle du pole de l'equateur C jusques à D, passant par Q, alors l'arc de l'equateur de N, commune section d'icelui demicercle & l'equateur, est la longitude au regard de l'equateur du point Q. Par ceci on entend aussi que c'est à dire longitude d'une estoile au regard de l'equateur, ou longitude au regard de l'ecliptique. Apres, que c'est longitude d'un point en l'equateur au regard de l'ecliptique, ou longitude d'un point en l'ecliptique au regard de l'equateur. Semblablement ce qu'on entendra par longitude des planetes ou des points de chacun en la sphere.

La raison pourquoi ici au lieu de longitude des estoiles, au regard de l'equateur, ne se dit point selon la vieille coustume de l'ascension des estoiles en sphere droite, sera declarée en l'Appendice.

## DEFINITION XII.

*L*atitude d'un point sur la sphere, est l'arc depuis le cercle de longitude jusques au point proposé, à angle droit sur le mesme cercle de longitude.

Comme la latitude du point ou estoile Q, à sçavoir latitude au regard de l'ecliptique, est l'arc RQ, depuis

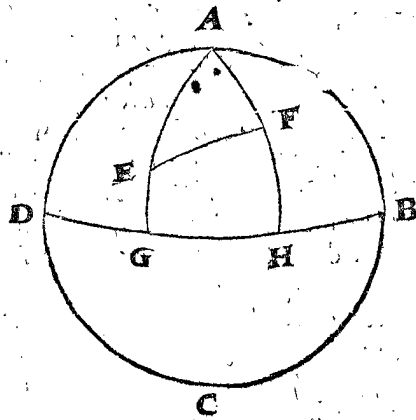
le cercle de longitude EF, jusques au point proposé Q, à angle droit sur le mesme cercle de longitude EF. Et si on tiroit ainsi un arc de Q à angle droit, sur l'equateur AB, l'arc depuis icelui atouchement en AB jusques à Q, seroit latitude au regard de l'equateur du mesme point Q. Par ceci s'entend que c'est latitude d'un point de l'ecliptique au regard de l'equateur, ou latitude d'un point de l'equateur au regard de l'ecliptique.

La raison pourquoi au lieu de latitude des estoiles au regard de l'equateur, ne se dit point selon l'ancienne coustume de la déclinaison des estoiles de l'equateur, sera declarée en l'Appendice.

## DE L'ORDRE GENERAL QUI SERA TENU EN CES PROBLEMES SPHERIQUES.

*C*onsiderant le grand avantage qui en la doctrine des arts procede par bon ordre, dont il est dit ci devant en general, j'ay trouvé bon & utile d'en parler en ceste matiere particulierement, & en declarer mon opinion, comme s'ensuit.

Il est commun entre beaucoup d'Autheurs renommez, qui pour trouver les termes incognus d'un triangle, recitent tout au long & au large les causes pourquoi, & d'où vient la proportion d'entre les sinus & lignes, par lesquelles les termes incognus se trouvent: Apres, de quels angles ou costez il faut assembler, soustraire, multiplier ou diviser les sinus, & combien montent leurs sommes, restes, produits & quotiens, avec d'autres semblables choses touchant l'operation. De quoi mon opinion estant differente, j'en diray mon avis ainsi: Soit ABCD la terre, dont le pole A, & l'equateur DB, sur lequel il y a deux villes E & F de diverse latitude & longitude connue: Je prens que la latitude de E soit GE 30 deg. & de F soit HF 50 deg. & la difference de leur longitude soit GH 70 deg. Ce qui



estant ainsi, on desire de sçavoir combien ces deux villes sont loing l'une de l'autre, il faut trouver l'arc EF: Pour à quoi parvenir je dis ainsi: Puis que GE & HF font 30 deg. & 50 degrez, leurs arcs de complement EA, FA font 60 degrez & 40 degrez. Apres GH faisant 70 deg. comme grandeur de l'angle GAH, doncques le mesme angle GAH, ou EAF, fait 70 deg. Tellement que AEF est un triangle avec trois termes connus, à sçavoir deux costez EA, FA, & l'angle A. Or si pour trouver EF (qui se cognoit par la 40 proposition des triangles spheriques) en operant on veut deduire la raison en laquelle ceste operation est fondée, avec les nombres susdits en la maniere de l'operation, voyez combien il faudroit de paroles pour bien exprimer cela, veu tant de divers theoremes au

traicté des triangles precedent l'un engendrant l'autre, avant que finalement on aye un probleme à la susdite 40 proposition, qui declare la propre operation. Et posé le cas que cela fut assez expres en chaque exemple, mais qu'est-il de besoing? Qu'est-ce autre chose qu'une narration sans ordre, de ce qu'auparavant avec bon ordre & beaucoup meilleure distinction a esté apprins en general, ou là où il pouvoit utilement avoir esté apprins. Nous ne ferons point doncques ici telle narration, mais dirons seulement que puis que AEF est un triangle avec trois termes connus, à sçavoir EA 60 deg. AF 40 deg. & l'angle EAF 70 deg. le costé EF par la 40 proposition des triangles spheriques fait 51 deg. 1<sup>o</sup>, tenant icelle conclusion pour certainé, & démontrée en la proposition dont a esté tirée l'operation, comme le semblable est aussi commun ailleurs. Par exemple, quand à trois nombres donnez on veut un quatriesme proportionnel, si à chaque fois on repetoit les nombres de l'operation, & comment on multiplie & divise, avec les demonstrations d'iceux, ce seroit à la verité evidemment un long & fascheux ouvrage sans ordre, veu qu'il faut sçavoir en general la multiplication & division, devant qu'on vienne à son usage particulier. Et ainsi aussi de la matiere des triangles. Parquoy celuy qui se veut addonner à l'usage d'icelui, doit premierement entendre comment il trouvera par trois termes connus en quelque traicté des triangles, un exemple imitable; car faisant au contraire, les choses qui sont notoires d'elles mesmes, & presques entendues avant que commencer l'operation, semblent avoir des difficultez incomprehensibles.

Il est bien vray que *Ptolemée* par tout a esté aucunement contraint à la susdite longue narration, d'autant que son traicté des triangles estant fort briefvement descript, n'estoit point distribué en propositions, ausquelles à chaque fois il eut peu renvoyer l'Operateur; mais cela ne nous semble point un stile Mathematique qu'on doive imiter, comme il n'a semblé aussi à *Regiomontanus*, & à d'autres venus apres luy, qui ont descript ceste matiere avec un ordre d'*Euclides* (qu'on pourroit bien appeller, peut estre, l'ordre du temps sage.) A sçavoir apres des definitions necessaires avec propositions distinctes dont les precedentes servent d'instruction par membres aux suivantes. Quant à *Copernicus*, il ne fait point entierement par tout la susdite longue narration, ains envoie aucunesfois l'Operateur à quelque certaine proposition de son traicté des triangles. Mais ce long recit que luy & quelques autres delaisent aucunesfois, nous n'en userons cy apres nulle part, car nous avons formé nostre traicté des triangles selon nostre pouvoir, afin qu'on s'en puisse servir en telle façon.

Jusques ici est declaré l'ordre qui pour maintenant m'aggreoit le mieux: Et combien qu'il est raisonnable, que qui en sçait un meilleur, le suive, toutesfois il est equitable de bien declarer mon intention, de ce en quoi je veux estre entendu. Nous viendrons doncques à la chose, là où les exemples de SON EXCELLENCE mesme, apres qu'il avoit exactement entendu le susdit traicté des triangles, ont esté calculez, & quelques uns inventez.

A ceci nous choisirons des exemples du 1 & 2 livre de *Ptolemée*, commençant au 13 chapitre du premier.

Quant aux autres douze precedens ils sont des proprietés naturelles de la terre. Aussi du traicté des triangles descript briefvement selon la maniere qu'alors luy estoit connuë, duquel traicté ayant premierement par les Arabes, & puis apres par les Allemans esté donnée

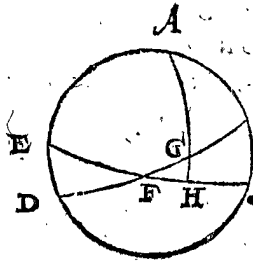
grande facilité & commodité, laquelle selon nostre stile & pouvoir est descripte au precedent, nous passons outre lesdits 12 chapitres.

### S'ensuivent les Problemes.

#### PROBLEME I.

Estant connue la longitude au regard de l'ecliptique, d'un point donné en l'ecliptique: Trouver sa latitude au regard de l'equateur. [13 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

Le donné. Soit ABCDE le meridien, dont le pole est A, & BD ecliptique, CE equateur; F section vernale, EB, FC chacun 90 deg. G un point en l'ecliptique dont la longitude est l'arc FG de 30 deg. BC 23 deg. 51<sup>o</sup> 20<sup>o</sup>.



Le requis. Il faut trouver de quelle grandeur est l'arc GH.

#### CONSTRUCTION.

Veue que FG fait 30 deg. & que AH est le meridien sur l'equateur CE, l'angle GHF est droit, & faisant BC 23 deg. 51<sup>o</sup> 20<sup>o</sup>, l'angle BFC, ce GFH est aussi autant, parquoy GHF est un triangle rectangle avec trois termes connus, à sçavoir deux angles & l'hypothénuse, par lesquels cherché le costé de l'angle droit GH par la 34 proposition des triangles spheriques, se trouve pour le requis de 11 deg. 39<sup>o</sup> 59<sup>o</sup> 21<sup>o</sup>.

Conclusion. Estant doncques connue la longitude au regard de l'ecliptique d'un point donné en l'ecliptique, nous avons trouvé sa latitude au regard de l'equateur, selon le requis.

#### CONSEQUENCE.

Par ceci est notoire comment on fera la table de la latitude du Soleil au regard de l'equateur de degré en degré, que *Ptolemée* applique en cest endroit.

#### PROBLEME II.

Estant connue la longitude au regard de l'ecliptique d'un point donné en l'ecliptique: Trouver sa longitude au regard de l'equateur. [14 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

Le donné. Soit en la figure du premier probleme le point G en l'ecliptique, dont la longitude au regard d'icelui ecliptique, qui est de la section vernale F jusques à G, fait 30 deg.

Le requis. Il faut trouver la longitude au regard de l'equateur du point G, qui est l'arc FH.

#### CONSTRUCTION.

A cause des raisons declarées en l'operation du premier probleme GHF est un triangle rectangle avec trois termes connus, à sçavoir GHF droit; GFH 23 deg. 51<sup>o</sup> 20<sup>o</sup>, & GF 30 deg. Dequoi cherché le costé de l'angle droit FH par la 34 proposition des triangles spheriques, se trouve pour le requis de 27 deg. 50<sup>o</sup> 6<sup>o</sup>.

Conclusion. Estant doncques connue la longitude au regard de l'ecliptique d'un point donné en l'ecliptique, nous avons trouvé sa longitude au regard de l'equateur, selon le requis.

#### CONSEQUENCE.

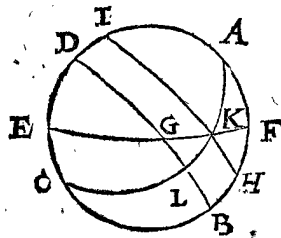
Par ceci est notoire comment on fera la table de la longitude au regard de l'equateur de l'ecliptique, que *Ptolemée* applique à cest endroit.



PROBLEME III.

**E**stant connu le plus long jour: Trouver l'arc de l'horizon compris entre l'equateur & l'ecliptique. [2 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

*Le donné.* Soit ABCD un meridien, A, C, les deux poles, DB l'equateur, EF l'horizon, coupant l'equateur DB en G, apres HI est un cercle parallele avec l'equateur par le 90 degré de l'ecliptique, coupant EF en K, tellement que GK est l'arc donné de l'horizon compris entre l'equateur BD, & l'ecliptique HI: Le plus grand jour fait 14 $\frac{1}{2}$  heures, dont la moitié pour l'arc DL 108 deg. 45 ①.



*Le requis.* Il faut trouver l'arc GK.

CONSTRUCTION.

Veux que DL fait 108 deg. 45 ①, j'en soustrais DG 90 deg. reste pour GL 18 deg. 45 ①. Et KL, comme la plus grande latitude du Soleil au regard de l'equateur, fait 23 deg. 51 ① 20 ②, & l'angle KLG est droit. Tellement que KLG est un triangle avec trois termes connus, à sçavoir deux costez comprennans un angle droit: Par iceux cherché le troisieme costé KG, se trouve par la 33 proposition des triangles spheriques de 30 deg.

*Conclusion.* Estant doncques connu le plus long jour: Nous avons trouvé l'arc de l'horizon compris entre l'equateur & l'ecliptique, selon le requis.

CONSEQUENCE.

L'arc GK se nomme aussi latitude du lever du Soleil, par où est notoire que de chaque point de l'ecliptique on pourra trouver la latitude du lever: car trouvé par le 1 probleme sa latitude, au regard de l'equateur plus petite que KL, & estant connue la longueur d'icelui jour, on y procede comme avec la mesme KL. Par lequel est notoire comment on en peut faire des tables, servant à tous degrez de l'ecliptique.

Il est aussi manifeste comment par la plus grande latitude du lever GK, on peut trouver le plus long jour, car alors seront connus les deux angles L, G, du triangle rectangle KLG, avec l'hypothense KG, parquoy avec iceux cherché le costé LG par la 34 proposition des triangles spheriques, & adjousté à GD 90 deg. on a LD, duquel chaque 15 deg. font une heure.

Et par semblable raison on voit comment se peut trouver par le connu DL & GK, la latitude du Soleil au regard de l'equateur, comme LK.

PROBLEME IV.

**E**stant connu le plus long jour: Trouver l'elevation du pole. [3 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

*Le donné.* Soit le donné du 3 probleme cy dessus le donné.

CONSTRUCTION.

Veux que le costé LG du triangle rectangle KLG, fait, comme y a esté dit, 18 deg. 45 ①, KL 23 deg. 51 ① 20 ②, & l'angle KLG droit, c'est donc un triangle rectangle avec deux costez connus, comprenans l'angle droit, par iceux cherché l'angle KGL, qui est aussi l'angle FGB, se trouve par le 1 exemple de la 33 proposition des triangles spheriques, de 53 deg. 59 ①: Mais FB est

la grandeur de l'angle FGB, parquoy FB fait 53 deg. 59 ①, iceux soustraits de AB 90 deg. reste pour la requisite elevation AF du pole A 36 deg. 1 ①.

*Conclusion.* Estant doncques connu le plus long jour, nous avons trouvé l'elevation du pole, selon le requis.

CONSEQUENCE.

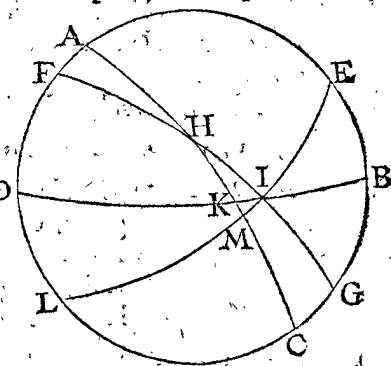
Il est notoire comment on trouvera par l'elevation du pole AF, & la plus grande latitude du Soleil au regard de l'equateur KL, la latitude du lever du Soleil GK, & autres semblables.

Le 4, 5, & 6 chapitre d'Almageste traittent de la grandeur des ombres meridionales, laquelle chose estant assez connue à ceux qui sont mediocrement versés en la mathematique, nous passons outre ces chapitres, & commencerons à ce 7.

PROBLEME V.

**E**stant donnée l'elevation du pole, avec l'arc de l'ecliptique entre la section vernale & l'horizon: Trouver l'arc de l'equateur entre la section vernale & l'horizon. [7 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

*Le donné.* Soit ABCD un meridien, DB l'horizon, BE 36 deg. elevation du pole, AC equateur, FG ecliptique, HI section vernale, HI 30 deg. pour l'arc de l'ecliptique entre la section vernale, & l'horizon, & HK l'arc de l'equateur entre la section vernale, & l'horizon.



*Le requis.* Il faut trouver de quelle longueur est HK.

*Preparation.* Soit tiré un cercle EL par le point I coupant AC en M.

CONSTRUCTION.

Le triangle HMI a trois termes connus, à sçavoir l'angle HMI droit, MHI 23 deg. 51 ① 20 ②, & l'hypothense HI 30 deg. par iceux cherché le costé de l'angle droit HM, se trouve par la 32 proposition des triangles spheriques, de 27 deg. 50 ①. Puis apres je cherche par le 1 probleme precedent l'arc MI latitude au regard de l'equateur du point I, de l'equateur AC, & le trouve de 11 deg. 40 ①, apres du quart de cercle EC, soustrait EB 36 deg. reste BC 54 deg. pour la grandeur de l'angle BKC, qui est pour l'angle IKM du triangle KMI, dont l'angle M est droit. Tellement que KMI est maintenant un triangle avec trois termes connus, à sçavoir MI, IKM, KMI, par iceux cherché le costé de l'angle droit KM par la 35 proposition des triangles spheriques se trouve de 8 deg. 38 ①, iceux soustraits de HM, trouvé ci dessus de 27 deg. 50 ①, reste pour le requis HK 19 deg. 12 ①.

*Conclusion.* Estant doncques donnée l'elevation du pole, avec l'arc de l'ecliptique entre la section vernale & l'horizon, nous avons trouvé l'arc de l'equateur, entre la section vernale & l'horizon, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Au premier il est notoire comment par EB & HK connus, sera trouvé HI.

Au second, comment on trouvera par HK & HI connus, l'elevation EB du pole E.

Au troisieme, comment on trouvera par quelques termes connus des susdites manieres, le plus long jour, car à MK 8 deg. 38 ①, adjousté KA 90 deg. font ensemble 98 deg. 38 ①, dont le double 197 deg. 16 ①, est un arc de 13 heures 9 ①.

Au quatrieme, on peut sçavoir à quelle heure vient en l'horizon un point proposé de l'ecliptique auquel le Soleil est apparemment; car KM 8 deg. 38 ①, & reduit en heures, font 0 heures 35 ①, & autant de matin devant six heures, qui est à cinq heures 25 ①, viendra le 30 deg. de l'ecliptique comme le point I, en l'horizon.

Au cinquieme est notoire comment on pourra faire tables des precedentes manieres servant à divers horizons, comme Ptolemée a fait en ce lieu.

Le 8 & 9 chapitre d'Almageste ne contenant point ce que nous avons proposé de descrire ici, nous les passerons outre, & viendrons au 10.

PROBLEME VI.

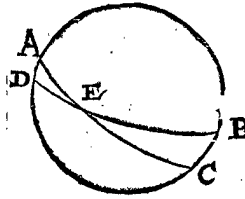
Estant donné l'arc de l'ecliptique entre la section vernale & le meridiem: Trouver l'angle compris entre icelui ecliptique & meridiem. [10 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

Le donné. Soit ABCD un meridiem, AC l'ecliptique, DB l'equateur, E la section vernale, AE, l'arc de l'ecliptique 30 deg.

Le requis. Il faut trouver l'angle EAB.

CONSTRUCTION.

Veux que ADE est un triangle avec trois termes connus, comme ADE droit, AED 23 deg. 51 ① 20 ②, & AE 30 deg. je trouve avec cela par la 36 proposition des triangles spheriques, l'angle DAE de 69 deg. 3 ①, iceux soustraits de 180 deg. reste pour l'angle requis EAB 110 deg. 57 ①.



Conclusion. Estant doncques donné l'arc de l'ecliptique entre la section vernale & le meridiem, nous avons trouvé l'angle compris entre icelui ecliptique & meridiem, selon le requis.

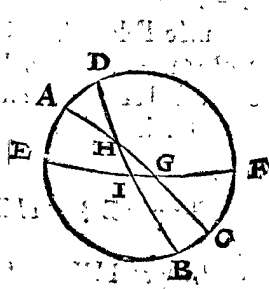
PROBLEME VII.

Estant donné l'arc de l'ecliptique entre la section vernale & l'horizon, avec l'elevation de l'equateur: Trouver l'angle compris entre icelui ecliptique & l'horizon. [11 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

Le donné. Soit ABCD un meridiem, dont l'horizon EF, ecliptique AC coupant EF en G, & DB soit l'equateur coupant AC en H comme section vernale, & EF en I, & GH face 30 deg. & son elevation dessus l'horizon soit ED 54 deg.

Le requis. Il faut trouver l'angle AGE.

CONSTRUCTION.



Veux que HGI est un triangle avec trois termes connus, comme GH 30 deg. GHI 23 deg. 51 ① 20 ②, HIG 126 deg. (car DI, EI font chacun 90 deg. & l'arc ED 54 deg. dont le complement de demicercle est 126 deg.)

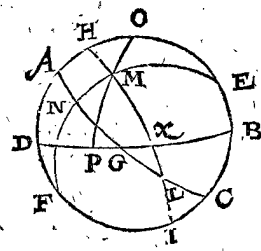
parquoi l'angle DIF, qui est aussi HIG fait 126 deg.) je trouve avec iceux par la 41 proposition des triangles spheriques l'angle HGI, qui est aussi l'angle requis AGE de 32 deg. 10 ①.

Conclusion. Estant doncques donné l'arc de l'ecliptique entre la section vernale & l'horizon, avec l'elevation de l'equateur, nous avons trouvé l'angle compris entre icelui ecliptique & l'horizon, selon le requis.

PROBLEME VIII.

Estant connue l'elevation du pole avec le lieu du Soleil apparemment en l'ecliptique, & l'heure du jour: Trouver la hauteur du Soleil dessus l'horizon: Aussi l'angle de l'arc & de l'ecliptique. [12 chapitre du 2 livre d'Almageste.]

Le donné. Soit ABCD un meridiem, DB l'horizon, E le pole Septentrional, levé au dessus de B 36 deg. F le pole Meridional, AC l'equateur, coupant DB en G, & HI l'ecliptique coupant DB en K; apres, L est section automnale, M le Soleil, dont la longitude apparemment au regard de l'ecliptique soit 90 deg. & soit onze heures devant midi,



à sçavoir le Soleil une heure distant du meridiem, ce qui en la figure s'entend ainsi: soit tiré de l'un pole E jusques à l'autre F, l'arc EMF, il coupe l'equateur AC en N, tellement que AN fait une heure, qui est 15 deg. Apres, du point vertical O, tombe par M l'arc vertical OP.

Le requis. Il faut trouver l'arc MP, elevation du Soleil au dessus de l'horizon: Aussi l'angle HMO, fait de l'arc vertical MO, & de l'ecliptique MH.

CONSTRUCTION.

OME est un triangle avec trois termes connus, car OE arc de complement de EB 36 deg. fait 54 deg. & ME arc de complement de 23 deg. 51 ① 20 ②, fait 66 deg. 8 ① 40 ②, & l'angle OEM 15 deg. (car AE, NE faisant chacun 90 deg. AN 15 deg. est la grandeur de l'angle AEN de 15 deg. mais AEN ou OEM est un mesme angle, pourtant comme il a esté dit, l'angle OEM fait 15 deg.) Parquoi de ce triangle OEM cherché par la 40 proposition des triangles spheriques le costé OM, se trouve de 17 deg. 46 ①, iceux soustraits de OP 90 deg. reste pour l'arc requis MP 72 deg. 14 ①.

Et d'icelui triangle OEM cherché l'angle OME, il se trouve de 43 deg. 21 ①, iceux soustraits de HME faisant en cest exemple 90 deg. reste pour l'angle requis HMO. 46 deg. 39 ①.

Conclusion. Estant doncques connue l'elevation du pole, avec le lieu apparemment du Soleil en l'ecliptique, & l'heure du jour, nous avons trouvé l'elevation du Soleil dessus l'horizon; Aussi l'angle de l'arc vertical & de l'ecliptique, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Premierement, si l'elevation du pole, avec le lieu apparemment du Soleil en l'ecliptique & son elevation dessus l'horizon estoit connue; il est notoire comment on trouvera l'heure du jour, car alors seront connus au triangle OME les trois termes OE, ME, OM, avec iceux trouvé l'angle OEM par la 43 proposition des triangles spheriques, les degrez d'icelui font aussi pour l'arc AN, lesquels reduits à des heures, on sçait combien il y a du midi.

Secondement, si l'elevation du pole, l'heure du jour, & hauteur du Soleil dessus l'horizon estoit connuë, il est manifeste comment on trouvera le lieu apparemment du Soleil en l'ecliptique; car alors seront connus au triangle OME les trois termes OE, OM, OEM, avec iceux trouvé le costé EM par la 40 proposition des triangles spheriques, & iceux soustraits de EN 90 deg. le reste est pour MN declination du Soleil de l'equateur, laquelle estant connuë, le triangle MLN a trois termes connus, à sçavoir l'angle MNL droit, l'angle MLN 23 deg. 51 ① 20 ②, & le costé MN: Par ceci cherché le costé LM, se trouve par la 35 proposition des triangles spheriques pour le requis.

Au troisieme, si en l'ecliptique estoit connu le lieu du Soleil, l'heure du jour, & hauteur du Soleil, il est manifeste comment on trouvera l'elevation du pole, car alors seront connus au triangle OME les trois termes OM, ME, OEM, avec iceux trouvé le costé OE par la 40 proposition des triangles spheriques, & iceux soustraits de OB 90 deg. le reste est pour EB elevation requise du pole.

Au 4, si on vouloit sçavoir quel degré de l'equateur est au meridian, on adjouste AN à NL, & on parvient au requis.

Semblablement pour sçavoir quel degré de l'ecliptique est au meridian, on trouve le costé HL par les trois termes connus du triangle HAL, à sçavoir AL, HAL droit, ALH angle automnal, & on parvient au requis.

Le degré de l'equateur en l'horizon au lieu de G est aussi connu; car de A connu jusques à G, il y a 90 deg. Semblablement se peut aussi cognoistre le degré de l'ecliptique K en l'horizon DB par le 5 probleme de ce livre.

Au 5, il est manifeste comment on trouvera la longueur ou durée du crepuscule sur un jour donné, & l'elevation du pole; Car estant mis le point opposite du Soleil autant dessus l'horizon que le Soleil y est dessous au commencement ou à la fin du crepuscule, ce qui se prend communement à 18 deg. puis trouvé combien de temps ou degrez ce point est de l'horizon, on a le requis.

N O T E Z.

Comme SON EXCELLENCE estimoit que l'ordre naturel requeroit, que joignant l'invention de la hauteur du Soleil par l'heure du jour connuë, aussi au contraire on devoit trouver l'heure du jour, par la connuë hauteur du Soleil: Duquel par Ptolemée ni ses interpretes, nommement Regiomontanus, Copernicus, & Osvaldus, n'estant fait mention, nous avons choisi une maniere d'operation commé dessus, consistante en l'assomption des arcs de complément des termes connus, par la reprise desquels chaque terme des quatre se cognoist si manifestement par les autres trois, que nous n'avons point estimé nécessaire d'en faire de problemes particuliers, mais en ce lieu mettre les susdites consequences.

PROBLEME IX.

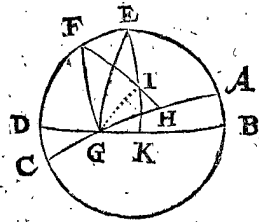
Estant connuë la longitude & latitude d'une estoile au regard de l'ecliptique: Trouver sa longitude & latitude au regard de l'equateur.

Le donné. Soit ABCD un cercle, tendant par les deux poles, comme E de l'equateur DB, & F de l'ecliptique AC, & soit G la section vernal: Apres y est tiré l'arc de F jusques à H en l'ecliptique, auquel arc FH est une estoile I, tellement que l'arc HI est sa latitude de

12 deg. & GH sa longitude au regard de l'ecliptique de 30 deg.

Le requis. Il faut trouver la longitude & latitude de l'estoile I au regard de l'equateur.

Preparation. Je tire de E par le point I jusques en l'equateur l'arc EK, puis apres EG, tellement que IK est latitude de l'estoile I, & GK sa longitude au regard de l'equateur, lesquels deux arcs estant trouvez, on aura le requis.



CONSTRUCTION.

Le triangle EFI a trois termes connus, FE 23 deg. 51 ① 20 ②, FI 78 deg. arc de complément de IH 12 deg. Apres l'angle EFI 60 deg. comme angle de complément de GFH 30 deg. Avec iceux cherché par la 40 proposition des triangles spheriques le costé EI, se trouve de 67 deg. 10 ①, iceux soustraits de EK 90 deg. reste pour la requise latitude IK, au regard de l'equateur 22 deg. 50 ①. Puis apres cherché l'angle FEI, se trouve de 113 deg. 13 ①, d'iceux soustrait l'angle droit FE 90 deg. reste pour l'angle GEK 23 deg 13 ①, ce qui est aussi pour la requise longitude GK.

Conclusion. Estant doncques connuë la longitude & latitude d'une estoile au regard de l'ecliptique, nous avons trouvé sa longitude & latitude au regard de l'equateur, selon le requis.

N O T E Z.

Copernicus au 4 chapitre de son 2 livre a fait une autre façon d'operation que la precedente. SON EXCELLENCE y a encore remarqué une autre maniere de ceste qualité. Estant tiré l'arc GI, alors IHG est un triangle avec trois termes connus, comme IH 12 deg. HG 30 deg. & l'angle IHG droit. Avec ceux cherché l'hypothenuse IG, la trouvoit par la 33 proposition des triangles spheriques de 32 deg. 6 ①, & l'angle IGH de 23 deg. 2 ①, iceux adjoustés à l'angle HGK 23 deg. 51 ① 20 ②, font ensemble pour l'angle IGK 46 deg. 53 ① 20 ②: Tellement que IKG est un triangle rectangle avec trois termes connus, à sçavoir IG 32 deg. 6 ①, IKG 46 deg. 53 ① 20 ②, & l'angle IKG droit, avec iceux cherché le costé IK par la 34 proposition des triangles spheriques, se trouve pour la requise latitude au regard de l'equateur de 22 deg. 50 ①. Et le costé GK pour la requise longitude au regard de l'equateur de 23 deg. 12 ①, comme dessus.

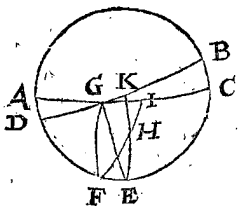
Toutesfois nous mettons au susdit probleme telle operation, pour suivre la commune reigle ci dessus mentionnée par un triangle qui se fait des arcs de complément des termes connus.

PROBLEME X.

Estant connuë la latitude d'une estoile au regard de l'ecliptique & de l'equateur: Trouver sa longitude au regard de l'ecliptique.

Copernicus lib. 3. cap. 2. & autres despeschent ce probleme par sections communes du plan du meridian, & plans d'autres cercles à angle droit là dessus: Mais pour declarer ici plus amplement l'operation des triangles spheriques, & principalement la regle generale de l'assomption des arcs de complément des termes connus, nous mettons ici cest exemple.

*Le donné.* Soit ABCD un cercle tendant par les deux poles comme E de l'equateur DB, & F de l'ecliptique AC, & soit G la section automnale, H une estoile, je prens l'espi de la Pucelle, par laquelle tend l'arc de F jusques à I en l'ecliptique, tellement que HI est la latitude de l'estoile au regard de l'ecliptique, faisant 2 deg. Apres il y vient du pole de l'equateur E par le poinct H jusques en l'equateur l'arc EK.



Tellement que HK est sa latitude au regard de l'equateur, faisant, comme le pose Copernique, 8 deg. 40'.

*Le requis.* Il faut trouver l'arc de sa section automnale G jusques à I, lequel estant cognu, la longitude requise est aussi manifeste.

*Preparation.* Soit tiré l'arc FG.

CONSTRUCTION.

Veue que HI fait 2 deg. son arc de complement HF fait 88 deg. apres, faisant KH 8 deg. 40', son arc de complement HE fait 81 deg. 21', & FE egal à la declination ecliptique de l'equateur fait, comme Copernique l'a mis, 23 deg. 28' 30"; tellement que HFE est un triangle ayant trois costez cognez, avec iceux cherché l'angle HFE par la 43 proposition des triangles spheriques, se trouve de 72 deg. 37', iceux soustraits de l'angle droit GFE 90 deg. reste pour l'angle GFI 17 deg. 23', au lieu que Copernicus met 17 deg. 21', à iceux adjoustés 180 deg. pour le demicercle depuis la section vernale jusques à la section automnale G, vient pour la longitude requise 197 deg. 23'.

*Conclusion.* Estant doncques cogneu la latitude d'une estoile au regard de l'ecliptique & de l'equateur, nous avons trouvé sa longitude au regard de l'ecliptique, selon le requis.

CONSEQUENCE I.

Il est notoire que si on vouloit sçavoir la longitude de l'estoile au regard de l'equateur, qu'il faudroit trouver l'angle HFE du triangle HEF, & d'icelui soustrait l'angle droit GEF 90 deg. le reste seroit le requis.

Les trois suivantes consequences ont esté inventées par SON EXCELLENCE.

CONSEQUENCE II.

Il est manifeste, que si par la longitude cogneu de l'estoile au regard de l'ecliptique & de l'equateur, on vouloit sçavoir sa latitude au regard de l'ecliptique & de l'equateur, qu'alors il faudroit soustraire de l'angle droit GFE, l'angle GFI, dont la grandeur est la longitude donnée au regard de l'ecliptique GI, & avec cela sera cogneu l'angle HFE du triangle HEF. Puis apres à l'angle droit FEG, adjousté l'angle GEK, dont la grandeur est la longitude, au regard de l'equateur donnée GK, & par cela sera aussi cognu l'autre angle HEF du susdit triangle HEF, & à cela encores le costé cognu FE, entre les deux poles; parquoi le triangle HEF a trois termes cognez, avec iceux cherché par la 42 proposition des triangles spheriques, premierelement le costé FH, & icelui soustrait de FI 90 deg. le reste est pour HI latitude requise de l'estoile au regard de l'ecliptique.

Secondement trouvé le costé EH, & icelui soustrait de EK, le reste est pour HK latitude requise de l'estoile au regard de l'equateur.

CONSEQUENCE III.

Il est manifeste, que si par la longitude cogneu de l'estoile au regard de l'ecliptique, & latitude cogneu au regard de l'equateur, on vouloit sçavoir sa latitude au regard de l'ecliptique, & longitude au regard de l'equateur, qu'alors il faudroit du rectangle GFE soustraire l'angle GFI, dont la grandeur est la longitude donnée GI au regard de l'ecliptique, & avec cela sera cognu l'angle HFE du triangle HEF: Puis apres la longitude cogneu donnée au regard de l'equateur HK, soustraite de KE, le costé HE demeure cognu, & à cela encores le costé cognu FE entre les deux poles, alors le triangle HEF a trois termes cognez, avec iceux cherché par la 40 proposition des triangles spheriques premierelement le costé FH, & icelui soustrait de FI 90 deg. le reste est pour HI latitude requise de l'estoile au regard de l'ecliptique. Secondement trouvé l'angle HEF, & d'icelui soustrait GEF 90 deg. le reste est pour l'angle GEK, dont la grandeur est la longitude requise au regard de l'equateur GK.

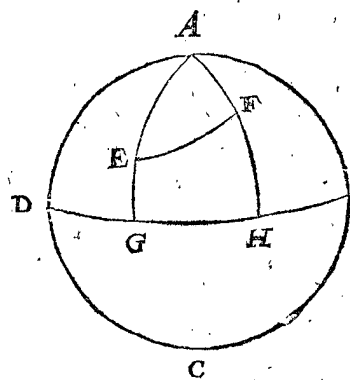
CONSEQUENCE IV.

Il est manifeste, que si par la latitude cogneu de l'estoile au regard de l'ecliptique & longitude cogneu au regard de l'equateur, on vouloit sçavoir sa longitude au regard de l'ecliptique, & latitude au regard de l'equateur, qu'alors à l'angle cognu GEK (car sa grandeur est la longitude cogneu au regard de l'equateur GK) adjousté l'angle droit GEF, l'angle HEF du triangle HEF est cognu, comme aussi est HF arc de complement de la latitude cogneu HI, au regard de l'ecliptique, & tiercement le costé FE entre les deux poles: Tellement que le triangle HEF a trois termes cognez, avec iceux trouvé l'angle HFE, & icelui soustrait de GFE 90 deg. le reste est pour l'angle GFI, dont la grandeur est la longitude requise GI au regard de l'ecliptique. Secondement trouvé le costé HE, & icelui soustrait de EK 90 deg. le reste est pour la latitude requise au regard de l'equateur HK.

PROBLEME II.

Estant donnée la longitude & latitude de deux estoiles au regard de l'ecliptique: Trouver combien elles sont distantes l'une de l'autre.

*Le donné.* Soit ABCD une sphere celeste dont l'ecliptique DB, la section vernale D, & pole A, apres soit E une estoile, dont la latitude GE 30 deg. & longitude DG 40 deg. Et F une autre estoile, dont la latitude HF 50 deg. & longitude DH 110 deg.



*Le requis.* Il faut trouver combien ces deux estoiles E, F, sont distantes l'une de l'autre, à sçavoir,

la grandeur de l'arc EF. *Preparation.* Soient produits GE, HF, jusques au pole A.

CONSTRUCTION.

Veue que GE, HF, font 30 deg. & 50 deg. leurs arcs de complement EA, FA font 60 deg. & 40 deg. Apres DG 40 deg. soustrait de DH 110 deg. reste GH 70 deg. pour grandeur de l'angle GAH, ou EAF du trian-

triangle EAF. Tellement que EAF est un triangle avec trois termes connus, à sçavoir deux costez EA, FA, comprenant l'angle connu A. Avec iceux cherchez le costé EF par la 40 proposition des triangles spheriques, se trouve pour le requis de 51 deg. 10.

*Conclusion.* Estant doncques donnée la latitude & longitude de deux estoiles au regard de l'écliptique, nous avons trouvé combien elles sont distantes l'une de l'autre, selon le requis.

CONSEQUENCE I.

Si l'estoit connu combien les suddites estoiles E, F sont distantes l'une de l'autre avec leur latitude seulement, il est notoire que la difference de leur longitude, comme GH se peut trouver; car alors seront connus les trois costez du triangle AEF, avec iceux cherchez par la 43 proposition des triangles spheriques, l'angle A, on a le requis, car la grandeur d'icelui est pour l'arc requis GH.

CONSEQUENCE II.

Si la latitude de l'une estoile, comme par exemple de E estoit connue, & l'arc de l'une à l'autre comme EF, avec la difference de leur longitude GH: il est manifeste que la latitude de l'autre estoile se peut trouver, car le triangle AEF aura alors trois termes connus, comme deux costez AE, EF, & l'angle EAF, avec iceux trouvé le costé AF par la 39 proposition des triangles spheriques, on a le requis.

CONSEQUENCE III.

Si la longitude & latitude estoit donnée de trois ou plusieurs estoiles, il est manifeste qu'on trouvera chaque arc de l'une à l'autre avec les autres qualitez semblables à celles de la 1 & 2 consequence.

PROBLEME XII.

**E**stant données deux paires d'estoiles de latitude & longitude connues, situées en deux divers plus grands cercles, & encores une cinquième estoile en la section commune de ces deux cercles: Trouver combien la cinquième estoile est distante d'une des quatre.

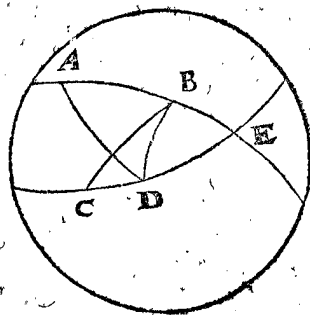
*Le donné.* Soient AB & CD deux paires d'estoiles de longitude & latitude connues, estant en deux divers grands cercles, & encores une cinquième estoile E en la commune section des deux cercles.

*Le requis.* Il faut trouver combien l'estoile E est distante de D.

CONSTRUCTION.

L'arc AD avec BD se cognoist par le 11 probleme, & BD par le donné, tellement que le triangle ABD a trois costez connus, avec iceux trouvé l'angle ABD par la 43 proposition des triangles spheriques, & icelui soustrait de 180 deg. l'angle EBD demeure connu: Et semblablement sera aussi connu l'angle EDB, tellement que le triangle BDE aura trois termes connus, avec iceux trouvé le costé DE par la 42 proposition des triangles spheriques, on aura le requis.

*Conclusion.* Estant donc données deux paires d'estoiles de latitude & longitude connues, situées en deux divers plus grands cercles, & encores une cinquième estoile en la section commune de ces deux cercles, nous avons trouvé combien la cinquième est distante d'une des quatre, selon le requis.



NOTE.

Tels exemples peuvent venir à propos, quand on voit au ciel trois estoiles comme ABE accorder sur une droite ligne, & semblablement aussi les trois estoiles CDE, car alors l'estoile E est en la commune section de deux cercles, & l'arc entre elle & une des autres se peut trouver comme dessus.

PROBLEME XIII.

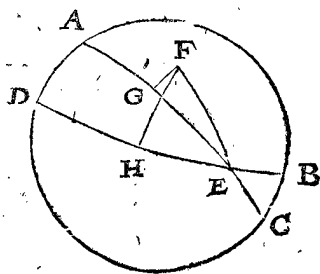
**T**rouver l'heure du jour par une estoile.

*Le donné.* Soit ABCD un meridiën, AC l'écliptique, DB l'équateur, E la section vernale, F une estoile, dont la latitude au regard de l'écliptique FG, la longitude au regard de l'écliptique EG.

*Le requis.* Il faut trouver l'heure du jour.

CONSTRUCTION.

Je trouve par le 9 probleme de ce livre, la latitude de l'estoile au regard de l'équateur FH, & la longitude au regard de l'équateur EH; Ce qui estant ainsi, FHE est un triangle rectangle, avec trois termes connus, à sçavoir FH, EH, & l'angle FHE droit, avec cela je trouve par la 33 proposition des triangles spheriques, l'angle FEH & le costé FE. Ce qui estant ainsi, je considere FE comme pour ecliptique, dont l'angle vernal FEH, & F comme pour Soleil, puis je trouve avec cela l'heure du jour par le 8 probleme de ce livre: Mais veu que la vraye heure est autant plus tempore, que celle-ci, que la longitude du Soleil au regard de l'équateur, est plus grande que la longitude de ceste estoile au regard de l'équateur, je soustrais toujours la longitude de l'estoile au regard de l'équateur, de la longitude du Soleil au regard de l'équateur (laquelle si elle estoit plus petite j'y adjouste selon le commun usage 360 deg.) le reste des degrez me montre la quantité des heures qu'il me faut soustraire des heures trouvées de l'estoile.



*Conclusion.* Nous avons donc trouvé l'heure du jour par une estoile, selon le requis.

Fin du quatriesme livre.

## G E O G R A P H I E,

Qui est.

*La deuxiesme partie de la*

## C O S M O G R A P H I E.

Traduicte avec les suivans, par ALBERT GIRARD Mathemati-  
cien, avec ses Annotations necessaires.

## A R G V M E N T de la G E O G R A P H I E.

**C**ombien que la description de la Terre, selon le commun jugement de plusieurs, traicte principalement de la forme & diversité des Regions, Mers, Fleuves, Montagnes, Bois, Villes, Villages, & Fruicts d'un chacun d'iceux en particulier, du Bestial, des Marchandises, metaux, & choses semblables : Si est-ce que toutesfois nous n'en ferons aucune mention icy, puis que SON EXCELLENCE à feuilleté plusieurs Auteurs sur ce sujet, mais seulement de ce qui jusques à present n'a esté mis en lumiere, ou s'il y a esté, nous l'avons redigé selon nostre stile ; le tout compris en six livres, desquelz

Le premier contient les Definitions en general de la Geographie, ou description de la Terre.

Le second du changement & mouvement de sa matiere.

Le troisieme de la hauteur des nuées & vapeurs.

*Les livres suivans sont pour l'Hydrographie.*

Le quatrieme des rombs.

Le cinquieme de la maniere de trouver les havres & ports de mer.

Le sixieme de la theorie du flux & reflux de la marée.

P R E M I E R L I V R E  
D E L A G E O G R A P H I E.

## De ses Definitions en general.

## Argument de ce premier livre.

**V**eu que nostre opinion touchant la qualité de la Terre & du [equateur terrestre] Metoyen, item du commencement de la longitude de la Terre, & du jour Geographique, a en soy quelque chose de propre qui requiert sa declaration particuliere, nous en escrirons les cinq definitions suivantes en ceste premiere partie, avec une sixieme du Siecle sage ; pource qu'iceluy sera aucunesfois cité. Puis apres suivra une declaration, comment il semble que l'on pourroit projecter ou autant entreprendre, qu'avec le temps on puisse parvenir en telles sciences comme sont esté celles du Siecle sage, & en si haut degré.

## D E F I N I T I O N S.

## D E F I N I T I O N I.

**T**erre est ceste lumiere mondaine mouvante que nous habitons, & la huitiesme Planete, conjointe au nombre des autres sept.

Combien qu'il semble estre assez notoire à un chacun que c'est que la terre, toutesfois veu que la commune opinion d'une grande partie de ce temps, differe d'avec la commune opinion d'une moindre, laquelle toutesfois nous estimons mieux entendre la chose, dont avons desfiny la terre comme dessus. Pour en faire plus ample declaration d'icelle, & premierement, que c'est un astre. Posez le cas que quelqu'un estant sur le corps de la lune regarde devers la terre ; ainsi que nous estans sur la terre, regardons vers la lune ; Ce qu'estant ainsi les qualités de la terre luy apparroissantes, auront grande communauté avec les qualitez de la lune veüe de nous : Car ainsi comme environ la moitié de la lune, qui est esclairée du soleil, nous est reluisante, ainsi pareillement.

lement fait qu'environ la moitié de la terre qui est éclairée du soleil, lui apparoisse reluisante, & encore plus claire que la lune; nommement és lieux de la terre où est l'eau, pource que la reflexion du soleil sur l'eau, est presque aussi claire que le soleil mesme. Secondement, comme la lune à nostre veüe, a des taches plus obscures que le reste, ainsi la terre auroit à sa veüe quelques taches là où est le sec, moins claires que le reste où est l'eau. Tiercement, tel changement que nous voyons de nouvelle lune, pleine lune, premier & dernier quartier de lune, tels changemens verra-il (afin que suivions les noms de la lune) nouvelle terre, pleine terre, premier & dernier quartier de la terre. En quatriesme lieu, comme nous voyons eclipse de lune & de soleil, ainsi verra-il eclipse de la terre & du soleil; car quand il fait eclipse de soleil à nous, il verra l'eclipse de terre; & ce qui nous est eclipse de lune, luy sera eclipse de soleil. Toutesfois il se trouve ceste difference; la lune se voit de la terre tousiours sur un mesme costé, comme tesmoignent ses taches obscures: mais la terre se demontre au spectateur sur la lune, à chaque heure avec d'autres taches, pource qu'à toutes heures apparoissent devant luy autres regions & mers: tellement qu'il verroit de semblables changemens en la terre, comme quelqu'un estant sur le soleil verroit en la lune, laquelle tous les mois feroit un tour devant luy, tous les jours montrant des autres taches, ce que nous voyons expressément alors que de jour à autre, une autre partie se tourne vers le soleil. Notez encor que ceste apparition de la terre à quelqu'un estant sur la lune, n'est la mesme à chaque 24 heures, mais surviennent des changemens desreiglez pour deux diverses raisons; l'une que le spectateur sur la lune verra aucunesfois la terre sur la partie Septentrionale, autrefois sur la Meridionale: l'autre que les nuées qui souvent couvrent la mer, aucunesfois la terre ferme seule, quelquefois l'une & l'autre, ou ny l'une ny l'autre, toutes lesquelles choses doivent donner changement à la couleur de la terre à la veüe d'icelui spectateur.

Or touchant ce que quelqu'un pourroit remonstrer, que le dessus de l'eau de la mer estant une superficie spherique, & pour autant que l'image du soleil ne se montreroit au spectateur sur la lune qu'un fort petit point, sans faire reluire toute l'eau entiere; Certes cela arriveroit ainsi quand l'eau se tiendroit calme & coye, comme l'on peut voir par exemple és miroirs spheriques là où le soleil luit dessus, dont les raisons sont enseignées cy apres aux Catoptriques: mais l'eau n'estant du tout coye, car par le vent elle est esmeüe, & fait les ondes, grandes ou petites; alors chaque onde & ondelette a sa particuliere image sur quelque costé, lesquelles toutes ensemble font une reluisance de tous costez, comme l'on peut voir par exemple és ondes là où le soleil luit dessus.

Jusqu'icy est declarée la definition, contenant que la terre est une splendeur ou lumiere mondaine: Mais l'occasion pourquoy elle est dite se mouvoir, & la huitiesme planete avec les autres sept, cela apparoistra en la suivante description du cours des planetes.

## DEFINITION II.

**A**XE de la terre est ceste partie de l'axe de la sphere des estoiles fixes, que nous prenons par hypothese estre comprise en la terre.

De l'axe de la sphere des estoiles fixes, laquelle nous prenons icy (par position de terre immobile pour les raisons deduites devant la premiere definition du 4 li-

vre du traicté des triangles) devoir passer par le centre de la terre; & partant une partie comprise en la terre fera appellée son axe. De là s'en suivra que les deux extremités du mesme axe, seront les poles de la terre.

## DEFINITION III.

**C**ercle metoyen de la terre est un cercle majeur décrit au milieu, entre les deux poles.

Comme estans menez quelques semimeridiens d'un pole à l'autre, nous appellons metoyen le cercle passant par le milieu d'iceux, (lequel est aussi par le milieu d'entre les poles) or que nous ne l'appellons selon la maniere commune, equateur ou equinoctial, est pource que equateur est toute autre chose, comme il appert par la 1 definition du 4 livre de la Trigonometrie; le commencement duquel ne convient qu'une fois en 24 heures avec le commencement du metoyen. On peut bien dire ce qui est au metoyen, estre sous l'equateur; mais afin de parler par raisons fermes sans aucune doute, les cercles divers requierent noms divers.

## DEFINITION IV.

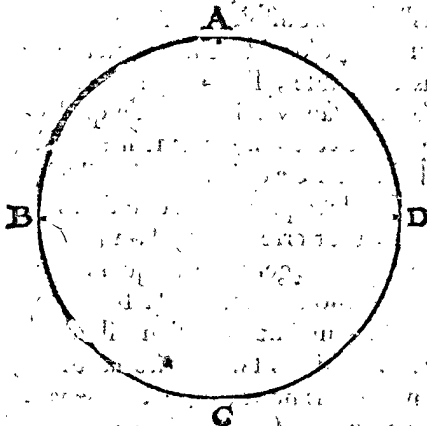
**N**ous prendrons le semimeridien passant par el Pico de Teide in Teneriffa, pour commencement de longitude terrestre.

Les Geographes de ce temps ne s'accordent point, touchant la position du commencement de longitude, d'aucuns suivent *Ptolemée*, lequel le pose sur les Isles de Canaries: les autres ont esgard à la droite montre septentrionale de la Bouffole, que l'on rencontre premierement du costé d'occident des Canaries; dont ne convenans ensemble, l'un pose son commencement loing de l'autre, sans y adjoindre de quel Geographe, il se sert quant à ce commencement; de là vient souvent des desordres. Ce qui estant ainsi il est certain que la raison naturelle requiert, afin que l'on s'entende l'un l'autre, & fuir tout erreur, que l'on prenne un commencement ferme & general; ce qui ne peut estre bien fondé sur la demonstration de la Bouffole. Car puis qu'elle ne suit un mesme meridien, il advient que par les observations faictes sur diverses latitudes, sont posés divers meridiens pour commencemens. D'autre costé, l'observation de l'esguille, faicte par divers observateurs en un mesme lieu, n'est si precise à pratiquer, ny si certain qu'il n'y deffaille, 1 ①, qui revient environ à 3000 pas. Et puis que l'esguille ne montre rien à ceste fin qui soit assez ferme, la raison veut que l'on choisisse à cest effect, une place ferme & stable. Partant ce ne sera hors de propos de s'accorder en cela avec *Ptolemée*, lequel a prins une des 7 Isles de Canaries, qu'il appelle *Iuvo*. Mais puis que le bout d'une Isle, differe en longitude à l'autre bout; il seroit bon de choisir une Isle où ce soit, & en icelle une perpetuelle place immobile, fort petite, & remarquable, qui ne nous cause erreur de 1 ①; car puis que les calculations des longitudes terrestres de villes & places sont faictes avec grand labeur jusques à 1 ①, certes ce sera raison que la position du commencement n'aye nulle 1 ① d'incertain. A ceste fin a esté posé le susdict *Pico de Teide*, estant une roche haute & fameuse, de la forme d'un pain de sucre, & ce en *Teneriffa*, la plus grande, plus riche & meilleure Isle des 7 de Canaries: comme le Seigneur *Melchor de Kerckhove* m'a dit de bouche, lequel est natif & nourry là mesme: Si quelqu'un sçavoit une autre place ferme, plus convenable, ce seroit raison de la choisir, mais il me semble qu'il est bon d'eviter la susdicte incertitude.

## DEFINITION V.

**J**our Geographique est celuy qui prend son commencement, sur le commencement de longitude terrestre.

Quand les Geographes ne conviennent en un commun commencement de jour, qui soit entr'eux convenu, comme l'on peut sçavoir qu'ils n'ont jusques à present fait, alors il n'y aura nulle certitude de jour, es lieux qui different beaucoup en longitude. Par exemple, soit posé que quelqu'un en l'une des deux places qui different beaucoup en longitude, comme je prends *Hollande & China*, aye escrit quelques observations des astres, ou aye fait autres choses sur le 12 de May en l'an 1602: Je dis qu'il est incertain à ceux qui habitent en l'autre lieu en lisant le mesme, si c'estoit à eux le 12 ou 13 May. Et puis que de jour à autre les navigations sur la haute mer à l'entour de la terre ont grand accroissement par les Hollandois & Zelandois, il est notoire que d'icy peuvent survenir beaucoup d'incommodités, & nommément en matiere de Geographie & Astronomie, & que l'incertitude d'un jour pourroit emporter quant & soy beaucoup d'autres incertitudes, comme es observations des lieux des planetes faites en diverses regions, differentes de beaucoup quant à la longitude, qui au parti de là, serviroit beaucoup à l'avancement de ces sciences, & à leur donner plus de stabilité; comme il en fera parlé plus amplement en son lieu. Mais pour venir à la declaration de la susdite incertitude de jour, soit donc ABCD un cercle du globe



terrestre parallel au metoyen, faisant chacun arc AB, BC, CD, DA; un quart de cercle: Là dessus que foyez par exemple en A: Ce qui estant ainsi posé, quand il est midy vers vous en A le 12 May, vous direz qu'il est au mesme instant 6 heures plus tard, à ceux qui habitent en B plus orientalement de vous, assavoir 6 heures du soir du 12 May; Et pour les mesmes raisons ceux-là en B diront qu'il est encore au mesme instant à ceux qui leurs sont plus orientaux, comme en C, 6 heures plus tard, assavoir minuit, comme commencement du 13 May: ce qu'accorderiez estans en A. Ainsi donc estant venu sur l'un costé, de A orientalement par B jusques à C, nous viendrons maintenant par voye contraire de A occidentalement par D, vers C en ceste maniere: Quand il est midy chez vous, estant en A le 12 May, vous direz qu'il est 6 heures au mesme instant plus matin à ceux qui habitent plus vers l'occident en D; assavoir 6 heures de matin le 12 de May; & pour semblables raisons ceux qui habitent en D, diront qu'à ceux qui sont en C, occidentalement au mesme moment, sera encor 6 autres heures plus matin, assavoir à minuit commencement du 12 May, ce qu'accorderiez aussi estant en A. Mais vous avez concédé & affirmé

qu'il est minuit en C, le commencement du 13 May: Pourtant ce ne sera de merveille si en vous contredisant, vous ne vous pouvez accorder avec les autres, aussi que les Portugais & Espagnols, les uns navigans orientalement, les autres occidentalement vers les Indes, sont en discord & different entr'eux d'un jour.

Les Geographes previeudront cest accident en posant un commencement desiny, lequel est prins raisonnablement au commencement de longitude du globe terrestre.

Quant à ce que quelqu'un pourroit penser que telle chose ne seroit sans accident, pource qu'il se pourroit faire que deux lieux qui n'auroient qu'une heure de chemin de distance, & ce d'un costé & d'autre du commencement de longitude, differeroient incessamment d'un jour, ce qui en consideration politique apporteroit de l'incommodité; sur quoy on pourroit repliquer, que comme les Astronomes ont convenu entr'eux un ordre commun de 24 heures commençant à midy, laissant chacune nation en disposer comme il leur semble bon, les unes egales, les autres inegales, d'aucuns commençant à midy, d'autres au lever du soleil, les autres au coucher, & ainsi du reste, desquelles choses les Astronomes n'en sont empeschez en matiere du cours des astres, & de mesme les Geographes en matiere de Geographie n'ont befoing de s'empescher, avec le commencement du jour de diverses nations, mais bien d'user en commun de leur jour defini propre: & ainsi que les Astronomes appellent leurs heures, heures Astronomiques, pour les diversifier des autres; de mesmes les Geographes pourront appeller ces jours en difference des autres, jours Geographiques.

## DEFINITION VI.

**N**ous appellons siecle sage, celuy auquel les hommes ont eu une cognoissance admirable des sciences, ce que nous remarquons infailliblement par certains signes, toutesfois sans sçavoir qui se sont esté, où à quel lieu, ny quand.

Puis qu'assez souvent ne viendra mal à point de nommer ce mot inusité de *siecle sage*, & qu'aussi j'ay arresté de declarer en son lieu (assavoir au suivant renouvellement d'iceluy) comment selon mon advis l'on maneroit ceste affaire pour pouvoir parvenir jusques à une telle science, tant à l'Astronomie, comme à plusieurs autres matieres, ainsi que nous remarquons avoir esté autrefois entre les hommes, pourtant m'a-il semblé bon de definir ce temps là comme dessus.

Et pour amplifier la chose, voicy comment: c'est une chose venue en usage d'appeller *siecle barbare* ce temps là, qui depuis 900 ou mille ans en çà jusques à environ 150 ans passez, pource que les hommes avoient esté 7 ou 8 cens ans comme idiots, sans exercice des lettres & sciences: ce qui a pris son origine alors que les livres ont esté bruslez, par les troubles, gueires, & ruines; ce qui puis apres non sans grand travail, a esté remis en premier estat ou peu s'en faut; or ledit temps auparavant se pouvant nommer *siecle sage* au regard du susmentionné *siecle barbare*, toutesfois nous n'avons entendu à la definition d'un tel *siecle sage*, car les deux compris ensemble ne sont autres, que le *vray siecle barbare*, à comparaison de ce temps incogneu auquel nous remarquons iceluy avoir esté sans aucune doute; mais pour venir à la declaration de ces signes: Notez,

Premierement qu'entre les hommes il s'est trouvé une grande experience & cognoissance du cours du ciel, laquelle est presque venue à s'esteindre au temps d'*Hyrcanus* & de *Ptolomée*, comme aussi ne se doivent tenir leurs



leurs écrits pour autres que reliques de ce qui avoit esté auparavant; car les premiers fondemens, par lesquels le contenu desdictes reliques fust inventé, (assavoir les Ephemerides) sont perdus, & depuis on n'en a point composé d'autres.

Quant au mouvement desreiglé des planetes, qui est appellé de *Ptolemée*; la seconde inegalité, laquelle (en son livre 5, chap. 4. & encore au chap. 2. du 9. livre,) il pretend avoir observé le premier; & ne peut remarquer icelle avoir esté touchée de ses devanciers, accusant souvent leur negligence, quant à l'observation du lieu & mouvement des lumieres celestes. Là dessus on respond, que les ancestres ont veu la mesme seconde inegalité, devant qu'il leur fust possible d'escrire si subtilement de la premiere inegalité, ou moyen mouvement des planetes; comme depuis iceluy *Ptolemée* les a receuës d'eux: & que pour parvenir à une tant belle invention, n'ont esté aucunement negligens, mais plus diligens qu'on n'a esté depuis le temps d'*Hyparchus*; & devant luy (quelque temps je ne sçay combien) jusques à present, l'on n'a conduit l'affaire d'un tel pied apres le siecle sage qu'alors on a fait, comme nous verrons cy apres.

Le precedent est confirmé en cela qu'on a trouvé quelques écrits en langue Arabique depuis le temps de *Ptolemée*, qui avoient esté en usage devant luy entre diverses nations, quant au fait des figures du globe celeste; qui estoient toutes autres, que celles qui sont communes aux Egyptiens; desquelles choses *Ptolemée*, ny *Hyparque* ne font aucune mention qui soit. De tels écrits, le noble & tresdocte Seigneur *Ioseph de la Scale* m'en a montré quelques uns, en langue Arabique, auxquels estoient declarées ces figures, ou asterismes; & non pas seulement d'une façon, mais bien jusques à en pouvoir fournir 3 globes, toutes diverses. L'une maniere estoit appellée, asterisme selon les Indiens; desquels noms (combien que sans peinture) me souvient en avoir leu en un livre Latin de fort vieille impression, mais j'ay oublié le nom de l'Auther, & aussi ne sçay-je où le livre est demeuré. J'ay veu une partie d'autres signes en peinture contre les parois d'une chambre, à la Court du Roy de Pologne en Craco, qui estoient de forme monstrueuse, dont les membres estoient composés de diverses especes d'animaux, & estoit écrit apres *signa Hermatis*, c'est à dire les signes d'Hermes. Or comme j'ay dit, je n'ay pas trouvé, que *Ptolemée* aye fait mention d'aucuns des signes celestes dessusdits. D'où l'on pourroit conclure, qu'iceux ne luy sont venus entre les mains, & beaucoup moins les instructions du cours des astres que chaque nation avoit fondé là dessus, chacune selon sa maniere. Davantage les Astronomes ont bien sceu par cy devant, que la terre tournoit à l'entour du soleil, sans qu'aucune proposition d'iceux soient venuës entre les mains de *Ptolemée*; car s'il les avoit eu, c'est une chose certaine (selon que l'on peut juger de son entendement & raison quant au reste) qu'il auroit concedé le mouvement naturel décrit par les Astronomes experimentez, & avec cela auroit delaisné les premiers principes, ou seulement par maniere d'apprendre les auroit prins par hypothese. De ce mouvement du globe terrestre, se sont apperceu *Philolaus Pythagorien*, (comme dit *Plutarque*) & *Aristarque Samien* (comme tesmoigne *Archimedes* en son livre du nombre de l'Arene.) Mais que cela ne soit advenu au siecle sage, cela se remarque assez, comme il semble, par les mots d'*Archimedes* mesmes, qui contiennent comment *Aristarque* escrivoit contre les Astronomes, qui disoient que

le monde estoit un globe, le centre duquel & le centre de la terre, estoient un mesme point, & le raid, egal à la ligne, d'entre le centre du corps solaire & le centre de la terre; laquelle ligne (avec d'autres telles frivoles) en un temps seroit plus longue qu'en l'autre, il ne me semble pas y avoir eu grand science. Davantage si l'on regarde à la proportion qui est posée par *Aristarque*;

Comme le centre de la sphere,

A la superficie d'icelle,

Ainsi le cercle où la terre se meut,

A la distance des estoilles fixes.

Là où se voit (contre la reigle des Mathematiciens) une comparaison de choses heterogenes, assavoir du point avec la superficie; par ainsi comme nous avons dit cy dessus, on pourroit à bon droit conclurre que ce n'estoit du temps du siecle sage: Et touchant *Archimedes* qui explique la susdite proportion, disant qu'elle doit estre ainsi entendue,

Comme la sphere terrestre,

A ce qu'on appelle monde,

Ainsi la sphere de la voye, de la terre,

A la sphere des estoilles fixes.

Quoy que ce soit, les raisons Mathematicques requerent mots certains. En tout cela on ne voit point de trace du siecle sage.

Nous avons encor un autre tesmoignage d'un grand exercice en l'Astronomie, devant le temps de *Ptolemée*, par les diverses doctrines des triangles spheriques, & fondées sur divers principes; puis apres venuës en avant en langue Arabique, & de là en Latin. Car jadis lors que les hommes cognourent, combien il estoit necessaire à l'Astronomie de pouvoir refoudre, & calculer les triangles spheriques, ils se sont addonnez merueilleusement à ceste matiere. La maniere parvenue es mains de *Ptolemée*, & par apres par luy descrite, est briefve & subtile; consistant en addition & soustraction des raisons des lignes, qui sont imaginees estre en un plan, qu'on appelle section de sphere, mais l'usage en est difficile; car l'on ne trouve aucun probleme formé, qui serve d'exemple à l'instant pour calculer quelque triangle spherique qui se puisse rencontrer, pour le suivre avec facilité, comme il seroit requis; car au contraire on est tousiours en peine de quelle maniere d'addition ou soustraction de raisons on choisira dans le plan de section spherique, pour servir à l'exemple proposé. Il y a aussi une autre maniere dont on use avec l'imagination des communes sections de plans de cercles qui sont marqués sur la sphere. Et encor une autre qui se trouve dans *Jean du Mont-royal*.

Touchant aucuns qui estiment, que l'invention de l'Astronomie n'est pas fort ancienne, mais que les plus grandes particularitez d'icelle sont venuës en cognoissance aux hommes par *Hyparque*. Et que *Timocharès* 30 ans apres *Alexandre le Grand*, estoit le premier entre les hommes, qui fit la diligence de trouver, & d'escrire le lieu des estoilles fixes; cela n'est nullement de mon opinion. Je veux bien croire que si *Hyparque* n'eust tiré des livres de ses devanciers, ce qui est depuis venu entre les mains de *Ptolemée*, & de luy parvenu à nous, que la cognoissance du cours des astres que nous aurions, seroit bien maigre. Mais qu'il ait esté inventeur de ces admirables propositions, il ne le semble pas, & une raison entre autres est, que *Ptolemée* dit au chap. 11. du livre 4, que *Hyparque* rencontra une difficulté, en ce qu'il trouvoit les conclusions differentes, dont l'une venoit quand il prenoit par hypothese le cours de la lune en un epicycle, & l'autre quand il le prenoit en un cercle

cercle eccentric. Il demonstre davanrage que telle difference ne venoit pas, de la diversité qu'*Hyparque* rencontroit en ces deux positions, mais par mesconte, ou autre accident. Ce qu'estant ainsi, l'on ne concludroit pas mal à propos, qu'*Hyparque* entre autres inventions qu'on luy attribue, n'estoit pas inventeur de ce theoreme, qui demonstre que l'une & l'autre position n'ont qu'une mesme conclusion; mais plustost qu'il ne l'a compris, ny entendu (ce que je ne dis par mespris, mais pour demonstrier le proposé) ce qui autrement seroit, comme celuy qui auroit entendu la demonstration Geometrique de la 47. proposition du premier livre d'*Euclides*, toutesfois par experience actuelle douteroit si les deux quarez des deux plus petits costez d'un triangle rectangle, seroient egaux ou non, au quarré du plus grand costé; pource qu'il les trouve inegaux à l'heure mesme de quelque operation, sans sçavoir que cela n'advient pas par la faute de la proposition, mais par la faute de la main, des yeux, par mesconte, ou par autre accident quelconque. D'autre part que *Ptolemée* en son 3. livre chap. 2. prise la maniere d'*Hyparque* par dessus celle des anciens, en matiere de trouver le lieu du soleil entre les estoiles fixes, pour calculer par là la longueur de l'année, laquelle chose il pense que les anciens avoient recherché par la declinaison du soleil, estant en son solstice d'esté, laquelle recherche d'*Hyparque* estoit plus certaine, que quand le soleil estoit en la section vernale. De dire, qu'iceux par une continuelle & admirable diligence, & exercice estoient parvenus en la cognoissance du moyen mouvement des planetes, lesquels dis-je n'eussent pas peu appercevoir qu'une telle observation faite au solstice estoit du tout mal propre à cest effect, je n'y void point d'apparence: Mais (comme *Hyparque* dit) s'ils ont fait leurs observations au solstice, il est à presumer que cela n'est advenu par la recherche de la declinaison du soleil, mais plustost pour plus grande certitude, par l'assomption de la longitude visuelle entre iceluy & quelque estoile fixe. Car elles peuvent estre apperceuës à l'entour du soleil, quand l'on y prend garde diligemment: Ce qui estant incognu à *Ptolemée*, il ne semble pas avoir beaucoup de fondement d'estimer l'invention d'*Hyparque* par dessus celle de ses devanciers. Et quant à *Timochares* qu'il dit estre le premier qui se diligenta à trouver & descrire les lieux des estoiles fixes, & qu'aussi ceux qui disent cela, & *Timochares* avec, semble qu'ils ont ignoré les figures & suscriptions des Globes; sur lesquels leurs anciens predecesseurs de diverses nations, ont compris les estoiles par d'autres figures, comme nous avons dit cy dessus; & par consequent *Timochares* ne peut estre autre que le premier observateur des estoiles fixes; & d'avantage que les moyens mouvemens des planetes, qui sont venus entre les mains d'*Hyparque*, sont inventés par plus seure description des estoiles fixes, que par celle de *Timochares*; laquelle, selon qu'il appert es tables de *Ptolemée*, ont 10 ① pour leur moindre mesure.

La seconde marque, est la merveilleuse experience, que nous voyons avoir esté entre les hommes au fait de l'Arithmetique; de laquelle matiere on peut tenir l'Algebre pour l'une des plus estrange relique, laquelle depuis peu d'années est venue en lumiere par quelques livres Arabiques, ce qu'on ne remarque aucunement par les livres qui nous restent, que les Chaldeens, Hebreux, Grecs (car *Diophante* est moderne) ou Romains, ayent esté tels en l'Arithmetique, qu'on les puisse appeller par excellence Arithmeticiens. Comme aussi considerant qu'iceux avoient faite d'appareil necessai-

re, nommément de chiffres, avec une telle progression decuple, comme les nombres sont prononcez, il leur estoit impossible: Mais ils pouvoient estre tels Arithmeticiens, comme on en voit aujourd'huy avec les jets, ou avec des marques de croye. Quant à ces chiffres, ou notes d'Arithmetique, en progression decuple, ils sont encor tels, & en telle sorte, qu'en commençant à present par là, on peut apprendre que c'est de commencement ou point de nombre, lequel le siecle barbare (j'entens du commencement des Grecs jusques à present) a dit estre l'unité. Car le noble & docte Seigneur *Joseph de la Scale* m'a monstré, qu'ils ont marqué un point ainsi (.) signifiant commencement de nombre, lequel ils appelloient aussi point; & estoient iceux points mis en usage entre leurs chiffres, au lieu de nostre (o) ce qui convenoit avec ce qu'en avons traité en la deuxiesme definition de nostre Arithmetique (laquelle sera icy adjointe.) J'estime que la raison pourquoy en la place de ce point, l'on use en l'Europe de (o) est, que ce point nous sert de closture es periodes des discours, lesquels en mesme maniere suivent souvent les nombres; ce qui seroit douteux, s'ils faisoient office de nombre, & aucunesfois office de closture es periodes du discours. Ce que prevoyans, ils ont pris o, pour mettre entre les nombres en la place de ce point Arabe; & puis que o est appelé au siecle sage (point) nous luy donnerons aussi ce nom point de nombre, en difference du point Geometrien, & delaisserons ce premier nom commencement, que nous avons eu en usage jusques à present. Quant à ce qu'aucuns suivent l'autorité de ceux qui en ont traité, n'en pouvant bien juger par raisons naturelles, j'estime que ceux-là sont en bon chemin en suivant l'autorité de ces Arithmeticiens tres-experimentez du siecle sage; & en delaisant les Grecs, qui n'estoient pas Arithmeticiens, comme il a esté dit cy dessus qu'ils ne pouvoient estre parfaicts, ayant faite de notes d'Arithmetique, ou chiffre. Car combien qu'*Euclides* ait escrit de beaux theoremes qui luy estoient tombés es mains, estans du siecle sage, nonobstant il n'y a pas de problemes, ny pratique d'Arithmetique, ce qui est n'agueres venu en avant en langue Arabe, comme dit est. Tellement que les theoremes d'*Euclides* donnoient tesmoignage du siecle sage d'aparavant, & qui n'estoit pas alors. La raison pourquoy nous parlons tant de ce point, est que la definition de l'unité, comme point en nombre entr'autre, donne tesmoignage du siecle sage, qui estoit alors, que l'on marquoit un point pour signifier, point en nombre: & aussi du siecle barbare qui a esté depuis, engendrant des Arithmeticiens si imparfaicts, comme la definition de la partie de quantité, pour le point de quantité, engendreroit des Geometriens imparfaicts. Encor peut-on remarquer qu'au mesme siecle sage, l'on solvoit avec grande facilité beaucoup d'operations d'Arithmetique avec des calculations fondées sur la progression decuple. Et pour plus ample raison de cela, comme ainsi soit que quelques années en ça j'eusse composé la Disme, m'imaginant alors pouvoir estre mise en usage avec grande facilité en la division des sinus & arcs qui seroient en progression decuple; & qu'ainsi par apres j'eusse descrit proprement la mesme maniere en telle sorte qu'il se traitera un chapitre d'icelle en son lieu, en l'Astronomie suivante avec telle briefveté comme il apparoitra. Or ai-je depuis remarqué cecy, comme si elle eust esté faite de vant moy, ou certes semble avoir esté faite du vieil temps, lequel j'estime estre le siecle sage pour ces raisons: Les tables de

de *Jean du Mont-Royal*, dont le raid est divisé en 10000000, contient en soy parfaitement ce que je cherchois: Car en prenant que le raid soit divisé en 100 parties égales, au lieu des 60 des Egyptiens; & que je me presupposois, estre la progression decuple, au lieu de la soixantiesme des Egyptiens, je trouvois en ceste table l'ouvrage tout fait touchant les sinus: & pensois alors qu'iceluy *Regiomonte* estoit premier inventeur d'icelle; & davantage en ce qu'il dit au commencement de la composition des tables de sinus, que ceux qui avoient esté devant luy, divisoient le raid en peu de parties, comme *Ptolemée* en 120, *Arzabel* en 300, & chacune derechef en 60 ①, & chaque 1 ① en 60 ②. Mais par apres, il m'a survenu quelque chose, qui m'a fait presumer autrement; c'est que comme je voulus une fois rechercher si par les tables de sinus de *Regiomonte* ou non, je pourrois trouver la raison du diametre à la circonference aussi pres, que les termes puissent estre entre les termes d'*Archimedes*; & à cest effect je regarday que le sinus de 1 ① estoit 2909, de telles parties que le raid fait 10000000. Mais ce sinus est presque egal à son arc, à cause de la parvité d'icelui arc; & pourtant 5400 ① faisant le quadrant, sont presque égales à 5400 fois 2909, c'est à 15708600; ce qui me signefioit que la proportion à peu pres de la quatriesme partie de la circonference au raid, estoit de 15708600 à 10000000 & par consequent toute la circonference au diametre; comme 62834400, à 20000000. Or je trouvay que ceste raison estoit entre les termes de la raison descrite par *Archimedes*, assavoir plus petite que 22 à 7 & plus grande que 223 à 71. Il semble que les anciens ont eu tel dessein que j'avois icy, pour les raisons que je deduiray. Quelques escrits se trouvent entre les mains de *George Peurbache* (comme il dit en son traité de la composition des tables des sinus,) contenant les opinions de plusieurs nations, comme Indiens, Egyptiens, Arabes, touchant la raison du diametre à la circonference, & qu'aucuns la posoient de 20000 à 62832 assez pres de ce que dessus, mais plus pres de la vraye. Mais iceux en ce faisant, posoient le diametre de 2 & quelques poincts de nombres, qui n'estoient en quantité seulement 7, comme en la table de *Regiomonte*; mais comme il semble, estoient d'un poinct de nombre davantage, à cause que ce nombre 62832 est ferme jusques à la cinquieme lettre, au lieu que la nostre ne va que jusques à la quatriesme. Ce qui appert quand l'on prend la raison plus pres, comme a fait le fameux Arithmeticien *M. Ludolf de Cologne*, assavoir quand le diametre est de 20000000000000000000, alors la circonference est moins

dre que 628318530717958647694.  
 mais plus grande que 628318530717958647690.  
 Tellement qu'il semble qu'on peut conclurre que devant le temps de *Regiomonte* on a bien divisé le raid en 10000000, ou un nombre d'un, 0, davantage; lequel temps on peut presumer estre le siecle sage incognu, veu que l'on ne sçait, & si ne peut-on remarquer, que cela soit advenu en quelque temps cognu.

Jusques icy a esté dit de la division du raid des anciens par la Disme, mais qu'avec cela ils ayent aussi divisé le quadrant par mesme progression (pour parvenir en ceste maniere à la facilité, de laquelle nous parlerons en l'Appendice de l'Astronomie,) on le pourroit prejurer en la division du cercle en 1600, selon ce qu'en dit *Ptolemée* en son 2 chapitre du 3 livre & que par cy devant on divisoit ainsi les instrumens Mathematiques; d'où s'ensuit que comme le quadrant, selon

les Egyptiens, est divisé en 90 deg. & aux instrumens chaque degr. en 4, sans contrevénir à la 60<sup>e</sup> progression, qu'icy aussi chaque quadrant en 100 deg. & aux instrumens chaque degré en 4, sans contrevénir de suivre la Disme. Car il ne semble pas que ceux qui ont composé les notes d'Arithmetique en progression de Disme, & qui ont fait les regles d'Arithmetique, ayant esgard à ladite progression, (comme nous dirons au livre des Meffanges) n'ayent remarqué l'avantage de la Disme en la division du cercle, qui vient si souvent en usage es calculations de l'Astronomie.

La troisieme marque, est la Geometrie, & quoy que les Grecs en ayent eu fort grande experience, toutesfois plusieurs affirment qu'ils l'ont receüe d'autres. Certes c'est une admirable science donnant bon tesmoignage detrés-grand artifice à ceux qui l'ont sceu amener en tel degré. De cecy nous est resté d'*Euclide* ce que nous en pouvons dire, là où joignant la matiere de Geometrie se trouve quelque chose d'admirable & fort nécessaire à voir, & à lire, nommément l'ordre en methode d'escrire les Mathematiques en ce susdit temps du siecle sage, il sera encor traité de ceste matiere au renouvellement du siecle sage suivant.

Pour quatriesme marque, se pourroit amener le traité de la hauteur des vapeurs, n'aguères venuë en avant en langue Arabique, & cy apres declarée au 3 livre de la Geographie, denotant qu'icy devant, chez les Mathematiciens s'est trouvé une admirable recherche des choses naturelles occultes, de la disposition du monde, & de leurs proprietéz.

La cinquieme marque, est l'admirable & merveilieuse Alchimie, incognue aux Grecs, & qui n'aguères a recommencé à se monstrer; par laquelle l'on recherche & reconnoist bien autrement l'essence des matieres, au grand avantage des hommes, lesquels sans icelle leur estoit impossible de comprendre. En cecy *Hermes Trismegiste* a esté estimé pour le plus expert qu'aucun escrit qui soit, face mention; nonobstant il est incertain qui il a esté, de quelle nation, & en quel temps il a vescu, combien qu'il soit tenu fort ancien.

Quant aux Grecs, & à ce qu'ils disent (traictans de la nature, avec leurs sectateurs, qui sont appellés Philosophes) que toute matiere est comprise es 4 Elements, comme terre, eau, air, & feu, avec les Corollaires & Consequences qu'ils en tirent: Certes leur diligence est à louer, comme ayant fait tout leur possible; mais helas! c'estoit tout par ouir dire, avec peu de certainereté, & beaucoup d'erreurs, & sans cognoissance des causes; car elles sont tirées de la pratique de l'Alchimie, laquelle ils ignoroient.

Et quoy qu'elle soit mesprisée de beaucoup de personnes, à cause qu'aucuns s'y exerçans, & comme trompeurs, faisant grâds dommages à d'autres, leur promettant de faire de l'or d'une matiere qui n'estoit pas or; On respond là dessus, que tel abus se devoit rapporter aux abuseurs de ceste inespuisable science, mais non pas à elle.

Nous descrirons generalement cy apres, en la Declaration suivante, en quelle sorte l'on pourroit commencer la chose, pour à la fin parvenir à ce siecle sage: Quant à l'Astronomie; & comment cy devant elle a esté cognue, nous en descrirons quelque chose de particulier en la description d'icelle.

## N O T E Z.

Comme je tennois un jour quelque propos du siecle sage avec le pres-docte *Huych de Groot*, il me recita  
 k avoir

avoir leu en divers lieux, aucuns tesmoignages d'une antiquité tres-notable : là dessus je le priay de me les mettre par escrit; ce qu'ayant fait, je les ay inserez à la precedentè deduction, comme s'ensuit.

*Tesmoignages d'une antiquité tres-notable, redigez en escrit par le tres-docte Huych de Groot.*

*Ioseph*, recite que *Berosè* Prestre Chaldeen, dit qu'en la dixiesme generation depuis le Deluge, estoit un homme juste, fort renommé entre les Chaldeens, & experimenté en l'Astronomie, lequel *Ioseph*, & entre les escrivains Payens, *Hecatée*, *Nicolas Damascene*, *Alexandre Polyhistor* & *Atrapane* opinent cela estre dit d'*Abraham*.

*Diodore*, *Herodote*, & *Strabon*, pensent que *Zoroastes* (du temps de *Ninus*, qui a esté environ 200 ans apres le Deluge.) ait esté le premier Astronome.

Mais les Egyptiens tiennent pour le premier *Hermès* ou *Mercure*, d'un temps incognu. Ils disent aussi qu'il y a eu un Roy *Necepsos*, qui se seroit fort exercé en ceste science.

Ceux qui rapportent à la verité les fables Poëtiques, veulent dire que *Phaëton*, *Endymion*, *Atlas*, *Hercules*, *Theban Phryge*, *Atrée*, & *Titan* ont eu cognoissance de l'Astronomie.

*Simplice* & autres escrivent d'une antiquité plus remarquable que les precedens, assavoir que *Callisthenes*, (lequel fut presenté par *Aristote* à *Alexandre* en la prise de *Babylone*) a trouvé là des inscriptions Astrologiques fort antiques, d'environ 1903 ans: Ce qui seroit quelques 60 ans apres le grand Deluge, suivant la commune supputation.

*Platon* en divers passages, escrivant d'une origine plus ancienne, & entr'autres au 3. livre des Loix, a opinion, que les sciences estant peries par un grand Deluge, ont esté puis apres redigées peu à peu, en un corps, par les uns & les autres; tellement que ce qui s'est veu sçavoir en Grece, seroit venu en estre 1000, ou 2000 ans apres ce temps-la.

La plus ancienne relation qui se face de la division des metaux, qu'on appelle Chymie, se trouve chez *Suide*, puis en *Cedrene*: Car auparavant tant la chose que le nom semblent avoir esté incognus au Grecs & Romains. Quant à ce qu'on en dit (hors ce qui est escrit) de *Salomon*, est incertain, & de *Pythagore*, cela est fabuleux, nonobstant il est notoire qu'elle a esté cy devant en quelque lieu, non pas chez les Hebrieux ny les Grecs: Mais il est vray-semblable que les Egyptiens y ont entendu quelque chose, pource que *Platon* en son *Timée* (le contenu duquel il dit avoir tiré de la doctrine des Egyptiens) parle de sel & de salpêtre, là où il traite du commencement des matieres.

*Plutarque* aussi dit en *Oriside* que les Prestres appellent hieroglyphiquement l'*Egypte*, *Chimie*: Tellement que l'on peut avoir appellé les *Chimistes* ainsi à cause du pais; comme par cy devant les *Astrologues* ont esté appellez *Chaldeens*, à cause du pais.

Il appert aussi que la cognoissance des arts qui estoit en Grece, estoit venuë d'autre pais, pource que *Laërtius* & *Athenée* disent, que *Thales* (lequel a vescu environ 80 Olympiades devant *Alexandre*) n'a pas seulement apporté la Geometrie d'*Egypte* en la Grece, mais aussi quelque chose de certain touchant les solstices & equinoxes, & le cours de la petite Ourse, (lesquelles choses estoient auparavant incognus aux Grecs, puis qu'ils se conduisoient en la navigation par le cours de la grande Ourse,) & a aussi predict l'eclipse du soleil. Pa-

reillement que *Pythagoras*, qui estoit plus de 400 ans devant *Alexandre*, revenant d'*Egypte* & de *Chaldée*, mit en avant quelques predictions, assavoir du lever & coucher des astres, avec leurs dependances.

*Pline* raconte que *Anaximander* a eu le premier entre les Grecs la cognoissance du cours oblique du soleil, lequel estoit du temps de la 58 Olympiade, qui est 56 Olymp. devant *Alexandre*, & qu'aucuns noms des 12 signes ont esté incognus chez les Grecs apres luy.

*Du renouvellement du siecle sage, où est declaré comment il semble que la chose se pourroit tellement projeter, pour ainsi parvenir peu à peu en aussi grande cognoissance des arts, comme il s'est veu au siecle sage.*

Vis qu'il est certain que l'homme en quelque temps a eu une aussi grande cognoissance des arts & sciences, comme il a esté declaré à la 6 definition; & qu'il n'apparoist aucunement (à ce que je sçache) que l'entendement d'iceluy soit amoindri si peu que ce puisse estre; ce qui donne à cognoistre avec raison la possibilité d'y pouvoir parvenir derechef, s'il y procedé par un tel moyen qu'alors. C'est ce qui a esté cause de me faire dire mon avis, sur ce qui defaut à l'homme de ce qu'il obtenoit pour lors en ce temps là; comprenant le tout en 4 articles, dont le sommaire est tel, comme je declareray plus amplement par apres, de chacun en particulier.

#### ARTICLE I.

Premierement nous avons defaut de beaucoup d'observations, sur lesquelles on donne un ferme appuy aux sciences. Et seroit necessaire que beaucoup de gens s'y adonnassent, pour parvenir à telles experiences.

#### ARTICLE II.

Et pour acquerir la pluralité de personnes, comme il seroit icy de besoin, il faudroit que les susdictes observations & exercices des sciences fussent practiquées par une nation en sa propre langue maternelle, laquelle pour faire quelque chose d'exquis, devoit estre singulierement bonne; ce qui ne se remarque avoir esté fait depuis le siecle sage, excepté entre les Grecs, mais ce seulement quant au fait de la Geometrie, car quant au reste il ne touche pas au but.

#### ARTICLE III.

Pource que les bons langages sont necessaires, il faudroit devant toute chose sçavoir en quoy consiste la bonté d'une langue, afin que par telle voye on en puisse chercher une qui soit telle; car il semble qu'icelle soit perdue avec les autres sciences d'alors, à cause que peu de gens en ont la vraye cognoissance presentement.

#### ARTICLE IV.

Et d'autant que le bon ordre en la description & instruction des arts, aide fort à l'avancement d'iceux, il seroit besoing de l'observer diligemment, & d'en choisir le meilleur avec bon jugement. Et à mesme fin je n'en remarque de meilleur pour le fait des Mathematiques, que celui du siecle sage.

#### Declaration du 1 Article.

Donc pour donner raison plus ample sur un chacun de ces 4 articles: & que pour le premier il nous manque beaucoup d'experience & de fait, sur lesquels on puisse fonder assurement les arts. Je commenceray ceste declaration par un exemple de l'Astronomie, en la cognois-

cognoissance de laquelle sont notoirement parvenus ceux du siecle sage par une abondance d'observations & experiences, comme il a esté dit plus amplement en la 6<sup>e</sup> definition, & fera dit encore davantage au livre suivant du cours du soleil en la 1<sup>re</sup> prop. Pareillement aux livres du cours des planetes, là où nous userons des ephemerides calculées, comme si elles estoient observées, & monstrerons que l'invention de leurs cours, est par icelles de plus facile commencement & progrès, que par autre moyen qui puisse avoir esté produit depuis le siecle sage en ça.

Ce qui estant ainsi, & qu'il est allés evident, comme j'estime, que le deffaut de beaucoup d'observations sont la cause que les hommes se travaillent & rompent la teste en vain, à chercher le cours des astres, dont la qualité ne se trouve ainsi en aucune façon. Tout ainsi que celui qui faisant voile le long du rivage de la terre Australe incognüe (afin que j'esclaircisse cecy par un exemple en matiere de Geographie) conclurroit à la veüe de la bouche d'une grande riviere, que le long des grandes rivieres le terroir est fertile, que beaucoup de gens habitent es pais fertiles, le long des grandes rivieres: & là où sont beaucoup de gens, se trouvent de bonnes villes; partant qu'en ces rivieres-la il y a des villes bien florissantes; & qu'il vienne à mettre en carte telles villes, & pais, le tout appuyé sur ceste position-la (en concludant du tout par une seule partie veüe) je laisse à penser quelle certitude & convenance il y pourroit avoir là, & quelle similitude il y auroit entre les dites cartes, avec ce que l'on y pourroit voir en effect puis apres; car par là on peut entendre quelle certitude il y auroit au cours entier d'une planete qu'on auroit arresté & conclu par une partie veüe, & comme telles regles & descriptions conviendroient avec ce que nous pourrions remarquer par apres en icelle mesme.

Or tout ainsi qu'il est icy parlé des observations necessaires en matiere d'Astronomie, de mesme s'entend des autres, comme du flux & reflux de la mer, à la cognoissance dequoy nous defaillent des observations tres-necessaires, comme il en fera parlé au sixiesme livre suivant. Pareillement du changement des matieres terrestres descrites au 2<sup>e</sup> livre suivant. Davantage de l'Astrologie judiciaire, ou prognostication tirées du cours des astres: Aussi de l'Alchimie, & Medecine, là où (pour n'en dire avec *Hypocrates*) on dit que l'on y devoit avoir un autre sorte d'exercice, tant en l'Anatomie, comme en la recherche des qualitez des simples, & medicaments qui sont trouvez bien souvent par l'Alchimie. Mais puis que pour parler de chacune en particulier, il seroit besoing de plus grand loisir que je n'ay pour l'heure, & plus qu'il ne semble necessaire d'y admettre, nous passerons outre pour cause de la brièveté.

Je tiens donc pour tout manifeste, que comme il est dit au premier article, que nous avons grand deffaut d'observations, sur lesquelles on puisse donner un fondement certain aux arts. Mais pour declarer icy, comme cy dessus, que pour y parvenir il seroit requis que beaucoup de gens s'y addonassent ensemble, je commenceray derechef par des exemples de l'Astronomie. Premièrement une seule personne ne pourroit satisfaire continuellement de jour & de nuit, d'an en an, en l'observation des lieux des planetes & de leurs dependances: mais ce faisant par plusieurs peuples à la fois, ce qui defaudroit en l'un, se trouveroit en l'autre desia tout fait. Secondement, combien que les observations

d'aucuns, leur semblaissent certaines, elles ne seroient pas pourtant suffisantes aux autres pour fonder une theorie stable, sans aucune preuve; mais bien les observations de beaucoup de nations diverses, estantes confrontées teste à teste; on en pourroit recueillir un appuy si ferme, avec si peu de discrepance, qu'elle ne seroit de nulle estime; & pour particulier exemple de cecy, se pourroient amener les observations n'agueres faictes entre le tres-illustre *Guillaume Lantgrave de Hesse*, & du tres-fameux observateur *Tycho Brahe*, qui se trouvent imprimées. Experiences certes, qui n'ont esté veües depuis le siecle sage en ça. Tiercement, il se trouve en d'aucuns lieux que le Ciel est couvert, tellement que l'on ne voit par quelques semaines aucunes estoiles; en tel accident l'on pourroit avoir ce qui auroit esté observé des autres, es lieux, où l'air estoit plus serain. En quatriesme lieu, ce ne seroit pas un petit advancement, quand un chacun par ambition (combien que les hommes se mesprennent le plus souvent quant aux mœurs) seroit le mieüx qu'il pourroit, pour montrer la meliorité du sien au prix des autres: Ce qui n'est pas ainsi entre la paucité, car alors chacun garde son invention, & la tient cachée.

Il y en a qui disent que la matiere est trop noble pour le commun, & qu'elle n'appartient d'estre qu'entre les mains des Princes: mon advis est autrement, car puis que les Princes sur la terre sont en petit nombre, voire entre iceux il y en a peu, qui y soient adonnez naturellement: voyez ce qu'il en advint au Roy *Alfonse*, lequel pour faire les tables, mises en lumiere en son nom, luy cousta plus de quatre cens mille ducats. Certes son zele estoit loüable quant à ceste science, mais en fin que s'en est-il ensuiivy? Rien de singulier; car les Mathematiciens sans faire nouvelles observations, se sont mis en œuvre nuément sur la supposition de *Ptoleme*, d'où vient qu'avec ce grand tresor, rien ne se pouvoit attendre de certain, mais ceste science estant manieée du commun, on ne peut lors avoir rien de plus certain, ny avec plus grande cognoissance des causes.

Or ainsi comme j'ay amené ces exemples de l'Astronomie, pour declarer par là le dessein proposé, de mesme s'en pourroit-il amener d'autres tirés des autres sciences. Partant pour le faire court je viendray au reste, estimant qu'il est allés notoire que beaucoup de gens se doivent adonner à chacune d'icelles, si on veut avoir beaucoup d'observations.

#### Declaration du 2<sup>e</sup> Article.

Quant au 2<sup>e</sup> article, assavoir que pour parvenir en une telle pluralité de personnes, qu'il seroit requis, il faudroit que cest exercice des arts fust en une nation, & ce en son langage naturel, lequel pour y servir singulièrement, devoit aussi estre singulier & bon: là dessus je dis que si une commune s'exerçoit en une science, il faudroit qu'ils entendissent la langue, en laquelle elle est redigée en escrit, ce qui devoit estre son propre langage. Car combien que d'aucuns font apprendre le Latin à leurs enfans, en laquelle langue se traictent les arts liberaux pour la plupart; maintenant iceux sont bien peu, au regard de la commune. Secondement on fait apprendre le Latin à la jeunesse, pour finalement les dresser en la Theologie, es Droicts, en la Medecine: entre lesquels il n'arrive gueres que quelqu'un s'addonne du tout aux Mathematiques puis apres, voire cecy n'arrive communement que contre la volonté des parens. Comme entre autres, ce fameux observateur *Tycho Brahe* dit luy estre advenu. Il y en a aussi

une grand' partie d'iceux qui employent leur temps entièrement en l'exercice du Latin, apprenant par cœur des vers, pour à celle fin de pouvoir accommoder & entrelasser quelques uns de ces vers Latins, en tous accidens qui arrivent és dialogues & discours ordinaires. Et qui cherchent aussi des fleurs de bien dire, pour les rapporter quand il vient à point és missives, & escrits. Et combien qu'un tel stile attiffé desplaise à d'aucuns; toutesfois il y en a beaucoup d'autres qui ne s'en peuvent pas acquérir à satisfaction. En somme on en trouve peu entre ceux-la qui s'addonnent aux Mathématiques totalement. Et partant il est besoin, comme nous avons dit, que ceste matiere soit traitée en langage commun; lequel toutesfois au bout de tout cela doit estre bon, pour pouvoir exprimer toutes les choses qui sont nécessaires à ceste fin. Mais pource que c'est icy un point qui ne me fait gueres bien presumer de pouvoir quelque jour encor parvenir à ce siecle sage; pource, comme il a esté dit cy dessus, qu'avec la decadence des sciences dudit siecle sage, il semble aussi que la cognoissance ou jugement des hommes soit descheu, touchant ce en quoy gist la bonté d'un langage, & qu'il seroit difficile de leur faire entendre; parquoy je declareray mon advis plus amplement sur ce fait. Et pour commencer par un exemple du François, il est notoire qu'iceux escrivent les arts liberaux en leur langue plus que nulle autre nation; ce qui est une occasion pour laquelle beaucoup plus de gens de leur commune s'y exercent: mais pource qu'ils ont beaucoup de mots d'arts, en Grec & en Arabe, le vray progrès & la cognoissance des causes pour parvenir à la fin, en un siecle sage est empesché par là. Car alors qu'on n'entend pas le fondement des termes de l'art, comme par exemple, il est difficile de retenir continuellement ces mots à ceux d'entre le commun en langue Françoisé, *Prosthaphereze*, *Parallaxe*, *Nadir*, *Almlicantarat*, & beaucoup de semblables; lesquels, comme dit est, sont pesans, & ennuyeux, & l'usage de plus foible progrès; ils ne peuvent accommoder les termes de l'art qui sont defectueux, & qui bien souvent ont besoin de meilleure definition, ny remarquer les erreurs qui derivent de là: mais seulement se plaisent à dire des mots qui ne sont entendus de ceux de leur nation, afin d'estre estimez des mesmes pour grands Docteurs. Cy devant nous avons montré par plusieurs fois, que beaucoup d'erreurs derivent des mauvais termes, mal entendus, & pourrions y adjoindre encor beaucoup davantage, mais nous nous contenterons de toucher seulement d'un erreur inveteré & par trop commun en la Musique, quant à la raison des tons, là où les termes de la quinte ou diapenté, sont posez estre de 3 à 2; & de là s'ensuit, apres quelques additions & soustractions des raisons qu'il y a deux sortes de semitons, l'un majeur, l'autre mineur, assavoir le mineur de 256 à 243; l'autre de 256 à 240 presque; c'est à dire, que si la corde d'un instrument est divisée en 256 parties egales, desquelles les 13 estant bouchées (c'est la difference entre 256 & 243) alors la corde ainsi bouchée sonnera un semiton mineur plus haut que non pas les 256 parties; mais si des 256 parties dessusdites, l'on bouche les 16 (qui sont difference entre 256 & 240) alors le son de la corde libre sera un semiton majeur plus bas que non pas le son des 240 parties. Et pour esclarcir cecy par exemple, les touches qui sont marquées és manches des instrumens, ne s'approcheront pas l'une de l'autre proportionnellement, comme ordinairement ceux qui touchent du Luth, les mettent au jugement de l'oye,

qui est bien mieux; car celles du semiton majeur seront plus au large, environ le  $\frac{1}{4}$  de l'interval, qui est entre les deux autres. Mais puis que cecy ne convient pas avec les vrais semitons, que nous entonnons de nature tous egaux, ou avec les touches lesquelles sont adjancées és manches des instrumens, par l'oye naturelle, cela a causé de grands erreurs aux Grecs qui ont traité de la theorie de Musique, lesquels les ont fait parler de ceste matiere à tastons, & juger mauvais les bons sons, & escrire d'iceux sans fondement.

Pour esclarcir cecy encor davantage par brieves exemples, il faut sçavoir qu'en ostant la quinte (dont la raison est faussement posée, *Raison*  $\frac{3}{2}$ ;) de l'octave (dont la vraye raison est *Raison*  $\frac{2}{1}$ ;) restera la quarte *Raison*  $\frac{4}{3}$ ;, laquelle ostée de la quinte (*Raison*  $\frac{3}{2}$ ;) restera le ton, ou seconde majeure *Raison*  $\frac{9}{8}$ ;, à laquelle adjoustée encore une telle, viendra le diton ou tierce majeure *Raison*  $\frac{81}{64}$ ;, laquelle autrefois soustraicte des deux tons & demy ou quarte mineure, c'est de *Raison*  $\frac{4}{3}$ ;, reste pour le semiton comme dessus *Raison*  $\frac{256}{243}$ ;, laquelle ostée de *Raison*  $\frac{9}{8}$ ;- qui est le ton, restera pour l'autre demiton *Raison*  $\frac{2187}{2048}$ ;, c'est quasi *Raison*  $\frac{256}{240}$ ; (car si 2187 donne 2048 que donnera 256? vient assez pres 240;) Tellement que ceste position amene deux semitons inegaux, l'un plus grand que l'autre; ce qui ne se rencontre au chant, puis que comme nous avons dit, nous les entonnons egalelement. Toutesfois ceux qui ont escrit de la theorie en sont (passé mille & plusieurs centaines d'annees) tousiours là, que la position de la raison de 3 à 2 est bien supposée pour la quinte. Ce qui donne tesmoignage qu'on n'a pas assez bien entendu que c'estoit de raison avec son addition & subtraction, depuis le temps de *Pythagoras* jusques à present, combien que l'on pourroit douter s'il en a esté l'inventeur. Et pour en parler par exemple, soit posé que quelqu'un sçache, ou concede que 4 pintes facent 1 pot, & que neantmoins 12 certaines mesures ne soient pas 3 pots justement; alors s'il ne juge là dessus, que ceste mesure est plus petite qu'une pinte, ce luy sera une reproche de ceux qui sçavent que c'est que pot & pinte, d'une grande rudesse, & ignorance; Et pareillement l'autre se trouvera estre une grande ignorance, par ceux qui sçavent que c'est que raison, avec l'addition & subtraction d'icelle. Mais qu'est-ce qui en peut estre la cause? La principale semble estre que les hommes usent de termes d'art, non convenables: comme quand au lieu d'un mot qui nous soit cognu, [*even reden*] *raison egale*, on en a prins un estrange (*Proportion*;) Car à ceux qui usent du mot *raison egale*, leur viendra au devant de dire qu'il n'y a pas d'egalité de raisons és choses, là où on ne trouve nulle raison egale, ce qui n'arrive pas à ceux qui ont tousiours en la bouche un mot qui n'est pas entendu, comme *proportion*. Or touchant les vrayes raisons des tons, que l'on pourroit icy requerir, je les deduiray au dernier volume entre les meslanges, à cause que ce n'est pas icy son lieu. Et cependant ceux qui sçavent que c'est de *raison egale* avec l'addition & subtraction d'icelle, pourront entendre, comment les escrivains anciens & modernes ont fait des grands volumes, se proposant traiter de la proportion de Musique, sans toutesfois y attaindre: voire comment la grande, moyenne & petite harmonie des Grecs, ne sont que des ravauderies & erreurs, qui font perdre le temps inutilement à beaucoup de personnes. Davantage comment c'est qu'ils trouvent des imperfections aux tons, comme qu'un ton entier soit plus grand que l'autre, & l'un semiton aussi plus grand que l'autre, & partant que l'un soit

soit d'une façon rapetacé, l'autre autrement raccommodé, ne vient pas de l'imperfection des tons, mais bien d'une mauvaise conséquence provenant de la fausse hypothese & supposition de la raison de la quinte de 3 à 2.

ALB. GIRARD.

*L'auteur n'a pas tenu sa promesse en cecy, je croy que la cause, est qu'il n'a pas eu le temps; pour à quoy remedier j'espere en faire un traité particulier au plustost: estant de la mesme opinion que luy en cela.*

On voit au precedent combien les mots des arts qui sont bons & faciles, sont nécessaires, & combien exentgrandement ceux qui estiment que le meslange des langues estrangeres avec la Françoisé, soit l'avancement & l'enrichissement d'icelle, ce qui est toutesfois son deffaut & appauvrissement. On pourroit objecter que puis que c'est une opinion retenuë de toute l'Europe, voire des doctes, ignorans, nobles, & ignobles, lesquels loient de mesme accord, comme d'une bouche, la beauté & richesse que la mesme langue Françoisé reçoit par un tel moyen, & partant que fera-ce d'une personne seule retenant une opinion toute contraire à tel amas? Je respondrois alors qu'il m'en prend tout de mesme, comme il se pourroit faire, peut estre à toy, quand lors que tu verrois & oyrois qu'en toute la Turquie, l'opinion qu'un chacun tient de la saincteté de *Mahomet*, & de la certitude de sa religion: car tout ainsi que plusieurs cens milles ne suffiroient pour te faire croire à icelle; de mesme plusieurs centaines de mille ne me feroient pas croire, que la langue Françoisé soit riche, pure & bonne. Et ainsi comme les plus experts au *Mahometan*, qui s'estiment estre bien entendus au fait de la saincteté de *Mahomet*, ne sçavent rien moins que c'est que saincteté à ton jugement; Pareillement les plus doctes de ceux qui s'estiment tres-bien entendre que c'est de la bonté de la langue Françoisé, sont ceux que je crois sçavoir le moins que c'est de la bonté d'un langage. Et finalement comme il se pourroit faire, que tu ne te voudrois rompre la teste, à refuter de point en point les raisons des plus doctes *Mahometans*; pource que tu n'estimes pas leurs premieres positions, & les choses qui s'en ensuivent tant d'une façon que d'autre, que pour un tas de singeries; de mesme aussi je ne me romprois pas volontiers l'esprit, ny perdrois le temps, à rembarrer ceux qui me voudroyent persuader que le Françoisé soit bon, voire selon la maniere que l'on a usé jusques à present; pource que je tiens leur premiere supposition, & toute sa sequelle pour une chose malotruë, & qu'ils parlent d'une chose qu'ils n'entendent pas. Car de dire, que comme les fleurs de diverses couleurs ornent un jardin, ainsi les langages estrangers embellissent le Françoisé, c'est une similitude par trop maigre, indigne de refutation quelconque. De dire aussi qu'à Orleans *cha*, comme en *chandelle*, *chanter*, *chaleur*, est un son beaucoup plus beau, que le *ca* de Picardie, comme en *candelle*, *canter*, *calor*; cela n'a nul fondement, car tu te contredis toy-mesme alors que tu dis qu'en Latin, (d'où elle procede) le mesme *ca* sonne bien, comme en *candela*, *cantare*, *calor*. Le mesme se peut entendre de beaucoup de vieix mots Picards & Liegeois, desquels ceux d'Orleans se moquent par ignorance; car la bonté d'une langue se cognoist par toute autre chose, qu'on ne pense.

De dire que les vers Françoisé sont si agreables, qu'ils ne plaisent pas peu à un chacun; A la verité je

confesse que la lecture d'aucun Poëte, ne m'a pas contenté petitement, mais que cela soit procedé de la bonté du langage, on le peut nier tout à plat; veu que la matiere en est la cause, à l'invention & forme de laquelle la France en est douë singulierement, par tant d'admirables esprits, & doctes Poëtes: de mesme façon que tu dis qu'un vaisseau ne vaut rien, lequel neantmoins contient du bon vin; semblablement, dis-je, que le vers Françoisé soit plaisans, pleins de doctrine, de subtilité, & remplis de sçavoir, toutesfois le langage ne vaut rien. Davantage que comme le bon vin est bien contenu en un mauvais vaisseau, de mesme une invention subtile, & une bonne matiere, fera aucunesfois traitée en pauvre langage. Je dis finalement encor cecy; montre moy une langue plus mellée de mots estrangers, que le commun ne peut entendre, que la langue Françoisé? & je te monstreray, un langage plus deffectueux, & desolé que le Françoisé; montre moy un plus pauvre langage, lequel en bonté & pureté, soit mis au plus haut degré, par les doctes & ignorans? & je te monstreray un plus malheureux jargon, où il y aura moins d'esperance d'amendement, & de plus grande indigence à attendre cy-apres.

Or ce que nous entendons avoir dit ici du Françoisé, le mesme s'entendra aussi de l'Italien, & Espagnol, lesquels sont aussi farcis d'autres barbarismes, combien que ce ne soit en telle abondance que le Françoisé, en beaucoup de sciences, & matieres diverses. Car de pareille ignorance, qu'en France ceux d'Orleans mesprisent les langues voisines, tout de mesme en font la Tuscane, & Castillane, chacun estimant la sienne, sans comprendre en quoy gist la bonté.

Quant à ce que quelqu'un pourroit demander de quoy je me mesle en matiere de Mathematique, de mespriser ainsi les langues; je responds que je ne pourrois autrement declarer mon dessein, comment il seroit possible de pouvoir atteindre au siecle sage; car par le defaut des langages malotrus, se cognoist la force des bons.

#### *Declaration du 3 Article.*

Ayant declaré jusques icy comment le mauvais langage est mal propre à descrire les arts & sciences, & comment au contraire le bon est grandement avantageux, nous viendrons à la declaration du troisieme article; contenant en somme que puis que le bon langage est nécessaire, qu'il seroit besoin de sçavoir en quoy gist la bonté, afin que par là on y puisse parvenir. Sur cela je dis; premierement que la preuve d'icelui se peut faire convenablement en la description des arts liberaux, & nommément des Mathematiques: car quant aux histoires, comme en quelle façon *Parys* ravit *Helene*, & quels coups furent donnez d'*Achilles*, & choses semblables, les Mimes le pourroient bien exprimer par gestes & grimaces sans dire mot; mais il n'en est pas ainsi des Mathematiques, car si elles ne se peuvent bien & deuëment exprimer (je laisse là les grimaces) par le Françoisé, Italien ou Espagnol, comme il a esté dit, mais empruntent à cest effect des mots Grecs, comme en fait aussi le Latin; par lequel defaut, ne s'est peu trouver des Mathematiciens entre les Romains, que l'on puisse nommer par excellence, Mathematiciens. Car ceux qui en sçavoient quelque eschantillon, pouvoient estre de ceux qui estoient envoyés de leurs parëns en Athenes pour s'exercer es lettres. Donc le Grec estant tel, que par iceluy on apprend les Mathematiques, doit estre tenu pour un bon langage. Mais d'où procede

ceste bonté ? En quoy differe-elle des autres, qu'elle produict ce que les autres ne peuvent ? Sinon en la composition, en laquelle elle est abondante ; car de là viennent les bons termes des arts, qui font que l'enonciation des proportions est aisée & succinte ; voire esclaireissent les difficultez qui se rencontrent. Quoy donc n'y a-il pas d'autres bons langages que le Grec ? Ouy vraiment il y en a encore un, mais bien meilleur, à savoir le bas-Alemand ; pource qu'il fait sa composition plus briefve & plus certaine. Plus briefve, en ce que la langue est bastie à cest effect, sur des noms & verbes primitifs, qui sont en somme monosyllabes, en telle generalité, que les polysyllabes, sont ou noms propres d'hommes, ou de lieux, herbes, & fruiets estrangers, & semblables : ou bien sont enracinez par ignorance apres leur premiere institution, comme en la Hollande septentrionale on dit encor *Vaer*, *Moer*, *Sus*,

*Broer*, mais les autres disent *Vader*, *Moeder*, *Suster*, *Broeder*, & d'aucuns y trainent un e apres, comme *Vadere*, *Moedere*, *Sustere*, *Broedere* : Ou bien ils sont composez, sans qu'on l'apperçoive. Exemple, en ce qu'aucuns pensent que [*nombril*] *Navel* soit un mot dissyllabe, lequel toutesfois pourroit deriver de *Na* & de *Vel*, c'est comme qui diroit *postpeau*. Mais pour demonstrier ceste elegance admirable de monosyllabes, j'ay rassemblé divers noms & verbes par ordre, & ay trouvé en bas-Alemand 742 verbes monosyllabes en la premiere personne : en Latin seulement 5 ; en Grec proprement point, mais des longs racourcis jusques à 45. Touchant les noms, pronoms, propositions &c. j'en trouve en bas-Alemand jusques au nombre de 1428. En Latin (toutesfois impropres à la composition) seulement 158 ; en Grec 220 ; lesquels j'ay rassemblé en haste, un chacun de son Dictionaire, comme s'en suit.

## 742. Verbes Flamans d'une syllabe.

|   |   |  |                                      |
|---|---|--|--------------------------------------|
| <b>A</b> cht. I'estime. Existimō.                 | Bra. Ie rostis. Affo.                                   | Derfch. Ie bats en grange. Trituro.                              | Fryt. Ie fricasse. Frigo.            |
| Aes. I'apaste. Inesco.                            | Braeck. Ie vomis. Evomo.                                | Derf. I'ay besoing. Egeo.  | Frons. Ie fronse. Rugo.              |
| <b>B</b> ack. Ie cuis. Pinfo.                     | Brand. Ie brusle. Ardeo.                                | Deys. Ie recule. Recedo.   | <b>G</b> Ae. Ie vay. Eo.             |
| Baek. Pono pharum.                                | Bras. Ie bauffre. Epulor.                               | Dicht. Ie compose en rime. Compono.                              | Gaep. Ie baye. Oscito.               |
| Baen. Ie prepare le chemin. Præparo viam.         | Bree. Ie fay large. Dilato.                             | Dick. I'espeffis. Denfo.   | Geck. Ie mocque. Lascivio.           |
| Ban. Ie banne. Proscribo.                         | Breeck. Ie romps. Rumpo.                                | Dien. Ie fers. Servio.   | Gheef. Ie donne. Do.                 |
| Baer. I'enfante. Pario.                           | Brey. I'entrelasse. Reticulo.                           | Diep. Ie fay profond. Profundum facio.                           | Gheel. Ie fay jaune. Rufo.           |
| Bas. I'abbaye. Latro.                             | Briefsch. Ie rugis. Rugio.                              | Dijck. Ie fay une digue. Iaciao aggerem.                         | Gheeu. Ie baaille. Oscito.           |
| Baet. Ie profite. Commodus sum.                   | Bringh. I'apporte. Apporto.                             | Ding. Ie barguine. Liceor.                                       | Gheld. Ie vau. Valeo.                |
| Bel. Ie tire la clochette. Tintinno.              | Brock. Ie coupe des morceaux de pain. In frusta frango. | Ding. Ie plaide. Litigo.   | Ghiet. Ie fonds. Fundo.              |
| Ben. Ie suis. Sum.                                | Broed. Ie radoube. Refarcio.                            | Doem. Ie condamne. Damno.  | Ghisp. Ie foiette. Flagello.         |
| Berft. Ie creve. Crepo.                           | Broe. Ie couve. Incubo ovis.                            | Doe. Ie fai. Facio.  | Ghis. Ie soupçonne. Suspicio.        |
| Bey. I'attens. Expecto.                           | Broey. Ie fourboulis. Subfervefacio.                    | Dool. I'erre. Erro.  | Glat. Ie polis. Polio.               |
| Bid. Ie prie. Precor.                             | Brou. Ie brasse. Coquo cerevisiam.                      | Doo. Ie tue. Occido.   | Glie. Ie glisse. Labor.              |
| Biecht. Ie confesse. Confiteor.                   | Brul. Ie murle. Mugio.                                  | Doo. Ie tue. Occido.   | Gloey. Ie deviens rouge. Candefco.   |
| Bied. I'offre. Præsentio.                         | Bruyck. I'ufe. Fruor.                                   | Doogh. Ie vau. Valeo.  | Gom. Ie gomme. Limogummi.            |
| Bies. Ie beze. Mugio.                             | Buck. Ie plie le dos. Curvo.                            | Doop. Ie baptize. Baptizo.                                       | Gord. Ie ceins. Cingo.               |
| Bijt. Ie mors. Mordeo.                            | Beut. Ie troque. Commuto.                               | Dorst. I'ay soif. Sitio.   | Graef. I'engrave. Sculpo.            |
| Bind. Ie lie. Ligo.                               | Buygh. Ie plie. Flecto.                                 | Dou. Ie presse. Premo.   | Greys. Ie refrongne. Obduco frontem. |
| Blaeck. Ie flamboye. Flammo.                      | Buvich. Ie frappe. Pulsio.                              | Draey. Ie tourne. Torno.   | Grijp. Ie gripe. Capiro.             |
| Blaes. Ie souffle. Flō.                           | <b>C</b> aerd. Ie carde. Carmino.                       | Draegh. Ie porte. Porto.   | Grim. Ie rugis. Rugio.               |
| Blaeu. Ie couloure de bleu. Colore caruleo pingo. | Caert. Ie joué aux cartes. Ludo chartis.                | Drael. Ie tarde. Tardo.  | Groey. Ie verdoye. Verno.            |
| Bleck. Ie couvre de lames. Braetio.               | Caets. Ie joué à la paume. Ludo pila.                   | Draef. Ie trotte. Succusso.                                      | Grou. I'ai en horreur. Abominor.     |
| <b>I</b> ck                                       | Cap. Ie hache. Concido.                                 | Dreich. Ie menace. Minor.  | Groen. Ie peins verd. Virido.        |
| Bleek. Ie passis. Palleo.                         | Cier. I'orne. Orno.                                     | Drijf. Ie chaffe. Agito.   | Gruet. Ie saluē. Saluto.             |
| Bleer. Ie beele. Balo.                            | Clær. Ie fai clair. Clarifico.                          | Drinck. Ie boy. Bibo.  | Gun. Ie favorise. Faveo.             |
| Bleyck. Ie blanchis du linge. Candefacio.         | Colf. Ie croche. Ludo clava.                            | Dring. Ie pousse. Penetro turbam.                                | <b>H</b> Aeck. Ie hache. Concido.    |
| Blijf. Ie demeure. Maneo.                         | Gop. Ie scarifie. Scarifico.                            | Droog. Ie seiche. Sicco.   | Haest. Ie haste. Festino.            |
| Blinck. Ie reluys. Resplendo.                     | Cost. Ie confte. Confto.                                | Droom. Ie songe. Somnio.   | Haeck. I'accroche. Iungo.            |
| Block. Ie laboure assiduelement. Assidue laboro.  | Coot. Ie joué aux os. Talis ludo.                       | Droop. I'arroule quelque chose de graisse. Conspergo pinguedine. | Hael. Ie porte. Adfero.              |
| Bloe. Ie saigne. Sanguino.                        | Coock. Ie cuisine. Coquo.                               | Druck. I'imprime. Imprimo.                                       | Hangh. Ie pends. Pendo.              |
| Bloey. Ie fleuronne. Floreo.                      | Crab. Ie racle. Rado.                                   | Dub. Ie doute. Dubito.   | Harp. Ie harpe. Lyram pulso.         |
| Blout. Ie mets nud. Nudo.                         | Craey. Ie crie. Cornicor.                               | Ducht. I'ai doute. Vereor.                                       | Haet. Ie hay. Odi habeo.             |
| Bloos. Ie vermeillonne. Rubeo.                    | Craeck. Ie craque. Crepito.                             | Duer. Ie dure. Duro.   | Heb. I'ai. Habeo.                    |
| Blusch. I'esteins. Extinguo.                      | Croon. Ie couronne. Coronno.                            | Duld. Ie souffre. Patior.  | Hecht. I'attache. Figo.              |
| Blurs. Ie froisse. Collido.                       | Cruys. Ie crucife. Crucifigo.                           | Dun. I'extenuē. Extenuo.   | Heel. Ie guarris. Sano.              |
| Boerd. Ie bourde. Nugor.                          | Cuyp. Ie fai cuves. Vieo dolia.                         | Dvvael. I'erre. Erro.  | Heet. Ie chauffe. Calefacio.         |
| Boet. Ie remedie. Medeor.                         | <b>D</b> Ab. Ie patroüille. Palpo.                      | Dvving. Ie contrains. Cogo.                                      | Heet. Ie nomme. Nomino.              |
| Boey. Ie mets des pièges aux pieds. Compedio.     | Daegh. I'adjourne. Cito.                                | Er. I'honneur. Honoro.   | Heet. Ie commande. Iubeo.            |
| Boock. Ie bats. Cudo.                             | Dael. Ie descens. Descendo.                             | Egh. Ie herse. Occo.   | Hef. Ie leve. Levo.                  |
| Bol. Ie boule. Volvo globum.                      | Danck. Ie remercie. Habeo gratiam.                      | Eind. Ie finis. Finio.   | Hel. Ie panche. Acclino.             |
| Boord. Ie borde. Fimbrio.                         | Dans. Ie danse. Tripudio.                               | Eet. Ie mange. Edo.  | Heel. Ie eele. Celo.                 |
| Boor. Ie fore. Perforo.                           | Dau. Ie fai rosee. Roro.                                | Ets. Ie mors en cuivre de peau forte. Inedo cupru aqua forti.    | Help. I'aide. Iuvo.                  |
| Borgh. Ie pleige. Fede jubeo.                     | Deck. Ie couvre. Tego.                                  | Fluyt. Ie joue de la flute. Cano fistula.                        | Herd. Ie durcis. Duro.               |
| Bot. Ie rebouche. Hebetio.                        | Delf. I'enfouis. Fodio.                                 |  | Hey. Ie hie. Fiftuco.                |
| Bot. Ie boutonne. Gemmo.                          | Denck. Ie peisse. Cogito.                               |  | Hygh. I'ahanne. Aahelo.              |
| Bou. I'edifie. Aedifico.                          | Derf. I'ose. Audeo.                                     |  | Hinck. Ie cloche. Claudico.          |
|   |   |  | His. I'incite. Instigo.              |
|   |   |  | Hoed. Ie garde. Custodio.            |
|   |   |  | Hoefft. Ie touffe. Tuffio.           |
|   |   |  | Hol. Ie creufe. Cavo.                |
|   |   |  | Hoop.                                |



Hoop. Ie comble en mōceaux.  
 Cumulo.  
 Hoor. Ioy. Audio.  
 Hoop. I'espere. Spero.  
 Houd. Ie tiens. Teneo.  
 Hou. Ie coupe. Seco.  
 Hou. Ie marie. Nubo.  
 Hoy. Ie fene du foïn. Sicco foenum fole.  
 Huc. Ie croupe. Sido.  
 Huer. Ie loue. Conduco.  
 Hul. Ie coëffe. Orno caput.  
 Huts. Ie hoché. Quatio.  
 Huyt. Ie heurle. Vluo.  
 I Aech. Ie chaffe. Venor.  
 Janck. Ie glappe. Gannio.  
 Iock. Ie mocque. Jocer.  
**K**Aeck. Ie cabaffe. Suppilo.  
 Kan. Ie scay. Scio.  
 Keer. Ie marche. Mando.  
 Keer. Ie tourne. Verto.  
 Keer. Ie balle. Scopo.  
 Kem. Ie peigne. Pecto.  
 Ken. Ie cognoy. Cognosco.  
 Kerm. Ie lamente. Lamentor.  
 Kern. Ie bats le beure. Buryrum pulfo.  
 Keur. Ie visite. Censeo.  
 Kick. Ie gronde. Muffito.  
 Kies. Ie felis. Eligo.  
 Kijck. Ie voy. Intueor.  
 Kijf. Ie tenfe. Litigo.  
 Kip. Ie fclous poulfins. Pullulo.  
 Klack. Ie crevasse avec un fon esclatant. Cum fragore rimas ago.  
 Klad. Ie crotte. Penicillo vestem à luto detergo.  
 Klaeg. Ie plains. Queror.  
 Klap. Ie babille. Fabulor.  
 Klee. Ie vestis. Vestio.  
 Klem. Ie pincé. Premo.  
 Klets. Ie frappe du foüet Ie faisant sonner. Scutica ferio.  
 Kleef. I'attache. Visco.  
 Klein. I'appetisse. Minuo.  
 Klief. Ie fends. Findo.  
 Klim. Ie monte. Scando.  
 Klinck. Ie sonne. Sono.  
 Kluen. Ie frappe. Pulfo.  
 Kloot. Ie boule. Volvo globü.  
 Klop. Ie heurte. Pulfo.  
 Klos. Ie joue à la boule par travers d'un anneau. Ludo globbo per annulum.  
 Klucht. Ie plaifante. Facetias narro.  
 Knaegh. Ie ronge. Rodo.  
 Knau. Ie masche. Mando.  
 Kne. Ie pestris. Depfo.  
 Kners. Ie grince les dens. Dentibus strideo.  
 Knick. Ie hoche la teste. Nuo.  
 Kniel. I'agenouille. Geniculor.  
 Knip. Ie chiquenaude. Talitra infligo.  
 Knoop. Ie noüe. Necto.  
 Knor. Ie gronde. Grunnio.  
 Koel. Ie fai tiede. Tepido.  
 Kom. Ie viens. Venio.  
 Koop. I'achepte. Emo.  
 Kour. Ie devise. Fabulor.  
 Kraets. Ie gratte. Scabo.  
 Krau. Ie gratte. Scabo.  
 Kranck. Ie debilité. Debilito.  
 Kriek. Ie remue come entre les fourmis. Mobilito per turbas.  
 Krijgh. I'acquiens. Acquiro.  
 Krijt. Ie pleure. Ejulo.

Krimp. Ie retrecis. Arcto.  
 Kroch. Ie géins. Queror.  
 Kroock. Ie fronce. Rugo.  
 Krol. Ie crepille. Crispo.  
 Krom. Ie courbe. Curvo.  
 Krop. I'emplis le govion. Ingluuiem farcio avium.  
 Kruy. Ie pouffe. Vipello.  
 Kruy. I'espice. Aromatibus condio.  
 Kruyt. Ie rampe. Repoi.  
 Kuch. Ie touffe. Tuffito.  
 Kus. Ie baifé. Osculor.  
 Kuyfch. Ie nettoye. Nitido.  
**L**Ach. Ie ris. Rideo.  
 La. Ie charge. Onero.  
 Laeck. Ie diminue. Diminuo.  
 Laeck. Ie desprise. Contemno.  
 Lang. I'allonge. Prolongo.  
 Lang. I'aveins. Porrigo.  
 Lap. Ie rapiece. Interpolo.  
 Laet. Ie laiffe. Linquo.  
 Laef. Ie rafraichis. Foveo.  
 Laeu. Ie fai tiede. Tepido.  
 Leck. Ie lesche. Lambo.  
 Leegh. I'abbaiiffe. Humilo.  
 Leem. I'endus d'argille. Luto.  
 Leen. Ie preste. Mutuo.  
 Leer. I'enseigne. Doceo.  
 Legh. Ie mets. Pono.  
 Leeck. Ie coule. Stillo.  
 Leep. I'appuis. Cubito.  
 Lees. Ie lis. Lego.  
 Lefch. I'esteins. Extinguo.  
 Let. I'empefche. Impedio.  
 Let. Ie confidere. Considero.  
 Leef. Ie vis. Vivo.  
 Ley. Ie meine. Duco.  
 Licht. I'esclaircis. Luceo.  
 Licht. Ie leve. Levo.  
 Liegh. Ie mens. Mentior.  
 Ligh. Ie touché. Jaceo.  
 Lijd. I'endure. Fero.  
 Lijp. Ie begaye. Balbutio.  
 Lock. I'allesche. Alliceo.  
 Loer. Ie lorgne. Obfervo.  
 Lol. Ie grongnonne. Ejulo ad inftar felis.  
 Lol. Ie me chauffe comme les vieilles qui usent d'un pot plein de feu Ie mettant sous elles.  
 Lonck. I'ceillade. Oculo.  
 Loon. Ie baille le loyer. Remunero.  
 Loop. Ie cours. Curro.  
 Los. Ie delasche. Laxo.  
 Loot. Ie jette le sort. Sortior.  
 Loof. Ie loüe. Laudo.  
 Lub. Ie chafstre. Caftro.  
 Lul. Ie feins le fon. Sonum imitor.  
 Luyam. Ie lorgne. Infidiantibus oculis intueor.  
 Luys. I'espluche des poul. Pediculos lego.  
 Lie. Ie passé. Transeo.  
**M**Ach. Ie puis. Possum.  
 Maey. Ie fauche du foïn. Defeco prata.  
 Maeck. Ie fay. Facio.  
 Mael. Ie peins. Pingo.  
 Mael. Ie mouls. Molo.  
 Maen. Ie stipule. Stipulor.  
 Maen. Ie conjure. Adjuro.  
 Melck. Ie traits le lait. Mullas geo.  
 Meng. Ie messe. Misceo.  
 Men als peerden oft vvaghen. Ie mene. Duco.

Merck. Ie marque. Noto.  
 Mest. I'engraiffe. Sagino.  
 Meer. Ie mesure. Metior.  
 Mets. Ie massonne. Extruo muros.  
 Mein. Ie cuide. Opinor.  
 Mick. I'ay l'œil à quelque chose. Collimo.  
 Mye. Ie contregarde. Caveo.  
 Min. I'ayme. Amo.  
 Moet. Il me faut. Debeo.  
 Moey. Ie moleste. Molesto.  
 Moord. Ie meurtris. Trucidio.  
 Mor. Ie murmure. Murimuro.  
 Muf. Ie sens le relant. Situm redoleo.  
 Munt. Ie monnoye. Cudo nummos.  
 Muyl. Ie rechigne. Contraho vultum.  
 Muyt. Ie mutine. Seditioem facio.  
**N**Aey. Ie cous. Suo.  
 Naec. I'approche. Propinquo.  
 Nau. Ie fay estroit. Angusto.  
 Neem. Ie prens. Accipio.  
 Nest. Ie niche. Nidifico.  
 Nygh. I'encline. Inclino.  
 Nies. I'esternue. Sternuo.  
 Nieu. Ie fay nouveau. Novo.  
 Nijp. Ie pince. Vellico.  
 Noem. Ie nomme. Nomino.  
 Noo. I'invite. Invito.  
 Noop. I'aiguillonne. Stimulo.  
**O**Ogft. Ie moissonne. Mestem facio.  
 Oos. Ie vuide l'eau. Exhaurio.  
**P**Ael. Ie borne. Termino.  
 Paer. Ie mets pair à pair. Binonos pono.  
 Paert. Ie partis. Partior.  
 Paey. I'appayse. Paco.  
 Pand. Ie mets en gage. Pignero.  
 Pap. Ie colle. Glutino.  
 Pas. Ie le fais accorder. Apto.  
 Peck. Ie poiffe. Pico.  
 Peel. Ie pele. Decortico.  
 Pers. Ie presse. Premo.  
 Pick. Ie bequette. Rostro.  
 Pijp. Ie pipe. Pipo.  
 Pis. Ie pisse. Meio.  
 Plaegh. Ie vexe. Vexo.  
 Plafch. Ie pateline en l'eau. In aqua palpo.  
 Pleck. Ie macule. Maculo.  
 Pleegh. Ie foulois. Soleo.  
 Pleyt. Ie plaide. Litigo.  
 Ploegh. Ie harse. Aro.  
 Plomp. Ie rebouche. Hebetor.  
 Plomp. Ie plonge en l'eau. Mergo.  
 Ploy. Ie plie. Plico.  
 Pluck. Ie cueille. Carpo.  
 Pluys. I'espluche. Polio.  
 Poch. Ie vante. Jacto.  
 Pomp. Ie vuide l'offee. Sentinam expurgo.  
 Poogh. Ie tafche. Nitor.  
 Por. I'incite. Incito.  
 Pot. I'amasse en pot. In ollulis coacervo.  
 Poy. Ie boy. Indulgeo potationibus.  
 Praem. I'opresse. Opprimo.  
 Prangh. I'opresse. Opprimo.  
 Praet. Ie babille. Fabulor.  
 Prick. I'aiguillonne. Stimulo.

Præu. Ie desfobbe finement. Surrpilo.  
 Pris. Ie paife. Laudo.  
 Print. I'imprime. Imprimo.  
 Proef. I'esprouve. Probo.  
 Proef. Gouste. Gufto.  
 Pronck. Ie tiens gravité come une espoufee.  
 Put. Ie puife. Haurio aquam.  
**Q**Vel. Ie fache. Molesto.  
 Quets. Ie blesse. Lædo.  
 Quist. Ie degaste. Dissipo.  
 Quijl. Ie bave. Stillo pituitam ex ore.  
**R**A. I'adevinne. Divino.  
 Raeck. Ie touche. Tango.  
 Raep. I'amasse. Colligo.  
 Raes. Ie rage. Lascivio.  
 Reck. Ie tens. Tendo.  
 Ren. Ie cours. Curfito.  
 Reul. Ie troque. Commuto.  
 Rey. Ie danfe. Duco choreas.  
 Reyck. Ie tends. Porrigo.  
 Reys. Ie chemine. Proficiscor.  
 Richt. I'erige. Erigo.  
 Rieck. Ie sens. Sentio.  
 Riem. Ie rame. Remigo.  
 Rie. Ie chevauche. Equito.  
 Rijm. Ie rhyme. Versifico.  
 Ryp. Ie meuris. Præcoquo.  
 Rys. Ie me leve. Sublevo.  
 Rips. Ie route. Ruçto.  
 Reck. I'estrique la quenouille. Penfum struo.  
 Roem. Ie me vante. Jacto.  
 Roep. Ie crie. Clamo.  
 Roer. Ie remue. Moveo.  
 Roest. I'enrouille. Rubiginem traho.  
 Roey. Ie rame. Remigo.  
 Rol. Ie roule. Volvo.  
 Ronck. Ie ronfle. Sterto.  
 Rond. I'arondis. Rotundo.  
 Roof. Ie ravis. Spolio.  
 Rot. Ie pourris. Putreo.  
 Ruck. I'arrache. Avello.  
 Ruet. I'engraiffe. Sebo.  
 Run. Ie coagule. Coagulo.  
 Run. Ie forte. Fluo.  
 Rust. Ie repose. Quiesco.  
 Ruym. I'amplifie. Amplifico.  
 Ruyfch. Ie bruyt. Strepo.  
**S**Aey. Ie seme. Semino.  
 Saegh. Ie sie. Serro.  
 Saelf. I'oings. Ungo.  
 Scha. I'endommage. Noco.  
 Schaf. Ie traicte. Tracto.  
 Schaeck. Ie prens une fille par force. Rapio virginem.  
 Schaem. Ie rougis. Erubefco.  
 Schamp. Ie gliffe. Labor.  
 Schants. Ie fortifie remparts. Munio valles.  
 Schat. I'estime. Aftimo.  
 Schaeff. Ie rabotte. Dolo.  
 Scheer. Ie ronds. Tondeo.  
 Scheld. Ie tenfe. Objurgo.  
 Schel. I'esçorce. Decortico.  
 Schenck. Ie verse. Infundo.  
 Schend. Ie gaste. Corrumpto.  
 Schep. Ie cree. Creo.  
 Scherm. I'escrime. Digladior.  
 Scharp. I'aiguife. Acuo.  
 Scherf. Ie hache. Concido.  
 Schuer. Ie deschire. Laceror.  
 Scheyd. Ie separe. Separo.  
 Schick. I'ordonne. Ordino.  
 Schiet. Ie tire. Sagitto.  
 Schijn. Ie luis. Luceo.  
 Schil. Ie differe. Differo.

ick

ick

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
| Schim. Ie brocatde. Iocor.                         | Snap. Ie babille. Garrio.  | Streel. Ie peigne. Pesto.                       | Vergh. Ie mets au devant.<br>Propono.            |
| Schock. Ie secouë. Succuffo.                       | Snau. Ie parle rudement. Du-<br>riter loquor.                            | Strick. Ie nouë. Nodo.                          | Vest. Ie confirme. Confirmo.                     |
| Schors. Ie trouffe. Succingo.                      | Snie. Ie coupe. Scindo.  | Stroop. Ie scorche. Deglubo.                    | Veyl. Ie mets en vente. Ve-<br>nale propono.     |
| Schau. Ie contemple. Con-<br>templor.              | Snoep. Ie friand en cachette.<br>Clam cupedias edo.                      | Stroey. I'espars. Spargo.                       | Veins. Ie dissimule. Dissimulo.                  |
| Schrab. Ie fragratigne. Ungui-<br>bus scabo.       | Snoer. I'ensfile. Filo trajicio.   | Strieck. Ie frotte. Lino.                       | Vier. Ie fai feu de joye. Cele-<br>bro Vulcania. |
| Screeu. Ie trie esclatant. Ex-<br>clamo.           | Snoey. I'esbranche. Frondo.  | Stuyf. Ie pouldroye. Pulvero.                   | Vijl. Ie lima. Limo.                             |
| Screy. Ie pleure. Lachrymo.                        | Snorck. Ie sanglotte. Sterto.  | Suyt. Ie bondis. Refulto.                       | Vijs. Ie vire. Verto cochleam.                   |
| Schick. Ie faillis. Dissilio.                      | Snuyt. Ie mouche. Mungo.   | Suyf. Ie pouldroye. Pulvero.                    | Vil. Ie scorche la peau. De-<br>glubo.           |
| Scroef. Ie vire. Torqueo co-<br>chleam.            | Soeck. Ie cherche. Quoro.  | Sucht. Ie soufpire. Suspiro.                    | Vind. Ie trouve. Invenio.                        |
| Scroem. I'effraye. Horreo.                         | Soen. Ie reconcilie. Reconcilio.   | Suf. Ie radotte. Deliro.                        | Visch. Ie pesche. Piscor.                        |
| Schrie. I'ajambe. Facio gra-<br>dum.               | Soogh. I'allaiete. Lacto.  | Suyg. Ie tette. Sugo.                           | Vlack. I'appanis. Planum fa-<br>cio.             |
| Schrijf. I'escri. Scribo.                          | Sorgh. I'ay soing. Curo.   | Suym. Ie chome. Moror.                          | Vlam. Ie flamboye. Flammo.                       |
| Schud. Ie secouë. Quaffo.                          | Sout. Ie falis. Salio.   | Suyp. Ie humë. Sorbeo.                          | Vlecht. I'entrelasse. Vico.                      |
| Schup. Ie houë. Palea levo.                        | Spa. Ie houë. Fodio.   | Svack. I'affoiblis. Infirmo.                    | Vleck. Ie macule. Maculo.                        |
| Schur. I'escur. Tergo.                             | Span. Ie tends. Tendo.   | Svvalp. Ie flote. Affluo.                       | Vley. Ie flatte. Adulor.                         |
| Schut. Ie contregarde. Affa-<br>mentis occludo.    | Spaar. I'espargne. Parco.  | Svvert. Ie noircis. Nigro.                      | Svveet. Ie sue. Sudo.                            |
| Scha. Ievite. Evito.                               | Speck. Ie larde. Lardo.  | Svvelgh. I'avalle. Glutio.                      | Svveel. I'ensfle. Tumeo.                         |
| Schuil. Ie m'embufche. Lateo.                      | Speel. Ie joue. Ludo.  | Svven. Ie nage. Nato.                           | Svveer. Ie jure. Iuro.                           |
| Schuyf. Ie coule. Trudo.                           | Spen. Ie sevre. Ablacto.   | Svverm. I'escheme. Examino.                     | Svricht. Ie cesse. Cefso.                        |
| Seep. Ie savonne. Sapone linio.                    | Speer. Ie tends. Tendo.  | Svijig. Ie rais. Taceo.                         | Tael. I'enquiers. Inquiro.                       |
| Segh. Ie di. Dico.                                 | Speet. I'embroche. Figo veru.  | Tael. I'enquiers. Inquiro.                      | Tap. Ie tire. Promö.                             |
| Send. I'envoie. Mitto.                             | Speur. Ie troche. Indago.  | Tas. I'entasse. Acerbo.                         | Tast. Ie taste. Palpo.                           |
| Seng. Ie brusle quelque peu.<br>Suburo.            | Spie. Ie cheville. Clavis ligreus<br>figo.                               | Tees. I'espluche. Carpo.                        | Tel. Ie nombre. Numero.                          |
| Set. Ie mets. Pono.                                | Spie. I'espie. Infidior.   | Tem. Ie dompte. Domo.                           | Tems. Ie tamise. Cribro.                         |
| Stel. Ie mets. Pono.                               | Spin. Ie file. Neo.  | Teer. Ie digere. Coquo ci-<br>bum.              | Tier. Ie tempeste. Tumultuo.                     |
| Seur. Ie trompe. Impono.                           | Spits. Ie fais pointu. Acuo.   | Toef. I'attens. Expecto.                        | Tol. Ie donne gabelle. Tri-<br>butum do.         |
| Seyl. Ie vogue. Velifico.                          | Spit. Ie fouis. Fodio.   | Ton. I'entonne. Infundo in<br>dolia.            | Toogh. Ie montre. Ostendo.                       |
| Sie. Ie bouillis. Ferveo.                          | Spoey. Ie me haste. Accelero.  | Toom. Ie bride. Frano.                          | Toon. Ie tonne. Tono.                            |
| Sie. Ie voy. Video.                                | Spoel. Ie dequide du fil pour<br>tistre. Glomero.                        | Top. Ie jouë de la toupie.<br>Trocho ludo.      | Taf. Ie tanne. Coria perficio.                   |
| Siff. Ie crible. Cribro.                           | Spoor. I'esperonne. Calcari-<br>bus concito.                             | Traet. Ie delibere. Delibero.                   | Traen. Ie larmoye. Lachry-<br>mo.                |
| Sijp. Ie degoutte. Mano.                           | Spot. Ie mocque. Derideo.  | Traen. Ie larmoye. Lachry-<br>mo.               | Treck. Ie tire. Traho.                           |
| Sinck. I'enfonse. Mergo.                           | Spou. Ie crache. Spuo.   | Terd. Ie marche. Grador.                        | Tref. Ie touche. Tango.                          |
| Sing. Ie chante. Canto.                            | Spreck. Ie parle. Loquor.  | Troof. Ie console. Confolor.                    | Trau. I'espouse. Duco ux-<br>rem.                |
| Sit. I'affieds. Sedito.                            | Sprey. I'estens. Tendo.  | Trau. I'espouse. Duco ux-<br>rem.               | Treur. Ie contriste. Mcereo.                     |
| Slab. Ie baffe. Squaleo.                           | Spring. Ie saute. Salto.   | Tuygh. Ie tesmoigne. Testor.                    | Tuygh. Ie tesmoigne. Testor.                     |
| Sla. Ie frappe. Verbero.                           | Spruyt. Ie germe. Germino.   | Tuyn. I'environne de hayes.<br>Sepio.           | Tuyn. I'environne de hayes.<br>Sepio.            |
| Slacht. Ie ressemble de con-<br>dition. Assimilor. | Spuel. Ie reins. Eluo.   | Tuyfch. Ie jouë aux dets. Alea<br>ludo.         | Tuyfch. Ie jouë aux dets. Alea<br>ludo.          |
| Slaep. Ie dors. Dormio.                            | Spuyt. Ie jette l'eau par un e-<br>clissoire. Ejicio aquam sy-<br>ringe. | Tvvyn. I'estrive. Alterco.                      | Tvvyn. I'estrive. Alterco.                       |
| Slap. Ie lasche. Laxo.                             | Staeck. Ie paifsele. Palo.   | Tvvyn. Ie tors du fil. Torqueo<br>filum.        | Tvvyn. Ie tors du fil. Torqueo<br>filum.         |
| Slæf. Ie travaille comme esclav-<br>ve. Laboro.    | Sta. Ie me tiens sur les pieds.<br>Sto.                                  | Val. Ie tombe. Cado.                            | Val. Ie tombe. Cado.                             |
| Slem. Ie fais bonne chere. Cö-<br>messior.         | Staeck. Ie cesse. Desisto.   | Valsch. Ie fausse. Falso.                       | Valsch. Ie fausse. Falso.                        |
| Sleut. Ie traifne. Traho.                          | Stamp. Ie pile. Tundo.   | Vang. Ie prens. Capio.                          | Vang. Ie prens. Capio.                           |
| Sleyp. Ie traifne. Traho.                          | Stap. I'enjambe. Pleno gradu<br>incedo.                                  | Vaer. Ie vay par chariot ou par<br>navire. Meo. | Vaer. Ie vay par chariot ou par<br>navire. Meo.  |
| Slicht. Ie fais uni. Plano.                        | Steeck. Ie pique. Pungo.   | Vast. Ie jeusne. Iejuno.                        | Vast. Ie jeusne. Iejuno.                         |
| Slijp. I'aiguise. Acuo.                            | Steel. Ie defrobbe. Furor.   | Vaet. I'entonne. Infundo mo-<br>dios.           | Vaet. I'entonne. Infundo mo-<br>dios.            |
| Slijt. I'use. Tero.                                | Stel. Ie pose. Pono.   | Vaet. I'empoigne. Compre-<br>hendo.             | Vaet. I'empoigne. Compre-<br>hendo.              |
| Slis. I'appaise. Paco.                             | Stelp. I'estanche le sang. Sisto<br>sanguinem.                           | Vecht. Ie combats. Pugno.                       | Vecht. Ie combats. Pugno.                        |
| Slick. I'avalle. Gurgito.                          | Stem. Ie baille ma voix. Suf-<br>fragium fero.                           | Vel. I'abbats. Proferno.                        | Vel. I'abbats. Proferno.                         |
| Slof. Ie trouffe. Replico.                         | Steen. I'ahanne. Gemo.   |   |  |
| Slorp. Ie hume. Sorbeo longo<br>tractu.            | Sterf. Ie meurs. Morior.   |   |  |
| Sluym. Ie sommeille. Dor-<br>mito.                 | Steun. I'appuye. Fulcio.   |   |  |
| Sluyp. Ie vay en cachette.<br>Clanculum ingredior. | Steyl. Ie dresse contremont.<br>Erigo.                                   |   |  |
| Sluyt. Ie ferme. Claudio.                          | Sticht. Ie fonds. Fundo.   |   |  |
| Smacht. Ie suffoque. Suffoco.                      | Stijgh. Ie monte. Scando.  |   |  |
| Smack. Ie rue de roideur. Pro-<br>jicio.           | Stijf. Ie roidis. Rigeo.   |   |  |
| Smack. Ie gouste. Gusto.                           | Stinck. Ie sens mauvais. Obo-<br>leo.                                    |   |  |
| Smal. I'attenuë. Extenuo.                          | Stoor. Ie trouble. Turbo.  |   |  |
| Sme. Ie forge. Cudo.                               | Stoot. Ie heurte. Trudo.   |   |  |
| Smeeck. I'amadouë. Adulor.                         | Stop. I'estoupe. Obruro.   |   |  |
| Smeer. I'oins. Lino.                               | Stort. I'espans. Effundo.  |   |  |
| Smelt. Ie fonds. Fundo.                            | Stoof. I'estuve. Foveo.  |   |  |
| Smet. Ie macule. Maculo.                           | Stou. I'incite de faire ou d'al-<br>ler. Propello.                       |   |  |
| Smets. Ie bauffre. Commessor.                      | Strael. Ie rayonne. Radio.   |   |  |
| Smoeck. Ie fume. Fumo.                             | Straf. Ie punis. Punio.  |   |  |
| Smoor. I'estouffe. Suffocor.                       | Streck. Ie tens. Tendo.  |   |  |
| Smijr. Ie bats. Verbero.                           |  |   |  |

|                                   |                                  |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| VWinc. Ie cille. Nuo.             | VVoon. Ie demeure. Motor.        |
| VWind. Ie enveloppe. Involvo.     | VVreck. Ie venge. Vindico.       |
| VWin. Ie gagne. Lucror.           | VVring. Ie tordst Torqueo.       |
| VWip. Ie branle haut & bas.       | VVroet. Ie fouille. Volutor.     |
| Sursum & deorsum mobilo.          | VVrijf. Ie frotte. Fricio.       |
| VWich. Ie torche. Tergo.          | VVurgh. Ie estrangle. Strangulo. |
| VVir. Ie blanchis. Albo.          | VVyck. Ie fais place. Cedoi.     |
| VVoel. Ie fais tumulte. Tumultuo. | VVyd. Ie fargis. Amplifico.      |
| VVoest. Ie defoie. Defolo.        | VVye. Ie dedie. Dedico.          |
| VVond. Ie navre. Vulnero.         | VVys. Ie monstre. Monstro.       |

45. Verbes Grecs d'une syllabe, lesquels sont abbregez de longs.

|     |                  |     |                 |
|-----|------------------|-----|-----------------|
| Bδδ | Βδδα ou Βδδαι    | Πω  | Πνω ou Πνωα     |
| Βλω | Βλῆμι            | Πτω | Πτῶα ou Πτῆμι   |
| Βω  | Βῶα              | Πω  | Πῶα ou Πῆμι     |
| Γω  | Γῶα              | Ρω  | Ρῶα, Ρῶα & Εῖῶα |
| Γεω | Γεῶα             | Σλω | Κῶα             |
| Γω  | Γῶα & Γῶα        | Σμω | Σμῶα ou Σμῶα    |
| Δω  | Δῶα ou Δῶα       | Σπω | Σπῶα            |
| Δεω | Δεῶα             | Σρω | Σρῶα            |
| Δω  | Δῶα & Διδωμι     | Σω  | Σῶα & Τῶα       |
| Ζω  | Ζῶα & Ζῶα        | Τλω | Τλῶα            |
| Θλω | Θλῶα             | Τμω | Τμῶα            |
| Θνω | Θνωα ou Θνησκω   | Τεω | Τεῶα            |
| Θω  | Θῶα              | Τω  | Τῶα             |
| Κλω | Κλῶα, κλῶα, κλῆα | Φω  | Φῶα Φῶα Φῶα     |
| Κνω | Κνωα ou κνωμι    | Φλω | Φλῶα & Φλῆα     |
| Κρω | Κρῶα & Κρῶα      | Φρω | Φρῶα            |
| Κτω | Κτῶα & Κτῶα      | Φω  | Φῶα Φῆμι        |
| Κω  | Κῶα & Κῶα        | Χω  | Χῶα χῆα χῆα     |
| Λω  | Λῶα              | Χω  | Χῶα χῆα         |
| Μω  | Μῶα ou Μῶα       | Ψω  | Ψῶα & Ψῶα χῆα   |
| Νω  | Νῶα ou Νῶα       | Ω   | Ωῶα             |
| Ξω  | Ξῶα              | Ω   | Ωῶα             |
| Πλω | Πλῶα ou Πλῶα     |     |                 |

5. Verbes Latins d'une syllabe, lesquels sont en Flaman aussi d'une syllabe.

Do. Ie donne. ick gheef.  
 Flo. Ie souffle. ick blaes.  
 No. Ie nage. ick swem.  
 Sto. Ie suis debout. ick staec.  
 Sum. Ie suis. ick ben.

D'autres fangle fons Flamans, comme de Noms, Surnoms, & autres Com-mencemens &c, comme il s'enluit.

1428. Noms, Surnoms Flamans d'une syllabe.

|                                       |  |   |   |
|---------------------------------------|--|---|---|
| Acht. Huit. Octo.                     | Bast. Canepin. Scheda.                           | Boef. Ribaud. Nebulo.   | Brock. Un petit morceau de pain taillé ou rompu. Frustum. |
| Ael. Anguille. Anguilla.              | Bast. Hart. Laqueus.                             | Boel. Amoureuse. Amica.   | Broek. Marets. Palus.                                     |
| Aem. Caque. Cadus.                    | Bat. Mieux. Melior.                              | Boer. Villageois. Rusticus.                                       | Broeck. Brayette. Subligaculum.                           |
| An. Aupres. Apud.                     | Bay. Bayette. Badius color.                      | Boerd. Bourde. Nugæ.  | Broer. Frere. Frater.                                     |
| Aep. Singe. Simia.                    | Beck. Bec. Roftrum.                              | Boer. Penitence. Penitentia.                                      | Broor. Pain. Panis.                                       |
| Aer. Espi. Spica.                     | Bed. Liçt. Lectus.                               | Boey. Piege. Pedica.  | Broofch. Fragile. Fragilis.                               |
| Aert. Complexion. Complexio.          | Be. Petition. Petitio.                           | Boog. Arc. Arcus.   | Brug. Pont. Pons.   |
| Aes. Pafte. Esca.                     | Beelt. Image. Imago.                             | Bolck. Molué. Molua.  | Bruyck. Usage. Usus.                                      |
| Aex. Hache. Afcia.                    | Beemt. Pré. Pratum.                              | Bol. Boule. Globus.   | Bruydt. Espouse. Sponsa.                                  |
| Af. Ins. De.                          | Been. Os. Os.                                    | Bom. Bedon. Tympanum.   | Bruyn. Brun. Beticus color.                               |
| Al. Tout. Totus.                      | Been. lambe. Crus.                               | Bont. Fournure. Pelles.   | Bry. Boullie de farine de pains.                          |
| Alf. Fee. Fatifer.                    | Beer. Verrat. Verres.                            | Boom. Atbre. Arbor.   | Puls.   |
| Als. Quand. Cum.                      | Beer. Ours. Ursus.                               | Boöni. Fève. Faba.  | Buel. Bourreau. Carnifex.                                 |
| Am. Nourrice. Nutrix.                 | Beeft. Beste. Bestia.                            | Boord. Bord. Margo.   | Buer. Voifin. Vicious.                                    |
| Ampt. Office. Officium.               | Bel. Clochette. Tintinnabulum.                   | Boos. Mauvais. Malus.   | Buyt. Butin. Præda.                                       |
| Angt. Anxiété. Anxietas.              | Ben. Banne. Sporta.                              | Boot. Bateau. Scapha.   | Bult. Bosse. Gibbus.                                      |
| Arm. Bras. Brachium.                  | Berdt. Aix. Affer.                               | Borg. Bourg. Castrum.   | Burn. Fontaine. Fons.                                     |
| As. Effieu. Axis.                     | Bergh. Mont. Mons.                               | Boor. Vibrequin. Terebrum.  | Bus. Canon. Tormentum.                                    |
| Back. Augé. Linther.                  | Best. Mieux. Melior.                             | Bors. Bourfe. Bursa.  | Bus. Boëte. Pyxis.  |
| Badt. Bain. Balneum.                  | Bey. Tous deux. Ambo.                            | Borst. Poitrine. Pectus.  | Buyck. Ventre. Venter.                                    |
| Baeck. Machoire. Maxilla.             | Biecht. Confessio.                               | Bofch. Bois. Sylva.   | Buil. Gibbeciere. Marsupium.                              |
| Bael. Bale. Sarcina.                  | Bie. Mouche à miel. Apes.                        | Bot. Petoncle. Passer.  | Buil. Bosse. Tuber.                                       |
| Baen. Parterre. Sphæristerium.        | Bier. Biere. Cerevisia.                          | Bot. Stolid. Stolidus.  | Buis. Canal. Canalis.                                     |
| Baer. Biere. Feretrum.                | Bies. Ionc. Iuncus.                              | Bot. Bouton de fleur. Gemma.                                      | By. Pres. Propé.  |
| Baer. Onde. Unda.                     | Biest. Caille. Coloftra.                         | Bou. Hardi. Audax.  | Cael. Chauve. Calvus.                                     |
| Baert. Barbe. Barba.                  | Bladt. Fueille. Folium.                          | Bout. Bougeon. Sagitta capitata.                                  | Caen. Caniffure. Canus.                                   |
| Baerfch. Perche. Perca.               | Blas. Soufflement. Flatus.                       | Brack. Sentant la mariné. Marinum.                                | Caerd. Chardon. Virga Pastoris.                           |
| Baes. Hostè. Herus.                   | Blaes. Vessie. Vesica.                           | Brack. Bracqite. Canis sagax.                                     | Caets. Chasse. Meta.                                      |
| Baer. Gain. Commodum.                 | Blaeu. Bleu. Cæzulus.                            | Braey. Le gras de la jambe. Sura.                                 | Caf. Paille. Acus.  |
| Baeg. Bague. Monile.                  | Bleck. Fueille ou lame de quelque metal. Lamina. | Braem. Ronce. Rubus.  | Calck. Chaux. Calx.                                       |
| Bal. Esteuf. Pila.                    | Bleek. Palle. Pallidus.                          | Brand. Un grand feu brulant d'une maison ou semblable. Incendium. | Cant. Bord. Extremitas.                                   |
| Balch. Pance. Bestiarum venter.       | Blein. Empouille. Pustula.                       | Brau. Sourcil. Supercilium.                                       | Cap. Cappe. Cucullus.                                     |
| Balck. Poultre. Trabs.                | Blie. Ioyeux. Hilaris.                           | Breet. Large. Latus.  | Car. Chariot. Carrus.                                     |
| Bald. Incontinent. Brevi.             | Blindt. Aveugle. Cæcus.                          | Breuck. Amande. Mulcta pecuniaria.                                | Caes. Frommage. Caseus.                                   |
| Ban. Excommunication. Excommunicatio. | Block. Tronc. Truncus.                           | Brief. Lettre. Literæ.  | Cas. Caffè. Capsa.  |
| Banck. Banc. Scamnum.                 | Bloet. Sang. Sanguis.                            | Brijn. Saumure. Muria.  | Cat. Chat. Felis.   |
| Bandt. Lien. Vinculum.                | Bloem. Fleur. Flos.                              | Bril. Lunette. Specillum.   | Cau. Chucas. Monedula.                                    |
| Bang. Angoiffeux. Anxius.             | Blont. Blond. Flavius.                           | Brim. Genest. Genista.  | Cijs. Cens. Cenfus.                                       |
| Bar. Present. Præfens.                | Bloot. Timide. Timidus.                          |   | Cier. Chere. Vultus lætus.                                |
| Bargh. Pourceau chaftré. Majalis.     | Bloot. Nud. Nudus.                               |   | Claer. Clair. Clarus.                                     |
| Bas. Abboy. Latratus.                 | Bock. Bouc. Hircus.                              |   | Clerck. Clerc. Clericus.                                  |
|                                       | Bo. Messager. Nuncius.                           |   | Cloof. Fente. Fiffura.                                    |
|                                       | Boeck. Livre. Liber.                             |   |   |

Cluit. Farce. Facetia.  
 Cock. Cuisinier. Coquus.  
 Colf. Massuë. Clava.  
 Com. Escuelle. Scutella.  
 Comst. Venuë. Adventus.  
 Cond. Notoire. Notus.  
 Coord. Cordé. Chorda.  
 Cop. Chef. Caput.  
 Cop. Coupe. Calix.  
 Corf. Corbeille. Corbis.  
 Corst. Crouste. Crusta.  
 Cort. Court. Curtus.  
 Cost. Coust. Sumpus.  
 Cot. Taniere. Cavis.  
 Coot. Offelet. Falis.  
 Cous. Chauffe. Caliga.  
 Coy. Estable à brèbis. Ovilè.  
 Crab. Escrèvisse. Cammarus.  
 Craem. Boutique. Officina.  
 Craen. Robinèt. Epistomium.  
 Craen. Gruië. Grus.  
 Craey. Corneille. Cornix.  
 Crap. Garance. Erythrodanum.  
 Croon. Coutonne. Corona.  
 Cruyn. Sommet de la teste.  
 Vertex capitis.  
 Cruys. Croix. Crux.  
 Cuyt. Cuve. Cupa.  
 Cuyt. Oeufs d'un poisson. Ovipiscium.  
**D**ach. Jour. Dies.  
 Dack. Toist. Testum.  
 Daer. Effect. Effectus.  
 Daer. Là. Ibi.  
 Dal. Val. Vallis.  
 Dam. Terrain. Agellus.  
 Damp. Vapeur. Vapor.  
 Dan. Donc. Tunc.  
 Danck. Gréz. Gratia.  
 Dans. Danse. Saltatio.  
 Darm. Boyau. Intestinum.  
 Das. Daim. Dama.  
 Dat. Ce. Hoc.  
 Dau. Rosee. Ros.  
 De. Le. Illa.  
 Deech. Pafte. Massa.  
 Deel. Part. Pars.  
 Deern. Servante. Ancilla.  
 Den. Le.  
 Des. Du.  
 Dees. Cestui. Hic.  
 Deucht. Vertu. Virtus.  
 Dicht. Solide. Solidus.  
 Dicht. Rime. Rithmus.  
 Dick. Espais. Densus.  
 Die. Cuisse. Femur.  
 Die. Le. Ille.  
 Dief. Larron. Latro.  
 Diep. Profond. Profundus.  
 Dier. Animal.  
 Dier. Cher. Carus.  
 Dies. A telle condition. Sub conditione.  
 Dijck. Digue. Agger.  
 Dinck. Chose. Res.  
 Disch. Table. Mensa.  
 Dit. Ceci. Hoc.  
 Doch. Aumoins. Salkem.  
 Doe. Alors. Tunc.  
 Doec. Toile. Tela.  
 Doel. But. Scopus.  
 Door. Par. Per.  
 Door. Huis. Foris.  
 Dönst. Duvet. Plumulæ molliores.  
 Doot. Mort. Mors.  
 Doof. Sourd. Surdus.  
 Dóop. Baptesme. Baptismus.  
 Door. Fol. Stultus.  
 Doos. Boëte. Capsa.

Dop. Escaille entiere d'un œuf quand le dedans est offé. Ovum exinanitum.  
 Dorp. Village. Pagus.  
 Dorst. Soif. Sitis.  
 Doy. Desgele. Regelatio.  
 Dra. Incontinent. Statim.  
 Draeck. Dragon. Draco.  
 Draet. Fil. Filum.  
 Draf. Bran. Furfur.  
 Draf. Trot. Succussatio equi.  
 Dranc. Breuvage. Potus.  
 Dreck. Bouë. Lutum.  
 Dreef. Une longue rangee d'arbres plantees. Series arborum.  
 Droef. Triste. Tristis.  
 Dröes. Une ensure venant à la gorge derriere les aureilles ou es aines. Panus.  
 Drom. Le fil de la tremie du tiferant. Licium.  
 Dronck. Yvre. Ebrus.  
 Drooch. Sec. Siccus.  
 Droom. Songe. Somnium.  
 Druck. Tristesse. Tristitia.  
 Drop. Goutte. Gutta.  
 Druyf. Grappe. Uva.  
 Drie. Trois. Tres.  
 Dult. Entagé. Furiosus.  
 Dun. Delié. Tenuis.  
 Duyff. Mille. Mille.  
 Duym. Pouce. Pollex.  
 Dvyn. Dune. Agger xenofus.  
 Duyf. Colombe. Columba.  
 Dvvael. Totaille. Mantle.  
 Dvvaes. Sor. Stultus.  
 Dvvanç. Contrainte. Vis.  
 Dvvee. Mol. Mollis.  
 Dvveers. De travers. Ex transverso.  
 Dvverch. Nain. Nanius.  
 Dy. Toi. Tibi.  
 Dijn. Tien. Tuus.  
**E**cht. Mariage. Matrimonium.  
 Eec. Vinaigre. Acetum.  
 Eedt. Serment. Juramentum.  
 Een. Un. Unus.  
 Eer. Avant. Prius.  
 Eer. Honneur. Honor.  
 Eerd. Terre. Terra.  
 Eerst. Premier. Primus.  
 Eg. Herse. Occa.  
 Elf. Onze. Undecim.  
 Elst. Alose. Alofa.  
 El. Aulne. Ulna.  
 Eint. Fin. Finis.  
 Eng. Estroict. Angustus.  
 Erch. Malin. Malignus.  
 Erm. Pauvre. Pauper.  
 Ernst. A bon escient. Serio.  
 Erf. Heritage. Hæredium.  
 Esch. Fresne. Fraxinus.  
 Ey. Oeuf. Ovum.  
 Eyc. Chefne. Quercus.  
 Eysch. Petition. Petitio.  
**F**aël. Faute. Error.  
 Faem. Renom. Fama.  
 Feest. Feste. Festum.  
 Fel. Felon. Crudelis.  
 Feil. Faute. Error.  
 Fielt. Gueux. Mendicus.  
 Fier. Fier. Ferus.  
 Fijn. Fin. Exilis.  
 Flesch. Flacon. Laguna.  
 Fluc. Subit. Subito.  
 Fluyt. Phlegme. Phlegma.  
 Fluyt. Flutte. Fistula.  
 Foc. Trinquet. Artemon.

Foy. Phi.  
 Form. Forme. Forma.  
 Fraey. Joli. Lepidus.  
 Fret. Foret. Viverra.  
 Frisch. Vigoureux. Vividus.  
 Fruit. Fruit. Fructus.  
 Gaef. Pur. Purus.  
**G** Gaer. Totalemët. Omnia.  
 Gay. Gai. Psittacus.  
 Gal. Fiel. Fel.  
 Galgh. Gibbet. Patibulum.  
 Galm. Retentissement de la voix. Echo.  
 Ganc. Alleure. Incessus.  
 Ganc. Allee. Ambulacrum.  
 Gans. Oye. Anser.  
 Gants Entier. Integer.  
 Garst. Ranci. Rancidus.  
 Gast. Hoste. Hospes.  
 Gat. Trou. Foramen.  
 Gaef. Don. Donum.  
 Gau. Prompt. Promptus.  
 Gec. Badin. Sannio.  
 Geel. Jaune. Rufus.  
 Gheen. Nul. Nullus.  
 Gheest. Esprit. Spiritus.  
 Ghelt. Argent. Pecunia.  
 Ghelt. Pourceau chastré. Majalis.  
 Ghelt. Lot. Quatuorhemina.  
 Ghent. Iar. Anser mas.  
 Gent. Fonte. Fufura.  
 Gheit. Chevre. Capra.  
 Ghy. Vous. Tu.  
 Ghier. Vaultour. Vultur.  
 Ghift. Don. Donum.  
 Ghild. Homme liberal. Prodigus.  
 Ghins. Vers là. Illuc.  
 Ghift. Lie. Fax.  
 Glants. Resplendeur. Splendor.  
 Glas. Verre. Vitrum.  
 Glat. Poli. Politus.  
 God. Dieu. Deus.  
 Goedt. Bon. Bonus.  
 Gom. Gomme. Gummi.  
 Gort. Horge seiche. Hordeum aridum.  
 Goot. Ruiffeau. Aqueductus.  
 Goudt. Or. Aurum.  
 Gracht. Fosse. Fossa.  
 Graef. Comte. Comes.  
 Graen. Grain. Granum.  
 Graet. Areste. Arista.  
 Graf. Sepulchre. Sepulchrum.  
 Gram. Courroucé. Iratus.  
 Gras. Herbe. Gramen.  
 Graeu. Gris. Glaucus.  
 Grents. Frontiere. Ora.  
 Greep. Poignee. Manipulus.  
 Griel. Gripaille.  
 Grijs. Gris. Canus.  
 Groef. Fosse. Fovea.  
 Gros. Gros. Grossus.  
 Grond. Fonds. Fundum.  
 Groot. Grand. Grandis.  
 Grou. Horreur. Horror.  
 Groen. Verd. Viridis.  
 Gruet. Salutation. Salutatio.  
 Gris. Moillon. Rudus.  
 Gunst. Faveur. Favor.  
 Guit. Gueux. Mendicus.  
**H**aec. Croc. Hama.  
 Haegh. Haye. Seps.  
 Hæn. Coq. Gallus.  
 Haer. Poil. Pilus.  
 Haest. Haste. Properatio.  
 Haet. Haine. Odium.  
 Half. Demi. Dimidius.  
 Hals. Col. Collum.

Ham. Jambon. Perna.  
 Handt. Main. Manus.  
 Harp. Harpe. Lyra.  
 Hars. Refine. Resina.  
 Haes. Lievre. Lepus.  
 Hecht. Manche. Capulus.  
 Hec. Claye. Vacerra.  
 Heel. Tout. Totus.  
 Heerd. Fossier. Focus.  
 Heer. Seigneur. Herus.  
 Heesch. Enrouë. Raucus.  
 Heet. Chaud. Calidus.  
 Hel. Clair. Clarus.  
 Held. Homme noble. Herus.  
 Hel. Enfer. Infernus.  
 Helm. Hcaume. Galea.  
 Hem. Lui. Illi.  
 Hernd. Chemise. Indusium.  
 Hengst. Estalon. Caballus.  
 Hert. Dar. Durtus.  
 Herst. Automne. Autumnus.  
 Herst. Eschinée. Spina porci.  
 Hert. Cœur. Cor.  
 Hesp. Jambon. Perna.  
 Het. Ce. Id.  
 Heur. Sienne. Sua.  
 Heusch. Courtois. Civilis.  
 Heus. Anse. Ansa.  
 Hex. Sorciere. Venefica.  
 Hey. Lande. Campus sterilis.  
 Hey. Hic. Fiftuca.  
 Heyl. Salut. Salus.  
 Heir. Armée. Exercitus.  
 Hic. Hoquet. Singultus.  
 Hiel. Talon. Talus.  
 Hier. Ici. Hic.  
 Hind. Biche. Cervus.  
 Hin. Poulle. Gallina.  
 Hirs. Mil. Milium.  
 Hoe. Comment. Quomodo.  
 Hoek. Coing. Angulus.  
 Hoen. Poulle. Gallina.  
 Hoer. Paillarde. Meretrix.  
 Hoest. Toux. Tussis.  
 Hoet. Chapeau. Pileus.  
 Hoef. Metairie. Villa.  
 Hof. Jardin. Hortus.  
 Hoir. Heritier. Hæres.  
 Hol. Cave. Cuvus.  
 Hondt. Chien. Canis.  
 Hooch. Haut. Altus.  
 Hoof. Teste. Caput.  
 Hoop. Monceau. Acervus.  
 Hoop. Espoir. Spes.  
 Hop. Houbelon. Lupulus.  
 Hop. Hupe. Upupa.  
 Hord. Claye. Crates.  
 Hoos. Chauffe. Caliga.  
 Hout. Bois. Lignum.  
 Hou. Coup de taille. Ictus.  
 Hoy. Foin. Fœnum.  
 Hulp. Aide. Auxilium.  
 Hulst. Houx. Aquifolia.  
 Hupsch. Elegant. Elegans.  
 Hut. Loge. Mapale.  
 Huych. Luete en la gorge. Angina.  
 Huyck. Hucque. Cucullus.  
 Huyt. Cheveche. Ulna.  
 Huys. Maison. Domus.  
 Hy. Il. Ille.  
**I**a. Ouy. Ita.  
 Iacht. Chasse. Venatus.  
 Iær. An. Annus.  
 Ick. Je. Ego.  
 Iet. Quelque chose. Aliquid.  
 Iuecht. Jeunesse. Juvenus.  
 Ys. Glace. Glacies.  
 In. En. In.  
 Inct. Encre. Atramentum.

Iock. Ioug. Iugum.  
 Iock. Raillerie. Iocus.  
 Ionck. Ieune. Iuvenis.  
 Is. Est. Est.  
**K**aeck. Maschoire. Maxilla.  
 Kaey. Cas. Acta.  
 Kaeck. Piloni. Numella verfa-  
 riles.  
 Kalf. Veau. Vitulus.  
 Kam. Peigne. Pecten.  
 Kan. Pot. Amphora.  
 Kans. Chance. Casus aleæ.  
 Kant. als brood. Chanteau. Fru-  
 stum.  
 Keel. Garderobbe. Supparum.  
 Keef. Tour. Circuitus.  
 Keers. Chandelle. Gandela.  
 Kelck. Calice. Calix.  
 Keel. Gorge. Guttur.  
 Kees. Frommage. Gaseus.  
 Kemp. Chanvre. Cannabis.  
 Kerck. Eglise. Templum.  
 Kerf. Crenne. Crena.  
 Kern. Pepin. Semen.  
 Kers. Guinée. Cerafa.  
 Kers. Cresson. Nasturtium.  
 Kert. Cren. Crena.  
 Keur. Choix. Optio.  
 Keurs. Corset. Cyclas.  
 Key. Caillou. Cautes.  
 Kiel. Carine. Carina.  
 Kim. Cipeau d'un tonneau. O-  
 ra vasis.  
 Kindt. Enfant. Puer.  
 Kin. Menton. Mentum.  
 Kist. Coffre. Cista.  
 Kit. Boisson. Brochus.  
 Klacht. Querelle. Querela.  
 Klack. Crevasse. Crepitatio.  
 Klad. Crotte. Macula luti.  
 Klamp. Membrure d'un huis.  
 Membrum asseris.  
 Klanck. Tintement. Tinne-  
 mentum.  
 Klap. Babil. Loquacitas.  
 Klau. Patte. Unguis.  
 Kleet. Vestement. Vestis.  
 Klef. Attachant comme glus.  
 Tenax.  
 Kley. Argille. Argilla.  
 Klein. Petit. Parvus.  
 Klier. Apofteume. Tonfilla.  
 Klinck. Clichet. Pessulus.  
 Klis. Grateron. Aparine.  
 Klock. Cloche. Campana.  
 Kloeck. Hardi. Audax.  
 Kloet. Rable. Rutabulum.  
 Klomp. Billot. Maffa.  
 Kloot. Boule. Sphæra.  
 Klop. Coup. Ictus.  
 Kloof. Crevasse. Rima.  
 Klucht. Farce. Facetia.  
 Kluyt. Hermitage. Sacellum.  
 Knaep. Serviteur. Servus.  
 Knecht. Garçon. Servus.  
 Knick. Hochement de la teste.  
 Nutus.  
 Knie. Genoëil. Geny.  
 Knip. Chiquenaude. Talitrum.  
 Knol. Naveau. Napus.  
 Knoop. Nœud. Nodus.  
 Knop. Bouton. Bulla.  
 Koe. Vache. Vacca.  
 Koeck. Gasteau. Libum.  
 Koel. Tiede. Tepidus.  
 Koen. Hardi. Audax.  
 Koets. Couche. Cubile.  
 Kool. Charbon. Carbo.  
 Kool. Choux. Brassica.  
 Koop. Achapt. Emptio.

Korck. Liege. Subet.  
 Koudt. Froid. Frigus.  
 Kout. Devis. Fabula.  
 Kracht. Force. Virtus.  
 Kraeck. Son esclatant. Crepi-  
 tus.  
 Kraegh. Gavion. Iugulus.  
 Kramp. Crampe. Spasmus.  
 Kram. Crampon. Fibula.  
 Kramck. Debile. Debilis.  
 Krans. Chapeau de fleurs. Ser-  
 tum.  
 Kreeft. Escreviffe. Cancer.  
 Krib. Creche. Præsepium.  
 Kriek. Cerise. Cerafum.  
 Krijch. Guerre. Bellum.  
 Krijt. Croie. Creta.  
 Krijt. Brayement. Ejulatio.  
 Kroes. Goblet. Scyphus.  
 Krom. Tortu. Tortus.  
 Krop. Cropion. Iugulum.  
 Kruyck. Cruche. Urna.  
 Kruym. Mie. Mica.  
 Kruyt. Herbe. Herba.  
 Kud. Troupeau de bestes. Grex.  
 Kund. Notoire. Notus.  
 Kunst. Art. Ars.  
 Kus. Un baifer. Basium.  
 Kuyt. Spelonque. Spelunca.  
 Kuyfch. Chafte. Castus.  
 Kuyt. Le mol derrier de la jam-  
 be. Sura.  
 Kuyt. Petite. Biere.  
**L**ach. Ris. Rifus.  
 Laey. Layette. Capfa.  
 Laet. Tard. Sero.  
 Laf. Fade. Flaccidus.  
 Laegh. Rang. Series.  
 Lam. Affoible. Paralyticus.  
 Lam. Agneau. Agnus.  
 Lamp. Lampe. Lampas.  
 Lanc. Flanc. Femen.  
 Lanc. Long. Longus.  
 Landt. Terre. Terra.  
 Lap. Piece de drap. Segmen-  
 tum.  
 Last. Charge. Moles.  
 Lat. Late. Assula.  
 Laen. Tiede. Tepidus.  
 Lec als Lec fchipp.  
 Leer. Cuir. Corium.  
 Leech. Oiff. Otiofus.  
 Let. Membre. Membrum.  
 Leech. Bas. Humilis.  
 Leec. Laïc. Laicus.  
 Leer. Echelle. Scala.  
 Leedt. Desplaisir. Luctus.  
 Leem. Argille. Argilla.  
 Leen. Fief. Prædium beneficia-  
 rium.  
 Leep. Cassieux. Lippus.  
 Leep. Cauteloux. Astutus.  
 Leer. Doctrine. Doctrina.  
 Leeft. Forme de cordonnier.  
 Forma.  
 Leeu. Lion. Leo.  
 Lil. Le môle du bout de l'au-  
 reille. Cartilago.  
 Leen. Appuy. Podium.  
 Lest. Dernier. Ultimus.  
 Lets. Laisse. Lorum.  
 Leur. Ravanderie. Res nullius  
 valoris.  
 Ley. Ardoise. Ardofia.  
 Licht. Lumiere. Lux.  
 Licht. Leger. Levis.  
 Licht. Poulmon. Pulmo.  
 Liet. Chanfon. Cantio.  
 Lief. Cher. Charus.  
 Lief. Ami. Amicus.

Lier. Liere. Lyra.  
 Lijc. Funerailles. Exequia.  
 Lijf. Corps. Corpus.  
 Lijm. Colle. Colla.  
 Lijn. Lin. Linum.  
 Lijft. Bordure. Limbus.  
 Lind. Tillet. Tilia.  
 Lint. Ruben. Vitta.  
 Lip. Levre. Labium.  
 Lis. Ranfe. Carex.  
 Lift. Finesse. Astutia.  
 Loen. Lourdaut. Idiota.  
 Lof. Los. Laus.  
 Lont. Meiche.  
 Looc. Desaulx. Allium.  
 Loof. Fueillé. Frons.  
 Loogh. Lexive. Lixivium.  
 Loon. Salaire. Salarium.  
 Loop. Cours. Cursus.  
 Loos. Subtil. Subtilis.  
 Loos. Poulmon. Pulmo.  
 Loot. Plomb. Plumbum.  
 Loof. Armier d'une maison.  
 Umbraculum.  
 Loos. Mor de guee. Tesseræ.  
 Los. Diffie. Laxus.  
 Losch. Loufche. Strabo.  
 Lot. Sort. Sors.  
 Lucht. Air. Aër.  
 Lul. Refonance d'une chanfon.  
 Luft. Volupté. Voluptas.  
 Luy. Parefleux. Ignavus.  
 Luys. Poulx. Pediculus.  
 Luyt. Luc. Testudo.  
**M**acht. Puissance. Potestas.  
 Maech. Parent. Affinis.  
 Maecht. Vierge. Virgo.  
 Mael. Malle. Mantica.  
 Mael. Fois.  
 Maen. Lune. Luna.  
 Maent. Mois. Mensis.  
 Maer. Mais. Sed.  
 Maer. Bruict. Rumor.  
 Maer. Mesure. Mensura.  
 Maer. Compagnon. Socius.  
 Maegh. Estomach. Stomachus.  
 Mal. Fol. Stultus.  
 Mals. Tendre. Tener.  
 Mam. Mammelle. Mamma.  
 Man. Hommé. Vir.  
 Manck. Boitteux. Claudus.  
 Mast. Mast. Malus.  
 Mat. Las. Defessus.  
 Me. Avec. Cum.  
 Mec. Garance. Rubia.  
 Meel. Farine. Farina.  
 Meeps. Fragile. Fragilis.  
 Meer. Mer. Mare.  
 Meers. Hune. Carchefum.  
 Meer. Plus. Plus.  
 Meerfch. Marets. Palus.  
 Mées. Maufrage. Parix.  
 Meest. Tout le plus. Plurimus.  
 Meeu. Oiseau marin. Aquila  
 maria.  
 Melck. Lait. Lac.  
 Mem. Nourrice. Nutrix.  
 Men. On.  
 Mensch. Homme. Homo.  
 Merch. Muelle. Medulla.  
 Merck. Marque. Signum.  
 Merct. Marché. Forum.  
 Mes. Cousteau. Culter.  
 Met. Avec. Cum.  
 Mey. May. Frons festa.  
 Mier. Fourmi. Formica.  
 Mijl. Lieue. Milliare.  
 Mijn. Mon. Meus.  
 Mijne. Mine. Fodina.  
 Mijt. Mite. Mita.

Milt. Liberal. Liberalis.  
 Min. Moins. Miaus.  
 Mis. Faute. Defectus.  
 Meft. Fiente. Fimus.  
 Mist. Bruyne. Bruma.  
 Moe. Las. Laffus.  
 Moer. Mere. Mater.  
 Moes. Porée. Olus.  
 Moet. Courage. Animus.  
 Moey. Tante. Matertera.  
 Mol. Taulpe. Talpa.  
 Mondt. Bouche. Os.  
 Moort. Meurtre. Internecio.  
 Mos. Mouffe. Mufcus.  
 Most. Mouft. Mustum.  
 Mot. Teigne. Tinea.  
 Mout. Grain appareillé pour  
 braffer de la biere. Polen-  
 ta.  
 Mau. Manche. Manica.  
 Moy. Orné. Ornatus.  
 Muer. Mur. Murus.  
 Muf. Relant. Sitis.  
 Mug. Moucheron. Culex.  
 Munt. Monnoye. Moneta.  
 Muts. Bonet. Pileus.  
 Muil. Mulet. Mulus.  
 Muyl. Museau. Rostrum.  
 Muys. Sourris. Sorex.  
 Muyr. Mue. Cavea.  
**N**a. Apres. Post.  
 Nachr. Nuiet. Nox.  
 Naeckt. Nud. Nudus.  
 Naem. Nom. Nomen.  
 Naen. Nain. Nanus.  
 Naest. Tout le plus prochain.  
 Proximus.  
 Naet. Coufure. Sutura.  
 Nap. Plat creux. Catinus.  
 Nues. Nez. Nafus.  
 Nat. Mouillé. Madidus.  
 Nau. Estroit. Strictus.  
 Neck. Chainon. Cervix.  
 Neer. Bas. Inferus.  
 Neef. Neveu. Nepos.  
 Neen. Non. Non.  
 Neep. Pinfure. Compressio.  
 Neft. Nid. Nidus.  
 Net. Net. Nitidus.  
 Net. Retz. Rete.  
 Neet. Lende. Lens.  
 Nicht. Niepce. Neptis.  
 Nier. Rein. Ren.  
 Niet. Rien. Nihil.  
 Nieu. Nouveau. Novus.  
 Nijdt. Envie. Invidia.  
 Noch. Encore. Adhuc.  
 Noen. Midi. Meridies.  
 Noo. Aregret. Invitus.  
 Noort. North. Septentrion.  
 Noot. Necessité. Necessitas.  
 Nop. Floe. Floccus.  
 Neut. Noix. Nux.  
 Noit. Jamais. Nunquam.  
 Nu. Maintenant. Nunc.  
 Nut. Utile. Utis.  
**O**ch. Ah. Hei.  
 Oft. Ou. Vel.  
 Olm. Olme. Ulmus.  
 Om. Pour. Ob.  
 Ons. Nofre. Noster.  
 Oock. Aussi. Etiam.  
 Oog. Oeil. Oculus.  
 Oogft. Moiffon. Messis.  
 Oom. Oncle. Patruus.  
 Oor. Aureille. Auris.  
 Oort. Lieu. Locus.  
 Ooft. Orient. Oriens.  
 Op. Dessus. Super.  
 Os. Bœuf. Bos.

Oudt. Vieil. Vetus.  
Oyt. Onques. Unquam.  
Pacht. Ferme. Vectigal.  
Pack. Fardéau. Sarcina.  
Pael. Pau. Palus.  
Paer. Paire. Par.  
Paert. Part. Pars.  
Palm. Paulme. Palma.  
Pand. Hypotheque. Pignus.  
Pande. Pand. Lacinia.  
Pan. Paelle. Sartago.  
Pap. Papin. Pappa.  
Pas. En point. Commodum.  
Pat. Sentier. Semita.  
Paeu. Paon. Pavo.  
Paeis. Paix. Pax.  
Peck. Poix. Pix.  
Peert. Cheval. Equus.  
Peersch. Pers. Cœruleus.  
Pels. Peau. Pellis.  
Pen. Plume. Calamus.  
Pens. Trippe. Intestina.  
Perck. Parc. Septum.  
Peer. Poire. Pirum.  
Pers. Presse. Torcular.  
Peez. Corde d'arc. Chorda arcus.  
Pijp. Tuyau. Tubus.  
Pier. Vers de terre. Lumbricus.  
Pijck. Pique. Hasta.  
Pie. Manteau à marinier, Nautica penula.  
Pijl. Flesche. Sagitta.  
Pijn. Douleur. Dolor.  
Pin. Baston pointu. Veruculum.  
Pips. Pèpie. Pituita.  
Plack. Ferule. Ferula.  
Plaet. Planche. Syrtis.  
Plaets. Place. Locus.  
Plaegh. Vexation. Vexatio.  
Planck. Planche. Planca.  
Plas. Marée. Lacuna.  
Plat. Plat. Planus.  
Pleck. Tache. Macula.  
Pleit. Bateau large & plat. Stlata.  
Plicht. Office. Officium.  
Ploech. Charruë. Aratrum.  
Plom. Rebouché. Hebes.  
Ploy. Plis. Plica.  
Pluym. Plume. Pluma.  
Pock. Verolle. Lues venerea.  
Poer. Pouldre. Pulvis.  
Poel. Lac. Lacuna.  
Pol. Concubinaire. Concubinus.  
Pols. Pouls. Pulsus.  
Pomp. Oflée. Sentina.  
Pondt. Livre. Pondo.  
Poort. Porte. Porta.  
Poos. Petit espace de temps. Momentum.  
Poot. Patte. Palma pedis.  
Pop. Poupée. Puppa.  
Post. Posteau. Postis.  
Post. La poste. Cursor.  
Post. Sion. Talea.  
Pot. Pot. Olla.  
Pracht. Magnificence. Magnificentia.  
Prat. Fier. Arrogans.  
Prick. Lamproie. Mustula.  
Priem. Poinçon. Pugiunculus.  
Prijis. Prix. Laus.  
Proef. Preuve. Proba.  
Pruym. Prune. Prunum.  
Pruts. Superbe. Superbus.  
Prye. Charogne. Cadaver.  
Punt. Point. Punctum.

Put. Puits. Puteus.  
Puyft. Empoule. Pustula.  
Quaet. Mauvais. Malus.  
Quael. Langueur. Languor.  
Quant. Gallant. Scitus homo.  
Quijt. Quiete.  
Radt. Rouë. Rota.  
Raedt. Conseil. Consilium.  
Raem. Chassis. Fulcrum fenestra quadratum.  
Raep. Naveau. Rapum.  
Ram. Belier. Aries.  
Ramp. Malheur. Infelicitas.  
Ranck. Branche. Ramus.  
Ranck. Finesse. Astutia.  
Ranck. Grefle. Gracilis.  
Raïdt. Bord. Ora.  
Rasch. Soudain. Cito.  
Rasp. Rape. Scalprum.  
Rat. Rat. Glis.  
Raef. Corbeau. Corvus.  
Ræu. Crud. Crudus.  
Recht. Droit. Rectus.  
Rec. Biche. Cerva.  
Reep. Cercle. Circulus.  
Rest. Reste. Residuum.  
Reuck. Odeur. Odor.  
Reu. Chien malle. Canis mas.  
Reus. Geant. Gigas.  
Rey. Danse. Choreia.  
Reyn. Pur. Purus.  
Reys. Fois.  
Reys. Voyage. Profectio.  
Reb. Coste. Costa.  
Riet. Canne. Arundo.  
Riem. Ceinture. Cingulum.  
Riem. Rame. Remus.  
Rijck. Riche. Dives.  
Rijm. Gelée. Pruina.  
Rijm. Rhime. Rhythmus.  
Rijp. Meur. Maturus.  
Rijs. Riz. Oriza.  
Rijs. Branche. Ramus.  
Rinck. Anneau. Annulus.  
Rindr. Bœuf. Bos.  
Ring. Viste. Velox.  
Rin. Cage. Cavea.  
Rijnch. Aucunement sur. Subacidus.  
Roch. Raye. Raia.  
Rock. Saye. Toga.  
Rock. Quenouille. Colus.  
Roe. Verge. Virga.  
Roedt. Suite de cheminee. Fuligo.  
Roef. Pouppe. Puppis.  
Roem. Vanterie. Jactantia.  
Roep. Cri. Clamor.  
Roer. Gouvernail. Gubernaculum.  
Roest. Enrouillure. Rubigo.  
Roogh. Oeuf de poisson. Ovipiscium.  
Rog. Seigle. Siligo.  
Rol. Roule. Phalanga.  
Rondt. Rond. Rotundus.  
Roock. Fumée. Fumus.  
Root. Rouge. Ruber.  
Roof. Butin. Præda.  
Room. Creme. Cremor.  
Roos. Rose. Rosa.  
Ros. Roux. Rufus.  
Ros. Cheval. Equus.  
Rot. Pourri. Putris.  
Rot. Bande de gens. Classis.  
Rou. Rude. Rudis.  
Ruet. Suif. Sevum.  
Rug. Dos. Dorsum.  
Rups. Chenille. Bruchus.

Ruim. Ample. Amplus.  
Ruyn. Hongre. Cantherius.  
Ruyt. Ruë. Ruta.  
Ruyt. Lozeng. Tesseræ.  
Rie. Rang. Series.  
Sacht. Mol. Mollis.  
Sack. Sac. Saccus.  
Sael. Selle. Ephippium.  
Sael. Salle. Atrium.  
Saen. Toft. Statim.  
Saen. Creme. Cremor.  
Saet. Semence. Semen.  
Saey. Siette.  
Saeg. Sie. Serra.  
Saec. Cause. Causa.  
Salf. Onguent. Unguentum.  
Salm. Saulmon. Salmo.  
Sandt. Arene. Arena.  
Sap. Suc. Succus.  
Sarc. Tombe. Cippus.  
Sadt. Saoul. Satur.  
Saus. Sauffe. Condimentum.  
Saut. Sel. Sal.  
Schacht. Flesche. Sagitta.  
Scha. Dommage. Damnum.  
Schæu. Ombre. Umbra.  
Schæck. Eschetz. Alveus.  
Schæel. Tasse. Patera.  
Schæp. Brebis. Ovis.  
Schæerd. Test. Ruma.  
Schæers. Apeine. Vix.  
Schæets. Eschasse. Gralla.  
Schalck. Caut. Cautus.  
Schamp. Brocard. Scomma.  
Scand. Deshonneur. Ignominia.  
Schants. Rempart. Vallum.  
Schæer. Grande multitude de gens. Caterva.  
Schæar. Thresor. Thesaurus.  
Schæef. Rabot. Dolabra.  
Schæe. Gaine. Vagina.  
Schæef. De bihay. Obliquus.  
Schæel. Louche. Lufcus.  
Schæel. Greve de la teste. Separatio comæ.  
Schæel. Couvercle. Operculum.  
Schæer. Force. Forfex.  
Schel. Sonnette. Tintinnabulum.  
Schel. Escorce. Cortex.  
Schelm. Meschant. Nequam.  
Schelp. Coquille. Calix.  
Schenk. Don. Donum.  
Scheen. Creve de la jambe. Tibia.  
Scherf. Teste. Testa.  
Scherp. Aigu. Acutus.  
Scheur. Fente. Fiffura.  
Scheut. Scion. Surculus.  
Schicht. Dard. Jaculum.  
Schier. Tantost. Mox.  
Schijn. Lueur. Splendor.  
Schijf. Tableau. Mensa.  
Schil. Difference. Differentia.  
Schilt. Escu. Scutum.  
Scimp. Brocard. Iocus.  
Schip. Navire. Navis.  
Schoe. Soulier. Calceus.  
School. Ecole. Schola.  
Schol. Sole. Solea.  
Schooft. Gerbe. Fascis spicarium.  
Schoon. Beau. Pulcher.  
Schoot. Giron. Gremium.  
Schors. Escorce. Cortex.  
Schout. Preteur. Prætor.  
Schrab. Esgrattineure. Laceratio unguium.

Schraegh. Treteau. Fulcrum menarium.  
Schram. Berlasse. Vibex.  
Schreë. Adjambée. Passus.  
Schreue. Cri. Clamor.  
Schreef. Traict. Tractus lineæ.  
Schrift. Ecriture. Scriptura.  
Scroef. Escrouve. Cochlea.  
Schub. Escaille de poisson. Squamma.  
Schud. Vautneant. Scurra.  
Schult. Dehte. Debitum.  
Schup. Pelle. Pala.  
Schuer. Grange. Granarium.  
Schurft. Rongneux. Scabiosus.  
Schu. Sauvage. Agrestis.  
Schuym. Escume. Spuma.  
Schuyt. Naffelle. Navicula.  
Se. Coustume. Mos.  
See. Mer. Mare.  
Seel. Groffe corde. Funis.  
Seem. Sameau. Corium hœdnum.  
Seep. Savon. Sapo.  
Seer. Ulcere. Ulcus.  
Seer. Fort. Valde.  
Seer. Mefme. Ipsum.  
Ses. Six. Sex.  
Seyl. Voile. Velum.  
Seys. Faulx. Falx.  
Sich. Soy. Se.  
Sieck. Malade. Ægrotus.  
Siel. Ame. Anima.  
Sift. Crible. Cribrum.  
Sijn. Son. Suis.  
Sim. Singe. Simia.  
Sin. Sens. Sensus.  
Sint. Deuis. Postilla.  
Slab. Bavette. Fascia pituitaria.  
Slach. Coup. Ictus.  
Slaep. Tempes de la teste. Tempora.  
Slaep. Somne. Somnus.  
Slang. Couleuvre. Coluber.  
Slap. Lasche. Laxus.  
Slaef. Esclave. Servus emptorius.  
Slecht. Simple. Simplex.  
Slecht. Limacon. Limax.  
Sle. Traineau. Traha.  
Slee. Prune. Acacium.  
Slet. Torchon. Peniculantum.  
Sleyp. Longue queue de vestement. Syrma.  
Slijck. Bonë. Lutum.  
Slijm. Limon. Limus.  
Slim. De bihay. Obliquus.  
Slinck. Gauche. Sinister.  
Slip. Pand. Peniculantum.  
Slot. Serrure. Serra.  
Sluys. Escluse. Cataracta.  
Smaer. Calomnie. Calumniæ.  
Smaeck. Gouff. Gustus.  
Smal. Estroit. Arctus.  
Smeer. Graisse. Abdomen.  
Smert. Douleur. Dolor.  
Smet. Macule. Macula.  
Smis. Forge. Fabrica ferraria.  
Smit. Marechal. Faber ferrarius.  
Smout. Graisse. Pinguedo.  
Snap. Babil. Garrulitas.  
Snaer. Corde de lut. Fides.  
Snau. Mor dit avec despit. Iracunda locutio.  
Sne. Coupure. Sciffura.  
Snee. Neige. Nix.

- Snel. Viste. Celer.  
 Snip. Beccaffe. Gallinago.  
 Snick. Soupir. Sufpirium.  
 Snoeck. Brochet. Lupus.  
 Snoer. Cordon. Chorda.  
 Snuf. Rhume. Rheuma.  
 Snoo. Mefchant. Vilis.  
 Snot. Morve. Pituita,  
 Soo. Ainf. Sic.  
 Soch. Laict. Succus.  
 Sock. Chauffon. Soccus.  
 Soch. Truye. Porca.  
 Soet. Doux. Dulcis.  
 Sool. Semelle. Solea.  
 Soon. Fils. Filius.  
 Son. Soleil. Sol.  
 Soom. Bord. Limbus.  
 Sop. Feste. Fastigium.  
 Sop. Ius. Ius.  
 Sorg. Soing. Cura.  
 Sor. Fol. Stultus.  
 Spa. Houë. Ligo.  
 Spaey. Tard. Tardus.  
 Spaen. Eclair. Affula.  
 Span. Extension de la paulme.  
 Spirhama.  
 Specht. Piemar. Picus.  
 Speck. Lard. Lardum.  
 Spel. Ieu. Lufus.  
 Speer. Lance. Lancea.  
 Speur. Trace du pas qui demeu-  
 re apres avoir marché. Vesti-  
 gium.  
 Spie. Cheville. Impages.  
 Spie. Espieur. Infidiator.  
 Spier. La chair blanche qui  
 est à la poitrine d'un oiseau.  
 Pulpa.  
 Spies. Pique. Hastia.  
 Spil. Fuseau. Fufus.  
 Spind. Huche. Penarium.  
 Spin. Araigne. Aranea.  
 Spint. Picotin. Corbula.  
 Spith Broche. Veru.  
 Spits. Hautain.  
 Spoet. Haste. Properatio.  
 Spoel. Navette. Glomus textu-  
 rius.  
 Spond. Châssis. Sponda.  
 Spoor. Esperon. Calcar.  
 Sport. Echellon. Climacter.  
 Spot. Mocquerie. Irrisio.  
 Sprack. Langage. Lingua.  
 Spreuck. Dicton. Sententia.  
 Spreeu. Estourneau. Sturnus.  
 Spriet. Iavelot. Venabulum.  
 Sproet. Lentille. Lentigo.  
 Spronck. Sault. Saltus.  
 Sprot. Harangade. Membras.  
 Sprau. Pemie des poules. Pituita  
 in gallinis.  
 Spruyt. Ietton d'arbie. Ger-  
 men.  
 Speu. Elcluse. Cataracta.  
 Speut. Echiffioire. Syrinx.  
 Spijs. Viande. Cibus.  
 Spijt. Despit. Contumelia.  
 Stadt. Ville. Urbs.  
 Staeck. Pali. Palus.  
 Stael. Acier. Chalybs.  
 Staet. Estat. Statús.  
 Staey. Loisir. Otium.  
 Staf. Baston. Baculus.  
 Stal. Etable. Stabulum.  
 Stam. Lignage. Genus.  
 Stanck. Puanteur. Foetor.  
 Standt. Cuve. Cupa.  
 Stang. Perche. Pertica.  
 Stand. Estat. Status.  
 Stap. Pas. Passus.  
 Steck. Baston. Baculus.  
 Steeds. Affiduellement. Affidue.  
 Steech. Obstiné. Obstinatus.  
 Steeck. Coup. Ictus.  
 Steel. Tige. Caulis.  
 Steen. Pierre. Lapis.  
 Steert. Queue. Cauda.  
 Stel. (als stel bier) Estale. Ve-  
 tus.  
 Stelt. Eschaffe. Gralla.  
 Sem. Voix. Vox.  
 Sterck. Fort. Fortis.  
 Steur. Estougeon. Turfio.  
 Steyl. Contremont. Surfum.  
 Stier. Taureau. Taurus.  
 Stijf. Roide. Rigidus.  
 Stijl. Posteau. Postis.  
 Stil. Quoy. Quierus.  
 Stock. Baston. Baculus.  
 Stoel. Selle. Sedes.  
 Stof. Poudre. Pulvis.  
 Stom. Muet. Mutus.  
 Stompt. Rebouché. Obtus-  
 fus.  
 Stoop. Lot. Gelta.  
 Stoot. Pouffement. Concus-  
 fus.  
 Storm. Tempeste. Tempeftas.  
 Stroof. Estuve. Hypocaustum.  
 Stout. Hardi. Audax.  
 Strack. Incontinent. Quam-  
 primum.  
 Strael. Raid. Radius.  
 Straet. Rue. Platea.  
 Straf. Rigoureux. Durus.  
 Strang. Rivage de la mer. Lit-  
 tus.  
 Streeck. Traict. Tractus.  
 Streng. Aigre. Severus.  
 Streep. Traict. Stria.  
 Strick. Laqs. Laqueus.  
 String. Ridelle. Restis.  
 Stronck. Tronchet. Truncus.  
 Stroo. Estrain. Stramen.  
 Stroom. Cours de l'eau. Fluxus  
 aque.  
 Strop. Hart. Vinculum.  
 Struyck. Plançon. Frutex.  
 Struys. Auftruche. Struthioca-  
 melus.  
 Struys. Crepët. Laganum.  
 Strijt. Bataille. Proelium.  
 Stuck. Piece. Frustum.  
 Stuer. Severe. Severus.  
 Suer. Aigre. Acer.  
 Sulck. Tel. Talis.  
 Sus. Ainf. Sic.  
 Sus. Tout quoy. Silentium.  
 Suydt. Midi. Meridies.  
 Suyl. Pilier. Columina.  
 Svack. Debile. Debilis.  
 Svvaer. Pesant. Gravis.  
 Svvert. Noir. Niger.  
 Svveem. Beccaffon. Rusticula  
 minor.  
 Svveep. Fouët. Flagrum.  
 Svveert. Espee. Ensis.  
 Svveer. Ulceré. Ulcus.  
 Svveet. Sueur. Sudor.  
 Svverm. Ietton de mouches.  
 Examen apum.  
 Svviijn. Pourceau. Porcus.  
 Sy. Elle. Illa.  
**T**ack. Rambeau. Ramtus.  
**T**aeck. Certain oeuvre par  
 jour. Pensum.  
 Tael. Langue. Lingua.  
 Taert. Tarte. Scriolita.  
 Taey. Coriace. Lentus.  
 Tal. Nombre. Numerus.  
 Tam. Dompité. Mansuetus.  
 Tang. Tenaille. Forceps.  
 Tant. Dent. Dens.  
 Tap. Broche d'un tonneau. Em-  
 bolum vasis.  
 Tas (als hoy-tas) Fenil. Fe-  
 nile.  
 Teen. Ozier. Vimen.  
 Teen. Orteil. Digitus pedis.  
 Teer. Tendre. Tener.  
 Tel. Haquenee. Gradarius e-  
 quus.  
 Tempst. Tamis. Cribrum.  
 Teuch. Traict. Hautus.  
 Teyl. Un plat creux de terre.  
 Gabata figlina.  
 Thien. Dix. Decem.  
 Tob. Cuve. Cupa.  
 Toch. Certes. Veré.  
 Tocht (als tocht des heys)  
 Le marcher de l'armée. A-  
 gmen.  
 Toe (als tor daer toe) A. Ad.  
 Tol. Gabelle. Vestigal.  
 Tong. Langue. Lingua.  
 Ton. Fonneau. Dolium.  
 Toom. Reine d'une bride. Ha-  
 bena.  
 Toon. Monstre. Demons-tra-  
 tio.  
 Toon. Son. Tonus.  
 Top. Toupie. Trochus.  
 Toorn. Ire. Ira.  
 Torfch. Grappé. Racemus.  
 Torts. Torche. Fax.  
 Tot. Jusques. Usque.  
 Tau. Corde. Funis.  
 Traech. Lente. Lentus.  
 Traen. Larme. Lachryma.  
 Trap. Degré. Gradus.  
 Treck. Traict. Tractus.  
 Treeft. Trepied. Tripes.  
 Troch. Augé. Linter.  
 Tromp. Trompe.  
 Tronck. Tronc. Truncus.  
 Trooft. Soulas. Solatium.  
 Tros. Bagage qu'on porte à la  
 guerre. Impedimenta exer-  
 citus.  
 Trau. Fidele. Fidelis.  
 Trijp. Tripe.  
 Tucht. Modestie. Modestia.  
 Turf. Tourbe. Cespes.  
 Tuych. Harges. Arma.  
 Tuygh. Testmoing. Testis.  
 Tuyn. Jardin. Hortus.  
 Twvaelf. Douze. Duodecim.  
 Twvee Deux. Duo.  
 Twvift. Discord. Discordia.  
 Twvijt. Fil tors. Filum retor-  
 tum.  
 Tijck. Coutil. Culcitra.  
 Tijt. Temps. Tempus.  
**V**aem. Toise. Hexappus.  
 Vaer. Pere. Pater.  
 Vaeck. Sommeil. Sopor.  
 Vael. Baillet. Gilvus.  
 Vaen. Banriere. Vexillum.  
 Vaer. Peril. Periculum.  
 Vaert. Fosse navigable. Fossa.  
 Vaert. Allure. Profectio.  
 Valck. Faucon. Falco.  
 Val. Cheute. Casus.  
 Val. Trebuchet. Decipulum.  
 Valfch. Faux. Falsus.  
 Van. De. A.  
 Vast. Ferme. Firmus.  
 Var. Vaisseau. Vas.  
 Vec. Bestial. Pecus.  
 Vael. Beaucoup. Multus.  
 Veer. Passage. Trajectus.  
 Veers. Yers. Versus.  
 Veldt. Champ. Campus.  
 Vel. Peau. Pellis.  
 Veint. Garçon. Infans.  
 Versch. Frais. Recens.  
 Vest. Muraille d'une ville. Moe-  
 nia.  
 Vet. Graisse. Pinguedo.  
 Veul. Poulain. Pullus equi-  
 nus.  
 Veych. Qui est prochain de sa  
 mort.  
 Veyl. Exposé en vente. Vana-  
 lis.  
 Vier. Quatre. Quatuor.  
 Vier. Feu. Ignis.  
 Vies. Facheux. Morosus.  
 Vijf. Cinq. Quinque.  
 Vijg. Figue. Ficus.  
 Vijl. Lime. Lima.  
 Vijs. Vis. Cochlea.  
 Vilt. Feultre. Cento.  
 Vinck. Becfigue. Frigilla.  
 Vin. Lopin de chair. Offa.  
 Vin. Aisse de poisson. Pinna.  
 Visch. Poisson. Piscis.  
 Vlack. Plain. Planus.  
 Vlaey. Flan. Scriblita.  
 Vlaegh. Ondée de pluye. Nimb-  
 bus.  
 Vlam. Flamme. Flamma.  
 Vlas. Lin. Linum.  
 Vleck. Village. Pagus.  
 Vleesch. Chair. Caro.  
 Vlieg. Mouche. Musca.  
 Vliem. Lancette à chirurgien.  
 Scalprum.  
 Vlier. Sureau. Sambucus.  
 Vlies. Toison. Vellus.  
 Vliet. Rive. Ripa.  
 Vlijt. Diligence. Deligentia.  
 Vlock. Floc. Floccus.  
 Vloeck. Maudisson. Imprecā-  
 tio.  
 Vloet. Flor. Fluctus.  
 Vloer. Aire. Area.  
 Vloei. Pulce. Pulex.  
 Vlucht. Fuite. Fuga.  
 Vocht. Humide. Humidus.  
 Voet. Pied. Pes.  
 Voor. Devant. Ante.  
 Volck. Peuple. Populus.  
 Vol. Plein. Plenus.  
 Vonck. Estincelle. Scintilla.  
 Vondt. Invention. Inventio.  
 Voocht. Tuteur. Tutor.  
 Voort. Avant. Ultra.  
 Voos. Corrompu. Infipidus.  
 Vorck. Bourche. Furca.  
 Vorsch. Grenouille. Rana.  
 Vorst. Gelée. Gelu.  
 Vort. Pourri. Putridus.  
 Vos. Renard. Vulpes.  
 Vau. Plis. Plicatura.  
 Vracht. Voiture. Vectura.  
 Vraegh. Demande. Interro-  
 gatio.  
 Vranck. Franc. Liber.  
 Vreck. Chiche. Parcus.  
 Vre. Paix. Pax.  
 Vrees. Crainte. Timor.  
 Vreemt. Estranger. Extraneus.  
 Vreucht. Joye. Gaudium.  
 Vriendt. Ami. Amicus.  
 Vroech. Tempre. Mane.  
 Vroet. Sage. Prudens.  
 Vroet. Echars. Parcus.  
 Vro. Joyeux. Hilaris.  
 Vroom. Preux. Probus.

Vraur. Femine. *Fœmina*.  
 Vrucht. Fruit. *Fructus*.  
 Vry. Libre. *Liber*.  
 Vyr. Heure. *Hora*.  
 Vyt. Hors. *Ex*.  
 Yyl. Chathuant. *Bubo*.  
 Y. Vous. *Tibi*.  
 Yurft. Prince. *Princeps*.  
 Yuyt. Ord. *Sordidus*.  
 Yuyft. Poing. *Pugnis*.  
**W**acht. Garde. *Custodia*.  
 VVaeck. Veille. *Vigilia*.  
 VVaen. Prefomption. *Præsumptio*.  
 VVaer. Ou. *Ubi*.  
 VVaer. Marchandise. *Merx*.  
 VVaer. Vray. *Verus*.  
 VVaegh. Balance. *Libra*.  
 VVal. Remparts. *Vallum*.  
 VVandt. Parois. *Paries*.  
 VVang. Iouë. *Mala*.  
 VVan. Van. *Vannus*.  
 VVant. Car. *Nam*.  
 VVant. Gand. *Manica*.  
 VVas. Cire. *Cera*.

VVat. Quoi. *Quid*.  
 VVeb. Fil pour tistre. *Textura*.  
 VVech. Chemin. *Iter*.  
 VVeer. Belier. *Aries*.  
 VVeer. Temps. *Tempus*.  
 VVeer. Derechef. *Iterum*.  
 VVee. Malheur. *Væ*.  
 VVeech. Parois. *Paries*.  
 VVeyck. Mol. *Mollis*.  
 VVeer. Guefde. *Glaftum*.  
 VVeeld. Delice. *Delitiz*.  
 VVeer. Toutes armes de defence. *Arma*.  
 VVeert. Hofte. *Hofpes*.  
 VVeers. Orphelin. *Pupillus*.  
 VVeck. Sepmaine. *Septimana*.  
 VVelck. Quel. *Quis*.  
 VVel. Bien. *Bene*.  
 VVenfch. Souhait. *Optio*.  
 VVerck. Estoupe. *Stupa*.  
 VVerck. Oeuvre. *Opus*.  
 VVerf. Cas. *Acta*.  
 VVerm. Chaud. *Calidus*.  
 VVerp. Ieft. *Iaftus*.

VVesp. Guefpe. *Vefpa*.  
 VVest. Occident. *Occidens*.  
 VVet. Loy. *Lex*.  
 VVey. Mefgue. *Serum*.  
 VVicht. Enfant. *Puer*.  
 VVicht. Pois. *Pondus*.  
 VVie. Qui. *Quis*.  
 VVieck. Tente. *Pannus*.  
 VViegh. Berceau. *Cunæ*.  
 VViel. Voile de Nonnain. *Velum*.  
 VViel. Rouë. *Rota*.  
 VVilt. Sauvage. *Silvester*.  
 VVil. Volonté. *Voluntas*.  
 VVinck. Cil d'œil. *Nictus oculi*.  
 VVint. Vent. *Ventus*.  
 VVint. Gain. *Quæftus*.  
 VVip. Bafcule. *Tollenon*.  
 VVifch. Torchon. *Penicillus*.  
 VVis. Viorne d'osier. *Vimen*.  
 VVis. Certain. *Certe*.  
 VVit. Blanc. *Albus*.  
 VVoest. Defert. *Defertus*.  
 VVolck. Nuëe. *Nubes*.

VVolf. Loup. *Lupus*.  
 VVol. Laine. *Lana*.  
 VVond. Playe. *Plaga*.  
 VVoort. Mot. *Verbum*.  
 VVorft. Sauciffe. *Botulus intestinaris*.  
 VVout. Forest. *Silva*.  
 VVraeck. Vengeance. *Vindicta*.  
 VVrat. Verrue. *Verruca*.  
 VVreet. Cruel. *Crudelis*.  
 VVronck. Torfement. *Torfio*.  
 VVelp. Jeune chien. *Catulus*.  
 VVulps. Folaftre. *Lafivus*.  
 VVurm. Ver. *Vermis*.  
 VVy. Nous. *Nos*.  
 VVydt. Large. *Amplus*.  
 VVyf. Femme. *Mulier*.  
 VVyl. Temps vacant. *Spantium*.  
 VVyn. Vin. *Vinum*.  
 VVys. Sage. *Sapiens*.  
 Zier. Ciron. *Chiron*.

## 158. Noms &amp; Surnoms Latins d'une syllabe.

**A**b. Abs. *De*. *Van*.  
 Ac. Et. *Ende*.  
 Ad. A. *Tot*.  
 Æs. Cuivre. *Coper*.  
 Ah. Ach. *Ach*.  
 An. Adverbium interrogantis.  
 Ars. Art. *Conft*.  
 Arx. Chateau. *Borch*.  
 As. Livre. *Pont*.  
 Ast. Mais. *Maer*.  
 At. Mais. *Maer*.  
 Au. Interjectio consternati animi.  
 Aut. Ou. *Oft*.  
**B**is. Deux fois. *Tyveemael*.  
 Bos. Bœuf. *Os*.  
**C**alk. Chaux. *Kalck*.  
 Cis. Deça. *Op dees fijde*.  
 Clam. En cachette. *Heymelick*.  
 Cor. Cœur. *Hert*.  
 Cos. Queü. *VVetsteen*.  
 Cras. Demain. *Morghen*.  
 Crus. Lambe. *Been*.  
 Crux. Croix. *Cruxs*.  
 Cum. Avec. *Met*.  
 Cur. Pourquoi. *VVaerom*.  
**D**e. De. *Van*.  
 Dos. Dost. *Houvelicke gift*.  
 Dux. Duc. *Leydtman*.  
**E**. De. *Uyt*.  
 En. Voici. *Siet hier*.  
 Et. Et. *Ende*.  
 Ex. De. *Uyt*.  
**F**œx. Lie. *Ghif*.  
 Falk. Faulx. *Sickel*.  
 Fas. Licite. *Toeghelaten*.  
 Fax. Fallot. *Torts*.  
 Fel. Fiel. *Gal*.  
 Flos. Fleur. *Bloem*.

Fons. Fontaine. *Born*.  
 Frons. Fueille. *Blat*.  
 Frons. Front. *Stirn*.  
 Fur. Larron. *Dief*.  
**G**it. Genus feminis.  
 Glans. Gland. *Eeckel*.  
 Glos. Sœur de mon mari. *Mijns mans fuster*.  
 Grex. Troupeau de bestes. *Kud*.  
 Grus. Grue. *Craen*.  
**H**a. A. A.  
 Hac. Par ci. *Lancx hier*.  
 Heu. Helas. *Eylas*.  
 Heus. He. *Hau*.  
 Hic, Hæc, Hoc, Hunc, Hanc, Hi, Hæ, Hos, Has, His.  
 Hinc. D'ici. *Hier af*.  
 Huc. Ici. *Hervvaert*.  
 Hyems. Hyver. *VVinter*.  
**I**am. Ia. *Nu*.  
 Id. Cela. *Dat*.  
 In. En. *In*.  
 Is. Ea. *Id*.  
 Ius. Ius. *Sop*.  
 Ius. Droift. *Recht*.  
**L**ac. Laift. *Melck*.  
 Lanx. Baffin. *Schael*.  
 Lar. Foyer. *Heerdt*.  
 Laus. Los. *Lof*.  
 Lex. Loy. *VVet*.  
 Lis. Noife. *Tvvift*.  
 Lux. Lumiere. *Licht*.  
**M**e.  
 Mel. Miel. *Honich*.  
 Mens. Sens. *Sin*.  
 Merx. Marchandise. *VVaer*.  
 Mons. Montaigne. *Berch*.  
 Mors. Mort. *Doot*.  
 Mox. Tantost. *Terftont*.  
 Mus. Souris. *Muys*.

**N**æ. Certainement. *VVaerlick*.  
 Nam. Car. *VVant*.  
 Ne. Non. *Niet*.  
 Nil. Rien. *Niet*.  
 Nix. Neige. *Sneeu*.  
 Non. Non. *Neen*.  
 Nos. Nous. *VVy*.  
 Nox. Nuißt. *Nacht*.  
 Num. Adverb.  
 Nunc. Maintenant. *Nu*.  
 Nux. Noix. *Neut*.  
**O**. O. O.  
 Ob. Pour. *Om*.  
 Oh. Interject.  
 Os. Bouche. *Mont*.  
 Os. Os. *Been*.  
**P**ar. Paire. *Paer*.  
 Pax. Paix. *Paecys*.  
 Per. Par. *Door*.  
 Pes. Pied. *Voet*.  
 Phy. Interject.  
 Pix. Poix. *Pec*.  
 Plebs. Peuple. *Ghemeinte*.  
 Plus. Plus. *Meer*.  
 Pons. Pons. *Brug*.  
 Post. Depuis. *Nac*.  
 Pra. Devant. *Voor*.  
 Pro. Pour. *Voor*.  
 Proh. Interject.  
 Puls. Papin. *Pap*.  
 Pus. Bouë. *Erter*.  
**Q**uis, Qui, Quæ, Quod, Quid.  
 Quin. Que ne. *Dat niet*.  
 Quot. Combien. *Hoe veel*.  
 Quum. Quand. *Als*.  
**R**es. Chose. *Dinck*.  
 Ros. Rosée. *Dau*.  
 Rus. Les champs. *Velt*.  
**S**al. Sel. *Saut*.  
 Sat. Afez. *Ghenouch*.

Scobs. Sciure. *Saeghmeel*.  
 Scrobs. Fosse. *Gracht*.  
 Se. Accuf.  
 Sed. Mais. *Maer*.  
 Seps. Haye. *Tuyn*.  
 Seps. Serpens.  
 Seu. Ou. *Oft*.  
 Sex. Six. *Ses*.  
 Si. Si. *Ist dat*.  
 Sic. Ainfi. *Soo*.  
 Sin. Mais si. *Maerift dat*.  
 Sol. Soleil. *Son*.  
 Sons. Coupable. *Mifdadich*.  
 Sors. Fortune. *Fortune*.  
 Spes. Esperance. *Hoop*.  
 Splen. Rate. *Milt*.  
 Stips. Denier. *Penninck*.  
 Sturps. Racine. *Struyck*.  
 Sub. Sous. *Onder*.  
 Sus. Porc. *Soch*.  
**T**am. Tant. *Soo feer*.  
 Tax. Son de fouët. *Clets*.  
 Ter. Trois fois. *Driemael*.  
 Thus. Encens. *VVicroock*.  
 Tot. Autant. *Soo veel*.  
 Trabs. Poultre. *Balc*.  
 Tres. Trois. *Drie*.  
 Trux. Cruel. *VVreet*.  
 Tu. Toy. *Ghy*.  
 Tunc. Adonc. *Dan*.  
**V**æ. VVee.  
 Vas. Vaiffeau. *Vat*.  
 Ve. Ou. *Oft*.  
 Vel. Ou. *Oft*.  
 Ver. Printemps. *Lenten*.  
 Vir. Homme. *Man*.  
 Vis. Force. *Stêrte*.  
 Vix. Agrand'peine. *Naulix*.  
 Vos. Vous. *Ghylien*.  
 Vox. Voix. *Stem*.  
 Urbs. Ville. *Stadt*.  
 Ut. Afin. *Op dat*.



220. Noms & Surnoms Grecs d'une syllabe.

|                               |                             |                           |                                 |
|-------------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------------------------|
| Α'ε. mensis September.        | Θ'ω. Cuiulus.               | Μ'ωψ. Cui hebes acies o-  | Σ'αρεξ. Caro.                   |
| Α'εζ. Capra.                  | Θ'ης. Debitor.              | culorum.                  | Σ'ειρ. Sol.                     |
| Α'λε. Sal, mare.              | Θ'ηρ. Fera.                 | Ν'αι. Cestè.              | Σ'ωδς. Vermis.                  |
| Α'λεξ. Potentia.              | Θ'ης. Mercenarius.          | Ν'αυς. Navis.             | Σ'ης. Tinea.                    |
| Α'ν. Si.                      | Θ'ι. Littus.                | Ν'ες. Mens.               | Σ'ηψ. Serpens.                  |
| Α'ς. εως. Usquequod.          | Θ'ις. Nomen piscis.         | Ν'υν. Nunc.               | Σ'κωρ. Merda.                   |
| Α'υ. Autem.                   | Θ'εξ. Nomen avis.           | Ν'υξ. Nox.                | Σ'κωψ. Avis loquax.             |
| Α'ψ. Adverbium & con-         | Θ'ερς. Capillus.            | Ν'ωψ. Lusciosus.          | Σ'δς. Tuus.                     |
| unct.                         | Θ'ριψ. Vermiculus.          | Ξ'ω pro ουν. Cum.         | Σ'πλω. Splen.                   |
| Β'εκ. Panis.                  | Θ'ριψ. Parcus.              | Ο'. Hic.                  | Σ'παις. Farina.                 |
| Β'ηξ. Tuffis.                 | Θ'ωθ. September apud Æ-     | Ο' pro οτα. Ubi.          | Σ'πξ. Turma continens           |
| Β'λαξ. Mollis.                | gyptios.                    | Ο'ς. Qui.                 | viros trecentos.                |
| Β'ληρ. Musca.                 | Θ'ως. Genus lupi.           | Ο'υκ. Non.                | Σ'τεργξ. Avis.                  |
| Β'ληξ. Assidue.               | Θ'ωψ. Adulator.             | Ο'υν. Ergo.               | Σ'τερες, id est, Σ'τερεθς. Paf- |
| Β'ς. Bos.                     | Γ'ν five ις. Genus mensuræ. | Ο'υς. Auris.              | fer avis.                       |
| Β'ελξ. Lactuca.               | Γ'ξ. Vermis.                | Ο'ψ. Vox.                 | Σ'υ. Tu.                        |
| Β'υξ. Profunditas.            | Γ'ς. Nervus.                | Π'α. Qua, Quod, Ubi.      | Σ'υς. Sus.                      |
| Β'ωξ. Genus piscis.           | Γ'ψ. Vermis.                | Π'αι Idem.                | Σ'φλω. Cuneus quo ligna         |
| Β'ως. Tergus bubulum.         | Κ'αι. Nam.                  | Π'αις. Puer.              | scinduntur.                     |
| Γ'αρ. Nam.                    | Κ'αν quamvis, pro κατ' εαν. | Π'ας. Omnis.              | Σ'φηξ. Vespa.                   |
| Γ'η. Terra.                   | Κ'αρ. Caput.                | Π'αξ. Genus calceamenti.  | Σ'φιγξ. Sphinx animal.          |
| Γ'λαξ. Herbæ genus.           | Κ'ηξ. Genus avis.           | Π'αρ pro παρα. A, Ab, Ex. | Σ'ως. Salvus.                   |
| Γ'λαυς. Noctua.               | Κ'ηρ. Cor.                  | Π'αυ pro παυσαι. Pausa.   | Τ'αρ. Autem.                    |
| Γ'νυξ. Genu.                  | Κ'ις. Vermis.               | Π'η. Qui.                 | Τ'ις. Quis, Aliquis.            |
| Γ'εν five γων pro γ' εν. Igi- | Κ'λαξ. Clavis.              | Π'λαξ. Tabula.            | Τ'ρες. Tres.                    |
| tur.                          | Κ'λων. Ramus.               | Π'λω. Præter.             | Τ'εις. Ter.                     |
| Γ'ραυς. Anus.                 | Κ'λωψ. Fur.                 | Π'ληξ. Stimuli genus.     | Τ'ρυξ. Fax.                     |
| Γ'ρυξ. Sordes unguium.        | Κ'νιψ. Culex.               | Π'ληξ. Gressus.           | Τ'ρωξ. Gurgulio.                |
| Γ'υψ. Vultur.                 | Κ'νωψ. Cæcus.               | Π'λης. Navigatio.         | Τ'υ. Tu.                        |
| Δ'ω, vel Δ'ε. Autem.          | Κ'οιξ. Plantæ genus.        | Π'νωξ. Suffocatio.        | Τ'ως. Sic.                      |
| Δ'αις. Convivium.             | Κ'ξ. Ubi.                   | Π'οι. Quodammodo.         | Υ'ς. Sus, & piscis nomen.       |
| Δ'ας. Fax.                    | Κ'εας. Caro.                | Π'ξ. Ubi, Partim, Alibi.  | Φ'αψ. Avis genus.               |
| Δ'ε. Oportet.                 | Κ'εας. Caput.               | Π'ξς. Pes.                | Φ'ευ. Heu.                      |
| Δ'εν. Corpus.                 | Κ'ει pro κελη. Hordeum.     | Π'εαν pro πεωλω. Dudum.   | Φ'ηρ pro ηηρ. Fera.             |
| Δ'η. Sanè.                    | Κ'τας. Pecten.              | Π'ειν. Prius.             | Φ'ηρξ. Pedunculus, etiam        |
| Δ'ω. Diu.                     | Κ'περ. Possessio.           | Π'ερδ. Ante.              | medium clavi.                   |
| Δ'ηξ. Vermis lignum cor-      | Κ'πις. Viverra.             | Π'ερδξ. Animal cervo si-  | Φ'θους. Genus placentæ.         |
| rodens.                       | Λ'αξ. Adverbium, cum        | mile.                     | Φ'λοξ. Flamma,                  |
| Δ'ις. Bis.                    | calcibus.                   | Π'ερδς. Per, Ad.          | Φ'ρω. Præcordia.                |
| Δ'μως. Servus.                | Λ'ας. Lapis.                | Π'ρων. Eminentia montis.  | Φ'ελξ. Maris vel fluctuum       |
| Δ'ορξ. Caprea.                | Δ'ις. Leo.                  | Π'ρωξ. Ros.               | fremitus.                       |
| Δ'εξξ. Manipulus.             | Δ'ις. Pannus lineus.        | Π'πυξ. Genus avis.        | Φ'υξ. Adverbialiter cū fuga.    |
| Δ'εις. Virtus.                | Δ'υγξ. Inanis singultus.    | Π'πυξ. Plicatura.         | Φ'ωρ. Fur.                      |
| Δ'ευς. Quercus.               | Δ'υγξ. Feræ genus.          | Π'τωξ. Timidus.           | Φ'ωρ. Genus apum.               |
| Δ'ω pro δωμα. Domus.          | Δ'υξ. Lux.                  | Π'νξ. Adverb. pugnis.     | Φ'ως. Inustio ab igne facta     |
| Δ'ως. Dos.                    | Δ'ωψ. Chlamys.              | Π'υρ. Ignis.              | in cruribus.                    |
| Ε' five εω. Si.               | Μ'ω. Adverbium jurandi.     | Π'υς. Quod.               | Φ'ως. Vir.                      |
| Ε'ιρ. Procella.               | Μ'αν. Quidem.               | Π'ω ubi, pro πωθεν.       | Φ'ως. Lux.                      |
| Ε'ις. Unus.                   | Μ'αψ. Frustrà.              | Π'ως. Quomodo.            | Χ'ειρ. Manus.                   |
| Ε'κ five Ε'ξ. Ex.             | Μ'εις pro Μλω mensis.       | Ρ'α. Genus radicit.       | Χ'η. Oportet.                   |
| Ε'ν five Ε'ν, Ε'ις, Ε'ς, In.  | Μ'εν. Tamen, quidem.        | Ρ'αξ. Acinus uvæ.         | Χ'λης. Herba.                   |
| Ε'ξ. Sex.                     | Μ'η. adverb. Ne.            | Ρ'ω. Ovis.                | Χ'νς. Lanugo.                   |
| Ε'υ. Bene.                    | Μ'ω. Mensis & adverbium     | Ρ'ιν. Naris.              | Χ'ς. Agger.                     |
| Ζ'αψ. Marc.                   | tamen.                      | Ρ'ις. Nafus.              | Χ'ς. Congius.                   |
| Ζ'ειρ. Genus vestis.          | Μ'να. Mina.                 | Ρ'ιψ. Vimen flexile.      | Χ'ης, & χρως. Corpus.           |
| Ζ'δς five Δ'δς, Ζ'αν, Ζ'λω.   | Μ'νς. Lana tenerrima cum    | Ρ'ις. Fluxus.             | Υ'ιξ. Mica.                     |
| Iupiter.                      | qua nascuntur agni.         | Ρ'ωξ. Rupes.              | Ω'λεξ. Sulcus.                  |
| Ζ'ως. Vivus.                  | Μ'υς. Mus.                  | Ρ'ωψ. Virgultum.          | Ω'ς. Ut.                        |
| Ζ'ων. Animal.                 | Μ'ων. An.                   | Σ'α. Incolumbia.          | Ω'ψ. Facies.                    |

Jusqu'icy sont décrits les noms, & verbes primitifs selon nostre dessein ; mais qu'en la composition avec ce qu'ils sont plus courts, qu'ils soient aussi plus certains que les Grecs, comme il est dit cy dessus, cela se void en ce que le cōmmon peuple bas-Alemand, ignorant, & qui ne sçait ny A ny B, fait la composition sans y penser, ou qu'il en sçache rien ; la cause de cecy estant la propriété de la langue, & de la fermeté des reigles si bien ordonnées.

Comme par exemple, si quelqu'un pour couper du liege use d'un certain couteau propre à cela, il appellera iceluy sans premeditation quelconque *corck-mes*, combien que jamais il n'ayt ouy ce mot ainsi composé, voire mesme est entendu des autres, comme si le mot eust esté pièce en usage, assavoir que c'est un couteau qu'on veüt dire avec lequel on est accoustumé de couper du liege : & un chacun d'iceux l'eust appelé avec les mesmes syllabes & de mesme ordre, à cause de la propriété de la langue nul ne dit *mes-corck*, ny n'use en cela d'autre accident ny de syllabe. L'on pourroit amener icy plusieurs autres exemples de la composition du bas-Alemand, mais tout ainsi qu'il ne seroit de besoin de demonstrier par plusieurs raisons, où c'est qu'on peut recouvrir de l'air, veü que nous ne sortons hors d'iceluy, tout ainsi est-il inutile de ramasser plus d'exemple que le precedent de *corck-mes*, pource qu'au mesme langage se fait composition de tout ce qui se peut rencontrer.

On pourroit icy mettre en avant beaucoup de particularitez de ceste langue ; mais puis que cela seroit suffisant d'une Grammaire expresse, à cest effect nous passerons outre, horsmis trois certains vieux termes tirés de la veüe, qui font penser plus avant en ceste langue : assavoir *Steroo ghen*, *Sprietooghen*, & *Aenschauvven*. Il est notoire qu'avec *Steroo ghen* nous entendons, voir bien attentivement ; ou jeter la veüe sur quelque chose à bon escient ; mais entre les objects qui requerent d'estre ainsi veus, je n'en trouve point, où il faille user d'une plus grande acieré & diligence qu'és estoiles, alors que le Soleil est levé ; car si on n'y regarde de bien pres, & continuellement, ou si on n'exhibe des instrumens propres à cest effect, il est à craindre que s'en detournant tant soit peu, qu'on ne les perde de veüe pour ceste fois là, comme je l'ay trouvé par experience. Si donc l'object des estoiles est le plus aigu qui se puisse presenter à nos yeux, ce ne sera sans raison que ce mot de *Steroo ghen* derive de là, & par consequent d'icy se pourroit conclurre que les bas-Alemands, ont esté autrefois des excellens *Steroo ghers* (ou spectateurs des estoiles) voire en ceste partie d'aspection dont *Hyparchus* ny *Ptolomé* ne se sont apperceüs aucunement, comme il a esté dit cy dessus plus amplement.

Touchant le mot *Sprietooghen*, lequel signifie ou ne voir pas bien, ou voir deux choses pour une, il convient sçavoir qu'avec ce mot *spriet* l'on veut dire, *troix*, comme l'antenne d'un navire qui croise le mast : Il y en a qui disent *sprietvvech* pour *cruysvvech* carrefour. Tellement que *sprietooghen* vaut autant que *yeux croisans* ; ce sont yeux dont les raids ne se produisent parallèles, comme d'un bien-voyant ; mais se croisent devant que parvenir à l'object, comme les louches voyent deux choses pour une à cause de cela ; partant ce mot est tiré des circonstances de la veüe, comme de croisement des raids.

Quant au mot *Aenschauvven*, il est notoire que l'on ne voit nulle chose essentiellement ; mais seulement son ombre, comme il se verra plus amplement en la pre-

miere postulation du premier livre de la Scenographie suivante : Tellement que tout ce que nous voyons n'estant que l'ombre de la chose ; *schauvven*, & partant *regarder*, *aenschauvven* & *aensien* sont usurpez en une mesme signification par les bas-Alemands. D'où se peut remarquer qu'iceux ont eu bonne cognoissance des propriétés de telles ombres.

En somme ceux qui considerent droictement avec intelligence ceste langue, ont autant de subject de s'esmerveiller, que des autres marques descrites à la sixieme Definition ; car qu'entre une mesme nation, s'ayent peu trouver tant de personnes sçavantes, qui ayent cogtu la force des mots monosyllabes, tellement qu'ils en ayent formé, & parfaict un langage de monosyllabes, & aussi ne m'en puis-je assez esmerveiller. Le monde n'est maintenant pourveu de tels hommes ; ny n'a esté trouvé, par quelque relique ny monument que ce soit, en quel temps ils ayent esté. Tant seulement j'ose bien affirmer franchement par le témoignage qui nous reste de ceste langue monosyllabe, & par son artificielle facture, comme des mots qui sont en icelle cy-dessus dits, qu'elle a esté formée de ceux du siecle sage incognü. Ce qui me fait presumer que si elle vient à estre recognuë en son essence primitive, & soit remise dessus, comme il appartient, qu'elle ne donnera pas petit avantage à la maturité d'un siecle sage.

Mais pour parvenir à une telle cognoissance fondamentale, il seroit besoing de sçavoir en quel quartier est le meilleur bas-Alemand, afin que ceux qui le barbarisent, puissent ramander leur langage. S'il m'en falloit dire mon opinion, je ne cognois nul lieu en toute la Germanie, où l'on observe plus parfaitement les monosyllabes, & parle plus purement qu'en la Noorthollande, c'est à dire en la Hollande Septentrionale. Un fort docte personnage m'a envoyé une grande quantité de mots monosyllabes de la susdicte Noorthollande, qui ne sont pas compris és precedens ; ce que j'eusse fait aussi, veü que je ne les ay pas recognus avec petit contentement ; mais estimant que la matiere requeroit d'estre plustost formée d'un escrivain du mesme idio-me, que par moy, j'ay estimé estre plus utile d'exhorter un chacun des plus experimentés d'iceux à tel effect. A cela j'adjouste qu'il me desplaist grandement de voir le grand degüst qui est appareillé à ceste plus excellente relique de ce langage bas-Alemand, voire qui a ja commencé ; pource que beaucoup d'entre ceux de Noorthollande, ne cognoissant pas la bonté d'iceluy, disent qu'elle est trop claire, & en la deschirant la meslangent avec le bas-Alemand des estrangers, qui y habitent à cause du traffique ; mais puis que l'on n'y peut remedier par force, on laissera tout avoir son cours.

Jusques icy a esté déclaré ce qui estoit proposé au troisieme Article, assavoir où gist la bonté du langage là où j'ay pris le bas-Alemand pour exemple : toutefois s'il se trouvoit ( outre mon sçeu ) un meilleur langage, on en pourroit donner meilleur exemple.

#### Declaration du 4 Article.

Quelqu'un ignorant l'ordre & methode du siecle sage, pourroit dire que l'apprentissage, & la retention de tant de diverses matieres subtiles que les arts liberaux contiennent, ne se peut faire sans amener quant & soy une vie penible, & une negligence des choses plus necessaires à l'œconomie, & qui sont, comme on dit, fumer la cheminée ; voire il s'en trouve de tels qu'ils peuvent croire comment cest exercice de SON EXCELLENCE, ( au milieu d'un Gouvernement dont la renommée

nommée circuit toute la terre) se puisse faire sans le detrimement d'autres affaires de plus grande importance. Or cecy sonne aux oreilles de ceux qui entendent que c'est que de la methode du siecle sage, ne plus ne moins que si un idiot des lettres, s'esmerveilloit comment il seroit possible que lon retienne continuellement le nom & forme des caracteres, la maniere de lire & prononcer, & autres circonstances que la Grammaire apporte quant & foy, sans negliger les autres affaires? Mais tout ainsi qu'on respondroit là dessus, que telle exerce, & rememoracion du lire & escrire n'est penible, qu'au contraire elle apporte un soulagement & facilité; voire qu'il seroit plus esmerveillable que quelqu'un puisse manier de grandes affaires, sans avoir cognoissance des lettres: Pareillement on leur respondroit que l'apprentissage & exerce des sciences liberales, par une methode du siecle sage, n'est nullement penible, & difficile, ny n'apporte detrimement en d'autres affaires, qu'au contraire elle ameine un esclarcissement en toute façon; & qu'il seroit plus esmerveillable comment quelqu'un seroit propre & capable de grandes choses sans la cognoissance d'icelles.

Mon dessein a esté de descrire ceste methode, sans laquelle il semble estre impossible que les anciens du siecle sage ayent peu parvenir en si grande cognoissance, & de ce, autant qu'il m'est notoire, la divisant en 5 parties:

En premier lieu, des membres des propositions Mathematiques.

2. Des Definitions.
3. De la Dichotomie.
4. De l'Anaphore.
5. De la Conjonction de la Theorie & Pratique.

#### DES MEMBRES DE LA PROPOSITION MATHEMATIQUE.

ON juge par des argumens assez bastans, que les *Elemens d'Euclides*, sont encor des reliques du siecle sage, comme il a esté dit plus amplement en la sixiesme definition cy-dessus, desquels les propositions sont divisées en deux genres, problemes & theoremes, lesquels ont plusieurs membres. En premier lieu la commune proposition a *Le donné, Le requis, la Construction & Demonstration*, ce qui est puis apres prouvé par plusieurs exemples; combien que quelques Commentateurs d'*Euclides* n'y ayent fait nulle distinction, demonstrent, en faisant la construction; mais ce n'est pas suivre l'ordre du siecle sage (ce qui soit dit non pas par mespris, mais pour declarer le proposé:) car puis que les propositions des anciens estoient departies en membres, il les falloit distinguer, autrement ce ne seroient membres; comme si on fendoit une image de cire qui aye plusieurs membres, teste, bras & jambes, alors ils ne seront plus membres, combien que ce soit encor la mesme matiere.

Or l'utilité de la distinction des membres est telle: SON EXCELLENCE lisant quelque traicté, où les membres sont distinguez, comme j'ay fait en ces Memoires-cy, tant qu'il m'a esté possible, premierement il les lisoit bien attentivement, en sondant interieurement le contenu des Propositions, tant Problemes, que Theoremes. Ce qu'ayant bien entendu & remarqué, en practiquant les mesmes, il s'est contenté des constructions simplement, (delaisant les propositions en arriere, comme aussi les demonstrations qu'il avoit une fois approuvées auparavant) pour les suivre par effect. Or on n'en peut pas faire de mesme, là où les membres sont

confusément entrelassez l'un dans l'autre, pource qu'on est contraint d'entendre la demonstration quant & quant la construction; ce qui ne se peut faire, sans faire de longues meditations, avec les citations d'autres livres, qui sont cause d'interrompre le fil du chemin qu'on s'avoit proposé de tenir, ce qui fait que les apprentifs des disciplines Mathematiques se lassent, en les trouvant si obscures.

Quant à ce que quelqu'un objecteroit qu'on pourroit, en lisant laisser la demonstration és susdicts meslanges, & seulement voir l'operation ou construction. Je respons que cela ne se peut bien faire, parce que l'on ne sçait pas en lisant, si ce qui appartient à la seule demonstration, est necessaire ou non, à l'intelligence de la construction; veu que l'escrivain ou l'inventeur mesme, quelque temps apres en pourroit douter: mais la construction estant separée, & succinctement couchée par escrit, sans estre aggravée de choses qui ne luy appartiennent pas, est mieux suivie de point en point, tenant la conclusion d'icelle pour chose infaillible, sans rencontrer les difficultés susmentionnées. Et combien qu'aucuns traictans des choses de Mathematiques, meslent non seulement les membres des propositions, comme la construction avec la demonstration, mais aussi meslent des problemes entiers avec des theoremes, en faisant de cela ce qu'ils appellent communement *Elemens*; toutesfois j'estime pour les raisons deduites cy-dessus que l'ordre naturel qui estoit en vogue au siecle sage, n'y est nullement suivy, ny que la pretendue brevete y apporte brevete quelconque proprement. Tout ainsi comme si en multipliant, divisant, ou extrayant la racine quarrée, on soit tenu d'en comprendre à chaque fois la raison pourquoi & comment une telle façon de faire, ameine à fin une veritable conclusion, je laisse à penser comment cela causeroit un rompement de teste inutile, devant qu'on parvienne au produit, quotient, ou racine requise; aussi pareillement s'entendra comment les propositions en Mathematique causeront des difficultez, quand elles seront ainsi basties.

Or afin de seulement declarer plus amplement la methode, je mettray encor en avant les escrits de *Ptolomé*, (sans toutesfois le mespriser en façon quelconque) & encore bien qu'iceux, à raison de leur bonne consequence, semblent estre tirés des livres qui avoient esté escrits auparavant en vraye methode Mathematique au siecle sage, toutesfois ils ne sont escrits d'un stile Mathematique, mais bien historique, sans que les definitions & les propositions soient distingues; tellement que pour l'intelligence de quelque chose l'on puisse estre renvoyé, là où la chose soit plus clairement specificée; mais seulement que ce qui y est une fois dit, il faut necessairement qu'il soit entendu, & retenu, sans s'attendre d'estre renvoyé deormais en ce passage-la, laquelle defectuosité ayant esté remarquée de *Purbache, Regiomonte, & Copernique*, & autres commentateurs d'icelui *Ptolomé*; ont reduit ses escrits en methode d'*Euclides*, ou du siecle sage, avec des definitions, theoremes & problemes bien redigés en ordre.

#### DES DEFINITIONS.

A Ceste distinction de la construction d'avec les autres membres se trouve conjointement encor une particularité en *Euclides*, touchant la methode aussi, assavoir que les termes de l'art sont definis, devant que d'entrer en la matiere, & és propositions, qui usent de ces termes-la. Ce que la raison naturelle mesme requiert, veu que les sciences ayant besoin de termes qui

leur sont propres, & qui ne sont pas en usage és propos familiers, & au partir de là sont nécessaires d'estre entendus pour l'intelligence de la chose qu'ils déclarent; ce n'est pas donc sans raison de les apprendre devant les autres parties d'icelles. Partant elles sont assez commodément mises ensemble par ordre au commencement d'un livre, tant pour l'aide de l'inventeur que de l'apprentif; car l'Auteur en la composition de ses propositions pourra plus aisément corriger lesdits termes qui ne sont pas à son jugement assez clairs, alors qu'ils sont redigez en un, que non pas quand ils sont dispersés çà & là, és lieux où ils ont esté mis de nécessité; pareillement le disciple ou apprentif y trouvera son avantage, en partie pource que la doctrine & apprentissage des mots estant d'une autre nature que non pas la matiere mesme, & ainsi y procede plus aisément: & qui plus est, les mots estans bien enchainez, se déclarent d'autant plus facilement. En partie que le disciple estant desia parvenu aux propositions, retrouve plus aisément leurs definitions, si en cas quelqu'une luy est eschappée de la memoire.

Il ne conviendra pas mal à ce que dessus, si je deduis icy comment j'ay experimenté que ceste reigle est naturelle, à mon jugement: comme ainsi soit, que j'aye eu plus besoing de sçavoir quelque chose des ouvrages, en Terrains, Ozieres, Charpenteries, Maçonneries, & de fer (& autres qui seront plus amplement redigées en l'Architecture) que je n'en eusse peu apprendre par les livres, ou des Mathematiciens; à ceste fin, m'ayant servi d'un chacun mannouvrier d'icelles en particulier; & pour aussi tant mieux avancer en ceste affaire, voulant suivre l'ordre du siecle sage, je m'enquerrois de la signification de leurs termes d'art que j'ignorois, autant que je pouvois remarquer m'estre nécessaire, & les ayant mis en escrire par ordre commé definitions, après les avoir retenu par cœur, je parlois si proprement à eux, que nous nous entr'entendions l'un l'autre, comme si j'eusse esté toujours avec eux, estant par ce moyen parvenu facilement en la cognoissance de ce qui autrement eust requis un plus long temps. Or ainsi que ce ramas & apptentissage des definitions des sciences mechaniques, a esté nécessaire devant que de venir à la chose, ainsi en est-il aux arts liberaux.

Il faut encor remarquer qu'en mon Arithmetique Françoisé, j'avois ramassé toutes les Definitions au commencement du livre theoric, lesquelles ont esté appellées la premiere partie: la cause de cela estoit à celle fin de garder l'ordre de la Dichotomie en tout & par tout, selon le contenu de la Table d'iceluy, mise au commencement derrier l'Argument. Mais si c'estoit encor à refaire j'eusse mis devant chaque partie, ou livre de diverse qualité, leurs propres Definitions à l'exemple d'*Euclides*, comme j'ay fait en ces presens memoires; car la Dichotomie n'en est pas moins suivie.

#### DE LA DICHOTOMIE.

**E**T d'autant qu'aucuns estiment, que la Dichotomie n'est qu'une chose imaginaire, tenans que la Division en 10, 12, ou davantage de parties, fait tout autant en la chose comme icelle. Jen diray icy plus amplement mon opinion: quant à ce que *Platon* en son livre politique, & *Aristote* au 1. livre des parties des animaux, en parlent bien apertement, sans toutesfois qu'ils ayent beaucoup suivi ceste reigle en leur stile, cela semble estre advenu à cause qu'ils en pouvoient

avoir leu quelques reliques du Siecle sage, & par consequent qu'en iceluy siecle la Dichotomie a esté en usage; & ce d'autant davantage qu'icelle se remarque clairement és escrits d'*Euclides*; esquels les demonstrations posterieures dependent des prieures, estans tenus pour reliquaires dudit Siecle sage; & partant puis que ceste Dichotomie n'est une chose vaine ou frivole, je declareray l'opinion que j'ay de ses proprietéz; & nommement que par icelle se peuvent expliquer avec grande certitude toutes les parties d'un tout, ou les especes d'un genre que l'on veut descrire; qui plus est, que ce qui est premier en la nature, se peut commodément approprier en son lieu, & ce qui suit, apres; tellement que ce qui se dit, n'est pas démontré par une chose suivante ignorée, mais par un precedent connu: comme il appert pour exemple en la Table de l'argument des triangles plats, & en beaucoup d'autres. L'on peut aussi par ceste reigle de Dichotomie, rechercher & démonstrer si toutes les especes sont descrites sans en omettre quelques unes, en quelque traité que l'occasion puisse presenter, comme il est manifeste en la Table qui est à la fin de la 39. proposition des triangles Spheriques, là où se rencontre une telle trisection.

Le costé AC (estant inegal à AB) est  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un quadrant.} \\ \text{moindre qu'un quadrant.} \\ \text{plus qu'un quadrant.} \end{array} \right.$

On eust peu au lieu d'icelle mettre par Dichotomie:

Le costé AC (estant inegal à AB) est  $\left\{ \begin{array}{l} \text{precisement un quadrant.} \\ \text{ou non precisement, mais} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{plus petit.} \\ \text{ou plus grand.} \end{array} \right.$

Tellement que par semblable trisection faite, ayant eu esgard à la Dichotomie, on vient en pareille consequence quant au principal. Et si les parties de quelque division estoient de 12, ou 20, ou davantage de parties, estant faites avec un telegard, sans doute on acquereroit la mesme chose, en la consequence de la matiere; mais d'autant que telle multisection estant construite sans esgard, ny l'aide de la Dichotomie, seroit plus difficile à inventer à l'escrivain, & aussi sans la forme de Dichotomie, difficile au lecteur pour la bien comprendre; il s'ensuivra que telle Dichotomie est une chose nécessaire pour tenir un bon ordre, & partant de bon usage.

Je n'estime pas qu'il soit nécessaire, de parler & mesler les mots de Division tout du long du livre, comme font aucuns; mais bien qu'il suffit avoir compris l'ordre de l'œuvre suivante, en l'argument au commencement du livre, ou bien en une table une fois pour tout. Et combien que ce faire, ou non, n'apporte nul erreur, toutesfois j'ay voulu declarer ce qui m'en a fait prendre l'usage.

Aussi il advient que d'aucuns escrivent des Definitions, & Propositions, seulement pour parfaire la Dichotomie, combien qu'elles soient inutiles à l'affaire, mesme cela ne semble estre nécessaire: puis que la matiere n'est pas écrite, afin qu'il y ait une Dichotomie, mais on a esgard à la Dichotomie, à celle fin de parvenir en une description methodique de la matiere.

Tellement que si quelqu'un pour parfaire la Dichotomie y auroit colloqué des choses inutiles, ou cognees, l'on pourroit dire là dessus par bonne raison, que les mesmes n'estantes nécessaires, ny incognees, n'auront besoing

besoing d'estre escrites, ny declarees consequemment.

Il y en a qui ont pense qu'és escrits d'*Euclides*, n'y avoit nulle forme de Dichotomie, pource que les livres d'Arithmetique sont entrejettez aux livres de Geometrie, & aussi qu'ils ne remarquent la susdicte Dichotomie és Propositions, telle qu'ils s'imaginent estre bien requise. On leur pourroit respondre qu'*Euclides* ne reçoit pas ces livres-la (comme estans des reliquaires du Siecle sage) tout d'un coup, & que ce qu'il a reçu le premier, pourroit estre décrit aussi le premier.

Secondement je ne veux affirmer, ny nier, qu'*Euclides* n'ayt esté expert en la Dichotomie, mais j'oserois bien assurer qu'il apparoit en ses livres des marques fort signalées de la Dichotomie, comme on le pourroit plus précisément demonstrier avec ce que dessus; mais cela a esté delaisié afin d'eviter la prolixité.

### DE L'ANAPHORE.

ON pourra facilement remarquer que j'ay tasché à bon escient, de décrire les propositions qui ont affinité de mots pareils, autant que la ressemblance des choses, ou des propositions le requeroit, (comme il appert és 19 & 21 propositions des triangles spheriques & en plusieurs autres) afin que ce qui est quasi une mesme chose, ne semblast estre diversifié par l'inconvenance des mots, comme si c'estoit tout une autre matiere, ce qui pourroit souvent causer des difficultés non petites à l'apprentif.

Il est bien vray que le contraire se pratique communement, & qu'on cherche autant que faire se peut divers mots d'une mesme signification, un chacun estimant, comme bon Rhetoricien, suivre les reigles de Rhetorique en ceste façon, voulant par là demonstrier qu'il [*copia verborum*] abonde en mots & verbes: mais estant d'autre opinion, puis qu'en la Rhetorique, c'est une reigle des reigles, que l'Orateur doit tascher que les auditeurs ou lecteurs, croient ou concedent son dessein final: d'où procede aussi que celui qui use de mots plus convenables, ensuit d'autant mieux la science: tellement qu'il faut tascher d'user de l'Anaphore quand c'est qu'il vient à point, comme aux Mathematiques où elle se rencontre souvent. Et qu'aussi qu'il ne faut estimer que son usage soit faute d'abondance de mots, puis que comme a esté dit, je l'ay ainsi fait de guet à pend, ny aussi que ce soit contre les reigles de Rhetorique, puis que je fais cas de les avoir suivies: & où elle ne se trouvera avoir esté pratiquée, comme l'on eust bien peu faire, cela est advenu ou bien par haste, ou par inadvertance.

Mais puis que ceste figure d'Anaphore n'apparoitra, peut estre en la translation de ceste œuvre en d'autres langues, où chaque translateur ensuit sa propre fantaisie; je l'ay bien voulu annoter en passant, pour donner à entendre aux lecteurs comme il en est par effect en bas-Alemand; aussi pour ceste cause, laissant un chacun en son opinion, ce m'est assez d'avoir donné raison suffisante de mon fait.

### DE LA THEORIE MESLEE AVEC LA PRACTIQUE.

PVis qu'il y a encor une question (touchant la methode) de la confusion de la theorie avec la pratique, j'en diray icy mon opinion, declarant prealablement leur signification pour les plus rudes & ignares. Theorie est un traité qui est par l'idée fait sans sujet materiel, comme entr'autres theories, se voyent celles

d'*Euclides*, traictant par hypothese des grandeurs, & nombres, & ce separées de toute matiere naturelle. La Pratique, est un traité qui se fait essentiellement de matiere naturelle, comme de mesurer terres, & circuits de villes, & de computer la pluralité de verges qui y sont comprises, & autres choses semblables. La conclusion des propositions theoriques sont parfaites, mais celle de la pratique imparfaites: comme par exemple la theorie trouve & demonstre que le rectangle de la demi perpendiculaire, & de la base d'un triangle Mathematique, est egal à la superficie d'icelui triangle parfaitement, sans excès ny défaut; mais si on mesure par effect un essentiel triangle, sur la terre, ou de matiere plus polie, la conclusion en sera imparfaite, en partie pource que nous ne sçaurions mesurer aucune longitude si précisément, qu'il ne differe bien la milliesme partie de la largeur d'un cheveu, voire que si par accident il se trouvoit de l'avoir mesuré correctement, cela ne se pourroit demonstrier, d'autre part pource que nulle ligne naturelle n'est si droite, ny nulle superficie plane, si platte comme les definitions Mathematiques requerent; ou soit qu'elles soient si droites, ou si plates, cela n'est pourtant probable. La propriété & la fin de la theorie, c'est qu'elle ameine un fondement certain, de la maniere d'operer en la pratique, là où on suit aussi pres la theorie, que la fin d'icelle requiert, pour l'usage humain.

D'où s'ensuit, que quand on redargue d'imperfection les Mathematiques, pource que quelques experiences ne réussissent pas du tout si bien: que la cognoissance de la difference entre theorie & pratique est manquée entre la maniere Mathematique & Mechanique: car la pratique, ou bien la maniere Mechanique est toujours imparfaite pour les raisons que dessus.

Ces deux parties, theorie & pratique, sont tellement diverses, que plusieurs personnes s'adonnent totalement à l'une, sans avoir aucune cognoissance de l'autre; comme il se void en plusieurs professeurs & en leurs auditeurs és Universitez, lesquels s'exerçans continuellement en la theorie, comme aux elemens de Geometrie d'*Euclides*, sans mesurer en effect, terres, rampart, ou vaisseaux, ou quelque autre chose où la pratique est requise: au contraire l'on voit des Arpenteurs (ou mesureurs de terres) lesquels concedent & croient toutes les regles qu'ils mettent en œuvre, sans rechercher en la theorie la raison ny la demonstration: voire il y'en a, qui ne sçavent pas qu'il s'en trouve la cause & la demonstration.

Et que d'aucuns condamnent la theorie sans la pratique, il semble qu'on pourroit donner meilleur jugement sur cela, avec plus de discretion. Comme par exemple, si l'on condamnoit le travail d'un artisan d'abatre tant seulement des arbres en la forest; pource que luy mesme n'en fait des maisons, navires, moulins, escluses, tonneaux, coffres, images relevées en bossé, & choses semblables, ce qui seroit du tout absurde; car combien que tel travail soit penible, & ne semble estre de prime face si necessaire & louable aux passans, toutesfois veu qu'il fournit de matiere à beaucoup d'autres, afin d'exercer par icelle un chacun en son art, son labeur n'est à reprouver en aucune façon; mais s'il les coupoit à celle fin de les laisser pourrir, sans en esperer utilité quelconque, cela seroit du tout inepte. Semblable jugement se doit apporter pour ceux qui exercent la theorie des arts liberaux, car iceux peuvent donner matiere aux praticiens, & les avantager, sans qu'ils soient praticiens eux mesmes. Ainsi *Euclides*,  
14 duquel

duquel il n'est fait aucune mention qu'il ait jamais esté praticien, neantmoins les propositions qu'il a laissé à la posterité, sont en grand usage aux Arpenteurs, Architectes, & à plusieurs autres. Pareillement le Theoricien *Proloμέe* entre autre, qui n'estoit non plus exercé en la navigation, a toutesfois décrit des regles qui sont fort utiles aux Pilotes & à ceux qui sont estat de traverser la grand' mer, voire ils s'estiment bien çavans, lors qu'ils peuvét entendre les regles d'iceluy, combien qu'il n'ait esté nautonnier. Parquoy les contemplations des Theoriciens, qui viennent à profit aux Practiciens, ne sont à blâmer, combien que l'Aurheur ne soit aucunement praticien: On remarque que bien souvent ceux qui mesprisent les Theoriciens, n'ont esté de leur vie grands Practiciens, n'ayans espruvé l'aide qu'on reçoit d'eux.

Combien que jusques icy nous ayons déclaré la signification de theorie & pratique par quelques circonstances; il est à noter que les anciens Mathematiciens, comme aussi quelques modernes, traitent des deux particulièrement sans meslange, ce que nous suivrons aussi, là où il en sera de besoing: Mais puis que d'aucuns sont d'autre opinion, en meslant la Theorie avec la pratique, pour les apprendre ensemble, je deduiray icy mon opinion là dessus.

Premierement l'inclination naturelle des hommes quant à la pratique est fort diverse, avec ce encore que les uns rencontrent des occasions tres-differentes des autres, qui les forcent, ou convien à icelle; car les uns ont un desir naturel avec une occasion pregnante à la fortification, & aux choses qui sont de la guerre; d'aucuns à l'Arpenterie, d'autres à la gaujerie; il y en a qui s'estudient aux choses qui concernent la navigation; & d'aucuns en l'Architecture; & d'autres en la Theorie seulement; voire beaucoup s'exercent en plusieurs des choses susmentionnées, ou en tout; & ainsi consequemment les uns en cecy, & les autres en cela. Or puis que la principale fin de la description des arts libe-

raux, est que par icelles les hommes puissent aisement parvenir es choses en quoy ils s'addonnent pour le profit public, il faut voir maintenant si cela adviendra par l'apprentissage de la Theorie & Pratique, meslée l'une avec l'autre. Quand l'on entremet quelques exemples en pratique entre des propositions Theoriques, d'une certaine espece, tirée d'une infinité de genres qu'on en pourroit descrire, peut estre qu'iceux ne seront de ceste espece, à laquelle le disciple tend; comme si en la Geometrie, entre des propositions Theoriques l'on y entremesloit aucunes de la pratique, où il se trouve des exemples entre autres de la maniere de mesurer avec le raid, appellé Astronomiq uedes distances, comme depuis une fenestre inaccessible jusques à certains piliers de quelque edifice; sur quoy il pourroit advenir que le Disciple ne prendroit gout à telle espece de pratique de Geometrie, en pensant peut estre que cela n'est gueres en usage en la pratique, ny d'une certitude assez suffisante, pour venir mettre en œuvre puis apres ceste mesure, à l'edification de quelque autre bastiment, ou en pensant quelque chose de telle façon, qui luy viendroit pour lors en l'entendement: sur quoy il ne trouvera ceste espece qu'il a pour but: Tellement que s'il veult apprendre la Geometrie dans ce livre-la, il faudra qu'il apprenne ce qu'il ne veut pas: Mais si la Theorie estoit écrite, comme une œuvre enchainée, en un traité à part, & que le Disciple la comprenne bien; cela luy servira d'un fondement commun, pour puis apres entendre & comprendre telle partie de pratique, qu'il en pourra choisir entre plusieurs fortes qui seront mises en lumiere.

Et pour conclurre, j'ay déclaré mon opinion comment c'est qu'on pourroit remettre sus, une telle abondance de science, comme il est manifeste jadis avoir esté au siecle sage, ainsi que j'avois entrepris de faire. Et ayant esgard sur tel fondement, je descriray là dessus les traités subsequens.

*Fin du premier livre de la Geographie.*

## DEUXIEME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

### De la Hylocinesie du Globe terrestre, ou du changement de lieu en autre de sa matiere.

#### OCCASION DE LA DESCRIPTION DE CE DEUXIEME LIVRE.

**A** Pres que le PRINCE TRES-ILLUSTRE eust veu l'Architecture, avec ce qu'il s'exerçoit en la Fortification; il luy est advenu en telle occasion, de rechercher les causes de ceste incommodité, touchant la ruine & decadence des edifices mal fondés, & comment le cours des Rivieres qui les abordent, les rongent & dissipent, par leur debordement, remplissent les fossez de sable, & de limon. Et qu'aussi en certains lieux où l'on ne pouvoit pas vider les

fosses; jusques à une profondeur suffisante, à cause de la redondance du sable qui rejaillit du fond, comme aussi lors que les pilotis ne se pouvoient pas ficher assez avant dedans le mesme fond. Davantage que plusieurs havres & ports de mer se remplissoient de sable, ou de borbier; que souventesfois avec grand frais, quand on taschoit d'y remedier, ce n'estoit le plus souvent que de mal en pire, & que les conseils des uns & des autres estoient fort divers là dessus, sans avoir esgard à quelque certain fondement & commun: ce qui estoit non seulement argent & peine perdue, mais causoit aussi une incertitude & peu de seureté au pais. Or

Or comme je me trouvois empesché dans des semblables difficultés, il y a quelque temps passé; je m'addonnay à la recherche des causes, & prenois l'occasion quand elle se presentoit, touchant ceste matiere, annotant ce qui me sembloit estre le plus certain. Ce que SON EXCELLENCE ayant leu, conjointement avec l'Architecture susmentionnée, & reconnu par effect, que la cognoissance d'icelle pouvoit aider à prevenir la susdite difficulté, tant en évitant les conseils inutiles qui contraignent les regles generales, que pour poursuivre d'effectuer ce qui est bien fondé en raison: tellement que je les ay introduits entre ses Memoires Mathematiques, non pas toutesfois en l'Architecture, mais en la generale Geographie, comme traitans des grands mouvemens qui ne se peuvent effectuer par la puissance des hommes, mais qui sont ordonnez naturellement en l'essence de la terre, d'où procedent des maximes qui peuvent servir davantage qu'en ladite Architecture seulement: parquoy en ce 2 livre sera traité d'iceux & des circonstances qui sont de la mesme matiere, dont le contenu se verra en l'Argument subsequnt.

## ARGUMENT DE CE DEUXIEME LIVRE.

**A**pres les Definitions necessaires des termes de l'art, suivra la premiere proposition du mouvement de la terre en general, les autres suivantes de la continuelle separation & rejonction de sa matiere, comme de sable, argile, terre sulphurée, pierres, & metaux des pais plats & montagneux. Davantage du changement des bords des rivieres tant de ceux qui sont cavez à plomb, qu'en pente, & des bancs qui sont au sueil des havres, que de leur accroissement continuel. Puis de la cause du rejaillissement de l'eau, & sable hors la terre. Finalement que la mer sera & a esté, où est à present la terre ferme; & qu'au contraire ce sera terre ferme, & a esté, où la mer est presentement.

## DEFINITIONS.

### DEFINITION I.

**H**yllocinesie terrestre, est le changement de lieu des diverses matieres, dont la terre est composée, sans changer sa figure spherique, ny de lieu.

Ce qui est icy dit sans changer de lieu, est pour distinguer le mouvement de la matiere dont la terre est composée, (comme de l'eau, sable, & air compris en icelle, lesquels ayant roulé de costé & d'autre, sont tantost en haut, puis en bas, changeans incessamment) d'avec le mouvement local du tout, comme il en sera parlé plus à plain au traité suivant du cours des astres.

### DEFINITION II.

**C**ours à sable rapide, est lors que le cours de l'eau est tel, que non seulement il esmeut le sable, mais aussi l'emporte. Au

contraire cours à lent sable, qui laisse couler le sable au fond, n'ayant aussi la force d'esmouvoir le sable.

De mesme qu'es horloges, il y a des poids si pesants qu'ils seroyent mouvoir toutes les rouës; & d'autres si legers qui n'auroyent pas la force de les esmouvoir. Aussi y a-il des cours de riviere qui peuvent esmouvoir & emporter le sable, d'autres non.

### DEFINITION III.

**C**ours d'argile rapide, est lors que le cours de l'eau est tel, que non seulement il esmeut l'argile, mais aussi l'emporte: au contraire cours d'argile lent, qui laisse couler l'argile à fond, sans avoir aussi la force de l'esmouvoir.

La chose est facile à comprendre par la precedente; on pourroit y en adjoindre encore d'autres comme les cours rapides & lents des cailloux, pierres, metaux & autres matieres terrestres; mais d'autant que les deux precedens suffisent à la declaration des choses suivantes, celles là n'auront icy leur particuliere declaration.

## LES PROPOSITIONS.

### PROPOSITION I.

**D**eclarer en general, la qualité du mouvement du globe terrestre.

Il semble que le premier moteur, vueille que toute autre chose aye mouvement de luy, tant au regard des parties que du total: car la terre ne fait pas seulement son circuit annuel alentour du soleil, & tous les jours sa superficie alentour de son axe, mais aussi la matiere de laquelle elle est composée, change, & vire de lieu en lieu, par entrelassemens, separations, & rejonctions des parties, la terre acquiert deux divers mouvemens de l'air & de l'eau; car par le mouvement de l'eau, les pais sont rompus & d'autres en sont faits, assavoir pays plats & au niveau, qu'on pourroit appeller pays croissans, comme on le verra cy apres à la 4 proposition & suivantes. Par le mouvement de l'air, c'est à dire par le vent, sont faits les pais hauts & montagneux, ce qu'on verra en la cinquieme proposition plus amplement, comme aussi aux autres suivantes. Mais puis qu'on pourroit demander la cause du mouvement de l'air & l'eau, il faut sçavoir que l'eau, comme grande partie du globe terrestre, reçoit trois divers mouvemens notables: l'un du soleil; l'autre de la lune; l'autre de l'air. Car par la chaleur du soleil elle est attirée en vapeur, qui environne la terre comme un autre globe, est appellé Globe des vapeurs, des qualités duquel & de sa hauteur dessus la terre sera traité cy apres en un traité à part, au troisieme livre suivant. Ceste vapeur, comme on en voit de semblable es distillations communes, se change en goutte, d'où procede la pluye, mais se congelant devient gresle: que si la vapeur se vient à geler, devant que de changer en goutte, ce sera neige. Ceste pluye, gresle & neige, ne laisse de couvrir la terre, par le moyen du vent, nonobstant qu'elles se soient faites sur le dessus de la mer, & ainsi en tombant sur la terre, causent les susdits changemens es diverses matieres terrestres. Touchant le mouvement que l'eau acquiert par la lune, qui est le flux & reflux de la marée, nous en traiterons particulièrement au sixiesme livre de la Geographie. Et quant au troisieme mouvement que l'eau acquiert par l'air, c'est le vent, lequel tient l'eau en continuelle esmotion, comme chacun sçait. *Conclusion.* Nous avons donc déclaré en general la qualité du mouvement du globe de la terre selon le requis.

ALB. GIRARD.

L'Authheur parle de l'elevation & depression des vapeurs, selon la maniere ordinaire, c'est à dire sans autre demonstration, de laquelle chose il est bien à excuser, pour éviter prolixité, & aussi plus que ça esté une chose incognüe jusques à present. La raison est telle: c'est que le soleil par sa chaleur, tient l'eau liquide, c'est à dire qu'il la contregarde de s'engeler: or l'eau non gelée, evapore continuellement, & ceste vapeur n'est rien autre chose, qu'un amas de tres-petites bouteilles, ou vescies, comme je l'ay veu de mes yeux, enfermant un air plus chaud que celui qui est à l'entour, lequel ne se meslant pas avec celui de dehors, retient mieux la chaleur du soleil, qui l'eschauffe de plus en plus; & l'air tant plus il est haut, & tant plus il s'esleve plus viste, & prend plus grande dimension, fait encor enfler davantage ces vescies (si la chaleur est vehemente) jusques à les crever avec le temps; que si devant de crever, elles passent par un air plus agité, ou plus froid, alors l'air qui est dedans se refroidissant peu à peu, la dimension diminue, assavoir chacune bouteillette devient si petite, qu'elle devient massive, & de telle grandeur que celles qui sont propres à l'arc en ciel, c'est à dire tres-pres l'une de l'autre sans se mesler, qu'avec longue agitation de vent; ce meslange se fait d'autant plus vite qu'elles sont plus pres, & que le nombre est grand; Or venant à se conjoindre (ce qui n'arrive pas si tost, pource que les petites gouttes menées du vent, demeurent egalement distantes, le vent poussant l'une aussi bien que l'autre) tant plus la nuée est massive, & tant plus tost peut elle tomber. Il faut aussi noter que la chaleur de l'esté, (de jour) se termine tousiours environ une mesme distance, (cause que les nues ne vont plus haut) & non pas loing de la superficie de la terre, encor moins en hyver, car la chaleur du soleil est beaucoup augmentée de la reflexion des raids sur icelle superficie; & principalement, lors que les angles, incidens sont plus pres de la droiture, veu que vers le pole le soleil luit un demy an de long, & si ne peut pas eschauffer, à cause que lesdits angles sont fort obliques: parquoy si la chaleur du soleil est tant aidée de la reverberation des raids incidens sur la surface de la terre, telle chaleur se termine bien pres, puis que celle qui est sur l'Equinoctial, ne se peut estendre à eschauffer l'air si avant, que ceux qui sont vers le pole en puissent estre eschauffez, tellement qu'entre nous & le soleil, es plus grandes chaleurs, il gele, d'autant que la chaleur du soleil ne se montre que là où les raids trouvent plus de resistance, & quand on sent de la difference de chaleur en deux jours suivans, c'est lors que l'air d'entre deux estant plus coy, la chaleur se rend plus vehemente.

## PROPOSITION II.

**D**Eclarer que de la matiere des pays hauts, (laquelle est emportée par la pluye & neige,) sont faits d'autres terroirs, juxte les rivieres, & aussi où elles font leur entrée dans la mer.

On remarque qu'es pays montagneux, lors que la neige fond, & courant vers le bas elle emporte quant & quant, sable, argile, cailloux, & choses semblables: laquelle roule incessamment jusques aux rivieres, en grande quantité, ce qui ne vient pas seulement des hauteurs prochaines, mais de plusieurs lieux quelques journées de chemin de distance, aussi de part & d'autre des rivieres, l'on remarque que grand' partie des montagnes avec les bois, & tout ce qui est dessus, vient à renverser: tellement que les hauts pays plats, sont maintes fois rongez, que ce qui reste semble estre des montagnes hautes. Ceste eau venant donc à se desborder pour la grande quantité de ce qui y vient descendre, s'espand par les champs voisins, & principalement es plus bas lieux, & marets d'alentour se mettant au large, ce qui luy fait perdre la force de son cours, & partant laisse couler au fond ce qu'elle contenoit de plus espais, faisant ainsi un rehaussement tel quel sur ces terres là,

Mais le reste estant encor au milieu du fil de la riviere, elle l'emporte jusques à son entrée dans la mer, où semblablement entrant au large n'est plus si rapide, laisse couler au fonds ce sable & matiere, dont elle estoit chargée. *Conclusion.* Nous avons donc, &c.

## PROPOSITION III.

**D**Eclarer pourquoy une mesme riviere amene en d'aucuns endroits des terroirs nouvellement crus, du sable maigre, & en d'autres de l'argile grasse.

On pourroit trouver estrange de ce que le sable & l'argile estant meslez dans les rivieres, neantmoins d'aucuns endroits des terroirs de nouvelle crue, sont rehaussez de sable maigre, d'autres de bonne terre grasse: mais c'est pource que l'eau espaisse (comme à la 2<sup>e</sup> proposition) laisse tomber premierement ce qui est le plus pesant, comme les pierres & cailloux, puis apres le sable à la fin du cours à sable rapide, apres cela le sable ne pouvant venir plus avant, l'argile tombe peu à peu, laquelle est emportée plus loing, comme l'experience le tesmoigne, puis l'eau claire retournant en son lieu par laps de temps laisse toute sa voiture là. *Conclusion.* Nous avons donc déclaré, pourquoy une mesme riviere, &c.

## PROPOSITION IV.

**D**Eclarer comme les terres horizontales croissent.

Les terroirs du globe terrestre, ont deux diversitez notables, les uns horizontaux, gifans fort plats, & au niveau, voire en d'aucuns lieux quelques journées de chemin en longueur. Les autres sont montagneux; mais la maniere comment les horizontaux sont jadis venus à estre tels, sera deduite en ceste proposition, delaisant l'exposition des terroirs montagneux à la suivante 5<sup>e</sup> proposition.

Les pays horizontaux, sont de trois principales especes; les uns gras, & argilleux: les autres sont des bruyeres aquatiques maigres & sablonneuses; la troisieme espece sulphureuse (appellée *Veen* en Flamand, c'est de quoi on fait les tourbes pour le chauffage en Hollande) or ces trois prennent leur croissance egale, comme s'ensuit.

Combien que les pays sous l'eau puissent bien estre de profondeurs inegales, ceste inegalité devient peu à peu en egalité, pource que les plus profonds lieux prennent plus d'accroissement que les moins profonds; car le vent faisant mouvoir l'eau, à laquelle l'argile & sable est suspendu, c'est une chose notoire que là où il y a plus d'eau, comme es lieux plus profonds, là il y a plus de matiere suspendue; lors aussi que l'argile se rasleoit sur les moins profonds elle est encor molle, & se renverse tant plus facilement aux concavités d'alentour, tellement que là tout cherche l'egalité; or l'accroissement estant si haut, que l'eau basse, il est à decouvert, il se trouve de la diversité entre l'accroissement fait de sable & celui d'argile; car de celui de sable sont faits les pays montagneux, comme nous dirons en la prop. 5. mais de celui d'argile sont faits les pays horizontaux, comme il sera déclaré cy apres plus amplement.

Les terres horizontales d'argile ou de limon croissent ainsi; apres que l'eau est decoulée de la terre, & qu'elle se seche, elle s'endurcit fort & ferme ensemble, sans pouvoir recevoir aucun changement par le vent: ainsi que l'une crouste vient sur l'autre, comme l'on voit es bords des rivieres où la terre du bord est à plomb, & telles incrustations espaisées d'un poulce ou deux ou environ, lesquelles sont ainsi distinguées par l'herbe



l'herbe qui croist à chaque fois sur icelles. Or ceux qui n'ont jamais veu telles choses pourroyent trouver ce que dessus contraire à leur opinion, mais afin de les en assurer davantage, c'est une chose notoire qu'en Hollande, & semblable pays croissant, que souventesfois les propriétaires sont en doute, & en discord s'ils arriesteront tel accroissement, par des digues & chauffées, ou bien s'ils laisseront quelques années accroistre le tout plus haut par telles incrustations, pource qu'en plusieurs lieux on trouve tous les ans beaucoup de changement.

Les bruyeres sablonneuses, & plates, ne se font emmoncelées par le vent en montagnes ou dunes, à cause qu'en hyver & esté, elles sont toujours humides, estant arrosées de quelques torrens, & autres eaux courantes, tellement qu'elles ne peuvent estre eslevées du vent, comme il fait le sable sec, & cependant les bruyeres croissent dessus, qui contregarde le sable davantage. Il advient aucunesfois qu'on y voit des collines, à cause qu'il a fait plus sec là qu'en autre lieu.

Touchant les terroirs horizontaux sulphureux ou bitumineux (en Flamand *Veen*) leur accroissement se fait comme il a esté dit de l'argile par le remplissement des bas terroirs de ceste sorte de terre là, de la maniere & comment elle croist, il en sera parlé en son lieu (proposition 7) plus amplement.

Notez que par les choses susdites, qui se sont faites, & se feront encor cy apres, que la terre emplit la mer, la rendant estroite de plus en plus, & au contraire la mer submerge & inonde la terre peu à peu, ainsi que ces deux se changent de l'un en l'autre.

## COROLLAIRE.

D'icy s'en suit qu'il est impossible que les terroirs horizontaux puissent croistre aussi haut que les plus hautes inondations, veu qu'iceux doivent toujours estre sous l'eau pour pouvoir recevoir augmentation, si ce n'est que lesdites eaux décroissent, ou se devoient, comme il advient souvent, ainsi qu'il sera dit en son lieu.

## PROPOSITION V.

Exposer comment les terroirs inégaux & montagneux croissent.

Les pays montagneux croissent principalement en deux façons, par les rivières ou par la mer: par les rivières, lors que les accroissements de sable estans faits, comme il a esté exposé en la 3 proposition, & si haut qu'ils sont à descouvert, l'eau estant basse, & qu'ils ne sont tenus humides par des torrens, ou ruisseaux, le sable devenant sec, alors par un fort vent (devant que l'herbe croisse dessus, laquelle requiert beaucoup de temps) sont faites par cy par là des fosses & bosses.

Mais ceux qui n'ont jamais veu telle chose peuvent voir le mesme en la neige, laquelle en temps doux & coy s'espart également par la plaine, mais par le vent s'emmoncelle çà & là, & en aucuns lieux, elle est du tout envahie par la force du vent; de mesme en est-il du sable; finalement après ceste creüe une autre venant, remplit les lieux bas, puis l'eau s'abaissant le sable seche, & puis du vent est derechef emmoncellé vers le haut; ce qui advenant par des grands flux, alors le pais devient montagneux & plus haut de beaucoup que les plus hautes eaux ne peuvent parvenir, ce qui n'advient pas es creües horizontales, par le corr. de la 4 prop.

Notez qu'il arrive souvent qu'en des terroirs gras & feconds, là où le sable ne souloit s'amasser qu'il s'y amasse puis apres, & ce par l'eau qui vient à passer par

dessus les digues, ce qui arrive par deux moyens principaux, dont l'un est par des inondations extraordinaires, lesquelles adviennent à peine dans 30 ou 40 ans une fois; l'autre quand apres une longue & forte gelée, suit un degel avec grand pluye; ainsi que la glace descend en abondance, s'amasse l'une sur l'autre & bouche la riviere, laquelle pour ceste raison s'enfle & vient à passer par dessus les digues. Or l'eau tombant de haut en bas fait des creux dans terre, penetrant non seulement la crouste d'argille de dessus, mais aussi quelques brasses de profondeur dans le sable, tellement qu'il s'espart au dessus des terroirs gras d'alentour: D aucuns pourroient penser (né sçachant rien de cela par experience) que ce sont des opinions & speculations pourpensées, mais il y en a aussi d'autres qui en sont si certains à leur dam, qu'ils n'y peuvent penser sans doléance.

Notez aussi qu'il arrive bien apres telles creües de sable, que l'argille vient encor dessus, & derechef encor du sable. Ce qui se voit bien lors qu'en fossoyant profondement l'on trouve argile, sable, puis argile, terre noire, & ainsi consequemment.

Mais pour parler des montuositez, qui sont causées de la mer, il faut sçavoir que l'arene du rivage reçoit divers changemens, comme des grands vents qui viennent du costé de la terre & qui suivent apres la tempeste de la mer, par lesquels accidens, il arrive qu'on descouvre encor la maison de *Britten* pres *Catvrick*; mais ces vens venans de la mer en temps de tempeste, le sable est ramené abondamment sur le rivage, lequel se sechant au soleil au décroist & en basse marée, le vent le chasse en haut & en rehaussé les dunes.

La raison pourquoy il y a des dunes beaucoup plus hautes en un pays qu'en l'autre au rivage de la mer, vient de ce que d aucuns rivages sont plus hauts & larges, & par consequent il y a plus de sable qui se seche à la fois, ainsi que la tempeste de la mer survenant est chassé en haut en grande quantité.

Touchant ce qu'on pourroit mettre en doute de ce que les dunes demeurent en estre, nonobstant que les vens de la terre les diminuent & les vens de la mer les augmentent: c'est pource qu'es lieux où les dunes croissent qu'il y a beaucoup plus de vens de mer que de terre; & aussi que sur les dunes avec le temps, l'herbe croist, comme aussi plusieurs arbrisseaux qui aprofondissent leurs racines de plus en plus, ce qui retient beaucoup le sable qu'il ne s'envolle par le vent dans la mer: d'ou vient que ceux de Hollande remarquant ces choses, les parfont d'une herbe appelée *Helm* ou *Heaume*, pour retenir le sable es lieux les plus necessaires: A *Goere* on fait venir des dunes, où il n'y en avoit auparavant, par le moyen des joncs & roseaux qu'ils fichent dans le sable.

Notez encore, qu'ainsi comme les creües sur les terroirs horizontaux se font crouste sur crouste, par le moyen des hautes eaux, comme il a esté dit à la 4 proposition: qu'ainsi les creües montagneuses, se font de mesme tant par la mer, que par les rivières; ce qu'on remarque advenir es dunes, & montagnes de sable, là où la grâde pluye en a fait escouler une bonne partie, car illec se peut voir que l'herbe fait distinction entre chacune creüe, d'autant que l'herbe n'estoit pas si tost levée qu'une nouvelle crouste la venoit couvrir. Toutesfois ces creües different en cela que les montagneuses sont plus tortues & moins unies que les autres. Davantage il sera dit en la neuvesime proposition suivante, que ceste distinction se remarque es rochers, laquelle demeure

demeure encor lors que les dunes se viennent à pétrifier & que la distinction demeure notoirement.

Jusqu'icy a esté dit comment les dunes croissent sur les montagnes de sable : mais d'autant qu'on pourroit penser qu'il y a icy manque d'explication touchant les creuës des montagnes par le moyen d'autre maniere que de sable, comme de terre noire & grasse, argile, rochers, métaux, & choses semblables; veu que le titre de ceste proposition semble devoir parler des creuës des montagnes en general. On doit sçavoir que toutes les montagnes ont esté premièrement sable, excepté celles qui pourroient estre faites de main d'homme, ou par quelque estrange & extraordinaire accident, comme par les tremblemens de terre : desquelles choses la suivante proposition restituera ce qui sembloit avoir esté oublié.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment les montagnes & pays mal unis croissent, selon le requis.

PROPOSITION VI.

**D**Éclarer comment les terroirs sablonneux & les dunes se changent en terre grasse & noire.

On voit par effect qu'avec le temps, tant sur le sable des dunes de mer, que de riviere, il vient à croistre plusieurs sortes de plantes, desquelles les fueilles & fruiçts tombans se changent en terre grasse & noire par la putrefaction, qui fait ce qu'on appelle terre, laquelle descend si profondement que la longueur du temps le donne : & qu'aussi il y a des choses les unes plus grasses que les autres, qui causent en cela le plus & le moins, comme les semences de lin, de naveaux, choux; & d'aucuns fruiçts, comme noix, amandes, olives, &c. desquels on tire de l'huile à grande abondance, & par consequent engraisent plus la terre que non pas d'autres semences & fruiçts plus maigres : Item des autres plus noires les unes que les autres, comme noix de gale, noix communes, glans, &c. Or que la terre noire soit sable engraisé & ainsi meslé, c'est une chose notoire, comme là où la pluye a passé ayant descouvert une partie de sable, roulé & coulé avec la terre grasse en quelque lieu plus bas. Mais si on veut voir le mesme par d'autres exemples (comme je l'ay esprouvé en diverses fois, & en diverses matieres) prenant un verre ou vaisseau plein de terre noire, & jettant de l'eau claire là dessus, puis les remuer ensemble, & jeter l'eau noire, l'arrestant en sorte que le plus pesant aille au fonds, dans autant de temps qu'on feroit 5 ou 6 pas, & puis reiterant le mesme souventesfois jusques à ce que la noirceur soit séparée, on trouvera le restant estre du maigre sable, blanc, jaune ou gris, ou selon que la nature le diversifie.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment, &c. selon le requis.

PROPOSITION VII.

**D**Éclarer comment la tourbe (ou veen selon les Flamans) vient en la terre.

Tourbe est une certaine terre de laquelle les Hollandois se servent au lieu de bois pour le chauffage. Or il est advenu, comme il a esté dit en la proposition précédente, qu'en demeslant la terre noire du sable, qu'elle estoit aussi noire que de l'encre, excepté qu'elle ne valloit rien pour escrire, estant trop rousse sur le papier, laquelle estant sechée dans un verre, estoit de mesme matiere que les tourbes, veu qu'elle brusloit comme de la mesche, laquelle est de nature sulphureu-

se; ainsi que la noire grasse de la terre séparée de son sable, peut estre tenuë pour tourbe. Ce qui estant ainsi il appert comment la tourbe se trouve en beaucoup de pays plats, souvent de 20 pieds de profondeur en terre; car les rivieres estant enflées, passant par dessus les terroirs gras, se noirçissent en emportant ceste terre noire quant & soy, comme est l'eau (pres de la mer appellée *Zuyrsee*) qui tombe dans la riviere de *l'Issel*, emportant donc la noirceur avec le sable ensemble, & venant au large laisse tomber son sable, & transporte la noirceur plus loing, là où se fait une creuë de tourbe.

Il y a aussi beaucoup de terre de tourbe avec des fueilles, des racines des bruyeres, le tout selon que les terres sont, sur lesquelles les rivieres desbordées passent.

PROPOSITION VIII.

**D**Éclarer comment le voarre, les pierres, les métaux, & autres matieres solides viennent à estre fluides en l'eau.

On trouve que plusieurs fontaines sortant des rochers ont quelque couleur verte ou bleuë, comme l'eau forte ou royale là où on a mis de l'or ou de l'argent, ce qu'aussi l'eau de pluye acquiert, passant par des lieux minéraux : Or l'eau de la mer est de tout costé de telle couleur, parquoy on peut conclurre qu'elle l'acquiert par mesme maniere, assavoir par la continuelle rencontre de ladite eau avec les rochers qui contiennent des especes métalliques, tant au fonds, qu'au rivage de la mer : tellement que ces matieres viennent à estre fluides en l'eau, nonobstant qu'elles ayent esté auparavant fermes & solides. De mesme en est-il des pierres, voarre, & autres matieres, lesquelles l'eau ronge par laps de temps, & ainsi deviennent fluides, & se meslent avec l'eau; & ce d'autant plus que les Chimistes témoignent, que cuisant de l'eau (assavoir de l'eau marine laquelle a en soy ces matieres) fort long-temps, & remplissant continuellement ce qui s'evapore, que finalement on trouve du voarre dans le pot, lequel ne viendroit pas là, s'il n'estoit premièrement en l'eau. Ce voarre fluide meslé avec matiere pierreuse, se trouve souvent aussi dans les canaux & tuyaux des conduits & fontaines qui ont esté long-temps sous terre, lesquels sont bouchez de ce meslange, ce qui est cause qu'ils crevent; veu que telle matiere de voarre pétrifié se trouve en iceux, lors qu'on les raccommode : Pareillement on en trouve es piliers & stiles des ponts de bois, où les rivieres passent dessous, ce qui n'advient, s'il n'y avoit telle matiere en l'eau : Il est donc manifeste qu'elle y doit estre, puis qu'on l'y trouve.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment le voarre, les pierres, les métaux, & autres matieres solides viennent à estre fluides en l'eau, selon le requis.

PROPOSITION IX.

**D**Éclarer la maniere comment l'argile, voarre, pierre, & le metal croissent.

Nous avons dit à la deuxiesme Proposition comment l'argile & la tourbe viennent des pays hauts sur les terroirs horizontaux, puis apres en la septiesme Proposition, comment la tourbe vient sur lesdits hauts terroirs, qui n'estoyent que sable, par la cinquiesme Proposition. Maintenant il nous faut dire comment l'argile, (d'autre espee que la tourbe, car bruslée devient pierre ou voarre, & la tourbe se reduit en cendre) vient sur les hauts terroirs, comme aussi le voarre, pierre, & metal. Il faut donc sçavoir prealablement qu'en fossoyant profondement au fonds des montagnes, ou en leurs

leurs vaux, l'on trouve de l'argile, tourbe, cailloux & pierres, lesquelles n'y sont pas creuës apres la construction des montagnes, mais y ayant esté auparavant: comme sous les dunes d'Hollande y a des pierres, de l'argile, tourbe & choses semblables, comme sous la campagne rase qui est pres de là, cè qu'on apperçoit en d'aucuns lieux au bord de la mer, au pied des dunes, comme de la terre noire entremêlée: la raison est que la mer est presentement, où autrefois la terre a esté, affavoir lors que la maison de *Bretten* estoit esloignée de la mer quelques lieuës (& maintenant bien avant dans la mer) par le moyen des creues que le Rhin caufoit en son entrée dans le mer; mais depuis que le Rhin s'est destourné dans la Meuse, la mer a emporté & ravagé ces creuës, & les dunes se sont venuës rendre (selon la cinquieme Proposition) sur le plat terroir d'argile, & pour semblables raisons l'on trouve de l'argile, tourbe, & cailloux, sous plusieurs montagnes, & bien haut, illec parvenus par les grands flux des rivieres, comme il a esté dit en la 4. & 5. Proposition. Toutefois de parler comment l'argile, tourbe, & pierres viennent es montagnes par telles semblables raisons, ce n'en est pas icy le lieu, mais du meslange des terroirs sablonneux, avec l'argile, apres avoir esté formés, & de leur changement en grands rochers minéraux, lesquels ne sont subjects à l'impetuositè des vagues.

Et pour venir à la chose mesme, je dis premierement que c'est une chose certaine que telle cruë de pierre tant es pays plats que montagneux (es montagnes davantage) advient apres estre formés & achevez, dequoy il a esté dit à la precedente, pour ces raisons: Il arrive qu'en des pays plats, y ayant fossoyé un pied ou deux, (comme l'experience le montre es sieges des villes où nous nous sommes trouvé) on y remarque un pavé de pierres, lequel est espais d'un pied ou environ, qu'il faut rompre avec des picqs & hoyaux; apres quoy on trouve derechef de la terre molle, comme on a veu en un fort au dehors de la ville de *Hulst* en Flandre, & encore en d'autres ouvrages de terre vers là; le pays est plat & entouré de digues, & est croyable que ce lit de pierre n'est pas venu en une fois. Et de mesme en est-il de la petrification & metallification des montagnes; mesme j'ay veu les commencemens de ces choses sous terre, devant *Grolle* comme il me semble, & ce en forme de mine de fer, & en autre lieu d'autre façon. La raison de ces choses est, pource qu'en l'eau de pluye y a du verre & de la pierre fluide, qu'on trouve dans le vaisseau apres avoir long-temps bouilli, & aussi dans les tuyaux des fontaines & conduits; ce qui se congele par laps de temps, comme a esté dit cy dessus, ce ne sera de merveille si l'eau passant par le sable y laisse ces matieres là, veu que l'eau marine y laisse bien son sel & devient douce. On remarque aussi que le grais (qui est une pierre pour aiguïser les utensilles de fer) n'est autre chose que sable ramassé & petrifié, ou vitrifié ensemble: ce qui se voit si aisement, qu'es rochers il y a aucunes fois du sable lequel sans le toucher, fait douter s'il est petrifié ou non, pource qu'on y remarque le sable & sa couleur fort naïvement. Les distinctions qui sont es pierres des montagnes, tesmoignent encore de la petrification des dunes, dont la cause a esté dite à la cinquieme Proposition, nommement qu'elles aviennent de diverses tempestes marines avec l'accroissement des herbes entredeux, où l'on peut recognoistre que les pierres plus espesses, sont telles par les plus vehementes tempestes, ou de plus grande conjunction de sable sans croissance d'herbe entredeux. Davantage

comme l'argent apres estre fluide dans l'eau forte, est rendu solide par la pratique des Orfevres, il ne sera pas esmerveillable, que le metal estant fluide par la pluye es montagnes, vienne à estre solide dans terre par laps de temps, & puis apres fluide. En somme il appert que non seulement l'eau de la mer est eslevée en vapeur par l'Archée du globe terrestre, mais aussi les metaux, pierres, & autres matieres qu'on trouve es dunes & aux pays horizontaux. Il semble aussi que le mesme avient des autres matieres tant animées qu'inanimées: Peut estre que pour ceste cause les anciens ont tant parlé de l'esprit du monde, duquel les ames des brutes viennent & retournent, comme l'eau vient & retourne en la mer. Or il y a cela de difference entre telle Alchimie & la susdite, de l'eau, sable, cailloux, argile & tourbe, dont la maniere de la conjunction de chaque matiere avec son espece est connue, par la cause, mais l'autre non: car comment l'or se joint dans terre avec l'or, comment les matieres de mesmes especes se conjoignent en semence, tant animale que vegetable, je n'en scay du tout rien. Si on scavoit par la cause comment l'argent fluide en l'eau forte, est amassé par le cuivre, & le cuivre fluide par le fer, & le fer fluide par l'aimant, peut estre qu'on auroit un commencement pour parvenir à la cognoissance de la conjunction des metaux sous terre, & par conséquent de la Chrysopée des sages, laquelle est tant recerchée des Lachrymistes de ce temps: mais nous estant incognuë telle conjunction des metaux, laquelle nous faisons bien nous-mesmes; ce n'est pas merveille si la conjunction des metaux souterrains, & aussi des autres especes, nous est du tout incognuë, & c'est pour cela qu'en ceste proposition nous n'avons pas peu promettre de declarer la cause de la generation de ces matieres là, mais bien d'en parler en quelque façon, recommandant la recerche aux autres.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré la maniere comment l'argile, voarre, pierre & le metal croissent, selon le requis.

## N O T E Z.

Les choses estant ainsi comme dit est, & comme je croy qu'elles sont, de la solution & congelation generale des matieres terrestres, la cognoissance des mesmes pourroit donner avantage à la recerche de la cause & proprieté des matieres; car quelqu'un se proposant que la montagne pierreuse où il est, a esté autrefois quelque dune sablonneuse, & qu'elle a esté changée du depuis, & se change encor continuellement par l'eau de pluye qui passe au travers, laquelle y laisse son sel; souphre, voarre, pierre, & metal, ce qui donne occasion de recercher & de croire que la congelation se fait par quelque ordre, que quelque chose y doit preceder & d'autre doit suivre, & comment les matieres de mesme espece se conjoignent, & choses semblables. Comme par exemple pour recercher comme l'argile croist, il me semble que le limon (plus gras que sable, & plus maigre que l'argile) est le commencement d'argile, ou est argile imparfaite, & l'argile le commencement de roche: car l'argile des montagnes n'est pas emportée de la pluye ny de la neige, comme les matieres propres à faire les terroirs horizontaux, selon la quatrieme Proposition, & ainsi peut s'endurcir avec le temps & se petrifier.

Quant à ce qu'on pourroit objecter, que si la petrification des montagnes venoit de ce que l'eau de pluye passe au travers, que ladite petrification commence-

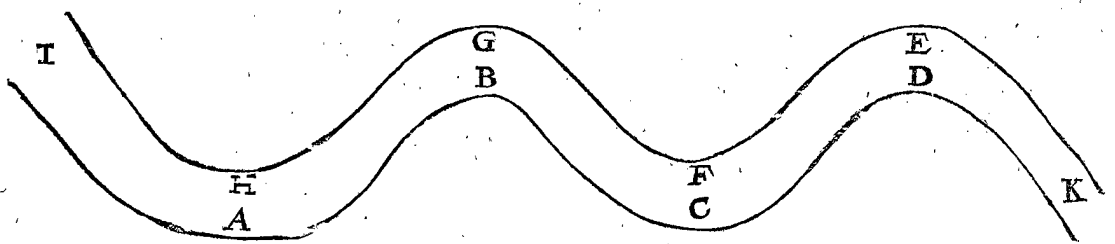
roit au dessus de la superficie de la terre ; ce qui est contre l'experience, veu qui c'est environ à un ou deux pieds de profondeur, comme il a esté dit cy dessus.

Mais à cela il faut respondre qu'en effect ceste petrification commenceroit sur le dessus de la superficie de la terre, n'estoit que les vens, pluies, neiges, gresles, gelées & telles choses, y sont contraires : ce qu'on peut bien voir en ce que les maçonneries engelées ne tiennent pas bien, & qu'ordinairement le devant des murailles est facile à desrompre, mais tant plus profondément qu'on parvient, & d'autant plus elle est dure; mesme la terre sur laquelle elle est appuyée (comme aux terranes de fortifications) est d'autant plus dure qu'on y approfondist, si elle est construite long-temps auparavant, se tenant ensemble comme une seule pierre. Parquoy si en recherchant par experience la cause de tout cela, estant fondé sur des choses certaines, & que cognoissant ce qui est tres-certain & ce qui l'est moins, il se pourroit faire qu'on atteindroit en une tres-parfaite cognoissance de ceste matiere.

#### PROPOSITION X.

**D**Eclarer comment il n'y a pas de matiere terrestre qui ne soit meslée de diverses especes.

Les Grecs disent bien qu'il n'y a rien qui ne soit meslé, comme nulle eau sans air & plusieurs matieres terrestres : & nulle matiere terrestre sans eau, air & plusieurs autres especes. Ce qui pourroit estre encor un Aphorisme du siecle sage ; mais il ne semble pas qu'ils ayent peu par cela parvenir à la cognoissance des causes, ny à la maniere en general comment il en est : ce que je pense apparoitre en ce que dessus, nommément (pour le redire en bref) que la pluye passant par les montagnes metalliques & sulphureuses rend fluides les mesmes metaux, & soulfre, comme il se peut remarquer en la couleur, & odeur de l'eau, & consequemment rend fluides d'autres matieres, lesquelles ne se peuvent remarquer, ny par couleur, ny odeur, comme pierre, voarre, & ce que ce soit : Ainsi que l'eau de riviere est meslée de plusieurs materiaux des montagnes d'ou elle vient. Ces rivieres courantes en la mer, laquelle a de semblables meslanges par son perpetuel mouvement contre le rivage & le fond; parquoy l'eau



si ceste terre, estant emportée par l'eau, de plus en plus fait audit bord une grande profondeur ; & de mesme de A en G, de l'autre costé de la riviere ; & alors le cours est plus foible en B, d'autant plus qu'il est plus fort en G, & ainsi l'eau ne pouvant porter son sable, le laisse tomber en B, faisant illec une nouvelle creuë : & tout ainsi que les bords en A, & G sont en pente & profonds, le mesme en est-il des autres C, E ; au contraire tout ainsi qu'en B la terre croist, & le bord est plat, de mesme en est-il de H, F, D.

Laquelle chose continuée, la riviere devient courbe de plus en plus, tous les ans davantage, & ce d'autant plus que la terre est molle. Il est evident aussi que quand une riviere seroit droite quelque journees de

de mer a en soy un meslange de diverses matieres terrestres : ceste eau s'evapore continuellement, entretenant le Globe des vapeurs, qui pour mesme raison a aussi un meslange de toute matiere : Ceste vapeur se tourne incessamment en rosée, pluye, neige, gresle, qui contient aussi pour mesme raison un meslange desdites matieres, & venant à tomber sur terre y laisse la pluspart de son meslange pour l'assemblage & facture de renovation, puis passant par les vieilles compositions remporte en la mer les mesmes en forme fluide comme devant. Et ainsi les matieres terrestres ont un continuel mouvement de meslange les unes avec les autres.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment il n'y a pas de matiere terrestre sans estre meslée de diverses especes.

#### PROPOSITION XI.

**D**Eclarer la cause pourquoy les bords des rivieres sont ou plats, ou en pente; & pourquoy les rivieres deviennent courbées de plus en plus.

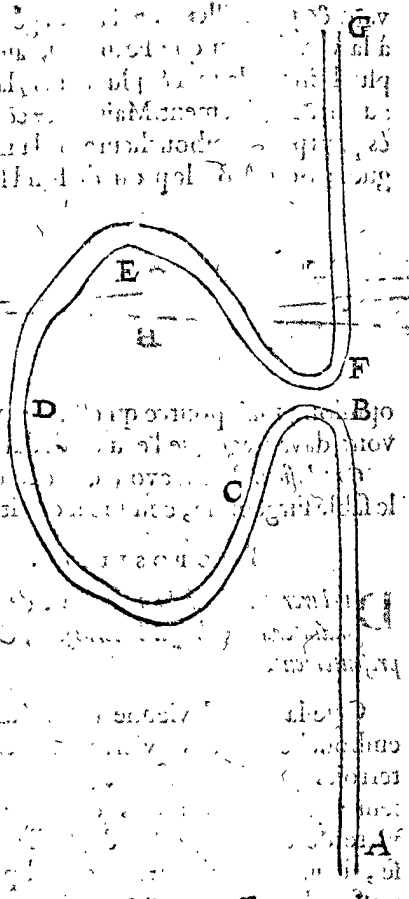
Il advient encor un grand mouvement à la terre, de plat, ou en pente, dont la cognoissance est profitable à plusieurs choses, comme entre autres choses à acheter, & vendre les terres, y faire des desdaines, contreforts, & digues, aussi à la situation des Villes, Fortereses, & ramelioration d'icelles, afin aussi de prejurer où il y aura alluvion & eluvion future. Il faut sçavoir que les bords des rivieres sont aucuns comme coupez à plomb, c'est à dire fort en pente, tellement que l'eau est comme à sa profondeur, mesme au bord, & alors la terre est rongée de l'eau de plus en plus, ce qu'on appelle en Flandre *schoor* ou bien *schoorkant*; & si c'est contre une digue *schoordijge*, c'est à dire digue qui est coupée de l'eau fort à pente. D'autres bords sont tout au rebours, car ils sont tout plats, quasi à niveau, non profonds, croissans (c'est à dire que l'eau y apporte de la terre) en Flamand *aenvvas*, ou *grint*, ou *strant*; ce dernier mot est dit par la similitude de tel bord croissant, au bord de la mer qui est toujours de telle façon. Or pour declarer la propriété des bords plats & en pente, Soit ABCD une riviere à quatre curvitez dont le cours soit de I vers K; alors l'eau qui vient de I, rencontre la terre rudement en A, de sorte que

chemin de long, qu'avec le temps elle deviendroit courbe; car là où elle commence, là elle continuera de plus en plus.

Toutefois il arrive qu'elles deviennent droites, mais c'est par accident, comme icy la riviere ABCDEFG avec une curvité BCDEF, là où les deux pentes B, F s'approchent de plus en plus, alors la riviere se joindra en BF, & coulera A en B tout droit dans F jusques à G, delaisant BCDE sans cours, laquelle se vient puis apres à remplir.

Notez encor, que les bonnes villes qui sont pres des rivieres (comme Anvers, Londres, Coulogne, Nimeghe, Rotterdam, &c.) sont ordinairement du costé que la riviere a son bord en pente, afin que les navires y trou-

trouvent assez de profondeur, & qu'on les puisse bien charger & de charger commodément. Et quant au débris continuel que l'eau y fait, cela se repare, & se pourvoit par main d'homme, en y faisant des bords convenables, & des retinacles de pierre ou bois, selon la commodité du lieu; mais nous retrons cecy en l'Architecture suivante. Ceste reigle semble avoir quelque exception, d'autant qu'il arrive bien que les deux costez de la riviere sont tous deux en pente, ou tous deux plats, ce qui advient pour des raisons evidentes, comme quand l'eau passe par un lieu estroit entre deux roches, les bords pourront bien estre en pente tous deux, & semblablement quand il y a une île au milieu de la riviere, ou s'il y a quelque banc au



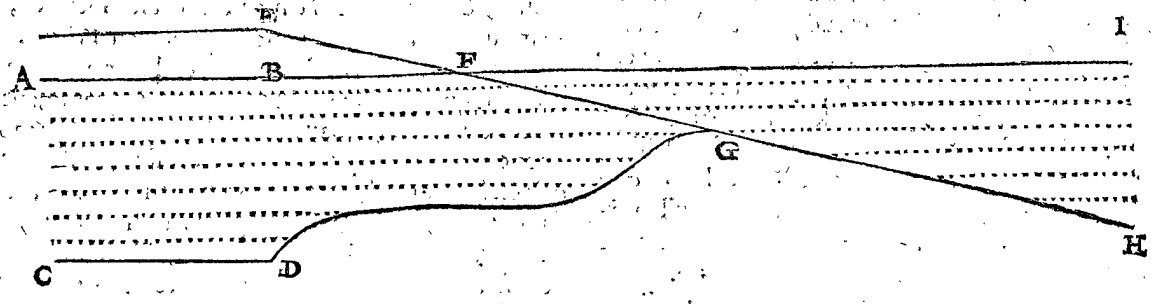
fond. Il advient aussi qu'une riviere estant fort large en d'aucuns lieux, que les lieux plus profonds d'icelle, font ce qu'avons dit avenir à veu d'œil sur les terroirs horizontaux, & qu'alors les deux costez de la riviere sont plats, mais quand les curvitez du fond parviennent jusques aux bords, ils se font en pente alors, par longueur de temps.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré la cause pourquoy les bords des rivieres sont plats, ou en pente, &c. ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XII.

**D**éclarer la cause pourquoy devant les havres à la fin des rivieres il y a des bancs sous l'eau, qu'on appelle sueils.

La raison pourquoy l'on sçait qu'il y a des bancs devant les havres à la fin des rivieres, c'est qu'on fonde le fond bien précisément, pour trouver les lieux plus profonds, & y mettre des enseignes, & qu'un peu loing devant les rivieres, on trouve qu'elles y sont moins profondes que plus pres, ou plus loing, combien qu'en d'aucuns lieux, cela n'y face rien pour la grande profondeur des rivieres, & partant qu'il n'est befoing de sonder la le fond, nonobstant la reigle generale, qui veut qu'il y aye un banc, dont il y a deux raisons; la premiere, si la riviere est estroite & plus haute que la mer, alors l'eau venant tomber dans la profondeur large, gonle ençor quelque peu, emportant quant & soy son sable & sa charge, jusques à ce que le cours venant plus lent, elle le laisse tomber, & ainsi se fait un banc devant les rivieres. L'autre raison est la cause aidante à la construction desdits bancs, c'est que le rivage de la mer va en glassis, c'est à dire un bien peu en pente. Par exemple soit une description orthographique, c'est à



dire un profil à angle droit sur l'horizon, le long de la riviere ABCD, & GH le glassis du rivage de la mer, les points signifient l'eau, & B la bouche de ladite riviere, BFI le fil superieur de la mer, G le sueil; la riviere est profonde de A en B, c'est à dire de C en D, pour son cours rapide, causé de son canal estroit: Et l'eau venant à sortir du canal, elle rinsse le sable, premierement assez fort, puis apres tousiours plus foiblement, à cause de la grande largeur où elle entre; & partant quand elle n'apporteroit aucune charge de sable de la riviere, il y viendroit toutesfois un sueil au devant de la riviere, à raison de ce rinssement de sable du rivage: & G estant le lieu où le cours est fort foible, elle y laisse tomber son sable, faisant illec le sueil G, qui est plus profond en D & en H, plus pres ou plus loing de l'emboucheure de la riviere.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré pourquoy il y a des sueils devant les havres à l'emboucheure des rivieres, selon le requis.

COROLLAIRE.

Il appert que tant plus l'emboucheure de la riviere

croist vers la mer, d'autant plus le sueil s'avance dans la mer.

Touchant la maniere d'approfondir le sueil ce qui se fait plus aisement par la cognoissance de la cause, cela sera remis au traité de l'Architecture cy-apres.

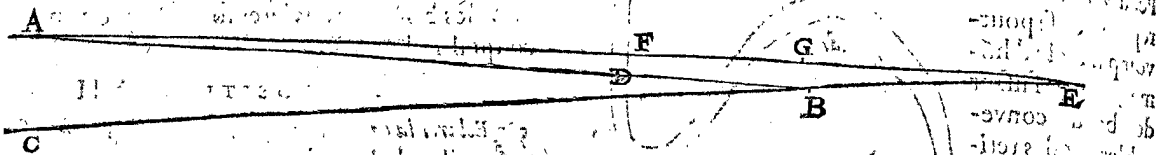
PROPOSITION XIII.

**D**éclarer la raison pourquoy l'eau des rivieres devient haute de plus en plus.

Il arrive en plusieurs lieux que les rivieres se departissent en deux, comme le Rhin à s'Gravenveert, l'une partie vers Nimeghe, l'autre vers Arnhem & lieux semblables. Or quand le cours de l'une partie ramoindrit, l'autre croist d'autant plus. Or on apperçoit cest accroissement beaucoup mieux es lieux qui sont entourez de digues, comme en Hollande; car lors qu'on faisoit les digues, le pays estoit d'autant plus haut que l'eau, qu'on se pouvoit servir d'escluses, pour se desfaire de l'eau du pays; mais 50 ou 60. ans apres, cela ne se pouvoit plus faire, pource que l'eau est plus haute que le terroir; & partant il se faut servir de moulins, autrement la terre demeureroit infructueuse sous l'eau.

J'ay ouy tesmoigner le mesme par des vieux naturels du pays digué de Melving en Prusse, declarans que l'eau du Nagats illec, estoit plus de trois pieds plus haute, qu'elle n'estoit en leur jeune temps, de sorte qu'il se falloit aussi servir de moulins.

Ce grand rehaussement apparoist plus fort, en la fin des rivieres, où elles entrent dans la mer. L'opi-



niere, B l'emboucheure de la riviere venant dans la mer BE, du temps qu'on faisoit les digues; & quelques années après, le fond AB vient à croistre plus loing dans la mer en E, en sorte que AB le vieil fond se remplit de sable, & au lieu de ABE, devient AE, & toujours ainsi de plus haut en plus haut jusques à estre au niveau: parquoy BG est la hauteur creüe au fond de l'eau depuis qu'on faisoit les digues, & cependant le terroir habité au delà des digues ne croist pas, ce qui montre la difference, plus que non pas où il n'y a point de digues, à cause que l'eau feroit aussi croistre le terroir.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment les rivieres viennent hautes de plus en plus, selon le requis.

#### PROPOSITION XIV.

**D**éclarer la cause pourquoy l'eau surgeonne.

Lors qu'on fait un puits dans terre, aussi profondément qu'on voit sourdre l'eau, d'aucuns sont esmerveillés pourquoy l'eau estant creüe jusques à certaine hauteur cesse de sourdre davantage, & pourquoy elle ne vient point à emplir le puits jusqu'en haut: La raison est manifeste que creusant profondément, l'eau & l'humidité qui pend à la terre d'alentour descend illec, jusques à ce que la fosse soit remplie, aussi haute que l'eau qui est dans la terre d'alentour; & n'y a nulle raison que l'eau d'un fossé remplisse un puits prochain en consistance d'eau plus haute que l'eau dudit fossé.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré pourquoy l'eau sourd hors de terre selon le requis; ce qu'on appelle en Flaman *quelmvyater*.

#### PROPOSITION XV.

**D**éclarer la cause pourquoy le sable surgeonne.

Cela advient pour la mesme raison de la proposition quatorzième précédente, car la terre est spongieuse & retient l'eau également haute dedans soy; Or donc quand on fossøye bien profondément dans le sable, on parvient à une profondeur qui semble inspuisable; car ostant le sable du fonds, il y en revient continuellement d'autre; dont la raison est que ledit sable est fort maigre, & que l'eau penetre au travers, comme elle feroit au travers des globes qui sont amassez l'un sur l'autre, lors qu'ils sont seuls, sans terre entredeux: & puis l'eau sourdant de terre emporte quant & soy ce sable mouvant jusques à consistance egale à la hauteur de l'humidité d'alentour. Tel sable s'appelle en Flaman, *vvelsant*, *quelmfant*, & *zeesant* d'aucuns, d'autres *drif-sant*. Finalement cecy n'advient pas à cause du sable maigre seulement, comme plusieurs ont

opinion; mais pource qu'estant maigre, il est aussi bas, voire davantage que l'eau de dedans terre.

*Conclusion.* Nous avons donc rendu raison pourquoy le sable surgeonne, comme il estoit requis.

#### PROPOSITION XVI.

**D**éclarer comment la mer sera, & a esté, où la terre est maintenant; & que la terre sera, & a esté, où la mer est presentement.

Que la mer devienne terre (assavoir le lieu) aux emboucheures des rivieres, appert en effect par les terroirs qui y croissent, & les Isles qui s'y amassent: Comme les Isles de Zeelande devant la riviere de l'Escaut, celles de Hollande devant la Meuse, lequel accroissement est tel presentement qu'on y a fait depuis n'aguères des digues, là où de memoire d'homme les navires chargez souloyent passer. Et comme ces deux creüs se sont maintenant, ainsi ont elles fait du temps jadis, d'où s'en suit qu'Hollande a esté autrefois mer, lors que l'extreme accroissement du Rhin, & rivage de la mer estoit en Gueldres, l'un plat au *Betuyve*, l'autre montagneux au *Veluyve*. Auparavant Gueldres estoit mer, & l'extremite de l'accroissement en Cleves, & ainsi consequemment des autres terres vers le haut, où l'on voit dans les montagnes encor des coquilles de mer, tesmoignant qu'elles ont esté dunes. Davantage tout ainsi que cest accroissement s'est fait jusques à present, ainsi accroistra-il au temps futur, c'est assavoir autant qu'il viendra de matiere à suffisance des montagnes & terroirs pour entretenir l'accroissement: ce qui peut encor durer longtemps au Rhin (si on en pouvoit juger selon la forme que l'orbe de la terre tient maintenant: ) car combien que les Alpes pierreuses d'où le Rhin procedé (qui ont esté auparavant montagnes fecondes & fructueuses, & encor par devant ont esté dunes) ne donnassent rien pour l'accroissement, & que les autres montagnes y contribuassent de moins en moins, si est-ce peut estre que l'accroissement present, est aussi grand que la matiere rinsée compòrte, assavoir que le bas est d'autant creu que le haut est amoindri.

Par ce qui a esté dit de l'accroissement d'Hollande, le mesme faut-il entendre de celui de Prusse, d'Egypte, & de tous autres accroissemens de la terre totale, d'où il faut conclurre que ce qui est mer, doit estre terre: Mais au contraire, que ce qui est terre maintenant, devienne mer cy-apres, apparoist lors que la terre grasse & sablonneuse est tout rincée, & que les rivieres ne contribuent plus de matiere dans la mer; car alors la mer commence à battre contre les rochers qui restent long-temps, comme on voit maintenant à Norvege, & en autres lieux, là où les rochers qui souloyent estre une terre ferme, sont parsemez & entrecoupez dans

dans la mer, & separez de grande concavitez & profondeurs, pource que les rochers ne donnent point de matiere pour faire un rivage, comme ils faisoient lors qu'ils estoient tant terre grasse, que sablonneuse. Joint qu'au paravant c'estoient des dunes, & devant mer, comme ils seront encor cy apres, pource qu'ils dimi-

nuent continuellement par la rigueur des ondes; car les gouttes d'eau peuvent bien creuser les plus dures pierres avec le temps.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré, comment ce qui est terre, fera mer; & ce qui est mer, fera terre, & a esté.

*Fin du deuxiesme livre de la Geographie.*

# TROISIÈME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

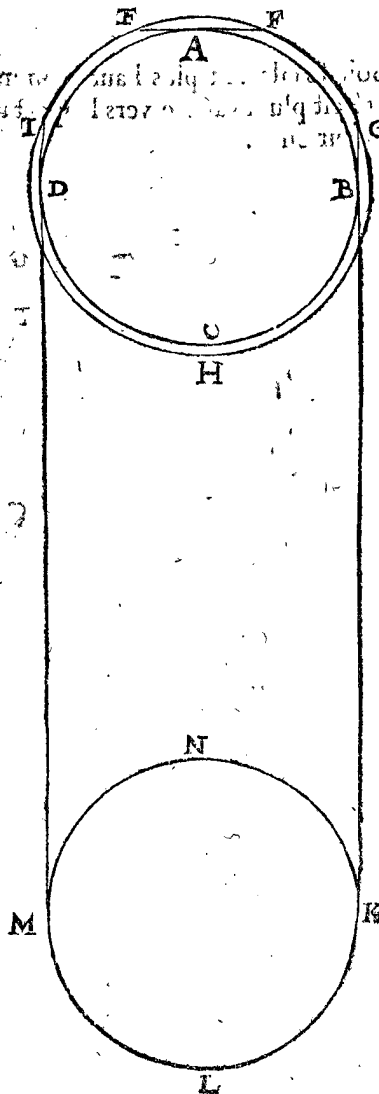
## De l'Atmeorie terrestre, ou hauteur des vapeurs.

### ARGUMENT DE L'ATMEORIE TERRESTRE.

**L**E Soleil par sa chaleur, eschauffant la terre & l'eau, esleve leur humidité en vapeur (la maniere comme on le peut appercevoir sera declarée cy apres) laquelle vapeur, comme un orbe, enferme le globe terrestre pour telle fin, comme il a esté dit en l'Hylöcinesie, assavoir pour conjoindre & separer les matieres que la terre contient. Mais comme les anciens, desireux d'en sçavoir les proprietés & circonstances, (lesquels j'estime estre de ceux du siecle sage) y ayant travaillé, ont recognu que cest orbe cause les crepuscules, & ont aussi mesuré sa hauteur au dessus de la terre par voye Mathematique; ce qui est venu es mains d'Alhazen, qui l'ayant escrit en langue Arabe, a depuis esté traduit en Latin par Gerard de Cremona, & amplifié par Petrus Nonius, duquel nous avons tiré le present traité, selon nostre stile.

avec la terre KG, MI, touchant la terre es poinçts B, D, & la circonference de l'orbe des nuës en G, I. Qui montre comment l'orbe est éclairé du soleil, depuis I, par H, jusques à G, & non pas le reste GFEI, qui est obscur, & par ainsi le spectateur en A ne void nulle clarté.

I. FIGURE.



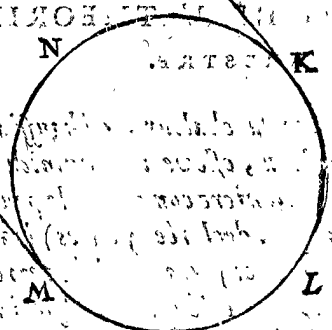
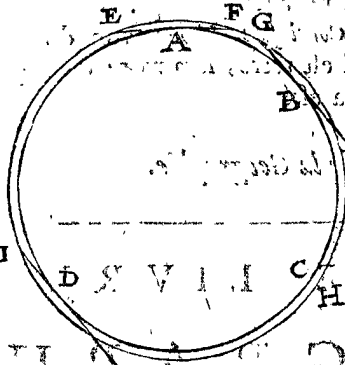
### PROPOSITION I.

**D**ecларer par quel moyen on voit l'orbe des vapeurs, & comment il cause le crepuscule.

Devant que venir à la maniere de trouver la hauteur des vapeurs, il est premierement necessaire de declarer qu'elles sont en effect, comment on les void, & sur quoy les Mathematiciens se fondent: Or c'est une chose notoire que le Soleil estant 16 degrez sous l'horizon devant son lever, on voit une blancheur qui se leve en l'air qu'on appelle l'Aurore ou Crepuscule, & s'augmente de plus en plus, se dilatant par le zenith jusques à l'occident.

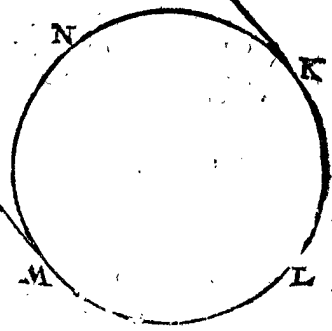
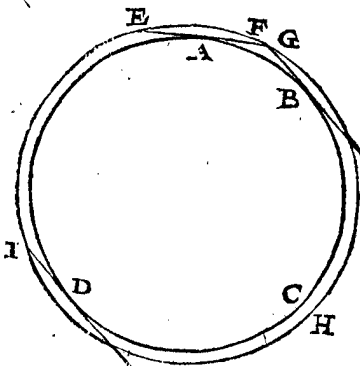
Par exemple, soit ABCD la terre, & EFGHI, l'orbe des nuës à l'entour d'iceluy; & le poinçt A l'œil du spectateur sur terre, duquel EF est son horizon naturel, se terminant de part & d'autre en la circonference dudit orbe en E, & F: Davantage du soleil KLMN soyent menees des tangentes communes

2. FIGURE.



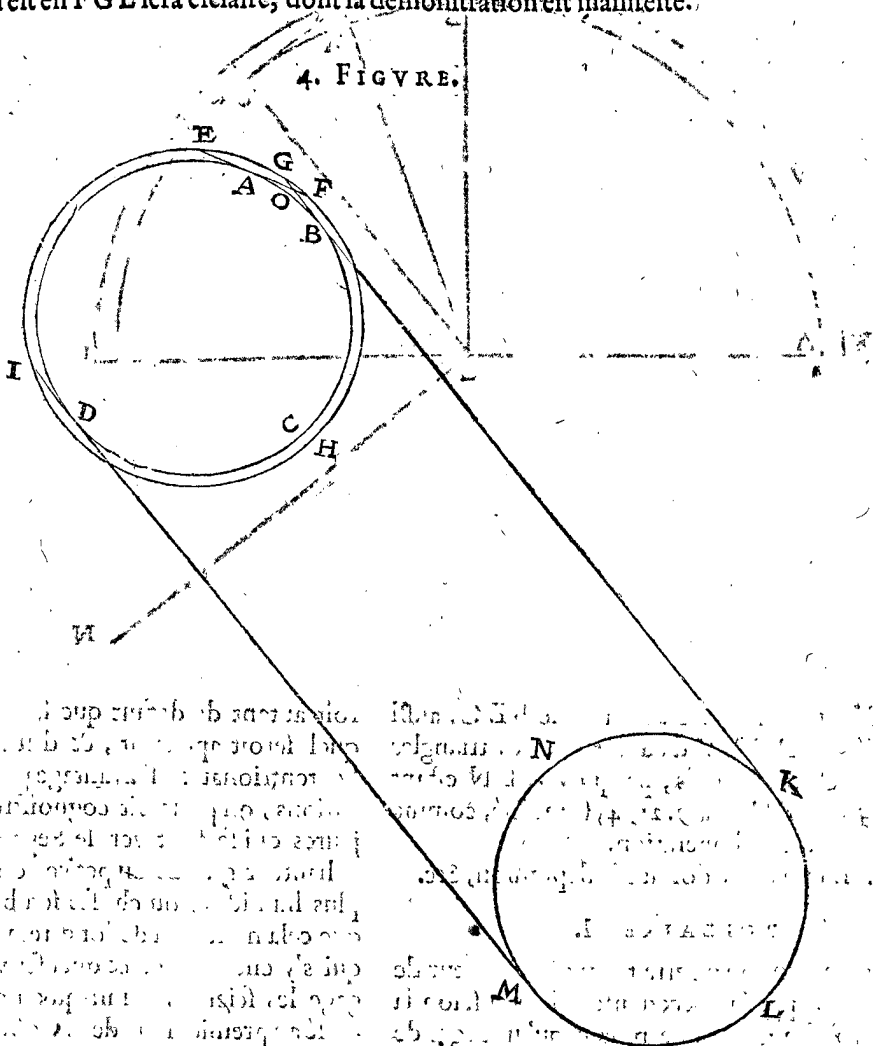
Mais le Soleil s'eleuant plus haut, comme en la deuxiesme figure, de laquelle les lettres sont comme devant, alors la clarté est plus avancée vers le spectateur : toutefois ladite clarté se terminant en G, n'éclaire nullement iceluy spectateur en A.

3. FIGURE.





Or le Soleil s'élevant davantage, comme en la troisieme figure, (là où les lettres sont comme es deux premieres figures) le spectateur en A, verra en F la clarté G; & s'élevant encor d'avantage, comme en la quatrieme figure, alors tout ce qui est en F G E sera éclairé, dont la demonstration est manifeste.



Conclusion. Nous avons donc déclaré comment l'orbe des vapeurs est aperçeu, & comment il est cause du Crepuscule, selon le requis.

terre en C, par les raisons de la troisieme figure de la premiere proposition: Alors (pour suivre l'exemple de Alhacen) le centre du soleil sera 19 degrez deprimé sous l'horizon: & suppose que le diametre visuel du soleil soit 33 ①, à l'ordinaire; alors le bord superieur du soleil sera distant de son centre 16 1/2 ① (c'est à dire le semidiametre visuel) & partant ledit bord sera deprimé de 18 deg. 43 1/2 ① sous l'horizon. En apres soit menée EB, jusques en L, ainsi que EB est le raid de la terre, & BL la hauteur de l'orbe.

ALB. GIRARD.

Je tiens pour certain qu'il n'y a pas de hauteur de vapeur déterminée, mais fort vague, & commence depuis la superficie de la terre, jusques à telle longueur, qui n'est pas toujours de mesme, mais bien 100 fois plus haute l'une des fois que l'autre; & que ledit orbe est toujours plus epais es deux poles de la terre, que non pas vers l'equinoctial, le plus souvent, & qu'il est fort interrompu. Davantage que les reflexions y sont beaucoup; par exemple en la troisieme figure le raid KG reflectit en E, & E plus avant, le tout irregulièrement selon l'irregularité des nuës.

Le requis. Il faut trouver la hauteur de l'orbe susdit en telles parties que le raid de la terre en contient 10000000.

OPERATION.

Je mene la ligne EH, alors le triangle BEH a trois termes connus, savoir EB 10000000, l'angle B droit, & l'angle BEH 9 deg. 21 ① 45 ② (moitié de 18 deg. 43 ① 30 ② donnez par la demonstration suivante) par lesquels on trouvera EH de 10135006, duquel osté EM 10000000, restera 135006 pour MH hauteur de l'orbe des nuës.

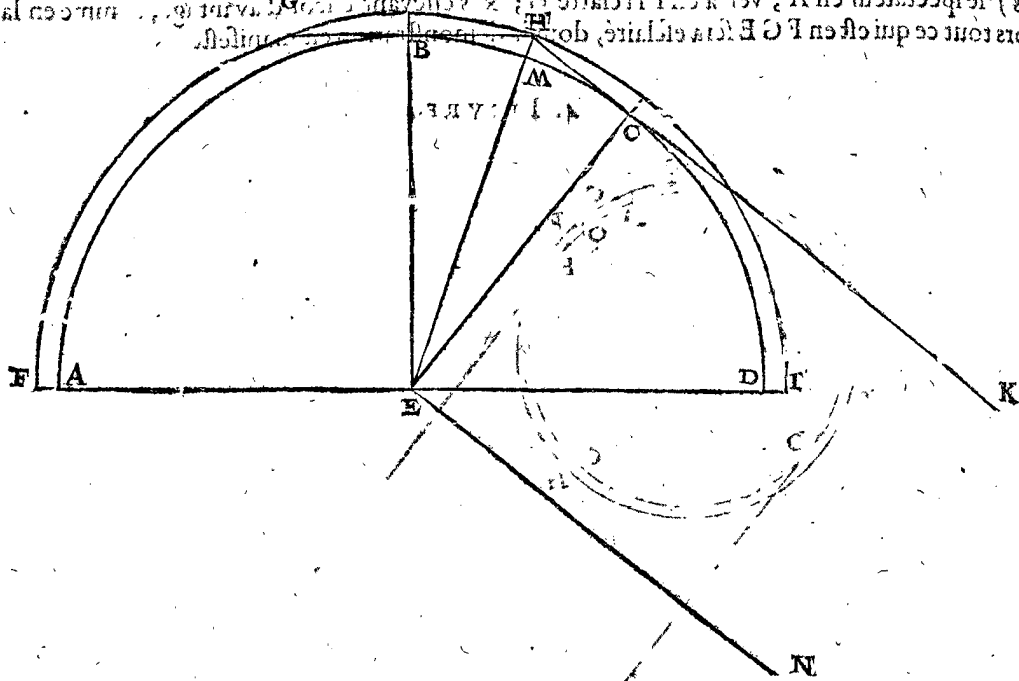
PROPOSITION II.

Estant donnée la depression du bord superieur du soleil sous l'horizon, au temps que le Crepuscule commence, trouver la hauteur de l'orbe des vapeurs, en parties telles que le raid du globe terrestre en contient 10000000.

DEMONSTRATION.

Le donné. Soit ABCD la terre, son centre E, & AD l'horizon, l'orbe des vapeurs alentour d'iceluy soit FGHI, B l'œil du spectateur sur terre, duquel l'horizon naturel soit GH se terminant de part & d'autre en l'orbe es points G, H: puis soit menée une ligne du bord superieur du soleil KH au temps que le Crepuscule commence, & partant touchera la

Ayant mené EC, & EN parallele à HK, alors d'autant que le bord superieur du soleil est deprimé sous l'horizon Mathematique AD de 18 deg. 43, 30, selon le donné, l'angle DEN sera autant, & aussi BEC; car BED & CEN sont deux angles egaux, chacun droit, veu que EK est droit, & partant aussi CEN; ostant le commun CED, alors BEC sera



egal à DEN ; mais BEH est moitié de BEC, aussi sera-il moitié de DEN, d'autant que les triangles BEH & HEC sont pareils, parquoy DEN estant 18 degr. 43, 30 : BEH sera 9. 21, 45 sa moitié, comme il avoit esté anticipé en l'operation.

*Conclusion.* Estant donc donnée la depression, &c.

COROLLAIRE I.

Il appert comment on pourra trouver la hauteur de l'orbe des vapeurs par la precedente, chacun selon la mesure qu'il voudra ; veu que posant qu'un degré de la circonference de la terre soit 18 lieuës, ou 18 heures de chemin, & la raison du diametre à la circonference, comme 7 à 22 ; alors disant 10000000 raid terrestre donne 135006 parties, hauteur susdite combien 2062 lieuës ? (car autant seroit le raid terrestre) viendra 27 <sup>4</sup>/<sub>5</sub> lieuës pour la hauteur de l'orbe des vapeurs, dont chacune contient 1500 verges de Rinlande en Hollande.

Que si quelqu'un ayant leu *Alhazen*, & son commentateur *Petrus Nonius*, trouvoit difference entre leur solution & la nostre, (combien que petite) ce ne sera pour autre raison, sinon qu'ils comptent la clarté du crepuscule par le centre du soleil, & nous par le bord, estant aussi en effect meilleur ; car il est comme contraint apres, de se servir de ceste partie de la terre qui est de surplus que l'hemisphere terrestre, illuminée, du soleil, à cause que le soleil est plus grand que la terre, & par consequent en esclaire plus de la moitié, ce qui ne sert de rien en cecy : toutefois je diray encore,

*Comment on pourroit parvenir en une cognoissance plus exacte de ceste matiere.*

Les vapeurs susdites sont tenuës pour cause des refractions que les lumieres celestes patissent : & tant plus que c'est du costé du pole, & tant plus sont remarquables : Parquoy seroit de besoing, afin de parvenir à plus grande cognoissance, que plusieurs observateurs s'y exerçassent chacun en sa region, en observant les refractions & les hauteurs des vapeurs ensemble. Car posant que le soleil soit au lieu là où il doit estre, selon que les reigles spheriques le demonstrent, on trouve-

roit autant de defect que les refractions causent ; lequel seroit appàrant, & d'autant plus grand es pays Septentrionaux. Davantage par telle pluralité d'observations, on pourroit cognoistre si les refractions majeures qui se font vers le Septentrion sont causées par la hauteur grande ou petite, ou pour estre les vapeurs plus humides, ou choses semblables. Mais d'autant que cela ne se fera de long-temps, pour le peu de gens qui s'y entendent, & qui escrivent en leur propre langage les sciences, ainsi qu'en avons plus amplement parlé au premier livre de la Cosmographie, il nous suffit d'avoir monstré comment on y pourroit parvenir.

PROPOSITION III.

**D**eceler comment l'on peut quelquefois mesurer la hauteur des nues.

Puis que nous sommes au traité de la hauteur des vapeurs, & que les nuës sont aussi des vapeurs, dont la hauteur se trouve estre diverse quelque fois, nous dirons comment il peut venir à propos de les mesurer.

Il advient donc qu'en temps serain, que d'aucunes fois on verra un seul nuage obscur sous le bleu celestin, qui se meut fort lentement, & donne ombrage sur une campagne rase, dont la grandeur estant mesurée sur terre, avec l'angle visuel, & par ainsi on peut mesurer sa hauteur, dont l'exemple s'ensuit.

I. Exemple le soleil estant au Zenith.

*Le donné.* Soit ABCD un nuage de telle qualité que dit est, assavoir d'une figure competante, separé d'autres, d'un mouvement lent, donnant ombrage sur un terroir applané, comme pourroit estre EFGH, qui sera en apparence plus grande que le nuage mesme, nonobstant qu'elle soit en effect plus petite : & que le soleil soit premierement au Zenith.

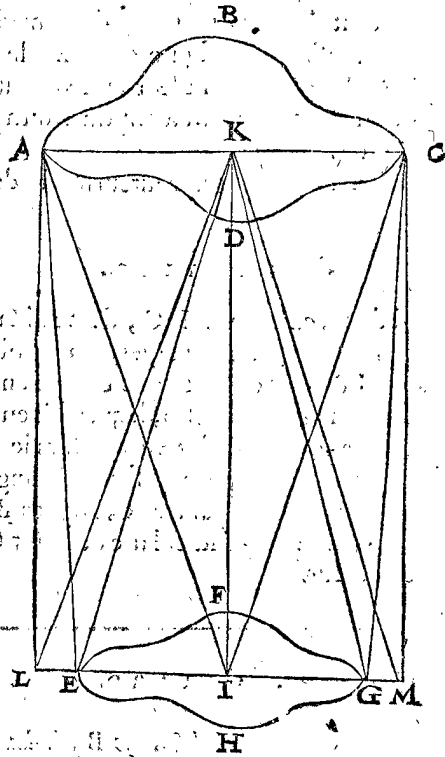
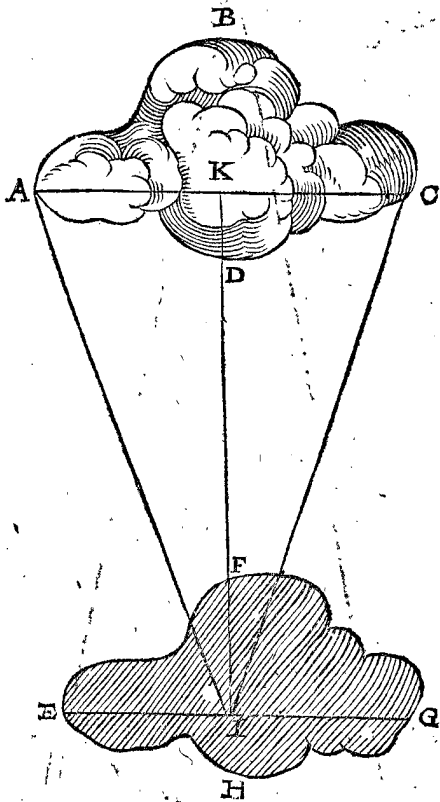
*Le requis.* Il faut trouver la hauteur de la nuë.

CONSTRUCTION.

Il est evident que l'ombrage sera semblable en figure plane, à la nuë ABCD, seulement autant moindre que le diametre visuel du soleil y comporte, dequoy nous ferons la supputation cy apres. Donc me tenant environ

environ le milieu de l'ombre en I, prenant garde aux extremités E, G, comme ombres de A, C, puis observant l'angle AIC, lequel soit par exemple de 4 degrez, & la ligne EG de 100 verges, ce qu'on peut faire

(double de EL.) Et ainsi quand nous avons dit en l'operation 3 degrez 27 (1) donnent 33 (2), combien 100

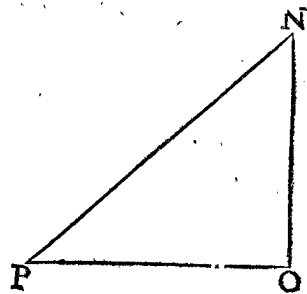


verges EG? ce qui venoit, assavoir 16 verges, estoit pour LE & GM, lesquelles adjoustées avec EG 100, viennent 116 verges pour LM; mais AC est egale à LM, donc AC fait aussi 116 verges, comme cy dessus. Touchant la démonstration du reste, elle est assez manifeste.

2. Exemple, le soleil n'estant au Zenith.

Que si le soleil n'estoit pas au zenith, comme au 1. exemple, mais bien plus bas, comme il advient le plus souvent, l'operation fera telle. Soit imaginé un plan passant par le centre du soleil & par le milieu du nuage, & une ligne le long de l'horizon perpendiculaire dessus, dont les extremités au circuit se terminent en lieux convenables, (ce qui se peut facilement faire à veü d'œil, autant qu'il en est de besoing) ceste ligne aura telle raison à son homologue en la nue, comme EG à AC, au 1. exemple, & ainsi poursuivant le reste comme dessus, on viendra au requis. Mais les autres lignes de l'ombrage n'ont pas de certitude en cecy, comme tombant plus loing qu'il ne faut, & telle incertitude est d'autant plus que le soleil est bas, selon les regles de l'Optique.

Or ayant trouvé la distance entre la nuë & l'observateur, on pourra bien trouver sa hauteur perpendiculaire sur la terre, en ayant son eslevation sur l'horizon, laquelle estant par exemple de 45 degrez NPO; alors le triangle aura 3 termes connus, assavoir NP, ladite distance entre la nuë N & l'observateur P; l'angle P 45 degrez; & l'angle O droit, estant PO ligne sur la terre, alors on cognoistra NO la hauteur requise.



3. Exem-

commoient par l'aide de deux personnes qui suivront l'ombre de la nue.

Des 4 degrez soustrait le diametre visuel du soleil 33 (1). restera 3 degrez 27 (1).

Puis disant si 3 degrez (1) donnent le diametre visuel 33 (1), combien EG 100 verges? viendra assez pres de 16 verges, lesquelles adjoustées à 100, feront 116 verges pour la longueur de AC.

Davantage ayant mené IK perpendiculaire à AC, alors AKI aura trois termes connus, assavoir AK 58 verges (moitié de AC 116 verges) l'angle AIK 2 degrez (moitié de l'angle AIC 4 degrez) & l'angle K droit; par lesquels on trouvera la ligne IK de 1661 verges à peu pres.

Preparation. Pour ne point obscurcir la precedente figure, soit encore autrement tracée ABCDEFGHIK, comme devant, & menées KE, KG, AE, CG, & prolongée EG de part & d'autre en L, M, ainsi que AL, CM soient perpendiculaires à LM.

DEMONSTRATION.

Comme les angles LKI à LKE ainsi fort pres (à cause de la parvité des angles) LI à LE, par la ... proposition de l'Astronomie. Mais LAE est egal à peu pres à LKE; donc comme LKI à LAE, ainsi LI à LE: Mais LKI est egal à AIK 2 degrez, (comme moitié de 4 degrez AIC) & LAE egal à la moitié du diametre visuel du soleil qui sera donc  $16\frac{1}{2}$  (1); parquoy comme 2 degrez. à  $16\frac{1}{2}$ , ainsi LI à LE: & par raison divisée, comme 2 degrez. moins  $16\frac{1}{2}$  (1) (c'est 1 degrez.  $43\frac{1}{2}$  (1)) à  $16\frac{1}{2}$  (1), ainsi LI moins LE (c'est EI) à EL: Mais leur double sont encor en mesme raison: parquoy comme 3 degrez. 27 (1) à 33 (1), ainsi EG (double de EI) à LE avec GM

## 3. Exemple sans soleil.

*Le donné.* Soit ABCD un nuage de la même qualité que devant, assavoir de figure convenable, séparé des autres, & de mouvement fort lent venant vers le zenith, ou s'esloignant directement du zenith pour les raisons suivantes.

*Le requis.* Il faut trouver sa hauteur sur le dessus de la terre.

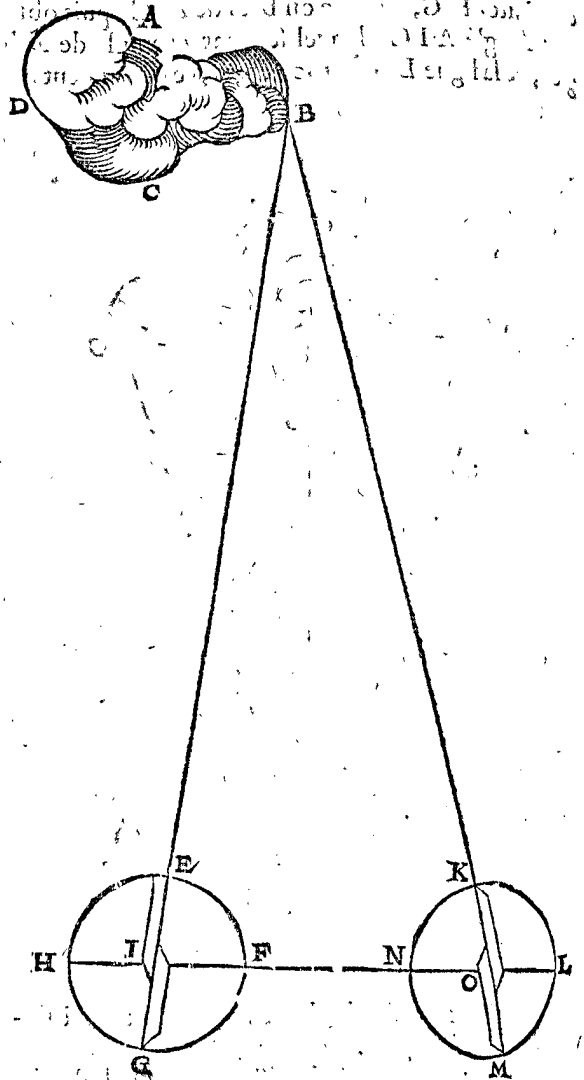
## OPERATION.

On sera à deux, comme en I, O, d'une distance suffisante d'environ 100 ou 200 verges, & puis observant les angles en I & O, en sorte que ce soit en même temps & vers un même point B, lequel soit en la ligne des zeniths, & aussi I, O, à niveau, alors le triangle BOI aura trois termes connus, assavoir les angles & la distance O, I, on trouvera par iceux les lignes BI, BO, & aussi si on veut la perpendiculaire de B sur OI, qui est la vraie hauteur.

ALB. GIRARD.

On voit pourquoy j'ay dit cy dessus que B soit dans la ligne des zeniths, combien que Stevin n'en parle point; car ainsi le plan du triangle sera perpendiculaire sur le niveau; que si le nuage estoit bien distant de telle ligne des zeniths, il faudroit prendre sa hauteur par l'ayde de trois personnes, faisant un triangle, & non une ligne droite.

Fin de la hauteur des vapeurs.



## QUATRIÈME LIVRE DE LA GÉOGRAPHIE.

### De l'Histiodromie, ou cours des Navires.

#### ARGUMENT DE L'HISTIODROMIE.

**L'**Hydrographie est une des causes principales qui a meu SON EXCELLENCE à s'exercer aux Mathématiques, & ce d'autant plus que beaucoup s'addonnans à rechercher des inventions concernant la Navigation venoyent quant & quant à en parler à SON EXCELLENCE, comme Admiral pour en juger: Tellement qu'il a visité tout ce qui est de plus subtil & nécessaire en ceste matiere, comme j'estime. Or de ceste Hydrographie nous en avons compris une partie en ce quatrieme livre traitant de l'Histiodromie; en apres suivront le Trouve-port, & un traité du flux & reflux de la mer, d'autant que nous

avons quelque chose de particulier; touchant le reste de l'Hydrographie, les traitez des meilleurs Auteurs luy suffisoient, sans en faire icy autre mention.

Après 5 definitions suivront II propositions, dont les deux premieres sont des cours droits, & les autres des cours obliques: puis finalement y sera adjoint une Appendice des cours obliques, ou des Rombs.

## DEFINITION I.

**C**ours, ne sont rien autre chose que les traces & lignes qui sont descrites par les navires.

Quand un navire va de l'Oost vers le West, la ligne imaginaire par où il a passé s'appelle en general Cours, mais particulièrement Cours d'Oost-en-West, & ainsi des autres.

DEFI-

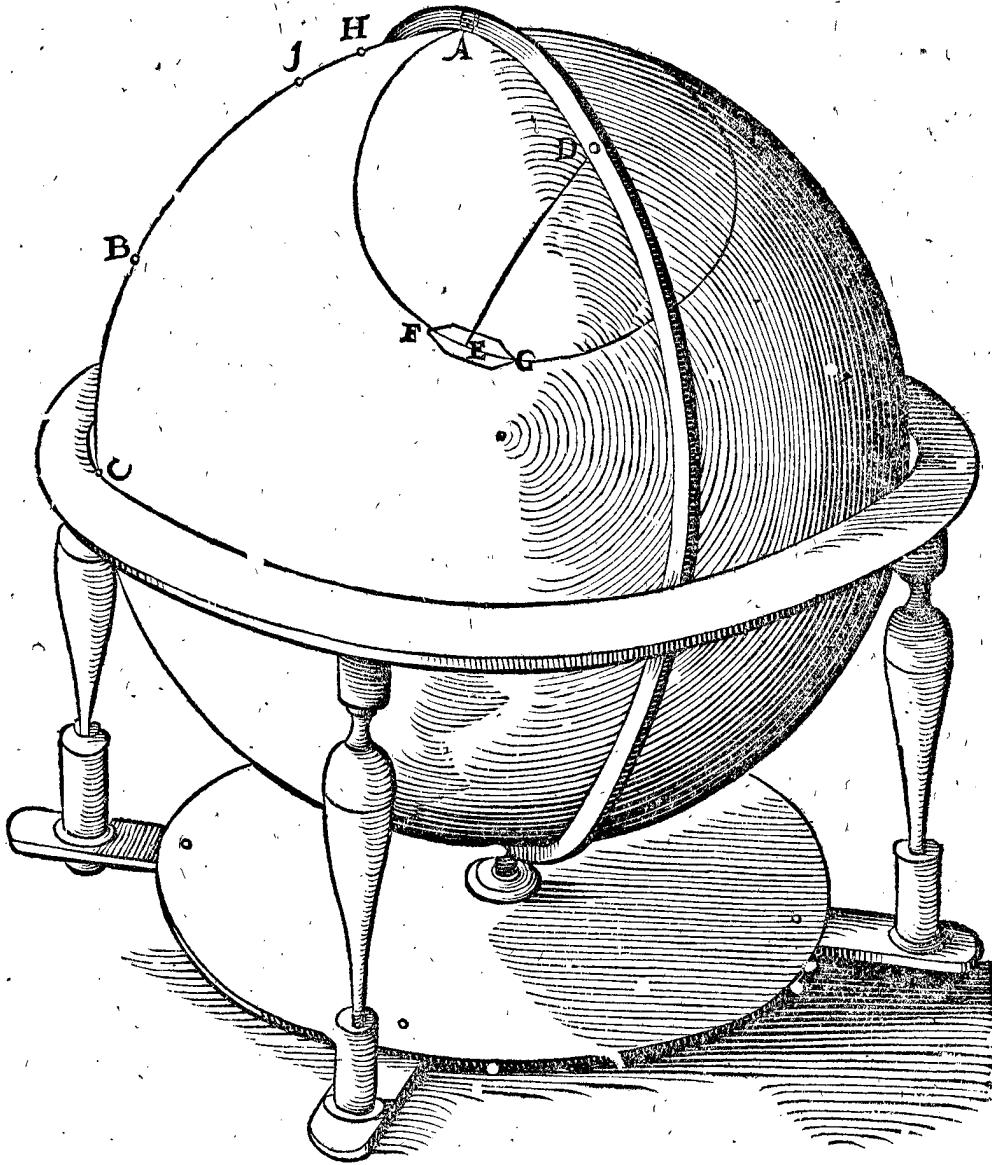
DEFINITION II.

**C**ours droit, est l'arc décrit sur le globe terrestre, le plus court entre deux points.

Soit ABC la terre, sur laquelle soit mené entre les points A, B, l'arc AB, lequel soit le plus court entre iceux, alors l'arc AB fera un arc majeur : & de tels on en marque 32 en la boussole, lesquels sont produits

par imagination jusques en l'horizon, & sont appelés les 32 vents ou cours. (Voyez leurs noms à la fin de ce traité.)

Touchant ce que quelqu'un pourroit dire qu'un arc majeur n'est pas droit, comme en effect il n'est pas, il est ainsi appelé, pource qu'il ne se destourne ny à droit, ny à gauche, comme font les cours obliques, dont la définition suit.



DEFINITION III.

**R**omb, ou cours oblique, est une ligne qui fait toujours des mesmes angles à tous les meridiens, & n'est ny l'equateur, ny un meridien.

Soit à la figure de la deuxiesme definition, D le pole de la terre, & E un navire, lequel de A est venu en E, tellement que l'arc ED mené du pole sur la carine du navire FEG, a fait toujours un angle egal à FED; ce qui advient ainsi lors que le navire tient toujours un mesme cours de la boussole, supposé que la fleur de lis monstroit toujours le vray Nort. Et alors la ligne, ou arc AFE, que le navire a fait, s'appelle Romb, ou Cours oblique. Que si l'angle FED est droit, le navire aura toujours allé vers l'Orient, ou vers l'Occident, & l'arc AFE sera partie du cercle mineur: ainsi que s'il poursuivoit de mesme il reviendroit où il auroit commencé, achevant le cercle. D'où l'on peut conclure que le droit cours oriental AB, & l'oblique

AE different de beaucoup: car posé que C soit le vray point d'Orient de ceux qui sont en A (lequel sera l'interfection de l'horizon & l'equinoctial terrestre) & A soit le point vertical ou zenith de la position oblique du globe terrestre, comme en la figure, alors ABC fera un arc de cercle majeur; Soit AB egal à l'arc AFE, & prenant qu'un navire navige le long de ABC, il ira toujours vers l'Orient au jugement de ceux qui sont en A, (s'ils ne le perdoient pas de vené) mas non pas au jugement de ceux qui seront dans le navire mesme, lesquels trouveront que la difference croist de plus en plus, voire si grande, que prenant le point A estre en la latitude de 50 degrez, le pilote arrivant environ C, se trouvera naviger aussi environ les 50 degrez d'Orient vers midy: (Car notez que venant en C, qui est en l'equinoctial; il le croisera faisant un angle d'autant de degrez qu'est la latitude du point A.) Derechef, combien que B soit droit Orient de A, toutesfois un navire navigant de A incessamment vers l'Orient, au

juge-

jugement de ceux qui sont dedans, il n'arrivera pas en B, mais bien loing de là en E : Prenant, comme il a esté dit, que AB & AFE soient arés egaux.

Remarquez aussi, que combien que B soit oriental de A, toutesfois A n'est pas occidental de B ; ce qui differe beaucoup és grands arcs. Par exemple que A soit de 45 degrez de latitude, & allant vers l'orient directement 90 degrez de voyage, il arrivera à C ; alors C ne trouvera pas que A soit à son occident, mais d'autant plus septentrional qu'emporte la latitude de A, c'est 45 degrez d'occident vers le nord, qu'on appelle Nortvvest. Tellement qu'estant en A pour aller en C, il faut commencer directement vers l'Oost, mais estant en C pour rebrousser le chemin, il faut commencer directement vers le Nordvvest, si on veut aller le droit chemin : & si A eust esté en la latitude de 57 degrez, la difference eust aussi esté (pour rebrousser chemin) de 57 degrez, c'est plus que 5 Rombs communs.

Et tant plus on navige pres le pole, d'autant plus y a-il de difference, au fait de grands voyages, ce qui est tres-necessaire d'estre sceu de ceux qui vont faire de recherche par là, autrement ils se trouveront bien loing de leur but.

Jusqu'icy a esté parlé des Cours d'orient & d'occident, qui sont tousiours cercles, mais les autres cours sont des spirales, (excepté les meridiens & l'equateur) desquels la figure & qualité sera deduite és propositions suivantes.

## DEFINITION IV.

**P**remier Romb, est celui qui à chacun quart de l'horizon est prochain du meridien : les autres suivans sont dits estre second, troisieme, &c. jusques au huitiesme qui est le dernier, & où l'equinoctial, ou un de ses parallels.

Comme au quart de l'horizon du Nord, vers l'Oost, le Romb pres le meridien (qui est le nord là) est le premier Romb appellé Nord à l'oost, le second Romb Nord-nord-oost, le tiers Romb Nord-oost à nord, & ainsi consecutivement jusqu'au huitiesme Romb, qui est l'Oost, tousiours cercle, ou l'equateur, ou un parallel à iceluy, de mesme des autres trois quartiers de l'horizon.

La raison pourquoy les cours obliques, outre ce qu'ils ont leurs noms des vents, sont encor appellez premiers, seconds, &c. est pource que les 8 d'un quartier sont semblables aux 8 d'un autre, tellement qu'il y en a tousiours 4 semblables premiers Rombs, comme Nord ten oosten, Nord ten vvesten, Zud ten oosten, Zud ten vvesten, & ainsi 4 semblables Rombs seconds, &c.

De sorte que si l'on vouloit parler du premier Romb, par le nom des vens, il en faudroit nommer 4 comme dessus.

## DEFINITION V.

**A**ngle de position d'un lieu, est un angle fait du meridien, & de la ligne qui passe par ledit lieu, ayant son sommet où se fait l'observation.

ALB. GIRARD.

Comme en la figure de la premiere proposition suivante A pole, F le lieu de l'observateur, alors AFE est angle de position de E. Stevin ne met ceste definition, neantmoins elle est necessaire pour entendre les choses suivantes.

## SENSUIVENT LES PROPOSITIONS.

Ainsi comme SON EXCELLENCE en la lecture de la *Cosmographie de Pierre Appian & Gemma Frison*, estoit parvenu au chap. 13 de la premiere partie : & en apres au 7 chap. au livre de la maniere de faire la description des lieux ; là où il y avoit comment par le moyen des nombres on pouvoit reconnoistre l'angle de position, c'est à dire de quel costé & Romb, un lieu estoit au regard de l'autre ; il passa ces choses sans les lire, pour deux raisons : l'une que le fondement, duquel l'operation estoit tirée n'y estoit pas ; & l'autre, qu'il ne s'estoit pas encor exercé en la Trigonometrie. Ce qu'ayant fait puis apres, & se ressouvenant de ce qu'il avoit obmis és chapitres mentionnez, il les a voulu revoir, & à mesme fin voulu operer par d'autres manieres, faites par la cognoissance des causes ; & ce non seulement touchant l'invention de l'angle de position, mais aussi de tous les termes incognus, & necessaires à la proposition suivante.

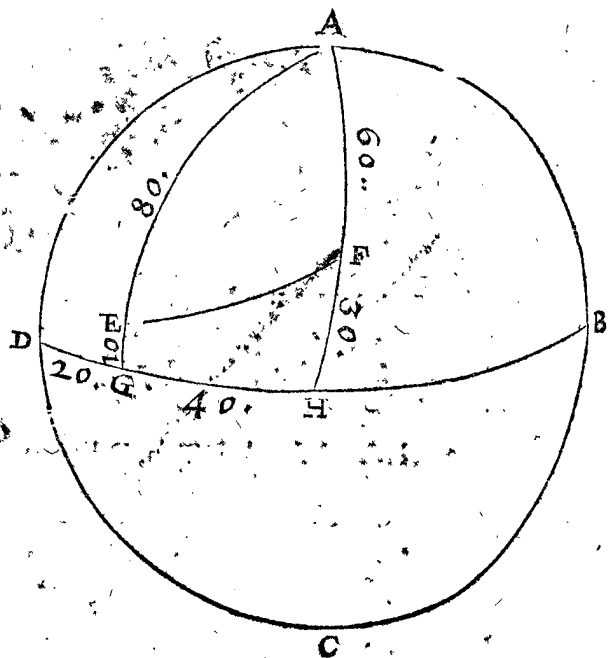
## PROPOSITION I.

**E**stans donnez trois termes de deux lieux, assavoir trois termes des 6 suivans : comme,

- I. Angle de position direct du premier lieu, au second.
- II. Angle de position direct du second lieu, au premier.
- III. Difference des longitudes.
- IV. Latitude du premier lieu.
- V. Latitude du second lieu.
- VI. Distance des deux lieux.

Trouver les trois autres termes.

Le donné. Soit ABCD le globe terrestre, & BD l'equateur, & D commencement des longitudes, A pole, E premier lieu, F second, EF arc de cercle majeur, comme distance : EG 10 degrez, & FH 30 degrez, les latitudes des deux lieux, dont les complemens seront AE 80, & AF 60 degrez, & GH la difference



des longitudes pour l'angle GAH, 40 degrez ; tellement que des 6 termes, trois sont donnez, assavoir EA, AF, complemens des latitudes, & l'angle EAF, difference des longitudes.

Le requis. Il faut trouver les trois autres termes incognus, comme l'angle de position direct du premier lieu,

lieu AEF, du second lieu AFE, & la distance des lieux, c'est la grandeur de l'arc EF.

Notez que les 6 termes susdits, sont les 6 termes d'un triangle spherique, ou d'iceux on les peut inferer.

*Construction.* Le triangle EAF a trois termes donnez, EA, AF, & l'angle EAF; par lesquels on trouvera les trois autres, savoir les angles de position AEF 55 deg. 51 ①, du Nort vers l'Orient, & AFE 109 deg. 44 ① du Nort par l'Occident vers le Zud: ou bien 19 deg. 44 ① d'Occident vers le Zud, & la distance EF 42 deg. 15 ①.

COROLLAIRE.

D'icy s'ensuit que trois termes donnez, on trouvera les trois autres; tellement qu'il ne fera besoing d'en faire une particuliere description.

*Conclusion.* Estant donc donnez trois termes, &c.

PROPOSITION II.

Navigation à cours droit.

Après que SON EXCELLENCE eust entendu la navigation par rombs, comme on les verra cy apres, & comparant les cours droicts à iceux, comme plus courts; il luy a semblé bon que j'en escrive quelque chose, puis que l'ordre mesme le requerroit, si on s'en vouloit servir, & ainsi j'en ay fait ces deux descriptions suivantes, l'une Mechanique, l'autre Mathematique.

1 Exemple, Mechaniquement.

*Le donné.* Soyent à la fig. de la 1 definition, A & B deux lieux sur la terre, A où est le navire, & B où il doit naviger.

*Le requis.* On veut naviger à cours droict de A jusques à B.

*Construction.* On marquera un arc de cercle majeur depuis A jusques à B, tel qu'il se puisse effacer, denotant le chemin que le navire doit tenir, puis A estant posé au Zenith, posant en apres le quadrant vertical (qui est ordinairement attaché au meridien du globe) sur B, & montrant sur l'horizon que B est (je prens) occidental de A directement. Ce qui montre qu'il faut commencer à faire voile vers l'occident, ce qu'on fera aussi 3 ou 4 degrez, comme de A en H, & marquant le point H, on le fera venir au Zenith (en le posant premierement sous le meridien, & abaissant le pole) puis adaptant le quadrant vertical sur B, comme devant, je prens qu'il montre que B est 3 degrez d'Occident vers midy à l'esgard de H; parquoy l'on prendra tel cours de nouveau 4 ou 5 degrez de long, & soit en I, d'où l'on procedera comme dessus, & trouvera-on qu'il faudra encor changer de cours tirant plus vers le midy pour venir vers B, & faisant tousiours ainsi jusques à ce qu'on y soit parvenu, on aura fait le cours AB droit; car combien que de A en H on ayt fait un cours oblique, neantmoins tant plus on prend tels arcs, comme AH, HI fort petits, & tant plus pres du droit sera le cours entier, ce qui ne peut alors beaucoup differer, combien qu'au lieu de AH, arc de cercle majeur, on ayt navigé une partie du cercle mineur, avançant trop d'Occident vers le Nort; & que HI soit partie d'une spirale, avançant pareillement trop de l'Occident vers le Nort, qui fait que la faute tournera de ce costé là.

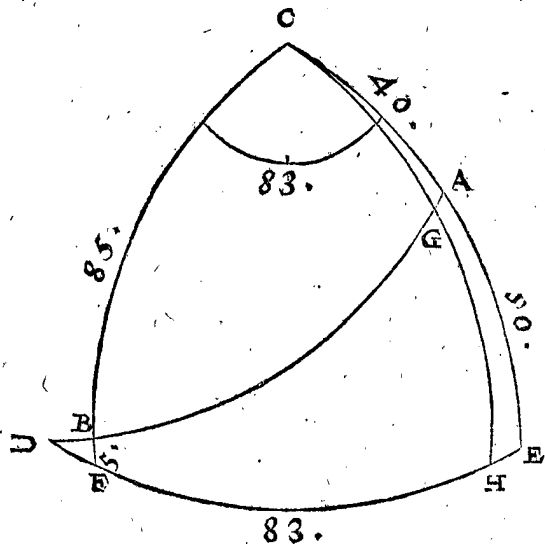
On fait bien, quelque preuve; car estant en H, on verra si la latitude du lieu où l'on est, s'accorde avec celle de B, ce qu'estant ainsi ce sera signe qu'on a bien achevé le tout, ce qui s'en ensuit, si on a bien conjecturé.

COROLLAIRE.

Si la navigation se fait sur l'equateur, c'est une chose notoire qu'il faut tousiours diriger le navire vers l'Orient ou l'Occident; & sur le Meridien, vers le Nord ou le Zud.

2 Exemple, Mathematiquement.

*Le donné.* Soyent A & B deux lieux sur la terre, C pole, FE l'equateur, BF latitude de B, 5 degrez, AE 50 deg. latitude de A, & iceux produits se rencontreront



au pole C, ainsi que BC, CA seront les complemens des latitudes, & FE 83 deg. difference des longitudes, pour l'angle BCA.

*Le requis.* On veut faire un cours droit de A jusques en B, par voye Mathematique, savoir par le moyen des triangles spheriques.

1 Preparation.

Je tire AB arc de cercle majeur, le produisant jusques à l'equateur en D.

1 Partie de l'operation.

Au triangle BCA, lequel a trois termes connus, BC, CA, & l'angle BCA 83 deg. par lesquels on trouvera les 3 termes incognus, selon la 40 prop. des triangles spheriques, comme CAB 92 deg. 8 ① angle de position directe, & d'autant faut-il s'effoigner du Nort par l'Occident vers le Zud, c'est à dire 87 deg. 52 ① de Zud vers VWest, ce qu'on fera aussi environ 4 degrez de long, comme de A en G; & touchant les autres deux termes, l'angle CBA 39 deg. 45 ①, & AB la distance requise 81 deg. 41 ①.

2 Preparation.

D'autant que les triangles rectangles sont plus faciles, il seroit bon de calculer DBF, lequel ayant trois termes connus, l'angle DBF egal à CBA 39 deg. 45 ① F droit, & BF 5 deg. par l'hypothese; alors cherchant l'angle D, qui se trouvera 50 deg. 26 ①, & DB 6 deg. 27 ①, lesquels adjoustez à BA 81, 41 ① viendra DA 88 deg. 8 ①.

2 Partie de l'operation.

Pour cognoistre quel cours on prendra de G vers B; je mene de C par G jusques à l'equateur EF, l'arc CGH, comé meridien; puis par le moyen du triangle rectangle DGH, lequel a 3 termes connus le costé DG 84 deg. 8 ① (ayant fait AG 4 deg.) l'angle D 50, 26 ①, & H droit, on cognoistra l'angle DGH 87, 45 ①, par la 34 prop.

des triangles spheriques, pour le cours requis qui est 7 ② plus Meridional que tantost en A; & tousiours ainsi jusques à B.

Notez premierement, que combien que les 7 ① cy dessus, soit une difference si petite, qu'elle ne puisse estre pratiquée avec un navire, toute fois on entend par là qu'on peut faire un plus grand arc, que n'est A G 4 deg. mais si on en eust pris une plus grande, ainsi que la difference eust esté plus remarquable, mesme qu'on en eust peu practiquer de moindre, c'eust esté un argument manifeste d'avoir pris A G trop grand pour la calculation. D'avantage il faut sçavoir qu'en arcs egaux, y a plus grande difference vers B, que non pas plus loing d'iceluy; car venant pres B, on doit prendre le cours seulement 39, 45 ① de Zud vers West (d'autant que l'angle D B F est autant) lequel est 48, 7 ① plus meridional, que non pas en A, car l'angle B A E estoit 87, 52 ①.

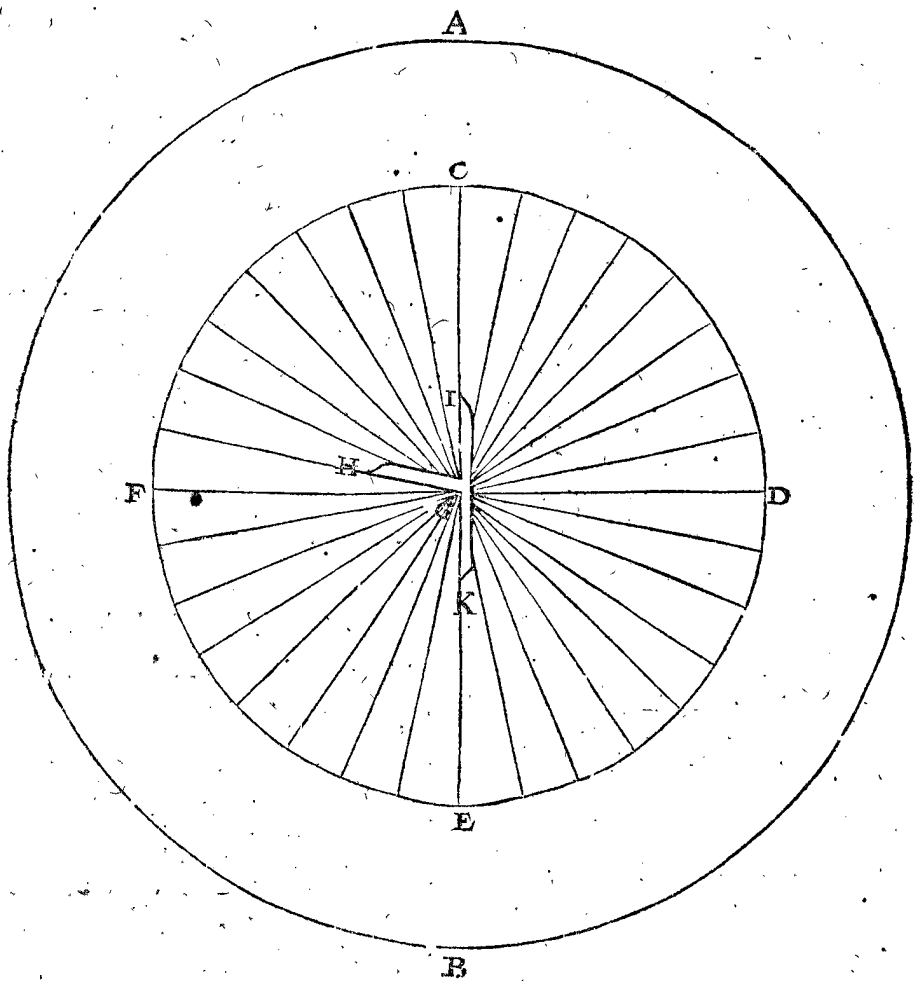
Notez secondement que si on requerroit d'avoir la latitude de G, pour esprouver si le navire, & le calcul s'accordent, il ne fraudroit que chercher G H, qui est la vraye latitude de G.

*Conclusion.* Nous avons donc navigé directement, selon le requis.

### PROPOSITION III.

#### *Marquer les rombs Mechaniquement.*

Ceux qui font les Globes terrestres, usent de divers moyens pour tracer les Rombs, un chacun selon la maniere qu'il estime la meilleure. Nous en declarerons icy une, non pas pour la suivre, mais pource qu'elle explique d'autant mieux le fondement de ce qu'on requiert, & qui doit estre mieux fait par apres. Soit A B un Globe, sur lequel soit un cercle mineur C D E F, dont G soit le centre, iceluy cercle divisé en 32 parties



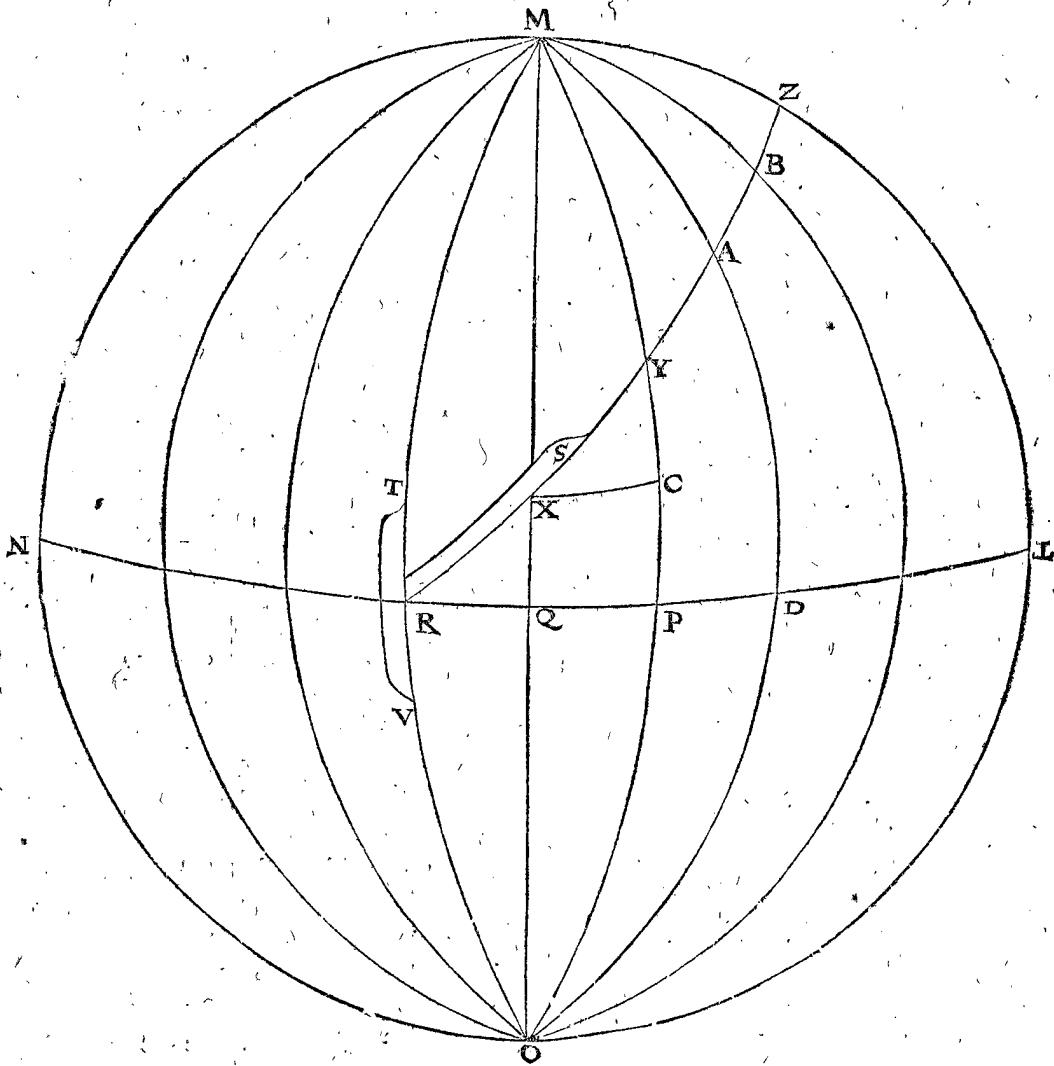
egales par des arcs passans par G, qui denotent les 32 vents communs, & soit C Nort, B Zud; FGD de West vers l'Oost, & fais un angle oblique de cuivre, comme H G I K, qui convienne sur la superficie du Globe, & ainsi des autres rombs; tellement qu'on en fera 7 de tels, pour les rombs d'entre F C; puis ayant achevé, on prend un autre Globe de mesme grandeur, comme L M N O, dont L N l'equateur, M pole arctique, O l'antarctique, puis marquant des meridiens M R O, M Q O, M P O, &c. de degrez en degrez, on vient à marquer les rombs dessus, posant un angle de cuivre susdit sur les meridiens. Par exemple on requiert le romb de Nordoost, je prens l'angle de cuivre qui a esté fait tel qu'a esté dit R S T V, posant T V sur l'un des meridiens M R O, & se sur l'equateur marquant une

ligne au long de R S, jusques au meridien prochain, jusques à X: remettant donc l'angle de cuivre sur M Q O, au point X, comme on a fait sur R, & marqué X Y, puis Y A, &c. & ainsi tant qu'on vouldra de degre en degre, voire jusques à venir assez pres du pole; or ces lignes spirales ne peuvent jamais parvenir dans le pole & se peuvent produire infiniment de part & d'autre à l'entour des poles, à parler de telle spirale Mathematiquement, mais mechaniquement un pole visible peut estre atteint.

D'icy se peut appercevoir comment on pourra faire les autres rombs, voire en commençant où l'on vouldra en lieu quelconque sur le Globe.

*Conclusion.* Nous avons donc marqué Mechaniquement les rombs, selon le requis.





*De l'incertitude de la precedente description.*

Veux que par la pluralité des positions de l'angle de cuivre, il y a des defauts; il y a aussi de l'incertitude, si la chose est bien ou non, & de combien est la faute; mais nous l'avons décrit, pource que ceste maniere declare suffisamment la maniere d'y proceder par nombres, afin d'avoir le tout un peu mieux réglé, comme s'ensuit.

**PROPOSITION IV.**

*Faire une Table des Rombs.*

Le sommaire de ceste proposition est que nous devons trouver par nombres, de quelle longueur sont les arcs (de la fig. precedente) QX, PY, & autres de mesme; car tels nombres estant connus, & les points X, Y, A, B, Z, marquez, puis conduisant une ligne de point en point, on aura le Romb requis; or la maniere de trouver tels arcs pourroit estre comme s'ensuit.

**PREMIERE FACON DES TABLES DES ROMBS.**

Soit RZ encor le quatriesme Romb, on veut trouver les arcs QX, PY: à ceste fin, dis-je, que le triangle XQR a trois termes connus XRQ 45 degrez, XQR droit, le costé RQ 1 degre: soit cherché QX, par la 36 prop. sera trouvée de 59 ①, 59 ②, puis pour avoir PY, je mene l'arc XC parallele à QP, alors PC fera aussi 59 ① 59 ②, comme QX: ainsi donc que du triangle YCX on doit avoir CY, pour l'adjouster à PC, afin d'avoir PY: lequel a aussi 3 termes connus, l'angle

YXC 45 deg. l'angle YCX droit, & le costé XC 59 ① 58 ② autant fait-il par les Tables communes, qui seront aussi icy: parquoy cherchant CY, sera trouvée de 59 ① 57 ②, lesquels adjoustez à PC 59 ① 59 ②, viendra pour PY 1 deg. 59 ① 56 ②, & ainsi des autres.

**SECONDE FACON DES TABLES DES ROMBS.**

Veux que la maniere precedente seroit plus longue que le loisir que je pourrois avoir, je me serviray en sa place d'une autre ja faite par *Edvvarr VVright*; & combien qu'elles ayent quelques imperfections, dequoy sera parlé en l'Appendice, toutefois elles pourront servir à la declaration de nostre dessein.

Pour la construction des tables des rombs, on doit premierement faire une table de la somme des secantes, de 10 ① à 10 ①, ou moins, comme s'ensuit:

|  |           |
|--|-----------|
| Secante de 10 ① fait                     | 10000042, |
| A laquelle adjoustee la secante de 20 ①, |           |
| 10000168, fait                           | 20000210. |
| A laquelle somme adjoustee la secante de |           |
| 30 ①, 10000381, fait                     | 30000591. |

Et ainsi consecutivement, puis ayant achevé, on coupera 5 lettres en queue, & sera une table comme s'ensuit.

A. B. GIRARD.

*De ces Tables-cy le docteur Snellius en a fait, avec d'autres, au livre intitulé Tiphys Batavus; en l'an 1624. & vont de minute en minute jusques à 70 degrez.*

TABLES

| deg | ①  | secant. | deg | ①  | secant. | deg | ①  | secant. | deg | ①  | secant. | deg | ①  | secant. |    |    |       |
|-----|----|---------|-----|----|---------|-----|----|---------|-----|----|---------|-----|----|---------|----|----|-------|
| 0   | 10 | 100     | 10  | 10 | 6132    | 20  | 10 | 12358   | 30  | 10 | 18999   | 40  | 10 | 26358   | 50 | 10 | 34902 |
| 0   | 20 | 200     | 10  | 20 | 6234    | 20  | 20 | 12464   | 30  | 20 | 19115   | 40  | 20 | 26489   | 50 | 20 | 35058 |
| 0   | 30 | 300     | 10  | 30 | 6335    | 20  | 30 | 12571   | 30  | 30 | 19231   | 40  | 30 | 26621   | 50 | 30 | 35215 |
| 0   | 40 | 400     | 10  | 40 | 6437    | 20  | 40 | 12678   | 30  | 40 | 19347   | 40  | 40 | 26752   | 50 | 40 | 35373 |
| 0   | 50 | 500     | 10  | 50 | 6539    | 20  | 50 | 12785   | 30  | 50 | 19464   | 40  | 50 | 26884   | 50 | 50 | 35531 |
| 1   | 0  | 600     | 11  | 0  | 6641    | 21  | 0  | 12892   | 31  | 0  | 19580   | 41  | 0  | 27017   | 51 | 0  | 35690 |
| 1   | 10 | 700     | 11  | 10 | 6743    | 21  | 10 | 12999   | 31  | 10 | 19697   | 41  | 10 | 27149   | 51 | 10 | 35849 |
| 1   | 20 | 800     | 11  | 20 | 6845    | 21  | 20 | 13106   | 31  | 20 | 19814   | 41  | 20 | 27282   | 51 | 20 | 36009 |
| 1   | 30 | 900     | 11  | 30 | 6947    | 21  | 30 | 13213   | 31  | 30 | 19931   | 41  | 30 | 27416   | 51 | 30 | 36169 |
| 1   | 40 | 1000    | 11  | 40 | 7049    | 21  | 40 | 13321   | 31  | 40 | 20048   | 41  | 40 | 27549   | 51 | 40 | 36330 |
| 1   | 50 | 1100    | 11  | 50 | 7151    | 21  | 50 | 13429   | 31  | 50 | 20166   | 41  | 50 | 27683   | 51 | 50 | 36491 |
| 2   | 0  | 1200    | 12  | 0  | 7253    | 22  | 0  | 13537   | 32  | 0  | 20284   | 42  | 0  | 27818   | 52 | 0  | 36654 |
| 2   | 10 | 1300    | 12  | 10 | 7355    | 22  | 10 | 13645   | 32  | 10 | 20402   | 42  | 10 | 27953   | 52 | 10 | 36816 |
| 2   | 20 | 1400    | 12  | 20 | 7458    | 22  | 20 | 13753   | 32  | 20 | 20520   | 42  | 20 | 28088   | 52 | 20 | 36980 |
| 2   | 30 | 1500    | 12  | 30 | 7560    | 22  | 30 | 13861   | 32  | 30 | 20639   | 42  | 30 | 28223   | 52 | 30 | 37144 |
| 2   | 40 | 1601    | 12  | 40 | 7662    | 22  | 40 | 13969   | 32  | 40 | 20757   | 42  | 40 | 28359   | 52 | 40 | 37308 |
| 2   | 50 | 1701    | 12  | 50 | 7765    | 22  | 50 | 14078   | 32  | 50 | 20876   | 42  | 50 | 28495   | 52 | 50 | 37473 |
| 3   | 0  | 1801    | 13  | 0  | 7868    | 23  | 0  | 14186   | 33  | 0  | 20995   | 43  | 0  | 28632   | 53 | 0  | 37639 |
| 3   | 10 | 1901    | 13  | 10 | 7970    | 23  | 10 | 14295   | 33  | 10 | 21115   | 43  | 10 | 28769   | 53 | 10 | 37806 |
| 3   | 20 | 2001    | 13  | 20 | 8073    | 23  | 20 | 14404   | 33  | 20 | 21234   | 43  | 20 | 28906   | 53 | 20 | 37973 |
| 3   | 30 | 2101    | 13  | 30 | 8176    | 23  | 30 | 14513   | 33  | 30 | 21354   | 43  | 30 | 29044   | 53 | 30 | 38141 |
| 3   | 40 | 2201    | 13  | 40 | 8279    | 23  | 40 | 14622   | 33  | 40 | 21474   | 43  | 40 | 29182   | 53 | 40 | 38309 |
| 3   | 50 | 2302    | 13  | 50 | 8382    | 23  | 50 | 14731   | 33  | 50 | 21594   | 43  | 50 | 29320   | 53 | 50 | 38478 |
| 4   | 0  | 2402    | 14  | 0  | 8485    | 24  | 0  | 14840   | 34  | 0  | 21715   | 44  | 0  | 29459   | 54 | 0  | 38648 |
| 4   | 10 | 2502    | 14  | 10 | 8588    | 24  | 10 | 14950   | 34  | 10 | 21836   | 44  | 10 | 29598   | 54 | 10 | 38819 |
| 4   | 20 | 2602    | 14  | 20 | 8691    | 24  | 20 | 15060   | 34  | 20 | 21957   | 44  | 20 | 29738   | 54 | 20 | 38990 |
| 4   | 30 | 2703    | 14  | 30 | 8794    | 24  | 30 | 15170   | 34  | 30 | 22078   | 44  | 30 | 29878   | 54 | 30 | 39162 |
| 4   | 40 | 2803    | 14  | 40 | 8897    | 24  | 40 | 15280   | 34  | 40 | 22199   | 44  | 40 | 30018   | 54 | 40 | 39334 |
| 4   | 50 | 2903    | 14  | 50 | 9001    | 24  | 50 | 15390   | 34  | 50 | 22321   | 44  | 50 | 30159   | 54 | 50 | 39508 |
| 5   | 0  | 3004    | 15  | 0  | 9104    | 25  | 0  | 15500   | 35  | 0  | 22443   | 45  | 0  | 30300   | 55 | 0  | 39682 |
| 5   | 10 | 31      | 15  | 10 | 9208    | 25  | 10 | 15610   | 35  | 10 | 22565   | 45  | 10 | 30442   | 55 | 10 | 39857 |
| 5   | 20 | 3205    | 15  | 20 | 9312    | 25  | 20 | 15721   | 35  | 20 | 22688   | 45  | 20 | 30584   | 55 | 20 | 40032 |
| 5   | 30 | 3305    | 15  | 30 | 9415    | 25  | 30 | 15832   | 35  | 30 | 22811   | 45  | 30 | 30726   | 55 | 30 | 40208 |
| 5   | 40 | 3405    | 15  | 40 | 9519    | 25  | 40 | 15942   | 35  | 40 | 22934   | 45  | 40 | 30869   | 55 | 40 | 40385 |
| 5   | 50 | 3506    | 15  | 50 | 9623    | 25  | 50 | 16053   | 35  | 50 | 23057   | 45  | 50 | 31013   | 55 | 50 | 40563 |
| 6   | 0  | 3606    | 16  | 0  | 9727    | 26  | 0  | 16165   | 36  | 0  | 23180   | 46  | 0  | 31156   | 56 | 0  | 40741 |
| 6   | 10 | 3707    | 16  | 10 | 9831    | 26  | 10 | 16276   | 36  | 10 | 23304   | 46  | 10 | 31301   | 56 | 10 | 40921 |
| 6   | 20 | 3808    | 16  | 20 | 9935    | 26  | 20 | 16388   | 36  | 20 | 23428   | 46  | 20 | 31445   | 56 | 20 | 41101 |
| 6   | 30 | 3908    | 16  | 30 | 10039   | 26  | 30 | 16499   | 36  | 30 | 23552   | 46  | 30 | 31590   | 56 | 30 | 41282 |
| 6   | 40 | 4009    | 16  | 40 | 10144   | 26  | 40 | 16611   | 36  | 40 | 23677   | 46  | 40 | 31736   | 56 | 40 | 41463 |
| 6   | 50 | 4110    | 16  | 50 | 10248   | 26  | 50 | 16723   | 36  | 50 | 23802   | 46  | 50 | 31882   | 56 | 50 | 41646 |
| 7   | 0  | 4210    | 17  | 0  | 10353   | 27  | 0  | 16835   | 37  | 0  | 23927   | 47  | 0  | 32028   | 57 | 0  | 41829 |
| 7   | 10 | 4311    | 17  | 10 | 10457   | 27  | 10 | 16947   | 37  | 10 | 24052   | 47  | 10 | 32175   | 57 | 10 | 42013 |
| 7   | 20 | 4412    | 17  | 20 | 10562   | 27  | 20 | 17060   | 37  | 20 | 24178   | 47  | 20 | 32322   | 57 | 20 | 42198 |
| 7   | 30 | 4513    | 17  | 30 | 10667   | 27  | 30 | 17173   | 37  | 30 | 24304   | 47  | 30 | 32470   | 57 | 30 | 42384 |
| 7   | 40 | 4614    | 17  | 40 | 10772   | 27  | 40 | 17285   | 37  | 40 | 24430   | 47  | 40 | 32618   | 57 | 40 | 42570 |
| 7   | 50 | 4715    | 17  | 50 | 10877   | 27  | 50 | 17398   | 37  | 50 | 24556   | 47  | 50 | 32767   | 57 | 50 | 42758 |
| 8   | 0  | 4815    | 18  | 0  | 10982   | 28  | 0  | 17512   | 38  | 0  | 24683   | 48  | 0  | 32916   | 58 | 0  | 42946 |
| 8   | 10 | 4916    | 18  | 10 | 11087   | 28  | 10 | 17625   | 38  | 10 | 24810   | 48  | 10 | 33066   | 58 | 10 | 43135 |
| 8   | 20 | 5018    | 18  | 20 | 11192   | 28  | 20 | 17738   | 38  | 20 | 24938   | 48  | 20 | 33216   | 58 | 20 | 43325 |
| 8   | 30 | 5119    | 18  | 30 | 11298   | 28  | 30 | 27852   | 38  | 30 | 25065   | 48  | 30 | 33367   | 58 | 30 | 43516 |
| 8   | 40 | 5220    | 18  | 40 | 11403   | 28  | 40 | 17966   | 38  | 40 | 25193   | 48  | 40 | 33518   | 58 | 40 | 43708 |
| 8   | 50 | 5321    | 18  | 50 | 11509   | 28  | 50 | 18080   | 38  | 50 | 25321   | 48  | 50 | 33670   | 58 | 50 | 43901 |
| 9   | 0  | 5422    | 19  | 0  | 11615   | 29  | 0  | 18194   | 39  | 0  | 25450   | 49  | 0  | 33822   | 59 | 0  | 44095 |
| 9   | 10 | 5523    | 19  | 10 | 11720   | 29  | 10 | 18309   | 39  | 10 | 25579   | 49  | 10 | 33975   | 59 | 10 | 44289 |
| 9   | 20 | 5625    | 19  | 20 | 11826   | 29  | 20 | 18423   | 39  | 20 | 25708   | 49  | 20 | 34128   | 59 | 20 | 44485 |
| 9   | 30 | 5726    | 19  | 30 | 11932   | 29  | 30 | 18538   | 39  | 30 | 25837   | 49  | 30 | 34282   | 59 | 30 | 44681 |
| 9   | 40 | 5827    | 19  | 40 | 12038   | 29  | 40 | 18653   | 39  | 40 | 25967   | 49  | 40 | 34436   | 59 | 40 | 44879 |
| 9   | 50 | 5929    | 19  | 50 | 12145   | 29  | 50 | 18768   | 39  | 50 | 26097   | 49  | 50 | 34591   | 59 | 50 | 45078 |
| 10  | 0  | 6030    | 20  | 0  | 12251   | 30  | 0  | 18884   | 40  | 0  | 26228   | 50  | 0  | 34746   | 60 | 0  | 45277 |

| deg | ①  | secant. | deg | ①  | secant. | deg | ①  | secant. |
|-----|----|---------|-----|----|---------|-----|----|---------|
| 60  | 10 | 45478   | 70  | 10 | 59960   | 80  | 10 | 84354   |
| 60  | 20 | 45679   | 70  | 20 | 60257   | 80  | 20 | 84945   |
| 60  | 30 | 45882   | 70  | 30 | 60555   | 80  | 30 | 85546   |
| 60  | 40 | 46085   | 70  | 40 | 60856   | 80  | 40 | 86158   |
| 60  | 50 | 46290   | 70  | 50 | 61159   | 80  | 50 | 86781   |
| 61  | 0  | 46496   | 71  | 0  | 61465   | 81  | 0  | 87415   |
| 61  | 10 | 46703   | 71  | 10 | 61774   | 81  | 10 | 88061   |
| 61  | 20 | 46911   | 71  | 20 | 62085   | 81  | 20 | 88719   |
| 61  | 30 | 47120   | 71  | 30 | 62399   | 81  | 30 | 89389   |
| 61  | 40 | 47330   | 71  | 40 | 62716   | 81  | 40 | 90073   |
| 61  | 50 | 47541   | 71  | 50 | 63035   | 81  | 50 | 90771   |
| 62  | 0  | 47754   | 72  | 0  | 63357   | 82  | 0  | 91483   |
| 62  | 10 | 47967   | 72  | 10 | 63682   | 82  | 10 | 92210   |
| 62  | 20 | 48182   | 72  | 20 | 64011   | 82  | 20 | 92952   |
| 62  | 30 | 48398   | 72  | 30 | 64342   | 82  | 30 | 93711   |
| 62  | 40 | 48616   | 72  | 40 | 64676   | 82  | 40 | 94486   |
| 62  | 50 | 48834   | 72  | 50 | 65014   | 82  | 50 | 95280   |
| 63  | 0  | 49054   | 73  | 0  | 65354   | 83  | 0  | 96091   |
| 63  | 10 | 49275   | 73  | 10 | 65698   | 83  | 10 | 96923   |
| 63  | 20 | 49497   | 73  | 20 | 66045   | 83  | 20 | 97775   |
| 63  | 30 | 49720   | 73  | 30 | 66396   | 83  | 30 | 98648   |
| 63  | 40 | 49945   | 73  | 40 | 66750   | 83  | 40 | 99544   |
| 63  | 50 | 50171   | 73  | 50 | 67107   | 83  | 50 | 100464  |
| 64  | 0  | 50399   | 74  | 0  | 67468   | 84  | 0  | 101409  |
| 64  | 10 | 50628   | 74  | 10 | 67833   | 84  | 10 | 102380  |
| 64  | 20 | 50858   | 74  | 20 | 68202   | 84  | 20 | 103380  |
| 64  | 30 | 51090   | 74  | 30 | 68574   | 84  | 30 | 104409  |
| 64  | 40 | 51323   | 74  | 40 | 68950   | 84  | 40 | 105471  |
| 64  | 50 | 51557   | 74  | 50 | 69331   | 84  | 50 | 106565  |
| 65  | 0  | 51793   | 75  | 0  | 69715   | 85  | 0  | 107696  |
| 65  | 10 | 52030   | 75  | 10 | 70104   | 85  | 10 | 108865  |
| 65  | 20 | 52269   | 75  | 20 | 70497   | 85  | 20 | 110075  |
| 65  | 30 | 52510   | 75  | 30 | 70894   | 85  | 30 | 111328  |
| 65  | 40 | 52752   | 75  | 40 | 71296   | 85  | 40 | 112630  |
| 65  | 50 | 52995   | 75  | 50 | 71703   | 85  | 50 | 113982  |
| 66  | 0  | 53241   | 76  | 0  | 72114   | 86  | 0  | 115389  |
| 66  | 10 | 53487   | 76  | 10 | 72530   | 86  | 10 | 116856  |
| 66  | 20 | 53736   | 76  | 20 | 72951   | 86  | 20 | 118389  |
| 66  | 30 | 53986   | 76  | 30 | 73377   | 86  | 30 | 119993  |
| 66  | 40 | 54237   | 76  | 40 | 73808   | 86  | 40 | 121675  |
| 66  | 50 | 54491   | 76  | 50 | 74245   | 86  | 50 | 123444  |
| 67  | 0  | 54746   | 77  | 0  | 74687   | 87  | 0  | 125209  |
| 67  | 10 | 55003   | 77  | 10 | 75134   | 87  | 10 | 127180  |
| 67  | 20 | 55262   | 77  | 20 | 75588   | 87  | 20 | 129272  |
| 67  | 30 | 55522   | 77  | 30 | 76047   | 87  | 30 | 131498  |
| 67  | 40 | 55784   | 77  | 40 | 76512   | 87  | 40 | 133879  |
| 67  | 50 | 56049   | 77  | 50 | 76984   | 87  | 50 | 136437  |
| 68  | 0  | 56315   | 78  | 0  | 77462   | 88  | 0  | 139200  |
| 68  | 10 | 56583   | 78  | 10 | 77947   | 88  | 10 | 142205  |
| 68  | 20 | 56853   | 78  | 20 | 78438   | 88  | 20 | 145497  |
| 68  | 30 | 57124   | 78  | 30 | 78937   | 88  | 30 | 149139  |
| 68  | 40 | 57398   | 78  | 40 | 79442   | 88  | 40 | 153213  |
| 68  | 50 | 57674   | 78  | 50 | 79953   | 88  | 50 | 157834  |
| 69  | 0  | 57953   | 79  | 0  | 80476   | 89  | 0  | 163176  |
| 69  | 10 | 58233   | 79  | 10 | 81004   | 89  | 10 | 169501  |
| 69  | 20 | 58515   | 79  | 20 | 81541   | 89  | 20 | 177259  |
| 69  | 30 | 58800   | 79  | 30 | 82085   | 89  | 30 | 187284  |
| 69  | 40 | 59086   | 79  | 40 | 82639   | 89  | 40 | 201513  |
| 69  | 50 | 59375   | 79  | 50 | 83201   | 89  | 50 | 226223  |
| 70  | 0  | 59667   | 80  | 0  | 83773   | 90  | 0  | 000000  |

Ceste preparation de table des secantes sommées, estant faite, nous viendrons à la construction des tables des rombs, & soit à la figure precedente RZ le premier romb, ainsi que l'angle XRQ du triangle XRQ fait 78 deg. 45 ①; or pour trouver l'arc QX, je prens que le triangle XRQ soit plat, pour sa petitesse, & trouve iceluy avoir trois termes cognus, XQR droit, XRQ 78, 45 ①, & le costé QR 1 degré, par lesquels on trouvera que QX est 5 deg. 1 ①, lequel je mets à la table des rombs, au premier alendroit de 1 degré de longitude dans la colomne de latitude. Maintenant pour trouver les latitudes de ceste table par quelque briefveré, je cherche dans la somme des tables des secantes, quel nombre est alendroit des susdits 5 deg. 1 ①, & trouve 3014, car les 5 degrez ont 3004, auquel adjousté 10 pour la partie proportionnelle de 1 ① viendra 3014, lequel me servira communement pour trouver les nombres de PY, DA, & autres semblables: ainsi, A 3014 adjousté encor 3014, vient 6028, qui dans les tables des sommes des secantes est alendroit de 10 deg. qu'il faut mettre dans la table suivante du premier romb, dans les latitudes alendroit de la longitude de 2 degrez, comme pour PY. De mesme à 6028 j'adjousté 3014, vient 9042, qui se rapporte dans la table precedente à 14 deg. 54 ①, lequel il faut poser à la table suivante joignant les 3 deg. de longitude, comme pour DA. Et ainsi des autres rombs.

Aux susdites longitudes & latitudes des rombs j'y ay adjoint les distances, pour les arcs RX, RY, RA, &c. afin que sans Globe terrestre, ou carte plane, on puisse par les nombres respondre & refoudre ce qui concerne les rombs, comme on verra es propositions suivantes; on trouve RX au triangle XQR comme plat, de 5 deg. 6 ① 54 ②, qu'il faut mettre joignant la latitude alendroit de 1 deg. de longitude; on trouvera RY ainsi comme la precedente ligne RX, car au triangle rectangle XCY comme plat, l'angle XYC est le nombre du premier romb, assavoir de 78 deg. 45 ① & le costé CY 4 deg. 59 ①, comme on peut inferer de la table suivante; car ostant PC 5, 1 ① (egale à QX) de PY 10 deg. restera pour CY, comme dit est: donc on trouvera XY 5, 12 ① 54 ② qu'il faut adjouter avec RX 5, 6 ① 54 ② viendra pour RY 10 deg. 19 ① 48 ②, lequel je mets dans la colomne des distances alendroit des 2 degrez de longitude dans la table du premier romb, & ainsi de RA, & tout le reste, combien qu'elles ne soyent es tables, à cause du peu de loisir, & de l'imperfection desdites tables.

TABLES DES ROMBS.

PREMIER ROMB.

| long. deg. | latit. deg. (1) | distance. deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance. deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance. deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance. deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance. deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance. deg. (1) |
|------------|-----------------|--------------------|------------|-----------------|--------------------|------------|-----------------|--------------------|------------|-----------------|--------------------|------------|-----------------|--------------------|------------|-----------------|--------------------|
| 1          | 5 1             | 5 7                | 31         | 82 27           |                    | 61         | 89 27           |                    | 91         | 87 31           |                    | 121        | 89 17           |                    | 152        | 89 48           |                    |
| 2          | 10 0            | 10 20              | 32         | 83 5            |                    | 62         | 89 29           |                    | 92         | 87 37           |                    | 122        | 89 19           |                    | 154        | 89 49           |                    |
| 3          | 14 54           |                    | 33         | 83 39           |                    | 63         | 89 32           |                    | 93         | 87 43           |                    | 123        | 89 21           |                    | 156        | 89 49           |                    |
| 4          | 19 42           |                    | 34         | 84 11           |                    | 64         | 89 34           |                    | 94         | 87 48           |                    | 124        | 89 22           |                    | 158        | 89 50           |                    |
| 5          | 24 22           |                    | 35         | 84 40           |                    | 65         | 89 36           |                    | 95         | 87 54           |                    | 125        | 89 24           |                    | 160        | 89 51           |                    |
| 6          | 28 51           |                    | 36         | 85 7            |                    | 66         | 89 38           |                    | 96         | 87 59           |                    | 126        | 89 25           |                    | 162        | 89 52           |                    |
| 7          | 33 10           |                    | 37         | 85 32           |                    | 67         | 89 40           |                    | 97         | 88 4            |                    | 127        | 89 27           |                    | 164        | 89 52           |                    |
| 8          | 37 16           |                    | 38         | 85 54           |                    | 68         | 89 41           |                    | 98         | 88 9            |                    | 128        | 89 28           |                    | 166        | 89 53           |                    |
| 9          | 41 9            |                    | 39         | 86 15           |                    | 69         | 89 43           |                    | 99         | 88 13           |                    | 129        | 89 29           |                    | 168        | 89 53           |                    |
| 10         | 44 50           |                    | 40         | 86 33           |                    | 70         | 89 44           |                    | 100        | 88 18           |                    | 130        | 89 30           |                    | 170        | 89 54           |                    |
| 11         | 48 17           |                    | 41         | 86 51           |                    | 71         | 89 46           |                    | 101        | 88 22           |                    | 131        | 89 32           |                    | 172        | 89 54           |                    |
| 12         | 51 31           |                    | 42         | 87 7            |                    | 72         | 89 47           |                    | 102        | 88 26           |                    | 132        | 89 33           |                    | 174        | 89 55           |                    |
| 13         | 54 32           |                    | 43         | 87 21           |                    | 73         | 89 48           |                    | 103        | 88 30           |                    | 133        | 89 34           |                    | 176        | 89 55           |                    |
| 14         | 57 21           |                    | 44         | 87 35           |                    | 74         | 89 49           |                    | 104        | 88 33           |                    | 134        | 89 35           |                    | 178        | 89 55           |                    |
| 15         | 59 58           |                    | 45         | 87 47           |                    | 75         | 89 50           |                    | 105        | 88 37           |                    | 135        | 89 36           |                    | 180        | 89 56           |                    |
| 16         | 62 23           |                    | 46         | 87 58           |                    | 76         | 89 51           |                    | 106        | 88 40           |                    | 136        | 89 37           |                    | 183        | 89 56           |                    |
| 17         | 64 38           |                    | 47         | 88 8            |                    | 77         | 89 52           |                    | 107        | 88 44           |                    | 137        | 89 38           |                    | 186        | 89 56           |                    |
| 18         | 66 42           |                    | 48         | 88 17           |                    | 78         | 89 53           |                    | 108        | 88 47           |                    | 138        | 89 39           |                    | 189        | 89 57           |                    |
| 19         | 68 36           |                    | 49         | 88 26           |                    | 79         | 89 54           |                    | 109        | 88 50           |                    | 139        | 89 39           |                    | 192        | 89 57           |                    |
| 20         | 70 22           |                    | 50         | 88 34           |                    | 80         | 89 55           |                    | 110        | 88 52           |                    | 140        | 89 40           |                    | 195        | 89 57           |                    |
| 21         | 71 59           |                    | 51         | 88 41           |                    | 81         | 89 56           |                    | 111        | 88 55           |                    | 141        | 89 41           |                    | 198        | 89 57           |                    |
| 22         | 73 29           |                    | 52         | 88 47           |                    | 82         | 89 56           |                    | 112        | 88 58           |                    | 142        | 89 42           |                    | 201        | 89 58           |                    |
| 23         | 74 51           |                    | 53         | 88 53           |                    | 83         | 89 57           |                    | 113        | 89 0            |                    | 143        | 89 42           |                    | 204        | 89 58           |                    |
| 24         | 76 6            |                    | 54         | 88 59           |                    | 84         | 89 58           |                    | 114        | 89 3            |                    | 144        | 89 43           |                    | 207        | 89 58           |                    |
| 25         | 77 16           |                    | 55         | 89 4            |                    | 85         | 89 58           |                    | 115        | 89 5            |                    | 145        | 89 44           |                    | 210        | 89 58           |                    |
| 26         | 78 19           |                    | 56         | 89 9            |                    | 86         | 89 58           |                    | 116        | 89 7            |                    | 146        | 89 44           |                    | 213        | 89 58           |                    |
| 27         | 79 18           |                    | 57         | 89 13           |                    | 87         | 89 58           |                    | 117        | 89 9            |                    | 147        | 89 45           |                    | 216        | 89 58           |                    |
| 28         | 80 11           |                    | 58         | 89 17           |                    | 88         | 89 59           |                    | 118        | 89 12           |                    | 148        | 89 46           |                    | 219        | 89 58           |                    |
| 29         | 81 0            |                    | 59         | 89 20           |                    | 89         | 89 59           |                    | 119        | 89 13           |                    | 149        | 89 46           |                    | 222        | 89 58           |                    |
| 30         | 81 46           |                    | 60         | 89 24           |                    | 90         | 89 59           |                    | 120        | 89 15           |                    | 150        | 89 47           |                    | 225        | 89 59           |                    |

DEUXIÈME ROMB.

|    |       |  |    |       |  |    |       |  |
|----|-------|--|----|-------|--|----|-------|--|
| 1  | 2 24  |  | 31 | 59 41 |  | 61 | 81 14 |  |
| 2  | 4 49  |  | 32 | 60 53 |  | 62 | 81 36 |  |
| 3  | 7 13  |  | 33 | 62 2  |  | 63 | 81 56 |  |
| 4  | 9 36  |  | 34 | 63 8  |  | 64 | 82 16 |  |
| 5  | 11 58 |  | 35 | 64 13 |  | 65 | 82 35 |  |
| 6  | 14 20 |  | 36 | 65 14 |  | 66 | 82 54 |  |
| 7  | 16 39 |  | 37 | 66 14 |  | 67 | 83 11 |  |
| 8  | 18 57 |  | 38 | 67 11 |  | 68 | 83 28 |  |
| 9  | 21 13 |  | 39 | 68 6  |  | 69 | 83 44 |  |
| 10 | 23 27 |  | 40 | 68 59 |  | 70 | 83 59 |  |
| 11 | 25 39 |  | 41 | 69 50 |  | 71 | 84 14 |  |
| 12 | 27 48 |  | 42 | 70 39 |  | 72 | 84 28 |  |
| 13 | 29 55 |  | 43 | 71 26 |  | 73 | 84 42 |  |
| 14 | 31 59 |  | 44 | 72 11 |  | 74 | 84 55 |  |
| 15 | 34 1  |  | 45 | 72 55 |  | 75 | 85 8  |  |
| 16 | 35 59 |  | 46 | 73 36 |  | 76 | 85 20 |  |
| 17 | 37 55 |  | 47 | 74 16 |  | 77 | 85 31 |  |
| 18 | 39 48 |  | 48 | 74 55 |  | 78 | 85 42 |  |
| 19 | 41 37 |  | 49 | 75 32 |  | 79 | 85 53 |  |
| 20 | 43 24 |  | 50 | 76 7  |  | 80 | 86 3  |  |
| 21 | 45 8  |  | 51 | 76 41 |  | 81 | 86 13 |  |
| 22 | 46 49 |  | 52 | 77 14 |  | 82 | 86 22 |  |
| 23 | 48 26 |  | 53 | 77 45 |  | 83 | 86 31 |  |
| 24 | 50 1  |  | 54 | 78 15 |  | 84 | 86 40 |  |
| 25 | 51 32 |  | 55 | 78 44 |  | 85 | 86 48 |  |
| 26 | 53 1  |  | 56 | 79 12 |  | 86 | 86 56 |  |
| 27 | 54 27 |  | 57 | 79 38 |  | 87 | 87 4  |  |
| 28 | 55 49 |  | 58 | 80 4  |  | 88 | 87 11 |  |
| 29 | 57 9  |  | 59 | 80 28 |  | 89 | 87 18 |  |
| 30 | 58 26 |  | 60 | 80 52 |  | 90 | 87 25 |  |

TROISIÈME ROMB.

|    |       |  |    |       |  |    |       |  |
|----|-------|--|----|-------|--|----|-------|--|
| 1  | 1 29  |  | 31 | 42 1  |  | 61 | 67 1  |  |
| 2  | 2 59  |  | 32 | 43 7  |  | 62 | 67 35 |  |
| 3  | 4 29  |  | 33 | 44 12 |  | 63 | 68 9  |  |
| 4  | 5 58  |  | 34 | 45 16 |  | 64 | 68 42 |  |
| 5  | 7 27  |  | 35 | 46 18 |  | 65 | 69 14 |  |
| 6  | 8 56  |  | 36 | 47 20 |  | 66 | 69 46 |  |
| 7  | 10 25 |  | 37 | 48 20 |  | 67 | 70 16 |  |
| 8  | 11 53 |  | 38 | 49 17 |  | 68 | 70 46 |  |
| 9  | 13 20 |  | 39 | 50 17 |  | 69 | 71 15 |  |
| 10 | 14 47 |  | 40 | 51 14 |  | 70 | 71 44 |  |
| 11 | 16 14 |  | 41 | 52 10 |  | 71 | 72 12 |  |
| 12 | 17 40 |  | 42 | 53 4  |  | 72 | 72 30 |  |
| 13 | 19 5  |  | 43 | 53 57 |  | 73 | 73 5  |  |
| 14 | 20 30 |  | 44 | 54 50 |  | 74 | 73 31 |  |
| 15 | 21 53 |  | 45 | 55 41 |  | 75 | 73 56 |  |
| 16 | 23 16 |  | 46 | 56 31 |  | 76 | 74 21 |  |
| 17 | 24 38 |  | 47 | 57 20 |  | 77 | 74 45 |  |
| 18 | 25 59 |  | 48 | 58 8  |  | 78 | 75 8  |  |
| 19 | 27 20 |  | 49 | 58 55 |  | 79 | 75 31 |  |
| 20 | 28 39 |  | 50 | 59 40 |  | 80 | 75 53 |  |
| 21 | 29 57 |  | 51 | 60 23 |  | 81 | 76 14 |  |
| 22 | 31 14 |  | 52 | 61 9  |  | 82 | 76 35 |  |
| 23 | 32 31 |  | 53 | 61 52 |  | 83 | 76 56 |  |
| 24 | 33 46 |  | 54 | 62 34 |  | 84 | 77 16 |  |
| 25 | 35 0  |  | 55 | 63 15 |  | 85 | 77 36 |  |
| 26 | 36 13 |  | 56 | 63 55 |  | 86 | 77 55 |  |
| 27 | 37 25 |  | 57 | 64 34 |  | 87 | 78 13 |  |
| 28 | 38 36 |  | 58 | 65 12 |  | 88 | 78 31 |  |
| 29 | 39 45 |  | 59 | 65 49 |  | 89 | 78 49 |  |
| 30 | 40 55 |  | 60 | 66 25 |  | 90 | 79 6  |  |

TABLES DES ROMBS.

QUATRIESME ROMB.

| long.<br>deg. | latit.<br>deg. ① | distance.<br>deg. ① | long.<br>deg. | latit.<br>deg. ① | distance.<br>deg. ① | long.<br>deg. | latit.<br>deg. ① | distance.<br>deg. ① | long.<br>deg. | latit.<br>deg. ① | distance.<br>deg. ① | long.<br>deg. | latit.<br>deg. ① | distance.<br>deg. ① | long.<br>deg. | latit.<br>deg. ① | distance.<br>deg. ① |
|---------------|------------------|---------------------|---------------|------------------|---------------------|---------------|------------------|---------------------|---------------|------------------|---------------------|---------------|------------------|---------------------|---------------|------------------|---------------------|
| 91            | 79 23            |                     | 151           | 87 46            |                     | 212           | 89 32            |                     | 1             | 0 59             | 1 25                | 61            | 51 56            |                     | 121           | 76 11            |                     |
| 92            | 79 39            |                     | 152           | 87 50            |                     | 214           | 89 33            |                     | 2             | 1 59             | 2 50                | 62            | 52 33            |                     | 122           | 76 25            |                     |
| 93            | 79 55            |                     | 153           | 87 53            |                     | 216           | 89 35            |                     | 3             | 2 59             | 4 15                | 63            | 53 8             |                     | 123           | 76 39            |                     |
| 94            | 80 10            |                     | 154           | 87 56            |                     | 218           | 89 36            |                     | 4             | 3 59             | 5 39                | 64            | 53 45            |                     | 124           | 76 53            |                     |
| 95            | 80 26            |                     | 155           | 87 59            |                     | 220           | 89 37            |                     | 5             | 4 59             | 7 4                 | 65            | 54 20            |                     | 125           | 77 7             |                     |
| 96            | 80 40            |                     | 156           | 88 3             |                     | 222           | 89 38            |                     | 6             | 5 59             | 8 29                | 66            | 54 55            |                     | 126           | 77 20            |                     |
| 97            | 80 55            |                     | 157           | 88 6             |                     | 224           | 89 39            |                     | 7             | 6 58             | 9 53                | 67            | 55 29            |                     | 127           | 77 33            |                     |
| 98            | 81 9             |                     | 158           | 88 8             |                     | 226           | 89 40            |                     | 8             | 7 58             | 11 17               | 68            | 56 3             |                     | 128           | 77 46            |                     |
| 99            | 81 22            |                     | 159           | 88 11            |                     | 228           | 89 41            |                     | 9             | 8 57             | 12 41               | 69            | 56 36            |                     | 129           | 77 58            |                     |
| 100           | 81 35            |                     | 160           | 88 14            |                     | 230           | 89 42            |                     | 10            | 9 56             | 14 4                | 70            | 57 9             |                     | 130           | 78 11            |                     |
| 101           | 81 48            |                     | 161           | 88 17            |                     | 232           | 89 43            |                     | 11            | 10 55            | 15 28               | 71            | 57 41            |                     | 131           | 78 23            |                     |
| 102           | 82 1             |                     | 162           | 88 19            |                     | 234           | 89 44            |                     | 12            | 11 54            | 16 51               | 72            | 58 13            |                     | 132           | 78 35            |                     |
| 103           | 82 13            |                     | 163           | 88 22            |                     | 236           | 89 45            |                     | 13            | 12 53            | 18 15               | 73            | 58 44            |                     | 133           | 78 46            |                     |
| 104           | 82 25            |                     | 164           | 88 24            |                     | 238           | 89 45            |                     | 14            | 13 51            | 19 37               | 74            | 59 15            |                     | 134           | 78 58            |                     |
| 105           | 82 37            |                     | 165           | 88 27            |                     | 240           | 89 46            |                     | 15            | 14 49            | 20 59               | 75            | 59 46            |                     | 135           | 79 9             |                     |
| 106           | 82 48            |                     | 166           | 88 29            |                     | 242           | 89 47            |                     | 16            | 15 47            | 22 21               | 76            | 60 16            |                     | 136           | 79 21            |                     |
| 107           | 82 59            |                     | 167           | 88 32            |                     | 244           | 89 47            |                     | 17            | 16 45            | 23 43               | 77            | 60 45            |                     | 137           | 79 32            |                     |
| 108           | 83 10            |                     | 168           | 88 34            |                     | 246           | 89 48            |                     | 18            | 17 42            | 25 3                | 78            | 61 14            |                     | 138           | 79 42            |                     |
| 109           | 83 21            |                     | 169           | 88 36            |                     | 248           | 89 48            |                     | 19            | 18 39            | 26 24               | 79            | 61 43            |                     | 139           | 79 53            |                     |
| 110           | 83 31            |                     | 170           | 88 38            |                     | 250           | 89 49            |                     | 20            | 19 36            | 27 44               | 80            | 62 11            |                     | 140           | 80 3             |                     |
| 111           | 83 41            |                     | 171           | 88 40            |                     | 252           | 89 50            |                     | 21            | 20 32            | 29 4                | 81            | 62 39            |                     | 141           | 80 14            |                     |
| 112           | 83 51            |                     | 172           | 88 42            |                     | 254           | 89 50            |                     | 22            | 21 28            | 30 23               | 82            | 63 6             |                     | 142           | 80 24            |                     |
| 113           | 84 0             |                     | 173           | 88 44            |                     | 256           | 89 50            |                     | 23            | 22 24            | 31 42               | 83            | 63 33            |                     | 143           | 80 34            |                     |
| 114           | 84 9             |                     | 174           | 88 46            |                     | 258           | 89 51            |                     | 24            | 23 19            | 33 0                | 84            | 64 0             |                     | 144           | 80 43            |                     |
| 115           | 84 18            |                     | 175           | 88 48            |                     | 260           | 89 51            |                     | 25            | 24 14            | 34 18               | 85            | 64 26            |                     | 145           | 80 53            |                     |
| 116           | 84 27            |                     | 176           | 88 50            |                     | 262           | 89 52            |                     | 26            | 25 9             | 35 35               | 86            | 64 51            |                     | 146           | 81 2             |                     |
| 117           | 84 36            |                     | 177           | 88 52            |                     | 264           | 89 52            |                     | 27            | 26 3             | 36 52               | 87            | 65 17            |                     | 147           | 81 12            |                     |
| 118           | 84 44            |                     | 178           | 88 53            |                     | 266           | 89 52            |                     | 28            | 26 56            | 38 7                | 88            | 65 41            |                     | 148           | 81 21            |                     |
| 119           | 84 52            |                     | 179           | 88 55            |                     | 268           | 89 53            |                     | 29            | 27 50            | 39 23               | 89            | 66 6             |                     | 149           | 81 30            |                     |
| 120           | 85 0             |                     | 180           | 88 57            |                     | 270           | 89 53            |                     | 30            | 28 42            | 40 37               | 90            | 66 30            |                     | 150           | 81 38            |                     |
| 121           | 85 8             |                     | 181           | 88 58            |                     | 273           | 89 54            |                     | 31            | 29 35            |                     | 91            | 66 55            |                     | 151           | 81 47            |                     |
| 122           | 85 15            |                     | 182           | 89 0             |                     | 276           | 89 54            |                     | 32            | 30 27            |                     | 92            | 67 17            |                     | 152           | 81 56            |                     |
| 123           | 85 23            |                     | 183           | 89 1             |                     | 279           | 89 54            |                     | 33            | 31 18            |                     | 93            | 67 40            |                     | 153           | 82 4             |                     |
| 124           | 85 30            |                     | 184           | 89 3             |                     | 282           | 89 55            |                     | 34            | 32 9             |                     | 94            | 68 3             |                     | 154           | 82 12            |                     |
| 125           | 85 37            |                     | 185           | 89 4             |                     | 285           | 89 55            |                     | 35            | 33 0             |                     | 95            | 68 25            |                     | 155           | 82 20            |                     |
| 126           | 85 43            |                     | 186           | 89 6             |                     | 288           | 89 55            |                     | 36            | 33 50            |                     | 96            | 68 47            |                     | 156           | 82 28            |                     |
| 127           | 85 50            |                     | 187           | 89 7             |                     | 291           | 89 56            |                     | 37            | 34 40            |                     | 97            | 69 8             |                     | 157           | 82 36            |                     |
| 128           | 85 56            |                     | 188           | 89 9             |                     | 294           | 89 56            |                     | 38            | 35 29            |                     | 98            | 69 30            |                     | 158           | 82 43            |                     |
| 129           | 86 1             |                     | 189           | 89 10            |                     | 297           | 89 56            |                     | 39            | 36 17            |                     | 99            | 69 50            |                     | 159           | 82 51            |                     |
| 130           | 86 9             |                     | 190           | 89 11            |                     | 300           | 89 56            |                     | 40            | 37 5             |                     | 100           | 70 11            |                     | 160           | 82 58            |                     |
| 131           | 86 15            |                     | 191           | 89 12            |                     | 303           | 89 57            |                     | 41            | 37 53            |                     | 101           | 70 31            |                     | 161           | 83 6             |                     |
| 132           | 86 20            |                     | 192           | 89 14            |                     | 306           | 89 57            |                     | 42            | 38 40            |                     | 102           | 70 51            |                     | 162           | 83 13            |                     |
| 133           | 86 26            |                     | 193           | 89 15            |                     | 309           | 89 57            |                     | 43            | 39 27            |                     | 103           | 71 10            |                     | 163           | 83 20            |                     |
| 134           | 86 32            |                     | 194           | 89 16            |                     | 312           | 89 57            |                     | 44            | 40 15            |                     | 104           | 71 30            |                     | 164           | 83 27            |                     |
| 135           | 86 37            |                     | 195           | 89 17            |                     | 315           | 89 57            |                     | 45            | 40 58            |                     | 105           | 71 48            |                     | 165           | 83 33            |                     |
| 136           | 86 42            |                     | 196           | 89 18            |                     | 318           | 89 57            |                     | 46            | 41 43            |                     | 106           | 72 7             |                     | 166           | 83 40            |                     |
| 137           | 86 47            |                     | 197           | 89 19            |                     | 321           | 89 57            |                     | 47            | 42 28            |                     | 107           | 72 25            |                     | 167           | 83 47            |                     |
| 138           | 86 52            |                     | 198           | 89 20            |                     | 324           | 89 58            |                     | 48            | 43 17            |                     | 108           | 72 43            |                     | 168           | 83 53            |                     |
| 139           | 86 57            |                     | 199           | 89 21            |                     | 327           | 89 58            |                     | 49            | 43 38            |                     | 109           | 73 1             |                     | 169           | 83 59            |                     |
| 140           | 87 2             |                     | 200           | 89 22            |                     | 330           | 89 58            |                     | 50            | 44 21            |                     | 110           | 73 18            |                     | 170           | 84 6             |                     |
| 141           | 87 7             |                     | 201           | 89 23            |                     | 333           | 89 58            |                     | 51            | 45 21            |                     | 111           | 73 35            |                     | 171           | 84 12            |                     |
| 142           | 87 11            |                     | 202           | 89 24            |                     | 336           | 89 58            |                     | 52            | 46 3             |                     | 112           | 73 52            |                     | 172           | 84 18            |                     |
| 143           | 87 15            |                     | 203           | 89 25            |                     | 339           | 89 58            |                     | 53            | 46 44            |                     | 113           | 74 9             |                     | 173           | 84 24            |                     |
| 144           | 87 20            |                     | 204           | 89 26            |                     | 342           | 89 58            |                     | 54            | 47 25            |                     | 114           | 74 25            |                     | 174           | 84 29            |                     |
| 145           | 87 24            |                     | 205           | 89 27            |                     | 345           | 89 58            |                     | 55            | 48 55            |                     | 115           | 74 41            |                     | 175           | 84 35            |                     |
| 146           | 87 28            |                     | 206           | 89 27            |                     | 348           | 89 58            |                     | 56            | 48 45            |                     | 116           | 74 57            |                     | 176           | 84 41            |                     |
| 147           | 87 32            |                     | 207           | 89 28            |                     | 351           | 89 58            |                     | 57            | 49 24            |                     | 117           | 75 12            |                     | 177           | 84 46            |                     |
| 148           | 87 35            |                     | 208           | 89 29            |                     | 354           | 89 58            |                     | 58            | 50 3             |                     | 118           | 75 27            |                     | 178           | 84 52            |                     |
| 149           | 87 39            |                     | 209           | 89 30            |                     | 357           | 89 58            |                     | 59            | 50 41            |                     | 119           | 75 42            |                     | 179           | 84 57            |                     |
| 150           | 87 43            |                     | 210           | 89 31            |                     | 360           | 89 59            |                     | 60            | 51 49            |                     | 120           | 75 57            |                     | 180           | 85 2             |                     |

| long.<br>deg. | latit.<br>deg. (1) | distance<br>deg. (1) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (1) | distance<br>deg. (1) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (1) | distance<br>deg. (1) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (1) | distance<br>deg. (1) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (1) | distance<br>deg. (1) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (1) | distance<br>deg. (1) |
|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|
| 181           | 85 7               |                      | 241           | 88 17              |                      | 302           | 89 24              |                      | 1             | 0 40               |                      | 61            | 37 42              |                      | 121           | 62 35              |                      |
| 182           | 85 12              |                      | 242           | 88 19              |                      | 304           | 89 25              |                      | 2             | 1 20               |                      | 62            | 38 13              |                      | 122           | 62 53              |                      |
| 183           | 85 17              |                      | 243           | 88 20              |                      | 306           | 89 26              |                      | 3             | 2 0                |                      | 63            | 38 44              |                      | 123           | 63 11              |                      |
| 184           | 85 22              |                      | 244           | 88 22              |                      | 308           | 89 27              |                      | 4             | 2 40               |                      | 64            | 39 16              |                      | 124           | 63 29              |                      |
| 185           | 85 27              |                      | 245           | 88 24              |                      | 310           | 89 28              |                      | 5             | 3 20               |                      | 65            | 39 47              |                      | 125           | 63 47              |                      |
| 186           | 85 32              |                      | 246           | 88 25              |                      | 312           | 89 29              |                      | 6             | 4 0                |                      | 66            | 40 17              |                      | 126           | 64 5               |                      |
| 187           | 85 36              |                      | 247           | 88 27              |                      | 314           | 89 30              |                      | 7             | 4 40               |                      | 67            | 40 48              |                      | 127           | 64 22              |                      |
| 188           | 85 41              |                      | 248           | 88 29              |                      | 316           | 89 31              |                      | 8             | 5 20               |                      | 68            | 41 18              |                      | 128           | 64 39              |                      |
| 189           | 85 45              |                      | 249           | 88 30              |                      | 318           | 89 32              |                      | 9             | 6 0                |                      | 69            | 41 48              |                      | 129           | 64 56              |                      |
| 190           | 85 50              |                      | 250           | 88 32              |                      | 320           | 89 33              |                      | 10            | 6 40               |                      | 70            | 42 18              |                      | 130           | 65 13              |                      |
| 191           | 85 54              |                      | 251           | 88 33              |                      | 322           | 89 34              |                      | 11            | 7 19               |                      | 71            | 42 57              |                      | 131           | 65 30              |                      |
| 192           | 85 58              |                      | 252           | 88 35              |                      | 324           | 89 35              |                      | 12            | 7 59               |                      | 72            | 43 17              |                      | 132           | 65 46              |                      |
| 193           | 86 2               |                      | 253           | 88 36              |                      | 326           | 89 36              |                      | 13            | 8 39               |                      | 73            | 43 46              |                      | 133           | 66 3               |                      |
| 194           | 86 6               |                      | 254           | 88 38              |                      | 328           | 89 37              |                      | 14            | 9 18               |                      | 74            | 44 14              |                      | 134           | 66 19              |                      |
| 195           | 86 10              |                      | 255           | 88 39              |                      | 330           | 89 37              |                      | 15            | 9 58               |                      | 75            | 44 43              |                      | 135           | 66 35              |                      |
| 196           | 86 14              |                      | 256           | 88 40              |                      | 332           | 89 38              |                      | 16            | 10 37              |                      | 76            | 45 11              |                      | 136           | 66 51              |                      |
| 197           | 86 18              |                      | 257           | 88 42              |                      | 334           | 89 39              |                      | 17            | 11 17              |                      | 77            | 45 40              |                      | 137           | 67 6               |                      |
| 198           | 86 22              |                      | 258           | 88 43              |                      | 336           | 89 40              |                      | 18            | 11 56              |                      | 78            | 46 7               |                      | 138           | 67 22              |                      |
| 199           | 86 26              |                      | 259           | 88 44              |                      | 338           | 89 40              |                      | 19            | 12 35              |                      | 79            | 46 35              |                      | 139           | 67 37              |                      |
| 200           | 86 30              |                      | 260           | 88 46              |                      | 340           | 89 41              |                      | 20            | 13 14              |                      | 80            | 47 3               |                      | 140           | 67 52              |                      |
| 201           | 86 33              |                      | 261           | 88 47              |                      | 342           | 89 41              |                      | 21            | 13 53              |                      | 81            | 47 30              |                      | 141           | 68 7               |                      |
| 202           | 86 37              |                      | 262           | 88 48              |                      | 344           | 89 42              |                      | 22            | 14 32              |                      | 82            | 47 57              |                      | 142           | 68 22              |                      |
| 203           | 86 40              |                      | 263           | 88 49              |                      | 346           | 89 43              |                      | 23            | 15 11              |                      | 83            | 48 23              |                      | 143           | 68 37              |                      |
| 204           | 86 44              |                      | 264           | 88 51              |                      | 348           | 89 43              |                      | 24            | 15 49              |                      | 84            | 48 50              |                      | 144           | 68 52              |                      |
| 205           | 86 47              |                      | 265           | 88 52              |                      | 350           | 89 44              |                      | 25            | 16 28              |                      | 85            | 49 16              |                      | 145           | 69 6               |                      |
| 206           | 86 50              |                      | 266           | 88 53              |                      | 352           | 89 44              |                      | 26            | 17 6               |                      | 86            | 49 42              |                      | 146           | 69 20              |                      |
| 207           | 86 54              |                      | 267           | 88 54              |                      | 354           | 89 45              |                      | 27            | 17 45              |                      | 87            | 50 8               |                      | 147           | 69 34              |                      |
| 208           | 86 57              |                      | 268           | 88 55              |                      | 356           | 89 45              |                      | 28            | 18 23              |                      | 88            | 50 34              |                      | 148           | 69 48              |                      |
| 209           | 87 0               |                      | 269           | 88 56              |                      | 358           | 89 46              |                      | 29            | 19 1               |                      | 89            | 50 59              |                      | 149           | 70 2               |                      |
| 210           | 87 4               |                      | 270           | 88 57              |                      | 360           | 89 46              |                      | 30            | 19 38              |                      | 90            | 51 24              |                      | 150           | 70 15              |                      |
| 211           | 87 7               |                      | 271           | 88 58              |                      | 6             | 89 47              |                      | 31            | 20 16              |                      | 91            | 51 49              |                      | 151           | 70 29              |                      |
| 212           | 87 10              |                      | 272           | 89 0               |                      | 12            | 89 49              |                      | 32            | 20 54              |                      | 92            | 52 14              |                      | 152           | 70 42              |                      |
| 213           | 87 13              |                      | 273           | 89 1               |                      | 18            | 89 50              |                      | 33            | 21 31              |                      | 93            | 52 38              |                      | 153           | 70 55              |                      |
| 214           | 87 15              |                      | 274           | 89 2               |                      | 24            | 89 51              |                      | 34            | 22 8               |                      | 94            | 53 2               |                      | 154           | 71 8               |                      |
| 215           | 87 18              |                      | 275           | 89 3               |                      | 30            | 89 51              |                      | 35            | 22 45              |                      | 95            | 53 26              |                      | 155           | 71 21              |                      |
| 216           | 87 21              |                      | 276           | 89 4               |                      | 36            | 89 52              |                      | 36            | 23 22              |                      | 96            | 53 50              |                      | 156           | 71 34              |                      |
| 217           | 87 24              |                      | 277           | 89 5               |                      | 42            | 89 53              |                      | 37            | 23 59              |                      | 97            | 54 14              |                      | 157           | 71 47              |                      |
| 218           | 87 26              |                      | 278           | 89 5               |                      | 48            | 89 53              |                      | 38            | 24 35              |                      | 98            | 54 37              |                      | 158           | 71 59              |                      |
| 219           | 87 29              |                      | 279           | 89 6               |                      | 54            | 89 54              |                      | 39            | 25 12              |                      | 99            | 55 0               |                      | 159           | 72 11              |                      |
| 220           | 87 32              |                      | 280           | 89 7               |                      | 60            | 89 55              |                      | 40            | 25 48              |                      | 100           | 55 23              |                      | 160           | 72 24              |                      |
| 221           | 87 34              |                      | 281           | 89 8               |                      | 66            | 89 55              |                      | 41            | 26 24              |                      | 101           | 55 45              |                      | 161           | 72 36              |                      |
| 222           | 87 37              |                      | 282           | 89 9               |                      | 72            | 89 55              |                      | 42            | 27 0               |                      | 102           | 56 8               |                      | 162           | 72 48              |                      |
| 223           | 87 39              |                      | 283           | 89 10              |                      | 78            | 89 56              |                      | 43            | 27 35              |                      | 103           | 56 30              |                      | 163           | 72 59              |                      |
| 224           | 87 42              |                      | 284           | 89 11              |                      | 84            | 89 56              |                      | 44            | 28 11              |                      | 104           | 56 52              |                      | 164           | 73 11              |                      |
| 225           | 87 44              |                      | 285           | 89 12              |                      | 90            | 89 56              |                      | 45            | 28 46              |                      | 105           | 57 14              |                      | 165           | 73 22              |                      |
| 226           | 87 46              |                      | 286           | 89 12              |                      | 96            | 89 57              |                      | 46            | 29 21              |                      | 106           | 57 36              |                      | 166           | 73 34              |                      |
| 227           | 87 49              |                      | 287           | 89 13              |                      | 102           | 89 57              |                      | 47            | 29 56              |                      | 107           | 57 57              |                      | 167           | 73 45              |                      |
| 228           | 87 51              |                      | 288           | 89 14              |                      | 108           | 89 57              |                      | 48            | 30 31              |                      | 108           | 58 18              |                      | 168           | 73 56              |                      |
| 229           | 87 53              |                      | 289           | 89 15              |                      | 114           | 89 57              |                      | 49            | 31 5               |                      | 109           | 58 39              |                      | 169           | 74 7               |                      |
| 230           | 87 55              |                      | 290           | 89 16              |                      | 120           | 89 57              |                      | 50            | 31 39              |                      | 110           | 59 0               |                      | 170           | 74 18              |                      |
| 231           | 87 57              |                      | 291           | 89 16              |                      | 126           | 89 58              |                      | 51            | 32 13              |                      | 111           | 59 20              |                      | 171           | 74 29              |                      |
| 232           | 88 0               |                      | 292           | 89 17              |                      | 132           | 89 58              |                      | 52            | 32 47              |                      | 112           | 59 41              |                      | 172           | 74 40              |                      |
| 233           | 88 2               |                      | 293           | 89 18              |                      | 138           | 89 58              |                      | 53            | 33 21              |                      | 113           | 60 1               |                      | 173           | 74 50              |                      |
| 234           | 88 4               |                      | 294           | 89 19              |                      | 144           | 89 58              |                      | 54            | 33 54              |                      | 114           | 60 21              |                      | 174           | 75 1               |                      |
| 235           | 88 6               |                      | 295           | 89 19              |                      | 150           | 89 58              |                      | 55            | 34 27              |                      | 115           | 60 40              |                      | 175           | 75 11              |                      |
| 236           | 88 8               |                      | 296           | 89 20              |                      | 156           | 89 58              |                      | 56            | 35 0               |                      | 116           | 61 0               |                      | 176           | 75 21              |                      |
| 237           | 88 9               |                      | 297           | 89 21              |                      | 162           | 89 58              |                      | 57            | 35 33              |                      | 117           | 61 19              |                      | 177           | 75 31              |                      |
| 238           | 88 11              |                      | 298           | 89 21              |                      | 168           | 89 58              |                      | 58            | 36 5               |                      | 118           | 61 38              |                      | 178           | 75 41              |                      |
| 239           | 88 13              |                      | 299           | 89 22              |                      | 174           | 89 58              |                      | 59            | 36 38              |                      | 119           | 61 57              |                      | 179           | 75 51              |                      |
| 240           | 88 15              |                      | 300           | 89 23              |                      | 180           | 89 59              |                      | 60            | 37 10              |                      | 120           | 62 16              |                      | 180           | 76 1               |                      |

DES ROMBS.

| long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) |
|------------|-----------------|-------------------|------------|-----------------|-------------------|------------|-----------------|-------------------|------------|-----------------|-------------------|------------|-----------------|-------------------|------------|-----------------|-------------------|
| 181        | 76 10           |                   | 241        | 83 6            |                   | 301        | 86 34           |                   | 1          | 88 17           |                   | 61         | 89 8            |                   | 155        | 89 42           |                   |
| 182        | 76 20           |                   | 242        | 83 11           |                   | 302        | 86 36           |                   | 2          | 88 18           |                   | 62         | 89 9            |                   | 160        | 89 43           |                   |
| 183        | 76 29           |                   | 243        | 83 15           |                   | 303        | 86 38           |                   | 3          | 88 20           |                   | 63         | 89 10           |                   | 165        | 89 44           |                   |
| 184        | 76 39           |                   | 244        | 83 20           |                   | 304        | 86 41           |                   | 4          | 88 21           |                   | 64         | 89 10           |                   | 170        | 89 45           |                   |
| 185        | 76 48           |                   | 245        | 83 25           |                   | 305        | 86 43           |                   | 5          | 88 22           |                   | 65         | 89 11           |                   | 175        | 89 46           |                   |
| 186        | 76 57           |                   | 246        | 83 29           |                   | 306        | 86 45           |                   | 6          | 88 23           |                   | 66         | 89 11           |                   | 180        | 89 46           |                   |
| 187        | 77 6            |                   | 247        | 83 34           |                   | 307        | 86 47           |                   | 7          | 88 24           |                   | 67         | 89 12           |                   | 185        | 89 47           |                   |
| 188        | 77 15           |                   | 248        | 83 38           |                   | 308        | 86 50           |                   | 8          | 88 25           |                   | 68         | 89 12           |                   | 190        | 89 48           |                   |
| 189        | 77 24           |                   | 249        | 83 43           |                   | 309        | 86 52           |                   | 9          | 88 26           |                   | 69         | 89 13           |                   | 195        | 89 48           |                   |
| 190        | 77 32           |                   | 250        | 83 47           |                   | 310        | 86 55           |                   | 10         | 88 27           |                   | 70         | 89 13           |                   | 200        | 89 49           |                   |
| 191        | 77 41           |                   | 251        | 83 51           |                   | 311        | 86 57           |                   | 11         | 88 28           |                   | 71         | 89 14           |                   | 205        | 89 50           |                   |
| 192        | 77 49           |                   | 252        | 84 56           |                   | 312        | 86 59           |                   | 12         | 88 29           |                   | 72         | 89 15           |                   | 210        | 89 50           |                   |
| 193        | 77 58           |                   | 253        | 84 0            |                   | 313        | 87 1            |                   | 13         | 88 31           |                   | 73         | 89 15           |                   | 215        | 89 51           |                   |
| 194        | 78 6            |                   | 254        | 84 4            |                   | 314        | 87 3            |                   | 14         | 88 32           |                   | 74         | 89 16           |                   | 220        | 89 51           |                   |
| 195        | 78 14           |                   | 255        | 84 8            |                   | 315        | 87 5            |                   | 15         | 88 33           |                   | 75         | 89 16           |                   | 225        | 89 52           |                   |
| 196        | 78 22           |                   | 256        | 84 12           |                   | 316        | 87 7            |                   | 16         | 88 34           |                   | 76         | 89 17           |                   | 230        | 89 52           |                   |
| 197        | 78 30           |                   | 257        | 84 16           |                   | 317        | 87 9            |                   | 17         | 88 35           |                   | 77         | 89 17           |                   | 235        | 89 52           |                   |
| 198        | 78 38           |                   | 258        | 84 20           |                   | 318        | 87 11           |                   | 18         | 88 36           |                   | 78         | 89 18           |                   | 240        | 89 53           |                   |
| 199        | 78 46           |                   | 259        | 84 24           |                   | 319        | 87 13           |                   | 19         | 88 37           |                   | 79         | 89 18           |                   | 245        | 89 53           |                   |
| 200        | 78 54           |                   | 260        | 84 28           |                   | 320        | 87 15           |                   | 20         | 88 37           |                   | 80         | 89 18           |                   | 250        | 89 53           |                   |
| 201        | 79 2            |                   | 261        | 84 32           |                   | 321        | 87 17           |                   | 21         | 88 38           |                   | 81         | 89 19           |                   | 255        | 89 54           |                   |
| 202        | 79 9            |                   | 262        | 84 35           |                   | 322        | 87 19           |                   | 22         | 88 39           |                   | 82         | 89 19           |                   | 260        | 89 54           |                   |
| 203        | 79 17           |                   | 263        | 84 39           |                   | 323        | 87 21           |                   | 23         | 88 40           |                   | 83         | 89 20           |                   | 265        | 89 54           |                   |
| 204        | 79 24           |                   | 264        | 84 43           |                   | 324        | 87 22           |                   | 24         | 88 41           |                   | 84         | 89 20           |                   | 270        | 89 55           |                   |
| 205        | 79 31           |                   | 265        | 84 47           |                   | 325        | 87 24           |                   | 25         | 88 42           |                   | 85         | 89 21           |                   | 275        | 89 55           |                   |
| 206        | 79 39           |                   | 266        | 84 50           |                   | 326        | 87 26           |                   | 26         | 88 43           |                   | 86         | 89 21           |                   | 280        | 89 55           |                   |
| 207        | 79 46           |                   | 267        | 84 54           |                   | 327        | 87 28           |                   | 27         | 88 44           |                   | 87         | 89 22           |                   | 285        | 89 55           |                   |
| 208        | 79 53           |                   | 268        | 84 57           |                   | 328        | 87 29           |                   | 28         | 88 45           |                   | 88         | 89 22           |                   | 290        | 89 55           |                   |
| 209        | 80 0            |                   | 269        | 85 1            |                   | 329        | 87 31           |                   | 29         | 88 46           |                   | 89         | 89 23           |                   | 295        | 89 56           |                   |
| 210        | 80 7            |                   | 270        | 85 4            |                   | 330        | 87 33           |                   | 30         | 88 46           |                   | 90         | 89 23           |                   | 300        | 89 56           |                   |
| 211        | 80 14           |                   | 271        | 85 8            |                   | 331        | 87 35           |                   | 31         | 88 47           |                   | 92         | 89 24           |                   | 310        | 89 56           |                   |
| 212        | 80 20           |                   | 272        | 85 11           |                   | 332        | 87 36           |                   | 32         | 88 48           |                   | 94         | 89 25           |                   | 320        | 89 57           |                   |
| 213        | 80 27           |                   | 273        | 85 14           |                   | 333        | 87 38           |                   | 33         | 88 49           |                   | 96         | 89 25           |                   | 330        | 89 57           |                   |
| 214        | 80 34           |                   | 274        | 85 18           |                   | 334        | 87 40           |                   | 34         | 88 50           |                   | 98         | 89 26           |                   | 340        | 89 57           |                   |
| 215        | 80 40           |                   | 275        | 85 21           |                   | 335        | 87 41           |                   | 35         | 88 51           |                   | 100        | 89 27           |                   | 350        | 89 57           |                   |
| 216        | 80 47           |                   | 276        | 85 24           |                   | 336        | 87 43           |                   | 36         | 88 51           |                   | 102        | 89 28           |                   | 360        | 89 57           |                   |
| 217        | 80 53           |                   | 277        | 85 27           |                   | 337        | 87 44           |                   | 37         | 88 52           |                   | 104        | 89 28           |                   | 10         | 89 58           |                   |
| 218        | 80 59           |                   | 278        | 85 30           |                   | 338        | 87 46           |                   | 38         | 88 53           |                   | 106        | 89 29           |                   | 20         | 89 58           |                   |
| 219        | 81 5            |                   | 279        | 85 34           |                   | 339        | 87 47           |                   | 39         | 88 54           |                   | 108        | 89 30           |                   | 30         | 89 58           |                   |
| 220        | 81 12           |                   | 280        | 85 37           |                   | 340        | 87 49           |                   | 40         | 88 54           |                   | 110        | 89 30           |                   | 40         | 89 58           |                   |
| 221        | 81 18           |                   | 281        | 85 40           |                   | 341        | 87 51           |                   | 41         | 88 55           |                   | 112        | 89 31           |                   | 50         | 89 58           |                   |
| 222        | 81 24           |                   | 282        | 85 43           |                   | 342        | 87 52           |                   | 42         | 88 56           |                   | 114        | 89 32           |                   | 60         | 89 58           |                   |
| 223        | 81 30           |                   | 283        | 85 46           |                   | 343        | 87 55           |                   | 43         | 88 57           |                   | 116        | 89 32           |                   | 70         | 89 58           |                   |
| 224        | 81 36           |                   | 284        | 85 49           |                   | 344        | 87 53           |                   | 44         | 88 57           |                   | 118        | 89 33           |                   | 80         | 89 58           |                   |
| 225        | 81 41           |                   | 285        | 85 51           |                   | 345        | 87 56           |                   | 45         | 88 58           |                   | 120        | 89 34           |                   | 90         | 89 59           |                   |
| 226        | 81 47           |                   | 286        | 85 54           |                   | 346        | 87 58           |                   | 46         | 88 59           |                   | 122        | 89 34           |                   | 100        | 89 59           |                   |
| 227        | 81 53           |                   | 287        | 85 57           |                   | 347        | 87 59           |                   | 47         | 88 59           |                   | 124        | 89 35           |                   | 110        | 89 59           |                   |
| 228        | 81 58           |                   | 288        | 86 0            |                   | 348        | 88 1            |                   | 48         | 89 0            |                   | 126        | 89 35           |                   | 120        | 89 59           |                   |
| 229        | 82 4            |                   | 289        | 86 3            |                   | 349        | 88 2            |                   | 49         | 89 1            |                   | 128        | 89 36           |                   | 130        | 89 59           |                   |
| 230        | 82 9            |                   | 290        | 86 6            |                   | 350        | 88 3            |                   | 50         | 89 2            |                   | 130        | 89 36           |                   | 140        | 89 59           |                   |
| 231        | 82 15           |                   | 291        | 86 8            |                   | 351        | 88 5            |                   | 51         | 89 2            |                   | 132        | 89 37           |                   | 150        | 89 59           |                   |
| 232        | 82 20           |                   | 292        | 86 11           |                   | 352        | 88 6            |                   | 52         | 89 3            |                   | 134        | 89 37           |                   | 160        | 89 59           |                   |
| 233        | 82 26           |                   | 293        | 86 14           |                   | 353        | 88 7            |                   | 53         | 89 4            |                   | 136        | 89 38           |                   | 170        | 89 59           |                   |
| 234        | 82 31           |                   | 294        | 86 16           |                   | 354        | 88 9            |                   | 54         | 89 4            |                   | 138        | 89 38           |                   | 180        | 89 59           |                   |
| 235        | 82 36           |                   | 295        | 86 19           |                   | 355        | 88 10           |                   | 55         | 89 5            |                   | 140        | 89 39           |                   | 190        | 89 59           |                   |
| 236        | 82 41           |                   | 296        | 86 21           |                   | 356        | 88 11           |                   | 56         | 89 5            |                   | 142        | 89 39           |                   | 200        | 89 59           |                   |
| 237        | 82 46           |                   | 297        | 86 24           |                   | 357        | 88 12           |                   | 57         | 89 6            |                   | 144        | 89 40           |                   | 210        | 89 59           |                   |
| 238        | 82 51           |                   | 298        | 86 26           |                   | 358        | 88 14           |                   | 58         | 89 7            |                   | 146        | 89 40           |                   | 220        | 89 59           |                   |
| 239        | 82 56           |                   | 299        | 86 29           |                   | 359        | 88 15           |                   | 59         | 89 7            |                   | 148        | 89 41           |                   | 230        | 89 59           |                   |
| 240        | 83 1            |                   | 300        | 86 31           |                   | 360        | 88 16           |                   | 60         | 89 8            |                   | 150        | 89 41           |                   | 240        | 89 59           |                   |

TABLES  
SIXIÈSME ROMB.

| long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) |
|------------|-----------------|-------------------|------------|-----------------|-------------------|------------|-----------------|-------------------|------------|-----------------|-------------------|------------|-----------------|-------------------|------------|-----------------|-------------------|
| 1          | 0 24            |                   | 61         | 24 29           |                   | 121        | 44 43           |                   | 181        | 59 45           |                   | 241        | 70 7            |                   | 301        | 77 2            |                   |
| 2          | 0 49            |                   | 62         | 24 51           |                   | 122        | 45 1            |                   | 182        | 59 57           |                   | 242        | 70 16           |                   | 302        | 77 8            |                   |
| 3          | 1 14            |                   | 63         | 25 14           |                   | 123        | 45 18           |                   | 183        | 60 10           |                   | 243        | 70 24           |                   | 303        | 77 13           |                   |
| 4          | 1 39            |                   | 64         | 25 36           |                   | 124        | 45 36           |                   | 184        | 60 22           |                   | 244        | 70 32           |                   | 304        | 77 19           |                   |
| 5          | 2 4             |                   | 65         | 25 59           |                   | 125        | 45 53           |                   | 185        | 60 34           |                   | 245        | 70 41           |                   | 305        | 77 24           |                   |
| 6          | 2 29            |                   | 66         | 26 21           |                   | 126        | 46 10           |                   | 186        | 60 46           |                   | 246        | 70 49           |                   | 306        | 77 30           |                   |
| 7          | 2 53            |                   | 67         | 26 43           |                   | 127        | 46 28           |                   | 187        | 60 58           |                   | 247        | 70 57           |                   | 307        | 77 35           |                   |
| 8          | 3 18            |                   | 68         | 27 5            |                   | 128        | 46 45           |                   | 188        | 61 10           |                   | 248        | 71 5            |                   | 308        | 77 40           |                   |
| 9          | 3 43            |                   | 69         | 27 27           |                   | 129        | 47 2            |                   | 189        | 61 22           |                   | 249        | 71 13           |                   | 309        | 77 46           |                   |
| 10         | 4 8             |                   | 70         | 27 49           |                   | 130        | 47 19           |                   | 190        | 61 34           |                   | 250        | 71 21           |                   | 310        | 77 51           |                   |
| 11         | 4 33            |                   | 71         | 28 11           |                   | 131        | 47 35           |                   | 191        | 61 46           |                   | 251        | 71 29           |                   | 311        | 77 56           |                   |
| 12         | 4 57            |                   | 72         | 28 33           |                   | 132        | 47 52           |                   | 192        | 61 58           |                   | 252        | 71 37           |                   | 312        | 78 1            |                   |
| 13         | 5 22            |                   | 73         | 28 55           |                   | 133        | 48 9            |                   | 193        | 62 9            |                   | 253        | 71 45           |                   | 313        | 78 6            |                   |
| 14         | 5 47            |                   | 74         | 29 17           |                   | 134        | 48 25           |                   | 194        | 62 21           |                   | 254        | 71 52           |                   | 314        | 78 11           |                   |
| 15         | 6 12            |                   | 75         | 29 38           |                   | 135        | 48 42           |                   | 195        | 62 32           |                   | 255        | 72 0            |                   | 315        | 78 16           |                   |
| 16         | 6 36            |                   | 76         | 30 0            |                   | 136        | 48 58           |                   | 196        | 62 44           |                   | 256        | 72 8            |                   | 316        | 78 21           |                   |
| 17         | 7 1             |                   | 77         | 30 21           |                   | 137        | 49 14           |                   | 197        | 62 55           |                   | 257        | 72 15           |                   | 317        | 78 26           |                   |
| 18         | 7 26            |                   | 78         | 30 43           |                   | 138        | 49 30           |                   | 198        | 63 7            |                   | 258        | 72 23           |                   | 318        | 78 31           |                   |
| 19         | 7 50            |                   | 79         | 31 4            |                   | 139        | 49 47           |                   | 199        | 63 18           |                   | 259        | 72 30           |                   | 319        | 78 36           |                   |
| 20         | 8 15            |                   | 80         | 31 25           |                   | 140        | 50 3            |                   | 200        | 63 29           |                   | 260        | 72 38           |                   | 320        | 78 41           |                   |
| 21         | 8 39            |                   | 81         | 31 46           |                   | 141        | 50 18           |                   | 201        | 63 40           |                   | 261        | 72 45           |                   | 321        | 78 46           |                   |
| 22         | 9 4             |                   | 82         | 32 8            |                   | 142        | 50 34           |                   | 202        | 63 51           |                   | 262        | 72 52           |                   | 322        | 78 51           |                   |
| 23         | 9 29            |                   | 83         | 32 29           |                   | 143        | 50 50           |                   | 203        | 64 2            |                   | 263        | 73 0            |                   | 323        | 78 56           |                   |
| 24         | 9 53            |                   | 84         | 32 50           |                   | 144        | 51 6            |                   | 204        | 64 13           |                   | 264        | 73 7            |                   | 324        | 79 0            |                   |
| 25         | 10 17           |                   | 85         | 33 10           |                   | 145        | 51 21           |                   | 205        | 64 23           |                   | 265        | 73 14           |                   | 325        | 79 5            |                   |
| 26         | 10 42           |                   | 86         | 33 31           |                   | 146        | 51 37           |                   | 206        | 64 34           |                   | 266        | 73 21           |                   | 326        | 79 10           |                   |
| 27         | 11 6            |                   | 87         | 33 52           |                   | 147        | 51 52           |                   | 207        | 64 45           |                   | 267        | 73 28           |                   | 327        | 79 14           |                   |
| 28         | 11 31           |                   | 88         | 34 12           |                   | 148        | 52 7            |                   | 208        | 64 55           |                   | 268        | 73 35           |                   | 328        | 79 19           |                   |
| 29         | 11 55           |                   | 89         | 34 33           |                   | 149        | 52 23           |                   | 209        | 65 6            |                   | 269        | 73 42           |                   | 329        | 79 24           |                   |
| 30         | 12 19           |                   | 90         | 34 53           |                   | 150        | 52 38           |                   | 210        | 65 16           |                   | 270        | 73 49           |                   | 330        | 79 28           |                   |
| 31         | 12 44           |                   | 91         | 35 14           |                   | 151        | 52 53           |                   | 211        | 65 27           |                   | 271        | 73 56           |                   | 331        | 79 33           |                   |
| 32         | 13 8            |                   | 92         | 35 34           |                   | 152        | 53 8            |                   | 212        | 65 37           |                   | 272        | 74 3            |                   | 332        | 79 37           |                   |
| 33         | 13 32           |                   | 93         | 35 54           |                   | 153        | 53 23           |                   | 213        | 65 47           |                   | 273        | 74 10           |                   | 333        | 79 42           |                   |
| 34         | 13 56           |                   | 94         | 36 14           |                   | 154        | 53 37           |                   | 214        | 65 57           |                   | 274        | 74 17           |                   | 334        | 79 46           |                   |
| 35         | 14 20           |                   | 95         | 36 34           |                   | 155        | 53 52           |                   | 215        | 66 7            |                   | 275        | 74 23           |                   | 335        | 79 50           |                   |
| 36         | 14 44           |                   | 96         | 36 54           |                   | 156        | 54 7            |                   | 216        | 66 17           |                   | 276        | 74 30           |                   | 336        | 79 55           |                   |
| 37         | 15 8            |                   | 97         | 37 14           |                   | 157        | 54 21           |                   | 217        | 66 27           |                   | 277        | 74 37           |                   | 337        | 79 59           |                   |
| 38         | 15 32           |                   | 98         | 37 34           |                   | 158        | 54 36           |                   | 218        | 66 37           |                   | 278        | 74 43           |                   | 338        | 80 3            |                   |
| 39         | 15 56           |                   | 99         | 37 53           |                   | 159        | 54 50           |                   | 219        | 66 47           |                   | 279        | 74 50           |                   | 339        | 80 8            |                   |
| 40         | 16 20           |                   | 100        | 38 13           |                   | 160        | 55 4            |                   | 220        | 66 57           |                   | 280        | 74 56           |                   | 340        | 80 12           |                   |
| 41         | 16 44           |                   | 101        | 38 32           |                   | 161        | 55 18           |                   | 221        | 67 6            |                   | 281        | 75 3            |                   | 341        | 80 16           |                   |
| 42         | 17 8            |                   | 102        | 38 52           |                   | 162        | 55 33           |                   | 222        | 67 16           |                   | 282        | 75 9            |                   | 342        | 80 20           |                   |
| 43         | 17 31           |                   | 103        | 39 11           |                   | 163        | 55 47           |                   | 223        | 67 26           |                   | 283        | 75 15           |                   | 343        | 80 25           |                   |
| 44         | 17 55           |                   | 104        | 39 30           |                   | 164        | 56 0            |                   | 224        | 67 35           |                   | 284        | 75 22           |                   | 344        | 80 29           |                   |
| 45         | 18 19           |                   | 105        | 39 49           |                   | 165        | 56 14           |                   | 225        | 67 45           |                   | 285        | 75 28           |                   | 345        | 80 33           |                   |
| 46         | 18 42           |                   | 106        | 40 8            |                   | 166        | 56 28           |                   | 226        | 67 54           |                   | 286        | 75 34           |                   | 346        | 80 37           |                   |
| 47         | 19 6            |                   | 107        | 40 27           |                   | 167        | 56 42           |                   | 227        | 68 3            |                   | 287        | 75 40           |                   | 347        | 80 41           |                   |
| 48         | 19 29           |                   | 108        | 40 46           |                   | 168        | 56 55           |                   | 228        | 68 13           |                   | 288        | 75 46           |                   | 348        | 80 45           |                   |
| 49         | 19 53           |                   | 109        | 41 5            |                   | 169        | 57 9            |                   | 229        | 68 22           |                   | 289        | 75 52           |                   | 349        | 80 49           |                   |
| 50         | 20 16           |                   | 110        | 41 24           |                   | 170        | 57 22           |                   | 230        | 68 31           |                   | 290        | 75 59           |                   | 350        | 80 53           |                   |
| 51         | 20 39           |                   | 111        | 41 42           |                   | 171        | 57 36           |                   | 231        | 68 40           |                   | 291        | 76 5            |                   | 351        | 80 57           |                   |
| 52         | 21 2            |                   | 112        | 42 1            |                   | 172        | 57 49           |                   | 232        | 68 49           |                   | 292        | 76 10           |                   | 352        | 81 1            |                   |
| 53         | 21 26           |                   | 113        | 42 19           |                   | 173        | 58 2            |                   | 233        | 68 58           |                   | 293        | 76 16           |                   | 353        | 81 4            |                   |
| 54         | 21 49           |                   | 114        | 42 38           |                   | 174        | 58 15           |                   | 234        | 69 7            |                   | 294        | 76 22           |                   | 354        | 81 8            |                   |
| 55         | 22 12           |                   | 115        | 42 56           |                   | 175        | 58 28           |                   | 235        | 69 16           |                   | 295        | 76 28           |                   | 355        | 81 12           |                   |
| 56         | 22 35           |                   | 116        | 43 14           |                   | 176        | 58 41           |                   | 236        | 69 24           |                   | 296        | 76 34           |                   | 356        | 81 16           |                   |
| 57         | 22 58           |                   | 117        | 43 32           |                   | 177        | 58 54           |                   | 237        | 69 33           |                   | 297        | 76 40           |                   | 357        | 81 20           |                   |
| 58         | 23 20           |                   | 118        | 43 50           |                   | 178        | 59 7            |                   | 238        | 69 42           |                   | 298        | 76 45           |                   | 358        | 81 23           |                   |
| 59         | 23 43           |                   | 119        | 44 8            |                   | 179        | 59 20           |                   | 239        | 69 50           |                   | 299        | 76 51           |                   | 359        | 81 27           |                   |
| 60         | 24 6            |                   | 120        | 44 26           |                   | 180        | 59 32           |                   | 240        | 69 59           |                   | 300        | 76 57           |                   | 360        | 81 31           |                   |



| long.<br>deg. | latit.<br>deg. (I) | distanc.<br>deg. (I) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (I) | distanc.<br>deg. (I) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (I) | distanc.<br>deg. (I) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (I) | distanc.<br>deg. (I) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (I) | distanc.<br>deg. (I) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (I) | distanc.<br>deg. (I) |
|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|
| 1             | 81 34              |                      | 61            | 84 32              |                      | 121           | 86 27              |                      | 182           | 87 43              |                      | 302           | 89 2               |                      | 128           | 89 44              |                      |
| 2             | 81 38              |                      | 62            | 84 34              |                      | 122           | 86 28              |                      | 184           | 87 45              |                      | 304           | 89 3               |                      | 136           | 89 45              |                      |
| 3             | 81 42              |                      | 63            | 84 36              |                      | 123           | 86 30              |                      | 186           | 87 47              |                      | 306           | 89 3               |                      | 144           | 89 46              |                      |
| 4             | 81 45              |                      | 64            | 84 39              |                      | 124           | 86 31              |                      | 188           | 87 49              |                      | 308           | 89 4               |                      | 152           | 89 46              |                      |
| 5             | 81 49              |                      | 65            | 84 41              |                      | 125           | 86 33              |                      | 190           | 87 50              |                      | 310           | 89 5               |                      | 160           | 89 47              |                      |
| 6             | 81 52              |                      | 66            | 84 43              |                      | 126           | 86 34              |                      | 192           | 87 52              |                      | 312           | 89 6               |                      | 168           | 89 48              |                      |
| 7             | 81 56              |                      | 67            | 84 45              |                      | 127           | 86 36              |                      | 194           | 87 54              |                      | 314           | 89 7               |                      | 176           | 89 48              |                      |
| 8             | 81 59              |                      | 68            | 84 48              |                      | 128           | 86 37              |                      | 196           | 87 56              |                      | 316           | 89 7               |                      | 184           | 89 49              |                      |
| 9             | 82 3               |                      | 69            | 84 50              |                      | 129           | 86 39              |                      | 198           | 87 58              |                      | 318           | 89 8               |                      | 192           | 89 50              |                      |
| 10            | 82 6               |                      | 70            | 84 52              |                      | 130           | 86 40              |                      | 200           | 87 59              |                      | 320           | 89 9               |                      | 200           | 89 50              |                      |
| 11            | 82 9               |                      | 71            | 84 54              |                      | 131           | 86 42              |                      | 202           | 88 1               |                      | 322           | 89 9               |                      | 208           | 89 51              |                      |
| 12            | 82 13              |                      | 72            | 84 57              |                      | 132           | 86 43              |                      | 204           | 88 3               |                      | 324           | 89 10              |                      | 216           | 89 51              |                      |
| 13            | 82 16              |                      | 73            | 84 59              |                      | 133           | 86 44              |                      | 206           | 88 4               |                      | 326           | 89 11              |                      | 224           | 89 52              |                      |
| 14            | 82 19              |                      | 74            | 85 1               |                      | 134           | 86 46              |                      | 208           | 88 6               |                      | 328           | 89 12              |                      | 232           | 89 52              |                      |
| 15            | 82 23              |                      | 75            | 85 3               |                      | 135           | 86 47              |                      | 210           | 88 8               |                      | 330           | 89 12              |                      | 240           | 89 52              |                      |
| 16            | 82 26              |                      | 76            | 85 5               |                      | 136           | 86 49              |                      | 212           | 88 9               |                      | 332           | 89 13              |                      | 248           | 89 53              |                      |
| 17            | 82 29              |                      | 77            | 85 7               |                      | 137           | 86 50              |                      | 214           | 88 11              |                      | 334           | 89 14              |                      | 256           | 89 53              |                      |
| 18            | 82 33              |                      | 78            | 85 9               |                      | 138           | 86 51              |                      | 216           | 88 12              |                      | 336           | 89 14              |                      | 264           | 89 53              |                      |
| 19            | 82 36              |                      | 79            | 85 12              |                      | 139           | 86 53              |                      | 218           | 88 14              |                      | 338           | 89 15              |                      | 272           | 89 54              |                      |
| 20            | 82 39              |                      | 80            | 85 14              |                      | 140           | 86 55              |                      | 220           | 88 16              |                      | 340           | 89 16              |                      | 280           | 89 54              |                      |
| 21            | 82 42              |                      | 81            | 85 16              |                      | 141           | 86 56              |                      | 222           | 88 17              |                      | 342           | 89 16              |                      | 288           | 89 54              |                      |
| 22            | 82 45              |                      | 82            | 85 18              |                      | 142           | 86 57              |                      | 224           | 88 18              |                      | 344           | 89 17              |                      | 296           | 89 55              |                      |
| 23            | 82 48              |                      | 83            | 85 20              |                      | 143           | 86 58              |                      | 226           | 88 20              |                      | 346           | 89 17              |                      | 304           | 89 55              |                      |
| 24            | 82 51              |                      | 84            | 85 22              |                      | 144           | 87 0               |                      | 228           | 88 21              |                      | 348           | 89 18              |                      | 312           | 89 55              |                      |
| 25            | 82 55              |                      | 85            | 85 24              |                      | 145           | 87 1               |                      | 230           | 88 23              |                      | 350           | 89 19              |                      | 320           | 89 55              |                      |
| 26            | 82 58              |                      | 86            | 85 26              |                      | 146           | 87 2               |                      | 232           | 88 24              |                      | 352           | 89 19              |                      | 328           | 89 56              |                      |
| 27            | 83 1               |                      | 87            | 85 28              |                      | 147           | 87 4               |                      | 234           | 88 25              |                      | 354           | 89 20              |                      | 336           | 89 56              |                      |
| 28            | 83 4               |                      | 88            | 85 30              |                      | 148           | 87 5               |                      | 236           | 88 27              |                      | 356           | 89 20              |                      | 344           | 89 56              |                      |
| 29            | 83 7               |                      | 89            | 85 32              |                      | 149           | 87 6               |                      | 238           | 88 28              |                      | 358           | 89 21              |                      | 352           | 89 56              |                      |
| 30            | 83 10              |                      | 90            | 85 33              |                      | 150           | 87 7               |                      | 240           | 88 29              |                      | 360           | 89 21              |                      | 360           | 89 56              |                      |
| 31            | 83 12              |                      | 91            | 85 35              |                      | 151           | 87 9               |                      | 242           | 88 31              |                      | 4             | 89 22              |                      | 10            | 89 56              |                      |
| 32            | 83 15              |                      | 92            | 85 37              |                      | 152           | 87 10              |                      | 244           | 88 32              |                      | 8             | 89 23              |                      | 20            | 89 57              |                      |
| 33            | 83 18              |                      | 93            | 85 39              |                      | 153           | 87 11              |                      | 246           | 88 33              |                      | 12            | 89 25              |                      | 30            | 89 57              |                      |
| 34            | 83 21              |                      | 94            | 85 41              |                      | 154           | 87 12              |                      | 248           | 88 34              |                      | 16            | 89 26              |                      | 40            | 89 57              |                      |
| 35            | 83 24              |                      | 95            | 85 43              |                      | 155           | 87 13              |                      | 250           | 88 36              |                      | 20            | 89 26              |                      | 50            | 89 57              |                      |
| 36            | 83 27              |                      | 96            | 85 45              |                      | 156           | 87 15              |                      | 252           | 88 37              |                      | 24            | 89 27              |                      | 60            | 89 57              |                      |
| 37            | 83 30              |                      | 97            | 85 47              |                      | 157           | 87 16              |                      | 254           | 88 38              |                      | 28            | 89 28              |                      | 70            | 89 57              |                      |
| 38            | 83 32              |                      | 98            | 85 48              |                      | 158           | 87 17              |                      | 256           | 88 39              |                      | 32            | 89 29              |                      | 80            | 89 57              |                      |
| 39            | 83 35              |                      | 99            | 85 50              |                      | 159           | 87 18              |                      | 258           | 88 40              |                      | 36            | 89 30              |                      | 90            | 89 58              |                      |
| 40            | 83 38              |                      | 100           | 85 52              |                      | 160           | 87 19              |                      | 260           | 88 41              |                      | 40            | 89 31              |                      | 100           | 89 58              |                      |
| 41            | 83 41              |                      | 101           | 85 54              |                      | 161           | 87 20              |                      | 262           | 88 43              |                      | 44            | 89 32              |                      | 110           | 89 58              |                      |
| 42            | 83 43              |                      | 102           | 85 56              |                      | 162           | 87 22              |                      | 264           | 88 44              |                      | 48            | 89 32              |                      | 120           | 89 58              |                      |
| 43            | 83 46              |                      | 103           | 85 57              |                      | 163           | 87 23              |                      | 266           | 88 45              |                      | 52            | 89 33              |                      | 130           | 89 58              |                      |
| 44            | 83 49              |                      | 104           | 85 59              |                      | 164           | 87 24              |                      | 268           | 88 46              |                      | 56            | 89 34              |                      | 140           | 89 58              |                      |
| 45            | 83 52              |                      | 105           | 86 1               |                      | 165           | 87 25              |                      | 270           | 88 47              |                      | 60            | 89 35              |                      | 150           | 89 58              |                      |
| 46            | 83 54              |                      | 106           | 86 2               |                      | 166           | 87 26              |                      | 272           | 88 48              |                      | 64            | 89 35              |                      | 160           | 89 58              |                      |
| 47            | 83 57              |                      | 107           | 86 4               |                      | 167           | 87 27              |                      | 274           | 88 49              |                      | 68            | 89 36              |                      | 170           | 89 58              |                      |
| 48            | 83 59              |                      | 108           | 86 6               |                      | 168           | 87 28              |                      | 276           | 88 50              |                      | 72            | 89 37              |                      | 180           | 89 58              |                      |
| 49            | 84 2               |                      | 109           | 86 8               |                      | 169           | 87 29              |                      | 278           | 88 51              |                      | 76            | 89 37              |                      | 190           | 89 58              |                      |
| 50            | 84 5               |                      | 110           | 86 9               |                      | 170           | 87 30              |                      | 280           | 88 52              |                      | 80            | 89 38              |                      | 200           | 89 58              |                      |
| 51            | 84 7               |                      | 111           | 86 11              |                      | 171           | 87 32              |                      | 282           | 88 53              |                      | 84            | 89 39              |                      | 210           | 89 58              |                      |
| 52            | 84 10              |                      | 112           | 86 12              |                      | 172           | 87 33              |                      | 284           | 88 54              |                      | 88            | 89 39              |                      | 220           | 89 58              |                      |
| 53            | 84 12              |                      | 113           | 86 14              |                      | 173           | 87 34              |                      | 286           | 88 55              |                      | 92            | 89 40              |                      | 230           | 89 59              |                      |
| 54            | 84 15              |                      | 114           | 86 16              |                      | 174           | 87 35              |                      | 288           | 88 56              |                      | 96            | 89 40              |                      | 240           | 89 59              |                      |
| 55            | 84 17              |                      | 115           | 86 17              |                      | 175           | 87 36              |                      | 290           | 88 57              |                      | 100           | 89 41              |                      | 250           | 89 59              |                      |
| 56            | 84 20              |                      | 116           | 86 19              |                      | 176           | 87 37              |                      | 292           | 88 58              |                      | 104           | 89 41              |                      | 260           | 89 59              |                      |
| 57            | 84 22              |                      | 117           | 86 21              |                      | 177           | 87 38              |                      | 294           | 88 58              |                      | 108           | 89 42              |                      | 270           | 89 59              |                      |
| 58            | 84 24              |                      | 118           | 86 22              |                      | 178           | 87 39              |                      | 296           | 88 59              |                      | 112           | 89 42              |                      | 280           | 89 59              |                      |
| 59            | 84 27              |                      | 119           | 86 24              |                      | 179           | 87 40              |                      | 298           | 89 0               |                      | 116           | 89 43              |                      | 290           | 89 59              |                      |
| 60            | 84 29              |                      | 120           | 86 25              |                      | 180           | 87 41              |                      | 300           | 89 1               |                      | 120           | 89 43              |                      | 300           | 89 59              |                      |

TABLES  
SEPTIÈSME ROMB.

| long.<br>deg. | latit.<br>deg. (1) | distance<br>deg. (1) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (1) | distance<br>deg. (1) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (1) | distance<br>deg. (1) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (1) | distance<br>deg. (1) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (1) | distance<br>deg. (1) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (1) | distance<br>deg. (1) |
|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|---------------|--------------------|----------------------|
| 1             | 0 11               |                      | 61            | 12 2               |                      | 121           | 23 23              |                      | 181           | 33 50              |                      | 241           | 43 9               |                      | 301           | 51 14              |                      |
| 2             | 0 23               |                      | 62            | 12 14              |                      | 122           | 23 34              |                      | 182           | 34 0               |                      | 242           | 43 18              |                      | 302           | 51 22              |                      |
| 3             | 0 35               |                      | 63            | 12 21              |                      | 123           | 23 45              |                      | 183           | 34 10              |                      | 243           | 43 26              |                      | 303           | 51 29              |                      |
| 4             | 0 47               |                      | 64            | 12 37              |                      | 124           | 23 56              |                      | 184           | 34 20              |                      | 244           | 43 35              |                      | 304           | 51 37              |                      |
| 5             | 1 0                |                      | 65            | 12 49              |                      | 125           | 24 7               |                      | 185           | 34 30              |                      | 245           | 43 44              |                      | 305           | 51 44              |                      |
| 6             | 1 12               |                      | 66            | 13 0               |                      | 126           | 24 18              |                      | 186           | 34 39              |                      | 246           | 43 52              |                      | 306           | 51 51              |                      |
| 7             | 1 23               |                      | 67            | 13 12              |                      | 127           | 24 28              |                      | 187           | 34 49              |                      | 247           | 44 1               |                      | 307           | 51 59              |                      |
| 8             | 1 35               |                      | 68            | 13 24              |                      | 128           | 24 30              |                      | 188           | 34 59              |                      | 248           | 44 9               |                      | 308           | 52 6               |                      |
| 9             | 1 47               |                      | 69            | 13 35              |                      | 129           | 24 50              |                      | 189           | 35 9               |                      | 249           | 44 18              |                      | 309           | 52 13              |                      |
| 10            | 1 59               |                      | 70            | 13 47              |                      | 130           | 25 1               |                      | 190           | 35 19              |                      | 250           | 44 27              |                      | 310           | 52 21              |                      |
| 11            | 2 11               |                      | 71            | 13 58              |                      | 131           | 25 12              |                      | 191           | 35 28              |                      | 251           | 44 35              |                      | 311           | 52 28              |                      |
| 12            | 2 23               |                      | 72            | 14 10              |                      | 132           | 25 22              |                      | 192           | 35 38              |                      | 252           | 44 44              |                      | 312           | 52 35              |                      |
| 13            | 2 35               |                      | 73            | 14 22              |                      | 133           | 25 33              |                      | 193           | 35 48              |                      | 253           | 44 52              |                      | 313           | 52 42              |                      |
| 14            | 2 47               |                      | 74            | 14 33              |                      | 134           | 25 44              |                      | 194           | 35 57              |                      | 254           | 45 0               |                      | 314           | 52 50              |                      |
| 15            | 2 59               |                      | 75            | 14 45              |                      | 135           | 25 55              |                      | 195           | 36 7               |                      | 255           | 45 9               |                      | 315           | 52 57              |                      |
| 16            | 3 11               |                      | 76            | 14 56              |                      | 136           | 26 5               |                      | 196           | 36 17              |                      | 256           | 45 17              |                      | 316           | 53 4               |                      |
| 17            | 3 22               |                      | 77            | 15 8               |                      | 137           | 26 16              |                      | 197           | 36 26              |                      | 257           | 45 26              |                      | 317           | 53 11              |                      |
| 18            | 3 34               |                      | 78            | 15 19              |                      | 138           | 26 27              |                      | 198           | 36 36              |                      | 258           | 45 34              |                      | 318           | 53 18              |                      |
| 19            | 3 46               |                      | 79            | 15 31              |                      | 139           | 26 38              |                      | 199           | 36 45              |                      | 259           | 45 42              |                      | 319           | 53 25              |                      |
| 20            | 3 58               |                      | 80            | 15 42              |                      | 140           | 26 48              |                      | 200           | 36 55              |                      | 260           | 45 51              |                      | 320           | 53 32              |                      |
| 21            | 4 10               |                      | 81            | 15 54              |                      | 141           | 26 59              |                      | 201           | 37 4               |                      | 261           | 45 59              |                      | 321           | 53 40              |                      |
| 22            | 4 22               |                      | 82            | 16 5               |                      | 142           | 27 9               |                      | 202           | 37 14              |                      | 262           | 46 7               |                      | 322           | 53 47              |                      |
| 23            | 4 34               |                      | 83            | 16 17              |                      | 143           | 27 20              |                      | 203           | 37 23              |                      | 263           | 46 16              |                      | 323           | 53 54              |                      |
| 24            | 4 46               |                      | 84            | 16 28              |                      | 144           | 27 31              |                      | 204           | 37 33              |                      | 264           | 46 24              |                      | 324           | 54 1               |                      |
| 25            | 4 58               |                      | 85            | 16 40              |                      | 145           | 27 41              |                      | 205           | 37 42              |                      | 265           | 46 32              |                      | 325           | 54 8               |                      |
| 26            | 5 9                |                      | 86            | 16 51              |                      | 146           | 27 52              |                      | 206           | 37 52              |                      | 266           | 46 40              |                      | 326           | 54 15              |                      |
| 27            | 5 21               |                      | 87            | 17 2               |                      | 147           | 28 2               |                      | 207           | 38 1               |                      | 267           | 46 48              |                      | 327           | 54 22              |                      |
| 28            | 5 33               |                      | 88            | 17 14              |                      | 148           | 28 13              |                      | 208           | 38 11              |                      | 268           | 46 57              |                      | 328           | 54 29              |                      |
| 29            | 5 45               |                      | 89            | 17 25              |                      | 149           | 28 23              |                      | 209           | 38 20              |                      | 269           | 47 5               |                      | 329           | 54 36              |                      |
| 30            | 5 57               |                      | 90            | 17 37              |                      | 150           | 28 34              |                      | 210           | 38 29              |                      | 270           | 47 13              |                      | 330           | 54 42              |                      |
| 31            | 6 9                |                      | 91            | 17 48              |                      | 151           | 28 44              |                      | 211           | 38 39              |                      | 271           | 47 21              |                      | 331           | 54 49              |                      |
| 32            | 6 21               |                      | 92            | 17 59              |                      | 152           | 28 55              |                      | 212           | 38 48              |                      | 272           | 47 29              |                      | 332           | 54 56              |                      |
| 33            | 6 33               |                      | 93            | 18 11              |                      | 153           | 29 5               |                      | 213           | 38 57              |                      | 273           | 47 37              |                      | 333           | 55 3               |                      |
| 34            | 6 44               |                      | 94            | 18 22              |                      | 154           | 29 16              |                      | 214           | 39 7               |                      | 274           | 47 45              |                      | 334           | 55 10              |                      |
| 35            | 6 56               |                      | 95            | 18 33              |                      | 155           | 29 26              |                      | 215           | 39 16              |                      | 275           | 47 53              |                      | 335           | 55 17              |                      |
| 36            | 7 8                |                      | 96            | 18 44              |                      | 156           | 29 36              |                      | 216           | 39 25              |                      | 276           | 48 1               |                      | 336           | 55 23              |                      |
| 37            | 7 20               |                      | 97            | 18 56              |                      | 157           | 29 47              |                      | 217           | 39 34              |                      | 277           | 48 9               |                      | 337           | 55 30              |                      |
| 38            | 7 32               |                      | 98            | 19 7               |                      | 158           | 29 57              |                      | 218           | 39 43              |                      | 278           | 48 17              |                      | 338           | 55 37              |                      |
| 39            | 7 44               |                      | 99            | 19 19              |                      | 159           | 30 8               |                      | 219           | 39 53              |                      | 279           | 48 25              |                      | 339           | 55 44              |                      |
| 40            | 7 55               |                      | 100           | 19 30              |                      | 160           | 30 18              |                      | 220           | 40 2               |                      | 280           | 48 33              |                      | 340           | 55 50              |                      |
| 41            | 8 7                |                      | 101           | 19 41              |                      | 161           | 30 28              |                      | 221           | 40 11              |                      | 281           | 48 41              |                      | 341           | 55 57              |                      |
| 42            | 8 19               |                      | 102           | 19 52              |                      | 162           | 30 38              |                      | 222           | 40 20              |                      | 282           | 48 49              |                      | 342           | 56 4               |                      |
| 43            | 8 31               |                      | 103           | 20 3               |                      | 163           | 30 49              |                      | 223           | 40 29              |                      | 283           | 48 56              |                      | 343           | 56 10              |                      |
| 44            | 8 43               |                      | 104           | 20 15              |                      | 164           | 30 59              |                      | 224           | 40 38              |                      | 284           | 49 4               |                      | 344           | 56 17              |                      |
| 45            | 8 54               |                      | 105           | 20 26              |                      | 165           | 31 9               |                      | 225           | 40 47              |                      | 285           | 49 12              |                      | 345           | 56 24              |                      |
| 46            | 9 6                |                      | 106           | 20 37              |                      | 166           | 31 19              |                      | 226           | 40 56              |                      | 286           | 49 20              |                      | 346           | 56 30              |                      |
| 47            | 9 18               |                      | 107           | 20 48              |                      | 167           | 31 29              |                      | 227           | 41 5               |                      | 287           | 49 28              |                      | 347           | 56 37              |                      |
| 48            | 9 30               |                      | 108           | 20 59              |                      | 168           | 31 40              |                      | 228           | 41 14              |                      | 288           | 49 35              |                      | 348           | 56 43              |                      |
| 49            | 9 42               |                      | 109           | 21 10              |                      | 169           | 31 50              |                      | 229           | 41 23              |                      | 289           | 49 43              |                      | 349           | 56 50              |                      |
| 50            | 9 53               |                      | 110           | 21 22              |                      | 170           | 32 0               |                      | 230           | 41 32              |                      | 290           | 49 51              |                      | 350           | 56 56              |                      |
| 51            | 10 5               |                      | 111           | 21 33              |                      | 171           | 32 10              |                      | 231           | 41 41              |                      | 291           | 49 58              |                      | 351           | 57 3               |                      |
| 52            | 10 17              |                      | 112           | 21 44              |                      | 172           | 32 20              |                      | 232           | 41 50              |                      | 292           | 50 6               |                      | 352           | 57 9               |                      |
| 53            | 10 29              |                      | 113           | 21 55              |                      | 173           | 32 30              |                      | 233           | 41 59              |                      | 293           | 50 14              |                      | 353           | 57 16              |                      |
| 54            | 10 40              |                      | 114           | 22 6               |                      | 174           | 32 40              |                      | 234           | 42 8               |                      | 294           | 50 21              |                      | 354           | 57 22              |                      |
| 55            | 10 52              |                      | 115           | 22 17              |                      | 175           | 32 50              |                      | 235           | 42 16              |                      | 295           | 50 29              |                      | 355           | 57 29              |                      |
| 56            | 11 4               |                      | 116           | 22 28              |                      | 176           | 33 0               |                      | 236           | 42 25              |                      | 296           | 50 37              |                      | 356           | 57 35              |                      |
| 57            | 11 15              |                      | 117           | 22 39              |                      | 177           | 33 10              |                      | 237           | 42 34              |                      | 297           | 50 44              |                      | 357           | 57 41              |                      |
| 58            | 11 27              |                      | 118           | 22 50              |                      | 178           | 33 20              |                      | 238           | 42 43              |                      | 298           | 50 52              |                      | 358           | 57 48              |                      |
| 59            | 11 37              |                      | 119           | 23 1               |                      | 179           | 33 30              |                      | 239           | 42 52              |                      | 299           | 50 59              |                      | 359           | 57 54              |                      |
| 60            | 11 50              |                      | 120           | 23 12              |                      | 180           | 33 40              |                      | 240           | 43 0               |                      | 300           | 51 7               |                      | 360           | 58 1               |                      |

| long.<br>deg. | latit.<br>deg. (I) | distance.<br>deg. (I) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (I) | distance.<br>deg. (I) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (I) | distance.<br>deg. (I) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (I) | distance.<br>deg. (I) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (I) | distance.<br>deg. (I) | long.<br>deg. | latit.<br>deg. (I) | distance.<br>deg. (I) |
|---------------|--------------------|-----------------------|---------------|--------------------|-----------------------|---------------|--------------------|-----------------------|---------------|--------------------|-----------------------|---------------|--------------------|-----------------------|---------------|--------------------|-----------------------|
| 1             | 58 7               |                       | 61            | 63 53              |                       | 121           | 68 40              |                       | 182           | 72 36              |                       | 241           | 75 50              |                       | 301           | 78 29              |                       |
| 2             | 58 13              |                       | 62            | 63 58              |                       | 122           | 68 44              |                       | 182           | 72 40              |                       | 242           | 75 53              |                       | 302           | 78 31              |                       |
| 3             | 58 19              |                       | 63            | 64 3               |                       | 123           | 68 48              |                       | 183           | 72 43              |                       | 243           | 75 56              |                       | 303           | 78 33              |                       |
| 4             | 58 26              |                       | 64            | 64 8               |                       | 124           | 68 53              |                       | 184           | 72 47              |                       | 244           | 75 59              |                       | 304           | 78 36              |                       |
| 5             | 58 32              |                       | 65            | 64 14              |                       | 125           | 68 57              |                       | 185           | 72 50              |                       | 245           | 76 2               |                       | 305           | 78 38              |                       |
| 6             | 58 38              |                       | 66            | 64 19              |                       | 126           | 69 1               |                       | 186           | 72 54              |                       | 246           | 76 5               |                       | 306           | 78 40              |                       |
| 7             | 58 44              |                       | 67            | 64 24              |                       | 127           | 69 6               |                       | 187           | 72 57              |                       | 247           | 76 7               |                       | 307           | 78 43              |                       |
| 8             | 58 50              |                       | 68            | 64 29              |                       | 128           | 69 10              |                       | 188           | 73 1               |                       | 248           | 76 10              |                       | 308           | 78 45              |                       |
| 9             | 58 57              |                       | 69            | 64 34              |                       | 129           | 69 14              |                       | 189           | 73 4               |                       | 249           | 76 13              |                       | 309           | 78 47              |                       |
| 10            | 59 3               |                       | 70            | 64 39              |                       | 130           | 69 18              |                       | 190           | 73 8               |                       | 250           | 76 16              |                       | 310           | 78 50              |                       |
| 11            | 59 9               |                       | 71            | 64 44              |                       | 131           | 69 22              |                       | 191           | 73 11              |                       | 251           | 76 19              |                       | 311           | 78 52              |                       |
| 12            | 59 15              |                       | 72            | 64 50              |                       | 132           | 69 27              |                       | 192           | 73 15              |                       | 252           | 76 22              |                       | 312           | 78 54              |                       |
| 13            | 59 21              |                       | 73            | 64 55              |                       | 133           | 69 31              |                       | 193           | 73 18              |                       | 253           | 76 24              |                       | 313           | 78 57              |                       |
| 14            | 59 27              |                       | 74            | 65 0               |                       | 134           | 69 35              |                       | 194           | 73 22              |                       | 254           | 76 27              |                       | 314           | 78 59              |                       |
| 15            | 59 33              |                       | 75            | 65 5               |                       | 135           | 69 39              |                       | 195           | 73 25              |                       | 255           | 76 30              |                       | 315           | 79 1               |                       |
| 16            | 59 39              |                       | 76            | 65 10              |                       | 136           | 69 43              |                       | 196           | 73 28              |                       | 256           | 76 33              |                       | 316           | 79 3               |                       |
| 17            | 59 45              |                       | 77            | 65 15              |                       | 137           | 69 47              |                       | 197           | 73 32              |                       | 257           | 76 36              |                       | 317           | 79 6               |                       |
| 18            | 59 51              |                       | 78            | 65 20              |                       | 138           | 69 52              |                       | 198           | 73 35              |                       | 258           | 76 38              |                       | 318           | 79 8               |                       |
| 19            | 59 57              |                       | 79            | 65 25              |                       | 139           | 69 56              |                       | 199           | 73 39              |                       | 259           | 76 41              |                       | 319           | 79 10              |                       |
| 20            | 60 3               |                       | 80            | 65 30              |                       | 140           | 70 0               |                       | 200           | 73 42              |                       | 260           | 76 44              |                       | 320           | 79 12              |                       |
| 21            | 60 9               |                       | 81            | 65 35              |                       | 141           | 70 4               |                       | 201           | 73 45              |                       | 261           | 76 47              |                       | 321           | 79 15              |                       |
| 22            | 60 15              |                       | 82            | 65 39              |                       | 142           | 70 8               |                       | 202           | 73 49              |                       | 262           | 76 49              |                       | 322           | 79 17              |                       |
| 23            | 60 21              |                       | 83            | 65 44              |                       | 143           | 70 12              |                       | 203           | 73 52              |                       | 263           | 76 52              |                       | 323           | 79 19              |                       |
| 24            | 60 27              |                       | 84            | 65 49              |                       | 144           | 70 16              |                       | 204           | 73 55              |                       | 264           | 76 55              |                       | 324           | 79 21              |                       |
| 25            | 60 33              |                       | 85            | 65 54              |                       | 145           | 70 20              |                       | 205           | 73 58              |                       | 265           | 76 57              |                       | 325           | 79 23              |                       |
| 26            | 60 39              |                       | 86            | 65 59              |                       | 146           | 70 24              |                       | 206           | 74 2               |                       | 266           | 77 0               |                       | 326           | 79 26              |                       |
| 27            | 60 44              |                       | 87            | 66 4               |                       | 147           | 70 28              |                       | 207           | 74 5               |                       | 267           | 77 3               |                       | 327           | 79 28              |                       |
| 28            | 60 50              |                       | 88            | 66 9               |                       | 148           | 70 32              |                       | 208           | 74 8               |                       | 268           | 77 5               |                       | 328           | 79 30              |                       |
| 29            | 60 56              |                       | 89            | 66 14              |                       | 149           | 70 36              |                       | 209           | 74 12              |                       | 269           | 77 8               |                       | 329           | 79 32              |                       |
| 30            | 61 2               |                       | 90            | 66 18              |                       | 150           | 70 40              |                       | 210           | 74 15              |                       | 270           | 77 11              |                       | 330           | 79 34              |                       |
| 31            | 61 8               |                       | 91            | 66 23              |                       | 151           | 70 44              |                       | 211           | 74 18              |                       | 271           | 77 13              |                       | 331           | 79 36              |                       |
| 32            | 61 13              |                       | 92            | 66 28              |                       | 152           | 70 48              |                       | 212           | 74 21              |                       | 272           | 77 16              |                       | 332           | 79 39              |                       |
| 33            | 61 19              |                       | 93            | 66 33              |                       | 153           | 70 52              |                       | 213           | 74 24              |                       | 273           | 77 19              |                       | 333           | 79 41              |                       |
| 34            | 61 25              |                       | 94            | 66 37              |                       | 154           | 70 56              |                       | 214           | 74 28              |                       | 274           | 77 21              |                       | 334           | 79 43              |                       |
| 35            | 61 31              |                       | 95            | 66 42              |                       | 155           | 70 59              |                       | 215           | 74 31              |                       | 275           | 77 24              |                       | 335           | 79 45              |                       |
| 36            | 61 36              |                       | 96            | 66 47              |                       | 156           | 71 3               |                       | 216           | 74 34              |                       | 276           | 77 26              |                       | 336           | 79 47              |                       |
| 37            | 61 42              |                       | 97            | 66 52              |                       | 157           | 71 7               |                       | 217           | 74 37              |                       | 277           | 77 29              |                       | 337           | 79 49              |                       |
| 38            | 61 48              |                       | 98            | 66 56              |                       | 158           | 71 11              |                       | 218           | 74 40              |                       | 278           | 77 32              |                       | 338           | 79 51              |                       |
| 39            | 61 53              |                       | 99            | 67 1               |                       | 159           | 71 15              |                       | 219           | 74 44              |                       | 279           | 77 34              |                       | 339           | 79 53              |                       |
| 40            | 61 59              |                       | 100           | 67 5               |                       | 160           | 71 19              |                       | 220           | 74 47              |                       | 280           | 77 37              |                       | 340           | 79 55              |                       |
| 41            | 62 4               |                       | 101           | 67 10              |                       | 161           | 71 23              |                       | 221           | 74 50              |                       | 281           | 77 39              |                       | 341           | 79 58              |                       |
| 42            | 62 10              |                       | 102           | 67 15              |                       | 162           | 71 26              |                       | 222           | 74 53              |                       | 282           | 77 42              |                       | 342           | 80 0               |                       |
| 43            | 62 16              |                       | 103           | 67 19              |                       | 163           | 71 30              |                       | 223           | 74 56              |                       | 283           | 77 44              |                       | 343           | 80 2               |                       |
| 44            | 62 21              |                       | 104           | 67 24              |                       | 164           | 71 34              |                       | 224           | 74 59              |                       | 284           | 77 47              |                       | 344           | 80 4               |                       |
| 45            | 62 27              |                       | 105           | 67 29              |                       | 165           | 71 38              |                       | 225           | 75 2               |                       | 285           | 77 49              |                       | 345           | 80 6               |                       |
| 46            | 62 32              |                       | 106           | 67 33              |                       | 166           | 71 41              |                       | 226           | 75 5               |                       | 286           | 77 52              |                       | 346           | 80 8               |                       |
| 47            | 62 38              |                       | 107           | 67 38              |                       | 167           | 71 45              |                       | 227           | 75 8               |                       | 287           | 77 54              |                       | 347           | 80 10              |                       |
| 48            | 62 43              |                       | 108           | 67 42              |                       | 168           | 71 49              |                       | 228           | 75 11              |                       | 288           | 77 57              |                       | 348           | 80 12              |                       |
| 49            | 62 49              |                       | 109           | 67 47              |                       | 169           | 71 53              |                       | 229           | 75 14              |                       | 289           | 77 59              |                       | 349           | 80 14              |                       |
| 50            | 62 54              |                       | 110           | 67 51              |                       | 170           | 71 56              |                       | 230           | 75 17              |                       | 290           | 78 2               |                       | 350           | 80 16              |                       |
| 51            | 62 59              |                       | 111           | 67 56              |                       | 171           | 72 0               |                       | 231           | 75 20              |                       | 291           | 78 4               |                       | 351           | 80 18              |                       |
| 52            | 63 5               |                       | 112           | 68 0               |                       | 172           | 72 4               |                       | 232           | 75 23              |                       | 292           | 78 7               |                       | 352           | 80 20              |                       |
| 53            | 63 10              |                       | 113           | 68 5               |                       | 173           | 72 7               |                       | 233           | 75 26              |                       | 293           | 78 9               |                       | 353           | 80 22              |                       |
| 54            | 63 16              |                       | 114           | 68 9               |                       | 174           | 72 11              |                       | 234           | 75 29              |                       | 294           | 78 12              |                       | 354           | 80 24              |                       |
| 55            | 63 21              |                       | 115           | 68 13              |                       | 175           | 72 15              |                       | 235           | 75 32              |                       | 295           | 78 14              |                       | 355           | 80 26              |                       |
| 56            | 63 26              |                       | 116           | 68 18              |                       | 176           | 72 18              |                       | 236           | 75 35              |                       | 296           | 78 17              |                       | 356           | 80 28              |                       |
| 57            | 63 32              |                       | 117           | 68 22              |                       | 177           | 72 22              |                       | 237           | 75 38              |                       | 297           | 78 19              |                       | 357           | 80 30              |                       |
| 58            | 63 37              |                       | 118           | 68 27              |                       | 178           | 72 25              |                       | 238           | 75 41              |                       | 298           | 78 21              |                       | 358           | 80 32              |                       |
| 59            | 63 42              |                       | 119           | 68 31              |                       | 179           | 72 29              |                       | 239           | 75 44              |                       | 299           | 78 24              |                       | 359           | 80 34              |                       |
| 60            | 63 47              |                       | 120           | 68 35              |                       | 180           | 72 33              |                       | 240           | 75 47              |                       | 300           | 78 26              |                       | 360           | 80 36              |                       |

T A B L E S

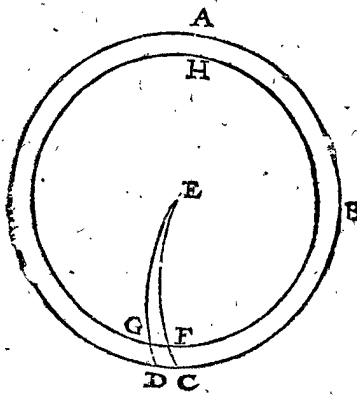
| long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① |
|------------|---------------|-----------------|------------|---------------|-----------------|------------|---------------|-----------------|------------|---------------|-----------------|------------|---------------|-----------------|------------|---------------|-----------------|
| 1          | 80 38         |                 | 61         | 82 23         |                 | 121        | 83 49         |                 | 181        | 84 58         |                 | 241        | 85 55         |                 | 301        | 86 41         |                 |
| 2          | 80 40         |                 | 62         | 82 25         |                 | 122        | 83 50         |                 | 182        | 84 59         |                 | 242        | 85 55         |                 | 302        | 86 41         |                 |
| 3          | 80 42         |                 | 63         | 82 26         |                 | 123        | 83 51         |                 | 183        | 85 00         |                 | 243        | 85 56         |                 | 303        | 86 42         |                 |
| 4          | 80 44         |                 | 64         | 82 28         |                 | 124        | 83 52         |                 | 184        | 85 01         |                 | 244        | 85 57         |                 | 304        | 86 43         |                 |
| 5          | 80 45         |                 | 65         | 82 29         |                 | 125        | 83 54         |                 | 185        | 85 02         |                 | 245        | 85 58         |                 | 305        | 86 43         |                 |
| 6          | 80 47         |                 | 66         | 82 31         |                 | 126        | 83 55         |                 | 186        | 85 03         |                 | 246        | 85 59         |                 | 306        | 86 44         |                 |
| 7          | 80 49         |                 | 67         | 82 32         |                 | 127        | 83 56         |                 | 187        | 85 04         |                 | 247        | 86 00         |                 | 307        | 86 45         |                 |
| 8          | 80 51         |                 | 68         | 82 34         |                 | 128        | 83 57         |                 | 188        | 85 05         |                 | 248        | 86 00         |                 | 308        | 86 45         |                 |
| 9          | 80 53         |                 | 69         | 82 35         |                 | 129        | 83 59         |                 | 189        | 85 06         |                 | 249        | 86 01         |                 | 309        | 86 46         |                 |
| 10         | 80 55         |                 | 70         | 82 37         |                 | 130        | 84 00         |                 | 190        | 85 07         |                 | 250        | 86 02         |                 | 310        | 86 47         |                 |
| 11         | 80 57         |                 | 71         | 82 38         |                 | 131        | 84 01         |                 | 191        | 85 08         |                 | 251        | 86 03         |                 | 311        | 86 47         |                 |
| 12         | 80 59         |                 | 72         | 82 40         |                 | 132        | 84 02         |                 | 192        | 85 09         |                 | 252        | 86 04         |                 | 312        | 86 48         |                 |
| 13         | 81 01         |                 | 73         | 82 41         |                 | 133        | 84 04         |                 | 193        | 85 10         |                 | 253        | 86 05         |                 | 313        | 86 49         |                 |
| 14         | 81 02         |                 | 74         | 82 43         |                 | 134        | 84 05         |                 | 194        | 85 11         |                 | 254        | 86 05         |                 | 314        | 86 49         |                 |
| 15         | 81 04         |                 | 75         | 82 45         |                 | 135        | 84 06         |                 | 195        | 85 12         |                 | 255        | 86 06         |                 | 315        | 86 50         |                 |
| 16         | 81 06         |                 | 76         | 82 46         |                 | 136        | 84 07         |                 | 196        | 85 13         |                 | 256        | 86 07         |                 | 316        | 86 51         |                 |
| 17         | 81 08         |                 | 77         | 82 48         |                 | 137        | 84 08         |                 | 197        | 85 14         |                 | 257        | 86 08         |                 | 317        | 86 51         |                 |
| 18         | 81 10         |                 | 78         | 82 49         |                 | 138        | 84 10         |                 | 198        | 85 15         |                 | 258        | 86 09         |                 | 318        | 86 52         |                 |
| 19         | 81 12         |                 | 79         | 82 50         |                 | 139        | 84 11         |                 | 199        | 85 16         |                 | 259        | 86 09         |                 | 319        | 86 53         |                 |
| 20         | 81 13         |                 | 80         | 82 52         |                 | 140        | 84 12         |                 | 200        | 85 17         |                 | 260        | 86 10         |                 | 320        | 86 54         |                 |
| 21         | 81 15         |                 | 81         | 82 53         |                 | 141        | 84 13         |                 | 201        | 85 18         |                 | 261        | 86 11         |                 | 321        | 86 54         |                 |
| 22         | 81 17         |                 | 82         | 82 55         |                 | 142        | 84 15         |                 | 202        | 85 19         |                 | 262        | 86 12         |                 | 322        | 86 55         |                 |
| 23         | 81 19         |                 | 83         | 82 56         |                 | 143        | 84 16         |                 | 203        | 85 20         |                 | 263        | 86 13         |                 | 323        | 86 56         |                 |
| 24         | 81 21         |                 | 84         | 82 58         |                 | 144        | 84 17         |                 | 204        | 85 21         |                 | 264        | 86 13         |                 | 324        | 86 56         |                 |
| 25         | 81 22         |                 | 85         | 82 59         |                 | 145        | 84 18         |                 | 205        | 85 22         |                 | 265        | 86 14         |                 | 325        | 86 57         |                 |
| 26         | 81 24         |                 | 86         | 83 01         |                 | 146        | 84 19         |                 | 206        | 85 23         |                 | 266        | 86 15         |                 | 326        | 86 58         |                 |
| 27         | 81 26         |                 | 87         | 83 02         |                 | 147        | 84 20         |                 | 207        | 85 24         |                 | 267        | 86 16         |                 | 327        | 86 58         |                 |
| 28         | 81 28         |                 | 88         | 83 04         |                 | 148        | 84 22         |                 | 208        | 85 25         |                 | 268        | 86 16         |                 | 328        | 86 59         |                 |
| 29         | 81 30         |                 | 89         | 83 05         |                 | 149        | 84 23         |                 | 209        | 85 26         |                 | 269        | 86 17         |                 | 329        | 86 59         |                 |
| 30         | 81 31         |                 | 90         | 83 06         |                 | 150        | 84 24         |                 | 210        | 85 27         |                 | 270        | 86 18         |                 | 330        | 87 00         |                 |
| 31         | 81 33         |                 | 91         | 83 08         |                 | 151        | 84 25         |                 | 211        | 85 28         |                 | 271        | 86 19         |                 | 331        | 87 01         |                 |
| 32         | 81 35         |                 | 92         | 83 09         |                 | 152        | 84 26         |                 | 212        | 85 29         |                 | 272        | 86 20         |                 | 332        | 87 01         |                 |
| 33         | 81 37         |                 | 93         | 83 11         |                 | 153        | 84 27         |                 | 213        | 85 30         |                 | 273        | 86 20         |                 | 333        | 87 02         |                 |
| 34         | 81 38         |                 | 94         | 83 12         |                 | 154        | 84 29         |                 | 214        | 85 31         |                 | 274        | 86 21         |                 | 334        | 87 03         |                 |
| 35         | 81 40         |                 | 95         | 83 14         |                 | 155        | 84 30         |                 | 215        | 85 32         |                 | 275        | 86 22         |                 | 335        | 87 03         |                 |
| 36         | 81 42         |                 | 96         | 83 15         |                 | 156        | 84 31         |                 | 216        | 85 32         |                 | 276        | 86 23         |                 | 336        | 87 04         |                 |
| 37         | 81 43         |                 | 97         | 83 16         |                 | 157        | 84 32         |                 | 217        | 85 33         |                 | 277        | 86 24         |                 | 337        | 87 04         |                 |
| 38         | 81 45         |                 | 98         | 83 18         |                 | 158        | 84 33         |                 | 218        | 85 34         |                 | 278        | 86 24         |                 | 338        | 87 05         |                 |
| 39         | 81 47         |                 | 99         | 83 19         |                 | 159        | 84 34         |                 | 219        | 85 35         |                 | 279        | 86 25         |                 | 339        | 87 06         |                 |
| 40         | 81 49         |                 | 100        | 83 21         |                 | 160        | 84 35         |                 | 220        | 85 36         |                 | 280        | 86 26         |                 | 340        | 87 06         |                 |
| 41         | 81 50         |                 | 101        | 83 22         |                 | 161        | 84 36         |                 | 221        | 85 37         |                 | 281        | 86 26         |                 | 341        | 87 07         |                 |
| 42         | 81 52         |                 | 102        | 83 23         |                 | 162        | 84 38         |                 | 222        | 85 38         |                 | 282        | 86 27         |                 | 342        | 87 07         |                 |
| 43         | 81 54         |                 | 103        | 83 25         |                 | 163        | 84 39         |                 | 223        | 85 39         |                 | 283        | 86 28         |                 | 343        | 87 08         |                 |
| 44         | 81 55         |                 | 104        | 83 26         |                 | 164        | 84 40         |                 | 224        | 85 40         |                 | 284        | 86 28         |                 | 344        | 87 09         |                 |
| 45         | 81 57         |                 | 105        | 83 27         |                 | 165        | 84 41         |                 | 225        | 85 41         |                 | 285        | 86 29         |                 | 345        | 87 09         |                 |
| 46         | 81 59         |                 | 106        | 83 29         |                 | 166        | 84 42         |                 | 226        | 85 42         |                 | 286        | 86 30         |                 | 346        | 87 10         |                 |
| 47         | 82 00         |                 | 107        | 83 30         |                 | 167        | 84 43         |                 | 227        | 85 42         |                 | 287        | 86 31         |                 | 347        | 87 10         |                 |
| 48         | 82 02         |                 | 108        | 83 31         |                 | 168        | 84 44         |                 | 228        | 85 43         |                 | 288        | 86 31         |                 | 348        | 87 11         |                 |
| 49         | 82 04         |                 | 109        | 83 33         |                 | 169        | 84 45         |                 | 229        | 85 44         |                 | 289        | 86 32         |                 | 349        | 87 11         |                 |
| 50         | 82 05         |                 | 110        | 83 34         |                 | 170        | 84 46         |                 | 230        | 85 45         |                 | 290        | 86 33         |                 | 350        | 87 12         |                 |
| 51         | 82 07         |                 | 111        | 83 35         |                 | 171        | 84 47         |                 | 231        | 85 46         |                 | 291        | 86 34         |                 | 351        | 87 13         |                 |
| 52         | 82 08         |                 | 112        | 83 37         |                 | 172        | 84 49         |                 | 232        | 85 47         |                 | 292        | 86 34         |                 | 352        | 87 13         |                 |
| 53         | 82 10         |                 | 113        | 83 38         |                 | 173        | 84 50         |                 | 233        | 85 48         |                 | 293        | 86 35         |                 | 353        | 87 14         |                 |
| 54         | 82 12         |                 | 114        | 83 39         |                 | 174        | 84 51         |                 | 234        | 85 49         |                 | 294        | 86 36         |                 | 354        | 87 14         |                 |
| 55         | 82 13         |                 | 115        | 83 41         |                 | 175        | 84 52         |                 | 235        | 85 49         |                 | 295        | 86 36         |                 | 355        | 87 15         |                 |
| 56         | 82 15         |                 | 116        | 83 42         |                 | 176        | 84 53         |                 | 236        | 85 50         |                 | 296        | 86 37         |                 | 356        | 87 15         |                 |
| 57         | 82 17         |                 | 117        | 83 43         |                 | 177        | 84 54         |                 | 237        | 85 51         |                 | 297        | 86 38         |                 | 357        | 87 16         |                 |
| 58         | 82 18         |                 | 118        | 83 45         |                 | 178        | 84 55         |                 | 238        | 85 52         |                 | 298        | 86 38         |                 | 358        | 87 17         |                 |
| 59         | 82 20         |                 | 119        | 83 46         |                 | 179        | 84 56         |                 | 239        | 85 53         |                 | 299        | 86 39         |                 | 359        | 87 17         |                 |
| 60         | 82 21         |                 | 120        | 83 47         |                 | 180        | 84 57         |                 | 240        | 85 54         |                 | 300        | 86 40         |                 | 360        | 87 18         |                 |

| long. deg. | latit. deg. (1) | distance. deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance. deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance. deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance. deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance. deg. (1) |
|------------|-----------------|--------------------|------------|-----------------|--------------------|------------|-----------------|--------------------|------------|-----------------|--------------------|------------|-----------------|--------------------|
| 1          | 87 18           |                    | 62         | 87 49           |                    | 183        | 88 34           |                    | 3          | 89 13           |                    | 215        | 89 37           |                    |
| 2          | 87 19           |                    | 64         | 87 50           |                    | 186        | 88 34           |                    | 6          | 89 14           |                    | 220        | 89 37           |                    |
| 3          | 87 19           |                    | 66         | 87 51           |                    | 189        | 88 35           |                    | 9          | 89 14           |                    | 225        | 89 38           |                    |
| 4          | 87 20           |                    | 68         | 87 52           |                    | 192        | 88 36           |                    | 12         | 89 15           |                    | 230        | 89 38           |                    |
| 5          | 87 21           |                    | 70         | 87 53           |                    | 195        | 88 37           |                    | 15         | 89 15           |                    | 235        | 89 39           |                    |
| 6          | 87 21           |                    | 72         | 87 53           |                    | 198        | 88 38           |                    | 18         | 89 16           |                    | 240        | 89 39           |                    |
| 7          | 87 22           |                    | 74         | 87 54           |                    | 201        | 88 39           |                    | 21         | 89 16           |                    | 245        | 89 39           |                    |
| 8          | 87 22           |                    | 76         | 87 55           |                    | 204        | 88 40           |                    | 24         | 89 16           |                    | 250        | 89 40           |                    |
| 9          | 87 23           |                    | 78         | 87 56           |                    | 207        | 88 40           |                    | 27         | 89 17           |                    | 255        | 89 40           |                    |
| 10         | 87 23           |                    | 80         | 87 57           |                    | 210        | 88 41           |                    | 30         | 89 17           |                    | 260        | 89 40           |                    |
| 11         | 87 24           |                    | 82         | 87 58           |                    | 213        | 88 42           |                    | 33         | 89 18           |                    | 265        | 89 41           |                    |
| 12         | 87 24           |                    | 84         | 87 59           |                    | 216        | 88 43           |                    | 36         | 89 18           |                    | 270        | 89 41           |                    |
| 13         | 87 25           |                    | 86         | 87 59           |                    | 219        | 88 44           |                    | 39         | 89 19           |                    | 275        | 89 41           |                    |
| 14         | 87 25           |                    | 88         | 88 0            |                    | 222        | 88 44           |                    | 42         | 89 19           |                    | 280        | 89 42           |                    |
| 15         | 87 26           |                    | 90         | 88 1            |                    | 225        | 88 45           |                    | 45         | 89 19           |                    | 285        | 89 42           |                    |
| 16         | 87 26           |                    | 92         | 88 2            |                    | 228        | 88 46           |                    | 48         | 89 20           |                    | 290        | 89 42           |                    |
| 17         | 87 27           |                    | 94         | 88 3            |                    | 231        | 88 47           |                    | 51         | 89 20           |                    | 295        | 89 42           |                    |
| 18         | 87 28           |                    | 96         | 88 3            |                    | 234        | 88 47           |                    | 54         | 89 21           |                    | 300        | 89 43           |                    |
| 19         | 87 28           |                    | 98         | 88 4            |                    | 237        | 88 48           |                    | 57         | 89 21           |                    | 305        | 89 43           |                    |
| 20         | 87 29           |                    | 100        | 88 5            |                    | 240        | 88 49           |                    | 60         | 89 21           |                    | 310        | 89 43           |                    |
| 21         | 87 29           |                    | 102        | 88 6            |                    | 243        | 88 50           |                    | 63         | 89 22           |                    | 315        | 89 44           |                    |
| 22         | 87 30           |                    | 104        | 88 7            |                    | 246        | 88 50           |                    | 66         | 89 22           |                    | 320        | 89 44           |                    |
| 23         | 87 30           |                    | 106        | 88 7            |                    | 249        | 88 51           |                    | 69         | 89 23           |                    | 325        | 89 44           |                    |
| 24         | 87 31           |                    | 108        | 88 8            |                    | 252        | 88 52           |                    | 72         | 89 23           |                    | 330        | 89 44           |                    |
| 25         | 87 31           |                    | 110        | 88 9            |                    | 255        | 88 52           |                    | 75         | 89 23           |                    | 335        | 89 45           |                    |
| 26         | 87 32           |                    | 112        | 88 10           |                    | 258        | 88 53           |                    | 78         | 89 24           |                    | 340        | 89 45           |                    |
| 27         | 87 32           |                    | 114        | 88 10           |                    | 261        | 88 54           |                    | 81         | 89 24           |                    | 345        | 89 45           |                    |
| 28         | 87 33           |                    | 116        | 88 11           |                    | 264        | 88 55           |                    | 84         | 89 24           |                    | 350        | 89 45           |                    |
| 29         | 87 33           |                    | 118        | 88 12           |                    | 267        | 88 55           |                    | 87         | 89 25           |                    | 355        | 89 46           |                    |
| 30         | 87 34           |                    | 120        | 88 13           |                    | 270        | 88 56           |                    | 90         | 89 25           |                    | 360        | 89 46           |                    |
| 31         | 87 34           |                    | 122        | 88 13           |                    | 273        | 88 56           |                    | 94         | 89 26           |                    | 6          | 89 46           |                    |
| 32         | 87 35           |                    | 124        | 88 14           |                    | 276        | 88 57           |                    | 98         | 89 26           |                    | 12         | 89 46           |                    |
| 33         | 87 35           |                    | 126        | 88 15           |                    | 279        | 88 58           |                    | 102        | 89 27           |                    | 18         | 89 47           |                    |
| 34         | 87 36           |                    | 128        | 88 16           |                    | 282        | 88 58           |                    | 106        | 89 27           |                    | 24         | 89 47           |                    |
| 35         | 87 36           |                    | 130        | 88 16           |                    | 285        | 88 59           |                    | 110        | 89 27           |                    | 30         | 89 47           |                    |
| 36         | 87 37           |                    | 132        | 88 17           |                    | 288        | 89 0            |                    | 114        | 89 28           |                    | 36         | 89 47           |                    |
| 37         | 87 37           |                    | 134        | 88 18           |                    | 291        | 89 0            |                    | 118        | 89 28           |                    | 42         | 89 48           |                    |
| 38         | 87 38           |                    | 136        | 88 18           |                    | 294        | 89 1            |                    | 122        | 89 29           |                    | 48         | 89 48           |                    |
| 39         | 87 38           |                    | 138        | 88 19           |                    | 297        | 89 1            |                    | 126        | 89 29           |                    | 54         | 89 48           |                    |
| 40         | 87 39           |                    | 140        | 88 20           |                    | 300        | 89 2            |                    | 130        | 89 30           |                    | 60         | 89 48           |                    |
| 41         | 87 39           |                    | 142        | 88 20           |                    | 303        | 89 3            |                    | 134        | 89 30           |                    | 66         | 89 48           |                    |
| 42         | 87 40           |                    | 144        | 88 21           |                    | 306        | 89 3            |                    | 138        | 89 30           |                    | 72         | 89 49           |                    |
| 43         | 87 40           |                    | 146        | 88 22           |                    | 309        | 89 4            |                    | 142        | 89 31           |                    | 78         | 89 49           |                    |
| 44         | 87 41           |                    | 148        | 88 23           |                    | 312        | 89 4            |                    | 146        | 89 31           |                    | 84         | 89 49           |                    |
| 45         | 87 41           |                    | 150        | 88 23           |                    | 315        | 89 5            |                    | 150        | 89 32           |                    | 90         | 89 49           |                    |
| 46         | 87 42           |                    | 152        | 88 24           |                    | 318        | 89 6            |                    | 154        | 89 32           |                    | 96         | 89 50           |                    |
| 47         | 87 42           |                    | 154        | 88 25           |                    | 321        | 89 6            |                    | 158        | 89 32           |                    | 102        | 89 50           |                    |
| 48         | 87 42           |                    | 156        | 88 25           |                    | 324        | 89 7            |                    | 162        | 89 33           |                    | 108        | 89 50           |                    |
| 49         | 87 43           |                    | 158        | 88 26           |                    | 327        | 89 7            |                    | 166        | 89 33           |                    | 114        | 89 50           |                    |
| 50         | 87 43           |                    | 160        | 88 26           |                    | 330        | 89 8            |                    | 170        | 89 33           |                    | 120        | 89 50           |                    |
| 51         | 87 44           |                    | 162        | 88 27           |                    | 333        | 89 8            |                    | 174        | 89 34           |                    | 126        | 89 50           |                    |
| 52         | 87 44           |                    | 164        | 88 28           |                    | 336        | 89 9            |                    | 178        | 89 34           |                    | 132        | 89 51           |                    |
| 53         | 87 45           |                    | 166        | 88 28           |                    | 339        | 89 9            |                    | 182        | 89 34           |                    | 138        | 89 51           |                    |
| 54         | 87 45           |                    | 168        | 88 29           |                    | 342        | 89 10           |                    | 186        | 89 35           |                    | 144        | 89 51           |                    |
| 55         | 87 46           |                    | 170        | 88 30           |                    | 345        | 89 10           |                    | 190        | 89 35           |                    | 150        | 89 51           |                    |
| 56         | 87 46           |                    | 172        | 88 30           |                    | 348        | 89 11           |                    | 194        | 89 35           |                    | 156        | 89 51           |                    |
| 57         | 87 47           |                    | 174        | 88 31           |                    | 351        | 89 11           |                    | 198        | 89 36           |                    | 162        | 89 51           |                    |
| 58         | 87 47           |                    | 176        | 88 31           |                    | 354        | 89 12           |                    | 202        | 89 36           |                    | 168        | 89 52           |                    |
| 59         | 87 48           |                    | 178        | 88 32           |                    | 357        | 89 12           |                    | 206        | 89 36           |                    | 174        | 89 52           |                    |
| 60         | 87 48           |                    | 180        | 88 33           |                    | 360        | 89 13           |                    | 210        | 89 37           |                    | 180        | 89 52           |                    |

Jusques icy sont descrits les sept rombs, & non le huitiesme, d'autant qu'il est cercle parfait, parallel, ou l'equateur mesme; desquels il n'est besoing que de la distance, à quoy la table suivante servira.

DE LA CONSTRUCTION DE LA table du huitiesme romb, ou bien des parallels.

Soit ABCD une sphere, ABCD equateur, E pole FGH parallel, CD un degré comme difference de longitude entre les points D, C: soyent menez les quadrans ED, EC, & soit GD; je prens 10 degrez pour la latitude du parallel, parquoy GF sera moindre à DC, cōbien que GF soit 1 degré de son cercle; mais le tout est de pouvoir reduire les arcs des parallels en degrez, & ①, ② de l'equateur, assavoir que les parties de l'equateur soyent mesures des autres, comme si on les vouloit tous remettre sur iceluy pour les mesurer.



Soit ED, EC, & soit GD; je prens 10 degrez pour la latitude du parallel, parquoy GF sera moindre à DC, cōbien que GF soit 1 degré de son cercle; mais le tout est de pouvoir reduire les arcs des parallels en degrez, & ①, ② de l'equateur, assavoir que les parties de l'equateur soyent mesures des autres, comme si on les vouloit tous remettre sur iceluy pour les mesurer.

Le donné. Soit donc 1 degré de longitude en un parallel qui a 10 degrez de latitude.

Le requis. Il faut trouver combien de ① & ② d'equateur, fait ce degré de parallel.

CONSTRUCTION.

Le raid 10000000.  
 Donne sinus de complement des 10 degrez 9848078.  
 Combien 1 degré de l'equateur faisant 60 ①  
 Viendra pour le requis 59 ① 5 ②.  
 Comme il est en la table suivante, & ainsi des autres.

DEMONSTRATION.

Comme le raid de l'equateur, au raid du parallel, ainsi la grandeur d'un arc de l'equateur à la grandeur d'un arc semblable sur le parallel; soit de quelle mesure qu'on les vueille mesurer. Or on compare les arcs du parallel à l'arc mesuré de l'equateur, donc le nombre de solution sera la grandeur de l'arc requis: quant au sinus de GE, complement de DG 10 deg. c'est le raid du parallel.

La construction des tables ainsi declarée, nous y avons adjoint les tables descrites en la Cosmographie de Pierre Appian, premiere partie, chap. 13. comme s'enfuit.

TABLE DU HUITIESME ROMB, MONSTRANT combien fait 1 degré de chacun parallel, mesuré par ① & ② de l'equateur.

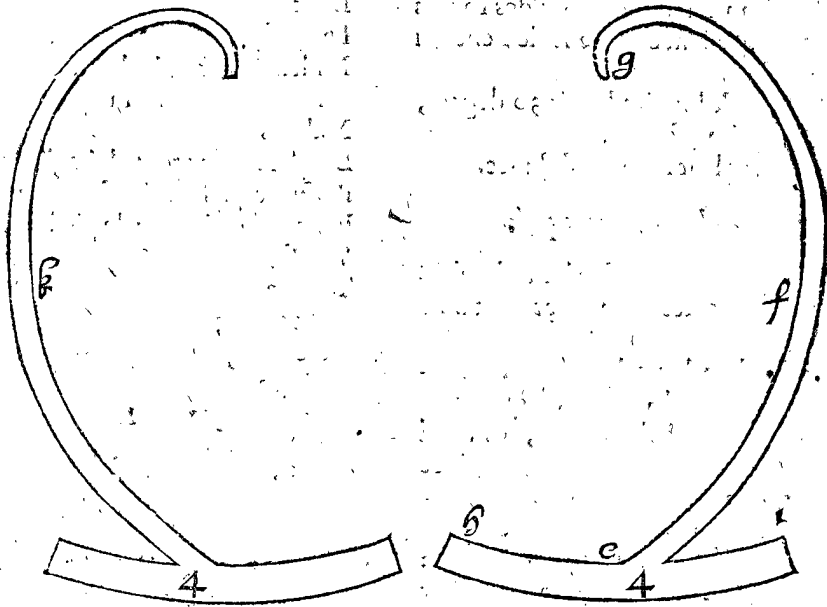
| latitude du parallel, deg. ① | 1 degré de longit. fait ① ② | latitude du parallel, deg. ① | 1 degré de longit. fait ① ② | latitude du parallel, deg. ① | 1 degré de longit. fait ① ② | latitude du parallel, deg. ① | 1 degré de longit. fait ① ② | latitude du parallel, deg. ① | 1 degré de longit. fait ① ② | latitude du parallel, deg. ① | 1 degré de longit. fait ① ② | latitude du parallel, deg. ① | 1 degré de longit. fait ① ② |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 0 30                         | 59 59                       | 0                            | 16 0                        | 9                            | 31 0                        | 51 25                        | 16                          | 46 0                         | 41 40                       | 23                           | 61 0                        | 29 5                         | 28                          |
| 1 0                          | 59 59                       | 1                            | 16 30                       | 9                            | 31 30                       | 51 9                         | 17                          | 46 30                        | 41 18                       | 23                           | 61 30                       | 28 37                        | 28                          |
| 1 30                         | 59 58                       | 1                            | 17 0                        | 9                            | 32 0                        | 50 52                        | 17                          | 47 0                         | 40 55                       | 23                           | 62 0                        | 28 10                        | 28                          |
| 2 0                          | 59 57                       | 1                            | 17 30                       | 10                           | 32 30                       | 50 36                        | 17                          | 47 30                        | 40 32                       | 23                           | 62 30                       | 27 42                        | 28                          |
| 2 30                         | 59 56                       | 1                            | 18 0                        | 10                           | 33 0                        | 50 19                        | 17                          | 48 0                         | 40 8                        | 23                           | 63 0                        | 27 14                        | 28                          |
| 3 0                          | 59 55                       | 2                            | 18 30                       | 10                           | 33 30                       | 50 2                         | 18                          | 48 30                        | 39 43                       | 24                           | 63 30                       | 26 46                        | 28                          |
| 3 30                         | 59 53                       | 2                            | 19 0                        | 10                           | 34 0                        | 49 44                        | 18                          | 49 0                         | 39 21                       | 24                           | 64 0                        | 26 18                        | 28                          |
| 4 0                          | 59 51                       | 2                            | 19 30                       | 11                           | 34 30                       | 49 6                         | 18                          | 49 30                        | 38 58                       | 24                           | 64 30                       | 25 49                        | 28                          |
| 4 30                         | 59 48                       | 2                            | 20 0                        | 11                           | 35 0                        | 49 8                         | 18                          | 50 0                         | 38 34                       | 24                           | 65 0                        | 25 21                        | 29                          |
| 5 0                          | 59 46                       | 3                            | 20 30                       | 11                           | 35 30                       | 48 50                        | 18                          | 50 30                        | 38 9                        | 24                           | 65 30                       | 24 52                        | 29                          |
| 5 30                         | 59 43                       | 3                            | 21 0                        | 11                           | 36 0                        | 48 32                        | 18                          | 51 0                         | 37 45                       | 24                           | 66 0                        | 24 24                        | 29                          |
| 6 0                          | 59 40                       | 3                            | 21 30                       | 12                           | 36 30                       | 48 14                        | 19                          | 51 30                        | 37 21                       | 24                           | 66 30                       | 23 55                        | 29                          |
| 6 30                         | 59 36                       | 3                            | 22 0                        | 12                           | 37 0                        | 47 55                        | 19                          | 52 0                         | 36 56                       | 25                           | 67 0                        | 23 26                        | 29                          |
| 7 0                          | 59 33                       | 4                            | 22 30                       | 12                           | 37 30                       | 47 36                        | 19                          | 52 30                        | 36 31                       | 25                           | 67 30                       | 22 57                        | 29                          |
| 7 30                         | 59 29                       | 4                            | 23 0                        | 12                           | 38 0                        | 47 16                        | 19                          | 53 0                         | 36 6                        | 25                           | 68 0                        | 22 28                        | 29                          |
| 8 0                          | 59 24                       | 4                            | 23 30                       | 12                           | 38 30                       | 46 57                        | 20                          | 53 30                        | 35 41                       | 25                           | 68 30                       | 21 59                        | 29                          |
| 8 30                         | 59 20                       | 5                            | 24 0                        | 13                           | 39 0                        | 46 37                        | 20                          | 54 0                         | 35 16                       | 26                           | 69 0                        | 21 30                        | 29                          |
| 9 0                          | 59 15                       | 5                            | 24 30                       | 13                           | 39 30                       | 46 17                        | 20                          | 54 30                        | 34 50                       | 26                           | 69 30                       | 21 0                         | 30                          |
| 9 30                         | 59 10                       | 5                            | 25 0                        | 13                           | 40 0                        | 45 57                        | 20                          | 55 0                         | 34 24                       | 26                           | 70 0                        | 20 31                        | 30                          |
| 10 0                         | 59 5                        | 6                            | 25 30                       | 14                           | 40 30                       | 45 37                        | 21                          | 55 30                        | 34 59                       | 26                           | 70 30                       | 20 1                         | 30                          |
| 10 30                        | 58 59                       | 6                            | 26 0                        | 14                           | 41 0                        | 45 16                        | 21                          | 56 0                         | 33 33                       | 26                           | 71 0                        | 19 32                        | 30                          |
| 11 0                         | 58 53                       | 6                            | 26 30                       | 14                           | 41 30                       | 44 56                        | 21                          | 56 30                        | 33 6                        | 26                           | 71 30                       | 19 2                         | 30                          |
| 11 30                        | 58 47                       | 6                            | 27 0                        | 14                           | 42 0                        | 44 35                        | 21                          | 57 0                         | 32 40                       | 26                           | 72 0                        | 18 32                        | 30                          |
| 12 0                         | 58 41                       | 7                            | 27 30                       | 15                           | 42 30                       | 44 14                        | 22                          | 57 30                        | 32 14                       | 27                           | 72 30                       | 18 2                         | 30                          |
| 12 30                        | 58 34                       | 7                            | 28 0                        | 15                           | 43 0                        | 43 52                        | 22                          | 58 0                         | 31 47                       | 27                           | 73 0                        | 17 32                        | 30                          |
| 13 0                         | 58 27                       | 7                            | 28 30                       | 15                           | 43 30                       | 43 31                        | 22                          | 58 30                        | 31 21                       | 27                           | 73 30                       | 17 2                         | 30                          |
| 13 30                        | 58 20                       | 7                            | 29 0                        | 15                           | 44 0                        | 43 9                         | 22                          | 59 0                         | 30 54                       | 27                           | 74 0                        | 16 32                        | 30                          |
| 14 0                         | 58 13                       | 8                            | 29 30                       | 16                           | 44 30                       | 42 47                        | 22                          | 59 30                        | 30 27                       | 27                           | 74 30                       | 16 2                         | 30                          |
| 14 30                        | 58 5                        | 8                            | 30 0                        | 16                           | 45 0                        | 42 25                        | 22                          | 60 0                         | 30 0                        | 27                           | 75 0                        | 15 31                        | 30                          |
| 15 0                         | 57 57                       | 8                            | 30 30                       | 16                           | 45 30                       | 42 3                         | 22                          | 60 30                        | 29 32                       | 27                           | 75 30                       | 15 1                         | 30                          |
| 15 30                        | 57 49                       | 8                            |                             | 16                           |                             |                              | 23                          |                              |                             | 27                           |                             |                              | 30                          |

Ayant ainsi décrit les 7 rombs, de degré en degré de longitude, combien ils ont de latitude, d'où appert comment on les pourra décrire sur les Globes terrestres avec grand' certitude, avec des points, puis des

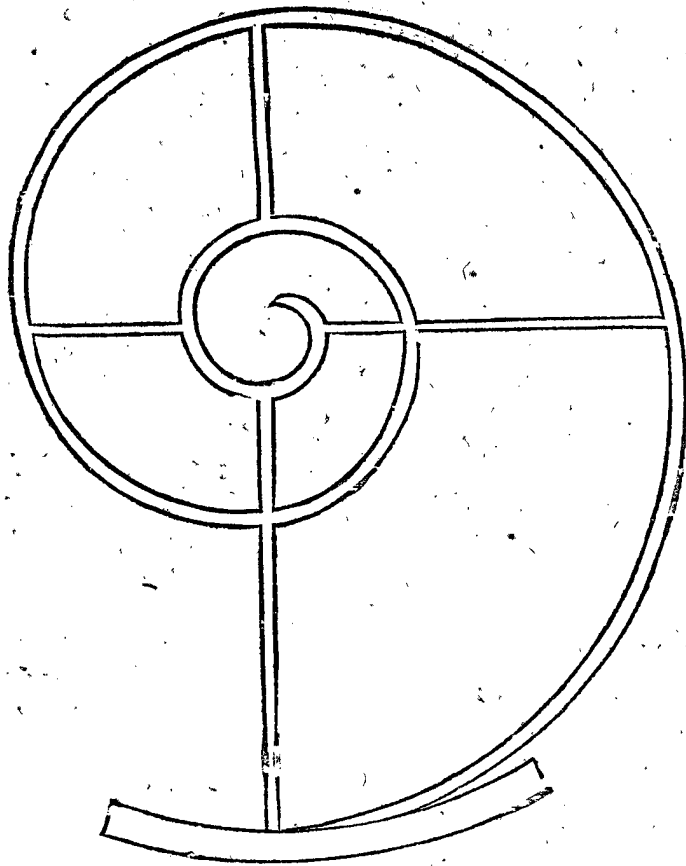
lignes de l'un à l'autre, pour chacun romb : Les tables servent aussi pour esprouver si les rombs desia faits sur les Globes qu'on rencontre sont bien ou non.

DE LA FABRIQUE DES ROMBS  
DE CUIVRE.

Cene seroit pas chose mal à propos de faire 7 Rombs de cuivre à droit, & 7 à gauche, avec un reglet HI pour poser sur l'equateur, afin que le romb soit bien posé sur le Globe, qu'ils soient aussi concaves pour convenir sur



la superficie du Globe; & les marquer 1, 1, 2, 2, &c. comme cy dessous, pour denoter le quantiesme romb est un chacun, & s'il y a beaucoup de tours, qu'ils soyent retenus comme le suivant, d'autant qu'estant autrement trop foible, il seroit inutile; mais ceux qui ne font pas de tours de suffisante longueur, pourront estre faits un peu plus



larges sans retinacle, comme les quatriesmes icy de Noord-oost & Zuid-west, ils pourroyent apporter beaucoup de facilité; car de tracer sur les Globes à tous momens, cela est fascheux, ils seront propres pour les choses suivantes aussi; touchant les parallels on n'a que faire d'en faire de cuivre.

*Conclusion.* Nous avons donc marqué des rombs, selon le requis.

**PROPOSITION V.**  
**E**stant donnée la différence des longitudes, de deux lieux de  
 mesme latitude, aussi leur latitude; trouver leur romb &  
 distance.

N O T E S

Nous refoudrons les propositions suivantes en trois  
 manieres, assavoir par les rombs de cuivre, & par le  
 Globe où les rombs sont marquez, ce qui est Mechani-  
 quement, puis Mathematiquement par les nombres.

Or ceste-cy ny la suivante n'ont besoing des rombs  
 de cuivre, d'autant qu'il est necessaire seulement du  
 huitiesme.

*Le donné.* La difference de longitude soit 30 degrez,  
 & la latitude commune soit 24 degrez.

*Le requis.* Il faut trouver leur romb & distance.

**1 Operation, avec le Globe marqué.**

Puis que les deux lieux sont de mesme latitude, il est  
 certain que leur romb est le huitiesme, Occidental ou  
 Oriental.

Pour la distance, si les deux lieux donnés, se rencon-  
 trent sur un parallel marqué, il ne faudroit que pren-  
 dre la longueur dudit parallel avec le compas, l'ouvrant  
 si peu que la difference entre la ligne droite imaginée  
 entre ses deux pointes & la courbe du Globe, soit im-  
 perceptible, comme l'ouverture soit de 1 degre de l'e-  
 quateur, alors on auroit assez pres la distance requise:  
 toutefois tant plus que c'est pres du pole, & tant  
 moins y auroit-il de certitude ainsi, au contraire le plus  
 pres de l'equateur; seroit avec moindre erreur: & fina-  
 lement on trouvera que la distance requise sera 27  
 deg. 24'.

Que si le parallel n'est marqué sur le Globe, on en-  
 suivra par discretion son arc le mieux qu'on pourra: ce  
 qui pourra servir de guide, maniant le cours du compas  
 parallel au prochain cercle parallel.

N O T E S.

On pourroit requerir combien de lieuës seroyent les  
 susdits 27 deg. 24', ce qui ne pourroit pas bien estre  
 defini en general, veu que chaque pays fait les lieuës  
 selon que bon luy semble. Et partant dorenavant nous  
 conterons les distances par degrez seulement, laissant  
 les lieuës à la volonté de ceux qui les voudront adapter,  
 chacun à la maniere de son pays. On conte ordinaire-  
 ment qu'un degre est 18 heures de chemin, comme on  
 marche communement: Et chacune heure de 8000  
 pas, ou 1500 verges de Rinlande, tellement que le pas  
 revient à  $2\frac{1}{4}$  pieds de Rinlande. Mais toutefois il seroit  
 à desirer que les Mariniers usassent de degrez & pour  
 s'entendre l'un l'autre d'autant mieux.

ALB. GIRARD.

Le docte Snellius a mesuré la grandeur d'un degre, & l'a  
 trouvé estre de 28500 verges de Rinlande, & en a fait un traité  
 particulier, intitulé Eratosthenes Batavus: Or chacune verge  
 contient 12 pieds de Rinlande, lesquels s'accordent avec les  
 pieds Romains; le mesme Auteur prend 19 heures de chemin  
 pour un degre; chacune de 18000 pieds de Rinlande; mais on  
 souloit toujours conter 15 lieuës d'Alemaigne pour un degre,  
 tellement qu'au mesme compte chacune seroit 22800 pieds.  
 Touchant les Tables des Rombs il en a fait aussi un livre particu-  
 lier, intitulé Tiphys Batavus, duquel il me souvient m'avoir  
 dit autrefois que la maniere de calculation qu'il montre là, est

plus facile & plus exacte de beaucoup que l'ordinaire: finalement  
 à ce compte-la seroit, comme Snellius escrit,  
 Le diametre de la terre 3265860 verges de Rinlande.  
 Le circuit d'icelle 10260000 verges.  
 La superficie 33507717774840 verges quarrées.  
 Et la solidité 18238592203779153264 verges cubiques.

*Le pied de Rinlande, ou de Rome, estant  
 de 1000 parties.*

|   |      |
|---|------|
| Le pied d'Amsterdam sera de                 | 904  |
| Dort  | 1050 |
| La Brille                                   | 1060 |
| Midelbourg en Zeelande                      | 960  |
| Anvers, aussi Louvain                       | 909  |
| Malines                                     | 890  |
| Londres & par toute l'Angleterre            | 968  |
| Breme, aussi Hafnienfis en Danemarck        | 934  |
| Paris, selon Buteon le pied de Roy, environ | 1055 |
| Venise, environ (selon Bonaj. Lorini.)      | 1120 |
| Tolette                                     | 867  |
| Noremburg                                   | 974  |
| Straesburg                                  | 891  |
| Bavierre                                    | 924  |
| Grece antique                               | 1041 |
| Babylone                                    | 1171 |
| Samien                                      | 1100 |
| Antiochien                                  | 1360 |

**2 Operation, par les nombres.**

Pource que les deux latitudes sont egales, le romb  
 sera le huitiesme: Et alors cherchant dans la table d'ice-  
 luy en la quatriesme proposition, la latitude donnée  
 24 deg: on trouvera qu'un degre de longitude sera 54  
 48: Disant donc, si 1 degre de longitude fait 54  
 48, combien les 30 degrez donnés de longitude  
 viendra 27 deg. 24' pour la distance requise, dont  
 la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donc données les differences de  
 longitude, &c.

**PROPOSITION VI.**

**E**stant donnée la distance, aussi la latitude de deux points  
 sur la terre, de mesme latitude: trouver leur romb, & la diffe-  
 rence de longitude.

*Le donné.* Soyent deux points distans de 27 deg.  
 24', & leur latitude 24 degrez.

*Le requis.* Il faut trouver leur romb, & la difference  
 de longitude.

**1 Operation, par le Globe marqué.**

Premierement le romb sera le huitiesme, à cause  
 qu'ils sont de mesme latitude.

Puis il ne faut que marquer les deux points sur le  
 Globe, prenant 1 degre de l'equateur avec le compas,  
 & faire une distance de 27 deg. 24' sur le Globe, fai-  
 sant tourner les extremités sous le meridien, alors on  
 aura sur l'equateur la difference de longitude, assavoir  
 de 30 deg.

**2 Operation, par les nombres.**

D'autant que les deux latitudes données sont egales,  
 le romb requis sera le huitiesme.

Pour trouver la difference des longitudes, il faut cer-  
 cher (en la table du huitiesme Romb descrite à la  
 quatriesme proposition) la latitude de 24 degrez, où  
 se rencontre 54 48 pour la difference de longi-  
 tude de 1 degre; disant puis apres 54 48 donne  
 1 degre



1 degré, combien 27 deg. 24 ① viendra 30 degrez pour la difference de longitude requise.

*Conclusion.* Estant donc donnée la distance, aussi la latitude, nous avons trouvé leur romb, & la difference des longitudes, selon le requis.

PROPOSITION VII.

**L** Rombe & latitudes de deux poinçts estant donnés: Trouver la difference des longitudes & leurs distances (lors que les latitudes sont inegales.)

On sçait que si les latitudes estoient inegales, que le rombe requis seroit le huitiesme; & si c'estoit le huitiesme que les latitudes seroyent egales; & puis que la difference des longitudes, & la distance, se trouvent icy par diverses latitudes, & qu'à ce que dessus il n'y en a point; on ne pourroit par ce moyen trouver la difference des latitudes, ny la distance: c'est donc à ceste fin que la parenthese est inserée en la proposition, d'où s'ensuit que quand les latitudes sont presques egales, sçavoir que le rombe est fort pres du huitiesme, qu'alors la solution en sera d'autant moins exacte.

*Le donné.* Soit des deux poinçts proposés l'une latitude Occidentale 5 deg. 59 ①, & l'autre latitude 28 deg. 42 ①, & leur rombe soit le quatriesme.

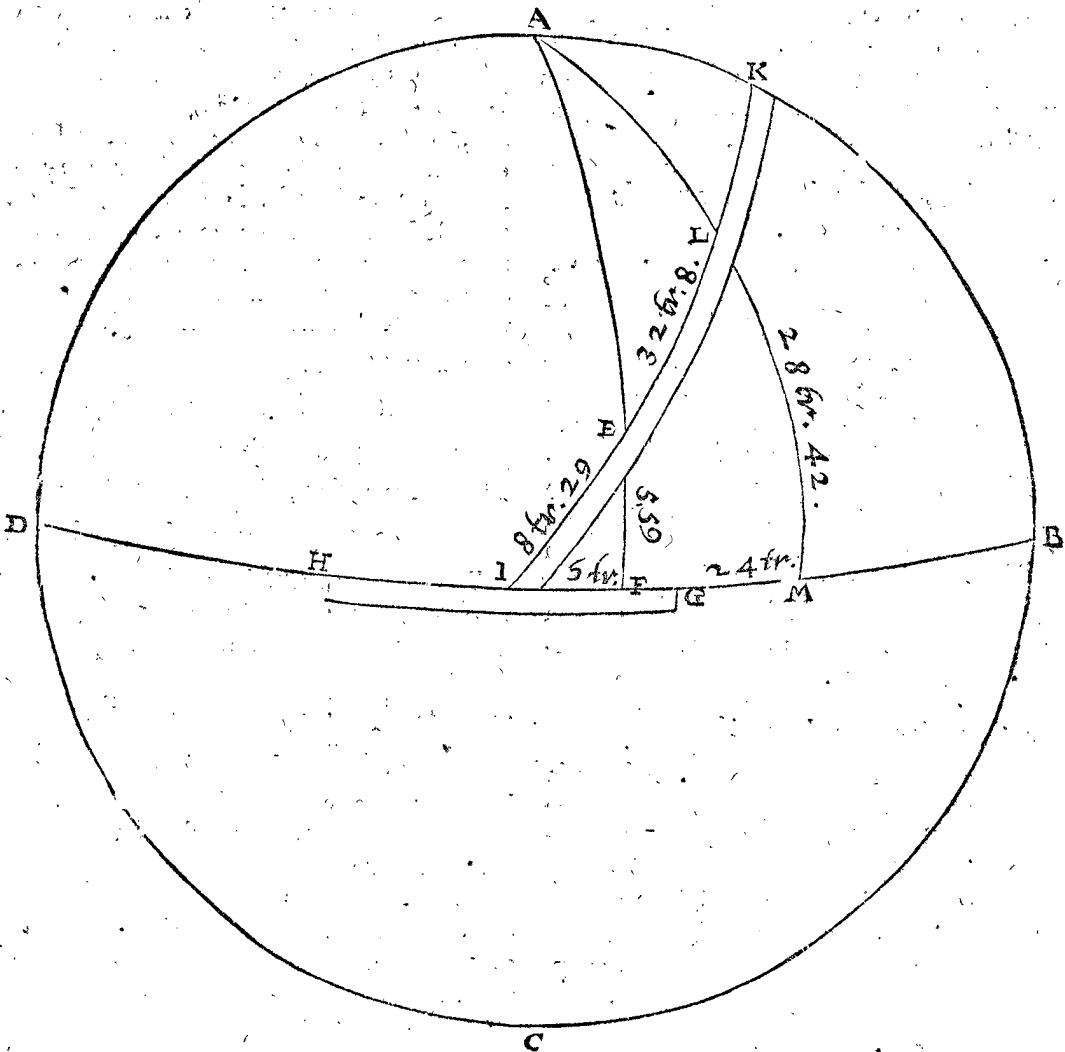
*Le requis.* Il faut trouver la difference de leurs longitudes, & leur distance.

1 Operation, par le rombe de cuivre.

Soit ABCD un Globe terrestre, A pole, BD l'equateur, sur lequel soit marqué un poinçt occulte E, ainsi que sa latitude FE soit 5 deg. 59 ① pour celle du poinçt Occidental; & adapte le quatriesme rombe de cuivre HGIK (selon l'hypothese) sur le Globe, tellement que sa reigle HG soit sur l'equateur, & le rombe IK passe par le poinçt E; D'avantage tournant le Globe vers l'Occident (pource que l'autre poinçt est vers l'Orient) jusques à ce que le rombe coupe le meridien en la latitude donnée de 28 deg. 42 ①, comme en L, alors on trouvera que FM la difference des longitudes fera 24 degrez; & EL la distance de 32 deg. 8 ①, laquelle on mesurera selon qu'il a esté monstré en la premiere operation de la cinquieme proposition.

2 Operation, par le Globe où les rombs sont marquez.

Ayant trouvé le quatriesme Romb marqué sur le Globe, je le tourne sous le meridien jusques à ce qu'il coupe le rombe en la latitude de 5 deg. 59 ①, pour le poinçt E Occidental, & tournant le Globe sous le meridien vers l'occident (pource que l'autre poinçt est Oriental) jusques à ce que le meridien coupe le rombe en la latitude de 28 deg. 42 ①, puis mesurant la distan-



ce EL selon la premiere operation de la cinquieme proposition, qu'on trouvera de 32 deg. 8 ①; quant à la difference des longitudes FM, on la trouvera marquée sur le Globe de 24 degrez.

3 Operation, par les nombres.

Cherchant à la table de la quatriesme proposition, le quatriesme rombe donné, regarde quelle longitude & distan-

& distance se rencontrent alendroit des deux latitudes données, & trouve alendroit de la moindre latitude de 5, 59 ① longit. 6 deg. dist. 8, 29 ①.

Et de l'autre, qui est de 28, 42 ① longit. 30 deg. dist. 40, 37 ①.

Desquels soustraits les premiers en l'ordre, restera pour le requis longit. 24 deg. dist. 32, 8 ①. Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Le romb donc & latitudes de deux poinçts estant donnez, nous avons trouvé la difference des longitudes, & leur distance (lors que leurs latitudes sont inegales) selon le requis.

PROPOSITION VIII.

**E**stant données les latitudes, & la difference des longitudes de deux poinçts : trouver leur romb, & leur distance.

*Le donné.* Soit la latitude du poinçt occidental de 5 deg. 59 ①; l'autre de 28 deg. 42 ①; la difference des longitudes 24 deg.

*Le requis.* Il faut trouver leur romb, & leur distance.

1 Operation, par le romb de cuivre.

Si ces poinçts n'estoyent marquez sur le Globe, on les y marquera, suivant l'hypothese, & soyent E, L en la figure precedente, puis on choisira un romb, d'entre les 7 de cuivre, lequel estant adapté sur l'equateur, quant à la regle HG, puisse d'autre costé passer par E, L, on trouvera que c'est le quatriesme romb; dont la distance se mesurera le long d'iceluy entre les poinçts E, L, selon la premiere operation de la cinquieme proposition, & se trouvera de 32 deg. 8 ①.

2 Operation, par le Globe où les rombs sont marquez.

Si les deux poinçts estoyent marquez sur le Globe, & qui plus est sur un mesme romb, il s'ensuit qu'on auroit les requis; autrement on choisira un romb, sur lequel on fera un poinçt, ayant la latitude donnée (par le moyen du meridien) & soit l'occidental; puis faisant tourner le Globe vers l'occident, en sorte que 24 degrez de l'equateur passent sous le meridien, alors si l'intersection du romb choisi, & du meridien, est selon l'autre latitude donnée, le romb choisi sera le requis: sinon, il en faut prendre un autre, jusques à ce qu'on aye ce qu'on cherche, & on trouvera que c'est le quatriesme romb; & pour avoir la distance, on la mesurera selon la premiere operation de la cinquieme proposition, qui sera de 32 deg. 8 ①.

3 Operation, par les nombres.

Cerchant en la table de la quatriesme proposition la moindre latitude donnée de 5 deg. 59 ①, en quelque romb, comme choisissant le quatriesme, & annotant la longitude trouvée de 6 deg.

De mesme cherchant dans le mesme romb la longitude de la latitude donnée, 28 deg. 42 ①, trouvant 30 deg.

La difference des deux longitudes de dedans les tables sera donc 24 deg.

Que si ce reste n'estoit egal, ou fort pres de la difference de longitude donnée, il faudroit choisir un autre romb, jusques à ce qu'on ayt ce qu'on cherche: parquoy le romb requis sera le quatriesme.

Et pour avoir la distance, on aura les deux distances dans le mesme quatriesme romb, alendroit des deux la-

titudes, assavoir 8 deg. 29 ①; & l'autre de 40 deg. 37 ①, dont leur difference est 32 deg. 8 ① pour la distance desirée, dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donc données les latitudes, &c.

PROPOSITION IX.

**E**stant données les latitudes, & distance de deux poinçts: Trouver leur romb, & la difference des longitudes.

NOTEZ.

S'il advient que cognoissant les latitudes, & la distance de deux poinçts, assavoir la distance par conjecture, en faisant le voyage, & desirant sçavoir le romb, & la difference des longitudes pour regler le second voyage mieux que le premier, ou pour les marquer sur le Globe; ou y estant marquez reconnoistre si son compte revient à iceluy, ceste proposition servira à cela mesme.

*Le donné.* Soit la latitude du poinçt occidental 5 deg. 59 ①, & de l'autre 28, 42 ①, & leur distance 32 deg. 8 ①.

*Le requis.* Il faut trouver leur romb & la difference des longitudes.

1 Operation, par le romb de cuivre.

Soit un Globe terrestre, (voyez la figure de la septieme proposition precedente) & pour trouver le romb, je marque E, le poinçt occidental, qui est 5, 59 ① de latitude, (ou l'autre poinçt n'importe) & ayant choisi l'un des rombs, & adapté, assavoir sa regle sur l'equateur, & la montre par le poinçt E, je mesure avec le compas le long d'iceluy ma distance cogneuë, (selon la maniere descrite à la cinquieme proposition en la premiere operation) de 32 deg. 8 ①, terminant en L; que si la latitude de L, est de 28 deg. 42 ①, le romb choisi sera le requis, autrement on en prendra un autre, & on fera comme dessus: finalement on trouvera que c'est le quatriesme, & la difference des longitudes sera FM de 24 degrez.

2 Operation, par le Globe marqué.

Choisissant un romb marqué on fera tout de mesme qu'en la premiere operation precedente.

3 Operation, par les nombres.

Pour trouver le romb, cherchez en la table de la quatriesme proposition l'une latitude 5 deg. 59 ①, en l'un des rombs qu'on choisira, & soit le quatriesme, trouve la distance 8 deg. 29 ①.

Auquel adjousté la distance cogneuë (je dis adjousté, pource que j'ay pris la moindre latitude) 32 deg. 8 ①.

Viendra distance 40 deg. 37 ①.

Lequel (dans le mesme romb) se rapporte à la latitude 28 deg. 42 ①.

Et d'autant qu'elle se rapporte à la latitude donnée, on conclura que le romb choisi sera le requis: puis pour avoir la difference des longitudes, je cherche dans le mesme romb, la longitude alendroit d'une des latitudes 28 deg. 42 ①, & trouve 30 degrez.

Et de l'autre donnée de 5, 59 ① 6 degrez.

La difference des longitudes requise sera donc 24 degrez.

Dont la demonstration est notoire.

*Conclusion.* Estant donc données les latitudes & distance, &c.

PROPOSITION X.

3 Operation, par les nombres.

**A**yant le romb de deux poinçts, & la difference des longitudes, & latitude de l'un : Trouver l'autre latitude ; & la distance.

*Le donné.* Soit le quatriesme romb, la difference des longitudes 24 deg. & la latitude mineure 5 deg. 59 ①, pour le poinçt occidental.

*Le requis.* Il faut trouver la distance & la latitude de l'autre poinçt.

1 Operation, par le romb de cuire.

Soit à la figure de la septiesme proposition marqué le poinçt E, de la latitude donnée 5, 59 ① pour le poinçt occidental, & ayant adapté le romb par iceluy, & sa regle sur l'equateur GH, marquant aussi par le moyen du meridien la diff. des longitudes, on trouvera l'autre latitude (du poinçt oriental) de 28 deg. 42 ①, & la distance de 32 deg. 8 ①, selon la maniere descrite à la cinquiesme proposition, premiere operation.

2 Operation, par le Globe où les rombs sont marqués.

On fera de mesme qu'en la premiere operation.

3 Operation, par les nombres.

Je cherche la latitude donnée 5 deg. 59 ① en la table de la quatriesme proposition au quatriesme romb donné, & trouve y convenir la distance 8 deg. 29. La longitude 6 deg.

A laquelle adjoustée la difference des longitudes donnée ( je dis adjoustée, d'autant que c'est la moindre latitude, si c'estoit la majeure, il faudroit soustraire) faisant 24 deg.

Viendra longitude 30 deg.

A laquelle correspond dans les tables pour l'autre latitude requise 28 deg. 42.

Aussi la distance 40 deg. 37.

Laquelle differe du 8, 29 premier en l'ordre de 32 deg. 8 ①.

Pour la distance requise, dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Ayant donc le romb de deux poinçts, & la difference des longitudes, & la latitude de l'un, nous avons trouvé l'autre latitude, & la distance, selon le requis.

Je cherche dans la table du quatriesme romb, & trouve convenir à la latitude donnée, la longitude de 6 deg. Et la distance 8 deg. 29 ①.

A laquelle adjoustée la distance donnée ( je dis adjoustée, parce que la latitude donnée est la moindre, autrement si elle estoit la majeure, il faudroit soustraire) faisant 32 deg. 8 ①.

Viendra distance 40 deg. 37 ①.

Icelle cherchée dans la susdite table du quatriesme romb, on trouvera qu'elle convient avec la latitude requise du deuxiesme poinçt 28 deg. 42 ①.

Et tout joignant y a la longitude de 30 deg.

Dont la difference d'avec 6 degrez premier en l'ordre, pour la difference de longitude requise, 24 deg.

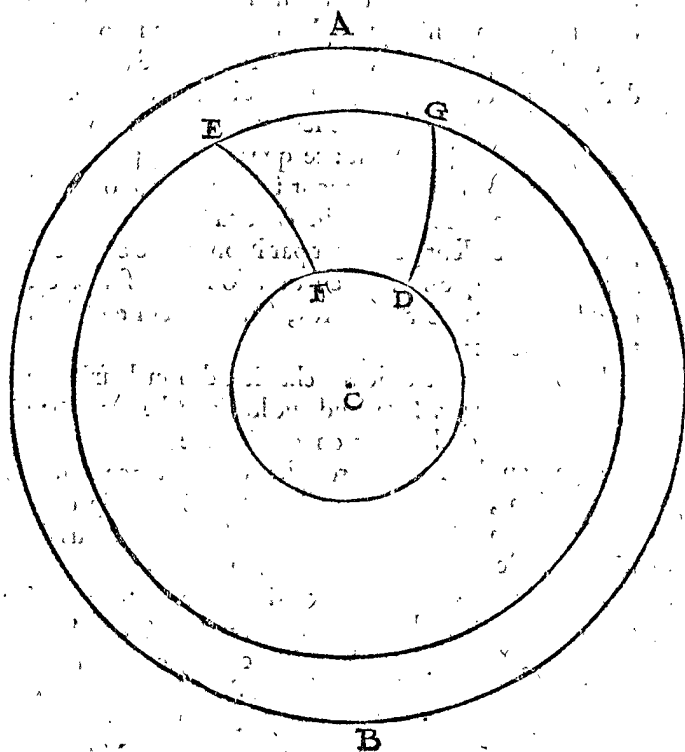
Dequoy la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Cognoissant donc le romb de deux poinçts, & la distance aussi la latitude de l'un ; nous avons trouvé la latitude de l'autre, selon le requis.

NOTEZ.

Nous avons parlé cy-dessus du cours droit & oblique ; mais es grands voyages maritimes, on se sert ( lors qu'il vient à poinçt) d'un autre, qui est composé d'iceux, assavoir du huitiesme romb, & d'un meridien, duquel nous parlerons maintenant. Soit à la figure suivante AB le Globe terrestre, AB l'equateur, C le pole arctique, & D, E, sont deux poinçts de diverses longitudes & latitudes, par lesquels passent les parallels DF, EG ; Or pour naviguer de E vers D, non en cours droit ny oblique, comme dessus, mais bien le long d'un meridien, & huitiesme romb ; On va premierement de E droit vers le Nort, sur le meridien E, F, jusques à ce qu'on vienne dans la latitude de D, c'est jusqu'à F, puis on tourne vers l'occident, demeurant toujours sur la mesme latitude, c'est à dire sur le huitiesme romb, tant qu'on parviene à D.

Notez qu'on pourroit bien premierement aller de E



PROPOSITION XI.

**C**ognoissant le romb de deux poinçts, & la distance, aussi la latitude de l'un : Trouver la latitude de l'autre.

*Le donné.* Soit donné le quatriesme romb ; & la latitude du poinçt occidental & la moindre, 5 deg. 59 ①, & la distance 32 deg. 8 ①.

*Le requis.* Il faut trouver la latitude de l'autre, & la difference des longitudes.

1 Operation, par le romb de cuire.

Soit à la figure de la septiesme proposition, marqué le poinçt E sur un Globe, de la latitude donnée, par lequel faisant passer un romb, adapté comme il faut, & mesurant la distance le long d'iceluy vers l'orient, trouve le poinçt L, & sa latitude 28 deg. 42 ①, & la diff. des longitudes 24 degrez.

2 Operation, par le Globe où les rombs sont marqués.

Ceste operation n'a quasi rien de different avec la precedente, qui ne soit tres-facile,

vers l'occident, jusques à G, assavoir jusques à ce qu'on ayt la longitude de D, puis de G droit vers le nord en D ; toutes-

toutesfois il feroit meilleur de tirer premierement vers F, & de F vers D, s'il n'ayent qu'on soit empesché du vent, ou du courant de l'eau, pource qu'on est plus certain de F jusques à D mesme latitude, que de G vers D, mesme longitude; joint que faillant alors on pourroit arriver trop orientalement ou trop occidentalement de D; voire D estant une petite Isle, il pourroit arriver (comme de fait il arrive souvent) qu'on ne sçauroit si D est vers l'orient ou l'occident, nonobstant qu'on ayt la vraye latitude. Mais venant de E vers F, soit qu'on faille quelque peu en se destournant vers l'orient, ou l'occident, il n'importe, car on ne laisse d'al-

ler vers l'occident estant en F, pour reconter D.

En ceste maniere on va bien seurement, & sans les calculations precedentes, mais c'est un plus long chemin, comme on l'apperçoit en la figure.

ALB. GIRARD.

*C'est encor le plus long, & moins certain, d'aller par EGD, que par EFD, d'autant que combien que EF soit egale à GD, neantmoins si FD est plus pres du pole, que EG, (ou ce qui est tout un, si FD est de moindre cercle, que non pas EG) alors FD sera plus courte que EG.*

## A P P E N D I C E

### des Rombs.

#### CHAPITRE I.

*Sur l'ordre des rombs.*

Aucuns, comme *Robert Hues*, comptent les rombs depuis le meridien vers l'equateur; prenant celuy de Nord à l'Oost le premier, puis Nord-nord-oost le second, &c. Autres, comme *Edvyart VVright*, les comptent de l'equateur vers le meridien: prenant celuy de Oost à Nord le premier; puis Oost-nord-oost le second, &c. Mais afin d'eviter confusion, il seroit bon que tous les appellassent de mesme, & le mesme ordre: & quant à la maniere de *Robert Hues*, elle me semble meilleure, d'autant qu'ainsi les paralleles seront rombs, assavoir les huitiesmes; mais selon l'autre ils ne seroyent rombs; & toutefois ils ne sont directs, comme les cercles majeurs; aussi qu'il faudroit trop distinguer, disant le premier romb estre apres l'equateur, & autrefois apres un parallele.

#### CHAPITRE II.

*Des fautes és nombres des rombs, faits par Petrus Nonius.*

Après que les Portugais & Espagnols, eurent entrepris de naviger sur la haute mer, & ayant fait grande diligence à remarquer plusieurs choses ils ont mis en memoire quelques qualitez & proprietes des rombs, desquels le fameux *Pierre Nugnez* voulant traiter, a escrit des nombres, pour descrire leur figure, mais non pas bien selon mon jugement: ce que je ne dis pas, pour le diffamer, car le fondement sur lequel il avoit basti son calcul, sembloit si certain d'abord, que les plus experimentez eussent peu faillir par l'apparence exterieure, tellement que s'il eust eu occasion de l'essouper, comme il est arrivé aux autres, sans doute il eust aussi trouvé le défaut.

Donc au vingt-troisiesme chapitre de son deuxiesme livre de *Reg. & instr.* il conclut que les sinus des arcs entre le pole & le romb, sont en continuelle proportion: comme en la figure precedente de la troisieme proposition, (où nous prenons RZ estre le quatriesme romb) que comme le sinus de MR au sinus de MX, ainsi le sinus du mesme MX au sinus de MY, & de mesme des autres; assavoir, ainsi le sinus dudit MY au sinus de MA, & de MA à celuy de MB, & de MB à celuy de MZ, &c. Et par consequent comme le sinus de MR au sinus de MX, ainsi sinus de MB au sinus de MZ: Or que cela soit faux il appert clairement que le triangle MRX, a trois termes cognus, comme MR 90 degrez, l'angle MRX 45 degrez; & l'angle RMX 1 degrez, par lesquels on trouvera le costé MX de 89 degrez, son

sinus 9998: ainsi que le sinus de MR a telle raison au sinus de MX, que comme 10000 à 9998. Soit maintenant le romb de R jusqu'à B, produit si pres du pole que MB face 10 degrez, son sinus est 1736. Cela ainsi posé, le sinus de MZ devroit faire 1736, car disant, sinus de MR 10000, donne sinus de MX 9998, combien sinus de MB 1736? viendra un sinus lequel devroit estre pour MZ, comme il a esté dit, de 1736: mais qu'iceluy ne le puisse pas estre, se peut demonstrier ainsi: Le triangle MBZ a 3 termes cognus, MB 10 degrez, l'angle MBZ 45 degrez, & l'angle BMZ 1 degrez: par lesquels on trouvera le costé MZ (par la 42 proposition des triangles spheriques) de 8 degrez 33 <sup>①</sup>, dont le sinus est 1487 bien differant du precedent 1736, lequel devroit estre ainsi, s'ils estoient proportionnaux, comme il dit. Tellement qu'au lieu que l'arc n'est que 8 degrez 33 <sup>①</sup>, elle seroit 10 degrez: qui differe 1 degrez 27 <sup>①</sup>, & d'autant est elle trop. D'avantage telle faute se trouvant ja si grande sur une regle de trois, combien seroit-elle augmentée, si on eust fait toutes les regles de trois depuis un bout qui est quadrant, jusques à l'autre, qui approche de 10 degrez le pole.

#### CHAPITRE III.

*Des fautes qui sont dans les tables des Rombs d'Edward Wright.*

Les Anglois suivent les Portugais; & Espagnols, au fait de la Navigation; lesquels regardans de pres la qualité des rombs, ont recogneu la faute de *Nonius*, & pour ramelioration ont esté nagueres mises en lumiere les tables des Rombs, d'*Edvyart VVright*, comme celles qui sont en la quatriesme proposition precedente, lesquelles approchent plus pres de la chose mesme: La preuve par où j'ay remarqué ceste proximité, est qu'en cherchant les latitudes du quatriesme romb selon la premiere maniere de la quatriesme proposition (en laquelle l'operation est facile par continuelles additions, sans multiplications ny divisions, d'autant que la tangente de 45 degrez & le sinus total sont egaux) jusques à la longitude de 78 degrez; là où je trouvoy convenir 61 deg. 26 <sup>①</sup>: Mais dans les tables de *VVright* on trouve 61 deg. 14 <sup>①</sup>, seulement 12 <sup>①</sup> de difference en si long interval: Et qui plus est que j'estois certain que le vray nombre devoit estre moindre que lesdits 61 deg. 26 <sup>①</sup>, en fin je presumay pour lors que les tables approchoyent fort pres du vray: mais je n'ay pas recherché la mesme preuve des autres rombs, à cause d'autres empeschemens. Toutefois le vray fondement n'y est pas, comme je declareray presentement.

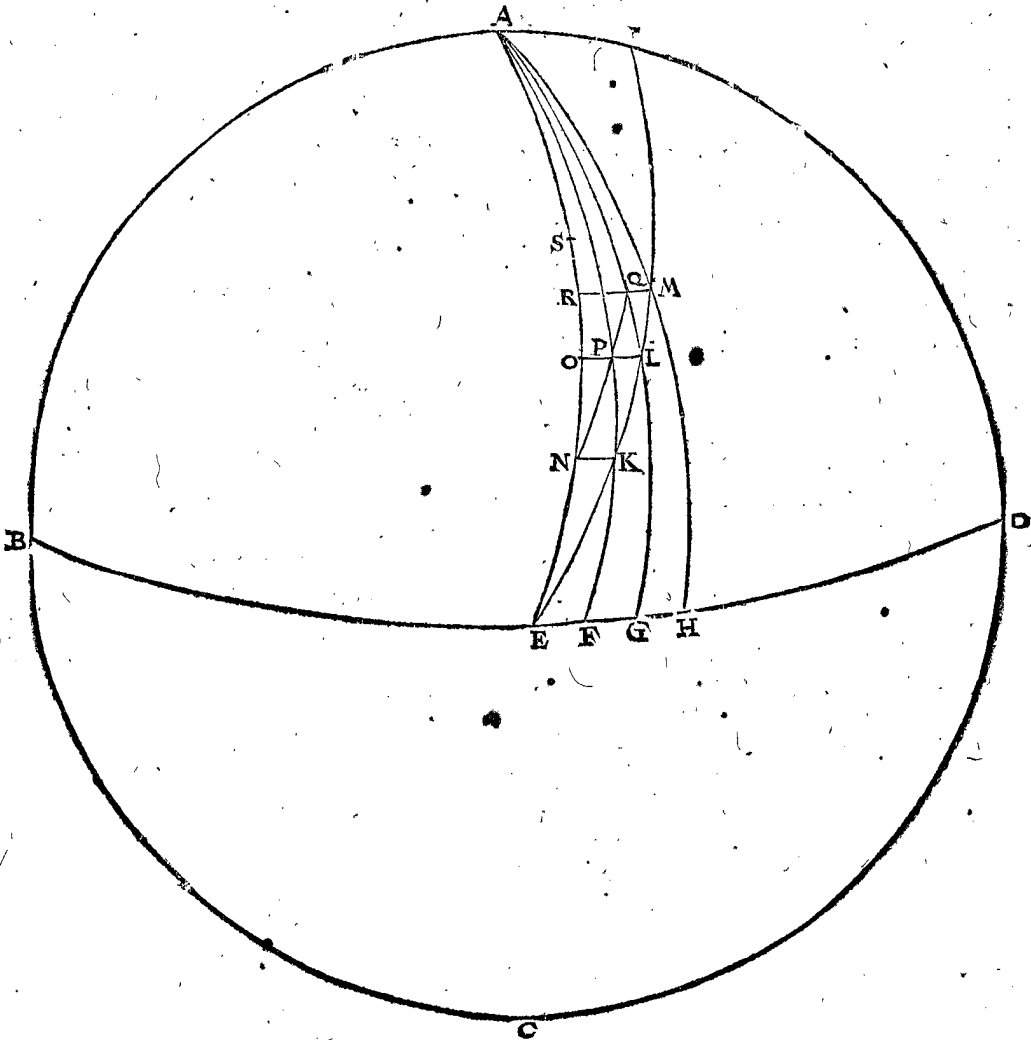
THEOREME.

Comme la declinaison du romb de l'equateur progrediant d'un degre de longitude, à la declinaison suivante, d'un degre en longitude; ainsi fort pres la secante par le commencement du dernier progrès, à la secante par le commencement du premier progrès.

Le donné. Soit ABCD le Globe terrestre, A son pole, BED l'equateur, où sont marquez les 4 poinçts E, F, G, H, distans 1 degre l'un de l'autre, & par où passent 4 meridiens, AE, &c: puis soit EI un romb (comme par exemple, le premier) coupant les meridiens es poinçts K, L, M, par où l'on fait passer des paralleles NK, LO,

MR coupans les meridiens en P, Q, puis soit un premier Romb, passant par les 3 poinçts N, P, Q, qui doit estre de mesme, & egal à KLM.

Ce qu'estant ainsi, FK est la declinaison du romb, depuis l'equateur jusques à sa progression d'un degre de longitude: c'est assavoir que le romb ayant fait son progrès de E jusques à K, recevant du changement en sa longitude d'un degre EF, sa declinaison de l'equi-noçtial (qui est icy latitude) sera FK, ou bien EN de mesme en dira-on de NO, qui est declinaison du romb, ayant fait son progres de K en L d'un degre de surplus en longitude. Semblablement OR sera la declinaison d'un degre de surplus en longitude, faisant



progrez de L en M. Tellement que NQ, est la declinaison d'un degre de longitude, & OR declinaison d'un degre de progrès de surplus en longitude.

Le requis. Il faut demonstrez que comme NO à OR, ainsi fort pres la secante du centre du Globe par le poinçt L commencement du dernier progresz LM, à la secante par K, commencement du premier progresz KL: mais la secante par N, est egale à celle de par K: & celle de par O egale à celle de par L, parquoy faut demonstrez que comme NO à OR, ainsi la secante par O, à la secante par N.

Pour dire à quelle fin cecy est fait, & declarer le dessein sommairement, c'est que les susdits nombres des tables seront demonstrez n'avoir ceste propriété, & partant ne sont pas fort precis. D'avantage comment par tel fondement on pourroit faire des tables certaines, combien que ce soit par un moyen plus difficile.

DEMONSTRATION.

Soit à la premiere figure de la premiere definition de la construction des tables de sinus: là où le triangle ABI est semblable au triangle AFC, & partant,

Comme IA à AB ainsi, CA à AF;

Mais AB, AC sont egales, aussi GC, AF;

Donc, comme IA à AB, ainsi AB à GC.

Or IA est secante de BC; AB est le raid, & GC est sinus de complement: parquoy,

Comme la secante d'un arc, au raid;

Ainsi le raid, au sinus de complement.

Ce qu'estant ainsi, nous viendrons à la figure de ce Theoreme, & par ce qui a esté dit,

Comme la secante par N, (de l'arc NE) au raid:

Ainsi le raid, au sinus de complement de NE qui est sinus de AN, & pour le dire plus brièvement:

Comme la secante par N, au raid :  
Ainsi le raid, au sinus de AN.

Puis derechef,

Comme secante par O, au raid :  
Ainsi le raid, au sinus de AO.

Et d'autant qu'à chaque fois le raid est moyen proportionnel, il s'ensuit, que,

Comme la secante par N, à la secante par O ;  
Ainsi le sinus de AO, au sinus de AN.

Mais comme ce sinus de AO à celui de AN, ainsi la circonfer. sur le raid du sinus de AO, (c'est la circonfer. d'où LP est partie) à la circonfer. sur le raid de AN (c'est la circonfer. d'où KN est partie) parquoy,

Comme secante par N, à secante par O, ainsi la circonfer. totale de LP, à la totale de KN.

Et puis que LP & KN sont chacune un degré, il s'ensuit que,

Comme secante par N, à secante par O,  
Ainsi LP à KN.

Mais LP & KN sont costez homologues des deux triangles QLP, PKN, qui sont assez près semblables, à cause de la parvité des costez & égalité d'angles : & pourtant a esté dit au Theoreme (fort pres) & par consequent :

Comme secante par N, à secante par O,  
Ainsi QL à PK : ou bien leurs egales RO  
à ON :

Et par raison renversée,

Comme NO à OR, ainsi secante par O, à secante par N.

*Conclusion.* Comme donc la declinaison, &c. Ce qu'il falloit demonst. rer.

Ceste proportion estant ainsi demonstrée, nous viendrons à la manifestation des fautes des tables susdites.

Soit EI le premier romb, duquel nous devons trouver les deux latitudes FK, GL : Et pour trouver FK premierement : le triangle KFE (pris pour triangle plan, comme il a esté pris pour tel es tables) a 3 termes connus, l'angle KEF, 78 deg. 45 ①, KFE droit, & FE 1 degré : cherchant donc KF, (selon le raid de 10000000, jusques aux ②) on le trouvera estre de 5, 1 ①, 38 ② ; mais EN & FK sont egales, partant EN fait aussi 5 deg. 1 ①, 38 ② ; cognoissant donc EN, & cognoistre NO par le moyen du Theoreme precedent. Secante par N, (c'est de NE 5, 1 ①, 38 ②) faisant 10038616 donne secante par E faisant 10000000 (que nous appellons secante pour la generalité du nom) combien NE arc de 5 deg. 1 ①, 38 ② ? viendra pour l'arc NO 5 deg. 0 ①, 28 ② : lesquels adjoustez à NE 5, 1, 38 ② viendra EO, ou pour la requise GL 10 deg. 2 ①, 6 ② : Et autant vient-il suivant la premiere maniere de la construction des tables des rombs, en la quatriesme proposition, car NK comme base du triangle rectangle PKN fait 59 ①, 46 ②, par lesquels, suivant la regle de la Trigonometrie plane, on trouve KP, ou NO, 5 deg. 0 ①, 28 ②, & par consequent EO, en la perfection susdite. Mais non pas par la deuxiesme maniere, car tout compté jusques aux ②, GL fera 10 deg. 1 ①. Or pour declarer ceste seconde maniere ; cherchant aux tables des secantes adjoustees ce qui se rapporte à 5 deg. 1 ①, 38 ② de EN, on trouve 3020, où adjouste encor 3020, vient 6040, auquel convient es mesmes tables pour GL de EO, 10 deg. 1 ①, lesquels different de 1 ①, 6 ②, de 10, 2 ①, 6 ②, & partant n'est pas tant parfait, car peu à peu progrediant on aura la difference aussi plus grande.

Notez encor que la raison requiert, qu'à la recherche de KF du triangle KFE ; que ce triangle ne doit pas

estre pris pour plat, veu que les deux costez avec lesquels se fait la calculation EF, FK, sont arcs, ainsi que FK cherché par les triangles spheriques, se trouve estre 5 deg. 0 ①, 5 1 ②, differant des 5 deg. 1 ①, 38 ② de 47 ② ; car combien qu'ils soyent petits d'eux-mesmes, neantmoins la faute devient grande estant produite.

#### CHAPITRE IV.

*Comment on pourroit faire des tables de rombs, certaines selon l'opinion de l'Auteur.*

Comme NO, est trouvée, selon le Theoreme du troisieme chapitre de cest Appendice, ainsi trouvera-on OR ; disant, secante de CE donne secante de NE, combien l'arc NO ? viendra l'arc OR, lequel adjouste à OE, on aura ER, ou HM latitude des 3 deg. de longitude. Et pour trouver la latitude d'un degré plus avant en longitude, lequel je prens estre RS ; je dis, secante de RE, donne secante de OE, combien l'arc OR ? viendra l'arc RS, & ainsi des autres.

Notez aussi qu'en prenant les arcs de longitude moindres, que l'operation en est plus certaine, que par les grands : Or pour estre assure qu'on prenne les arcs assez petits, on le pourra esprouver par une operation double ainsi : joignant l'invention des latitudes par l'assomption de deg. en deg. de longitude, on fera encor une autre operation de  $\frac{1}{2}$  degré en  $\frac{1}{2}$  degré, tant qu'ils n'auront de difference perceptible : Mais trouvant la difference perceptible, on delaissera la premiere operation de degré en degré, retenant celle des  $\frac{1}{2}$  degré, avec laquelle on en prendra un autre de  $\frac{1}{4}$  de degré en  $\frac{1}{4}$  de degré, assavoir de 15 ①, & si en poursuivant on trouve de difference perceptible, on delaissera le  $\frac{1}{2}$  degré en retenant l'operation avec les 15 ① ; à laquelle on y adjoindra une autre de 10 ① en 10 ① ; par lesquelles choses on pourra parvenir en plus grande certitude, quoy que je confesse qu'elle soit beaucoup plus difficile : & tousiours procedant ainsi, commençant par deg. , puis par  $\frac{1}{2}$  deg. , & poursuivant par moindre nombre pour eviter beaucoup de peine sans fruit.

Notez aussi que si on vouloit faire l'operation à la premiere maniere deduite à la quatriesme proposition, il seroit necessaire de faire une table de ce que 1 degré de difference de longitude fait hors l'equateur, en ①, ②, ③, comme en la table du huitiesme romb, & non pas de 30 à 30 ① de latitude, calculées jusques au ②, mais de ① à ① de latitude, & calculées jusqu'au ③.

Ayant achevé ce travail, il appert que de là en avant on n'auroit besoing que de multiplication seulement, sans division, là où en la maniere precedente, par les secantes, il falloit multiplier & diviser, toutesois il n'estoit pas necessaire de faire une autre table pour lors.

Voilà la maniere plus certaine qui me soit en main presentement ; & combien que l'operation seroit difficile, toutesois estant une fois bien faite, on s'y pourroit fier. Nonobstant si quelqu'un trouvoit une maniere plus facile, il la faudroit plustost suivre.

ALB. GIRARD.

*La maniere parfaite est plus facile que celle que Stevin a fait, & qu'on n'a trouvé jusques à present, mais on s'en est contenté qui payeroyent la peine de celui qui seroit quelque chose d'excellent ? Tout va d'un si bon ordre entre les hommes, & la science si bien estimée, que c'est merveilles si on ne revient en un siecle plus barbare que celui mesme de ser : là dessus je feray ceste question à la veuë d'un chacun ;*

Un romb faisant 89 degrez sur chacun meridien, iceluy commençant en un point de l'equateur (soit au commencement des longitudes) & progrediant du costé de septentrion d'occident vers orient, on demande combien de longitude aura un point dans iceluy romb, lequel a 89 degrez de latitude; & combien de circuit un tel romb a fait; finalement combien il y a de distance d'un point à l'autre, le tout sans tables.

On peut bien penser que celui qui fera cela en fera bien d'autres plus faciles: la solution se fera en temps opportun, si Dieu plaist. Or selon la maniere ordinaire, qui est difficile, & tres-imparfaite, la vie d'un homme n'y suffiroit pas.

CHAPITRE V.

Comment c'est qu'on pourroit naviguer avec la Bouffole plus correctement, que par la maniere ordinaire.

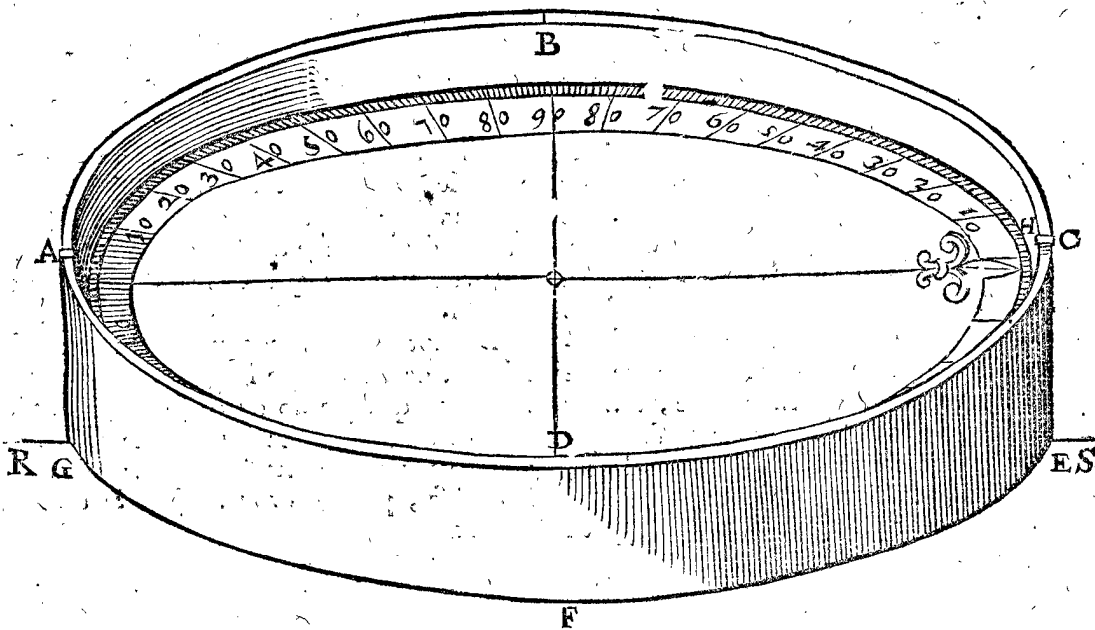
La Bouffole, ne souloit estre divisée qu'en 8 parties egales, & puis apres, lors qu'on a fait des plus grands voyages en 32; Et d'autres les coupant en 2, en 64; ce qu'aucuns estiment pour impossible, disant que sur

un navire vogant, elles ne se pourroyent pas bien distinguer: Mais *Son Excellence*, y ayant recogneu la possibilité, non pas seulement en 64, mais de degre en degre en 360 parties egales, voire en plus, selon que la grandeur & la bonté de l'instrument le permettra: Joignant ceste matiere dans l'Appendice present pour la convenance du subject, declarée par les deux exemples suivans;

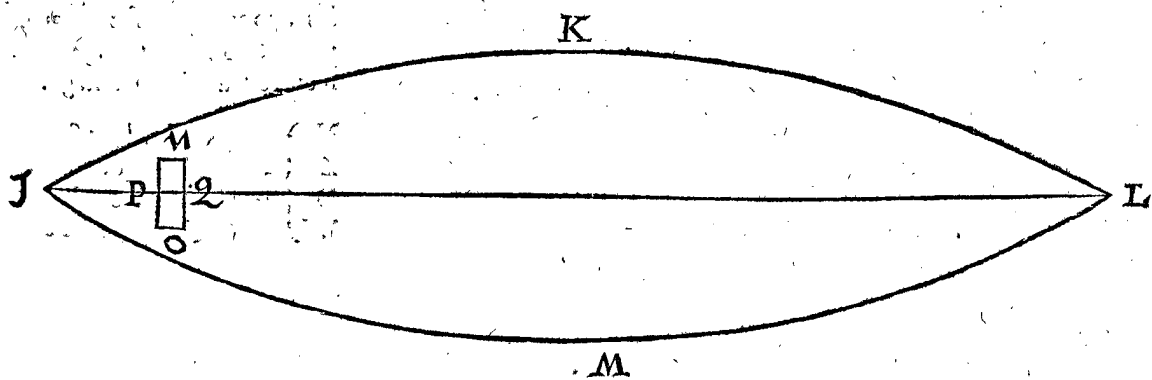
1 Exemple, d'une bouffole avec la fleur de lis sur un carton.

Soit ABCDEFG une bouffole, ayant un cercle de carton, non divisé en 32 selon l'accoustumé, mais en 360 parties egales, commençant le compte à chacun quartier depuis le meridien jusques à 90: Et au dessous un autre rond de carton, où l'esguille se puisse mettre, la pouvant remettre lors qu'il en sera besoing, à cause de la declinaison de l'esguille.

Et sur l'exterieur de la quaiße, soit menée une ligne droite CE, perpendiculaire à l'horizon, puis CH, de C vers



le centre de la bouffole, & une autre de H vers le bas parallele à CE, puis A tellement que la ligne imaginée de C en A passe par le centre; puis AG, comme CE, ainsi que EG passe sous le centre de la bouffole: & soit IKLM la description du fond d'un navire; NO le lieu de la bouffole, ou soit PQ, parallele à la carine IL;



laquelle est une ligne d'un bout à l'autre du navire selon la droiture & longueur: & d'autant que PQ seroit icy trop petite, soit une autre plus longue RS, laquelle j'appelleray la carine, sur laquelle soit posée la bouffole, en sorte que les 2 points E, G soyent dessus.

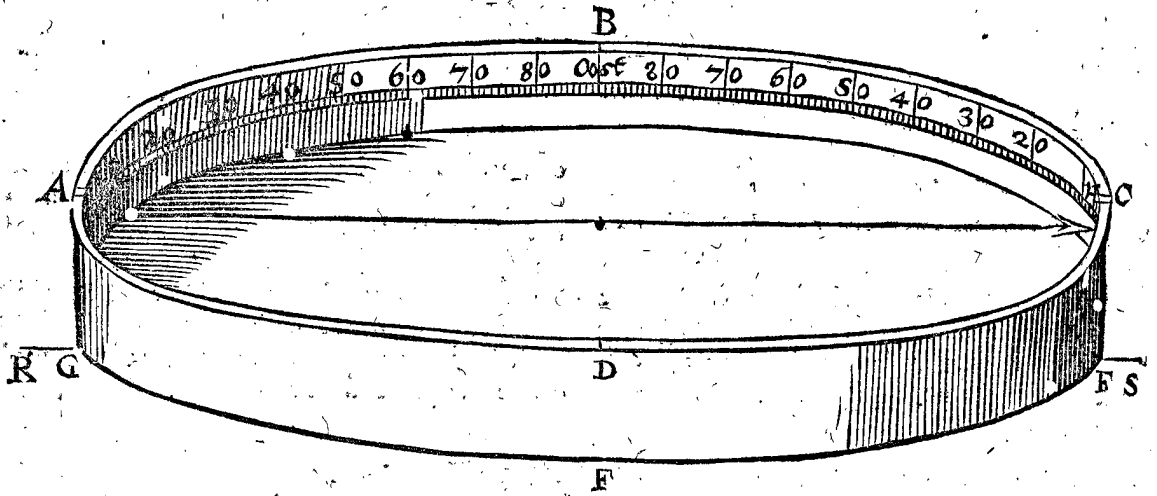
Pour donc naviger avec certitude de degre en degre ou bien de moindres parties; comme par exemple,

voulant naviger sur le dixseptiesme deg. d'occident vers midy; on gouvernera le navire tellement, que ledit dixseptiesme degre soit convenant avec ladite ligne de H parallele à CE, car tant qu'ils conviennent, peut-on dire qu'on va droitement, & s'il s'en faut  $\frac{1}{2}$  degre, ou autrement, tous jugeront comme d'une bouche, qu'on ne va pas le droit chemin.

2 Exemple, avec une bouffole qui a une esguille.

Mais d'autant qu'une esguille sans carton, est plus précise qu'autrement, & plus naturelle, que non pas deux fers recourbez à l'ordinaire en figure de rombe, & collez avec le carton: On pourra donc faire une

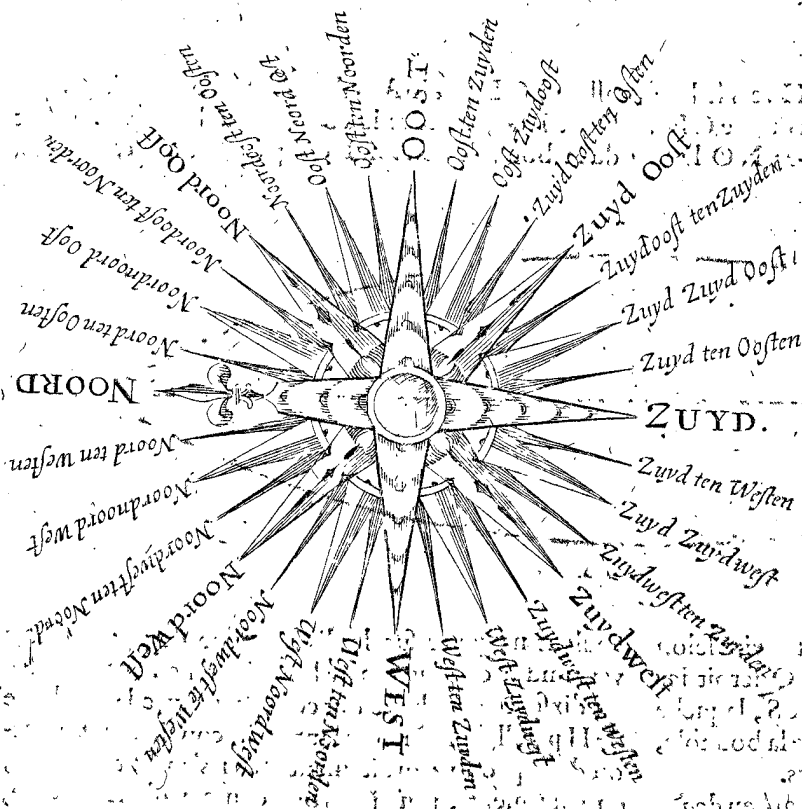
esguille simplement, avec plus de certitude ainsi. Que ABCD, FGHRS soit de mesme que dessus, marquant le bord interieur avec ses 360, commençant en la ligne à plomb H, le divisant en 4 quadrans, chacun de 90 degrez, & les nombres de H vers B; & de H vers D; puis de A vers B & vers D, escrivant au point H Nord; à A Zud: B qui devroit estre marqué



West (ou Occident) selon l'accoustumé, & D, Oost (ou Orient) on y escrira le contraire, assavoir en B Oost, & en D West: Puis autant que l'esguille decline en ce lieu où l'on est, en tel lieu se mettra le point E (qui est icy pres de S, car le point E est mal imprimé comme un F) le declinant d'autant de la carine R.S. Exemple, la declinaison de l'esguille estant 10 degrez de Nord vers Oost, on fera convenir le dixiesme degre de C vers B sur la carine R.S, car alors le point E sera different d'autant de ladite carine. Cela estant ainsi, & voulant naviguer vers le dixseptiesme degre, d'West vers le Zud, on gouvernera le navire en telle sorte que la pointe de l'esguille vienne sur le dixseptiesme degre, d'West vers le Zud de dedas la quaiße, & appert qu'on aura le requis ainsi, avec plus grande certitude qu'en la premiere maniere.

Mais si on craint que ceste inscription contraire de dedans la quaiße puisse causer quelque erreur aux matelots qui sont au gouvernail, & qui n'y sont accoustumez; le pilote pourra mettre A, B, C, D, au lieu des quatre vents; & au lieu de dire qu'ils dirigent le navire vers le dixseptiesme degre de West vers le Zud, il leur commandera que ce soit dixsept degrez de D vers A.

D'avantage pour accommoder la quaiße sur la carine selon la declinaison de l'esguille, cela se peut faire en marquant quelque 40. ou 50 degrez de part & d'autre de la carine, & au centre une petite pointe qui conviendra en un petit pertuis fait à ceste fin au centre de la quaiße, pour pouvoir adapter le tout plus facilement.



Les noms des vents sont mieus exprimez par les Flamens que par aucune nation qui soit, parquoy nous les avons icy posez comme on les pourra nommer tous 32, quand on n'en veut avoir d'avantage:

N } signifie { Nord, ou Septentrion,  
 Z } { Zud, ou Midy,  
 O } { Oost, ou Orient,  
 W } { West, ou Occident.



# CINQUIESME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

## Du Trouve-port, ou la maniere de trouver les Havres.

### A R G V M E N T.

**C**est une chose assez connue, que dès il y a long temps, principalement depuis que commencerent les grandes navigations aux Indes & Amerique, on a cherché le moyen, par lequel le Pilote en mer, pourroit sçavoir la longitude terrestre de la place, où presentement est son navire, pour par ce moyen recouvrir les ports & havres qu'on desire de trouver, sans que jusques à maintenant on ayt sceu parvenir à quelque cognoissance certaine de longitude. Car quelques uns l'esperant trouver par les diverses monstrances, & regards de l'aiguille marine, ont aux mesmes monstrances attribué un pole, qu'ils nommoient pole de l'aimant; mais depuis, apres plus amples observations, on a trouvé que les declinaisons d'aiguille, ne tiennent point de regle sur ce pole: Aussi la maniere de trouver les longitudes par tel moyen n'est pas assez certainement fondée, dont toutesfois s'en sont ensuivies des observations telles, par lesquelles on peut à present recouvrir tels ports que l'on voudra, combien que la vraye longitude tant du navire, que des ports soit incognue. Et de ceste invention des ports, que nous appellons Trouve-port, (& non pas invention des longitudes, ce qui pourroit estre d'avantage, comme estant chose de plus grande consequence) avons entrepris de traicter en ce cinquiesme livre.

### DEFINITIONS.

#### DEFINITION I.

**L**a declinaison de l'aiguille du nord vers l'orient, s'appelle declinaison orientale; mais vers l'occident, occidentale, & en general declinaison. Mais declinaison, & aussi monstrement vers le vray nord, s'appelle en general direction.

Un chacun sçait par effect que l'aiguille a telle propriété, qu'en mesme lieu elle montre tousiours le mesme costé, mais non pas le mesme costé, en tout lieu; car en quelques lieux elle decline vers l'orient, & en d'autres vers l'occident; ce que nous appellons suivant la definition, direction en general. Et quant à la cause de ceste declinaison desreglée, cela se reservera en son lieu, en l'Astronomie, assavoir au cours de la terre comme estant planete. Or afin de mieux expliquer tant ceste definition que les suivantes, je descriroy premierement la table qui s'ensuit des directions de l'aiguille, comme elles ont esté trouvées par effect sur les lieux mesmes, lesquelles on esté recueillies en un, par le tres-docte Geographe Monsieur Pierre Plan-

cius, non sans grands despens, & travail continuel, & ce de divers quartiers & coins de la terre, tant de ceux qui sont pres, que des loingtrains, tellement que quand les Pilotes en general, trouveront par ceste maniere les havres & les pays; comme aussi aucuns en particulier les ont desja trouvez, le mesme Plancius sera à bon droit tenu, pour le premier de ceste invention.

Toutesfois devant que de venir à la description d'icelle, je diray en passant, que si par cy apres, par des experiences plus exactes, l'on trouvoit les directions, latitudes, & longitudes des lieux, autrement qu'elles ne sont en ceste table, & qu'alors on ayt besoing d'autres declarations, & definitions de mots que les suivantes, qu'en tel cas, cela ne doit apporter detrimment à nostre desseing present, mais plustost nous y pousser d'avantage, à celle fin de parvenir peu à peu à plus parfaicte cognoissance d'un traicté bien fondé. Ce qu'estant ainsi, & ensuivant ceste opinion, je poursuivray par ce qui m'est le plus vray-semblable, comme s'il estoit vray, car chacun faisant ainsi en son temps, on pourra parvenir avec le temps à la verité de la nature de ceste matiere.

De la monstrence ou direction de l'aiguille.

|   | declinaison orientale.             | latitude.   | longitude.   |                       |
|---|------------------------------------|---|--|-----------------------|
|   | deg. ①                             | degr. ②   | degr. ③  |                       |
| Du premier parc vers le nord                                | declinaison orientale augmentant   | Corvo une des Isles de Flandres                                     | 0. 0. S. 37. 0. 0.                                     |                       |
|   |                                    | Sancta Maria une des Isles de Flandres                              | 3. 20. S. 37. 8. 20.                                   |                       |
|   |                                    | Joignant l'Isle de Majo   | 4. 55. S. 15. 11. 20.                                  |                       |
|   |                                    | Joignant Palma Isle de Canarie                                      | 6. 10. S. 28. 30. 16. 20.                              |                       |
|   |                                    | Pres Cabo de Roca pres de Lisbona                                   | 10. S. 38. 55. 24. 30.                                 |                       |
|   | declinaison orientale diminuant    | Le plus occidental d'Ytlande  | 11. 0. S. 52. 8. 24. 12.                               |                       |
|   |                                    | Au bout d'Angleterre  | 12. 40. S. 50. 21. 28.                                 |                       |
|   |                                    | Une lieuë de Plymouth vers orient                                   | 13. 24. S. 50. 18. 30. 0.                              |                       |
|   |                                    | Pres de Timour en mer   | 12. 40. S. 55. 0. 33. 0.                               |                       |
|   |                                    | Londres en Angleterre   | 11. 30. S. 51. 24. 34. 6.                              |                       |
| Du deuxiefme parc vers le nord                              | declinaison occidentale augmentant | La coste d'Angleterre dit Voorlant                                  | 11. 0. S. 51. 8. 35. 40.                               |                       |
|   |                                    | Amsterdam   | 9. 30. S. 52. 20. 39. 30.                              |                       |
|   |                                    | Helmshuy pres de Noortcaep vers occident en Finmarque               | 0. 0. S. 60. 0.  |                       |
|   |                                    | Noortcaep en Finmarque  | 0. 55. S. 71. 25. 61. 30.                              |                       |
|   |                                    | Noortkin  | 2. S. 71. 10. 63. 30.                                  |                       |
|   | declinaison occidentale diminuant  | St. Michel en Russie nommé Archangel                                | 12. 30. S. 64. 54. 83. 30.                             |                       |
|   |                                    | L'estroict meridional de Waygats                                    | 24. 30. S. 69. 30. 103. 0.                             |                       |
|   |                                    | Langenes en nova Zembla   | 25. 0. S. 73. 20. 100. 30.                             |                       |
|   |                                    | Willems Eylant pres de nova Zembla                                  | 33. 0. S. 75. 55. 110. 0.                              |                       |
|   |                                    | Yfhouck en nova Zembla  | 27. 0. S. 77. 12. 120. 30.                             |                       |
| Du premier parc vers le midi                                | declinaison orientale augmentant   | Het Winterhuys ou maison hyvernale en nova Zembla                   | 26. 0. S. 76. 0. 120. 30.                              |                       |
|   |                                    | 105 lieuës d'Espagne vers occident de Cabo saint Augustin en Bresil | 0. 0. M. 60. 0.  |                       |
|   |                                    | Pres Cabo saint Augustin en Bresil                                  | 3. 10. M. 8. 30. 6. 0.                                 |                       |
|   |                                    | Sur midi & nord avec Cabo das Almas en Guinea                       | 12. 15. M. 0. 0. 29. 0.                                |                       |
|   |                                    | Noort-west avec un peu plus de nord des Isles de Tristan da Cunha.  | 19. 0. M. 31. 30. 30.                                  |                       |
|   | declinaison orientale diminuant    | Nort-west avec un peu plus du west des susdictes Isles              | 15. 0. M. 31. 30. 36. 0.                               |                       |
|   |                                    | Sur midi & nord avec Cabo de Bonne esperance                        | 2. 30. M. 35. 30. 57.                                  |                       |
|   |                                    | declinaison occidentale augmentant                                  | 17 lieuës d'Allemagne de Cabo das Aguillas vers orient | 0. 0. M. 60.          |
|   |                                    |   | Environ 5 lieuës en mer du pais Natal                  | 4. 30. M. 33. 66.     |
|   |                                    |   | Pres les Baixos da India                               | 11. 0. M. 22. 79. 30. |
| Mofambique  | 11. M. 14. 50. 81. 40.             |   |  |                       |
| En la Baye St. Augustin en Madagascar                       | 13. M. 23. 30. 83. 0.              |   |  |                       |
| Vers le midi de Cabo saint Roman                            | 16. M. 28. 86. 20.                 |   |  |                       |
| En la Baye d'Anton Gilen Madagascar                         | 15. M. 16. 20. 91. 0.              |   |  |                       |
| 34 lieuës d'Allemagne Zudoost de St. Brandaon               | 22. 0. M. 19. 20. 110. 0.          |   |  |                       |
| Du deuxiefme parc vers midi (excepté Goa, Cochin & Cantan.) | declinaison occidentale augmentant | Goa ville marchande & renommée des Indes                            | 15. 10. S. 15. 30. 120.                                |                       |
|   |                                    | Cochin  | 15. S. 9. 45. 121.                                     |                       |
|   |                                    | 25 lieuës west au nord du coing de Samatra                          | 6. M. 5. 28. 147.                                      |                       |
|   |                                    | Bantan ville marchande aux Indes                                    | 4. 45. M. 6. 0. 150.                                   |                       |
|   | declinaison occidentale diminuant  | l'Isle Luboc  | 2. 25. M. 6. 10. 155.                                  |                       |
|   |                                    | Le coing sud-west de l'Isle Baly                                    | 1. 30. M. 8. 40. 157.                                  |                       |
|   |                                    | L'emboucheure de la riviere de Cantan en China                      | 0. 0. S. 23. 160.                                      |                       |
|   |                                    | Bunam 46 lieuës du bout orientale de Java vers orient               | 0. 0. M. 160.  |                       |

Cette table estant ainsi descrite, où l'on voit trois colonnes; la première touchant la déclinaison de l'aiguille d'un chacun lieu: la seconde, leur latitude, à laquelle est encore adjoustée une troisième colonne des longitudes si pres que l'on estime, afin qu'on puisse trouver les mesmes lieux sur les Globes terrestres, pour aussi cy apres declarer plus manifestement les qualitez des directions de l'aiguille. La lettre S à la deuxiesme colonne signifie latitude septentrionale; mais M, meridionale.

DEFINITION II.

**D**éclinaison orientale ou occidentale augmentante est celle qui s'augmente, l'aiguille estant portée d'occident vers l'orient: & diminuante, celle qui alors se diminue.

Cecy est assez intelligible dans la precedente table; mais pour le declarer plus amplement, je diray cest exemple: on voit en icelle que l'aiguille en Corvo, montre le vray nord, mais de là vers l'orient, on voit qu'elle decline de plus en plus vers l'orient, jusques à une lieuë pres de Pleymouth orientalement; là où la déclinaison est en son extreme, de 13 deg. 24 (1); & de là en avant elle se diminue jusques à Helms huy pres de Nortcap en Finmarck devers l'occident, là où elle montre de-rechef le vray nord. D'avantage la difference de longitude entre Corvo & Helms huy, est de 60 deg. ce qui estant ainsi, il appert que ladite extreme déclinaison de 13 deg. 24 (1) pres de Pleymouth, ayant sa longitude de 30 deg. advient au milieu des deux places où l'aiguille montre le droit nord, car le 30 deg. est au milieu entre le commencement & le 60 deg.

Ce que nous avons dit du changement de la direction sur le costé septentrional de la terre, le mesme se trouve aussi par experience au costé meridional. Car 105 lieuës Espagnoles de Cabo saint Augustin vers occident, sur le commencement de longitude, l'aiguille montre le vray nord, comme elle fait aussi au lieu en la table nommé 17 lieuës d'Allemagne. Du Cabo das Aquillas, estant au 60 degré de longitude, & au milieu entre les deux, (ce qui est au 30 degré) vient le mesme comme au costé septentrional, assavoir l'extreme déclinaison orientale, ce qui est au lieu en la table nommé, nord-west un peu plus vers le nord des Isles de Tristan da Cunha, faisant icelle déclinaison 19 degrez.

De cecy, on a opinion, que l'aiguille montre le vray nord, en tous les lieux situez sous les deux semi-meridiens de Corvo & Helms huy, d'un pole jusques à l'autre. Et aussi que l'extreme déclinaison orientale, est en tous les lieux sous le semi-meridien qui passe sur la susdite place qui est une lieuë de distance de Pleymouth vers l'orient.

Tellement que la partie terrestre comprise entre ces deux semi-meridiens distans 60 deg. en longitude l'un de l'autre; pourroit estre dite un parc; dans lequel la déclinaison est de tous costez orientale, & qu'en la moitié de ce parc (qui est la partie de la terre comprise en deux certains semi-meridiens, assavoir l'un par le commencement de longitude, l'autre par le 30 deg.) seroit par tout déclinaison orientale augmentante: Et en l'autre moitié, déclinaison orientale diminuante: assavoir lors qu'on va de l'occident vers l'orient, ce qui est selon la consequence des degrez de longitude.

Et tout ainsi qu'il a esté dit, du parc, de déclinaison orientale, & de ses deux parties, l'une augmentante, l'autre diminuante, de mesme se pourra facilement entendre une semblable qualité d'un autre parc de déclinaison occidentale & de ses deux parties, l'une augmen-

tante, l'autre diminuante: Car en l'embouchure de la riviere de Cantan en China, qui a 160 degrez de longitude depuis Corvo, la direction est pour la troisieme fois vray nord. Partant si par le mesme lieu est tiré un troisieme semi-meridien, la partie terrestre comprise entre iceluy & le deuxiesme, 100 degrez l'un de l'autre est un parc, auquel la déclinaison est de tout costé occidentale; & au milieu de ces deux, qui est au semi-meridien qui mpartissant ce parc passe par les 50 degrez depuis le second semi-meridien & 110 deg. du premier par Corvo, se trouve aussi l'extreme déclinaison occidentale, comme il se peut voir en la table en deux lieux, assavoir en l'Isle de Willem pres la Nova Zembla, où la plus grande déclinaison sur icelle latitude, est 33 deg. l'autre 34 lieuës d'Allemagne Zudwest de S. Brandaon, où la plus grande déclinaison est de 22 degrez, estans les mesmes lieux un chacun 110 degrez de longitude; tellement qu'en la moitié de ce deuxiesme parc, qui est la partie terrestre comprise entre les deux semi-meridiens, dont l'un a de longitude 60 deg. l'autre 110 deg. seroit de tout costé déclinaison occidentale augmentante, & en l'autre moitié diminuante.

Jusques icy des 160 degrez de longitude, à 20 degrez pres de la moitié de la longitude totale, desquels le susdit Sieur Plancius a recouvert les directions cy-dessus descrites; mais les observations du reste, assavoir de Cantan vers orient, ou de Corvo vers occident, n'ont esté bien faites, d'autant que ce qu'il a eu des Espagnols, Anglois, & des nostres ne s'accordent pas bien les unes aux autres, comme estant faites sans instruments propres à cest effect, & avec peu d'experience. Mais il en attend de plus seures nouvelles.

DEFINITION III.

**L**es semi-meridiens qui passent là où l'aiguille montre le vray nord; nous les nommons premier, second semi-meridien, & ainsi des autres, selon l'ordre des degrez de longitude, autant qu'il y en a, en commençant au semi-meridien qui passe par Corvo.

Comme le semi-meridien, dont l'une partie septentrionale passe par Corvo; & l'australe par le lieu qui est nommé en la table 150 lieuës Espagnoles du Cap S. Augustin en Bresil vers l'occident, s'appelle premier semi-meridien. Et celuy qui passe septentrionalement par Helms huy, & meridionnellement par le lieu nommé en la table 17 lieuës d'Allemagne du Cabo das Aquillas vers orient, s'appelle second: Et celuy qui passe par l'embouchure de la riviere de Cantan en la Chine, le troisieme.

DEFINITION IV.

**L**a superficie comprise entre le premier & second semi-meridien s'appelle premier parc; & les autres par ordre, deuxiesme, troisieme parc, jusques au dernier.

SENSUIVEMENT LES PROPOSITIONS.

PROPOSITION I.

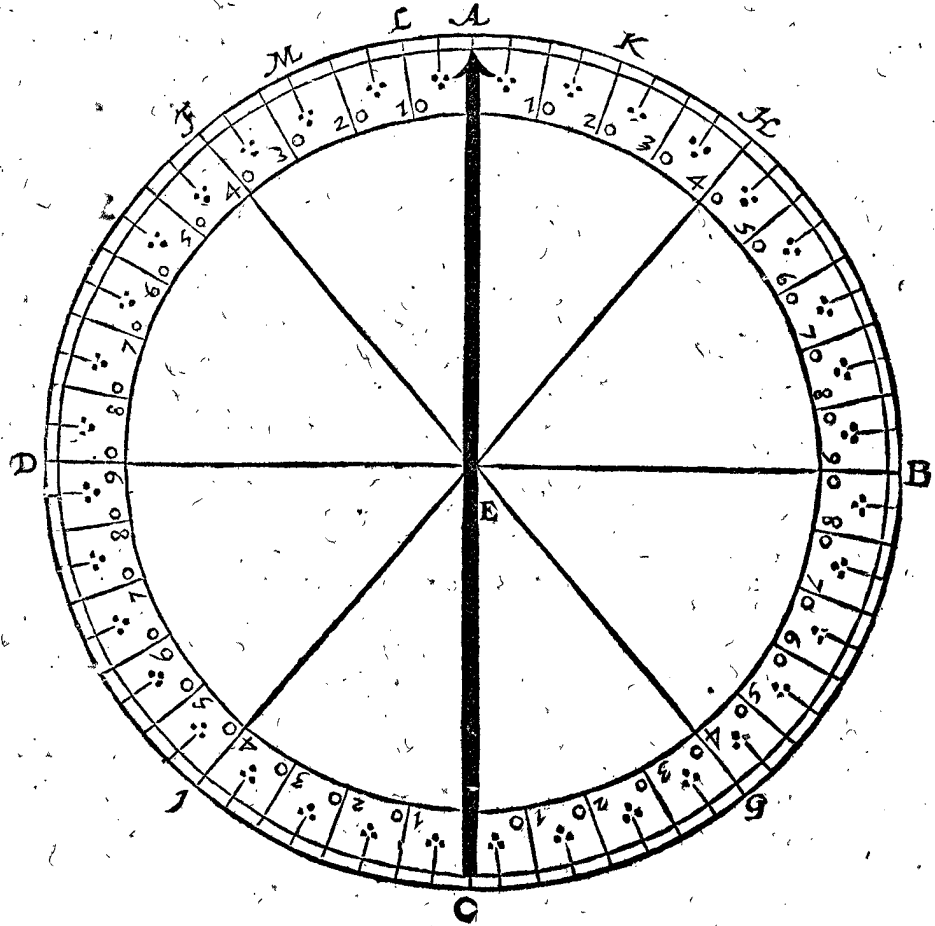
**T**rouver la direction de l'aiguille sur mer.

Pour parvenir en un port requis par l'aide de ceste maniere premise, il est besoing de sçavoir preallablement comment l'on trouve la direction sur mer; ce que nous declarerons cy dessous pour ceux qui ne le sçavent pas.

Puis que l'on veut icy trouver la declinaison de l'aiguille du nord, on cherche premieremēt le poinct du nord pour comparer à iceluy la direction: la maniere de trouver ce poinct du nord en une nef mobile sur mer a grande communauté à celle qui se fait sur terre ferme, comme il s'enfuit. En la boussole on fait convenir la fleur de lis sur le bout septentrional de l'acier ou de l'aiguille qui est dessous: Ou bien au lieu de la fleur de lis, on

met l'aiguille mesme dessus la carte, en divisant le cercle de la mesme carte en 360 deg. en commençant au poinct du nord, comme cy dessous le cercle ABCD, là où l'aiguille AC, est fixe sur la mesme carte; & E le centre; l'usage est tel.

Tout ainsi que le Pilote en cherchant la latitude, attend jusques à ce que le midi soit venu, assavoir quand l'ombre du filet d'un plomb pendant convient droite-



ment avec la ligne, laquelle en son compas il tient pour meridienne, ainsi fera-il icy le semblable, excepté qu'il commence 3, 4, ou 5 heures ou plus, devant midy, prenant alors garde sur quel degre, l'ombre de la perpendiculaire sera; & soit par exemple sur le 40 deg. en F, tellement que GEF, signifie l'ombre, & prenant alors la hauteur du soleil, la trouve (par exemple) de 25 degrez, lesquels il tiendra en la memoire aussi bien que les 40 deg. puis attendant apres midy, jusques à ce que le Soleil soit descendu à la mesme hauteur precedente, 25 deg. & verra encore où l'ombre de la perpendiculaire tombera sur le papier, laquelle, par exemple, tombe sur le 40 de l'autre costé, comme en H, tellement que IEH denote l'ombre: ceci estant ainsi, le milieu de l'arc FH, comme A, est le poinct du vray nord requis, & pource que l'aiguille montre directement sur le mesme, elle n'a en cest exemple aucune declinaison, ains montre le vray nord.

Mais si à la susdite observation apres midy, l'ombre de la perpendiculaire n'eust pas montré 40 deg. de l'autre costé de A, mais, par exemple, seulement 20 degrez, jusques à K, alors on eust divisé l'arc FK, faisant 60 deg. en deux egalement au poinct L, ainsi que LF, & LK font chacun 30 degrez. Ce qui estant ainsi, L est le poinct du nord, & telle declinaison est orientale de L à A 10 deg. pour la requise.

Pareillement, si à la susdite observation apres midy, l'ombre du filet eust montré le poinct L, ce qui est

30 deg. de F, alors on divise l'arc FL faisant 30 deg. au poinct M en deux egalement, assavoir que MF & ML soient chacun 15 deg. Alors M sera le vray nord, & la declinaison requise sera de M à A 25 degrez, qui est orientale; & ainsi de tout autre exemple. Or si l'aiguille tourne sans estre attachée sur la carte, comme cy-dessus, & que les degrez fussent marquez sur le bord de la casse, comme il se fait bien; l'usage en sera comme cy-dessus, moyennant qu'au temps de l'observation on tourne la casse jusques à ce que l'aiguille montre le commencement des degrez.

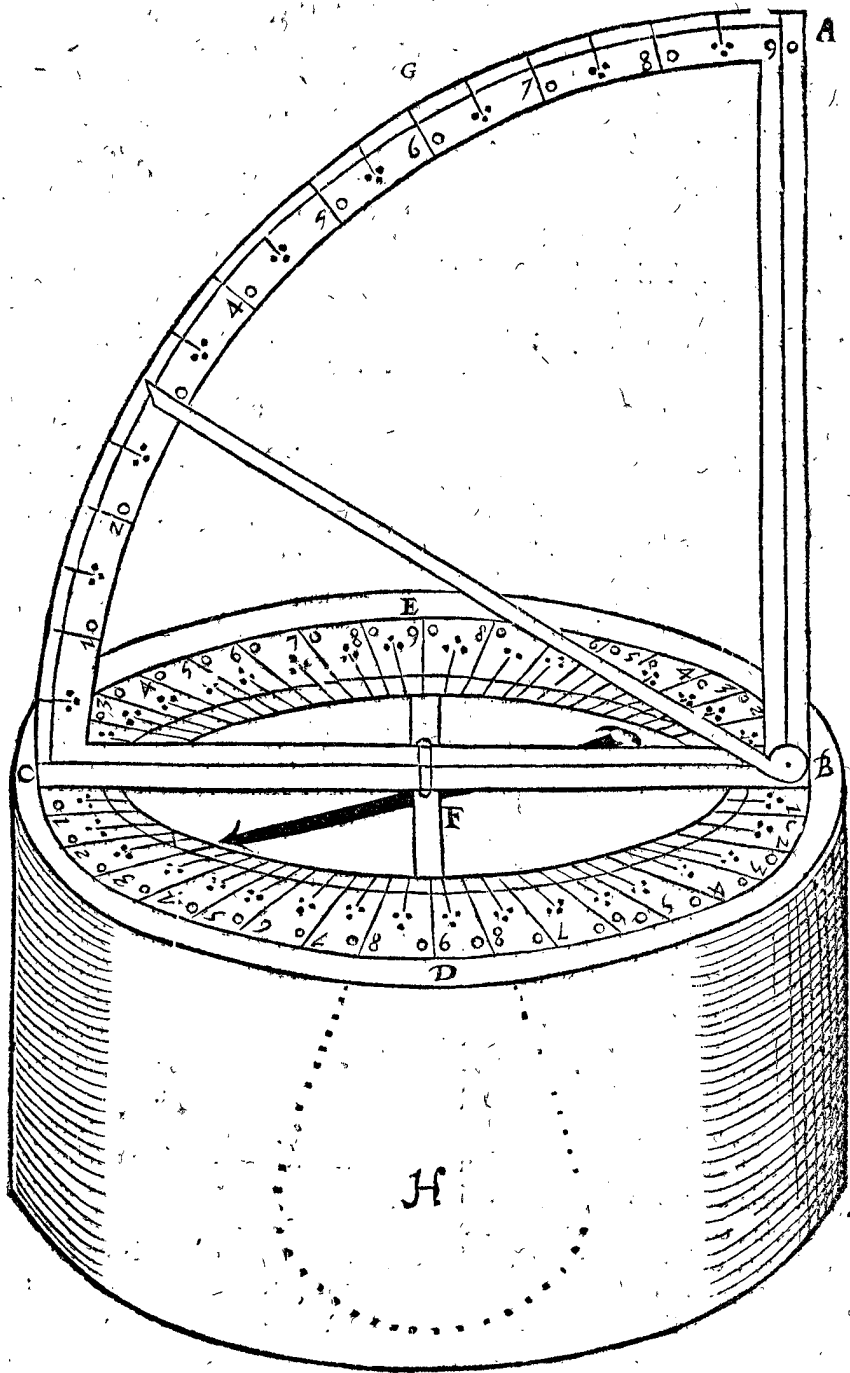
Il y en a qui prennent un quadrant vertical, dont le plan horizontal demeure tousiours au niveau, nonobstant la variation du navire; car par iceluy se trouvent la hauteur du Soleil, & l'arc vertical ensemble. La forme est telle, ABC signifie un quadrant qui est perpendiculaire sur le cercle BDCE, divisé en ses 360 deg. pour l'horizon; F centre, sur lequel tourne le quadrant; & afin qu'il demeure tousiours perpendiculairement sur ledit cercle BDCE, il y a un appuy d'un costé & d'autre, comme de G jusques à D & E fiché audit quadrant qui tourne avec iceluy: Puis il y a une vitre au cercle BDCE, qui couvre l'aiguille aussi grande que la casse le permet, où sont aussi 360 deg. que l'aiguille montre de sa pointe, qui conviennent avec les 360 degrez de l'horizon. L'inventeur de cest instrument est Regnier Pieterszoon; & est fait pendant sur deux lieux, comme les boussoles marines, afin que le cercle

de *B D C E* demeure toujours au niveau, combien que le navire soit vacillant : Et afin que la chose soit plus certaine, au dessous est appliqué un pois *H*, de 25 ou 30 livres, ou autant que requiert l'instrument.

Notez aussi qu'il est convenable que le quadrant soit d'un & d'autre costé également pesant, afin d'estre bien à plomb sur le cercle horizontal ; c'est à dire que le costé de *F* vers *C*, soit aussi pesant comme de *F* vers *B* ; ce qui se peut parfaire en pendant le quadrant seul par le point *G*, & pres de *F*, & en limant le costé plus pesant, autant que la règle *B C* pende en equilibrio.

A cela on objecteroit que le mouvement de l'alidade causeroit changement au niveau de *B C* ; je responds que la faute ne peut estre sensible, veu que *H* estant un pois fort pesant, d'autre costé l'alidade est fort legere.

Quant à l'usage d'iceluy pour trouver la declinaison de l'aiguille, on commence comme en la premiere maniere, quelques heures devant midy, tournant l'instrument jusques à ce que l'aiguille montre le commencement des degrez, puis on tourne le quadrant çà & là, tant que le Soleil passe par les pinnules : Ce qui estant



ainsi, je pose que l'Indice du quadrant sur l'horizon, montre 40 deg. & la hauteur du Soleil que l'alidade montre, soit 25 deg. lesquels je retiens en memoire, jusques à ce que le Soleil apres midy soit descendu à la mesme hauteur de 25 deg. alors on tourne la bouffole tant que l'aiguille montre le commencement des degrez ; cela fait, on divise l'arc de l'horizon entre les deux observations susdictes, dont le milieu denote le vray meridien : alors la declinaison se verra, si l'aiguille ne montre justement ledit point.

Or comme nous avons dit avec le Soleil, le mesme se peut faire avec toute sorte d'estoile de nuit, horsmis la lune, à cause de sa vitesse & de la parallaxe d'icelle, pour sa proximité.

Notez encore qu'on peut faire devant midy 2, 3, 4, observations & d'avantage : comme par exemple, le Soleil estant eslevé 10 deg. en la premiere ; puis 15 deg. en la seconde ; puis 20 deg. en la troisieme ; & alors apres midy faisant aussi trois autres telles observations à telle hauteur, on trouvera comment les unes s'accordent

dent avec les autres, ce qui donnera alors d'autant plus de certitude à l'observateur.

Il peut advenir que le Pilote navigant 10, ou 12, heures entre les premières & dernières opérations, d'orient vers l'occident, ou au contraire, trouveroit 1 deg. ou plus de différence, de la direction; de sorte que le nord qui se trouveroit entre la première observation devant midy, & la dernière après midy, ne conviendroit avec le nord entre la dernière observation devant midy, & la première après midy, nonobstant qu'il ait bien fait. En tel accident, il pourra bien juger combien la déclinaison aura changé en autant d'heures, & estimer par cela, où que pourroit être le nord avec tant plus de certitude. Ce qui se peut reconnoître par les précédentes directions faites auparavant, en les comparant avec la direction présente.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la direction de l'aiguille sur mer selon le proposé.

#### PROPOSITION II.

**T**rouver un port duquel la latitude & la direction sont cognues.

Par la latitude & la direction d'un lieu, qui sont notoires par expérience, on peut trouver iceluy, sans sçavoir la longitude. Comme par exemple, si le Pilote sçait que la latitude d'Amsterdam est de 52 deg. 20 ①, avec la déclinaison orientale de 9 deg. 30 ②, & qu'il se trouve en mer à la même latitude de 52 deg. 20 ① avec la susdite déclinaison orientale de 9 deg. 30 ②, il cognoist par cela qu'il est es environs d'Amsterdam, quelle longitude qu'elle puisse avoir.

On objectera peut être, qu'il y a encor bien d'autres lieux de pareille latitude & direction que non pas Amsterdam: il est bien vray, mais c'est fort loing de là, & peuvent être recongués par les circonstances, desquelles nous parlerons à la troisieme proposition. Notez que combien que les Pilotes puissent bien trouver Amsterdam par autre voye sans déclinaison, comme par les lieux circonvoisins, par conjectures, profondeurs, sables, & par d'autres signes; toutesfois nous avons pris pour exemple, ceste place cogneuë pour par là mieux declarer la generalité de la regle es voyages loingains, là où en beaucoup de temps l'on ne voit aucunesfois point de terre. Comme si quelqu'un voulant naviger d'icy vers Cabo S. Augustin, & sçachant que la déclinaison est (comme on dit) 3 deg. 10 ① orientale, & la latitude meridionale de 8 deg. 30 ②; quand donc en navigant vers icelle, il sera venu à telle déclinaison & latitude, il sçaura qu'il est en Bresil environ le Cabo S. Augustin: & delaissera les conjectures qui pourroyent contrarier à cela; comme s'il s'estoit abusé par les cours occultes des eaux, ou comme s'il avoit mal conjecturé. Car que la direction qui jadis estoit 3 deg. 10 ① en ce lieu là, soit changée maintenant, la raison

ne veut pas qu'en pensant cela, on se vueille fonder puis après là dessus, pour le mettre en pratique. Ou bien si quelqu'un trouvoit en mer une autre déclinaison que celle-là, qu'il confesse être bonne, & toutesfois voulant delaisser l'expérience, & suivre la conjecture, disant qu'il est pres de Cabo S. Augustin, qui est-ce qui n'entendrait qu'il parle contre soy même, disant qu'icelle déclinaison est de 3 deg. 10 ① & qu'elle n'y est point.

D'avantage il est bien advenu qu'un Pilote navigant vers l'Isle de sainte Helene, & étant venu à ceste latitude, & ne l'y trouvant pas, ne sçachant aussi si elle estoit de là vers l'orient ou vers l'occident, il a cherché à rasons vers orient, plusieurs sepmaines, voire aucunesfois il tournoit à l'entour avant que d'y entrer, ce qui estoit vers l'occident; & tant plus il alloit avant, d'autant plus s'en esloignoit-il; je demande maintenant s'il eust cognu la direction de S. Helene, & la maniere de la trouver, sçavoir-mon s'il eust obstinément navigé vers une plus grande déclinaison, s'il eust sceu que ceste place en avoit une moindre?

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé un havre dont la latitude & direction estoient cognues; ce qu'il falloit faire.

#### PROPOSITION III.

**T**rouver sur la mer, en quel parc la presente direction est.

Veue que sur la terre sont plusieurs parcs, d'egale déclinaison & latitude, on pourroit douter sur lequel on est: car soit qu'un navire prenne son cours d'Amsterdam vers le Bresil à Cabo S. Augustin, dont la latitude est en la table de 8 deg. 30 ②, & la direction, d'occident augmentant du premier parc, 3 deg. 10 ③; & en passant pres d'Angleterre trouve que sa direction augmente de plus en plus vers l'orient, jusques auprès de Plemouth, étant là en son extremité de 13 deg. 24 ④, ce qui se fait certain que jusques là il a navigé en l'orientale diminution du premier parc, & que de là en avant il navigera en l'orientale augmentation, & que s'il la trouve de 10 deg. en la latitude de 38 deg. 55 ⑤, il cognoistra qu'il est environ Cabo de Roca pres de Lisbonne: & de là tirant vers le Zuidwest, trouvera de jour à autre diminution de latitude, & que l'aiguille se dirige de plus en plus vers le nord; ce qu'estant ainsi continuellement pratiqué, on sçait tousiours en quel parc est la presente direction.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé sur mer en quel parc est la presente direction, selon le requis.

Jusques icy sont descrits les qualitez des directions, suivant le recueil dans la table; s'il se trouve d'autres observations plus certaines cy après, on pourra conclurre autrement, se soubmettant tousiours à la meilleure maniere.

*Fin du cinquieme livre de la Geographie.*

SIXESME

177

SIXIÈME LIVRE

DE LA GEOGRAPHIE.

De la Theorie des Marées.

A R G U M E N T.

**V**eu que l'experience est le fondement plus certain pour tirer de là les regles generales, afin de parvenir à la cognoissance des choses, & qu'ainsi les grandes navigations que font maintenant ceux de ces pays, fournissent des moyens suffisans plus qu'auparavant, pour pouvoir descrire une Theorie des Marées, laquelle nous descrivons presentement, fondée tant sur l'experience, que conduite, par la conformité des jugemens qu'on doit donner aux choses semblables; afin de donner occasion à ceux qui par l'abondance d'observations auront meilleur moyen d'escrire, conviez de la perfectionner en toutes ses parties.

Quant à ce qu'on me pourroit objecter, que je devois moy-mesme faire recherche certaine de ces choses, ou la faire faire par d'autres, devant que de divulguer ce traité; sur cela donc ma réponse est telle, que puis que ce ne peut être l'ouvrage d'un homme, ou de peu de personnes, que ceste voye m'a semblé la plus propre, pour acquerir en peu de temps beaucoup de choses de ceste matiere, & grande certitude; car plusieurs étant advertis des observations susdites, il pourra advenir qu'à ceux-cy, un grand nombre d'autres s'y adjoindront, plus que mon seul advancement ne pourroit faire à d'autres particuliers.

P E T I T I O N S.

P E T I T I O N I.

**Q**'on nous concède de dire que la lune & son point opposite tirent & succent continuellement veau du Globe terrestre.

D E C L A R A T I O N.

On trouve par experience journalieres, que les marées sont regies de la lune, que les plus hautes marées aussi se font en nouvelle & pleine lune, (qu'on appelle en bas-Alemand *springvloet*) mais les moins hautes se font es quartiers de lune: cognoissant mesme l'heure des marées au grand avantage de la navigation, desquelles choses on n'a besoing d'en faire des petitions particulieres, puis que cela est hors de dispute. Mais d'autant qu'à chaque circuit que la lune fait alentour de la terre (d'environ 25 heures de temps) se font deux flux, & deux reflux, il advient que plusieurs ont estimé que la lune & son point opposite ont une mesme propriété, qu'ils attirent & succent l'eau en haut vers eux: toutefois il est incertain si en la nature la chose soit telle, car par leur pressement ou repouffement (qui est le contraire d'attirer) il adviendrait aussi deux flux & deux reflux. Mais lequel des deux est la cause de ce, ou bien si une troisieme propriété en est la cause, je pense que cela est incognu, faute d'experience. Jay bien fait quelques enquestes à nos mariniers du flux & reflux des lieux où ils ont esté, sans pouvoir apprendre d'eux

ce que je cherchois: Et d'autant que quelques uns des plus avisez ont esté de mon opinion touchant l'attirement ou succement, cela me donne occasion de faire petition que cela me soit concédé, afin de donner un fondement à la Theorie; & fera finalement fait mention à la penultieme proposition, quel changement il adviendrait par repouffement.

P E T I T I O N I I.

**E**T que la terre soit couverte d'eau, sans que le vent donne empeschement à la marée.

D E C L A R A T I O N.

L'ordre naturel de la marée, est empesché par vents & par les pays haut esleveez, tellement qu'en tout lieu où la lune ou son opposite se trouvent au meridian, la marée n'est pas haute selon que la regle generale le requiert, & suivant la premiere petition: mais peut estre basse, ou autrement: Secondement que le flux ne viendra point d'orient vers l'occident, mais bien de l'occident, ou de quelque autre endroit. Tiercement qu'en certains lieux, desquels le zenith est loing de la lune, le flux journalier aura esté plus haut que ceux qui auront eu la lune pour zenith, ce qui toutefois devoit avenir au contraire suivant l'hypothese.

Et afin que ces desreglemens ne nous empeschassent de comprendre la grande propriété generale de la marée, laquelle nous descrivons en forme Theorique, nous demandons que les choses mentionnées en la presente petition soyent concédées; afin de pouvoir puis apres traiter à part de la qualité des empeschemens, distinguant le regulier de l'irregulier, comme on fait en la Geometrie; car combien que l'Arpentage n'ayt pas un subject Mathematique, qui convienne à la perfection des figures Geometriques, neantmoins ne laisse d'estre estimé pour chose belle & utile, de mesme faut-il entendre de ce present traité, qui peut estre utile à la navigation, combien que la mer n'aye la perfection posée en ceste petition.

D E F I N I T I O N S.

D E F I N I T I O N I.

**S**I on mene une ligne du centre de la terre jusques à celui de la lune: le point où elle passe en la superficie de l'eau, est appelé sommet du flux; & son point opposite, contresommet du flux.

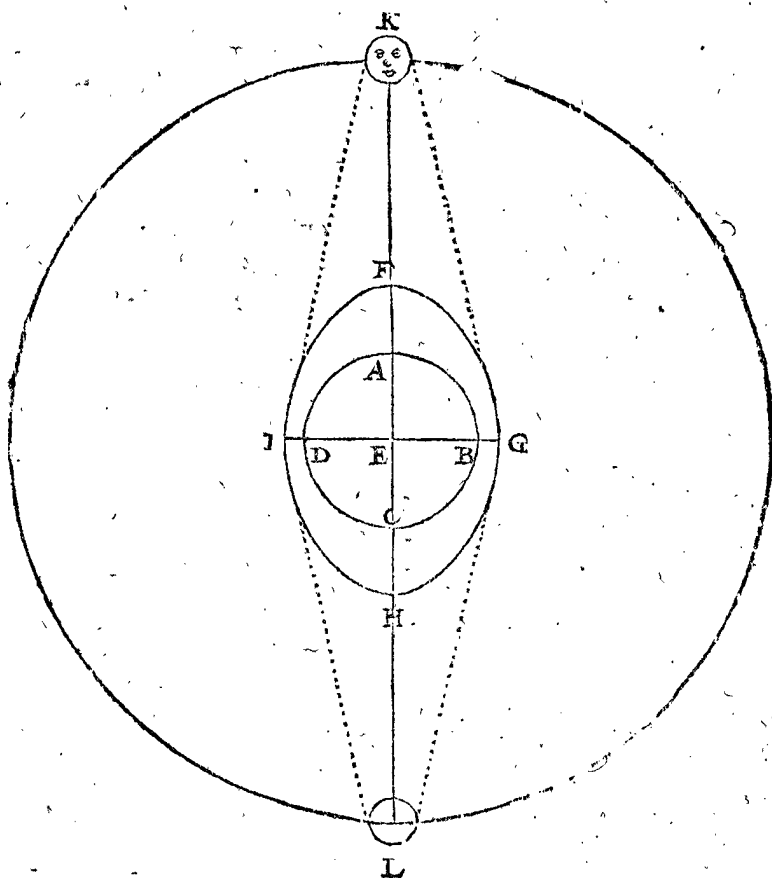
D E C L A R A T I O N.

Soit I F G H l'eau alentour de la terre A B C D, & du centre d'icelle E soit menée une ligne vers la lune en sa voye K, coupant la superficie de l'eau en F, lequel nous appellons sommet du flux, & H contresommet du flux: & puis que F & H sont tirez de K & L, il s'ensuit que l'eau aura une figure ovale solide ou d'elipsoïde; soit menée I G à angles droitz sur F H pour servir à la suivante definition.

D E F I N I T I O N I I.

**L**e cercle alentour de la terre, duquel le plan est à angles droitz, & coupe en deux également la ligne entre les deux sommets des flux; ce cercle donc soit appelé cercle de reflux.

D E C L A -



## DECLARATION.

Ce cercle a pour diametre IG, & son plan est à angles droits sur la ligne des sommets F, H: & c'est en la circonference d'iceluy cercle de reflux que la marée est la plus basse, car EI est la ligne plus courte vers l'eau.

## SENSUIVENT LES PROPOSITIONS.

## PROPOSITION I.

**R**echercher les qualitez generales des Marées.

Pour avoir une chose propre à bien demonstrier la qualité des Marées, il ne seroit pas mauvais de faire faire une demie figure de Marée, comme une moitié d'œuf coupé par le flanc, ainsi que IFG cy-dessus, tellement que le diametre IG soit egal au diametre d'un Globe terrestre, comme *Son Excellence* en fit faire de carton, lors qu'il s'exerçoit en la Theorie. Mais d'autant qu'au Globe celeste il y a deux cercles & 4 poinçts propres pour fournir d'exemples à ceste matiere, les cercles pour cercles de reflux, & les poinçts pour sommets des flux, cela nous suffira.

*1 Exemple, la lune estant en la section vernale, assavoir en l'equinoctial.*

Les sections vernales & automnales d'un Globe celeste me denoteront les sommets des flux, & le colure des solstices pour le cercle de reflux: parquoy cependant que la lune court au dessus de l'equateur, ceux qui l'auront pour zenith, auront aussi le flux, &  $6\frac{1}{4}$  heures apres (qui est environ le temps que la lune a fait le  $\frac{1}{4}$  du circuit alentour de la terre) le cercle du reflux sera parvenu au mesme lieu, & auront alors basse marée. Et derechef dans  $6\frac{1}{4}$  heures encore haute marée, & toujours ainsi.

*2 Exemple, la lune estant au 90 degré de l'ecliptique.*

Ayant pris un Globe celeste, les 90 & 270 degrez sur l'ecliptique denoteront les sommets des flux, & le cercle qui passe par les equinoxes & les poles de l'ecliptique, sera le cercle du reflux. Or les temps entre flux & reflux ne seront pas egaux, comme au premier exemple; & en un lieu plus de difference qu'en l'autre, selon la difference de leur latitude. Soit qu'on veuille trouver le mesme sur la latitude de 50 degrez; j'eleve le pole sur l'horizon de 50 deg. & amene le 90 deg. de l'ecliptique sous le meridien, puis tourne le Globe jusques à ce que le cercle du reflux vienne à couper le meridien en la latitude de 50 deg. c'est au zenith: & considere combien de degrez de l'equinoctial sont passez, & trouve (je prens) 121 deg. 13 ①; & puis que 15 degrez de l'equinoctial se passent en une heure, le susdit nombre, vaudra 8 heures 5 ①, pour le temps entre la haute & basse marée, & de là jusques au flux consequent (du contrefommer) y aura 3 heures 55 ① pour faire ensemble 12 heures, sans y comprendre le propre mouvement de la lune, que je delaisse pour eviter prolixité.

## NOTEZ.

*Son Excellence* recherchant le susdit deuxiesme exemple avec le Globe celeste, & poursuivant le proposé de plusieurs flux & reflux l'un apres l'autre, y a trouvé l'ordre suivant.

Le temps depuis le premier flux mentionné jusques au reflux, est de 3 heures 55 ①, comme a été dit, puis jusques au flux suivant, on trouve 8 heures 5 ①: tellement que si la lune estoit incessamment au 90 degré de l'ecliptique (ce qui se peut poser pour apprendre les choses faciles premierement) l'ordre des marées s'entresuivroit comme icy dessous:

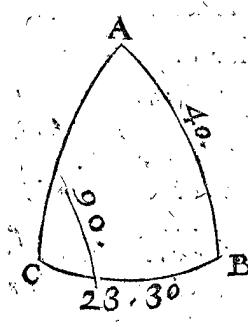
Flux



|        |          |       |
|--------|----------|-------|
| Flux   | 8 heures | 5 ①.  |
| Reflux | 3        | 55 ①. |
| Flux   | 3        | 55 ①. |
| Reflux | 8        | 5 ①.  |
| Flux   | 8        | 5 ①.  |
| Reflux | 3        | 55 ②. |
| Flux   | 3        | 55 ①. |
| Reflux | 8        | 5 ①.  |
| Flux   | 8        | 5 ①.  |

Et ainſi conſequemment : toutefois il advient tel changement en cecy , autant que le cours de la lune emporte.

Mais pour trouver le ſuſdit temps par les triangles ſpheriques, je remarque la fin de l'operation ſuſmentionnée ſur le Globe celeſte, la forme du triangle compris des trois poincts ; ſavoir du pole de l'equinoctial B, du pole de l'ecliptique C, & du zenith A ; &



notez que l'angle au pole de l'ecliptique C, eſt droit : & que CB, coſté entre les deux poles, eſt 23 deg. 30 ① : Et le coſté A B entre le zenith A & le pole de l'equinoctial, eſt 40 deg. (complement de la latitude 50.) donc tel triangle ayant trois termes connus, on doit chercher l'angle B, par la 32 propoſition des triangles ſpheriques, qui ſera de 58 deg.

47 ① : leſquels oſtez de 180, reſtera ſon adjoinct 121 deg. 13 ①, & autant fait l'arc paſſé de l'equinoctial, qui vaut 8 heures 5 ① pour le requis.

DEMONSTRATION.

AB, BC, prolongez juſques à l'equinoctial, comprennent un arc d'iceluy, qui eſt la grandeur de l'angle B, c'eſt 58 deg. 47 ① : mais le prolongé de B C paſſe auſſi par le 27° deg. de l'ecliptique, entre lequel & le 90 deg. de l'ecliptique y a 180 deg. leſquels au temps depuis la haute marée juſques à la baſſe, ſont paſſez moins l'angle B 58 deg. 47 ①, qui eſt 121. deg. 13 ①, comme en l'operation.

COROLLAIRE I.

L'eau eſt au plus bas, es poles de la terre, lors que la lune eſt en l'equinoctial, comme il a eſté dit au premier Exemple ; & eſt au plus haut la meſme, lors que la lune eſt aux tropiques, & avec cela encores ſon extreme latitude boreale ou auſtrale, d'où ſ'enſuit que de 7 jours en 7 jours, arrive le flux & reflux. Toutefois il y a quelque changement là, comme ailleurs, en ce que les flux ſont plus hauts en nouvelle & pleine lune, qu'au temps des quartiers.

COROLLAIRE II.

Mais en l'equateur ils ſe ſuivent toujours (ſavoir flux & reflux) de 6 1/4 heures environ, ou que la lune puiſſe eſtre. Soit, par exemple, la lune au 90 deg. de l'ecliptique ; alors le cercle de reflux paſſera par les equinoxes & par les poles de l'ecliptique, qui eſt apparemment 6 heures du cours de l'equinoctial, ſavoir entre l'equinoxe & les 90 degrez de l'ecliptique & tout de meſme des autres lieux où la lune puiſſe eſtre : comme il ſe peut voir plus clairement par ces ſommets des flux en carton ſur le Globe, comme il a eſté dit au commencement de la proportion.

COROLLAIRE III.

Il appert que ſur la terre, que les lieux plus pres du

pole, que la lune de l'equinoctial, qu'ils ne ſont touchez par le cercle de reflux : tellement qu'ils n'ont le reflux ſi bas, que quand ledit cercle paſſe par iceux.

NOTEZ.

Comme Son Excellence euſt veu le contenu de ce troiſieſme corollaire, il vouluſt auſſi quant & quant voir quel temps il y a entre le plus bas reflux juſques au plus haut flux ; & trouva que c'eſtoit 12 heures (comme feront ceux qui chercheront le meſme) & conclud là deſſus, que tel accident devoit avenir à ceux qui ont la latitude au deſſus de 61 deg. 30 ①, car autant eſt le complement de la grande declinaifon de la lune, ſavoir 28 deg. 30 ①.

Il me ſouvient avoir ouy dire à quelque Matelot expert, qu'il avoit eſté en des lieux, où la haute & baſſe marée ſ'entrefuivoient de 12 en 12 heures ; mais que cela ne duroit pas long temps, voire qu'il ſ'en ſuivoit par apres un ordre deſreglé. Mais ſi cela arrive pour ceſte raiſon, on en pourroit avoir la deciſion, lors qu'on mettroit en œuvre la neuſieſme propoſition ſuivante.

COROLLAIRE IV.

Il eſt notoire que l'un des ſommets de flux, cauſé plus haute marée que l'autre, tantost le ſommet, tantost ſon contrefommet, ſavoir celuy qui vient plus pres du lieu requis.

NOTEZ.

Que de ce qu'eſt dit, ſe conclud, qu'en terre il y a 4 notables diverſitez de marées, touchant leur ordre alternatif.

Premierement, que ſur l'equateur ſe ſuivent toujours de 6 1/4 d'heures l'une l'autre, comme au 1 exemple, & 2 corollaire.

Secondement, hors l'equateur juſques à la latitude d'environ 61 deg. 30 ①, là où elles different, ſelon le contenu du deuxieſme exemple.

Tiercement, depuis le 61, 30 ① juſques aupres du pole, là où en d'aucuns temps elles ſ'entrefuivent de 12 en 12 heures, comme à la note du troiſieſme exemple.

Quartement ſous le pole, où elles ſ'entrefuivent d'environ 7 jours, comme au premier corollaire.

COROLLAIRE V.

Il appert que par les deux exemples & corollaires ſuſdits ; auſquels les deux ſommets de flux & le cercle de reflux eſtoient marquez ſur le Globe celeſte : on peut entendre aiſement les regles des autres exemples, qui n'ont leurs ſommets de flux & cercles de reflux marquez ſur le Globe ; mais peuvent bien eſtre marquez par un instrument de marée, duquel a eſté parlé au commencement de ceſte propoſition.

Conclusion. Nous avons donc recherché les qualitez generales des marées, ſelon le requis.

PROPOSITION II.

Declarer la cauſe pourquoy apres le haut flux, ſuit un reflux plus bas, qu'apres le flux bas.

On trouve par experience, qu'apres le haut flux, ſuit un reflux plus bas ; que non pas le reflux qui ſuit apres un flux du temps des quarts aspects lunaires : tellement qu'es ouvrages de mer, leſquels doivent eſtre faits dans des lieux profonds ; & au temps qu'ils ſont ſecs, il faut attendre le reflux qui ſuit un haut flux, comme nagueres entre autres lieux devant Oſtende, ſur la greve de la mer. La raiſon eſt telle, comme en la figure de la premiere definition, l'eau es plus hauts flux (qui arrivent en nou-

en nouvelle & pleine lune) est attirée en plus grande quantité, & plus haut en F & H, qu'au temps des quartiers de lune; donc le cercle de reflux a plus de défaut d'eau, & est l'eau plus basse, que non pas au temps des quartiers de lune.

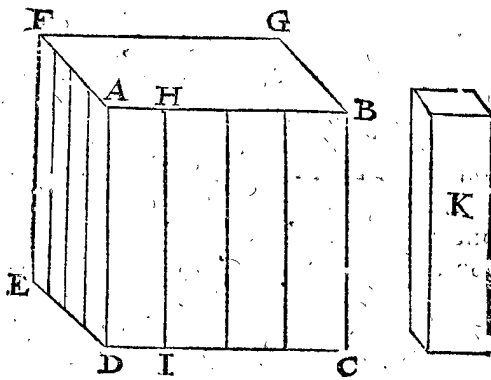
*Conclusion.* Nous avons donc déclaré la cause pourquoy, &c. selon le requis.

Jusques icy les propositions ont servy à déclarer la qualité generale des marées: les suivantes seront particulieres, assavoir des causes pourquoy en d'aucuns lieux de la terre, la regle generale n'a point de lieu.

### PROPOSITION III.

**D**éclarer pourquoy les petites eaux ne sont pas attirées si haut de la lune & de son point opposite, que les grandes.

On ne remarque pas que les petites eaux, comme les petits canaux, rivières, fontaines, ou l'eau dedans unseau, ou un verre, &c. soyent attirées de la lune: toutefois on pourroit dire qu'elles devroyent aussi bien estre attirées de la lune, que les grandes, & plus facilement. Pour en déclarer la raison: Soit ABCDEFG un vaisseau plein d'eau, & les costez; comme ABCD soyent quarrés, 4 pieds de haut, & 4 pieds de large; parquoy sur ce quarré il y aura un poids qui pressera à l'encontre autant que feroit 32 pieds d'eau par la 15 prop. des elements ponderaux de l'eau: & toute l'eau



contient 64 pieds. Soit aussi posé que chaque quarré soit divisé en 4 planches, comme est la planche AHID, haute de 4 pieds, & large d'un pied: alors contre une chacune d'icelle, y aura un poids qui pressera à l'encontre, egal au poids de 8 pieds d'eau, (qui est le  $\frac{1}{4}$  de 32) & y aura 16 telles planches. Et posant qu'en dehors il faille soutenir les planches pour les tenir en telle forme que dessus, & poussant également par dehors que l'eau pousse en dedans, c'est à dire 8 pieds d'eau; & qu'à ceste fin on prenne 64 forces distinctes, comme seroyent 64 hommes, assavoir autant comme il y a de pieds d'eau dedans le vaisseau; alors il y aura 4 hommes à chacune planche. Soit maintenant K un autre petit vaisseau plein d'eau ayant 4 telles planches à l'entour, ce vaisseau contiendra 4 pieds d'eau, estant 4 pieds de haut; cela estant ainsi, si quelqu'un vouloit dire, que puis qu'il ne faut que 64 hommes pour retenir 64 pieds d'eau, de 4 pieds de haut, qu'aussi il ne faudroit que 4 hommes à l'entour du petit vaisseau K, pour retenir 4 pieds d'eau, 4 pieds de haut, & ainsi ne mettre qu'un homme pour soutenir une planche, au lieu qu'il y en a 4 à une chacune planche du grand vaisseau; il y auroit de l'erreur, d'autant qu'à chaque planche de K, il y a autant de pesanteur qui pousse à l'encontre qu'à chaque planche du grand vaisseau par la 15 prop. des elements ponderaux de l'eau: tellement qu'il ne faudroit pas seulement 4 hommes à l'entour de K,

mais 16. Et par consequent 4 hommes ne pourront pas si bien eslever 4 pieds d'eau aussi haut au petit vaisseau K, que seroyent 64 hommes, 64 pieds d'eau au grand vaisseau. D'où s'ensuit aussi, qu'un commandant sur ces gens-là, les ordonnant tellement que le nombre de ceux qui seroyent au grand vaisseau auroit telle raison au nombre de ceux qui seroyent au petit, comme l'eau du grand au petit, qu'alors ceux qui seroyent au petit, n'esleveroient pas si haut l'eau, que ceux qui sont au grand; le mesme faut-il entendre de la lune & de son point opposite, lesquels combien qu'ils attirent l'eau, neantmoins n'attirent pas tant les petites comme les grandes, voire non pas si haut; & ne se peut pas remarquer.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré pourquoy les petites eaux ne sont pas attirées si haut par la lune & son point opposite que les grandes, selon le requis.

### ALB. GIRARD.

On pourroit dire que la lune n'attire pas, mais qu'il y a de la matiere lunaire esparse dans la mer, laquelle ne demande qu'à retourner en son lieu; & que ceste matiere-la n'est pas en l'eau douce, ce qu'on presumeroit estre ce qui est enclos dans la saumure & amertume de la mer: & qu'il y a une autre chose aussi dans la mer qui a antipathie à la lune, comme le feu qu'on fait sur la terre a une antipathie au centre de la terre, car il s'en destourne tant qu'il est possible.

### PROPOSITION IV.

**D**éclarer pourquoy le flux ne vient pas en plusieurs lieux d'orient vers l'occident, comme la regle generale de la Theorie le requiert.

S'ensuit de la proposition précédente que les petites eaux ne sont attirées si haut que les grandes: & partant que les rivières qui sont des petites eaux n'ont point de flux, voire que les flux qu'on y remarque, viennent de la mer; & partant si l'emboucheure de la riviere, est disposée en telle sorte que le flux y entre d'occident vers l'orient, que par accident cela se fait contre la regle generale de la Theorie, & la riviere estant d'un autre costé le flux y viendra aussi, combien que ce ne soit d'orient vers occident: comme le flux qui vient de la mer dans la riviere de l'Escaut, court de Bergues sur le Zom vers Anvers, qui est vers le midy, & de là vers Bastro, car comme le conduit de la riviere est, ainsi court-elle. Or tout ainsi que cela se fait de la mer en une riviere, ainsi en advient-il d'une grande mer en une petite: & par exemple on voit le flux venir d'occident vers orient le long des costes de France, Flandre & Hollande; pource que la grande large mer d'Espagne, qui s'estend jusques à l'Amérique, est séparée de la petite mer Germanique par l'Angleterre & l'Escoffe: laquelle moindre mer estant plus basse que l'autre grande, le grand flux y vient descouler d'occident vers l'orient entre France & Angleterre, comme nous avons dit de la riviere cy-dessus: & combien que cela semble du commencement estre contre la nature, toutefois on voit que pour bonne raison cela doit estre ainsi.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré pourquoy le flux ne vient pas en plusieurs lieux d'orient vers l'occident, &c.

**D**éclarer pourquoy en beaucoup de lieux la marée n'est pas haute, estant la lune au son point opposite au meridiem, comme la regle generale de la Theorie le requiert.

Veut que le flux des petites mers, est causé du flux des grandes, comme il a esté dit en la quatriesme proposition : il s'ensuit que les petites mers qui sont pres des grandes, doivent avoir le flux plustost que celles qui en sont plus esloignées. Comme on voit en nostre petite mer Germanique, où les lieux orientaux reçoivent la haute marée plus tard que les lieux occidentaux.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré, selon la proposition, pourquoy en beaucoup de lieux la marée n'est pas haute, estant la lune ou son poinct opposite au meridien, comme la regle de la Theorie le requiert.

PROPOSITION VI.

**D**éclarer la cause pourquoy en plusieurs lieux la plus haute marée n'y advient que quelques jours apres la nouvelle ou pleine lune.

Il a esté dit en la cinquiésme proposition que le flux n'arrive en plusieurs lieux, que quelques heures apres

que la lune, ou son poinct opposite se trouvent au meridien, d'où l'on ne trouvera estrange que les plus hauts flux n'y arrivent aussi sinon que quelques heures apres : mais quelques jours apres la nouvelle ou pleine lune, de cela on en pourroit douter (comme il advient en effect, ainsi que j'ay oui dire à des gens de mer, que devant Hollande, il y a difference de deux jours, plus devers l'occident moins, & plus devers l'orient d'avantage.) Pour donc en déclarer la cause, suivant ce qui a esté dit en la quatriésme proposition, que les flux des petites mers, & rivieres, ne viennent pas d'eux memes, mais des grandes mers; or le flux qui entre dans les rivieres, ne peut couler si viste, à cause que l'eau de la riviere qui est derriere, est bien plus haute que celle de la mer, mais le flux qui entre és petites mers y passe plus aisément, d'autant que l'eau de derriere n'est pas plus haute. Comme soit ABCDEFG la superficie superieure de quelque petite mer, A le grand flux, qui



vient par l'emboucheure de la grand' mer, laquelle 6 heures apres sera basse, & 6 heures apres sera derechef haute, la petite mer est tenuë ainsi en continuel mouvement, avec divers flux & reflux entre deux, l'un apres l'autre, tous causez du premier & haut flux A, devenant peu à peu plus petit, de sorte que finalement on ne remarque plus de flux & reflux. Mais puis que quelques jours se passent; devant que le premier-haut flux A parvienne jusques au dernier haut flux G, d'autant qu'il doit passer par les flux B, C, D, E, F, & ce selon qu'ils sont esloignez; comme par exemple, à Calais la marée est haute en nouvelle & pleine lune à 10 heures: à Nieuport à 11: à Ostende à 11  $\frac{1}{2}$ : à Blankebergue à 1 heure: à Flissingues à 2 heures: à Bergues sur le Zom à 4 heures: à Anvers à 6 heures: à Bastrode à 8 heures: tellement que le flux est 1 heure en chemin pour parvenir de Calais à Nieuport:  $\frac{1}{2}$  heure de Nieuport à Ostende: 2 heures d'Ostende à Blankebergue:  $\frac{1}{2}$  heure de Blankebergue à Flissingue: 2 heures de Flissingue à Bergues sur le Zom: 2 heures de Bergues sur le Zom à Anvers: 2 heures d'Anvers à Bastrode: c'est assavoir de Calais à Bastrode 10 heures: d'où s'ensuit que lors qu'à Calais il fait haute marée: qu'à Bastrode il fera haute marée 10 heures apres. Et les mesmes calculées d'un lieu plus loing de Bastrode que n'est Calais, voire plus vers l'occident que n'est Calais, on auroit au lieu de 10 heures quelques jours: parquoy combien que le haut flux advienne avec la nouvelle & pleine lune és lieux qui n'ont nul empeschement, si est-ce qu'és lieux où il y en a, comme les terroirs hauts & les promontoires qu'il y a difference, de quelques jours devant qu'ils ayent le flux apres la nouvelle & pleine lune.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré la cause pourquoy en plusieurs lieux la plus haute marée qui arrive en nouvelle & pleine lune autrement, n'y advient que quelques jours apres, selon le proposé.

PROPOSITION VII.

**D**éclarer comment il peut avenir qu'en d'aucuns lieux plus esloignez des sommets des flux que d'autres, & neantmoins ont leurs marées plus hautes.

Selon la regle generale, la marée devroit estre plus haute és sommets des flux qu'autrement, & tant plus

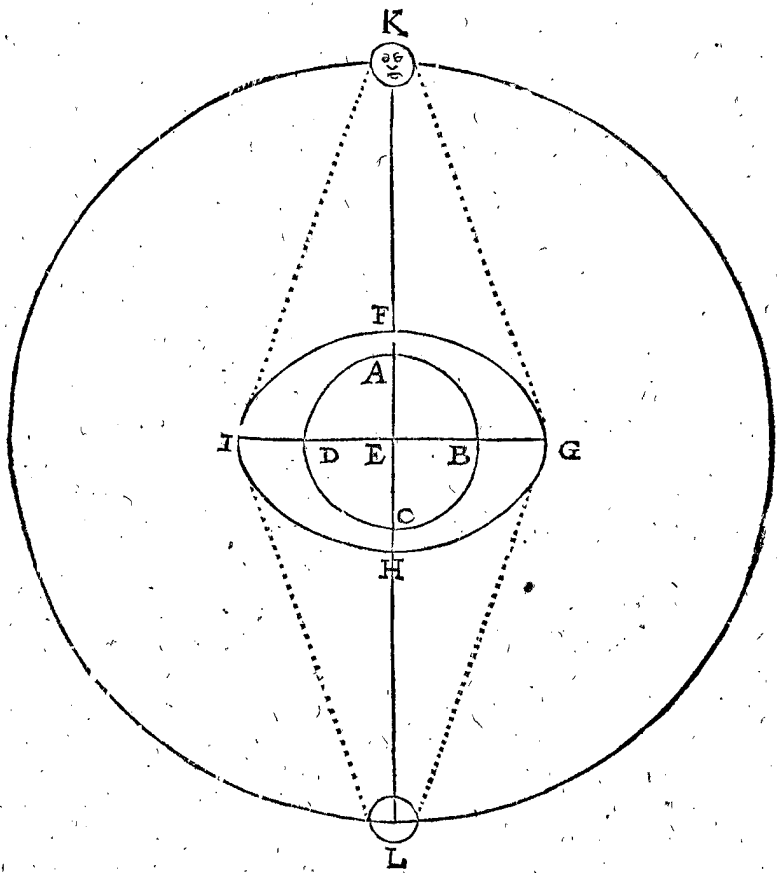
pres d'iceux, & tant plus haute marée, ce que toutefois on voit advenir autrement en d'aucuns lieux. Car veu que les ondes qui viennent à heurter quelque promontoire, amassent là plus d'eau que ne font les autres ondes en mer: ce qui se fait, pource qu'après l'une suit une autre, autrement elle reculeroit apres avoir choqué contre le rivage, mais celle qui est plus derriere entretient en hauteur, & empesche le recul de celle qui est plus devant, faisant un amoncellement plus haut que ce qui pourroit estre en pleine mer: cela estant ainsi, prenant toute l'eau eslevée d'un flux comme une onde, laquelle est longue de quelques lieuës; ce n'est pas merveille qu'en plusieurs lieux où elle pousse directement, que l'eau soit plus haute qu'en pleine mer, où il n'y avoit de resistance: comme le flux de la grand' mer d'Espagne, roulant vers la petite mer Germanique, comme il a esté dit cy-devant, & venant à choquer contre les costes d'Angleterre en ce destroit qui est appelé mer Britanique, & Germanique, s'enfle quelques 10 ou 11 brasses au dessus la hauteur de la basse marée, qui est plus haut que le flux en d'aucuns lieux plus pres du sommet de flux, voire plus haut que ledit sommet mesme, & cela pour des raisons notoires.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment il peut avenir qu'en d'aucuns lieux plus esloignez des sommets des flux que d'autres, ayent neantmoins leurs marées plus hautes, comme il estoit proposé.

PROPOSITION VIII.

**D**éclarer la propriété que les marées auroyent, si elles estoient causées par le repoussement de la lune & de son poinct opposite.

Nous avons posé jusques icy, comme si la lune & son poinct opposite, attiroyent l'eau de la mer suivant le contenu de la premiere petition: mais si cela advenoit par repoussement, il y auroit des regles qui seroyent au rebours. Car soit en la figure suivante les lettres de renvoy de mesme qu'en celle de la premiere definition, excepté que la lune K & son poinct opposite L n'attirent pas l'eau, mais la repoussent, tellement que la ligne FH, est plus courte que IG, & ainsi F, H seroyent sommets des reflux, IG cercle de flux,



flux, & de mesme plusieurs qualitez seront contraires aux precedentes, comme aux 1, & 2 exemples, & 1, 2, 3, & 4 corollaire, de la 1 proposition.

Premierement, les lieux où la lune est au zenith auront basse marée, comme la premiere position.

Secondement, la lune estant au 90 deg. de l'ecliptique, ce qui est au deuxiesme exemple de la 1 proposition, compté estre de 8 heures 5 ①, sera de 3 heures 55 ①; & derechef cè qui estoit là 3 heures 55 ①, sera 8 heures 5 ①.

Tiercement, la lune parcourant l'equinoctial, les poles de la terre auront haute marée, & la plus basse, lors qu'elle est en ses latitudes extremes, tant septentrionale que meridionale, contre la regle du 1 corollaire de la 1 proposition.

En quatriesme lieu, l'un des sommets de reflux qui vient le plus pres de quelque lieu causera plus basse marée que l'autre; ce qui est different du 4 corollaire de la 1 proposition.

En cinquiesme lieu, les lieux plus pres des poles que la lune de l'equinoctial, ne seront point atteints du cercle de flux; ainsi qu'en ce temps-la ils n'ont le flux si grand que là où le cercle de flux passe, contre le 3 corollaire de la 1 proposition.

Or laquelle des deux est la vraie position, ou s'il y en a une autre troisieme en nature, j'estime que nous avons defaut d'experience pour en juger; mais comment on y pourroit parvenir la suivante proposition servira pour la deduction de ce qu'il m'en semble.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré, &c.

#### PROPOSITION IX.

**D** Eclarer comment il semble qu'on pourroit parvenir en plus grande cognoissance de la nature des marées qu'on n'a presentement.

Lors que le reflux, le flux commun & le plus haut flux se conviennent en temps & quantité avec la commune

computation des marées, selon laquelle les gens de mer se comportent, comme plus tost ou plus tard, ou qu'il advient un bas flux, avec un vent qui en cause un grand; ou au contraire, grand flux avec vent qui amene quant & soy un moindre flux, on dit ordinairement qu'il y doit avoir d'autres vents sur mer, ou qu'ils y ont esté, qui sont peut estre advenus pour les raisons de la regle generale cy-dessus, ou qui sont, ou seront deduites par d'autres Auteurs. Mais d'autant que d'icy il arrive aucunes fois perte de vies & biens, il me semble n'estre pas inutile de tascher de venir en cognoissance parfaite de ceste matiere. Et à ceste fin seroit bon qu'un grand nombre d'hommes fissent des observations par toute la terre, où il vient à point, afin d'en tirer des regles certaines & generales, mettant par escrit ce qui advient de jour à autre: comme à quelle heure flux, & reflux: de quelle hauteur & profondeur ils sont; quels vents, s'il y en a, ou s'il fait calme: finalement tels escrits mis entre les mains d'un Theoricien, si l'observateur ne l'estoit pas mesme, on pourroit trouver la difference ou la convenance qu'il y a avec la Theorie commune, ayant regard de considerer les empeschements qui causent des effects contraires à la generalité des regles. Il faut aussi noter que la recherche des qualitez generales; desquelles a esté parlé en la deuxiesme proposition, se feroient bien proprement sur quelque petite Isle, dans une grande mer, & fort loing de terre ferme, pour n'avoir pas tant d'empeschement, comme est l'Isle de Sainte Helene & autres semblables. De là on pourroit bien voir s'il y a deux sommets de flux sous la lune & son point opposite & un cercle de reflux, suivant la premiere position: ou deux sommets de reflux & un cercle de flux, suivant la deuxiesme position de la huitiesme proposition.

En second lieu, si la lune parcourant l'equinoctial, si les flux & reflux se suivent dans  $6\frac{1}{4}$  heures, comme

la Theo.

la Theorie le requiert en la 1 proposition au 1 exemple.

En troisieme lieu, la lune declinant au plus de l'equinoctial, si les marées se font selon le deuxiesme exemple de la 1 proposition, touchant la difference des temps entre flux & reflux; car cela nous rendroit certain d'attraction ou de repoussement.

En quatrieme lieu, si l'eau est basse au plus qu'il est possible, environ sous le pole, lors que la lune est sous l'equinoctial, suivant la premiere position, comme au 1 corollaire de la 1 proposition; ou au plus haut, suivant la 2 position, comme en la huitiesme proposition au troisieme article: ce qui nous pourroit acertainer d'attirement, ou de repoussement d'humeurs par la lune & son point opposite.

En cinquieme lieu, si le flux advient au plus haut, lors que la vertu d'attraction de la lune, ou de son point opposite, a l'observateur: ou s'ils sont également hauts, & que la difference soit aux reflux, ce qui adviendrait par repoussement. Lesquelles choses si on trouvoit convenir avec l'une des deux suppositions; mais y ayant difference, on pourroit tascher d'amender les fautes.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment il semble qu'on pourroit parvenir en plus grande cognoissance de la nature des marées qu'on n'a pas presentement, suivant le contenu de la proposition.

*Fin du sixiesme livre de la Geographie.*

# A S T R O N O M I E,

Qui est

*La troisieme partie de la*

# C O S M O G R A P H I E.

Argument de l'Astronomie.

**D***V commencement je descriray l'Astronomie, comme si auparavant il n'en avoit esté parlé en aucune façon; ce qui se poursuivra, & avec tel ordre & progrès, comme il semble qu'elle a augmenté de temps en temps, comprenant le tout en trois livres.*

Le premier, sera de l'invention du cours des Planetes, & des estoiles fixes, par les Ephemerides observées; le tout fondé sur la supposition que la terre est stable ou fixe; c'est en un mot, sur l'hypothese de terre immobile.

Le second, de l'invention du cours des Planetes par voye Mathematique, avec l'hypothese de terre immobile, & de la premiere inegalité.

Le troisieme, de la seconde inegalité, où se trouve l'hypothese de terre mobile de Copernique.

## P R E M I E R L I V R E

# D E L' A S T R O N O M I E,

De l'invention du cours des Planetes, & des estoiles fixes, par les Ephemerides observées, selon l'hypothese impropre de terre fixe.

Sommaire du premier livre.

**A***Pres les definitions, ce livre sera departy en huit dissections touchant l'invention du cours du Soleil, de la Lune, de Mercure, Venus, Mars, Jupiter, Saturne, & des estoiles fixes, par le moyen des ephemerides observées, supposant que la terre soit fixe, & centre du Monde; car combien qu'elle*

*se mouve circulairement, comme les autres Planetes, toutefois on apprend plus facilement les commencemens de ceste science, par le mouvement apparent, que par le propre, comme on verra plus amplement au troisieme livre, proposition septiesme; auquel sera aussi déclaré, pourquoy la propre hypothese de terre mobile, est plus commode à la Theorie.*

## DEFINITIONS.

Les cercles, arcs, & points qui ont esté définis au 4 livre de la Trigonométrie, seront icy tenus pour cognez: les autres définitions nécessaires s'ensuivent.

## DEFINITION I.

**J**our naturel, est le temps que le centre du corps du Soleil met à faire un tour, en commençant & finissant au méridien. Et les jours naturels sont dits inégaux. Aussi ce temps-là est appelé, temps inégal.

Le temps d'un jour naturel, est terminé par un tour que fait l'équateur, & avec ce encor un petit arc d'icelluy, autant que le propre mouvement du Soleil cause, toujours contre le cours du premier mobile. Que si ces petits arcs estoient égaux, les jours naturels seroient aussi égaux, ce qui n'est pas pour deux raisons: l'une, à cause de l'excentricité de la voye du Soleil; l'autre, à cause de l'obliquité, ou déclinaison de l'ecliptique: & combien que ceste différence soit imperceptible en un jour, neantmoins en beaucoup de jours, elle se peut facilement recognoistre.

## DEFINITION II.

**A**n naturel, est le temps que le Soleil met à circuir l'ecliptique, commençant & finissant en un point pris, lequel demeure toujours également distant de la section vernalle, ce qui se fait en 365 jours, 5 heures, & encore une partie incertaine.

Ptolemée a posé ceste partie incertaine de 55 ① & 12 ②: Albategne de 46 ①, 24 ②: d'autres ont trouvé quelque changement.

## ALB. GIRARD.

Touchant ceste partie incertaine, cela vient que les mouvemens célestes pour la plupart sont incommensurables entr'eux, selon le temps, assavoir les jours naturels, aux revolutions des planetes; aussi les revolutions entr'elles, item selon les distances, comme de nos degrez, aux déclinaisons, & latitudes, &c.

## DEFINITION III.

**L**'An Egyptien comprend 365 jours.

Cest an comparé au naturel, est moindre quasi de la quatriesme partie d'un jour.

## DEFINITION IV.

**A**ns Iuliens comprennent 365 jours, trois fois de suite; mais le quatriesme est de 366 jours, appelé bissext, faisant le mois de Fevrier de 29 jours, là où autrement n'en auroit que 28.

Pour remedier à la defectuosité des ans Egyptiens & approcher plus pres de l'an naturel, Jules César a introduit ce jour de surplus en Fevrier, & ce de 4 en 4 ans, voila pourquoy ils sont appellez ans Iuliens.

## ALB. GIRARD.

Ces ans Iuliens pour leurs excés ont esté abolis & changez, par l'Evesque de Rome Gregoire XIII. environ l'an 1582. retranchant 10 jours, qui s'estoyent escoulez insensiblement, ordonnant la mesme chose au reste que Jules César, horsmis que dans chaque terme de 400 ans on ne tiendroit compte de trois années bissextes, lesquelles au lieu d'avoir 366 jours, n'en auroyent que 365, ainsi que l'an 1700, (qui devoit estre bissext en son ordre) n'en aura qui 365.

## DEFINITION V.

**S**i l'on presuppõe qu'il y ait autant de jours égaux, & d'heures égales, avec leurs parties, comme il y a de jours & d'heures inégaux, avec leurs parties; iceux sont appellez jours égaux, ou jours moyens; & un tel temps est dit en general Temps égal, ou moyen.

Jours égaux ou moyens, sont ainsi appellez, pource qu'ils sont entre les jours naturels longs, & courts de la 1. définition.

## DEFINITION VI.

**P**lanetes, sont 7 corps mondains lumineux, lesquels semblent errer çà & là sans regle, comme Saturne, Jupiter, Mars, Soleil, Venus, Mercure, Lune.

Combien que la terre soit aussi à proprement parler une planete, toutesfois l'ayant supposée estre fixe, suivant les raisons deduites en l'Argument cy-devant, c'est cela qu'elle n'est icy placée & mise au rang des planetes.

## ALB. GIRARD.

Il ne faut pas penser que le nombre des planetes ne soit bien d'avantage, car ces 8 ont seulement esté apperceues des anciens: mais de ce temps on a descouvert par des yeux artificiels, (qu'on appelle lunettes, ou lynx) que non seulement la voye lactée n'est autre chose qu'un amas d'estoiles fort pres l'une de l'autre, chacune desquelles est invisible à nos yeux sans celynx; mais aussi qu'il y a 4 autres planetes subalternes à l'entour de Jupiter, appellees Medicées par Galilee de Galileis, toujours en mesme plan avec icelluy, comme un second zodiaque; qui seroyent en tout 12 planetes ne contant Saturne que pour une, combien qu'il soit trouvé estre composé de 3 globes contingens, dont celui du milieu est le majeur; mais il est aisé à conjecturer, qu'il y en a beaucoup, que nous ne pouvons pas voir, pour leur grand estoignement de la terre, pour leur petitesse, pour la grande proximité d'iceux au soleil (ce qu'on pourroit remarquer es grandes eclipses de soleil) & pour le defaut d'instruments optiques, ou de meilleurs lynx que nous n'avons; aussi pour la paucité d'observateurs; & le peu de temps qu'on s'y adonne. Il ne faut pas aussi penser, que Copernique soit le premier qui ait posé que la terre soit mobile & le soleil fixe; veu qu'Archimedes en son livre du nombre de l'arene au commencement, fait mention d'un ancien nommé Aristarque Samien (duquel il nous reste encor quelque chose, comme le livre de la distance du soleil & de la lune) lequel tenoit les mesmes hypotheses. Il ne faut pas aussi penser que ces choses soyent contre la sainte Escriture, veu qu'elle est écrite comme begayant avec les hommes, lesquels ont perdu, & sont destituez de ceste vivacité naturelle de l'entendement, de laquelle Dieu avoit orné le premier homme; & ce d'autant moins que l'office de la sainte Escriture, n'est pas pour nous monstrez l'Astronomie, ny autre chose qui ne touche en rien nostre Salut; mais se contente de nous interpreter simplement, & d'une maniere intelligible, mesme aux plus grossiers, comment c'est que la terre nous doit apparoir à toujours, comment le soleil, la lune, & les estoiles, quels leurs mouvemens apparants, le tout sans paradoxe estrange quant à nous, qui eust peu sembler si peu que rien contrarier à nos yeux: car Dieu parle à nous qui habitons la terre, comme à ceux à qui la terre doit sembler estre fixe, & est vrayement fixe quant à nous, mais non pas quant au tout. De mesme du temps de Iosue, le soleil s'arrestoit vrayement selon le jugement de la veüe, mais ce pouvoit estre la terre qui ne tournoit pas si viste sur son axe d'occident vers orient, comme elle avoit de coutume, il suffisoit à Iosue d'avoir receu ceste faveur de Dieu; il n'avoit aussi besoyn d'entendre l'Astronomie, pour requerir l'aide de Dieu, qui entend mesmes nos soupirs: ce n'est pas Dieu, qui a fait cognoistre à nos premiers parens qu'ils estoyent nuds, mais ceste necessité, à laquelle l'homme ayant peché a esté reduit, assavoir d'apprendre par

par experience. Il y a plusieurs arguments que la terre tourne sur son axe; comme; pource qu'elle peut plustost circuire iceluy, & plus aisement avec toutes les mesmes apparences, que non pas tous les corps mondains tourner à l'entour de la terre; que si celuy qui tourne est de moindre qualité & moins noble, que celuy qui se tient coy, attendant le service d'un chacun, pourquoy voudrions-nous faire servir tous les astres & les cometes, pour faire faire une chose difficile, & servir un plus vile, lors qu'il se pourroit faire plus aisement? Et que le centre de la terre soit fixe, il y deux arguments; assavoir l'œil de ceux qui sont sur la terre, & celuy qui pourroit estre sur la lune, (car la terre luy apparoist fixe, comme nous seroit le pole, s'il estoit visible) quant aux autres arguments que l'on a fait jusques à present, que la terre soit fixe, c'est une pitié de voir qu'ils en parlent, comme les aveugles des couleurs: ils disent que la terre est pesante, & partant qu'elle tend vers le bas. Cela est bien dit pour les apprentifs; mais il y a bien autre chose: venons un peu à parler de pesanteur, les hommes n'y ont rien entendu jusques à present, je seray bref. Pesanteur naturelle en general, est l'appetit qu'un corps a de retourner en son lieu, n'y estant point.

Il y a autant de sortes de corps primitifs, qu'il y a d'astres.

On sçayt qu'un primitif a plusieurs derivatifs; & que l'homme, & les autres animaux, & aussi les metaux, les plantes, & les pierres que nous voyons, sont pris de la terre; or combien que les Astres soyent tous primitifs, neantmoins je ne voudrois contredire qu'ils ne soyent tous engendrez (non pas composez) d'une ou deux matieres premières: mais pource qu'elles ne se peuvent trouver simplement, je n'entens pas en parler icy: Notez qu'il y en a qui sont subalternes; ou moins primitifs, que j'appelle extraits par distinction.

La diversité des corps primitifs, requiert divers lieux: & de telles distances que la sympathie ou antipathie le trouve necessaire, & selon qu'ils ont plus de befoing l'un de l'autre ils seront d'autant plus pres, & au contraire.

Touchant finalement leur mouvement, grandeur, extraction, & vertu magnetique; il est certain que le moindre, & l'extrait (qui est moins primitif) & le plus ignoble, doit tourner à l'entour de son majeur, d'où il prend son origine, & d'autant plus viste, qu'il est moins noble, comme cerchant continuellement tout ce qui luy est necessaire par le moyen des apparences, aspects, proximité & esloignement, figure & harmonie: pour les vertus magnetiques, cela sert à plusieurs choses, & sont diverses en un mesme corps; car les unes servent pour tenir en bride leurs superficies (veu qu'il n'y a rien plus aisé à faire mouvoir par le moindre moteur qu'on pourroit donner, qu'une grande superficie spherique, lors que la sphere ne repose que sur son centre) comme le meslange que Dieu a mis dans l'aimant, est pris des poles arctique, ou antarctique; comme aussi le meslange que Dieu a fait, meslant de la terre en la superficie de la lune, à commencer depuis son centre comme dans des rochers, & finissant en figure de pyramide jusques à l'hémisphere de la lune qui nous apparoist tousiours, toutesfois si peu, que cela ne suffit à emporter quant & soy une portion de la matiere dont est composée la lune, pour retourner en terre, en son lieu, & aussi tant qu'il suffise à resister aux plus grands vents (car l'air est commun) & autres accidens, qui pourroyent changer les climats & l'ordre des saisons qu'il y peut avoir. Les autres vertus magnetiques sont pour faire tourner les corps, & les faire approcher & reculer selon leur mutuelle necessité; (car celle qui attire les corps en leur lieu, & que chacune partie demande d'estre au centre qui est ce lieu-là, & pressans également sont reduits en forme spherique par leurs liqueurs propres: or ceste vertu magnetique qui ramasse les corps; & cause qu'ils figurent une figure spherique, & est la pesanteur naturelle susdite, laquelle j'ay desfiny premièrement, d'autant que ceste vertu magnetique est la première & principale) je dis selon leur necessité; car par exemple, si le soleil estoit plus loing en son apogée qu'il ne faut, ou beau-

coup plus pres que son perigée, il n'y auroit pas d'eau sur la terre; sans la lune ceste eau s'en iroit amonceler tout au centre de la terre; & n'y en auroit plus en la superficie; les fontaines & rivieres seroyent taries: la raison est, que le trop grand esloignement du soleil nous petrifieroit l'eau, & toute l'humidité des nuées terrestres tomberoyent & deviendroyent pierres de cristal; & puis rien ne pourroit estre engendré sur la terre, &c. Au contraire la trop grande proximité du soleil, brusleroit la terre, & la dessecheroit; de la mer il ne nous resteroit que le sel, la douceur de l'eau se retireroit es nuées, les metaux seroyent tous liquides, puis s'esvanoiroient apres; il n'y resteroit que l'or, & toute la terre ne seroit qu'un fourneau d'Alchimie, car par la nuit, les vapeurs retomberoyent en terre, & les metaux se fixeroyent par l'espace des temps, à cause de la circulation continue.

Devant que de finir ce discours je diray qu'en la lune la terre apparoist comme son pole plus que l'hémisphere lunaire, & n'apparoist jamais à la moindre; la superficie de la terre luy apparoist plus que 9 fois plus grande, qu'icy la lune ne fait, c'est à dire le diamètre visuel 1 degré & demy plus que triple à celuy de la lune: les eclipses de soleil sont là, cum mora, & non pas les eclipses de terre: la terre luit, & a des taches, qui changent tousiours, combien que la figure de croissant, ou pleine, ne change; car c'est comme icy la lune, (autant en fait Venus, car elle croit & descroit, & on dit qu'elle vient à estre pleine, comme estant lors plus esloignée d'icy que le soleil) tous les mois, la lune decouvre les deux poles de la terre l'un apres l'autre, les jours y sont du moins 29 fois plus grands qu'icy, & aussi les nuicts de mesme; & en un jour & une nuict de là, la terre apparoist nouvelle, croissant, pleine, décroissant, & toutesfois en mesme espace de temps, qu'à nous la lune en fait de mesme, mais en ordre contraire, assavoir (au regard de ce que dessus) pleine, décroissant, nouvelle & croissant: les estoiles fixes apparoissent faire le circuit autour de la lune environ en 27 jours.

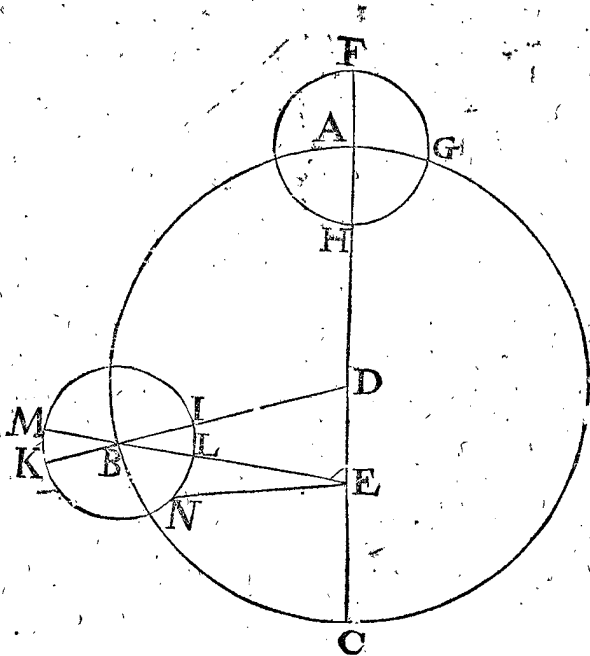
Touchant le corps de la lune mesme, en la partie meridionale, dans l'hémisphere qui se tourne vers la terre, on y remarque d'icy une extremement grande fosse & ronde, de laquelle procedent plusieurs lignes claires, quasi comme les meridians passent par les poles es cartes, on y remarque aussi aisement les fosses & les bosses; car es concavitez, l'ombre est du costé du soleil, & es convexitez des montagnes la clarté est du mesme costé que le soleil.

Les taches noires sont plus solides, & raboteuses; mais les plus luisantes, sont d'une matiere plus liquide, ou plus blanche; & plus polie, & l'air circuit tous les corps; contre l'opinion de nos Physiciens, qui n'ont jamais rien apporté d'eux-mesmes que ce qu'ils avoyent leu, ou-ouy dire, depuis Ptolemée, ou Aristote, jusques à present mesmes, n'ont pas encor seulement resout combien il y avoit d'Elemens; ils en sont tres-esloignez, & ne sçavent pas que c'est du vuide, dont on a fait tant de disputes jusques à maintenant, sans une seule resolution: cependant qu'ils ayent encor temps pour y penser, je laisseray ces choses-là pour un autre fois, puis que cela requiert plus de temps à expliquer, que je n'ay de loisir: seulement je parleray en passant des cometes, que ce sont des corps qui changent de lieu, comme estant denués de force, & gastez de vieillesse, ayant esté retenus en un lieu, & ayant du depuis changé de qualité, ils viennent à tomber en un autre, qui est propre à recevoir telle sorte de matiere, & en y tombant les plus massives vont devant, puis les moins solides (comme est l'eau, & le sable) suivent apres, ce que nous appellons la queue de la comete, &c. Ordinairement elles viennent de la voye lactée, qui sont des estoiles bien plus distantes d'icy que les estoiles fixes plus visibles, (car il faut sçavoir que les fixes ne sont en une superficie spherique; mais bien l'une est pres, l'autre est plus loing de nous, & ainsi jusques où ils peuvent parvenir) & pourroit avenir que la terre sera quelque jour une comete, c'est à dire (je n'en ose rien desfinir, car il n'appartient qu'à Dieu) abyssera & changera de place, lors que nostre Seigneur la viendra juger, & la transporter en autre lieu; mais je laisseray cecy pour un autre fois.

DEFINITION VII.

**C**ercle excentrique est celui dont le centre est autre que celui de la terre ; mais cercle concentrique, ou homocentre, est celui qui avec la terre a mesme centre.

Soit le cercle ABC, son centre D, la terre E ; iceluy



cercle ABC est excentrique, or il eust esté concentrique, si D eust esté la terre.

DEFINITION VIII.

**L**igne du centre de l'excentrique, au centre de la terre, s'appelle ligne de l'excentricité.

Telle est la ligne DE de la septiesme definition.

DEFINITION IX.

**A**pogée de l'excentrique, est un point le plus distant de la terre : Perigée, le plus pres.

Si on produit l'excentricité DE de la precedente figure, jusques à la circonférence en A & C, alors A est dit Apogée, & C perigée.

DEFINITION X.

**D**eférant est un cercle excentrique, où la planete est portée.

DEFINITION XI.

**S**i en l'excentrique on prend un point comme centre, descriptant un petit cercle, à l'entour duquel la planete se meut ; iceluy cercle mineur s'appelle Epicycle : & le grand s'appelle Deférant l'epicycle.

Soit d'un point A pris en la circonférence de l'excentrique en la figure de la septiesme definition, & comme centre soit fait un cercle mineur FGH, où l'on suppose qu'une planete se meut, iceluy s'appelle epicycle, & ABC deférant l'epicycle.

DEFINITION XII.

**A**pogée d'epicycle, est le point dans l'epicycle qui est le plus esloigné de la terre ; & Perigée, qui est le plus pres : mais moyen apogée d'epicycle, est le point d'iceluy le plus esloigné du centre de l'excentrique ; & moyen perigée qui est le plus pres.

Soit à la figure de la septiesme definition produit le diametre CA jusques en F, en la circonférence de l'epicycle : lequel point estant le plus esloigné que nul autre point de l'epicycle, de la terre E, sera ledit F appelé apogée de l'epicycle, & aussi H perigée de l'epi-

cycle : mais si l'epicycle estoit en B, M seroit encor l'apogée d'iceluy, & L le perigée ; & non pas K, I, sinon qu'à l'esgard du point D centre du cercle ; parquoy K est dit moyen apogée, & I moyen perigée : ces deux apogées se joignent & unissent quand l'epicycle est dans la production de DE, comme en A, ou en C ; & autrement sont toujours separez. Or K a son cours uniforme, estant veu de D centre, au contraire M a son cours difforme de quel point qu'il soit veu, soit de D, ou de E, tantost allant viste, tantost lentement, entre lesquels mouvemens K se meut mediocrement.

DEFINITION XIII.

**L**'Arc dans l'epicycle entre les apogées, est appelé arc d'apogées (les autres l'appellent equation du centre en l'epicycle) & l'autre entre les perigées, est appelé arc des perigées.

Comme à la figure de la septiesme definition, MK est l'arc des apogées (ou selon les autres Auteurs equation du centre de l'epicycle) & IL arc des perigées.

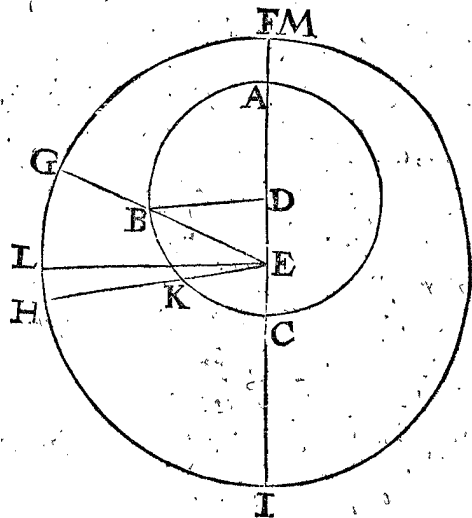
DEFINITION XIV.

**P**remier hemicercle, est celui qui selon l'ordre des degrez, est compris entre l'apogée, & perigée, contenant 180 degrez, le restant est appelé dernier ou second hemicercle.

DEFINITION XV.

**P**lanete apparente, est le lieu auquel elle semble estre, & toutesfois n'y est pas. Et l'arc de mouvement apparant, est celui qu'elle semble parcourir, combien qu'en effect cela ne soit pas.

Soit ABC le deférant de planete, D centre, E la terre, duquel l'ecliptique soit descrite FGH, dont le diametre FI, passant par les points E, D, coupe le deférant en l'apogée A, & perigée C : le lieu de la planete au deférant B, par lequel menée EB, soit produite en G : Or B est le vray & propre lieu de la planete, toutesfois de la terre E, elle semble estre entre les estoiles



fixes en G, & partant G est le lieu apparant d'icelle : si de B elle parvient en K, & menée EK, la planete estant veu de la terre, semblera parcourir l'arc GH (dissemblable à l'arc BK) alors cest arc GH, ou bien l'angle GEH, ou BEK, est le mouvement apparant.

COROLLAIRE.

Par cest exemple de planete apparante, par la supposition d'un deférant, ou cercle excentrique, se pourra aussi entendre le semblable par la supposition d'un epicycle.

Aussi



Aussi par ce qui a esté dit, on cognoistra que c'est d'un arc apparant, apogée apparant F, &c.

DEFINITION XVI.

**P**lanete moyenne est un point imaginé dans l'ecliptique, qui se meut uniformement, & tousiours en l'apogée apparant, quand la vraye planete n'ayant point d'epicycle, est en son apogée au deferant: mais ayant un epicycle, quand le centre du mesme epicycle est en l'apogée: & son mouvement s'appelle mouvement moyen, à compter tousiours depuis la section vernale.

Par exemple, quand la planete (en la figure de la 15 definition) est en l'apogée A, alors il y a au mesme temps un point imaginé estre à l'apogée apparant F, qui le meut tousiours uniformement; comme quand la vraye planete ayant fait un tour, rentre au point A, alors la planete moyenne revient aussi en l'apogée apparant, ayant pareillement fait un tour entier, & d'avantage, tant que l'apogée apparant s'est escoulé cependant: un tel point s'appelle planete moyenne, & son cours, ou mouvement, s'appelle mouvement moyen: ce qu'estant déclaré touchant le temps d'un tour entier, sera encor repeté pour expliquer la partie d'un tour ainsi. La vraye planete estant parvenue de A vers B, cependant la moyenne planete aura fait un arc semblable à AB, soit icelle FL (ayant fait EL parallele à DB) & encor autant plus, qu'importe le cours de l'apogée apparant, lequel soit de M jusqu'à F, tellement que ML est le mouvement moyen, s'accordant en temps avec le cours de la vraye planete AB, il s'appelle mouvement moyen, à cause qu'il est moyen entre les mouvemens agile & tardif.

Par cest exemple de planete moyenne & mouvement moyen, en supposant un deferant, on cognoist facilement le pareil en supposant un epicycle; car prenant le centre de l'epicycle pour planete, tout ce qui a esté dit cy-dessus luy conviendra.

DEFINITION XVII.

**A**ddition; ou prosthese, est ce en quoy la vraye planete est plus avancée en apparence dans le zodiaque, que la planete moyenne: diminution, ou apherese, est ce en quoy la vraye planete semble estre moins avancée en apparence que la moyenne. Et le nom commun de ces choses est dit: Prostapherefe.

Comme par exemple la vraye planete en la figure de la 15 definition, estant parvenue de A en B, & est en apparence en G, cependant la planete moyenne aura fait l'arc FL semblable à AB; où l'on voit que la planete apparante est moins avancée, que la moyenne planete L, de la grandeur de l'arc GL, lequel à ceste cause s'appelle diminution, ou apherese, & advient tousiours au premier hemicercle du deferant. Mais quand telle chose se fait par addition, cela advient au dernier hemicercle, & s'appelle, comme dit est, addition ou prosthese; & en general tant l'addition que la diminution s'appellent prostapherefe.

Il faut sçavoir que l'angle DBE, aussi bien que l'arc GL, s'appelle diminution de la planete: à cause qu'ils se rapportent en nombre de degrez, puis que les angles DBE & GEL sont egaux.

Jusques icy sont décrits les exemples avec des deferants, mais touchant les epicycles, les planetes y ont les prostapherefes en deux manieres, l'une de par le centre de l'epicycle, laquelle est de mesme qualité que celle qui a esté dite cy-dessus, des planetes, es deferans; l'autre de par le mouvement de la planete en l'epicycle; & la prostapherefe causée de ces deux dites prostapherefes, se dit en general prostapherefe des planetes.

Soit pour plus ample declaration, en la figure de la septiesme definition, la planete en l'epicycle au point N, où joint la diminution qu'il reçoit de par le centre de l'epicycle, acquiert d'autre part addition de l'angle BEN, lequel avec DBE (assavoir adjousté, quand ils sont de mesme nom; & soustrait l'un de l'autre, quand ils sont de differens noms, comme icy) ce qui en viendra, s'appelle la prostapherefe des planetes.

Notez aussi que le nombre des degrez de l'arc d'apogée MK, ou du perigée IL, s'accorde tousiours avec le nombre de la prostapherefe du centre de l'epicycle, comme DBE, pource que IL est un arc décrit sur le centre B.

DEFINITION XVIII.

**P**remiere prostapherefe, est celle du centre de l'epicycle. Deuxiesme prostapherefe, celle de la planete en l'epicycle: finalement egalée, celle qui est faite du meslange de la premiere & seconde.

La planete sans epicycle n'a qu'une prostapherefe, assavoir que celle qu'elle reçoit par l'excentricité du deferant, & ainsi n'a besoing de distinction de prostapherefe premiere, deuxiesme, ou egalée, de ceste definition; mais seulement appartient aux planetes qui ont epicycles, dont la premiere & la seconde estant chacune prosthese, leur somme fera prosthese egalée; & chacune estant diminution (ou apherese) leur somme sera dite apherese egalée: finalement l'une estant prosthese, l'autre apherese, alors la difference avec le nom du majeur nombre des deux, fera la specification de la prostapherefe egalée.

DEFINITION XIX.

**C**e qu'une planete en un temps donné, est plus avancée qu'une autre, ou gaigne sur une autre, est dit Gain de planete.

Ce temps est souvent entendu commencer en la conjunction de deux planetes, tellement qu'on prend l'arc apparant, qui est entré icelles, à conter selon l'ordre des signes, depuis le tardif jusques à l'agile; pour le Gain de planete en general; ce qui se peut aussi bien calculer par planetes moyennes, que vrayes.

DEFINITION XX.

**D**eux corps lumineux du monde, ayant une mesme longitude au zodiaque, sont dits estre en conjunction: mais differens d'un demicercle apparant, en opposition.

DEFINITION XXI.

**L**es conjunctions & oppositions des planetes moyennes, sont dites conjunctions moyennes, & oppositions moyennes.

DEFINITION XXII.

**E**phemerides observées des planetes, sont celles qui contiennent un journal, ou la description des lieux des planetes, jour pour jour, ainsi qu'on les a observées par instruments à te idoines, avec le temps de leurs conjunctions, oppositions, trine, quadrin, ou autres aspects, tant avec les estoiles fixes, qu'avec les autres planetes; & autres tels accidens, comme sont les eclipses, grandeur de la partie eclipsée, & quelle, vers où, quand elles commencent & finissent, & choses semblables.

DEFINITION XXIII.

**E**phemerides supputées des planetes, sont celles qui par la cognoissance de l'Astronomie sont calculées, & redigées en ordre en forme de journal, assavoir où les planetes seront au temps à venir, jour pour jour: item des eclipses de soleil, & de lune, & de tous leurs accidens.

Telles Eph. supputées sont en abondance, & mises en lumière, comme de *Iean Stoflerus*, *Erasme Renoldus*, *Leovitijs*, *Stadius*, *Maginus*, *Martin Everart*, & d'autres.

DEFINITION XXIV.

**T**emps périodique d'une planète, est la restitution d'icelle, au mesme terme de son orbite, trouvée par beaucoup d'observations exactes, par où l'on peut trouver la célérité de son mouvement au temps donné.

NOTEZ.

Le zodiaque, comme aussi l'équinoctial, & autres cercles seront divisés en 360 degrés, simplement, & non pas en douze signes à l'antique, afin d'éviter superfluité, combien que le tout revienne au mesme but, veu qu'ils sont divisés aussi en 30 degrés signe pour signe.

PREMIERE DISTINCTION  
DU PREMIER LIVRE,

Touchant la maniere de trouver le mouvement du Soleil par les Ephemerides observées.

*Devant que de traiter du mouvement du Soleil en particulier, sera parlé en general de l'invention du cours des planetes en la 1<sup>re</sup> proposition suivante.*

PROPOSITION I.

**D**éclarer comment il semble que les hommes ont premièrement commencé à avoir la cognoissance du cours des planetes; ou comment ils pourroyent commencer pour y parvenir, s'il n'y en avoit du tout.

On sçait bien qu'il est nécessaire à la description d'une science, de commencer par les premiers fondemens, si on veut faire quelque chose intelligible, & bien ordonnée; c'est pourquoy il m'a semblé bon de dire icy mon opinion, comment peuvent avoir fait, ceux qui ont jadis commencé à apprendre l'Astronomie, ou bien en quelle maniere on pourroit commencer pour parvenir à quelque chose, s'il n'y avoit eu auparavant aucune trace, ou relique d'icelle entre les monumens des devanciers. Pour donc entrer en matiere, & déclarer ceste celeste, par un exemple terrestre, je dis, que tout ainsi que voulant mettre en carte un paysage, lequel auparavant n'y eust esté redigé, il faudroit l'avoir veu, si on ne se veut contenter du rapport d'autrui, si paraventüre il y en a: de mesme aussi voulant entendre le cours des Astres, lequel auparavant n'auroit esté décrit de personne, il est nécessaire d'en estre le spectateur, ou bien recevoir l'instruction de ceux qui y ont observé quelque chose: Nos ancestres ont fait de mesme, & remarquant diligemment le lieu des lumieres celestes, ont veu qu'entre la multitude des estoiles fixes, il y en avoit d'autres mobiles, en nombre de 7 (avec le soleil & la lune) & d'un mouvement tres-irregulier quant à l'apparence, tantost viste, puis lent, & puis apres estre immobiles, voire jusques à rebrousser & reculer: recherchant donc la raison de choses si esmerveillables, ils ont remarqué les lieux d'icelles entre les estoiles fixes, aussi les eclipses de soleil & de lune avec toutes leurs circonstances, comme leurs durées, quand elles commençoient, la quantité de la partie eclipsée, & vers quel costé, sous quel point en l'ecliptique, & partant la longitude & latitude d'icelle au temps que le milieu de l'eclipse se faisoit, en quel lieu sur la terre ils faisoient telles observations. Cela n'apporte pas peu de certitu-

de en ce subject, que de remarquer les eclipses des autres planetes, & aussi des estoiles fixes, lors qu'elles sont cachées à nos yeux par l'entremise des planetes comme plus pres de nous; apres plusieurs & semblables observations on remarque qu'elles changent de longitude & latitude les unes plus, les autres moins, annotant toutes ces choses en forme d'Ephemerides, lesquelles venant entre les mains de leurs successeurs long temps apres, qui en font autant d'eux-mesmes, peuvent par ce moyen parvenir à une plus grande cognoissance que les premiers du propre mouvement, des periodes, & accidents du cours des Astres, comme ont fait *Hyparchus*, *Ptolemée*, & ceux qui leur ont succédé, & qui ont eu leurs escrits.

Mais telles ephemerides & escrits estant perdus, & depuis nuls autres n'ayant esté faits comme la chose le requiert, je prendray au défaut d'iceux, quelques Ephemerides supputées qui sont presentement en lumière, comme celles de *Stadius*, lesquelles combien qu'elles foyent calculées sur temps egal, & que les Ephemerides d'experience quotidienne se font en temps inegal & naturel, avec ce qu'elles ne s'accordent pas bien comme il faut avec la chose mesme, en partie à cause des erreurs des supputations, comme aussi que le cours des Astres n'est pas bien connu en ce temps; toutesfois elles pourroient servir d'exemples pour déclarer mon dessein, assavoir comment on peut appercevoir que les planetes sont dans des cercles excentriques, & qui plus est dans des epicycles. Aussi comment par les Ephemerides on vient à cognoistre le mouvement moyen des planetes; & les longitudes apparentes des apogées & perigées, tant des deferans que des epicycles.

Les mouvemens des planetes estant ainsi esbauchés, & les commencemens plus grossiers esclarcis, je me mettray puis apres au deuxiesme livre, & aux suivans, à poursuivre la chose, comme à l'investigation de ceste matiere, par voye Mathématique, selon l'ordre déclaré cy-dessus, en l'argument de l'Astronomie. Car de vouloir chercher du commencement les choses susdites selon la maniere d'*Hyparchus* & de *Ptolemée*, & comme ils les ont reçues, & nous aussi d'eux (auxquels nous sommes redevables, & tenus de leur en sçavoir bon gré) assavoir par operation Mathématique, fondée sur 3 observations de l'apparante longitude d'une planète, il n'est pas vray-semblable que les premiers chercheurs, aient commencé par là, mais que plusieurs choses devoient preceder, par lesquelles on apprenoit que telles observations, pourroient servir puis apres à tel certain fondement pour la cognoissance de l'Astronomie; aussi que les operations mathématiques ont esté adjoinctes aux autres pour plus grande amplification & certitude. Et ainsi les écriray-je aussi, selon que la chose aura esté entendue preallablement par les Ephemerides observées: Notez aussi, que tout ainsi que la terre semble estre fixe en apparence extérieure, & que les commencemens de l'apprentissage de l'Astronomie ont esté avec telle supposition; & qu'ainsi elle est plus intelligible & plus commode au commencement, aussi nous suivrons icy ceste supposition tant au premier qu'au second livre, mais au troisieme de l'Astronomie, avec la naturelle supposition de la terre mobile.

Selon que *Ptolemée* affirme, la cognoissance des astres chez les anciens, estoit tres-simple comme il la receut d'eux; car la lune, ainsi que le soleil, avoit un seul ec-

centrique, & les autres planetes, un excentrique avec un epicycle, mais comme *Ptolemée* ne trouvant la concordance assez exacte avec les observations, y joignit d'autres

d'autres hypotheses de son invention: Copernic a usurpé aussi tels meſlanges, avec le mouvement de la terre. Or ma delibération n'estât d'inſiſter ſur ces veſtiges meſlez, mais ſeulement d'expliquer la maniere des premieres hypotheses, afin que nous les ayons devant les yeux, ſelon la ſimplicité en laquelle Ptolemée les a receus. Quant aux anomaux feints puis apres, (obſcurs, & eſſoignez de la verité, & de la nature) il en ſera parlé particulierement puis apres, afin qu'il conſte aux apprentifs, quelles choſes ſont celles qui requierent amandement par meilleure Theorie, en la reſtauration de l'Aſtronomie. Car ce chemin m'a ſemblé eſtre le plus commode pour expliquer à Son Excellence les mouvements des planetes qui me ſont cognus, au plus brief, & le plus clairement; & que je demontre combien ſont neceſſaires les obſervateurs & les Eph. obſervées, & de quel uſage elles ſont, afin que nous puiſſions parvenir où les hommes ont jadis atteint du ſiecle ſage.

N O T E Z.

Devant que d'aller plus outre, il ſera bon d'avertir, que je n'entreprends pas de deſigner avec grande exactitude les vrais lieux des planetes pour le temps futur; mais ſeulement la maniere de leurs cours, prenant pour exemple ce qui vient mieux à propos, ſoit certain, ou non; pour ce que ceſte ſcience en general n'a pas, ſelon mon opinion, encor de fondement aſſez ferme, à cauſe des anomaux, ou mouvemens irreguliers incognus, & en requiert un plus precis, qui ne peut pas eſtre ſi toſt adapté: en partie d'autant qu'il n'y a point de gens, ny nation qui s'y exerce en commun, & en ſon propre langage, & par conſequent pas tant d'experience ny d'obſervateurs, comme la choſe le requiert, comme il a eſté plus amplement deduit à la 6<sup>e</sup> deſin. du premier livre de la Geographie: & d'autre part qu'avec cela meſme il faut auſſi du temps. Voila donc comment il ſemble, que les anciens ont commencé à recognoiſtre aucunement le cours des aſtres, & auſſi comment il faudroit faire, ſi nous n'eufſions rien herité d'eux de ce coſté-la.

PROPOSITION II.

Trouver la grandeur de l'an naturel par les Eph. obſervées.

D'autant qu'on a beſoing d'un temps déterminé & deſiny, il eſt neceſſaire de comencher par l'investigation de la grandeur de l'an naturel, par lequel on puiſſe meſurer le cours des aſtres. Et afin d'entrer en ceſte perquiſition, il ne ſeroit pas mauvais d'avoir les Eph. de *Stadius*, ou autres au deſſus d'icelles, leſquelles nous ſuppoſons eſtre ainſi obſervées, car ſans cela tout ſeroit d'autant plus obſcur: les ayant donc, je cherche en quel an, (je prens le premier qui eſt l'an 1554,) le ſoleil eſtoit au plus pres en la ſeſtion vernale ſur un midy; & trouve l'onzième Mars, car alors il eſtoit au 359 deg. 59 ①, n'y ayant que 1 ① de difference, juſques à ladite ſeſtion vernale. Puis cherchant en l'année ſuivante 1555, quand le ſoleil eſtoit derechef au meſme 359 deg. 59 ①, & trouve l'onzième Mars apres midy à 5 heures & 36 ①, car ſur le midy il eſtoit comme aux Eph. au 359 deg. 45 ①, ainſi qu'il y reſte encor le temps de parcourir 14 ①: pour à quoy parvenir je conſidere là meſme que le ſoleil faiſoit 1 deg. par jour, c'eſt 60 ①, parquoy je dis, ſi 60 ① donnent 24 heures, combien donneront les ſuſdites 14 ①? font, comme dit eſt, 5 heures 36 ①: mais depuis le 11 Mars 1554 juſques au 11 Mars 1555, il y a 365 jours, donc ſelon ce compte-la l'an ſeroit de 365 jours 5 heures & 36 ①.

Cecy eſt fait en forme d'exemple d'une ſeule circuition ſolaire, afin d'entendre plus clairement le requis: mais d'autant qu'il y a beaucoup plus de certitude par le moyen de pluſieurs circuits que par un ſeul, ou par un peu, veu qu'ayant failli en 1000 ans une ſeule heure, la faute ne ſeroit que  $\frac{1}{1000}$  d'heure en un an: là où que

faillant d'une heure en un an, la faute ſeroit 1000 fois plus grande, 1000 heures en 1000 ans, qui ſont preſque 6 ſepmaines d'erreur, ce qui eſt cauſe que nous prendrons autant d'années que les Eph. s'eſtendēt; je cherche donc en l'année 1606 quand c'eſt que le ſoleil obtient 359 deg. 59 ①, & trouve que c'eſt au 10 Mars apres midy 11 heures 47 ① 48 ②, car ſur le midy il eſtoit au 359 deg. 30 ①, de ſorte qu'il manquoit encor le temps du cours de 29 ①: pour quelle choſe trouver, je regarde aux tables, combien c'eſt que le ſoleil faiſoit par jour alors, & trouve 29 ①, je dis donc 59 ① donnent 24 heures, combien les ſuſdites 29 ①? vient comme deſſus 11 heures 47 ① 48 ②. Et puis que depuis le 11 Mars 1554 & le 10 Mars 1606 à 11 heures 47 ① 48 ② apres midy ſont faits 52 circuits; auſquels le ſoleil a mis 18992 jours 11 heures 47 ① 48 ③, (aſſavoir 52 fois 365 duquel produit faut oſter 1, à cauſe que c'eſt du 11 Mars au 10 Mars, viendra 18979; auquel adjouſté 13 jours, des 13 années biſſextes, qui y ſont comprises, & ce à leur mois de Fevrier) Cela fait, je dis 52 tours durēt 18992 jours 11 heures 47 ① 48 ③; combien durera 1 tour? fait pour la longueur d'un an, ſelon ce compte, 365 jours 5 heures 45 ① 55 ②. qui eſt donc la maniere de trouver la quantité de l'an naturel par les Ephemerides obſervées.

PROPOSITION III.

Trouver le mouvement moyen du ſoleil en un temps donné, & en deſcrire des tables.

N O T E Z. I.

Il a eſté dit en la deuxieme proposition que l'an avoit 365 jours 5 heures 45 ① 55 ②, ſur quel fondement, on pourroit conſtruire des tables du mouvement moyen du ſoleil: mais pour ce que cela me ſeroit un peu faſcheux, & que ceſte concluſion de la longueur de l'an (comme auſſi toute autre, depuis le ſiecle ſage) n'eſt pas du tout certaine, joint que ce n'eſt qu'en forme d'exemple, pour les raiſons deduites à la 1<sup>e</sup> proposition; je prendray donc, pour eviter telle peine, que la longueur de l'an ſoit comme Ptolemée l'a deſcrit, avec ſes tables; or il la deſini de 365 jours 5 heures 55 ① 12 ②, leſquelles par autres parties (ſans nommer les heures) font 365 jours 14 ① 48 ②, ou bien 365  $\frac{37}{130}$  jours.

Et tout de meſme que nous diſons du cours du ſoleil, ainſi le faudra-il entendre cy-apres, lors que nous prendrons les mouvemens moyens des autres planetes dudit Ptolemée, au lieu d'en faire des nouvelles.

Le donné. Soit le temps d'un jour. Le requis. On veut trouver le mouvement moyen du ſoleil ſur un tel temps. Conſtruction. Je dis en 365  $\frac{37}{130}$  jours le ſoleil fait 360 deg. (par la premiere note de ceſte proposition) combien fera il en 1 jour? fait pour le requis 59 ① 8. 17. 13. 12. 31.

N O T E Z. II.

Nous avons mis un exemple, auquel ſe trouve le mouvement moyen du ſoleil en un jour, par une regle de trois, ce qui ſeroit difficile de repeter à chaque fois pour tel temps qu'on deſireroit, qui fait que la commodité d'une table eſt fort requiſe, auſſi à cauſe de ſon frequent uſage, laquelle ſe fait comme ſ'enſuit.

CONSTRUCTION DES TABLES du moyen mouvement du Soleil.

LE cours ſuſdit d'un jour, ou 24 heures, eſt de 59 ① 8. 17. 13. 12. 31. Si pour les heures, la  $\frac{1}{24}$  eſt pour 1 heure. 2 ① 27. 50. 43. 3. 1. Son double pour 2 heures. 4 ① 55. 41. 26. 6. 2. Et ainſi conſequemment on trouve le mouvement pour toutes les autres heures juſques à 23, puis le cours d'un jour, puis de 2, &c. juſques à d'avantage, & pour les ans Egyptiens juſques à 810, comme en ceſte table:

TABLE



VSAGE DE CESTE TABLE.

Soit qu'on desire d'avoir le propre mouvement du soleil, qu'il fait en 879 ans Egyptiens 66 jours & 2 heures. *Operation.* Si es tables les 879 ans Egyptiens 66 jours 2 heures, avec le moyen mouvement des mesmes, estoient en une seule ligne droite, on auroit incontinent le requis; mais cela n'estant ainsi, on prendra plusieurs pieces (à chaque fois les plus grandes qu'on pourra pour avoir plustost fait) pour achever les nombres donnés. A ceste fin je prens dans les tables les 879, ou le plus approchant mineur 810, avec le moyen mouvement correspondant jusques aux ②, comme suffisantes (car les autres ne servent qu'à faire les tables, & non pas à leur usage, comme il sera plus amplement dit en la dernière partie de l'avertissement de la Construction des tables) alors la première ligne sera ainsi,

810. ans 163. deg. 4. 12.

Il y a encor manque de 69 ans, au lieu d'iceux je prendray 54 & 15 (on pourroit bien faire encor autrement) puis 60 & 6 jours, & finalement 2 heures: lesquels posez ordonnément sous les susdits 810 ans, & adjoustant les nombres correspondans, l'operation sera comme icy dessous.

|          |          |                  |
|----------|----------|------------------|
| 810 ans  | 163 deg. | 4. 12.           |
| 54 ans   | 146 deg. | 52. 17.          |
| 15 ans   | 356 deg. | 21. 11.          |
| 60 jours | 59 deg.  | 8. 17.           |
| 6 jours  | 5 deg.   | 54. 50.          |
| 2 heures | 0 deg.   | 4. 56.           |
|          |          | 931 deg. 25. 43. |

De ce 931 fait oster tous les circuits entiers, c'est à dire diviser par 360, & viendra 2 circuits; lesquels je delaisse, & reste 211 deg. qui avec les autres font 211 deg. 25. 43. & delaisant les 43 ②, viendra assez pres pour le mouvement requis 211 deg. 26 ①. Voila touchant la maniere de calculer les moyens mouvemens du soleil en un temps propose.

ADVERTISSEMENT SUR LA CONSTRUCTION DES TABLES.

Ce ne sera hors de propos de dire icy, que les tables augmentant de jour en jour, se font alors par addition, ou multiplication, & non par soustraction, ou division: Comme par exemple, estant cognu le cours de 18 ans, assavoir de 168 deg. 49. 52. 9. 9. 45. 0. & que par iceluy on vueille sçavoir le cours de 4 fois 18, qui font 72 ans, on multipliera lesdits nombres par 4. & viendra (apres avoir rejetté les cercles entiers) 315 deg. 9. 28. 36. 9. 0. 0. Ce qui se fait bien voirement par multiplication, comme il a esté dit cy-dessus: Mais si on eust cognu auparavant le cours des 72 ans, & qu'on eust requis celuy de 18 ans; divisant par 4 lesdits 315 deg. &c. il ne s'ensuivroit pas pourtant que ce qui viendroit au quotient, soit le vray nombre requis, à cause qu'en la multiplication on a rejetté des cercles, le nombre desquels n'est pas cognu, pour les pouvoir diviser; & partant tels mouvemens ne sont pas aisés à diviser, à cause desdits cercles qui sont delaissez, si ce n'est que l'on vueille prendre un peu plus de peine: il est aisé aussi à voir que tels inconveniens ne peuvent survenir en la subdivision de 365 jours, ou moins, pource qu'alors il n'y a pas de cercle rejetté.

Davantage, puis qu'es observations les ①, ②, ou ③, &c. sont de fort peu de consequence, voire mesme peu certaines, comment est-ce que nous en usons es

tables du cours du soleil, on y admet des parties plus petites que ① jusques aux ⑥; & pourquoy est-ce que l'on ne se contente d'escrire que le cours d'iceluy n'est que de 59 ① par jour? La responce est manifeste par les precedentes, car puis que les anciens ont eu desseing d'escrire une table de 810 ans, comprenans 295650 jours, & que le cours du soleil des mesmes se trouve par la somme de tant de cours journaliers, là où que si on eust seulement pose es tables les 59 ① pour un jour, delaisant les 8 ②, on eust delaisé en 810 ans, 810 fois 8 ②, qui montent bien plus que 657 degrez, ou bien pour obvier à ce defaut il eust fallu faire autant de regle de trois que de jours, mois & années desdites tables, ce qui seroit trop difficile, & prendre une peine ridicule: de mesme si on les eust construits jusques aux ④ en delaisant les ③, alors en beaucoup de temps cela eust redondé jusques aux ②, veu que 29560 fois 30 ③ seroient plus que 40 ②, puis les mesmes dans des ingrediens de grande addition, seroient vaciller les ①, parquoy les faisant jusques aux ⑤, voire pour mieux eviter les inconveniens, les anciens les ont fait jusques aux ⑥, & non pas plus outre, puis que ce seroit chose inutile.

NOTE.

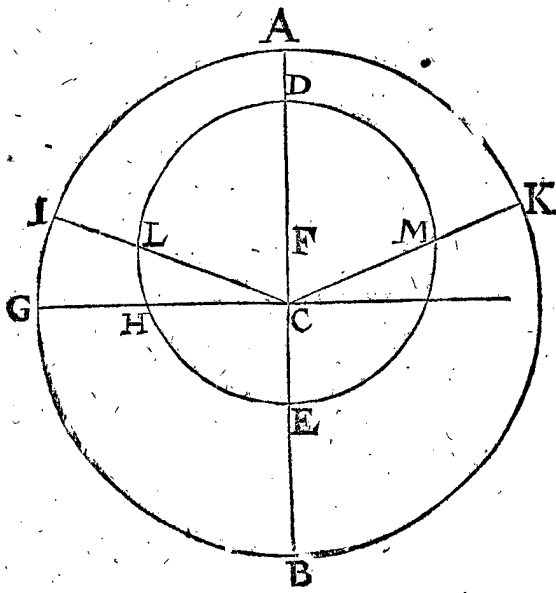
Tout ainsi que la table du mouvement du soleil est commencée icy par le cours d'un jour; de mesme aussi seront cy-apres construites les tables des autres Planetes, & de leurs cieux, par le cours d'un jour; toutesfois nous ne descrirons pas là leurs constructions, ny leurs usages, à cause de la convenance de telles explications avec la precedente: pource aussi que l'avertissement qui est icy en titre servira là semblablement.

PROPOSITION IV.

Par les Ephem. observées, trouver la longitude de l'apogée & perigée de l'excentrique du Soleil.

Si l'on fuilleté exactement les tables de *Stadius* (lesquelles pour les raisons dites en la 1 proposition sont supposées estre observées) on trouvera de l'inegalité au mouvement apparant du soleil, assavoir en un temps, environ 3 ou 4 ① par jour, plus qu'en un autre, avec ce que d'an en an, ledit cours est le plus debile & tardif à la mi-Juin, comme de 57 ①: & par exemple le 15 Juin en l'an 1555 on trouve le soleil au 92 deg. 39 ①; & sur le 16 apres, au 93 deg. 36 ①, de sorte que du 15 au 16 Juin, il ne fait que 57 ①; & de mesme es autres années precedentes & suivantes. Au contraire à la mi-Decembre, il est annuellement le plus viste alors, d'environ 1 deg. 1 ①: Ce qui fait cognoistre que le soleil se meut en un cercle, le centre duquel n'est au centre de la terre, mais autre part. Ce qui sera plus manifeste par ceste figure; Soit AB le cercle de l'ecliptique, son centre & aussi le centre de la terre C, & DEL le deferant, ou voye du soleil, & F son centre, D l'apogée, & E perigée: & soit CG perpendiculaire sur AB, coupant le deferant en H; là où on voit la raison pourquoy le soleil courant en iceluy de D en H plus qu'un quart de cercle, toutesfois en l'ecliptique semble seulement faire un quart de cercle AG; & au contraire faisant moins qu'un quadrans de H en E, semble toutesfois parfaire un autre quadrans complet en l'ecliptique GB. On voit aussi que le soleil faisant deux arcs egaux en apparence AG, GB, & neantmoins met plus de temps en l'un AG (à cause de DH) qu'en l'autre GB (à cause de HE) mais es deux demicercles apparants AGB. BKA, y met autant de temps en l'un qu'en l'autre (à causes des

des demicercles DHE, EMD) & en tout l'apparant, comme en tout le circuit qu'il fait en son deferant: & par consequent qu'estant en D apogée, il est veu estre



au milieu de son mouvement, plus tardif; & en son perigée E, au milieu de son cours, le plus viste. Or le requis de ceste proposition, est de trouver ces milieux ou auges, pour à quoy parvenir, soyent menées CI, CK, ainsi que AI, AK soyent arcs egaux; alors les arcs DL, & DM seront aussi egaux, & ainsi des arcs EL, EM; d'où s'ensuit, que lors qu'on trouve és Ephemerides observées, un lieu apparant A, duquel les arcs apparants d'un costé & d'autre AI, AK, sont parcourus du soleil en temps egaux, qu'alors ledit point apparant A fera l'apogée du soleil.

L'investigation est telle. Je choisís quelque mois de Juin (où se trouve que le soleil est le plus tardif) comme Juin de 1554, & cherche où le Soleil semble estre le plus tardif, comme environ le dixiesme, estant au 88 deg. 21; mais 3 mois devant (en la note suivante je rendray raison pourquoy je choisís plustost 3 mois qu'un autre temps) assavoir le 10 Mars il estoit au 359 degré, tellement que tel arc est 89 deg. 21: & 3 mois apres le 10 Juin (c'est le 10 Septembre) le Soleil estoit au 176 degré 39, faisant tel arc 88 degrez 37, lequel n'accordant au susdit arc 89 deg. 21, je conclus donc que l'apogée n'estoit pas sous le 88 deg. 21.

De mesme ayant fait telle recherche au 15 Juin, le Soleil estant au 92 deg. 49, je trouve que l'arc des 3 mois precedens estoit de 88 deg. 53, & que l'arc des 3 mois apres estoit de 88 deg. 46, lesquels ne s'accordant non plus, aussi que le dernier arc est le plus petit, comme en l'inquisition precedente, c'est un argument qu'il faut encor proceder plus auant dans Juin: je cherche donc encor sur le 19 Juin, le Soleil estant au 96 deg. 39, l'arc des 3 mois precedens de 88, 46, mais l'arc des 3 mois consequens, 88 deg. 51, lesquels ne s'accordant non plus; mais l'arc dernier estant devenu le majeur, cela signifie que c'est trop avancé dans Juin, & qu'il faut rebrousser chemin; parquoy j'esprouve le mesme au 16 Juin, le Soleil estant au 93 deg. 46, lequel je trouve n'estre pas aussi propre; mais devant aller plus avant, j'esprouve le 17 Juin, le Soleil estant au 94 deg. 43, & l'arc des 3 mois de precedence de 88 deg. 48; & l'arc des 3 mois de consequence de 88 degrez 50.

Tellement que jusques icy j'ay trouvé que l'apogée est entre le 93 deg. 46 & le 94 deg. 43. Mais pour

l'avoir plus precisement, je remarque qu'au 16 Juin le dernier arc estoit trop petit (de 3) & au 17 Juin trop grand, qui fait cognoître que le cerché est entre iceux, assavoir le 16 Juin & quelques heures; parquoy recherchant le 16 Juin, & encor 12 heures, & puis d'avantage, je trouve qu'és 16 heures le Soleil estoit au 94 deg. 24, & l'arc des 3 mois premiers de 88 deg. 49, mais la dernière de 88 deg. 49 20, ce qui differe peu; toutefois ceux qui le voudront plus exactement, le pourront rechercher avec les parties d'heures. Je retiens donc ce 94 deg. 24, pour le lieu de l'apogée; auquel adjoulté 180 degrez, viendra pour le lieu du perigée au zodiaque, 274 deg. 24. Notez que Copernic la décrit de son temps estre sous le 96 deg. 40; neantmoins selon ces Ephemerides, & ceste methode il vient ainsi.

Joignant la mesme il y a une autre maniere qui peut servir de preuve à la premiere, comme s'ensuit.

Il a esté dit cy-dessus, que le Soleil apparoit faire le demicercle A G B en mesme temps, que l'autre B K A; d'où s'ensuit, qu'és Ephemerides si l'on trouve deux points apparans du Soleil, distans l'un de l'autre de 180 deg. qu'ainsi le Soleil aye mis autant de temps à parcourir l'un, que l'autre, qu'alors deux tels points seront les auges du Soleil; assavoir l'un l'apogée, l'autre le perigée. Donc pour les trouver par ceste voye, & adjoulté 180 degrez à 94 deg. 24 (lieu de l'apogée susdit) vient 274, 24, comme dessus pour le perigée: cherchant és Ephemerides quand c'est que le Soleil apparant estoit audit perigée, se trouve audit an 1554 en Decembre le 16 jour 8 heures & 16: que si le Soleil met autant de temps à faire les 180 degrez, qui sont depuis le 16 Juin 16 heures, jusques au 16 Decembre 8 heures 16, que les autres 180 degrez restans; ou bien (ce qui revient à un) qu'il y mette un demy an, qui est 182 jours 14 heures 58, alors le lieu susnommé pour l'apogée seroit le vray lieu, comme estant approuvé de deux diverses operations: mais dudit jour de Juin jusques audit jour de Decembre il y a 182 jours 16 heures 16, excédant seulement en 1 heure 18, il ne sera pas loing de là. Et pour approcher plus pres par ceste voye je m'enquiers d'un autre jour, comme dessus, prenant le 18 Juin, où le Soleil estoit au 95, 45, & poursuivant tout du long, trouve 0 heure 25 trop peu, ainsi qu'en ceste maniere l'apogée est entre le 94, 24 & le 95, 41; finalement esprouvant entre iceux, comme le 17 Juin & 13 heures, où le Soleil estoit au 95, 14, & poursuivant la recherche, trouve le cours du demicercle de 0 heure 2 trop petit, lequel, comme dessus, se pourra prendre comme accordant, l'apogée se dira estre au 95, 14, là où l'autre a esté trouvé au 94, 24, lesquels different seulement de 50, qui est en tel accident de petite consequence, comme pouvant deriver de l'imperfection des Ephemerides.

#### COROLLAIRE.

Tout ainsi qu'icy les arcs de 3 mois devant & apres sont egaux, ainsi (si les Ephemerides estoient bien faites) devroyent aussi estre egaux toute sorte d'arcs, faits en temps egaux devant & apres l'apogée. Exemple, un mois de 31 jours devant & apres le 17 Juin 1554, le Soleil estoit presques egaleme distant de l'apogée, assavoir d'un costé 29, 37, & d'autre costé 29, 39; & en 2 mois de 61 jours, il estoit d'un costé 58, 31, & d'autre costé 58, 33; quant à ceste petite difference de 2, elle procedé notoirement de l'imperfection des tables; mais en autre lieu que l'apogée & perigée, ceste

Cette différence peut & doit estre trouvée grande. Exemple, le 14 Septembre, n'est pas l'apogée ny perigée, le Soleil estoit au 180 deg. 36 ① & 3 mois auparavant, il avoit fait 3 deg. 5 ① moins que 3 mois après, car au 14 Juin, avoit 3 mois auparavant, (qui font 92 jours) il estoit au 91, 51 ① : mais 92 jours après le 14 Septembre, avoit le 15 Decembre, il estoit au 273 deg. 2 ① : le premier mouvement apparant 89 deg. 21 ①, est, comme il a esté dit, de 3 deg. 5 ① moindre que le second, qui est de 92 deg. 26 ①.

NOTE.

Cy-dessus a esté promis de rendre raison pourquoy le chois d'un quart de cercle de part & d'autre à l'apogée caufait plus grande certitude qu'un arc majeur ou moindre : pour à quoy satisfaire, soit par exemple, le 12 Mars 1555, le Soleil estant au 0 deg. 45 ①, & 3 mois auparavant, avoit 90 jours (il est bien vray que pour plus grande certitude, il faudroit prendre le quart d'an accompli, toutefois la chose se pourra assez bien declarer ainsi) il avoit apparement parcouru 3 deg. 7 ① d'avantage, que non pas 3 mois par apres. Ceste grande différence donne plus d'assurance qu'une moindre, & que le 180 deg. 36 ① susmentionné soit distant de l'apogée, cela se peut remarquer par la susdite assomption de temps, par lequel le Soleil fait un quart de cercle : car si par exemple nous eussions seulement pris 2 jours devant & après, le 14 Septembre, nous eussions trouvé les arcs de tels mouvements egaux, chacun de 1 deg. 58 ①, sans cognoissance si on estoit à l'apogée, ou non. Semblablement prenant deux temps egaux de part & d'autre, le point choisi à l'investigation de l'apogée, & chacun plus qu'un quart de cercle, iceux apporteront aussi moins de certitude, veu qu'ils seront d'autant plus pres du perigée, chacun moins qu'un quart de cercle, qui est la mesme difficulté qu'avec le perigée.

Il faut aussi sçavoir, que combien que cy-dessus nous eussions parlé de l'assomption du temps, par lequel le Soleil est distât de l'apogée d'un quart de cercle ; toutefois on ne doit pas entendre par là seulement le quart d'un an, comme nous avons fait, mais aussi lors que le Soleil vient en tels lieux devant & apres l'apogée, (excepté autant que le cours de l'apogée importe) combien que ce soit 3 quarts d'an, ou 3 quarts d'an, voire quelques années & un quart d'an plus ou moins ; or ledit cours de l'apogée est de petite consequence en peu d'années, & pourtant n'y fait pas grand eschec.

Semblablement, ce qui a esté dit cy-dessus du Soleil, le mesme faudra-il entendre des autres planetes ; desquelles on traitera cy-apres ; là où en la perquisition de l'apogée viendra aussi à propos de prendre des temps devant & apres, esquels la planete est un quart de cercle distante de l'apogée. Voila touchant l'invention de l'apogée, & en quel lieu il se trouve au zodiaque, par le moyen des Ephemerides observées.

PROPOSITION V.

Par les Ephemerides observées, trouver le cours de l'apogée de l'eccentrique du Soleil.

Ayant premierement trouvé le lieu de l'apogée du Soleil, comme en la 4 proposition precedente, avoit en l'an 1554 au 94 deg. 24 ①, j'en fais de mesme en une autre année, comme en l'an 1594, le trouvant 97 deg. 53, (où le Soleil se trouve le 20 Juin, alors 3 mois devant estoit au 9 deg. & 3 mois apres au 186 deg. 46 ①, lesquels deux arcs font chacun 88 deg. 53 ①) ainsi que de l'an 1554 jusques à 1594 ; il y a 40 ans, ausquels

l'apogée (selon ces tables) s'est meu de 3 deg. 29 ①, car autant y a-il du 94, 24 ① jusque au 97, 53 ①. Et par tel compte se pourra trouver le cours de l'apogée en tout temps donné : comme par exemple le voulant avoir sur un an, on dira 40 ans donnent 3 deg. 29 ①, combien 1 an ? vient 5 ① 13 ②.

On voit bien que *Stadius* a failli en la supputation de ses Ephemerides, toutefois l'exemple servira à entendre la maniere comment on fera avec des meilleurs observations : & pour trouver le requis plus precifement, on eust peu prendre la premiere observation plus ancienne de plus loing, afin d'avoir une grande espace de temps entre les deux observations, comme celle que *Ptolemée* escrit au 4 chapitre de son 3 livre, 463 ans apres la mort de *Alexandre le Grand*, où il dit avoir trouvé l'apogée de l'eccentrique du Soleil au 65 deg. 30 ① (& combien que suivant son hypothese je trouve 65 deg. 36 ①, toutefois soit iceluy pris par exemple, comme il dit) & pour l'autre experience soit pris le susdit 97 deg. 53 ① du 20 Juin 1594, qui estoit 1918 ans apres *Alexandre*, alors l'apogée aura parcouru en 1455 ans 32 deg. 23 ①, autant y a-il du 65 deg. 30 ① jusques au 97 deg. 53 ① : Et quand on voudra trouver le cours d'un temps donné, je prens d'un an, on dira 1455 ans donnent 32 deg. 23 ①, combien 1 an ? viendra 1 ① 20 ② : lequel je prendray au lieu du susdit 5 ① 13 ②, lors qu'il en sera besoing.

Conclusion. Nous avons donc trouvé par les Ephemerides observées le cours de l'apogée du Soleil, selon le requis.

PROPOSITION VI.

Par les Ephemerides observées trouver le mouvement du Soleil en son Deferant.

Le cours de l'apogée est trouvé estre en un an par la 5 proposition de 1 ① 20 ②.

Le mesme osté du moyen mouvement du Soleil, & aussi d'un an, avoit an Egyptien, qui est par la 3 proposition 359 deg. 45 ①. Restera pour le mouvement du Soleil en un an Egyptien, selon le requis, 359 deg. 43 ① 40 ②.

Et par cest exemple est manifeste, comment on fera pour trouver le cours du Soleil selon tel temps qu'on voudra.

Demonstration. D'autant que le Soleil circuit l'ecliptique en un an selon l'apparence, & que cependant son deferant fait 1 ① 20 ②, il faut donc que le Soleil aye d'autant moins fait de chemin en son deferant : ce qu'il falloit demonstret.

PROPOSITION VII.

Par les Ephemerides observées trouver la declinaison du Deferant du Soleil de l'equateur.

Les declinaisons journalieres du Soleil ne sont pas descrites en ces Ephemerides, mais bien en d'aucunes selon la regle commune d'une table à ceste fin ; que si elles y estoient, comme es vraies Ephemerides observées (ce qu'on peut ainsi poser par maniere d'estude) on trouveroit la plus grande declinaison eschoir deux fois par an, l'une environ le 12 Juin vers septentrion, l'autre environ le 12 Decembre vers midy, & ce en ces Ephemerides, suivant la position de *Copernic*, qui est de 23 deg. 28 ① : aussi trouveroit-on que ce seroit toujours de 90 degrez de la section vernale : dequoy on conclud que la declinaison du plan de l'ecliptique, est de 23 degrez 28 ① ; ce qui est aisé à demonstret par le moyen des triangles spheriques.

PROPOSITION VIII.

Par le moyen des Ephemerides observées, construire des Ephemerides du mouvement du Soleil pour le temps à venir.

Quand on prend garde es Eph. de *Stadius* ( que nous supposons estre observées ) aux progressions semblables des lieux apparants du Soleil, afin que par les lieux du passé, on puisse descrire ceux du futur, on remarque que de 4 en 4 ans, le Soleil es jours semblables, revient quasi tousiours es mesmes lieux : comme par exemple, en l'an 1554 le 1 Janvier le Soleil estoit au 290.36 ①. Et 4 ans apres, assavoir le 1 Janvier 1558, au 290.37 ①. Et en l'an 1562, 1566, 1570, 1574, 1578, le 1 Janvier, a esté trouvé es 290.37 ①, 290.36 ①, 290.37 ①, 290.37 ①, 290.38 ①, & ainsi des autres.

De là on peut conclurre, que si les Ephemerides n'estoyent observées, que jusques au 1 Janvier 1578, & que de là en avant on vueille poursuivre pour le temps avenir, on pourroit faire les 4 ans suivans, en mesme progression que les 4 années precedentes, disant que le 2 Janvier 1578 sera comme le 2 Janvier 1574, & ainsi conséquemment, l'on trouvera le cours du Soleil pour le temps futur.

NOTEZ I.

Si la longueur de l'an naturel estoit precisement de 365 jours & 6 heures, comme l'an Iulien, il n'y auroit point de changement de 4 en 4 ans : mais iceluy estant trouvé en ces Ephemerides de 365 jours 5 heures & 55 ②, alors il y aura difference en chaque an de 14 ① 5 ② d'une heure, auquel temps le Soleil fait environ 35 ②, qui est en 4 ans 2 ① 20 ②, & autant faudroit-il adjouster au dessus des autres, tous les 4 ans, à chacun jour. Mais la longueur d'un an prise selon *Ptolemée*, de 365 jours 14 ① 48 ②, lesquels defaillent de 365  $\frac{1}{4}$  d'environ 12 ②, qui montent en 4 ans 48 ②, & autant faudroit-il adjouster sur chacun jour des 4 années precedentes, selon le compte de *Ptolemée*.

NOTEZ II.

Notez aussi que d'icy on recognoist la raison du changement des temps, assavoir pourquoy le 1 Mars, qui escheoit presentement au Printemps, viendroit avec le temps dans l'Esté, puis en l'Automne, & ainsi tousiours, si ce n'est qu'on revienne à retrancher les jours, comme on a fait l'an 1582, des 10 jours retranchez en plusieurs lieux ; car suivant la supputation de la grandeur de l'an de *Ptolemée* en 300 ans un jour s'escoule, ce qui doit estre d'avantage selon le compte d'autres Auteurs.

NOTEZ III.

Si quelqu'un revist les Ephemerides de *Stadius*, comme dessus, il y trouvera des fautes, à cesté fin soyent descrits les lieux du Soleil de 4 ans en 4 ans sur le 1 Janvier, comme s'ensuit :

|       |          |       |
|-------|----------|-------|
| 1554. | 290 deg. | 36 ①. |
| 1558. | 290      | 37    |
| 1562. | 290      | 37    |
| 1566. | 290      | 36    |
| 1570. | 290      | 37    |
| 1574. | 290      | 37    |
| 1578. | 290      | 38    |
| 1582. | 290      | 39    |
| 1586. | 290      | 39    |
| 1590. | 290      | 40    |
| 1594. | 290      | 40    |
| 1598. | 291      | 31    |
| 1602. | 291      | 32    |
| 1606. | 291      | 7     |

Là où on peut remarquer un progrès assez bien jusques à l'an 1594 ( toutefois non pas d'augmentation suffisante ) mais de là en avant les differences sont exorbitantes ; neantmoins n'estant la faute de la regle generale susmentionnée, ains seulement d'erreur en la supputation, ou en l'impression.

Conclusion. Nous avons donc par le moyen des Ephemerides, &c.

Jusques icy a esté déclaré mon dessein touchant les commencemens de la cognoissance du cours du Soleil, tirés de la visite des Ephemerides observées, sur lesquelles, comme fondemens, on pourroit poursuivre plus avant par voye Mathematique, mais avant ceste poursuite, je produiray semblable acheminement à la cognoissance des autres planetes, puis après en ce deuxiesme livre sera traité ce qui a esté dit, assavoir des planetes en general par voye Mathematique, suivant le project deduit en l'Argument precedent de l'Astronomie.

DEUXIESME DISTINCTION

DV PREMIER LIVRE,

Touchant l'invention du cours de la Lune par le moyen des Ephemerides supputées.

DEFINITION I.

Quand deux luminaires sont en conjonction, tellem ent que l'un offusque l'autre à nostre veue ; le caché est dit estre eclipsé.

Ceste definition est commune tant aux planetes, qu'es estoiles fixes, la suivante est seulement pour la lune.

DEFINITION II.

Quand la lune est opposée au Soleil, tellement que la terre l'empesche de recevoir la clarté du Soleil, elle est dite estre eclipsée.

DEFINITION III.

Noeuds, sont les communes sections des plans de l'eccentrique lunaire, & de l'ecliptique.

Les plans ausquels les planetes font leurs conversions (excepté celuy du Soleil) declinent de celuy de l'ecliptique, d'où procede qu'ils se coupent estant suffisamment produits, en deux poincts dans l'ecliptique : Tels poincts causez de l'eccentrique lunaire & de l'ecliptique sont appelez noeuds, & sont fameux de ce que les eclipses de Soleil & de Lune se font en iceux, ou à l'environ.

DEFINITION IV.

Le noeud auquel la Lune estant, vient vers la partie septentrionale de l'ecliptique est appellé teste du Dragon, ou noeud ascendant : l'autre noeud est la queue du Dragon, ou noeud descendant.

DEFINITION V.

Lunaison, est l'intervalle de temps entre deux nouvelles lunes prochaines, ( cest à dire entre deux conjonctions du Soleil & de la Lune, prises immediatement ) mais des conjonctions moyennes, on dira lunaison moyenne.

LES PROPOSITIONS.

PROPOSITION IX.

Declarer comment par l'aide des Ephemerides supputées, on peut recognoistre la propriété du cours de la Lune tout de nouveau.

Quand on visite les Ephemerides supputées, touchant l'investi-



L'investigation du cours de la Lune, on trouve 5 diversitez remarquables.

1. Le cours de la Lune en son orbe, (c'est en sa voye.)
2. Le cours de l'apogée.
3. Le moyen mouvement de la Lune en l'apparante longitude de l'ecliptique.
4. La lunaison, & le gain lunaire.
5. La latitude de la Lune, le cours des nœuds, & la latitude ou deviation du deferant de la Lune & de l'ecliptique.

Desquelles diversitez je deduiray les cinq membres suivants.

1 *Membre, du cours de la Lune en son orbe.*

Je considere es Ephemerides de *Stadius* (lesquelles nous avons usurpé, comme si elles avoyent esté ainsi trouvées par observation, selon ce qui a esté dit cy-devant en la 1 proposition) & trouve en quelque lieu, comme en Janvier 1569, en la colomne de la Lune, qu'elle va le plus viste au septiesme jour (ce qui est remarqué par ce mot *perigée* escrit en Grec & abbregeé ainsi  $\omega\epsilon\epsilon\gamma$ , mais  $\alpha\pi\omega\gamma$  signifie *apogée*) assavoir du 6 au 7 de 14.33 ①, de là commence de plus en plus à allentir & estre plus tardive, jusques au 22, faisant du 21 au 22 seulement 11 deg. 47 ①: puis environ 14 jours apres allant plus viste, & 14 encor apres plus lentement, continuant ainsi alternativement, donne à entendre qu'elle se meut en un eccentricque, où elle fait le circuit en 27 ou 28 jours, duquel nombre pour en estre plus certain, & remarquant aussi que l'une celerité est plus viste que l'autre; par exemple, celle du 1 jusques au 2 Avril au mesme an 1569, est de 15 degrez; mais du 19 jusq'au 20 Juillet suivant, est seulement de 14 deg. 38 ①: & confrontant leurs qualitez, on voit que celle de 15 deg. se fait en l'opposition du Soleil, & l'autre de 14, 38 ① environ le quartier. Voyant en apres que cela tient regle es autres pleines Lunes & quartiers: desquels je donneray quelques exemples lors que telles choses arrivent le plus pres du midy, pour avoir moins de fractions de jours, comme s'ensuit:

1. En premier lieu en l'an 1569, le 1 Avril 0 heure 3 ① y avoit une celerité majeure en temps d'opposition.
2. De mesme encor une en l'an 1572, le 23 Aoust à 0 heure 22 ①.
3. Finalement, aussi en l'an 1581, le 14 Aoust à 0 heure & 30 ①.

En toutes ces annotations se trouve que la susdite regle tient lieu, assavoir que la celerité est alors plus viste que non pas es quartiers de Lune, (c'est à dire es quarts aspects) d'où je conclus, que la celerité est plus viste en opposition, que non pas es quartiers.

Ce qu'estant ainsi, & selon le dessein, voulant trouver le temps que la Lune met à circuire son orbe, en quoy je mets en œuvre les susdites circonvolutions entieres, faites en opposition, pour ainsi trouver plus certainement le moyen mouvement d'un circuit; disant, depuis la premiere opposition jusqu'à la seconde; y a 1240 jours, esquels la lune (comme on remarque es Ephemerides) vient 45 fois en la celerité, ou au perigée: parquoy 45 tels circuits se font en 1240 jours, combien durera un circuit? il fait 27 jours 33 ① 20 ②: derechef,

De la susdite seconde opposition jusqu'à la troisieme, y a 3278 jours, esquels la Lune se trouve avoir esté 119 fois au perigée, parquoy je dis, 119 tels circuits se font en 3278 jours, en combien de jours se fera 1 cir-

cuit? vient assez pres, comme devant, 27 jours 32 ① 46 ②.

Par ainsi l'on peut voir, que le temps d'une circonvolution entiere se fait en temps d'opposition. Et touchant l'irregularité & anomalité qui on y remarque, il en fera dit quelque chose au troisieme livre, & s'appelle seconde anomalité.

Et d'autant qu'avec plus de circonvolutions, on trouve plus de certitude, je dis, depuis la premiere opposition jusques à la troisieme, y a 4518 jours, esquels se trouve que la Lune a esté 164 fois au perigée: parquoy 164 tels circuits se font en 4518 jours, en combien se fera 1 circuit? vient 27 jours 32 ① 56 ②.

Et le mesme recherché en plus de temps, apporteroit d'avantage de certitude. Que si on vouloit cognoistre le cours d'un jour, on pourroit dire 4518 jours donnent 164 circuits faisans 59040 degrez, combien 1 jour? Et avec ce qu'il vient 13 deg. 4 ①, accordant assez pres avec la position de *Ptolemée* de 13 deg. 3 ① 53, 56. desquels se pourroit construire une table du moyen mouvement de la Lune en son orbe, ce qui serviroit à quelque suffisance pour des principes, comme aussi elle sera descrite en la 11 proposition.

2 *Membre, du cours de l'apogée du deferant de la Lune.*

Ayant donc entendu comment se trouve le mouvement de la Lune en son orbe, & poursuivant la recherche plus avant par les Ephemerides, on y trouve encor d'autre Theorie. En premier lieu que son apogée tient un cours remarquable: Exemple, en l'an 1572 on trouve la celerité estre au 23 Aoust, estant la Lune, & par consequent le perigée, au 339 deg. 35 ①. Mais la celerité qui suit quasi un an apres, sur le 15 Aoust 1573, est au 3 deg. 15 ①, auquel temps, selon l'indice, l'apogée seroit avancé de 23 deg. 40 ①: puis un an apres au 9 d'Aoust 1574, est au 53 deg. 30 ①, ayant avancé en telle année 50 deg. 15 ①: tellement que l'on voit l'apogée s'avancer tous les ans de plus en plus; car au 15 Aoust 1581, il est parvenu au 345 deg. 35 ①, faisant un peu plus qu'un circuit en 9 ans ou environ. Et ainsi de 9 ans en 9 ans: & pour sçavoir le cours d'un jour je prens à ceste fin plusieurs circuits (pour les raisons deduites en la 2 proposition) autant qu'il y en a en nos Ephemerides, assavoir 5: par exemple, en l'an 1554 le 5 Janvier estoit la celerité au 316 deg. mais en l'an 1598 le 23 Novembre est quasi au mesme point de l'ecliptique au 315 deg. 5 ①: qui est un intervalle de 45 ans moins 43 jours, qui sont 16393 jours, trouvant que le perigée a fait à peu pres 5 tours entiers, qui sont 1800 degrez: donc en 16393 jours le perigée fait 1800 degrez, combien en 1-jour? vient 6 ① 35 ②; assez bien accordant avec la supposition de *Ptolemée* 6 ① 41 ②, lequel on a, tirant le cours de la Lune en son epicycle 13 deg. 3. 53. 56, de son cours en longitude 13 deg. 10. 34. 59; car *Ptolemée* use d'un epicycle en ses hypotheses: & faisant ainsi en d'autres lieux, on trouvera assez pres le mesme; comme en l'an 1560 le 18 Janvier, se trouve la celerité au 197 deg. 49 ①, mais en l'an 1604 le 5 Decembre, elle se trouve quasi au mesme lieu dans le zodiaque, assavoir au 191 deg. 53 ①: en cet intervalle de temps aussi bien 16393 jours que devant, le perigée a fait presque 5 tours entiers, dequoy le cours en un jour sera trouvé quasi de mesme qu'en la premiere fois 6 ① 34 ②: Ce qu'estant ainsi, on en pourroit faire des tables (comme il a esté fait pour le cours du Soleil) pour le cours de l'apogée de la Lune, comme aussi elle se verra en l'onzieme proposition.

## N O T E Z.

On pourroit objecter, comment il se peut faire que le cours du perigée estant uniforme, que neantmoins en un an, selon les Ephemerides, il est trouvé plus grand qu'en l'autre, voire qu'un circuit comparé à un autre, il semble que le perigée recule: comme en l'an 1572 le 18 Octobre, la celerité estoit au 357 deg. 32 ①, & la première celerité suivante le 14 Novembre, au 353 deg. 9 ①, esquels 27 jours le perigée semble reculer de 3 deg. 23 ①, où proprement il avoit avancé de 3 degrez. La raison de cecy est, que l'heure & les parties, quand la Lune vient en son perigée, n'est pas annotée icy; car on prend que cela arrive précisément sur le midy, ce qui peut aucunesfois differer d'un jour, sur lequel la Lune parcourant 12 ou 13 degrez, & ce lieu estant pris pour le perigée, la raison de la difference est alors notoire. Voire il advient qu'en l'assomption du temps du lieu de l'apogée, on est en doute d'un jour entier, comme quand les mouvements faits au precedent & consequent sont egaux: & par telle assomption en un lieu un jour trop, & en un autre lieu un jour trop peu, peut arriver une faute, d'autant que la Lune court en deux jours.

Mais pour prevenir un tel inconvenient, & pourvoir avec plus de certitude à l'heure que la Lune vient au perigée, on pourra faire ainsi: on verra premierement si la Lune sur 7 jours (où on atteint environ la majeure prostapherese du cours de la Lune) devant le midy pourpensé, & 7 jours apres, parcourt deux arcs egaux apparens; car iceux estant egaux, tel midy sera le requis. Et estant differents, on cherchera par adjonction ou distraction de quelques heures, où c'est que telle egalité d'arcs peut avenir, comme a esté fait avec le cours du Soleil à la 4 proposition. Exemple, je trouve que 7 jours devant & apres la celerité du 17 Janvier 1560, tels deux arcs different, assavoir le premier de 98, 44 ①, l'autre de 96, 40 ①: parquoy cherchant le mesme sur ledit 17 Janvier moins quelques heures, trouve egalité assez pres sur le 16 Janvier & 12 heures, estant la Lune au perigée sur le 174 deg. 55 ①.

### 3 Membre du moyen mouvement de la Lune en longitude apparante.

Quand l'on prend garde aux Ephemerides, on remarque encor par dessus les susdits cours, l'un de la Lune en son orbe, l'autre de l'apogée, encor une troisieme, diversité en longitude apparante, dont la perquisition est telle. Prenant un an comme il avient 1569, trouve la lune le 7 Janvier au 173. 15 ①; & le 14 jour suivant est au 271. 51 ①, tellement qu'elle a couru sur ces 7 jours au zodiaque en apparence 98 deg. 36 ①: mais au 21 Janvier suivant elle estoit au 358 deg. 28 ①, de sorte qu'es 7 jours derniers elle a couru au zodiaque 86 deg. 37 ① en apparence, ce qui est 11 deg. 59 ① d'avantage es 7 premiers jours, qu'aux derniers. Recherchant la cause de ceste inégalité, je remarque qu'elle vient tant de l'eccentricité de l'orbe de la Lune que de la deuxième anomalité: tellement que pour parvenir à la cognoissance d'un moyen mouvement, & prevenir ces deux inconveniens, je trouve estre nécessaire que les lieux observez soient faits en temps de conjonction ou d'opposition du Soleil & de la Lune, sous un mesme point en l'ecliptique, alors que la Lune est à chacune fois sur un mesme point de son orbe; car par ce moyen y aura des circonvolutions solaires, avec quoy le temps est supputé, & des circonvolutions lunaires, avec celles de son

apogée, le tout entierement accompli, sans estre empêché d'eccentricitez, ny de seconde anomalité, lesquelles selon l'hypothese n'eschoyent pas en conjonction, ny en opposition.

A ceste fin, j'ay feuilleté les Ephemerides, & extraist toutes les celeritez, ou cours du perigée qui eschoyent en opposition, comme s'ensuit:

| <i>L'An.</i> |              | <i>Lieux du perigée.</i> |
|--------------|--------------|--------------------------|
| 1560         | le 10 Avril. | 209 deg. 30 ①.           |
| 1569         | 1 Avril.     | 201 0.                   |
| 1570         | 17 Juillet.  | 303 46.                  |
| 1572         | 23 Aoust.    | 339 35.                  |
| 1575         | 17 Decembre. | 94 37.                   |
| 1578         | 23 Mars.     | 192 2.                   |
| 1580         | 26 Juillet.  | 312 58.                  |
| 1581         | 14 Aoust.    | 330 35.                  |
| 1588         | 28 Juin.     | 286 20.                  |
| 1589         | 17 Juillet.  | 304 3.                   |
| 1590         | 5 Aoust.     | 321 42.                  |
| 1597         | 19 Juin.     | 277 29.                  |
| 1598         | 8 Juillet.   | 295 7.                   |
| 1603         | 3 May.       | 218 31.                  |
| 1606         | 10 Juin.     | 268 35.                  |

J'ay trouvé plusieurs lieux du perigée icy, qui arrivent environ à 9 degrez pres, d'une mesme longitude, assavoir ceux qui sont distants de 9 ans moins 9 jours l'un de l'autre, & au mesme temps j'ay aussi trouvé que la Lune avoit fait 120 circonvolutions ecliptiques apparens moins 9 degrez, ce sont 119 revolutions, & encor environ 351 degrez: tels lieux sont comme s'ensuit.

1. Du 10 Avril 1560 jusqu'au 1 Avril 1569, sont 9 ans moins 9 jours, entre lesquels on trouve le cours estre de 119 revolutions 351 deg. 30 ①.
2. Du 1 Avril 1569 jusqu'au 23 Mars 1578, sont 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours estre de 119 revolutions 351 deg. 2 ①.
3. Du 23 Aoust 1572 jusqu'au 14 Aoust 1581, sont 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours estre de 119 revolutions 351 degrez.
4. Du 26 Juillet 1580 jusqu'au 17 Juillet 1589, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours estre de 119 revolutions 351 deg. 5 ①.
5. Du 14 Aoust 1581 jusqu'au 5 Aoust 1590, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours avoir esté de 119 revolutions 351 deg. 7 ①.
6. Du 28 Juin 1588 jusques au 19 Juin 1597, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels le cours se trouve estre de 119 revolutions 351 deg. 9 ①.
7. Du 17 Juillet 1589 jusqu'au 8 Juillet 1598, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels le cours est de 119 revolutions 351 deg. 4 ①.
8. Du 19 Juin 1597 jusques au 10 Juin 1606, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels le cours est de 119 revolutions 351 deg. 6 ①.

Maintenant pour trouver le susdit moyen mouvement de la Lune en longitude apparante, je dis en 3278 jours (autant font les 9 ans moins 9 jours) la Lune fait 119 revolutions 351 deg. combien en 1 jour? viendra 13 deg. 9 ① assez pres des 13 deg. 10 ① 35 ② de Ptolemée.

Mais si les Ephemerides estoient d'autant d'années, tellement qu'on puisse trouver en plus de terme de 3278 semblable convenance, il appert que l'on trouveroit plus grande certitude en ces choses, pour les raisons pareilles declarées à la 2 proposition.

Notez

Notez aussi que ce cours se peut trouver en adjoustant le cours de la Lune en son orbe, avec le cours de l'apogée car ces deux ensemble doivent faire necessairement le cours de la Lune en longitude apparante. Exemple, le cours de la Lune en son orbe est en un jour (par le 1<sup>er</sup> membre) de 13 deg. 4 ① : auquel adjouste le cours de l'apogée faisant en un jour (par le 2<sup>e</sup> membre) 6 ① 35 ②, vient en tout 13 deg. 10 ① 35 ②, bien peu differant des mentionnez 13 deg. 9 ①.

Il appert puis que le cours apparant de la Lune en longitude est de 13 deg. 10 ①, comment on en pourroit faire une table, ainsi qu'il a esté fait du Soleil, or icelle se verra en la proposition 11. Et aussi comment on parvient à la cognoissance de tel moyen mouvement par le moyen des Ephemerides observées.

4 Membre des lunaïsons, & gain de Lune.

Quand la Lune vient en opposition apres une autre opposition, cela ne se fait pas en une mesme longitude; mais d'autant plus que le Soleil s'est meu cependant, & d'avantage, avec autant de prostapherefe, que l'eccentricité de l'orbe de la Lune en cause, qui fait que les lunaïsons, en sont aussi inegales. Exemple, la lunaïson depuis l'opposition du 18 Janvier 1554 à 6 heures 47 ① jusques à la suivante opposition du 17 Fevrier à 1 heure 6 ①, dure 2 heures 20 ① d'avantage que non pas la lunaïson depuis la dernière opposition jusqu'à l'opposition suivante du 18 Mars 17 heures 5 ①: d'où s'en suit que telles conversions, ou pluralité de telles rencontres, quelles elles puissent estre, ne respondront pas à la pluralité d'aucunes des trois precedentes. Tellement que la question est de la grandeur d'une moyenne lunaïson: il faut avoir deux oppositions qui comprennent & enferment les revolutions completes du Soleil & de la Lune; car alors les eccentricités n'apportent nul empeschement. A ceste fin on verra es precedentes celeritez qui adviennent en opposition, descrites au troisieme membre, assavoir s'il y en a deux qui soyent au mesme lieu du zodiaque; & trouve l'une des telles au plus pres en l'an 1570 le 17 Juillet, estant la Lune au 303 deg. 46 ①; l'autre en l'an 1589 le 17 Juillet, au 304 deg. 30 ①, dont l'intervalle est 19 ans, auquel se font faites 235 oppositions: je dis donc 235 oppositions ou lunaïsons, durent 19 ans, c'est 6940 jours, combien une lunaïson? vient 29 jours 32 ①.

Mais pour trouver gain de Lune sur un jour, je dis 6940 jours donnent 235 cercles faisant 84600 deg. combien 1 jour? vient 12 degr. 11 ① 25 ② gueres differant des positions de Ptolemée & Copernic 12 degr. 11 ① 27 ②.

Notez aussi que ce cours peut estre trouvé par le moyen mouvement du Soleil, soustrait du moyen mouvement de longitude apparant de la Lune. Exemple, le moyen mouvement du Soleil est (par la troisieme proposition) 59 ①, lequel osté du moyen mouvement de longitude apparant de la Lune sur 1 jour (par le troisieme membre) 13 degrez 10 ①, restera pour gain de Lune sur un jour 12 deg. 11 ①, peu differant du precedent 12 deg. 12 ①.

Ayant donc le gain de Lune sur un jour, de 12 deg. 11 ①, il appert qu'on en pourroit aussi faire une table, comme aussi elle se verra en l'onzieme proposition.

5 Membre du mouvement de latitude de la Lune, cours des nœuds, & discrepancy des plans de l'orbe de la Lune & de l'ecliptique, qui est la plus grande latitude de la Lune.

D'avantage on trouve encor à declarer la qualité du mouvement de latitude de la Lune, car elle arrive plus souvent en son extreme latitude, qu'en son apogée, & qu'en mesme longitude. Toutesfois nous ne pourrions pas si bien faire la recherche de la qualité avec ces Ephemerides, comme il semble qu'on a fait au siecle sage par des Ephemerides observées. Car veu qu'en contant la pluralité des extremes latitudes de Lune, qui se sont observées par longues années, il semble que la mesme latitude ait esté descrite joignant le cours de longitude de la Lune, comme il est aussi fait en ces Ephemerides, touchant celle des cinq autres planetes, mais non pas de la Lune, sinon que par le moyen d'une regle peculiere à ceste fin, pour trouver la latitude d'icelle en temps donné par quelque calcul. Quoy que c'en soit, si elle y estoit, (comme il se peut supposer par maniere d'apprendre qu'elle y soit descrite) il est notoire que ce mouvement seroit reconnu: & par consequent le mouvement des nœuds, car ayant trouvé qu'en diverses fois la Lune sans aucune latitude se trouve dans l'ecliptique (c'est es nœuds) on remarqueroit que cela arrive en divers lieux de l'ecliptique, contre l'ordre des degrez: ce qui nous assueroit que les nœuds tournent leur mouvement de ce costé-là. Mais cela n'estant en ces Ephemerides, je prendray par exemple, qu'en 1089 jours se sont trouvées 40 latitudes extremes septentrionales, & qu'en ce temps le nœud ayt reculé de 57 deg. 38 ①.

Alors pour trouver le cours de latitude en un jour, je dis en 1089 jours la Lune a fait 40 circuits de latitude, qui font 14400 degrez, combien en un jour? vient 13 deg. 13 ① 23 ②, bien peu differant des positions de Copernic & Ptolemée, 13 deg. 13 ① 46 ②: de mesme pour trouver le cours des nœuds sur un jour, je dis en 1089 jours, l'un des deux nœuds fait 57 deg. 38 ①; combien fera-il en un jour? vient 3 ① 10 ②, differant de bien peu de la position de Ptolemée, 3 ① 11 ②, qu'on a là, en ostant le cours de la Lune en longitude, de son cours en latitude; car le reste est le requis: & suivant cela, ostant dudit cours de latitude d'un jour 13 deg. 13 ① 46 ②, le cours de longitude de la Lune en un jour (par le troisieme membre) 13 deg. 10 ① 35 ②, il restera quasi comme devant 3 ① 11 ②: donc le cours de latitude en un jour estant de 13 deg. 13 ① 46 ②, & des nœuds en un jour de 3 ① 10 ②, il est notoire qu'on en pourra faire une table, comme il a esté fait du cours du Soleil, lesquelles seront descrites en l'onzieme proposition.

Touchant l'inclinaison des plans de l'orbe de la Lune & de l'ecliptique, on la pourroit trouver si les Ephemerides observées y eussent contribué, & eust peu estre de 5 degrez; assavoir que la plus grande latitude de la Lune seroit de 5 deg. laquelle est telle lors que la Lune est 90 degrez distante des nœuds.

Conclusion. Nous avons donc déclaré, comment par les Ephemerides, &c.

PROPOSITION X.

Comment on peut trouver le periode de la Lune par les Ephemerides observées.

Quelqu'un voyant que c'est que periode signifie en 12 23 definition, pourroit penser qu'il est suffisamment

descrié en la précédente 8 proposition. Toutefois remarquant qu'il est là mis par exemple, selon la subscription de ladite 8 proposition, & que du depuis on a trouvé une methode plus certaine à cela, nous mettrons icy plus proprement la description d'icelle, comme s'en suit.

Ayant remarqué grossierement les susdits mouvements divers de la Lune, en partie par opposition du Soleil & de la Lune, & qu'avec cela les Ephemerides observées s'augmentent avec le temps de plus en plus, par le surcroist de beaucoup d'années, tellement que par ce prolongement on peut faire ce qu'on ne pouvoit pas auparavant en si peu d'années qu'elles contenoient: car prenant puis apres des oppositions, & en temps d'eclipse de Lune, (lesquelles sont plus certaines, que les conjunctions avec eclipses du Soleil, à cause des parallaxes) car prenant le point opposité du Soleil qui est notoire, pour le lieu de la Lune, alors quelle parallaxe que la Lune aye, cela ne nuira point, d'autant qu'on ne met pas en œuvre son lieu apparant, aussi que tels circuits ont d'autant plus de certitude. Mais pource que nos Ephemerides n'ont pas de si grands intervalles de temps, pour choisir de telles eclipses de lune que la chose le requiert, je prendray à ceste fin celles que *Hyparchus* (comme *Ptolemée* raconte) avoit pour y parvenir; assavoir deux oppositions à tel effect comme celle du troisieme membre de la huitiesme proposition, mais avec eclipse, ou à chaque fois la Lune estoit environ au mesme point apparant de l'ecliptique, aussi au mesme point en son orbe: telles deux eclipses de Lune ont esté trouvées l'une apres l'autre de l'interval de

126007 jours 1 heure.

Où se sont trouvé 4573 circuits de Lune en son orbe (lesquels doivent estre parfaits, pource qu'elle estoit derechef dans le mesme point de son orbe) assavoir

4573.

Et des circuits de l'apogée en longitude apparante

38 encor 352 deg. 30.

Or que le dernier circuit ne soit parfait, y deffaillant encor 7 deg. 30 ①, cela n'apporte nul empeschement, puis que l'apogée va uniformement tant proprement, qu'en apparance.

Quant au moyen mouvement de la Lune en apparante longitude, on le peut avoir (ainsi qu'il a esté dit de mesme à la fin du troisieme membre de la huitiesme proposition) en adjoustant les 4573 circuits de la Lune en son orbe, avec 38 circuits & 352 deg. 30 ① de l'apogée, lesquels sont ensemble

4611 circuits 312 deg. 30 ①.

Les lunaisons estoient au nombre de

4267.

Lesquelles estoient aussi bien moyennes lunaisons que naturelles, consistant suffisamment en circuits entiers & parfaits de rencontre; pource que la Lune, estoit en l'une & l'autre eclipse en un mesme point de son orbe; pareillement le Soleil aussi estoit quasi en un mesme lieu; car combien qu'il y ayé encor 7 deg. 30 ① de defaut, toutefois l'écœntricité du deferant du Soleil ne pouvoit faire d'empeschement sur un si petit arc, & en si grande espace de temps.

Les revolutions de la latitude de la Lune defailloyent encor à *Hyparchus*, lesquelles il ne pouvoit avoir par les deux eclipses de lune susdites; car sans ce qui a esté dit cy-dessus, elles devoient estre sous un mesme nœud, également eclipsées; tant en la premiere eclipse, qu'en la seconde, & la partie obscurcie des deux vers un

mesme costé, comme vers le septentrion ou midy. Il est bien vray que, si ces qualitez se fussent trouvées en la premiere paire d'oppositions, qu'il ne luy eust esté besoing de chercher une autre paire, comme aussi il a esté contraint d'en choisir une autre particuliere pour les circuits de latitude, assavoir ou l'une & l'autre eclipse estoit en un mesme nœud; & où la Lune estoit également obscurcie, & tirant vers un mesme costé, laissant en arriere la longitude apparante de la Lune, & son lieu en son orbe, ainsi qu'il en pouvoit arriver; car puis que le cours des nœuds (qui cause diversité entre les cours de longitude & de latitude, cōme a esté dit au 5<sup>e</sup> membre de la 8 proposition) est uniforme; c'est qu'en temps egaux, se font chemins egaux, alors l'écœntricité du deferant du Soleil, ny de la Lune, ne pouvoit empescher la chose. Ce qu'estant ainsi, il faut qu'es deux telles eclipses, la Lune soit également distante d'un mesme nœud, & partant les revolutions de latitude entre icelles, soyent entieres & parfaites.

Ayant donc *Hyparchus*, trouvé deux telles eclipses de Lune; il dit entre icelles y avoir eu 5458 lunaisons, & que la pluralité des revolutions de latitudes ont esté de 5923.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le periode de la Lune par le moyen des Ephemerides observées, selon le requis.

#### PROPOSITION XI.

**T**rouver les moyens mouvements, appartenans à la Lune, sur un temps donné, & en descrire les tables.

*Le donné.* Soit le temps d'un jour.

*Lerequis.* On veut trouver là dessus les moyens mouvements, appartenans à la Lune.

*Operation.* En 126007 jours 1 heure, la Lune fait 4573 revolutions en son orbe par la 9 proposition, combien en 1 jour? vient 13 deg. 3. 53. 56. 34. 21. 41.

En 126007 jours 1 heure, l'apogée de la Lune fait 38 revolutions 352 deg. 30 ① par la 9 proposition, combien sur 1 jour? vient 6 ①. 40. 54. 22. 11. 55.

Pour avoir le moyen mouvement en longitude apparante, j'adjouste le susdit cours de la Lune en son orbe 13 deg. 3. 53. 56. 34. 21. 41. au cours de l'apogée 6 ①. 40. 54. 22. 11. 55. vient pour le requis 13 deg. 10. 34. 50. 56. 33. 36.

Pour avoir le gain de Lune sur un jour j'oste le moyen mouvement du Soleil d'un jour, qui est 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31. par la 3 proposition, du moyen mouvement en longitude susdit, faisant en un jour 13 deg. 10. 34. 50. 56. 33. 36. reste pour le requis gain de Lune sur un jour 12 deg. 11. 26. 33. 43. 21. 5.

Pour avoir le cours de latitude sur un jour, il est nécessaire de sçavoir combien de temps durent les 5458 lunaisons, trouvées en la deuxiesme paire d'eclipse par *Hyparchus*; en la 9 proposition, lequel n'écrit pas le temps: à ceste fin je dis 4267 moyennes lunaisons durent (par la 9 proposition) 126007 jours 1 heure, combien dureront les 5458 lunaisons susdites d'*Hyparchus*? vient  $\frac{126007 \times 5458}{4267}$  jours. Secondement je dis en une telle fraction de jours, la Lune court 5923 revolutions de latitude (en la deuxiesme paire d'eclipse d'*Hyparchus*) combien en un jour? ce qui viendroit, seroit pour le cours de latitude requis en un jour: la raison pourquoy ce nombre n'est icy posé, sera deduite cy-aprés.

Pour avoir le cours des nœuds sur un jour, il faut soustraire le moyen mouvement de la Lune en apparante longitude sur un jour, du susdit mouvement de la-

de latitude en un jour, le reste fera pour le cours des nœuds.

N O T E Z.

D'autant que les susdites supputations sur un jour n'accordent du tout avec les tables que *Ptolemée* en a fait, nous déclarerons cela, comme s'ensuit: A ceste fin soit faite une recapitulation d'iceux nombres sur un jour, & brièvement.

En un jour.

|  | deg.                        |
|--|-----------------------------|
| Cours de la Lune en son orbe                   | 13. 3. 53. 56. 34. 21. 41.  |
| Cours de l'apogée                              | 0. 6. 40. 54. 22. 11. 55.   |
| Moyen mouvement de Lune en longitude apparante | 13. 10. 34. 50. 36. 33. 36. |
| Gain de Lune                                   | 12. 11. 26. 33. 43. 21. 5.  |

Touchant le cours de latitude, & des nœuds, la supputation n'a esté achevée cy dessus.

Au lieu d'iceux, *Ptolemée* a posé les mouvements suivans.

En un jour.

|   | deg.                        |
|---|-----------------------------|
| Cours de la Lune en son orbe                      | 13. 3. 53. 56. 17. 51. 59.  |
| Cours de l'apogée                                 | 0. 6. 41. 2. 15. 38. 31.    |
| Moyen mouvement de la Lune en longitude apparante | 13. 10. 34. 58. 33. 30. 30. |
| Gain de Lune                                      | 12. 11. 26. 41. 20. 17. 59. |
| Cours de latitude                                 | 13. 13. 45. 39. 48. 56. 37. |
| Cours des nœuds                                   | 0. 3. 10. 41. 15. 26. 7.    |

La raison de ceste difference est telle.

1. En premier lieu il faut sçavoir qu'*Hyparchus* avoit calculé le cours de la Lune en son orbe en un jour de 13 deg. 3. 53. 56. 29. 38. 38. mais *Ptolemée* le trouvant trop grand de 11 ④ 46. 39. par ses observations, comme il le declare au chapitre 7 de son 4 livre; il les en a ostez, restant comme dessus, 13. degr. 3. 53. 56. 17. 51. 59. ce que *Ptolemée* retient pour le cours d'un jour, ainsi récorrigé, & là dessus fist ses tables, comme elles se verront cy-apres: touchant la diffe-

rence de 4 ④ 43. 30. entre nostre supputation & celle d'*Hyparchus*, elle vient de ce que la sienne n'est pas si précise, que celle-cy.

2. Le moyen mouvement de la Lune en apparante longitude sur un jour, est chez nous de 7 ③ 36 ④ & beaucoup plus grand que celui de *Ptolemée*, d'où s'ensuit que le cours en 810 ans Egyptiens, (d'autant sont faites les tables) font 10 degrez d'avantage que non pas selon la supputation fondée sur l'hypothese, car si on eust adjoint la fraction restante (à ce qui a esté trouvé cy-dessus) comme 13 deg. 10. 34. 50. 56. 33. 36  $\frac{1444826}{3024169}$ ; la conclusion eust esté parfaite.

3. Veü que l'on soustrait le cours de la Lune en son orbe, de son moyen mouvement en apparante longitude; pour avoir le cours de l'apogée, la raison est noroïre de telle difference.

4. Veü que le gain de Lune est trouvé, en ostant le mouvement du Soleil, du moyen mouvement de la Lune en apparante longitude, la raison de telle difference est semblablement noroïre.

5. Touchant les cours de latitude, & des nœuds, si on en faisoit la supputation comme dessus, on trouveroit de la difference entre telle conclusion, & celle d'*Hyparchus*, dont le jugement en seroit comme devant.

Ce qui a esté dit en ceste note, estant plus chose de debat, que pour apprendre; on me pourroit objecter, que cela eust esté mieux adapté en l'appendice, que non pas icy; selon ce qu'en avons fait en semblable occasion: mais cela est plus commodement inferé en ce lieu, pour ne point faire arrester court, & mettre hors de doute ceux qui en passant, eussent trouvé difference avec *Ptolemée*, sans sçavoir pourquoy.

Donc le cours sur un jour estant selon *Ptolemée* comme dessus, il appert comment on en pourra faire des tables, comme celles du Soleil en la troisieme proposition; lesquelles seront icy adjointes pour plus grande facilité, & sont tirées des tables de *Ptolemée*.













*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le moyen mou-  
vement appartenant à la Lune, sur un temps donné, &  
en avons décrit des tables, selon le requis.

PROPOSITION XII.

**D**éclarer comment par le moyen des Ephemerides observées,  
on commence à remarquer les causes & circonstances des  
éclipses de Lune.

Quand avec les Ephemerides on recherche la cognoi-  
sance des causes des éclipses de Soleil & Lune, on re-  
marque que celle du Soleil arrive toujours en con-  
jonction, & celle de la Lune toujours en opposition:  
Et considérant de là en avant on trouve qu'elles arri-  
vent toujours environ les nœuds; comme l'éclipse de  
Soleil de l'an 1600 le 30 Juin à 0 heure 55 ①, estoit en  
conjonction sous le 108 deg. 11 ①, alors la queue du  
Dragon estoit au 111 degr. 23 ①: tellement que ceste  
éclipse estoit fort pres dudit nœud, assavoir de 3 degrez  
12 ①: Semblablement l'éclipse de Lune de l'an 1554,  
le 8 Decembre à 13 heures 3 ① se fit en opposition, le  
Soleil estoit au 266 deg. 29 ①, & la queue du Dragon  
au 262 deg. 30 ①, differant seulement de 3 deg. 59 ①.  
D'avantage on y remarque aussi que la Lune est d'au-  
tant plus éclipsée, qu'elle est pres des nœuds; & d'au-  
tant moins éclipsée, qu'elle en est esloignée. Item, que  
les éclipses egales ne sont de mesme durée de necessité,  
dont la cause est la vitesse ou tardiveté de la Lune. Les-  
quelles choses estant ainsi simplement remarquées es  
ephemerides, ont donné occasion d'en rechercher de  
plus pres les qualitez par voye Mathématique, comme  
on verra au deuxiesme livre.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment par le  
moyen des Ephemerides observées, on commence à  
remarquer les causes & circonstances des éclipses de  
Lune, selon le requis.

PROPOSITION XIII.

**D**écrire les tables ou Ephemerides du cours de la Lune, & ce  
pour le temps à venir par le moyen des Ephemerides sup-  
putées.

Lors qu'on recherche es Ephemerides; en combien  
de temps c'est que la Lune revient toujours sous un  
mesme point en l'ecliptique environ le mesme temps  
de l'année; on trouve que c'est à peu pres en 19 ans.  
Comme par exemple, en l'an 1554 le 1 Jan. la Lune  
estoit au 257 deg. 10 ①: & dans 19 ans après, (c'est le  
1 Janvier 1573) elle estoit au 260 degré 2 ①, ce n'est  
que seulement 2 deg. 52 ① d'avantage; mais dans 19  
ans encor apres, assavoir au 1 Janvier 1592, elle estoit  
au 254 deg. 26 ①, qui est 5 deg. 36 ① en arriere; & ainsi  
semblablement des autres, aucunes fois plus, & aucunes  
fois moins, jusques à differer 8 au 9 degrez; toutesfois  
il y a telles 19 ans qui comprennent 5 années biffextiles,  
les autres 4 seulement, là où on peut trouver 1 jour de  
différence, auquel la Lune fait de 11 à 15 degrez, par-  
quoy il faut avoir egard à ces choses.

Notez aussi qu'en prenant le lieu de la Lune estant  
en conjonction ou opposition, qu'alors on en est plus  
certain, pource qu'on evite la deuxiesme anomalité;  
quoy que c'en soit on y trouve aussi del'imperfection,  
comme devant: mais si quelqu'un ne se soucioit de si  
peu de différence, il pourroit aisément faire des Ephe-  
merides pour le temps futur, par les observées, & si on  
en avoit de beaucoup d'années, on y trouveroit peut  
estre plus de conformité.

Ceste propriété dixneufvenaire du cours de la Lune,  
contenant 235 lunaisons quasi entières, laquelle on dit

avoir esté trouvée d'un certain Methon Athenien, par l'ai-  
de, ce semble, des Ephemerides, comme dessus; & fust  
appellée grand dixneufvenaire de Methon, lequel estant  
trouvé de belle invention par plusieurs, fust enregistré  
à Athenes à l'hostel de ville, & en autres lieux en lettre  
d'or; & c'est ce qu'on appelle encor aujourd'huy le  
nombre d'or.

*Conclusion.* Nous avons donc décrit les Ephemerides  
du cours de la Lune, &c.

PROPOSITION XIV.

**P**ar les Ephemerides observées, trouver l'heure & ses parties de  
la conjonction & opposition des planetes.

Quelques Ephemerides observées n'admettent que  
les conjonctions & oppositions & autres aspects de la  
Lune avec les autres planetes, & ce à telle heure, com-  
me celles de Stadius, & non pas des autres planetes l'une  
envers l'autre; ce qui toutesfois seroit necessaire es  
choses subsequentes, parquoy j'escriray la commune  
façon & la regle generale de trouver ces aspects, com-  
me s'ensuit.

*Le donné.* Soit requis de trouver à quelle heure le  
Soleil & la Lune seront en conjonction en l'an 1576,  
le 26 Juin.

*Construction.* On regarde combien la planete plus  
viste gagne en une heure, & ce qu'elle doit gagner  
pour l'aspect requis. Puis on dira, le gain trouvé don-  
ne 1 heure, combien ce qui est à gagner? (assavoir la  
différence entre les deux planetes) ce qui viendra sera le  
requis. Par exemple,

Le Soleil court sur un jour, depuis le 25 jus-  
ques au 26 Juin, comme il appert es Ephe-  
merides 57 ①,  
La Lune depuis le 25 jusqu'au 26 court 14 deg. 39 ①.  
Duquel soustrait les 57 ① susdits, resteront  
pour le gain de Lune en un jour 13 deg. 42 ①.  
Distance de la Lune au Soleil, le 26 Juin 0 deg. 36 ①.  
Puis 13 deg. 42 ① (troisiesme en l'ordre)  
donnent 24 heures, combien 36 ①? (le  
quatriesme en l'ordre) viendra pour le  
temps de la conjonction en heures & mi-  
nutes apres midy selon le requis 1 heure 3 ①.  
Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous avons donc par le moyen des Ephe-  
merides observées, trouvé l'heure & ses parties de la  
conjonction & opposition des planetes: ce qu'il fal-  
loit faire.

COROLLAIRE.

Par l'exemple precedent appert, comme on trou-  
vera les autres aspects, comme d'opposition, trine,  
quadril & sextil.

TROISIESME DISTINCTION

DU PREMIER LIVRE,

Traitant la maniere de trouver le cours  
de Saturne par l'aide des Ephemerides  
observées.

PROPOSITION XV.

**D**éclarer comment par l'aide d'Ephemerides observées, on peut  
reconnoistre en gros le temps de la revolution de Saturne:  
avec la qualité de sa retrogradation & station: & comment il  
tourne en un epicycle.

A ceste fin par l'aide des Ephemerides observées (ou  
en leur place les calculées de Stadius pour les raisons de-  
duites en la premiere proposition) & ayant esgard à la  
troisies-

troisième colonne qui est celle de Saturne, je prens quelque jour comme il peut advenir, & soit le 1 Janvier 1554, auquel il estoit au 342 deg. 27 ①; & un an apres, assavoir le 1 Janvier 1555, il estoit au 353 deg. 53 ①, tellement qu'en ceste année-la il auroit avancé de 11 deg. 26 ①: Et de mesme le trouve avoir avancé le 1 Janvier 1556, encor 11 degrez 51 ①. Et tousiours ainsi, jusques à l'an 1584, assavoir qu'au 1 Janvier il se retrouve un peu avoir passé le point qu'il tenoit en l'an 1554, comme au 347 deg. 54 ①, ayant mis pres de 30 ans à faire une revolution, ce qu'on trouve accorder tousjours, en prenant d'autres exemples.

Puis prenant garde de plus pres sur la qualité de son mouvement en chaque année, on trouve qu'en certain temps il semble se haster, autrefois estre plus lent, voire quelquefois s'arrester, & qui plus est maintefois reculer. Sur quoy on remarque d'autres accidens, comme quand il est au milieu de son recul, qu'alors il est environ opposé au Soleil, & que tant plus il approche du Soleil, d'autant plus il se haste quand il avance. Par exemple, en l'an 1569, au commencement de Juin, il court 1 ① par jour, puis apres 2 ①; & ainsi augmente, jusques au commencement de Septembre, là où il fait par jour 8 ①: or estant illec au plus veloce, commence peu à peu à la fin du mois de s'allentir, tellement que du 18 jusques au 24 Janvier 1570, il s'arreste, & ce au 202 deg. 20 ①, puis commence à reculer, & ce proprement le 21 Janvier, & dure jusques à l'onzième Juin, contenant 141 jours, dont la moitié est 70 jours, tellement que tel milieu arrive sur le 1 Avril, & non gueres loing de là, assavoir le 30 Mars, qui sont 2 jours auparavant, estoit l'opposition du Soleil & Saturne: tellement que (comme il a esté dit) le milieu de la retrogradation advient environ l'opposition d'iceluy au Soleil. Mais tant plus il approche du Soleil, & tant plus il se haste; tellement que son cours le plus veloce, advient environ en conjonction; comme le cours plus veloce susdit en Septembre, y avoit conjonction (posé qu'on l'eust peu appercevoir en effect) le 25 dudit mois. On remarque aussi, que de l'une opposition à l'autre, de l'une conjonction à l'autre, de principe de retrogradation à l'autre, y a tousiours un an & encor environ un demy mois: com-

me de l'opposition du 17 Mars 1569, jusques à l'opposition suivante du 30 Mars 1570, ya un an encor environ un demy mois; auquel temps arrive tousiours une retrogradation, durant, comme dit est, 140 jours, & seulement 2 ou 3 jours plus ou moins.

Ce que dessus fait cognoître que Saturne ne fait pas son cours en telle maniere comme le Soleil, car il ne s'en pourroit ensuivre aucune retrogradation, mais dans un epicycle: tellement qu'estant en opposition avec le Soleil, il est environ le perigée de son epicycle: là où parcourant l'epicycle il va plus en arriere, que le centre de l'epicycle dans le deferat ne le fait avancer, de là vient la retrogradation. Mais estant environ en conjonction avec le Soleil en l'apogée, il va d'autant plus viste que le cours du centre de l'epicycle, que peut causer son mouvement propre en l'epicycle.

Donc Saturne avançant, & reculant alternativement, s'ensuit qu'il doit estre coy, & s'arrester à chaque fois entre deux mouvemens divers: Et au contraire, puis qu'il avance, s'arreste, & recule, il s'ensuit qu'il court en un epicycle.

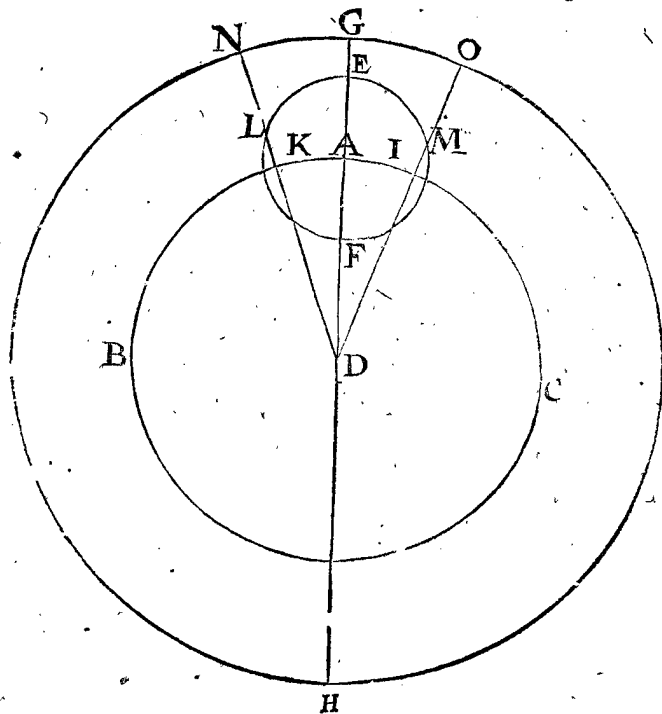
*Conclusion* Nous avons donc déclaré comment par l'aide d'Ephemerides observées, on peut, &c. selon le requis.

#### PROPOSITION XVI.

**D**Eclarer comment l'on peut remarquer par l'aide des Ephemerides observées, que le deferat de Saturne est eccentrique.

Si le deferat de Saturne estoit concentrique, il s'en ensuivroit qu'en temps egaux quelconques, l'un devant l'opposition (ou environ) du Soleil, l'autre apres, les arcs apparants seroyent egaux, contre l'experience: Soit par exemple ABC le deferat de Saturne, & s'il estoit possible, concentrique, assavoir son centre D, & aussi le centre de la terre: & de A, comme centre soit fait un epicycle EF, duquel E apogée, & F perigée, & de D, comme centre de l'ecliptique GH, & G apogée apparant de E; & soient marquées I, K, au deferat egalement distans de part & d'autre de A, & les deux points L, M en l'epicycle equidistans de F, & menées DLN, DMO.

Le centre de l'epicycle, ayant esté premierement



en K, & alors Saturne en L, & en apparence en N; puis ledit centre d'epicycle est venu de I en A, & au

mesme temps Saturne de L à F au perigée, où il sera pour les raisons mentionnées opposé au Soleil: puis s'estant

s'estant passé un temps egal au precedent, le centre de l'epicycle viendra de A en K, arc egal à l'arc AI, & Saturne de F à M, arc egal à FL; & O fera le lieu apparent de Saturne, autant esloigné de G, que N de G, à cause de l'egalité des angles GDO, GDN: comme si nous voulions dire, si le deferant de Saturne estoit concentrique comme icy, il s'ensuivroit qu'il feroit les arcs apparans egaux en temps egaux, l'un devant l'opposition du Soleil, l'autre apres, ce qui est contre l'experience; parquoy il faut tenir le deferant pour eccentrique: Prenons par exemple quelque opposition, comme celle qui se fist en l'an 1569 le 17 Mars, Saturne estant au 186 deg. 29 ①: Et quelque temps auparavant, je prens 7 ans, assavoir le 17 Mars en l'an 1562, il estoit à 88 deg. 14 ②, entre lesquels y a un arc de 98 deg. 15 ③: mais 7 ans apres, assavoir le 17 Mars 1576, il estoit sous le 271 deg. 44 ④; dont l'arc est 85 deg. 15 ⑤, (assavoir du 186 deg. 29 ⑥) qui differe de 13 degrez du premier arc 98 deg. 15 ⑦.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides observées on remarque que le deferant de Saturne est eccentrique, selon le requis.

PROPOSITION XVII.

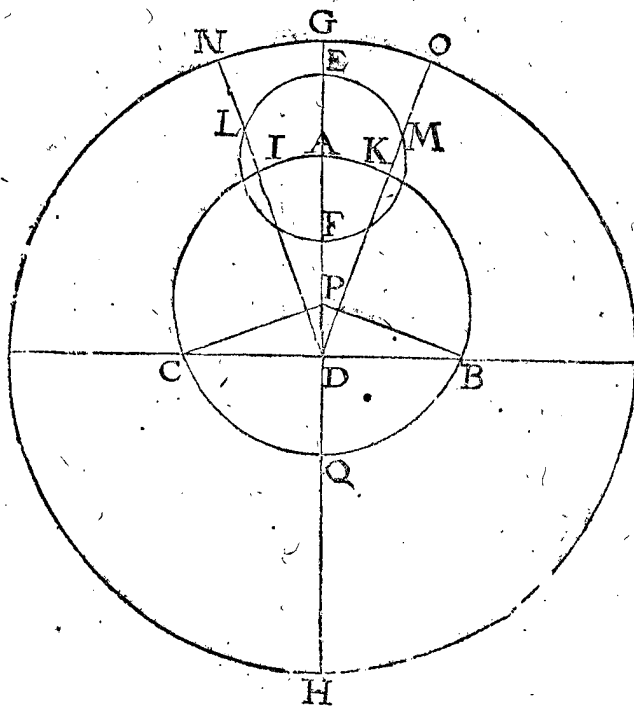
**T**rouver par les Ephemerides observées la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Saturne.

Par la seiziesme proposition, ayant remarqué que le deferant est eccentrique, il reste de rechercher la longitude apparante de l'apogée: Pour ceste cause on a

estimé que s'il avenoit une opposition de Saturne & le Soleil, lors que le centre de l'epicycle est à l'apogée ou perigée du deferant, qu'ainsi en chaque deux temps egaux, l'un devant l'opposition, l'autre apres, il devoit avoir parcouru deux arcs apparans egaux: Et au contraire; remarquant es Ephemerides observées, une telle opposition qu'iceluy en chaque deux temps egaux, l'un devant l'opposition, l'autre apres, parcourt deux arcs egaux, qu'alors le centre de l'epicycle en telle opposition doit estre en l'apogée ou perigée de son deferant, qui fait que la longitude apparante d'iceux apogée & perigée est cogné.

Soit pour exemple de ce que dit est, la figure suivante, comme en la 16 proposition avec les lettres de mesme signification; excepté que ce deferant ABC est eccentrique, assavoir que le centre de la terre D, ne soit le centre du deferant, mais P: & que A le centre de l'epicycle, soit en l'apogée de son deferant, estant Saturne au perigée de l'epicycle F, en opposition avec le Soleil. Ce qu'estant ainsi; je considere que les cours apparans GN, GO, doivent estre en temps egaux, aussi egaux entr'eux, à cause de l'egalité des angles GDN, GDO, causée par l'egalité de FL & FM. Aussi que cela doit advenir de mesme, estant le centre de l'epicycle en Q, apogée du deferant.

Norez que dessus a esté dit, que Saturne est toujours au perigée d'epicycle environ son opposition avec le Soleil: mais pour en parler plus proprement il n'est pas precisement en son perigée d'epicycle, sinon que lors



qu'il est en opposition, estant non seulement le centre de l'epicycle au perigée du deferant, mais aussi encor le Soleil estant à son apogée ou perigée, car puis qu'il paroist se mouvoir inegalement le long de l'ecliptique, & Saturne egalemeut en son epicycle, il ne peut en toutes les oppositions du Soleil, estre au perigée de son epicycle, mais bien en toutes les oppositions moyennes, (or le moyen Soleil se meut uniformement par la 16 definition: ) & partant cy-apres pour parler de cecy proprement, nous le dirons estre au perigée ou apogée, en son opposition ou conjonction moyenne.

Ce qu'estant ainsi, pour venir à la recherche de la longitude apparante de l'apogée, ou perigée du deferant de Saturne, il appert par les raisons precedentes, qu'il

faut trouver es Ephemerides observées une de ses oppositions moyennes, telle qu'en chaque deux temps egaux devant & apres il face des arcs apparans egaux: & pour les trouver, je prens tel lieu comme il advient, & soit l'an 1569, où se trouve son opposition du Soleil estre au 17 Mars, estant Saturne au 186 deg. 29 ① (il est bien vray qu'au lieu du vray Soleil, on devoit prendre le Soleil moyen, suivant les raisons precedentes, mais il sera assez temps de le faire à la fin, lors qu'avec le vray Soleil on reconnoist estre assez pres du requis) avec quoy je recherche comment les arcs susdits en temps egaux conviendront, assavoir l'un devant l'opposition, l'autre apres) lesquels temps je chois de 7 ans, pour les raisons deduites à la note de la 4 proposition, qui est envi-

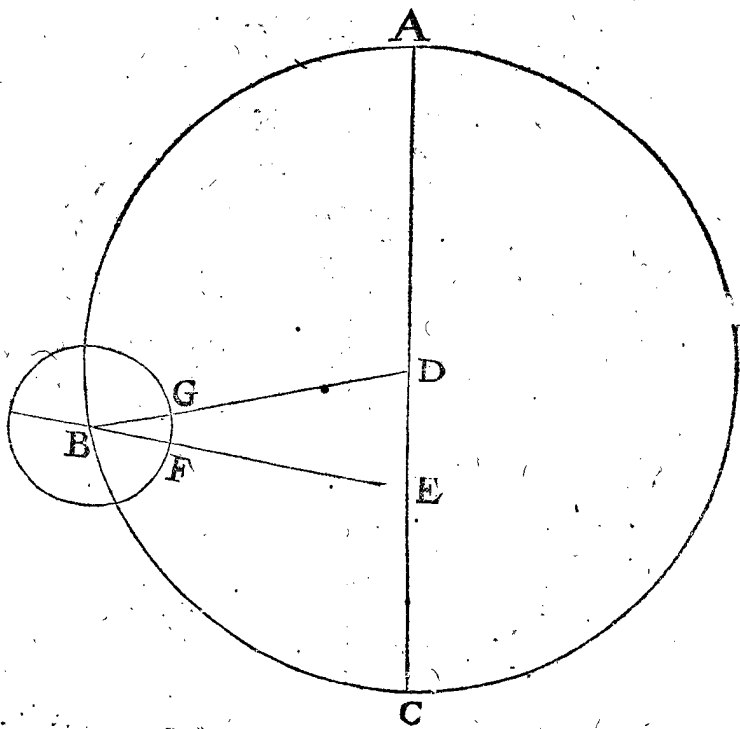
ron le quart d'un tour, lequel dure 30 ans par la 15 proposition) & trouve 7 ans auparavant (qui est le 17 Mars 1562, au 88 deg. 14 ①) jusqu'au 17 Mars 1569 au 186 deg. 29 ①) avoir fait 98 deg. 15 ①; mais 7 ans apres (qui est le 17 Mars 1569, au 186 deg. 29 ①) jusqu'au 17 Mars 1576, au 271 deg. 44 ①) trouve avoir fait seulement 85 deg. 15 ①, qui differe beaucoup de l'autre arc 98 deg. 15 ①, assavoir 13 degrez; parquoy l'apogée apparent (ou perigée) est loing du susdit 186 deg. 29 ①, & de son opposite 6 deg. 29 ①. Toutefois l'un des deux n'en peut pas estre esloigné plus que 90 degrez; qui fait que je cherche entre ce terme devant ou apres l'an 1569 de mesme que dessus, comme en l'an 1572, où l'opposition se trouve au 23 Avril, Saturne estant au 222 deg. 51 ①, ainsi que le calcul comme dessus de sept ans devant & apres, trouve encor les deux arcs differer de 9 deg. 42 ①: partant je cherche de mesme en un autre lieu, plus avant (pource que l'arc premier estoit trop grand) comme à l'opposition de l'an 1576 au 10 Juin sous le 268 deg. 20 ①, & le compte fait, comme dessus à 7 ans devant & apres, ne trouve differer que 4 ①, ce qui est de nulle estime.

Cela estant ainsi avec le vray Soleil, je cherche où le Soleil moyen estoit en ce temps-là, pour faire le compte plus precis, & à son opposition: A ceste fin je prens l'apogée du Soleil, selon qu'il a esté dit en la 4 proposition, estre au 94 deg. 24 ①, où le Soleil apparent & moyen se rencontrent par la 16 definition, qui estoit le 16 Juin, lesquels apparent & moyen ne different au

10 Juin que ce que 6 jours peuvent emporter; car autant y a-il du 10 Juin au 16, ce differend se trouve ainsi: le Soleil apparent a fait es 6 jours dans les Ephemerides 5 deg. 44 ①, mais le moyen 5 deg. 55 ①, par la 3 proposition, qui est seulement 11 ① de difference, & de nulle estime; partant je retiens le compte precedent; que si on le vouloit avoir plus precis, on soustrairait 11 ① de la longitude apparente du Soleil 88 degrez 20 ①, laquelle il avoit le 10 Juin, & le reste 88 deg. 9 ① sera pour le lieu du Soleil moyen, sur lequel on pourra puis apres calculer l'opposition de Saturne, qui eschoit plustost qu'avec le vray Soleil, aussi pour achever la calculation comme dessus.

On pourra en apres faire la preuve de ceste longitude apparente de l'apogée ou perigée, en d'autre temps que de 7 ans: Comme par exemple, sur 10 ans devant & apres le 10 Juin 1576 je ne trouve de difference, que seulement 5 ①; & sur 20 ans, seulement 3 ①, qui est cause que je retiens le susdit 268 deg. 20 ① pour le requis.

Jusques icy ayant trouvé que l'apogée ou perigée est au 268 deg. 20 ①; il reste maintenant à recognoitre lequel c'est des deux. Soit A B C à ceste fin le deferant de Saturne, son centre D eccentricque, assavoir E la terre, A apogée, C perigée, & sur B, comme centre, soit décrit l'epicycle G F, son perigée F, & moyen perigée G; il appert que A estant l'apogée, il faut que le moyen mouvement ADB au premier demicercle ABC soit plus grand que l'apparant AEB: & par la converse, il est notoire, que



quand le cours du centre de l'epicycle, ou le moyen mouvement de Saturne, en temps desiny, au demicercle premier, est trouvé plus grand que l'apparant, il faut que le point où l'on commence à compter soit l'apogée; le contraire advenant, faut que ce soit le perigée. Parquoy je cherche es Ephemerides quelque opposition assez distante de A ou C, c'est à dire assez distante de 268 deg. 20 ①, ou de son opposite; & me venant en main l'opposition de l'an 1584 le 15 Septembre, Saturne estant au 2 deg. 44 ①, où le mouvement apparant du centre de son epicycle à compter du 268 deg. 20 ①, fait 94 deg. 24 ① pour l'angle AEB; mais le propre mouvement dudit centre d'epicycle au mesme temps (assavoir du 10 Juin

1576 jusqu'au 15 Septembre 1584, qui sont huit ans Egyptiens 99 jours), fait par la suivante 18 proposition 101 deg. 6 ① pour l'angle ADB, lequel estant majeur à AEB 94 deg. 24 ①, alors pour les raisons susdites, A qui est le 268 deg. 20 ①, sera l'apogée, & C, qui est le 88 deg. 20 ①, sera le perigée.

Touchant ce qu'on pourroit dire que la ligne droite, laquelle au temps de l'opposition passe de la terre E par Saturne F, ne traverse le centre B, de necessité pour des causes manifestes, assavoir des eccétricités des deferans de Saturne & du Soleil, & partant doutast de la conclusion susdite. Là dessus on peut dire qu'on en peut avoir la certitude en perfection en ceste maniere: En trouvant le nombre

nombre de l'arc de l'epicycle, entre Saturne & le moyen perigée, egal à l'arc du perigée, qui doit estre au temps de l'opposition, qu'alors Saturne fera au perigée necessairement.

Pour ce faire je soustrais l'angle dessusdit ADB 101 degr. 6 ① de 180 reste l'angle EDB 78 deg 54 ①.

Et l'angle AEB, qui est aussi DEB, fait comme devant 94 deg. 24 ①.

Ces deux angles EDB, DEB, du triangle EDB font ensemble 173 deg. 18 ①, lesquels soustraits de 180 degr. reste pour l'angle DBE, ce qui est aussi pour l'arc du perigée FG, 6 deg. 42 ①.

Maintenant je dis, que si l'arc de l'epicycle, depuis le perigée moyen G, jusques à Saturne, au temps de ceste opposition, estoit trouvé aussi de 6 deg. 42 ①, qu'alors Saturne devroit avoir esté au perigée E, & par consequent en la ligne droite EB; mais tel arc a esté trouvé de 5 deg. 27 ①; car Saturne a és huit ans Egyptiens & 99 jours susmentionnez, couru en l'epicycle, par la 19 proposition suivante, 354 degr. 33 ①, lesquels ostez de 360 degrez, restera comme devant 5 deg. 27 ①.

Lesquels different seulement des 6 degr. 42 ① 1 deg. 15 ①.

Ceux qui desireront quelque chose de plus précis, pourront rechercher semblables computations avec une opposition devant ou apres la mentionnée, jusques à ce qu'ils la trouvent. Comme par exemple, computant cecy par une opposition de l'an 1583 au 3 Septembre, trouve trop peu de 1 deg. 13 ①, tellement que A demeure l'apogée requis, comme dessus, au 268 deg. 20 ①, convenant assez pres des 268 deg. de *Rheinolde* & *tables Pruteniques*.

Quant à ce que la perfection requiert de faire le calcul par l'opposition moyenne (savoir de Saturne & du Soleil moyen) telle maniere ne semble estre necessaire à l'apprentif en ces commencemens, veu qu'en telle recherche exquise il seroit besoing de plus grandes Ephemerides que celles-cy.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la longitude apparente de l'apogée & perigée du deferant de Saturne, selon le requis.

PROPOSITION XVIII.

**T**rouver le moyen mouvement de Saturne en un temps donné, par les Ephemerides observées, & en faire une table.

On trouve le mouvement du centre de l'epicycle par les Ephemerides, ainsi: on cognoist qu'en 30 ans environ, Saturne circuit le zodiaque, parquoy on cherchera en quel an & jour environ 30 ans (ou plusieurs trentaines d'années, autant que les Ephemerides comprennent) devant ou apres le susdit 10 Juin 1576, où Saturne est au 268 deg. 20 ① (apogée du deferant par la 17 proposition) quand c'est qu'il fera en opposition avec le Soleil; ainsi le periode ou periodes font assez pres parfaicts, afin de n'avoir nul erreur de consequence des eccentricitez des deferans, tant de Saturne que du Soleil: D'avantage le temps entre l'une opposition & la suivante estant ainsi cognu, on trouvera le cours sur un jour, pour en faire des tables, comme a esté dit de celles du Soleil, lesquelles on corrige par des longs à plus longs termes. De toutes ces choses pour en donner exemple, je cherche és Ephemerides environ 30 ans (ou environ tant de trentaines d'années que durent les Ephemerides) devant ou apres la susdite opposition du 10 Juin 1576, une opposition où Saturne soit fort pres de 268 deg. 20 ①, & ainsi se trouve celle du quatriesme Juin 1605 au 263 deg. 35 ①, lequel differe de l'autre de 4 deg. 45 ①; mais en des arcs si petits les eccentricitez ne font aucune alteration de consequence, voire en un exemple comme icy.

Puis j'apperçois que Saturne, & par consequent le centre de son epicycle a couru 355 deg. 15 ①, depuis le 10 Juin 1576, jusques au 4 Juin 1605, qui font 10586 jours, savoir depuis le 268 degr 20 ① jusques au 263 deg. 35 ①: & partant je dis 10586 jours donnent 355 deg. 15 ①, combien 1 jour? viendra 2 ① 0 ② 49 ③: Ce qui differe peu des 2 ① 3 ② 36 ③ de *Copernique* où *Ptolemée* prend pres de 2 ① 0 ② 34 ③: Que si on eust eu l'opposition susdite (qui differe de la vraye opposition en 3 deg. 18 ①) plus pres de la vraye opposition (on la pourroit trouver plus pres és Ephemerides d'un plus long temps, comme on avoit au siecle sage) ce mouvement d'un jour auroit approché plus pres de celui que pose *Copernique*.

Ayant donc le mouvement d'un jour comme dessus, il appert comment on en pourroit faire des tables, comme on a fait du Soleil à la troisieme proposition, afin de trouver en quel temps que l'on puisse donner le mouvement du centre d'epicycle de Saturne, comme il arrive qu'on en a de besoing en la pratique.

Mais veu que nous avons entrepris de prendre les tables de *Ptolemée*, pour les raisons déclarées devant les tables du Soleil & de la Lune, je les mettray icy comme s'ensuit.





*Conclusion.* Nous avons donc par les Ephemerides observées trouvé le moyen mouvement de Saturne en un temps donné, & aussi écrit des tables consequemment, selon le requis.

PROPOSITION XIX.

**T**rouver par les Ephemerides observées le cours de Saturne en son epicycle en un temps proposé, & en construire des tables.

*Le donné.* Soit à trouver le cours de Saturne en son epicycle en un jour.

NOTEZ.

Ayant écrit l'operation de ceste proposition selon la maniere ordinaire, ostant le moyen mouvement de Saturne du moyen mouvement du Soleil, comme il apparoit cy-apres, il est arrivé que SON EXCELLENCE a voulu y adjoindre encor une operation construite sur le fondement propre de Saturne, comme s'ensuit, & s'ensuivra és autres planetes suivantes.

I. OPERATION.

Il a cherché à ceste fin és Ephemerides, deux oppositions de Saturne avec le Soleil, le plus loing l'une de l'autre qu'il estoit possible, & quasi sous un mesme point de l'ecliptique; car ainsi ses periodes en l'epicycle, comme aussi les periodes du Soleil doivent estre parfaicts, sans que les eccentricitez puissent nuire aucunement, & aussi sans que le calcul par le Soleil moyen soit necessaire, pour causes manifestes. La premiere de ces deux oppositions, si estoignées l'une de l'autre, estoit celle qui se fit l'an 1576 le 10 Juin, & l'autre en l'an 1605 le 4 Juin, entre lesquelles y a pres de 29 ans qui font 10586 jours, tellement que Saturne a tant de fois circuit son epicycle qu'il y a eu d'oppositions qui font 28, chacune de 360 degrez, qui font 10080 degrez. Avec lesquels je dis 10586 jours me donnent 10080 degrez, combien 1 jour y viendra pour le requis 57<sup>o</sup> 7. 55. peu differant des conclusions de Copernic & Ptolemée, comme s'ensuit.

II. OPERATION.

Du moyen mouvement du Soleil, qui fait en un jour par la troisieme proposition  
 o deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.

Soit osté le moyen mouvement du Soleil sur un jour, faisant par la 17 proposition  
 o deg. 2. 0. 33. 31. 28. 51.  
 Restera pour le cours de Saturne requis, assavoir en son epicycle sur un jour  
 o deg. 57. 7. 43. 41. 43. 40.

DEMONSTRATION.

Veü que Saturne est en son perigée d'epicycle lors qu'il est en opposition avec le Soleil moyen par les precedentes, il faut donc necessairement que son cours en l'epicycle soit egal au moyen mouvement du Soleil, moins autant qu'emporte le mouvement du centre de son epicycle, & pour declarer cecy plus amplement, je dis ainsi: Si par exemple le centre de l'epicycle estoit fixe, & que Saturne és conjonctions vienne tousiours en son apogée d'epicycle, il appert que le cours de Saturne en son epicycle seroit egal au moyen mouvement du Soleil: Mais le centre de l'epicycle a fait cependant quelque mouvement, parquoy autant qu'emporte ce mouvement, autant faut-il que le cours de Saturne en son epicycle dure moins, assavoir soit plus tost fait que le moyen mouvement du Soleil, & par consequent ostant le cours du centre d'epicycle de Saturne, du moyen mouvement du Soleil, le reste sera le cours de Saturne en son epicycle, comme a esté l'operation cy-dessus.

COROLLAIRE.

Le cours d'un jour estant comme cy-devant, il appert comment on en fera des tables, comme du cours du Soleil en la 3 proposition, ainsi que sont les suivantes, pour trouver le cours de Saturne en son epicycle avec facilité, à tel temps qu'on puisse donner comme il avient souvent en la pratique.

Notez aussi que pour preuve de l'operation precedente, on peut voir si souvent qu'on le trouvera necessaire, si le nombre qu'on trouve à la fin est egal au nombre qui y convient: Comme par exemple du nombre du mouvement du Soleil en un an, ayant osté le nombre du mouvement de Saturne en son epicycle, en un an, assavoir-mon si le reste convient bien avec le nombre qu'on aura trouvé par experience.



*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours de Saturne en son epicycle sur un temps donné par l'aide des Ephemerides observées; ce qu'il falloit faire.

N O T E Z.

Si les Ephemerides de *Stadius*, duroient aussi long temps, & contenoient autant de periodes de Saturne, que l'on y puisse trouver deux de ses oppositions avec le Soleil d'une mesme longitude, nous pourrions icy descrire une proposition, comme il a esté fait au cours du Soleil & de la Lune, assavoir des Ephemerides calculées pour l'advenir du cours de Saturne: mais veu qu'elles ne contiennent qu'une revolution d'iceluy, telle chose ne se peut pas bien faire icy: Toutesfois la maniere de computation Mathematique, à la recherche de la longueur que les Ephemerides devroyent estre, pour trouver telle identité, cela se verra en un autre lieu.

PROPOSITION XX.

**T**rouver le mouvement de l'apogée du deferant de Saturne par les Ephemerides observées.

Veü que les Ephemerides de *Stadius* (que nous supposons estre observées pour les raisons deduites à la premiere proposition) sont trop courtes pour trouver le requis comme il faudroit, je prendray à mon aide les observations de *Ptolemée*, lequel au 5 chapitre du liv. 11. trouve l'apogée du deferant de Saturne au 233 degr. mais nous l'avons trouvé en la 16 proposition au 268 deg. 20 ①, qui est 35 deg. 20 ① plus avant; alors le mouvement de l'apogée estant tel en 1450 ans environ, assavoir depuis l'an 127 jusques à l'an 1576, le cours dudit apogée se trouvera sur un tel temps qu'on voudra: comme pour l'avoir en un an, je dis 1450 ans donnent 35 deg. 20 ①, combien 1 an? Vient 1 ① 28 ②.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Saturne, selon le requis.

PROPOSITION XXI.

**T**rouver le cours du centre de l'epicycle de Saturne, par l'aide des Ephemerides observées.

Le cours de l'apogée du deferant de Saturne, est par la 20 proposition en un an de 1 ① 28 ②.

Iceluy soustraiet du moyen mouvement de Saturne aussi en un an, assavoir un an Egyptien, faisant par la 18 proposition 12 deg. 13 ①.

Restera pour le cours requis, du centre de l'epicycle en un an Egyptien 12 deg. 12 ①.

Par cecy est manifeste qu'ainsi se trouvera le cours de tout temps donné: dont la demonstration est manifeste par l'operation.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé par les Ephemerides observées le cours du centre de l'epicycle de Saturne, selon le requis.

QUATRIESME DISTINCTION

DV PREMIER LIVRE,

Traictant l'invention du cours de Jupiter par les Ephemerides observées.

Avant que venir à la chose mesme, je diray que le cours de Jupiter est de mesme qualité que celui de Saturne, se mouvant comme luy dans un epicycle, & iceluy en un eccentricque, dif-

ferens seulement en quantité, assavoir qu'il est plus frequent en ses periodes, & ayant aussi d'autre excentricité & choses semblables. Ce qu'estant dit icy, chacun pourroit de soy-mesme entendre tout le mouvement de Jupiter par celui de Saturne. Toutesfois pour plus ample declaration je descriray icy ce qui m'est advenu à la recherche d'iceluy avec un ordre pareil que celui de Saturne.

PROPOSITION XXII.

**D**éclarer comment par les Ephemerides observées, on remarque le temps periodique de Jupiter en gros: Avec la qualité de sa retrogradation, & station; aussi qu'il tourne en un Epicycle.

Le dessein estant de rechercher la qualité du cours de Jupiter par les Ephemerides observées (au lieu desquelles nous prenons les Ephemerides calculées de *Stadius* pour les raisons deduites en la 1 proposition) ayant donc egard à la quatriesme colonne qui est de Jupiter: je prens ce qu'il avient, comme le 1 Janvier 1554, sur lequel jour il estoit au 184 deg. 53 ①: & un an apres, assavoir le 1 Janvier 1555, au 212 deg. 44 ①; tellement qu'il est avancé en cest an-là 27 deg. 51 ①: de mesme au 1 Janvier 1556 est avancé 26 deg. 4 ①: & ainsi ensuivant il avance jusques à l'an 1566 au 1 Janvier, estant revenu un peu plus avant que là où il avoit commencé, assavoir au 189 deg. ayant mis à faire un tel periodé pres de 12 ans: ce que je trouve ainsi accorder en d'autres années.

Puis prenant garde plus avant en son cours, & en chaque periode, je remarque qu'il va fort viste aucunes fois, tantost lentement, voire mesme qu'il est stationnaire, c'est à dire qu'il est coy, & ce qui est plus estrange, c'est qu'il recule aussi: or remarquant toujours davantage les circonstances, on trouve le milieu de son reculement (qu'on appelle retrogradation) à chaque fois advenir environ l'opposition du Soleil; & que tant plus il approche du Soleil, tant plus il est viste en son cours. Par exemple, en l'an 1554 le 16 May, il court tous les jours 1 ①, puis 2 ①, & ainsi consecutivement de plus en plus, jusques en Octobre, là où il fait journellement 13 ①, estant là en son mouvement plus viste: il commence en Novembre derechef à s'allentir de plus en plus, jusques à estre coy depuis le neufiesme Fevrier 1555 jusques à l'onzieme dudit mois, sous le 215 deg. 6 ①, puis de là commence à reculer, ce qui commence proprement le 10 Fevrier, & dure jusqu'au 13 Juin, qui sont 123 jours, dont la moitié est 61 jours; tellement que le milieu advient le 12 Avril, & non loing de là il estoit opposé au Soleil, assavoir le 11 Avril seulement 1 jour auparavant, selon ce qui a esté dit cy-dessus qu'il est pres de l'opposition du Soleil au milieu de sa retrogradation, & tant plus il approche du Soleil tant plus il va viste, de sorte qu'il va le plus viste estant en conjonction. Comme environ le susdit cours plus viste, il estoit en conjonction (posant le cas qu'on l'eust seu voir alors) le 8 Septembre. La susdite retrogradation donne à cognoistre que Jupiter ne fait pas son cours en un deferant seul, comme le Soleil, mais en un epicycle, pour les raisons semblables deduites au cours de Saturne en la 15 proposition.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment par les Ephemerides observées on remarque grossierement le temps periodique de Jupiter: & qu'il est

stationnaire & retrograde, tournant en un épicycle, selon le requis.

PROPOSITION XXIII.

**D**éclarer comment on reconnoist par les Ephemerides observées, que le deferant de Iupiter est eccentricque.

Si le deferant de Iupiter estoit concentrique, il s'enfuivroit qu'en temps egaux, l'un devant l'environ de l'opposition du soleil, l'autre apres, qu'il feroit les arcs apparans egaux, pour semblables raisons deduites plus amplement au mouvement de Saturne en la 16 proposition, ce qui contrediroit manifestement à l'experience du mouvement de Iupiter: car par exemple, soit une opposition comme celle qui est advenue en l'an 1593 le 30 Juin, estant Iupiter au 287 deg. 36 ①: Et quelque temps auparavant, je prens 3 ans, assavoir le 30 Juin 1590, il estoit au 189 deg. 50 ①, l'arc intercepté est 97 deg. 46 ①: mais 3 ans apres, qui est le 30 Juin 1596 il estoit au 37 deg. 18 ①, & l'arc intercepté (assavoir des 287 deg. 36 ①) est 109 deg. 42 ①, lequel difere du premier arc de 11 deg. 56 ①.

Conclusion. Nous avons donc déclaré, &c.

PROPOSITION XXIV.

**T**rouver la longitude apparente de l'apogée & perigée du deferant de Iupiter par les Ephemerides observées.

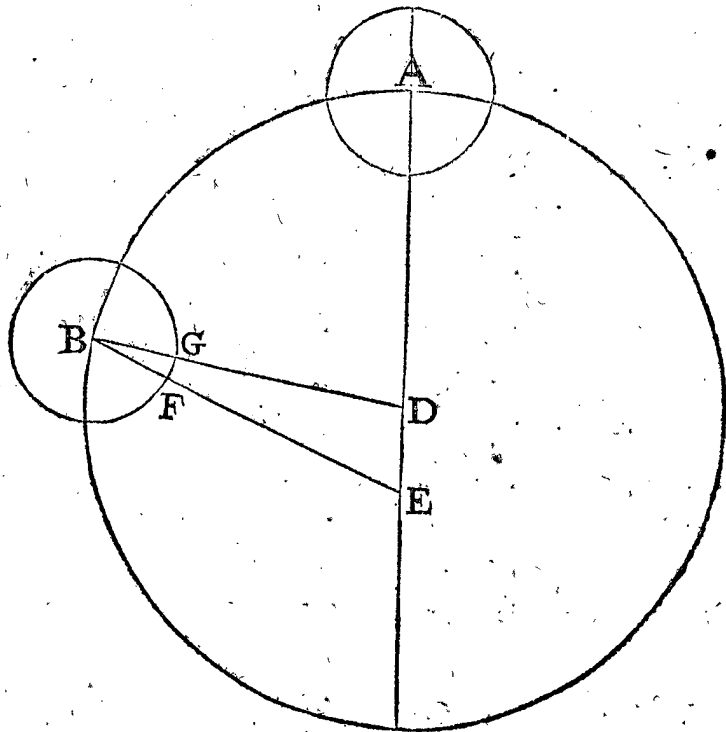
Par la 23 proposition ayant remarqué que le deferant est eccentricque, il reste à rechercher la longitude apparante de l'apogée ou perigée: ce qui est assez manifeste par ce qui a esté déclaré du mouvement de Saturne cy-devant en la 17 proposition, que trouvant es Ephemerides une opposition moyenne (c'est à dire de Jupiter & le moyen Soleil) qu'en tous deux temps egaux, l'un devant l'opposition, l'autre apres, trouvant des arcs egaux, que le centre de l'épicycle en ceste opposition doit estre en l'apogée ou perigée du deferant,

qui donne à cognoistre la longitude apparante de l'un ou l'autre. Pour trouver tels arcs, je prens, comme il advient, l'opposition de l'an 1557 du 15 Juin au 273 deg. 18 ①: Avec quoy recherchant en deux temps egaux l'un devant, l'autre apres, chacun de 3 ans (je prens 3 ans estant à peu près le quart du periode de 12 ans, pour les raisons déclarées en la 17 proposition) & trouve la premiere, majeure à la seconde de 48 deg. 55 ①, qui est beaucoup de difference; & partant l'apogée ou perigée apparant bien loing du susdit 273 deg. 18 ①, & aussi de son point opposite 93 deg. 18 ①; toutesfois il ne peut estre elloigné de l'un d'iceux de plus de 90 degrez: Parquoy recherchant le mesme en autre lieu, je viens finalement en une opposition de l'an 1598 le 19 Mars au 188 deg. 56 ①, avec laquelle j'esprouve s'il y a egalité d'arcs, en deux temps egaux, chacun de 3 ans, & trouve seulement une difference imperceptible de 29 ①.

Ceste esprouve faite, on pourroit maintenant voir le mesme par des oppositions moyennes, mais trouvant des differences, les tables d'Ephemerides ne sont assez longues pour faite les esprouves comme il faut pour trouver la parfaite opposition, tellement que nous prendrons icy le 188 deg. 56 ① pour servir d'exemple.

Duquel on peut faire encor d'autres esprouves, assavoir en d'autres temps, que de 3 ans: Comme par exemple, de 15 ans devant & apres le 19 Mars 1578 je trouve seulement difference de 16 ①, d'où s'enfuit que je prens le susdit 188 deg. 56 ① pour le requis.

Jusques icy ayant trouvé que l'apogée ou perigée est au 188 deg. 56 ①, il reste maintenant à reconnoistre lequel c'est des deux. Soit à ceste fin ABC le deferant de Iupiter, son centre D, & le point eccentricque, ou la terre E, A l'apogée, C perigée, & sur B, comme centre, soit décrit l'épicycle GF, son perigée F, & moyen



perigée G; il est manifeste que puis que A est apogée, il faut que le moyen mouvement ADB au premier demicercle ABC, soit plus grand que l'apparant AEB: & par la converse, il est notoire, que quand le cours du centre de l'épicycle ou le moyen mouvement de Iupiter en temps défini au demicercle premier, est trouvé plus grand que l'apparant, il faut que le point où l'on commence à compter, soit l'apogée; le contraire avenant, faut que ce soit le perigée: Parquoy je cherche es

Ephemerides quelque opposition assez distante de A ou C, c'est à dire assez distante de 188 deg. 56 ①, ou de son opposite, & me venant en main l'opposition de l'an 1581 le 25 Juin, estant Iupiter au 282 deg. 33 ①, où le mouvement apparant du centre de son épicycle à compter du 188 deg. 56 ① fait 93 deg. 37 ① pour l'angle AEB; mais le propre mouvement dudit centre d'épicycle au mesme temps (assavoir du 19 Mars 1578 jusqu'au 25 Juin 1581, qui sont 3 ans Egyptiens 99 jours) fait

## DV COURS DES PLANETES.

fait par la suivante 25 proposition 99 deg. 15 ① pour l'angle ADB, lequel estant majeur à AEB 93 deg. 37 ①, alors pour les raisons susdites, A qui est au 188 deg. 56 ①, sera l'apogée, & C, qui est 8 deg. 56 ①, sera le perigée.

Touchant ce qu'on pourroit dire que la ligne droite, laquelle au temps de l'opposition passe de la terre E par Jupiter F, ne traverse le centre B de necessité pour causes manifestes, assavoir des eccentricitez des deferans de Jupiter & du Soleil, & partant qu'on doutast de la conclusion susdite; là dessus se peut dire qu'on en peut avoir la certitude en perfection, assavoir si les trois angles du triangle DEB font ensemble 180 degrez, qu'alors Jupiter sera au perigée necessairement.

Pour ce faire, je soustrais l'angle dessusdit ADB 99 deg. 15 ① de 180 deg. reste l'angle EDB 80 deg. 45 ①.

Et l'angle AEB, qui est aussi DEB, fait comme devant 93 deg. 37 ①.

Mais l'angle EBD 2 deg. 24 ①, car sur les trois ans Egyptiens & 99 jours, Jupiter a couru par la 26 proposition suivante de l'apogée moyen G jusques au perigée F, 357 deg. 36 ①, lesquels ostez du total 360 deg. restera pour l'arc de perigée FG, qui est pour l'angle EBD, comme devant, 2 deg. 24 ①.

Lesquels trois, assavoir EDB 80 deg. 45 ①, premier en l'ordre, DEB 93 deg. 37 ①, deuxiesme en l'ordre, & EBD, troisieme en l'ordre, font ensemble 176 deg. 16 ①. Qui defaut du demicercle seulement 3 deg. 44 ①.

Ceux qui voudront avoir quelque chose de plus precis, pourront faire semblable operation, avec une opposition devant ou apres la susdite jusques à ce qu'ils la trouvent : Comme par exemple, faisant le mesme avec l'opposition en l'an 1580 le 21 May, je trouvè trop peu seulement de 2 deg. 26 ①. Mais par opposition, en l'an 1579 le 20 Avril, DEB estoit 30 deg. 57 ①, BDE 147 deg. & EBD 2 deg. 36 ①, lesquels trois font ensemble 180 deg. 33 ①, qui sont seulement 33 ① de trop, qui se peut prendre pour une assez bonne convenance. Tellement que A demeure l'apogée requis, comme devant au 188 deg. 56 ①, convenant assez pres avec les 186 deg. de *Rheinoles tables Pruteniques*.

Quant à ce qui est de la perfection, laquelle requiert qu'on face les recherches avec le Soleil moyen, il semble que ce n'est chose fort necessaire en ces rudimens, lesquels ne sont que proposés pour exemple; joint que les Ephemerides que nous avons sont trop courtes.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la longitude apparente de l'apogée de Jupiter, selon le requis.

### PROPOSITION XXV.

**T**rouver le moyen mouvement de Jupiter au temps donné, par les Ephemerides observées; & en faire une table.

La maniere est telle : on voit que Jupiter environ en 12 ans fait un periode, parquoy on cherche en quel an & jour environ les 12 ans (ou quelques douzaines d'années, autant que les Ephemerides s'estendent) devant & apres le susdit 19 Mars 1578, en sorte qu'environ le 19 Mars, Jupiter soit au 188 deg. 56 ① (estant l'apogée du deferant par la 21 proposition) en opposition du Soleil, & que le periode, ou periodes foyent alors parfaicts assez pres, afin que les eccentricitez des deferans de Jupiter & du Soleil, n'apportent aucun erreur perceptible. D'avantage le temps depuis l'une opposition jusques à l'autre est connu, par lequel on trouve aussi le cours d'un jour, & construit-on des tables, & comme a esté dit au cours du Soleil, sont rameliorees puis apres par la longueur des temps.

Comme par exemple, je cherche es Ephemerides (environ 12 ans devant l'opposition susdite du 19 Mars 1578;) une opposition où Jupiter soit fort pres du 188 deg. 56 ①, ce qui se trouve au 12 Mars 1566, sous le 185 deg. 8 ①; qui differe peu de l'autre de 3 deg. 48 ①, car en tels petis arcs, l'eccentricité n'est perceptible, aussi n'importe-il pas beaucoup pour un exemple comme icy. Puis je vois que Jupiter, & par consequent le centre de son epicycle, en 4390 jours (qui est depuis le 12 Mars 1566 jusqu'au 19 Mars 1578) à fait 363 deg. 48 ①, combien en 1 jour? vient 4 ①, 58, 20 : ce qui differe peu de la position de *Ptolomée* 4 ①, 59, 14.

SON EXCELLENCE, fit une calculation plus precise, par un plus long temps, assavoir en deux oppositions (n'estimant rien de s'astreindre aux conjonctions qui adviennent es apogées ou perigées du deferant) qui se trouvent bien plus esloignées l'une de l'autre, qu'elles ne se peuvent trouver es Ephemerides, dont la premiere escheut le 11 Mars 1554, l'autre le 25 Mars 1602, sur quel temps de 48 ans, qui sont 17546 jours, se sont faits 4 periodes & encor 15 degrez 35 ①, par lequel je trouve le cours sur un jour de 4 ①, 58, 39. Il est vray que les eccentricitez causent plus d'erreur, que sur l'autre 3 deg. 48 ① susdit, mais aussi on a tant plus de certitude en un plus long temps.

Notez encor qu'il n'est pas necessaire de faire cy-dessus son compte sur le Soleil moyen, pour semblables raisons deduites à la fin de la 17 proposition au cours de Saturne.

Le cours d'un jour estant donc comme dessus, il appert comment on pourroit faire des tables, comme on a fait du Soleil en la troisieme proposition, afin qu'avec facilité on puisse trouver le cours du centre de l'epicycle, ou pour dire autrement, le moyen mouvement de Jupiter en tout temps donné, comme il advient d'en avoir besoing en la pratique. Mais veu que nous mettrons en œuvre les tables de *Ptolomée* par exemple, nous les poserons aussi cy-dessous pour semblables raisons declarées es cours du Soleil & Lune cy-devant.



*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le moyen mouvement de Jupiter au temps donné, par les Ephemerides observées, & en avons fait des tables, selon le requis.

PROPOSITION XXVI.

**T**rouver le mouvement de Jupiter en son epicycle au temps donné par les Ephemerides observées, & en faire des tables.

*Le donné.* On demande le cours de Jupiter en son epicycle sur un jour.

OPERATION I.

Cette premiere operation est mise devant la deuxiesme suivante, pour les raisons descrites en la 18 proposition.

Je cherche es Ephemerides deux oppositions de Jupiter & du Soleil, fort distantes l'une de l'autre, & quasi sous un mesme lieu de l'ecliptique, assavoir de mesme longitude; car alors les periodes tant en son epicycle, que ceux du Soleil doivent estre parfaits, sans que les eccentricitez puissent empescher, & n'est aussi necessaire de faire son calcul par le Soleil moyen pour causes manifestes: je prens la premiere de telles deux oppositions, celle qui eschoit l'onzieme Mars 1554, l'autre le 25 Mars 1602, entre lesquelles il y a 48 ans, qui sont 17546 jours, esquels Jupiter a fait autant de periodes en son epicycle, qu'il y a d'oppositions, qui sont 44 en nombre, chacune de 360 degrez, font 15846 degrez: ainsi je dis 17546 jours donnent 15846 degrez, combien 1 jour? vient pour le requis 54<sup>①</sup> 11<sup>②</sup>, peu differant de ce que concluent Ptolemee & Copernic, ensuivans.

OPERATION II.

Du moyen mouvement du Soleil sur un jour par la troisieme proposition  
 o deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.  
 Otez le moyen mouvement de Jupiter sur un jour par la 25 proposition  
 o deg. 4. 59. 14. 26. 46. 31.  
 Reste pour le mouvement requis de Jupiter en son epicycle sur un jour  
 o deg. 54. 9. 2. 46. 26. 0.  
 Dont la demonstration est manifeste par telle operation faite du cours de Saturne en la dixneuvieme proposition.

COROLLAIRE.

Ayant trouvé le cours d'un jour, il appert comment on en pourra faire des tables, comme a esté fait du Soleil en la 3 proposition, afin que par une facilité on trouve le cours de Jupiter en son epicycle en tout temps donné, comme il advient en la pratique.

TABLE DU MOUVEMENT

| heur. | deg. | ①  | ②  | ③  | ④  | ⑤  | ⑥  |
|-------|------|----|----|----|----|----|----|
| 1     | 0    | 2  | 15 | 22 | 36 | 56 | 5  |
| 2     | 0    | 4  | 30 | 45 | 13 | 52 | 10 |
| 3     | 0    | 6  | 46 | 7  | 50 | 48 | 15 |
| 4     | 0    | 9  | 1  | 30 | 27 | 44 | 20 |
| 5     | 0    | 11 | 16 | 53 | 4  | 40 | 25 |
| 6     | 0    | 13 | 32 | 15 | 41 | 36 | 30 |
| 7     | 0    | 15 | 47 | 38 | 18 | 32 | 35 |
| 8     | 0    | 18 | 3  | 0  | 55 | 28 | 40 |
| 9     | 0    | 20 | 18 | 23 | 32 | 24 | 45 |
| 10    | 0    | 22 | 33 | 46 | 9  | 20 | 50 |
| 11    | 0    | 24 | 49 | 8  | 46 | 16 | 55 |
| 12    | 0    | 27 | 4  | 31 | 23 | 13 | 0  |
| 13    | 0    | 29 | 19 | 54 | 0  | 9  | 5  |
| 14    | 0    | 31 | 35 | 16 | 37 | 5  | 10 |
| 15    | 0    | 33 | 50 | 39 | 14 | 1  | 15 |
| 16    | 0    | 36 | 6  | 1  | 50 | 57 | 20 |
| 17    | 0    | 38 | 21 | 24 | 27 | 53 | 25 |
| 18    | 0    | 40 | 36 | 47 | 4  | 49 | 30 |
| 19    | 0    | 42 | 52 | 9  | 41 | 45 | 35 |
| 20    | 0    | 45 | 7  | 32 | 18 | 41 | 40 |
| 21    | 0    | 47 | 22 | 54 | 55 | 37 | 45 |
| 22    | 0    | 49 | 38 | 17 | 32 | 33 | 50 |
| 23    | 0    | 51 | 53 | 40 | 9  | 29 | 55 |
| jours |      |    |    |    |    |    |    |
| 1     | 0    | 54 | 9  | 2  | 46 | 26 | 0  |
| 2     | 1    | 48 | 18 | 5  | 32 | 52 | 0  |
| 3     | 2    | 42 | 27 | 8  | 19 | 18 | 0  |
| 4     | 3    | 36 | 36 | 11 | 5  | 44 | 0  |
| 5     | 4    | 30 | 45 | 13 | 52 | 10 | 0  |
| 6     | 5    | 24 | 54 | 16 | 38 | 36 | 0  |
| 7     | 6    | 19 | 3  | 19 | 25 | 2  | 0  |
| 8     | 7    | 13 | 12 | 22 | 11 | 28 | 0  |
| 9     | 8    | 7  | 21 | 24 | 57 | 54 | 0  |
| 10    | 9    | 1  | 30 | 27 | 44 | 20 | 0  |
| 11    | 9    | 55 | 39 | 30 | 30 | 46 | 0  |
| 12    | 10   | 49 | 48 | 33 | 17 | 12 | 0  |
| 13    | 11   | 43 | 57 | 36 | 3  | 38 | 0  |
| 14    | 12   | 38 | 6  | 38 | 50 | 4  | 0  |
| 15    | 13   | 32 | 15 | 41 | 36 | 30 | 0  |
| 16    | 14   | 26 | 24 | 44 | 22 | 56 | 0  |
| 17    | 15   | 20 | 33 | 47 | 9  | 22 | 0  |
| 18    | 16   | 14 | 42 | 49 | 55 | 48 | 0  |
| 19    | 17   | 8  | 51 | 52 | 42 | 14 | 0  |
| 20    | 18   | 3  | 0  | 55 | 28 | 40 | 0  |
| 21    | 18   | 57 | 9  | 58 | 15 | 6  | 0  |
| 22    | 19   | 51 | 19 | 1  | 1  | 32 | 0  |
| 23    | 20   | 45 | 28 | 3  | 47 | 58 | 0  |
| 24    | 21   | 39 | 37 | 6  | 34 | 24 | 0  |
| 25    | 22   | 33 | 46 | 9  | 20 | 50 | 0  |
| 26    | 23   | 27 | 55 | 12 | 7  | 16 | 0  |
| 27    | 24   | 21 | 4  | 14 | 53 | 42 | 0  |
| 28    | 25   | 16 | 13 | 17 | 40 | 8  | 0  |
| 29    | 26   | 10 | 22 | 20 | 26 | 34 | 0  |
| 30    | 27   | 4  | 31 | 23 | 13 | 0  | 0  |
| 60    | 54   | 9  | 2  | 46 | 26 | 0  | 0  |
| 90    | 81   | 13 | 34 | 9  | 39 | 0  | 0  |
| 120   | 108  | 18 | 5  | 32 | 52 | 0  | 0  |
| 150   | 135  | 22 | 36 | 56 | 5  | 0  | 0  |
| 180   | 162  | 27 | 8  | 19 | 18 | 0  | 0  |
| 210   | 189  | 31 | 39 | 42 | 31 | 0  | 0  |
| 240   | 216  | 36 | 11 | 5  | 44 | 0  | 0  |
| 270   | 243  | 40 | 42 | 28 | 57 | 0  | 0  |
| 300   | 270  | 45 | 13 | 52 | 10 | 0  | 0  |
| 330   | 297  | 49 | 45 | 15 | 23 | 0  | 0  |
| 360   | 324  | 54 | 16 | 38 | 36 | 0  | 0  |

## DE JUPITER EN SON EPICYCLE.

| ans. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1    | 329  | 25  | 1   | 52  | 28  | 10  | 0   |
| 2    | 298  | 50  | 3   | 44  | 56  | 20  | 0   |
| 3    | 268  | 15  | 5   | 37  | 24  | 30  | 0   |
| 4    | 237  | 40  | 7   | 29  | 52  | 40  | 0   |
| 5    | 207  | 5   | 9   | 22  | 20  | 50  | 0   |
| 6    | 176  | 30  | 11  | 14  | 49  | 0   | 0   |
| 7    | 145  | 55  | 13  | 7   | 17  | 10  | 0   |
| 8    | 115  | 20  | 14  | 59  | 45  | 20  | 0   |
| 9    | 84   | 45  | 16  | 52  | 13  | 30  | 0   |
| 10   | 54   | 10  | 18  | 44  | 41  | 40  | 0   |
| 11   | 23   | 35  | 20  | 37  | 9   | 50  | 0   |
| 12   | 353  | 0   | 22  | 29  | 38  | 0   | 0   |
| 13   | 322  | 25  | 24  | 22  | 6   | 10  | 0   |
| 14   | 291  | 50  | 26  | 14  | 34  | 20  | 0   |
| 15   | 261  | 15  | 28  | 7   | 2   | 30  | 0   |
| 16   | 230  | 40  | 29  | 59  | 30  | 40  | 0   |
| 17   | 200  | 5   | 31  | 51  | 58  | 50  | 0   |
| 18   | 169  | 30  | 33  | 44  | 27  | 0   | 0   |
| 36   | 339  | 1   | 7   | 28  | 54  | 0   | 0   |
| 54   | 148  | 31  | 41  | 13  | 21  | 0   | 0   |
| 72   | 318  | 2   | 14  | 57  | 48  | 0   | 0   |
| 90   | 127  | 32  | 48  | 42  | 15  | 0   | 0   |
| 108  | 297  | 3   | 22  | 26  | 42  | 0   | 0   |
| 126  | 106  | 33  | 56  | 11  | 9   | 0   | 0   |
| 144  | 276  | 4   | 29  | 55  | 36  | 0   | 0   |
| 162  | 85   | 35  | 3   | 40  | 3   | 0   | 0   |
| 180  | 255  | 5   | 37  | 24  | 30  | 0   | 0   |
| 198  | 64   | 36  | 11  | 8   | 56  | 0   | 0   |
| 216  | 234  | 6   | 44  | 53  | 24  | 0   | 0   |
| 234  | 43   | 37  | 18  | 37  | 51  | 0   | 0   |
| 252  | 213  | 7   | 52  | 22  | 18  | 0   | 0   |
| 270  | 22   | 38  | 26  | 6   | 45  | 0   | 0   |
| 288  | 192  | 8   | 59  | 51  | 12  | 0   | 0   |
| 306  | 1    | 39  | 33  | 35  | 39  | 0   | 0   |
| 324  | 171  | 10  | 7   | 20  | 6   | 0   | 0   |
| 342  | 340  | 40  | 41  | 4   | 33  | 0   | 0   |
| 360  | 150  | 11  | 14  | 49  | 0   | 0   | 0   |
| 378  | 319  | 41  | 48  | 33  | 27  | 0   | 0   |
| 396  | 129  | 12  | 22  | 17  | 54  | 0   | 0   |
| 414  | 298  | 42  | 56  | 2   | 21  | 0   | 0   |
| 432  | 108  | 13  | 29  | 46  | 48  | 0   | 0   |
| 450  | 277  | 44  | 3   | 31  | 15  | 0   | 0   |
| 468  | 87   | 14  | 37  | 15  | 42  | 0   | 0   |
| 486  | 256  | 45  | 11  | 0   | 9   | 0   | 0   |
| 504  | 66   | 15  | 44  | 44  | 36  | 0   | 0   |
| 522  | 235  | 46  | 18  | 29  | 3   | 0   | 0   |
| 540  | 45   | 16  | 52  | 13  | 30  | 0   | 0   |
| 558  | 214  | 47  | 25  | 57  | 57  | 0   | 0   |
| 576  | 14   | 17  | 59  | 42  | 24  | 0   | 0   |
| 594  | 193  | 48  | 33  | 26  | 51  | 0   | 0   |
| 612  | 3    | 19  | 7   | 11  | 18  | 0   | 0   |
| 630  | 17   | 49  | 40  | 55  | 45  | 0   | 0   |
| 648  | 342  | 20  | 14  | 40  | 12  | 0   | 0   |
| 666  | 151  | 50  | 48  | 24  | 39  | 0   | 0   |
| 684  | 321  | 21  | 22  | 9   | 6   | 0   | 0   |
| 702  | 130  | 51  | 55  | 53  | 33  | 0   | 0   |
| 720  | 30   | 22  | 29  | 38  | 0   | 0   | 0   |
| 738  | 109  | 53  | 3   | 22  | 27  | 0   | 0   |
| 756  | 279  | 23  | 37  | 6   | 54  | 0   | 0   |
| 774  | 88   | 54  | 10  | 51  | 21  | 0   | 0   |
| 792  | 358  | 24  | 44  | 35  | 48  | 0   | 0   |
| 810  | 67   | 55  | 18  | 20  | 15  | 0   | 0   |

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours de Jupiter en son epicycle au temps donné par les Ephemerides observées, & en avons fait une table, selon le requis.

## PROPOSITION XXVII.

**T**rouver le cours de l'apogée du deferant de Jupiter par les Ephemerides observées.

D'autant que les Ephemerides de *Stadius* sont trop courtes pour satisfaire au requis, (lesquelles nous posons estre observées par ce qui a esté dit en la 1<sup>e</sup> proposition) nous prendrons en aide les observations de *Ptolemée*, lequel au 1<sup>er</sup> chapitre de son livre II. a trouvé l'apogée du deferant de Jupiter au 161 deg. mais en la 24<sup>e</sup> proposition, il a esté trouvé au 188 deg. 56<sup>①</sup>, qui sont 27 deg. 56<sup>①</sup>, & autant s'est avancé l'apogée du depuis, assavoir en 1450 ans environ: Par lequel on calculera son cours en tout temps donné. Soit par exemple sur 1 an: disant 1450 ans donnent 27 deg. 56<sup>①</sup>, combien 1 an? vient 1<sup>①</sup>, 9<sup>②</sup>.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Jupiter par les Ephemerides observées, selon le requis.

## PROPOSITION XXVIII.

**T**rouver le cours du centre de l'epicycle de Jupiter le long du deferant, par les Ephemerides observées.

Le cours de l'apogée du deferant de Jupiter en 1 an, par la 27<sup>e</sup> proposition est de

1<sup>①</sup>, 9<sup>②</sup>.

Lequel osté du moyen mouvement de Jupiter aussi en 1 an Egyptien, faisant par la 25<sup>e</sup> proposition

30 deg. 20<sup>①</sup>.

Reste pour le cours du centre d'epicycle requis en un an Egyptien

30 deg. 19<sup>①</sup>.

Et ainsi de quelque temps qu'on pourroit proposer.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée, &c.

CINQUIESME DISTINCTION  
DV PREMIER LIVRE.

De l'invention du cours de Mars par les Ephemerides observées.

*Devant que venir à la chose mesme, je diray que le cours de Mars est de mesme qualité, que celui de Saturne & Jupiter, se mouvant comme luy dans un epicycle, & iceluy en un eccentrique, differant seulement en quantité, assavoir, qu'il est plus frequent en ses periodes, & ayant aussi d'autre eccentricité, & choses semblables. Ce qu'estant dit icy, chacun pourroit de soy-mesme entendre tout le mouvement de Mars par celui de Jupiter. Toutefois pour plus ample declaration je descriray icy ce qui m'est advenu à la recherche d'iceluy avec un ordre pareil à celui de Jupiter.*

## PROPOSITION XXIX.

**D**eclarer comment par les Ephemerides observées, on remarque le temps periodique de Mars en gros: avec la qualité de sa retrogradation, & station: aussi qu'il tourne en son epicycle.

Le dessein estant de rechercher la qualité du cours de Jupiter par les Ephemerides observées (au lieu desquel-  
les nous



PROPOSITION XXXI.

les nous prenons les calculées de *Stadius* pour les raisons descrites en la 1 proposition) ayant donc esgard à la cinquième colonne qui est de Mars: Je prens ce qui avient le premier, comme le 1 Janvier 1554, sur lequel jour il estoit au 299 deg. 53: Et un an apres, assavoir le 1 Janvier 1555, au 176 deg. 12: Et au 1 Janvier 1556, au 315 deg. 39, ainsi qu'en ces deux années là il fait environ un circuit: ce qui s'accorde avec semblable recherche en d'autres années.

**T**rouver par les Ephemerides observées, la longitude apparente de l'apogée & perigée du deferant de Mars.

Puis prenant garde de plus pres en son cours & en chacun periode, je remarque qu'il va fort viste aucune fois, tantost lentement, voire mesme qu'il est stationnaire, c'est à dire qu'il est coy, & ce qui est de plus estrange, est qu'il recule aussi: Or remarquant tousiours d'avantage les circonstances, on trouve le milieu de son reculement (qu'on appelle retrogradation) à chacune fois advenir environ l'opposition du Soleil, & que tant plus il approche du Soleil, tant plus il va viste. Par exemple, en l'an 1555 le 12 Avril, il court de plus viste en plus viste tous les jours, comme le premier jour de 1, l'autre de 2, & ainsi de plus en plus; & ayant esté au plus viste, il commence derechef à s'allentir journellement, diminuant son cours, ainsi que finalement jusques au 3 Mars 1557 il est immobile au 213 deg. 52: puis commence à reculer, le 4 Mars, jusques au 18 May, qui sont 75 jours, dont la moitié est 37 jours, ainsi que le milieu eschoit le 10 Avril. Tellement que comme il a esté dit, le milieu de la retrogradation advient tousiours lors que Mars est environ opposé au Soleil: Mais tant plus il vient pres du Soleil, tant plus se haste-il, car le mouvement plus viste advient à chacune fois environ la conjonction: comme au mouvement le plus viste susdit, il estoit en conjonction (posant qu'on l'eust sceu appercevoir) le 21 Avril; la retrogradation mentionnée donne à cognoistre que Mars ne tourne simplement en un deferant, comme le Soleil; mais en un epicycle, pour les raisons semblables declarées au mouvement de Saturne, proposition 15.

Par la 25 proposition ayant remarqué que le deferant est eccentricque, il reste de rechercher plus avant la longitude apparente de l'apogée: A ceste fin je dis qu'il appert par ce qui a esté demonsté en chose semblable de Saturne en la 16 proposition, que trouvant es Ephemerides observées une opposition de Mars, & du Soleil moyen, telle qu'en chaque deux temps egaux l'un devant l'autre apres, il face deux arcs egaux, qu'alors le centre de l'epicycle en telle opposition doit estre en l'apogée ou perigée du deferant, qui fait que la longitude de l'un ou de l'autre est cognüe. Et pour trouver tels deux arcs, je prens d'abord ce qui advient, comme l'opposition de l'an 1565 au 5 Decembre sous le 83 deg. 55, recherchant par là en deux temps egaux l'un devant, l'autre apres, chacun de 6 mois qui comprennent 183 jours (je prens 6 mois, qui est environ le quart de son periode de 2 ans, pour les raisons declarées en la note de la 4 proposition) & trouve le premier arc plus grand que le deuxiesme de 11 deg. 14, qui est une grande difference, tellement que l'apogée apparant ou le perigée est loing du susdit 83 deg. 55, aussi de son point opposé 263 deg. 55, toutesfois l'un des deux n'en peut estre esloigné plus de 90 degrez: Parquoy faisant mesme recherche en d'autres lieux, je viens finalement en l'opposition faite en l'an 1561 le 4 Aoust, au 321 deg. 42, avec lequel je cherche deux temps egaux, l'un devant, l'autre apres, chacun d'environ 6 mois, qui comprennent 181 jours, trouve assez pres de l'egalité, differant seulement en 2 deg. 21, & ne se trouve es Ephemerides de difference moindre. Cela ainsi achevé on pourroit voir apres l'opposition de Mars, & du Soleil moyen; mais mesme l'ayant trouvé, les Ephemerides ne sont pas assez grandes pour y trouver beaucoup d'oppositions plus parfaites, tellement que nous nous contenterons avec ce 321 deg. 42.

**Conclusion.** Nous avons donc déclaré comment par les Ephemerides observées, on remarque le temps periodique de Mars en gros: avec la qualité de sa retrogradation, & station; aussi qu'il tourne en un epicycle, selon le requis.

On peut aussi faire des espreuves en d'autres deux temps egaux, que de 6 mois: Comme par exemple, en 7 ans devant le 4 Aoust 1561, je trouve seulement difference de 2 deg. 56, quasi comme devant, tellement que je retiens le 321 deg. 42 pour le requis.

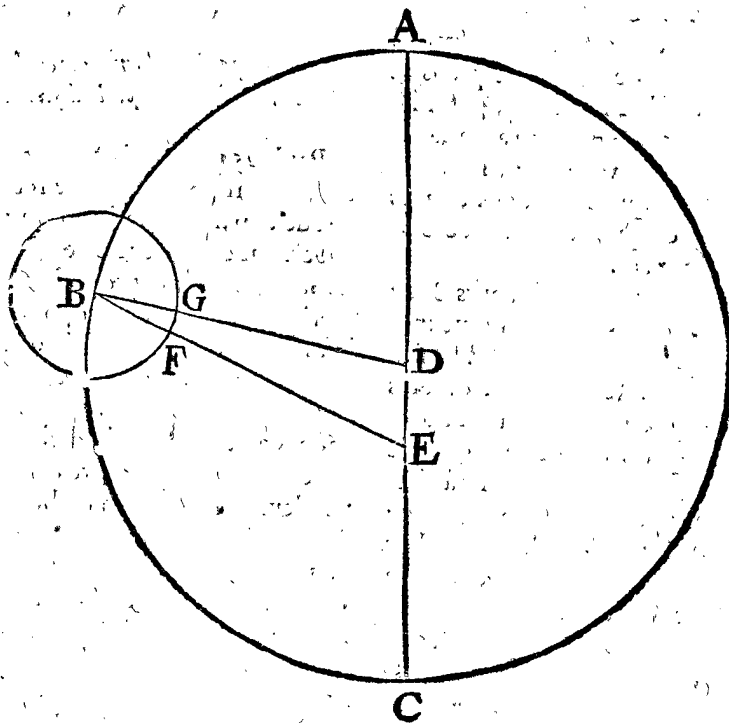
PROPOSITION XXX.

**D**éclarer comment on remarque es Ephemerides observées, que l'eccentricque de Mars est eccentricque.

Si le deferant de Mars estoit concentrique, il s'ensuivroit qu'en temps egaux, l'un devant l'environ de l'opposition du Soleil, l'autre apres, qu'il feroit les arcs apparants egaux, pour semblables raisons deduites plus amplement au mouvement de Saturne en la 16 proposition, ce qui contrediroit manifestement à l'experience du mouvement de Mars: car par exemple soit une opposition, comme celle qui advient l'an 1574 le 4 May, estant Mars au 233 deg. 18, & quelque temps auparavant, je prens 6 mois, assavoir le 4 Novembre 1573, il estoit au 177 deg. 50, l'arc intercepté est 55 deg. 28: mais 6 mois apres, comprenant comme la premiere 181 jours, qui eschoit sur le 1 Novembre 1574, il estoit au 297 deg. 40, sur quoy l'arc depuis les 233 deg. 18 fait 64 deg. 22, qui differe de 8 deg. 54 de l'arc premier 55 deg. 28.

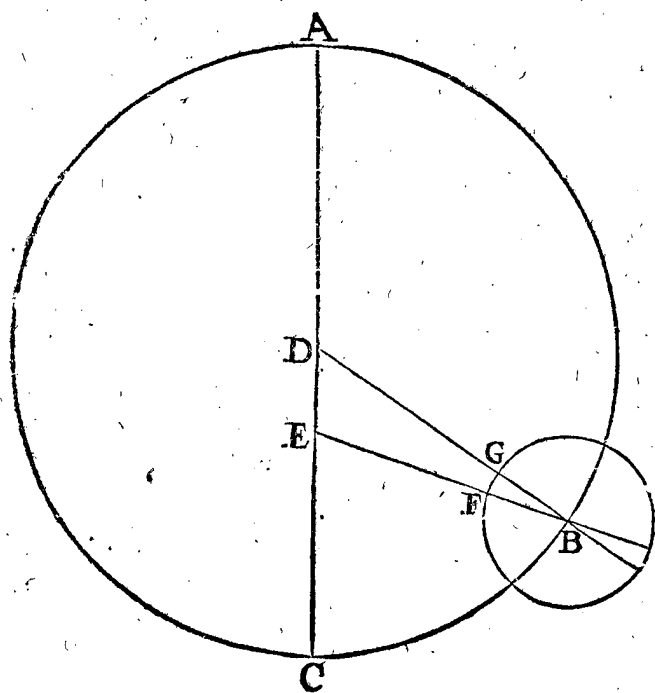
Jusques icy a esté dit comment l'apogée ou perigée est au 321 deg. 42, il reste maintenant de recognoistre lequel c'est des deux: pour à quoy parvenir, soit pour plus ample declaration ABC deferant de Mars, D son centre, & E la terre, le perigée C, & sur B comme centre soit décrit un epicycle FG, son perigée F, & perigée moyen G; ce qu'estant ainsi, il appert que A estant l'apogée, alors le moyen mouvement ADB, du premier semicercle ABC, doit estre de tout costé plus grand que le mouvement apparant AEB; & par la converse est manifeste, que quand ce mouvement de centre d'epicycle, ou bien ce moyen mouvement de Mars, en un temps proposé, est trouvé au premier semicercle plus grand que l'apparant, il faut que le point où on commence à compter soit l'apogée, & le contraire advenant, le perigée. Ce qu'estant ainsi, je cherche es Ephemerides une opposition, qui soit assez esloignée de A & C, c'est à dire de 321 deg. 42, ou de son point opposé; & vient d'abord, je prens, l'opposition qui se fit en l'an 1563 le 16 Octobre, estant Mars au 33 deg. 7, jusqu'auquel son mouvement apparant est 71 deg. 25 (à compter depuis le 321 deg. 42) mais son

**Conclusion.** Nous avons donc déclaré comment on remarque es Ephemerides observées, que l'eccentricque de Mars est eccentricque, selon le requis.



mouvement moyen en mesme temps, assavoir du 4 Aoust 1561 jusques à ce 16 Octobre 1563, qui sont 2 ans Egyptiens & 73 jours, fait par la 32 proposition suivante 60 deg. 49 ①, lequel estant moindre au mouvement apparant 71 deg. 25 ①, alors pour les raisons susdites, 321 deg. 42 ① sera le perigée.

Mais d'autant que cecy sembleroit estre obscur, à cause que la figure n'est pas propre; parquoy j'en descris une autre, comme cy-dessous, selon que la figure le requiert: soit donc ABCDEFG de mesme signification que devant, horsmis que le centre d'epicycle B vient à l'autre semicercle maintenant, ainsi que l'arc depuis le perigée C, jusques au poinct B, veu de la



terre E, c'est l'angle CEB faisant 71 deg. 25 ①, & l'angle CDB 60 deg. 49 ①, lequel estant moindre à CEB 71 deg. 25 ①, on juge par là, que C (lequel est au 321 deg. 42 ①) est le perigée, & A (au 141 deg. 42 ①) l'apogée.

Quant à ce qu'on pourroit objecter, que la ligne droite, au temps de la conjunction, laquelle passe de

E la terre, par Mars F, ne passe pas de nécessité par le centre de l'epicycle B, pour des causes manifestes, & partant qu'on pourroit douter si la conclusion susdite est certaine, ou non; sur quoy on respond, que si les trois angles du triangle BDE, font ensemble 180 degrez, qu'alors Mars sera au poinct F; qui est le perigée de l'epicycle. Pour quoy esprouver je dis ainsi, L'angle CDB, ou EDB, est comme dessus

60 deg. 49 ①.

Et l'angle CEB 71 deg. 25 ① son adjoint pour l'angle DEB

108 deg. 35 ①.

Mais l'angle EBD est 10 deg. 39 ①; car es 2 ans Egyptiens & 73 jours susdits, Mars a autant couru en son epicycle par la suivante 33 proposition

10 deg. 39 ①.

Lesquels trois, assavoir EDB 60 deg. 49 ①, premier en l'ordre, & DEB, 108 deg. 35 ① second, & puis EBD, tiers en l'ordre, 10 deg. 39 ①, font ensemble

180 deg. 3 ①.

Qui est seulement au dessus du demicercle

3 ①.

Ce qui estant assez pres, on peut dire que Mars a esté au perigée de son epicycle: Que si la difference eust esté trop grande, on eust peu faire comme a esté fait de Saturne & Jupiter es propositions 17 & 24. tellement que nous tiendrons les susdits 141 deg. 42 ① pour le lieu requis où se trouve l'apogée de Mars, convenant assez pres (mesme en cest exemple, qui n'est mis que pour apprendre, & avec des Ephemerides si briefves) avec les 147 degrez de Rheinolde es tables Pruteniques.

Quant à ce que la perfection requiert qu'on face les choses susdites par des oppositions au Soleil moyen, il semble que cela soit inutile en ces rudimens, joint que nous aurions besoing d'Ephemerides plus longues, que celles-cy.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée du deferant de Mats, selon le requis.

#### PROPOSITION XXXII.

**T**rouver le moyen mouvement de Mars au temps donné, par les Ephemerides observées; & en faire une table.

La mas

# DV COURS DES PLANETES.

La maniere de trouver le cours du centre de l'epicycle par les Ephemerides, est telle : On voit que Mars environ en 2 ans fait un periode apparant, parquoy on cherche en quel an & jour environ 2 ans (ou environ plusieurs fois 2 ans) devant & apres le susdit 4 Aoust 1561; car environ le 4 Aoust, Mars est au 321 deg. 42 (1) (estant le perigee de son deferant par la 26 proposition) assavoir donc en quel an & jour Mars est en opposition avec le Soleil, car alors le periode ou les periodes sont parfaicts assez pres, & ce afin d'eviter les erreurs que pourroyent causer les eccentricitez tant de Mars, que du Soleil: D'avantage le temps est cognu depuis une opposition jusqu'à l'autre, par lequel on trouve aussi le cours sur un jour, & ainsi se peuvent faire des tables; lesquelles par la longueur du temps se rameliorent, comme a esté dit au mouvement du Soleil; notez aussi qu'avec autant de certitude on se peut servir des oppositions qui adviennent lors que Mars est au point opposite des 321 deg. 42 (1).

Mais pour en donner exemple, je revisite les Ephemerides au pour an, là où Mars se peut trouver au 321 deg. 42 (1), ou tres pres de là, sur un 4 d'Aoust, ou tout joignant un tel jour, autre que le 4 Aoust 1561 susdit: Toutefois une telle chose ne se peut trouver en tout le livre des Ephemerides: Parquoy je cherche une opposition estant Mars au point opposite de 321 deg. 42 (1), comme est 141 deg. 42 (1), ce qui advient lors que le Soleil est au 321 deg. 42 (1), ce qui arrive annuellement environ le 1 Fevrier, je cherche donc d'an en an au 1 Fevrier où c'est que Mars est au plus pres du susdit 141 deg. 42 (1), & trouve que c'est au 1 Fevrier 1585, estant Mars au 143 deg. 25 (1), differant du 141 deg. 42 (1) seulement 1 deg. 43 (1) des periodes parfaits, & puis que sur tel petit arc les eccentricitez des deferans de Mars & du Soleil ne peuvent causer grand erreur, voire en un exemple comme icy: je voy que Mars du 4 Aoust 1561 jusques au 1 Fevrier 1585, qui sont 8582 jours, a couru 12 periodes, qui font 4320 degrez & encor quasi un demy periode, assavoir 181 deg. 43 (1) (assavoir du 321 deg. 42 (1) jusques au 143 deg. 25 (1)) qui font ensemble 4501 deg. 43 (1): Parquoy je dis 8582 jours donnent 4501 deg. 43 (1), combien 1 jour? vient 31 (1) 28 (2), peu differant de la position de Ptolomée 31 (1) 27 (2).

Ayant maintenant le cours sur un jour, il appert comment on pourra faire des tables, comme on a fait du Soleil en la troisieme proposition, pour avec facilité trouver le cours du centre d'epicycle de Mars, ou autrement dit le moyen mouvement de Mars en tout temps donné, comme il en est de besoing en la pratique. Mais d'autant que nous prenons les tables de Ptolomée par exemple, comme il a esté déclaré aux cours du Soleil & de la Lune, nous les mettrons icy comme s'ensuit.

TABLE DU MOYEN

| heurr. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|--------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1      | 0    | 1   | 18  | 36  | 32  | 14  | 39  |
| 2      | 0    | 2   | 37  | 13  | 4   | 29  | 18  |
| 3      | 0    | 3   | 55  | 49  | 36  | 43  | 56  |
| 4      | 0    | 5   | 14  | 26  | 8   | 58  | 35  |
| 5      | 0    | 6   | 33  | 2   | 41  | 13  | 14  |
| 6      | 0    | 7   | 51  | 39  | 13  | 27  | 53  |
| 7      | 0    | 9   | 10  | 15  | 45  | 42  | 32  |
| 8      | 0    | 10  | 28  | 52  | 17  | 57  | 11  |
| 9      | 0    | 11  | 47  | 28  | 50  | 11  | 49  |
| 10     | 0    | 13  | 6   | 5   | 22  | 26  | 28  |
| 11     | 0    | 14  | 24  | 41  | 54  | 41  | 7   |
| 12     | 0    | 15  | 43  | 18  | 26  | 55  | 46  |
| 13     | 0    | 17  | 1   | 54  | 59  | 10  | 25  |
| 14     | 0    | 18  | 20  | 31  | 31  | 25  | 4   |
| 15     | 0    | 19  | 39  | 8   | 3   | 39  | 43  |
| 16     | 0    | 20  | 57  | 44  | 35  | 54  | 22  |
| 17     | 0    | 22  | 16  | 21  | 8   | 9   | 0   |
| 18     | 0    | 23  | 34  | 57  | 40  | 23  | 39  |
| 19     | 0    | 24  | 53  | 54  | 12  | 38  | 18  |
| 20     | 0    | 26  | 12  | 10  | 44  | 52  | 57  |
| 21     | 0    | 27  | 30  | 47  | 17  | 7   | 36  |
| 22     | 0    | 28  | 49  | 23  | 49  | 22  | 15  |
| 23     | 0    | 30  | 8   | 0   | 21  | 36  | 54  |
| jours  |      |     |     |     |     |     |     |
| 1      | 0    | 31  | 26  | 36  | 53  | 51  | 33  |
| 2      | 1    | 2   | 53  | 13  | 47  | 43  | 6   |
| 3      | 1    | 34  | 19  | 50  | 41  | 34  | 39  |
| 4      | 2    | 5   | 46  | 27  | 35  | 26  | 12  |
| 5      | 2    | 37  | 13  | 4   | 29  | 17  | 45  |
| 6      | 3    | 8   | 39  | 41  | 23  | 9   | 18  |
| 7      | 3    | 40  | 6   | 18  | 17  | 0   | 51  |
| 8      | 4    | 11  | 32  | 55  | 10  | 52  | 24  |
| 9      | 4    | 42  | 59  | 32  | 4   | 43  | 57  |
| 10     | 5    | 14  | 26  | 8   | 58  | 35  | 30  |
| 11     | 5    | 45  | 52  | 45  | 52  | 27  | 3   |
| 12     | 6    | 17  | 19  | 22  | 46  | 18  | 36  |
| 13     | 6    | 48  | 45  | 59  | 40  | 10  | 9   |
| 14     | 7    | 20  | 12  | 36  | 34  | 1   | 42  |
| 15     | 7    | 51  | 39  | 13  | 27  | 53  | 15  |
| 16     | 8    | 23  | 5   | 50  | 21  | 44  | 48  |
| 17     | 8    | 54  | 32  | 27  | 15  | 36  | 21  |
| 18     | 9    | 25  | 59  | 4   | 9   | 27  | 54  |
| 19     | 9    | 57  | 25  | 41  | 3   | 19  | 27  |
| 20     | 10   | 28  | 52  | 17  | 57  | 11  | 0   |
| 21     | 11   | 0   | 18  | 54  | 51  | 2   | 33  |
| 22     | 11   | 31  | 45  | 31  | 44  | 54  | 6   |
| 23     | 12   | 3   | 12  | 8   | 38  | 45  | 39  |
| 24     | 12   | 34  | 38  | 45  | 32  | 37  | 12  |
| 25     | 13   | 6   | 5   | 22  | 26  | 28  | 45  |
| 26     | 13   | 37  | 31  | 59  | 20  | 20  | 18  |
| 27     | 14   | 8   | 58  | 36  | 14  | 11  | 51  |
| 28     | 14   | 40  | 25  | 13  | 8   | 3   | 24  |
| 29     | 15   | 11  | 51  | 50  | 1   | 54  | 57  |
| 30     | 15   | 43  | 18  | 26  | 55  | 46  | 30  |
| 60     | 31   | 26  | 36  | 53  | 51  | 33  | 0   |
| 90     | 47   | 9   | 55  | 20  | 47  | 19  | 30  |
| 120    | 62   | 53  | 13  | 47  | 43  | 6   | 0   |
| 150    | 78   | 36  | 32  | 14  | 38  | 52  | 30  |
| 180    | 94   | 19  | 50  | 41  | 34  | 39  | 0   |
| 210    | 110  | 3   | 9   | 8   | 30  | 25  | 30  |
| 240    | 125  | 46  | 27  | 35  | 28  | 12  | 0   |
| 270    | 141  | 29  | 46  | 2   | 21  | 58  | 30  |
| 300    | 157  | 13  | 4   | 29  | 17  | 45  | 0   |
| 330    | 172  | 56  | 22  | 56  | 13  | 31  | 30  |
| 360    | 188  | 39  | 41  | 23  | 9   | 18  | 0   |

MOUVEMENT DE MARS.

| ans. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1    | 191  | 16  | 54  | 27  | 38  | 35  | 45  |
| 2    | 22   | 33  | 48  | 55  | 17  | 11  | 30  |
| 3    | 213  | 50  | 43  | 22  | 55  | 47  | 15  |
| 4    | 41   | 7   | 37  | 50  | 34  | 23  | 0   |
| 5    | 236  | 24  | 32  | 18  | 12  | 58  | 45  |
| 6    | 67   | 41  | 26  | 45  | 51  | 34  | 30  |
| 7    | 258  | 58  | 21  | 13  | 30  | 10  | 15  |
| 8    | 90   | 15  | 15  | 41  | 8   | 46  | 0   |
| 9    | 281  | 32  | 10  | 8   | 47  | 21  | 45  |
| 10   | 112  | 49  | 4   | 36  | 25  | 57  | 30  |
| 11   | 304  | 5   | 59  | 4   | 4   | 33  | 15  |
| 12   | 135  | 22  | 53  | 31  | 43  | 9   | 0   |
| 13   | 326  | 39  | 47  | 59  | 21  | 44  | 45  |
| 14   | 157  | 56  | 42  | 27  | 0   | 20  | 30  |
| 15   | 349  | 13  | 36  | 54  | 38  | 56  | 15  |
| 16   | 180  | 30  | 31  | 22  | 17  | 32  | 0   |
| 17   | 11   | 47  | 25  | 49  | 56  | 7   | 45  |
| 18   | 203  | 4   | 20  | 17  | 34  | 43  | 30  |
| 36   | 46   | 8   | 40  | 35  | 9   | 27  | 0   |
| 54   | 240  | 13  | 0   | 52  | 44  | 10  | 30  |
| 72   | 92   | 17  | 21  | 10  | 18  | 54  | 0   |
| 90   | 295  | 21  | 41  | 27  | 53  | 37  | 30  |
| 108  | 138  | 26  | 1   | 45  | 28  | 21  | 0   |
| 126  | 341  | 30  | 21  | 3   | 3   | 4   | 30  |
| 144  | 184  | 34  | 42  | 20  | 37  | 48  | 0   |
| 162  | 27   | 39  | 2   | 38  | 12  | 31  | 30  |
| 180  | 230  | 43  | 22  | 55  | 47  | 15  | 0   |
| 198  | 73   | 47  | 43  | 13  | 21  | 58  | 30  |
| 216  | 276  | 52  | 3   | 30  | 56  | 42  | 0   |
| 234  | 119  | 56  | 23  | 48  | 31  | 25  | 30  |
| 252  | 323  | 0   | 44  | 6   | 6   | 9   | 0   |
| 270  | 166  | 5   | 4   | 23  | 40  | 52  | 30  |
| 288  | 9    | 9   | 24  | 41  | 15  | 36  | 0   |
| 306  | 212  | 13  | 44  | 58  | 50  | 9   | 30  |
| 324  | 55   | 18  | 5   | 16  | 25  | 3   | 0   |
| 342  | 258  | 22  | 25  | 33  | 59  | 46  | 30  |
| 360  | 101  | 26  | 45  | 51  | 34  | 30  | 0   |
| 378  | 304  | 31  | 6   | 9   | 9   | 13  | 30  |
| 396  | 147  | 35  | 26  | 26  | 43  | 57  | 0   |
| 414  | 350  | 39  | 46  | 44  | 18  | 40  | 30  |
| 432  | 193  | 44  | 7   | 1   | 53  | 24  | 0   |
| 450  | 36   | 48  | 27  | 19  | 28  | 7   | 30  |
| 468  | 239  | 52  | 47  | 37  | 2   | 51  | 0   |
| 486  | 82   | 57  | 7   | 54  | 37  | 34  | 30  |
| 504  | 286  | 1   | 28  | 12  | 12  | 18  | 0   |
| 522  | 129  | 5   | 48  | 29  | 47  | 1   | 30  |
| 540  | 332  | 10  | 8   | 47  | 21  | 45  | 0   |
| 558  | 175  | 14  | 29  | 4   | 56  | 28  | 30  |
| 576  | 18   | 18  | 49  | 22  | 31  | 12  | 0   |
| 594  | 221  | 23  | 9   | 40  | 5   | 55  | 30  |
| 612  | 64   | 27  | 29  | 57  | 40  | 39  | 0   |
| 630  | 267  | 31  | 50  | 15  | 15  | 22  | 30  |
| 648  | 110  | 36  | 10  | 32  | 50  | 6   | 0   |
| 666  | 313  | 40  | 30  | 50  | 24  | 49  | 30  |
| 684  | 156  | 44  | 51  | 7   | 59  | 33  | 0   |
| 702  | 359  | 49  | 11  | 25  | 34  | 16  | 30  |
| 720  | 202  | 53  | 31  | 43  | 9   | 0   | 0   |
| 738  | 45   | 57  | 52  | 0   | 43  | 43  | 30  |
| 756  | 249  | 2   | 12  | 18  | 18  | 27  | 0   |
| 774  | 92   | 6   | 32  | 35  | 53  | 10  | 30  |
| 792  | 295  | 10  | 52  | 53  | 27  | 54  | 0   |
| 810  | 138  | 15  | 13  | 11  | 2   | 37  | 30  |

Conclusion. Nous avons donc trouvé le moyen mouvement de Mars au temps donné, par les Ephemerides observées : & en avons fait une table, selon le requis.

PROPOSITION XXXIII.

Trouver le mouvement de Mars en son epicycle au temps donné, & en faire une table.

Le donné. Soit qu'on requerre de cognoistre le cours de Mars en son epicycle en un jour.

I. OPERATION.

Cette premiere operation est posée devant la deuxiesme suivante, pour causes manifestes en la note de la 18 proposition.

Je cherche es Ephemerides deux oppositions de Mars au Soleil fort distantes l'une de l'autre, & quasi sous un mesme lieu au zodiaque ; car alors il faut que tant les periodes en l'epicycle, que ceux du Soleil, soient parfaicts, afin de n'encourir aucun erreur par les eccentricitez, & n'avoir besoing de faire son compte avec le Soleil moyen : La premiere de telles oppositions, soit ( je prens ) celle qui eschoit le 12 Janvier 1568, l'autre le 15 Janvier 1600, entre lesquelles y a environ 32 ans, qui font 11691 jours, esquels Mars a autant fait de periodes qu'il y a eu d'oppositions, qui font 15 en nombre, chacune de 360 degrez, qui font 5400 degrez : Parquoy je dis 11691 jours me donnent 5400 degrez, combien 1 jour vient pour le requis 27 ① 42. 49. peu differant de ce que trouvent Copernic & Ptolemée, en la suivante.

II. OPERATION.

Du moyen mouvement du Soleil, sur un jour faisant par la troisieme proposition 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.  
Soustrait le moyen mouvement de Mars sur un jour, faisant aussi par la 32 proposition, 0 deg. 31. 26. 36. 53. 51. 33.  
Reste pour le cours requis de Mars en son epicycle sur un jour 0 deg. 27. 41. 40. 19. 20. 58.  
Dont la demonstration se tirera, par operation faite semblablement en Saturne à la 19 proposition.

COROLLAIRE.

Le cours d'un jour estant comme dessus, il appert comment par iceluy on pourra faire des tables, comme ont esté faites celles du Soleil en la 3 proposition, ainsi que cy-dessous, afin que comme il arrive souvent à la pratique, on puisse trouver le cours de Mars en tout temps donné.

TABLE



*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours de Mars en son epicycle sur un temps donné, par les Ephemerides observées, selon le requis.

## PROPOSITION XXXIV.

**T**rouver le mouvement de l'apogée du deferant de Mars par les Ephemerides observées.

Veux que les Ephemerides de *Stadius* (lesquelles nous posons estre observées, comme a esté dit en la 1 proposition) sont trop courtes pour trouver comme il faut le requis, je prendray en ayde les observations de *Ptolemée*, lequel au 7 chapitre de son 10 livre a trouvé l'apogée du deferant de Mars au 115 deg. 30 ① : Mais il est trouvé icy en la 31 proposition au 141 deg. 42 ①, qui avance sur l'autre point de 26 deg. 12 ①, & ce en 1450 ans environ : Par lequel on pourra avoir le cours de l'apogée en temps proposé : Comme si l'on proposoit tel temps estre 1 an, je dirois 1450 ans donnent 26 deg. 12 ①, combien 1 an? vient 1 ① 5 ②.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée de Mars par les Ephemerides observées, selon le requis.

## PROPOSITION XXXV.

**T**rouver le cours du centre de l'epicycle de Mars par les Ephemerides observées.

Le cours de l'apogée du deferant de Mars est trouvé estre en un an par la 34 proposition

1 ①, 5 ②.

Lequel osté du moyen mouvement de Mars, aussi sur un an Egyptien, faisant par la 32 proposition

191 deg. 17 ①.

Reste pour le requis, qui est le cours du centre de l'epicycle d'iceluy en un an Egyptien,

191 deg. 16 ①.

Et est manifeste qu'ainsi se trouvera le cours en tout temps proposé.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours du centre de l'epicycle de Mars par les Ephemerides observées, selon le dessein.

## SIXIEME DISTINCTION

## DU PREMIER LIVRE,

De l'invention du cours de Venus par les Ephemerides observées.

## DEFINITION.

**V**enus, & Mercure sont dits matutins, lors qu'ils sont levez devant le Soleil : & vespertins, lors qu'ils se vont coucher apres le Soleil.

Car Venus & Mercure demeurent tousiours à l'en-tour du Soleil : tellement qu'on ne les voit qu'aucunes fois au matin, & aucunes fois au soir, comme il sera dit en la suivante 36 proposition, d'où vient que les noms de matutins & vespertins leur ont esté imposez : Et pour plus ample declaration, est à sçavoir qu'estant plus avancez au zodiaque que le Soleil, ils sont vespertins, & au contraire matutins pour raisons manifestes.

## PROPOSITION XXXVI.

**D**éclarer comment on remarque en gros le temps periodique de Venus avec ses retrogradations, & stations : aussi qu'elle circuit un epicycle.

Le dessein estant de rechercher la qualité du cours de Venus par les Ephemerides observées (au lieu desquelles nous prenons les Ephemerides calculées de *Stadius* pour les raisons deduites en la 1 proposition) j'ay esgard à la 6 colonne, qui est celle de Venus, & remarque que jamais elle ne vient en opposition du Soleil, comme les 4 precedentes planetes font, mais demeure tousiours es environs du Soleil, tantost devant, tantost derriere. Comme par exemple, en l'an 1554 le 21 Decembre, je trouve sa majeure elongation vespertine de 47 deg. 29 ①, apres quoy elle commence à approcher le Soleil de plus en plus, jusques à ce qu'on la perde de veüe : Puis ayant esté en conjonction, sa longitude apparente devient moindre que celle du Soleil, tellement qu'elle commence à luire le matin, s'esloignant du Soleil jusqu'au 19 May 1555, & estant venue en son esloignement extreme, assavoir 45 deg. 46 ①, de là en avant s'approche du Soleil. Or de la susdite elongation extreme vespertine, jusques à la matutine y a 5 mois, & ceste matutine à la premiere suivante elongation vespertine, qui advient au 28 Juillet 1556, y a un an & un peu plus que 2 mois : & ainsi se trouvent les mesmes intervalles de temps en temps, puis apres.

Venus donc estant tousiours es environs du Soleil, tantost devant, tantost derriere, aussi retrogradant, & estant quant & quant stationaire, semble à bon droit qu'elle circuit un epicycle, dont le centre est environ le Soleil, d'où l'on peut conclurre que le cours du centre de l'epicycle, est le mesme que celui du Soleil : qui est journallement 59 ①. 8. 17. 13. 12. 31., comme en la troisieme proposition, & partant la table du cours du Soleil servira aussi pour Venus, toutesfois elle est encor escrete particulièrement joignant la description d'icelle par aucuns, afin que tout soit par ordre, comme nous ferons aussi icy.

# DU COURS DES PLANETES.

## TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE VENUS.

| heur. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | ans. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|-------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1     | 0    | 2   | 27  | 50  | 43  | 3   | 1   | 1    | 359  | 45  | 24  | 45  | 21  | 8   | 25  |
| 2     | 0    | 4   | 55  | 41  | 26  | 6   | 2   | 2    | 359  | 30  | 49  | 30  | 42  | 17  | 10  |
| 3     | 0    | 7   | 23  | 32  | 9   | 9   | 3   | 3    | 359  | 16  | 14  | 16  | 3   | 25  | 45  |
| 4     | 0    | 9   | 51  | 22  | 52  | 12  | 5   | 4    | 359  | 1   | 39  | 1   | 24  | 34  | 0   |
| 5     | 0    | 12  | 19  | 13  | 35  | 15  | 6   | 5    | 358  | 47  | 3   | 46  | 45  | 42  | 35  |
| 6     | 0    | 14  | 47  | 4   | 18  | 18  | 7   | 6    | 358  | 32  | 28  | 32  | 6   | 51  | 30  |
| 7     | 0    | 17  | 14  | 55  | 1   | 21  | 9   | 7    | 358  | 17  | 53  | 17  | 28  | 0   | 5   |
| 8     | 0    | 19  | 42  | 45  | 44  | 24  | 10  | 8    | 358  | 3   | 18  | 2   | 49  | 8   | 40  |
| 9     | 0    | 22  | 10  | 36  | 27  | 27  | 11  | 9    | 357  | 48  | 42  | 48  | 10  | 17  | 15  |
| 10    | 0    | 24  | 38  | 27  | 10  | 30  | 12  | 10   | 357  | 34  | 7   | 33  | 31  | 25  | 50  |
| 11    | 0    | 27  | 6   | 17  | 53  | 33  | 14  | 11   | 357  | 19  | 32  | 18  | 52  | 34  | 25  |
| 12    | 0    | 29  | 34  | 8   | 36  | 36  | 15  | 12   | 357  | 4   | 57  | 4   | 13  | 43  | 0   |
| 13    | 0    | 32  | 1   | 59  | 19  | 39  | 16  | 13   | 356  | 50  | 21  | 49  | 34  | 1   | 35  |
| 14    | 0    | 34  | 29  | 50  | 2   | 42  | 18  | 14   | 356  | 35  | 46  | 34  | 56  | 0   | 10  |
| 15    | 0    | 36  | 57  | 40  | 45  | 45  | 19  | 15   | 356  | 21  | 31  | 20  | 17  | 8   | 45  |
| 16    | 0    | 39  | 25  | 31  | 28  | 48  | 20  | 16   | 356  | 6   | 36  | 5   | 38  | 17  | 20  |
| 17    | 0    | 41  | 53  | 22  | 11  | 51  | 21  | 17   | 355  | 52  | 0   | 50  | 59  | 25  | 55  |
| 18    | 0    | 44  | 21  | 12  | 54  | 54  | 23  | 18   | 355  | 37  | 25  | 36  | 20  | 34  | 30  |
| 19    | 0    | 46  | 49  | 3   | 37  | 57  | 24  | 19   | 355  | 14  | 51  | 12  | 41  | 9   | 0   |
| 20    | 0    | 49  | 16  | 54  | 21  | 0   | 25  | 20   | 354  | 52  | 16  | 49  | 1   | 43  | 30  |
| 21    | 0    | 51  | 44  | 45  | 4   | 3   | 27  | 21   | 354  | 29  | 42  | 25  | 22  | 18  | 0   |
| 22    | 0    | 54  | 12  | 35  | 47  | 6   | 28  | 22   | 354  | 7   | 8   | 1   | 42  | 52  | 30  |
| 23    | 0    | 56  | 40  | 26  | 50  | 9   | 29  | 23   | 354  | 44  | 33  | 38  | 3   | 27  | 0   |
| jours |      |     |     |     |     |     |     | 24   | 354  | 21  | 59  | 14  | 24  | 1   | 30  |
| 1     | 0    | 59  | 8   | 17  | 13  | 12  | 31  | 25   | 354  | 59  | 24  | 50  | 44  | 36  | 0   |
| 2     | 1    | 58  | 16  | 34  | 26  | 25  | 2   | 26   | 354  | 36  | 50  | 27  | 5   | 10  | 30  |
| 3     | 2    | 57  | 24  | 51  | 39  | 37  | 33  | 27   | 354  | 14  | 16  | 3   | 25  | 45  | 0   |
| 4     | 3    | 56  | 33  | 8   | 52  | 50  | 4   | 28   | 354  | 51  | 41  | 39  | 46  | 19  | 30  |
| 5     | 4    | 55  | 41  | 26  | 6   | 2   | 35  | 29   | 354  | 29  | 7   | 16  | 6   | 54  | 0   |
| 6     | 5    | 54  | 49  | 43  | 19  | 15  | 6   | 30   | 354  | 6   | 32  | 52  | 27  | 28  | 30  |
| 7     | 6    | 53  | 58  | 0   | 32  | 27  | 37  | 31   | 354  | 43  | 58  | 28  | 48  | 3   | 0   |
| 8     | 7    | 53  | 6   | 17  | 45  | 40  | 8   | 32   | 354  | 21  | 24  | 5   | 8   | 37  | 30  |
| 9     | 8    | 52  | 14  | 34  | 58  | 52  | 39  | 33   | 354  | 58  | 49  | 41  | 29  | 12  | 0   |
| 10    | 9    | 51  | 22  | 52  | 12  | 5   | 10  | 34   | 354  | 36  | 15  | 17  | 49  | 46  | 30  |
| 11    | 10   | 50  | 31  | 9   | 25  | 17  | 41  | 35   | 354  | 13  | 40  | 45  | 10  | 23  | 0   |
| 12    | 11   | 49  | 39  | 26  | 38  | 30  | 12  | 36   | 354  | 51  | 6   | 30  | 30  | 55  | 30  |
| 13    | 12   | 48  | 47  | 43  | 51  | 42  | 43  | 37   | 354  | 28  | 32  | 6   | 51  | 30  | 0   |
| 14    | 13   | 47  | 56  | 1   | 4   | 55  | 14  | 38   | 354  | 5   | 57  | 43  | 12  | 4   | 30  |
| 15    | 14   | 47  | 4   | 18  | 18  | 7   | 45  | 39   | 354  | 43  | 23  | 19  | 32  | 39  | 0   |
| 16    | 15   | 46  | 12  | 35  | 31  | 20  | 16  | 40   | 354  | 20  | 48  | 55  | 53  | 13  | 30  |
| 17    | 16   | 45  | 20  | 52  | 44  | 32  | 47  | 41   | 354  | 58  | 14  | 32  | 13  | 48  | 0   |
| 18    | 17   | 44  | 29  | 9   | 57  | 45  | 18  | 42   | 354  | 35  | 40  | 8   | 34  | 22  | 30  |
| 19    | 18   | 43  | 37  | 27  | 10  | 57  | 49  | 43   | 354  | 13  | 5   | 44  | 54  | 57  | 0   |
| 20    | 19   | 42  | 45  | 44  | 24  | 10  | 20  | 44   | 354  | 50  | 31  | 21  | 15  | 31  | 30  |
| 21    | 20   | 41  | 54  | 1   | 37  | 22  | 51  | 45   | 354  | 27  | 56  | 57  | 36  | 6   | 0   |
| 22    | 21   | 41  | 2   | 18  | 50  | 35  | 22  | 46   | 354  | 5   | 22  | 33  | 56  | 40  | 30  |
| 23    | 22   | 40  | 10  | 36  | 3   | 47  | 53  | 47   | 354  | 42  | 48  | 10  | 17  | 15  | 0   |
| 24    | 23   | 39  | 18  | 53  | 17  | 0   | 24  | 48   | 354  | 20  | 13  | 46  | 37  | 49  | 30  |
| 25    | 24   | 38  | 27  | 10  | 30  | 12  | 55  | 49   | 354  | 57  | 39  | 22  | 58  | 24  | 0   |
| 26    | 25   | 37  | 35  | 27  | 43  | 25  | 26  | 50   | 354  | 35  | 4   | 59  | 18  | 58  | 30  |
| 27    | 26   | 36  | 43  | 44  | 56  | 37  | 57  | 51   | 354  | 12  | 30  | 35  | 39  | 33  | 0   |
| 28    | 27   | 35  | 52  | 2   | 9   | 50  | 28  | 52   | 354  | 49  | 56  | 12  | 0   | 7   | 30  |
| 29    | 28   | 35  | 0   | 19  | 23  | 2   | 59  | 53   | 354  | 27  | 21  | 48  | 20  | 42  | 0   |
| 30    | 29   | 34  | 8   | 36  | 36  | 15  | 30  | 54   | 354  | 4   | 47  | 24  | 41  | 16  | 30  |
| 60    | 58   | 8   | 17  | 13  | 12  | 31  | 0   | 55   | 354  | 42  | 13  | 1   | 1   | 51  | 0   |
| 90    | 88   | 42  | 25  | 49  | 48  | 46  | 30  | 56   | 354  | 19  | 38  | 37  | 22  | 25  | 30  |
| 120   | 118  | 16  | 34  | 26  | 25  | 2   | 0   | 57   | 354  | 57  | 4   | 13  | 42  | 50  | 0   |
| 150   | 147  | 50  | 43  | 3   | 1   | 17  | 30  | 58   | 354  | 34  | 29  | 50  | 3   | 34  | 30  |
| 180   | 177  | 24  | 51  | 39  | 37  | 33  | 0   | 59   | 354  | 11  | 55  | 26  | 24  | 9   | 0   |
| 210   | 206  | 59  | 0   | 16  | 13  | 48  | 30  | 60   | 354  | 49  | 21  | 2   | 44  | 43  | 30  |
| 240   | 236  | 33  | 8   | 52  | 50  | 4   | 0   | 61   | 354  | 26  | 46  | 59  | 5   | 18  | 0   |
| 270   | 266  | 7   | 17  | 29  | 26  | 19  | 30  | 62   | 354  | 4   | 12  | 15  | 25  | 52  | 30  |
| 300   | 295  | 41  | 26  | 6   | 2   | 35  | 0   | 63   | 354  | 12  | 15  | 25  | 52  | 30  | 0   |
| 330   | 325  | 15  | 34  | 42  | 38  | 50  | 30  | 64   | 354  | 4   | 12  | 15  | 25  | 52  | 30  |
| 360   | 354  | 49  | 43  | 19  | 15  | 6   | 0   | 65   | 354  | 4   | 12  | 15  | 25  | 52  | 30  |

Notez aussi que Venus fait deux conjonctions avec le Soleil à chacun circuit, (differant en cela d'avec les autres planetes) l'une au milieu de son cours plus viste, l'autre environ le milieu de sa retrogradation, & ainsi consequemment: Comme par exemple; en la conjonction (posant qu'on l'eust peu voir alors) du 18 May 1554 elle faisoit ce jour-là 1 deg. 14 <sup>①</sup>; mais en la suivante conjonction du 7 Mars 1555, elle estoit environ le milieu de sa retrogradation, qui dura depuis le 14 Fevrier jusques au 29 Mars; dont le milieu advient au susdit 7 Mars.

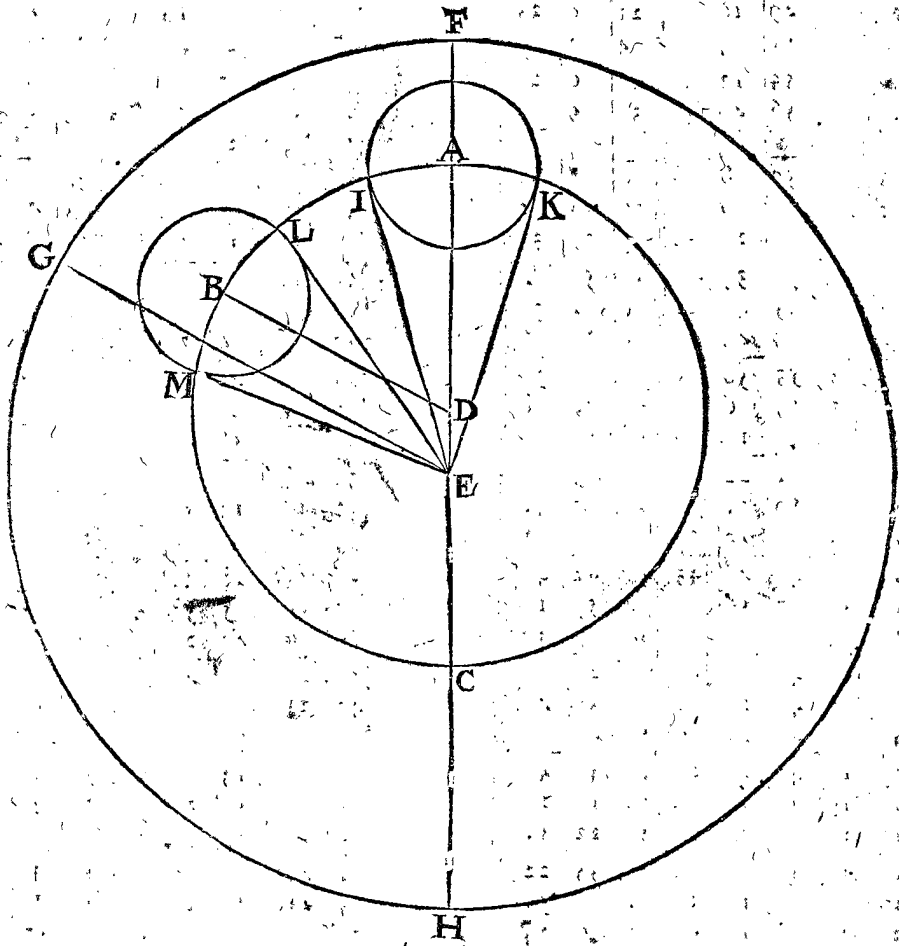
*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment on peut remarquer en gros le temps periodique de Venus, & qu'elle est stationnaire & retrogradé: aussi qu'elle circuit un epicycle, selon le requis.

PROPOSITION XXXVII.

**D**éclarer la qualité de l'extreme elongation de Venus, du Soleil moyen.

Veü que Venus n'est jamais en opposition avec le Soleil, par la 36 proposition, on ne pourra pas se servir

d'oppositions d'icelle, comme on a fait avec les autres planetes precedentes. Seconnement, combien que ses conjonctions soyent en ces Ephemerides, neantmoins il faut confesser que les Ephemerides observées ne les peuvent avoir, d'autant qu'on ne voit pas Venus: tellement qu'en ces rudimens il faudra poser que telles conjonctions ne sont pas écrites es Ephemerides. Et pour subvenir à tel défaut, on s'aidera icy des elongations extremes de Venus au Soleil moyen, dont la qualité ayant besöing de déclaration, j'ay mis ceste proposition icy pour ce subje&t. Soit donc ABC deferant, D son centre, la terre E sur laquelle, comme centre, est décrit l'ecliptique FGH, puis A apogée, & F apogée apparrant, C perigée, H perigée apparrant, & sur A, comme centre, soit fait l'epicycle IK, & aussi sur B l'epicycle LM, & menée DB, à laquelle soit parallele EG, puis les 4 touchantes d'epicycles EI, EK, EL, EM es points I, K, L, M, comme les eslongations extremes de Venus, du Soleil moyen. Ce qu'estant ainsi, & l'epicycle ayant premierement esté en A, & le Soleil moyen en F; on voit que l'extreme eslongation vespertine de Venus



en I, du Soleil moyen en F, assavoir l'angle FEI egal à l'angle FEK; & ce d'autant que le centre d'epicycle A est à l'apogée du deferant: on voit que le mesme doit advient au perigée C, assavoir angles egaux. Mais le centre d'epicycle estant en autre lieu qu'en A ou C, comme en B, alors la matutine eslongation extreme GEL sera majeure à la vespertine GEM: D'avantage, comme la matutine est la majeure au premier demicercle ABC, ainsi les vespertines seront majeures aux matutines au deuxiesme demicercle AC.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré les qualitez des eslongations extremes de Venus au Soleil moyen, selon le requis.

PROPOSITION XXXVIII.

**T**rouver la distance de Venus au Soleil moyen, en ses eslongations extremes, par les Ephemerides observées.

Soit qu'on commence à chercher le requis au 1 Fevrier 1554, trouvant Venus sous le 295 deg. 33 <sup>①</sup>, & le vray Soleil sous le 322 deg. 2 <sup>①</sup>, dont la difference est de 26 deg. 29 <sup>①</sup> pour l'eslongation matutine de Venus audit jour, mais d'autant qu'elle n'est pas la plus grande, je cherche plus avant dans Mars ou Avril, où elle diminue journellement jusques en May, puis elle augmente jusques au 20 Decembre, où elle est esloignée de 47 deg. 29 <sup>①</sup>, comme aussi sur le 21 & 22, desquels trois jours



le 21 estant au milieu, je dis que le 21 Decemb. 1554 Venus estoit en son extreme eslongation du vray Soleil, & vespertine, d'autant que sa longitude apparante estoit alors d'avantage que celle du Soleil.

ALB. GIRARD.

Pour rechercher es Ephemerides observées les eslongations extremes de Venus, ou de Mercuré, il ne faut que chercher où est-ce que leur mouvement apparant est egal à l'apparant du Soleil; ce qui advient assez pres des stations, assavoir apres le commencement de la direction, ou devant le commencement de la retrogradation. Tellement que les eslongations extremes ne sont pas es stations, assavoir aux commencemens des directions ou retrogradations; car au mouvement de Venus il y a environ 52 jours plus ou moins, qui est la septieme partie d'un an.

Cela estant calculé avec le vray Soleil, il en faut faire maintenant de mesme avec le Soleil moyen, je dis donc à ceste fin;

L'apogée du deferant du Soleil est, par la 4 proposition, au 94 deg. 24 ①  
Là mesme estoit le Soleil en ceste année 1554 le 17 Juin, duquel jusqu'au 21 Decembre y a 187 jours, cependant le moyen Soleil a couru 185 deg. 18 ①

Lesquels adjoutez à 94 deg. 24 ① vient 279 deg. 42 ①.

Pour cognoistre maintenant, quand c'est que Venus estoit la plus esloignée du Soleil moyen, je fais une table, & à ceste fin j'adjouste le cours du moyen Soleil en un jour, qui est de 59 ①, 8 ②, vient 280 deg. 41 ① pour le lieu du Soleil moyen, le 22 Decembre: & ainsi poursuivant 5 ou 6 jours en avant, ou autant qu'on trouvera estre necessaire: les disposant par ordre, y joignant les lieux de Venus, comme s'en suit,

| Decembre | Soleil moyen | Venus       |
|----------|--------------|-------------|
| 21.      | 279 deg. 42  | 326 deg. 37 |
| 22.      | 280 deg. 41  | 327 deg. 38 |
| 23.      | 281 deg. 40  | 328 deg. 38 |
| 24.      | 282 deg. 39  | 329 deg. 39 |
| 25.      | 283 deg. 39  | 330 deg. 39 |
| 26.      | 284 deg. 38  | 331 deg. 39 |
| 27.      | 285 deg. 37  | 332 deg. 39 |
| 28.      | 286 deg. 36  | 333 deg. 40 |
| 29.      | 287 deg. 35  | 334 deg. 40 |
| 30.      | 288 deg. 34  | 335 deg. 40 |
| 31.      | 289 deg. 33  | 336 deg. 40 |
| Janvier  |              |             |
| 1.       | 290 deg. 32  | 337 deg. 40 |
| 2.       | 291 deg. 31  | 338 deg. 36 |
| 3.       | 292 deg. 31  | 339 deg. 32 |

Ce que dessus sert comme d'une Ephemeride, & cherchant la plus grande eslongation, je la trouve estre au 1 Janvier 1555, pour la requise, de 47 deg. 8 ①, Venus vespertine estant au 337 deg. 40 ①.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la distance de Venus au Soleil moyen en ses eslongations extremes par les Ephem. observées, selon le requis.

COROLLAIRE.

Il est evident comment par le precedent se dressera une table des eslongations extremes de Venus, tant matutines, que vespertines du moyen Soleil, autant qu'il s'en trouvera es Ephem. afin de s'en servir es operations qui se rencontrent, comme on voit en partie cy-dessous, & premierement du vray Soleil.

Extremes eslongations matut. de Venus & du vray Soleil.

| Ans   |    |                     |
|-------|----|---------------------|
| 1555. | 19 | May. 45 deg. 46     |
| 1556. | 18 | Decemb. 45 deg. 59  |
| 1558. | 23 | Juillet. 46 deg. 18 |
| 1560. | 26 | Feb. 46 deg. 4      |
| 1561. | 2  | Octob. 46 deg. 18   |
| 1563. | 15 | May. 45 deg. 38     |
| 1564. | 15 | Decemb. 46 deg. 3   |
| 1566. | 21 | Juillet. 42 deg. 2  |
| 1568. | 1  | Mars. 45 deg. 43    |
| 1569. | 30 | Sept. 46 deg. 19    |
| 1571. | 9  | May. 45 deg. 46     |
| 1572. | 13 | Decemb. 46 deg. 7   |
| 1574. | 21 | Juillet. 46 deg. 8  |
| 1576. | 27 | Feb. 45 deg. 40     |
| 1577. | 27 | Feb. 46 deg. 15     |

Extremes eslongations vespert. de Venus & du vray Soleil.

| Ans   |    |                     |
|-------|----|---------------------|
| 1554. | 21 | Decemb. 47 deg. 29  |
| 1556. | 28 | Juillet. 45 deg. 1  |
| 1558. | 1  | Mars. 45 deg. 59    |
| 1559. | 4  | Octob. 47 deg. 6    |
| 1561. | 13 | May. 44 deg. 53     |
| 1562. | 20 | Decemb. 47 deg. 32  |
| 1564. | 26 | Juillet. 44 deg. 42 |
| 1566. | 1  | Mars. 46 deg. 5     |
| 1594. | 14 | Decemb. 46 deg. 51  |
| 1602. | 3  | Decemb. 47 deg. 4   |

Ces eslongations extremes de Venus & du vray Soleil estant ainsi posées, je cherche (selon la doctrine de ceste proposition) par chacune d'icelles les extremes eslongations du moyen Soleil, lesquelles puis apres je reduis en ordre comme cy-dessous.

TABLE DES EXTREMES ESLONGATIONS de Venus & du Soleil moyen.

| Ans   |    | Extremes eslongations de Venus matut. & du Soleil moyen. |
|-------|----|--|
| 1555. | 24 | May. 44 deg. 33  |
| 1556. | 15 | Decemb. 46 deg. 20                                       |
| 1558. | 25 | Juillet. 46 deg. 56                                      |
| 1560. | 28 | Feb. 44 deg. 8   |
| 1561. | 2  | Octob. 48 deg. 28  |
| 1563. | 20 | May. 44 deg. 21  |
| 1564. | 7  | Decemb. 46 deg. 30                                       |
| 1566. | 23 | Juill. 46 deg. 39  |
| 1568. | 1  | Mars. 43 deg. 48   |
| 1569. | 30 | Septemb. 48 deg. 26                                      |
| 1571. | 15 | May. 43 deg. 48  |
| 1572. | 12 | Decemb. 45 deg. 27                                       |
| 1574. | 24 | Juill. 46 deg. 36  |
| 1576. | 25 | Feb. 43 deg. 47  |
| 1577. | 27 | Sept. 48 deg. 24   |

Extremes eslongations de Venus vespertine & du Soleil moyen.

| Ans   |    |                    |
|-------|----|--------------------|
| 1555. | 1  | Janv. 47 deg. 8    |
| 1556. | 27 | Juill. 43 deg. 49  |
| 1558. | 2  | Mars. 47 deg. 26   |
| 1559. | 4  | Octob. 45 deg. 24  |
| 1561. | 12 | May. 45 deg. 47    |
| 1562. | 22 | Decemb. 46 deg. 58 |
| 1564. | 23 | Juill. 43 deg. 37  |
| 1566. | 1  | Mars. 47 deg. 28   |
| 1594. | 17 | Decemb. 46 deg. 53 |
| 1602. | 12 | Decemb. 47 deg. 17 |

## PROPOSITION XXXIX.

**D**éclarer comment on remarque que le deferant de Venus est *eccentrique*, par les *Ephemerides* observées.

Si les eslongations extremes de Venus & du Soleil moyen, estoient trouyées egales par tout, ce seroit un signe, que le deferant seroit concentrique, & par consequent nul apogée ou perigée: mais le contraire venant, comme il appert par le coroll. de la 38 prop. où les eslongations extremes assemblées, & tirées des *Ephem.* sont fort diverses.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment, &c.

## PROPOSITION XL.

**T**rouver la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Venus, par les *Ephem.* observées.

On verra au corollaire de la 38 prop. les extremes eslongations, où il y en a 2 egales, l'une matutine, l'autre vespertine; & que le Soleil moyen ayt esté en un mesme point de l'Ecliptique: Alors le lieu du Soleil moyen sera l'apogée ou le perigée apparant. Puis cherchant encor deux autres egales eslongations, l'une matutine, l'autre vespertine, où le Soleil moyen ayt esté en un mesme point, opposite au precedent; & l'ayant trouvé, le lieu du Soleil moyen sera l'apogée ou perigée apparant, assavoir l'apogée, si les deux derniers angles d'eslongations sont moindres, que la premiere pair; mais le perigée, s'ils sont plus grands.

Je donnerois exemple de ce qui a esté dit jusqu'icy, cherchant en la table du corollaire de la 38 proposition, deux eslongations egales & diverses, ayant esté le Soleil moyen en un mesme point: Mais n'y en ayant pas assez pour en donner exemple, & n'ayant pas le loisir d'en escrire davantage, je le laisseray, puis qu'il suffit que la chose est assez bien donnée à cognoître, & que la fin principale de cecy n'est pas de trouver les lieux des Planetes avec grande exactitude, comme a esté dit autre part, mais seulement pour declarer la regle generale comment on feroit, si ayant assez d'*Ephemerides* observées, au lieu des anciennes perdues, pour remettre la science sur pied. Mais d'autant qu'on pourroit avoir le requis encor autrement, si l'on pouvoit voir Venus en conjonction avec le Soleil, comme *Averrois* dit avoir veu Mercure (par laquelle on en pourroit avoir plus de certitude, si les hommes pouvoient parvenir en un tel pouvoir de regarder les astres, comme il semble avoir esté autrefois chez ceux, desquels est venu ce mot de *sterooging*; qui signifie une grande acuité de veüe en l'observation des astres) & par telles observations ayant rédigé par escrit les conjonctions de Venus & du Soleil moyen, on pourroit par autre voye que la precedente, trouver l'apogée & perigée de Venus, assavoir, comme a esté fait, avec les autres Planetes: Comme par exemple, prenant que les conjonctions de Venus & du Soleil es *Ephemerides* de *Stadius* aient esté observées: & cherchant une telle conjonction qu'en chaque deux temps egaux l'un devant, l'autre apres, il y ait

deux eslongations du Soleil egales & diverses, assavoir l'une matutine, l'autre vespertine (car ce seroit un argument que telle conjonction seroit environ l'apogée ou perigée du deferant, comme il a esté dit semblablement & plus clairement en la 17 propof. touchant Saturne) je la trouve assez pres du 4 Decembre 1603 au 262 deg. car un an auparavant, assavoir au 4 Decembre 1602, son eslongation vespertine estoit 48 deg. 20; Et un an apres, assavoir le 3 Decembre 1604, la matutine estoit de 46 deg. 53, qui ne different que de 1 deg. 9 seulement. Et faisant de mesme à deux ans devant & apres, on trouve la matutine sur le 4 Decemb. 1601 de 36 deg. 9, & la vespertine sur le 3 Decembre de 36 deg. 12, differant seulement de 3; faisant aussi de mesme à 3 ans devant & apres, on trouve seulement difference de 1 deg. 3: veu donc que le perigée a esté trouvé comme devant au 262 deg. son point opposite seroit au 82 deg. Mais cecy est fait avec le vray Soleil par exemple, ce qui devroit estre fait avec le Soleil moyen: Ce que faisant l'apogée devroit estre trouvé au 76 deg. 20, car *Stadius* les a calculées là dessus: donc ce 76 deg. 20 nous le tiendrons pour le requis.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Venus par les *Ephem.* observées, selon le dessein.

## PROPOSITION XLI.

**T**rouver le cours de Venus en son epicycle en temps donné, & en faire des tables.

Je cherche au corollaire de la 38 prop. en la table des eslongations extremes, deux egales eslongations, semblables; assavoir toutes deux matutines, ou toutes deux vespertines, & icelles de mesme longitude, car par tel moyen les periodes de Venus en l'epicycle sont parfaits en un temps connu, sans que les *eccentricitez* de Venus & du Soleil y apportent aucun erreur: Ces deux eslongations estant plus esloignées causeront tant plus parfaite conclusion, pour les raisons deduites cy-devant. L'une desquelles je trouve au plus pres en l'an 1558 le 2 Mars, de 47 deg. 46; l'autre en l'an 1566 le 1 Mars de 47 deg. 28, par ainsi il n'y a que 2 seulement par dessus les periodes parfaits en l'epicycle: Il y a 8 ans Egyptiens d'une observation à l'autre & 1 jour, auquel temps on remarque es *Ephemerides* que Venus a fait 5 revolutions en son epicycle, & encor le surdit restant de 2: partant je dis, 8 ans Egyptiens & 1 jour, qui font 2921 jours, donnent 5 revolutions 2, combien 1 jour? viendra 36, 58: Ce qui differe peu des positions de *Ptolemée* & *Copernic*, assavoir de 36, 59.

Ayant donc le cours en un jour il est manifeste comment on fera des tables là dessus (comme on a fait du Soleil en la 3 prop.) du cours de Venus en son epicycle en temps donné, comme il se rencontre le plus souvent en la pratique; Mais toutesfois nous prendrons celles de *Ptolemée* comme autrefois.

# DU COURS DES PLANETES.

TABLE DU COURS DE VENUS EN SON EPICYCLE.

| heur. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | ans. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|-------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1     | 0    | 1   | 32  | 28  | 34  | 42  | 58  | 1    | 225  | 1   | 32  | 28  | 34  | 39  | 15  |
| 2     | 0    | 3   | 4   | 57  | 9   | 25  | 57  | 2    | 90   | 3   | 4   | 57  | 9   | 18  | 30  |
| 3     | 0    | 4   | 37  | 25  | 44  | 8   | 56  | 3    | 315  | 4   | 37  | 25  | 43  | 57  | 45  |
| 4     | 0    | 6   | 9   | 54  | 18  | 51  | 54  | 4    | 180  | 6   | 9   | 54  | 18  | 37  | 0   |
| 5     | 0    | 7   | 42  | 22  | 53  | 34  | 53  | 5    | 45   | 7   | 42  | 22  | 53  | 16  | 15  |
| 6     | 0    | 9   | 14  | 51  | 28  | 17  | 52  | 6    | 270  | 9   | 14  | 51  | 27  | 55  | 30  |
| 7     | 0    | 10  | 47  | 20  | 3   | 0   | 50  | 7    | 135  | 10  | 47  | 20  | 2   | 34  | 45  |
| 8     | 0    | 12  | 19  | 48  | 37  | 43  | 49  | 8    | 0    | 12  | 19  | 48  | 37  | 14  | 0   |
| 9     | 0    | 13  | 52  | 17  | 12  | 26  | 48  | 9    | 225  | 13  | 52  | 17  | 11  | 53  | 15  |
| 10    | 0    | 15  | 24  | 45  | 47  | 9   | 46  | 10   | 90   | 15  | 24  | 45  | 46  | 32  | 30  |
| 11    | 0    | 16  | 57  | 14  | 21  | 52  | 45  | 11   | 315  | 16  | 57  | 14  | 21  | 11  | 45  |
| 12    | 0    | 18  | 29  | 42  | 56  | 35  | 44  | 12   | 180  | 18  | 29  | 42  | 55  | 51  | 0   |
| 13    | 0    | 20  | 2   | 11  | 31  | 18  | 42  | 13   | 45   | 20  | 2   | 11  | 30  | 30  | 15  |
| 14    | 0    | 21  | 34  | 40  | 6   | 1   | 41  | 14   | 270  | 21  | 34  | 40  | 5   | 9   | 30  |
| 15    | 0    | 23  | 7   | 8   | 40  | 44  | 40  | 15   | 135  | 23  | 7   | 8   | 39  | 48  | 45  |
| 16    | 0    | 24  | 39  | 37  | 15  | 27  | 38  | 16   | 0    | 24  | 39  | 37  | 14  | 28  | 0   |
| 17    | 0    | 26  | 12  | 5   | 50  | 10  | 37  | 17   | 225  | 26  | 12  | 5   | 49  | 7   | 15  |
| 18    | 0    | 27  | 44  | 34  | 24  | 53  | 36  | 18   | 90   | 27  | 44  | 34  | 23  | 46  | 30  |
| 19    | 0    | 29  | 17  | 2   | 59  | 36  | 34  | 36   | 180  | 55  | 29  | 8   | 47  | 33  | 0   |
| 20    | 0    | 30  | 49  | 31  | 34  | 19  | 33  | 54   | 271  | 23  | 13  | 43  | 11  | 19  | 30  |
| 21    | 0    | 32  | 22  | 0   | 9   | 2   | 32  | 72   | 1    | 50  | 58  | 17  | 35  | 6   | 0   |
| 22    | 0    | 33  | 54  | 28  | 43  | 45  | 30  | 90   | 92   | 18  | 42  | 51  | 58  | 52  | 30  |
| 23    | 0    | 35  | 26  | 57  | 18  | 28  | 29  | 108  | 182  | 46  | 27  | 26  | 22  | 39  | 0   |
| jours |      |     |     |     |     |     |     | 126  | 273  | 14  | 12  | 0   | 46  | 25  | 30  |
| 1     | 0    | 36  | 59  | 25  | 53  | 11  | 28  | 144  | -3   | 41  | 56  | 35  | 10  | 12  | 0   |
| 2     | 1    | 13  | 58  | 51  | 46  | 22  | 56  | 162  | 94   | 9   | 41  | 9   | 33  | 58  | 30  |
| 3     | 1    | 50  | 58  | 17  | 39  | 34  | 24  | 180  | 184  | 37  | 25  | 43  | 57  | 45  | 0   |
| 4     | 2    | 27  | 57  | 43  | 32  | 45  | 52  | 198  | 275  | 5   | 10  | 18  | 21  | 31  | 30  |
| 5     | 3    | 4   | 57  | 9   | 25  | 57  | 20  | 216  | 5    | 32  | 54  | 52  | 45  | 18  | 0   |
| 6     | 3    | 41  | 56  | 35  | 19  | 8   | 48  | 234  | 96   | 0   | 39  | 27  | 9   | 4   | 30  |
| 7     | 4    | 18  | 56  | 1   | 12  | 20  | 16  | 252  | 186  | 28  | 24  | 1   | 32  | 51  | 0   |
| 8     | 4    | 55  | 55  | 27  | 5   | 31  | 44  | 270  | 276  | 56  | 8   | 35  | 56  | 37  | 30  |
| 9     | 5    | 32  | 54  | 52  | 58  | 43  | 12  | 288  | 7    | 23  | 53  | 10  | 20  | 24  | 0   |
| 10    | 6    | 9   | 54  | 18  | 51  | 54  | 40  | 306  | 97   | 51  | 37  | 44  | 44  | 10  | 30  |
| 11    | 6    | 46  | 53  | 44  | 45  | 6   | 8   | 324  | 188  | 19  | 22  | 19  | 7   | 57  | 0   |
| 12    | 7    | 23  | 53  | 10  | 38  | 17  | 36  | 342  | 278  | 47  | 6   | 53  | 31  | 43  | 30  |
| 13    | 8    | 0   | 52  | 36  | 31  | 29  | 4   | 360  | 9    | 14  | 51  | 27  | 55  | 30  | 0   |
| 14    | 8    | 37  | 52  | 2   | 24  | 40  | 32  | 378  | 99   | 42  | 36  | 2   | 19  | 16  | 30  |
| 15    | 9    | 14  | 51  | 28  | 17  | 52  | 0   | 396  | 190  | 10  | 20  | 36  | 43  | 3   | 0   |
| 16    | 9    | 51  | 50  | 54  | 11  | 3   | 28  | 414  | 280  | 38  | 5   | 11  | 6   | 49  | 30  |
| 17    | 10   | 28  | 50  | 20  | 4   | 14  | 56  | 432  | 11   | 5   | 49  | 45  | 30  | 36  | 0   |
| 18    | 11   | 5   | 49  | 45  | 57  | 26  | 24  | 450  | 101  | 33  | 34  | 19  | 54  | 22  | 30  |
| 19    | 11   | 42  | 49  | 11  | 50  | 37  | 52  | 468  | 192  | 1   | 18  | 54  | 18  | 9   | 0   |
| 20    | 12   | 19  | 48  | 37  | 43  | 49  | 20  | 486  | 282  | 29  | 3   | 28  | 41  | 55  | 30  |
| 21    | 12   | 56  | 48  | 3   | 37  | 0   | 48  | 504  | 12   | 56  | 48  | 3   | 5   | 42  | 0   |
| 22    | 13   | 33  | 47  | 29  | 30  | 12  | 16  | 522  | 103  | 24  | 32  | 37  | 29  | 28  | 30  |
| 23    | 14   | 10  | 46  | 55  | 23  | 23  | 44  | 540  | 193  | 52  | 17  | 11  | 53  | 15  | 0   |
| 24    | 14   | 47  | 46  | 21  | 16  | 35  | 12  | 558  | 284  | 20  | 1   | 46  | 17  | 1   | 30  |
| 25    | 15   | 24  | 45  | 47  | 9   | 46  | 40  | 576  | 14   | 47  | 46  | 20  | 40  | 48  | 0   |
| 26    | 16   | 1   | 45  | 13  | 2   | 58  | 8   | 594  | 105  | 15  | 30  | 55  | 4   | 34  | 30  |
| 27    | 16   | 38  | 44  | 38  | 56  | 9   | 36  | 612  | 195  | 43  | 15  | 29  | 28  | 21  | 0   |
| 28    | 17   | 15  | 44  | 4   | 49  | 21  | 4   | 630  | 286  | 11  | 0   | 3   | 52  | 7   | 30  |
| 29    | 17   | 52  | 43  | 30  | 42  | 32  | 32  | 648  | 16   | 38  | 44  | 38  | 15  | 54  | 0   |
| 30    | 18   | 29  | 42  | 56  | 35  | 44  | 0   | 666  | 107  | 6   | 29  | 12  | 39  | 40  | 30  |
| 60    | 36   | 59  | 25  | 53  | 11  | 28  | 0   | 684  | 197  | 34  | 13  | 47  | 3   | 27  | 0   |
| 90    | 55   | 29  | 8   | 49  | 47  | 12  | 0   | 702  | 288  | 1   | 58  | 21  | 27  | 13  | 30  |
| 120   | 73   | 58  | 51  | 46  | 22  | 56  | 0   | 720  | 18   | 29  | 42  | 55  | 51  | 0   | 0   |
| 150   | 92   | 28  | 34  | 42  | 58  | 40  | 0   | 738  | 108  | 57  | 27  | 30  | 14  | 46  | 30  |
| 180   | 110  | 58  | 17  | 39  | 34  | 24  | 0   | 756  | 199  | 25  | 12  | 4   | 38  | 33  | 0   |
| 210   | 129  | 28  | 0   | 36  | 10  | 8   | 0   | 774  | 289  | 52  | 56  | 39  | 2   | 19  | 30  |
| 240   | 147  | 57  | 43  | 32  | 45  | 52  | 0   | 792  | 20   | 20  | 41  | 13  | 26  | 6   | 0   |
| 270   | 166  | 27  | 26  | 29  | 21  | 36  | 0   | 810  | 110  | 48  | 25  | 47  | 49  | 52  | 30  |
| 300   | 184  | 57  | 9   | 25  | 57  | 20  | 0   |      |      |     |     |     |     |     |     |
| 330   | 203  | 26  | 52  | 22  | 33  | 4   | 0   |      |      |     |     |     |     |     |     |
| 360   | 221  | 56  | 35  | 19  | 8   | 48  | 0   |      |      |     |     |     |     |     |     |

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours de Venus en son epicycle sur un temps donné, par les Ephemerides observées, & fait des tables, selon le requis.

## PROPOSITION XLII.

**T**rouver le cours de l'apogée du deferant de Venus, par les Ephemerides observées.

D'autant que les tables de *Stadius* (que nous prenons pour observées, selon ce qui a été dit en la 1<sup>re</sup> proposition) sont trop courtes pour par ce moyen trouver le requis, je prendray en ayde les observations de *Ptolemée*, au 2<sup>e</sup> chapitre de son 10<sup>e</sup> livre, trouvant l'apogée du deferant de Venus au 55 deg. Mais nous l'avons trouvé en la 40<sup>e</sup> proposition au 76 deg. 20 ①, qui font 21 deg. 20 ① d'avantage en 1450 ans: Par ceste raison on trouvera le cours de l'apogée en temps donné quelconque: comme soit en un an, on dira 1450 ans donnent 21 deg. 20 ①, combien 1 an? vient 53 ②.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Venus, par les Ephemerides observées, selon le requis.

## PROPOSITION XLIII.

**T**rouver le cours du centre de l'epicycle de Venus par les Ephemerides observées.

Le cours de l'apogée du deferant de Venus est, par la 42<sup>e</sup> proposition, en un an 0 deg. 0 ①, 53 ②.

Le mesme osté du moyen mouvement de Venus, ou du Soleil en un an, assavoir un an Egyptien, faisant par la 3<sup>e</sup> proposition 359 deg. 45 ①.

Reste pour le mouvement requis du centre de l'epicycle en un an Egyptien, 359 deg. 44 ①.

Tellement qu'ainsi est manifesté comment on trouvera le cours en tout temps proposé.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours du centre de l'epicycle de Venus par les Ephemerides observées, selon le requis.

## SEPTIESME DISTINCTION

## DU PREMIER LIVRE,

De l'invention du cours de Mercure par les Ephemerides observées.

*Devant que de venir à la chose mesme, je diray que le cours de Mercure est de mesme qualité que celui de Venus, se mouvant comme luy*

*dans un epicycle, & iceluy en un eccentrique, different seulement en quantité, assavoir qu'il est plus frequent en ses periodes, & ayant aussi d'autre eccentricité, & choses semblables. Ce qu'estant dit icy, chacun pourroit de soy mesme entendre tout le mouvement de Mercure par celui de Venus. Toutefois pour plus ample declaration, je descriroy icy ce qui m'est advenu à la recherche d'iceluy avec un ordre pareil à celui de Venus.*

## PROPOSITION XLIV.

**D**éclarer comment par les Ephemerides observées, on remarque le temps periodique de Mercure en gros: avec la qualité de sa retrogradation, & station: aussi qu'il tourne en un epicycle.

Le dessein estant de rechercher la qualité du cours de Mercure par les Ephemerides observées (au lieu de quelles nous prenons les calculées de *Stadius*, pour les raisons deduites en la 1<sup>re</sup> proposition) j'ay donc esgard à la 7<sup>e</sup> colomie, qui est celle de Mercure, & remarque que jamais il ne vient en opposition avec le Soleil, comme les 4 precedentes planetes font, mais demeure toujours es environs du Soleil, tantost devant, tantost derriere. Comme par exemple, en l'an 1554 le 7 Janvier, je trouve sa majeure eslongation vespertine de 18 deg. 2 ①, apres quoy il commence d'approcher le Soleil de plus en plus, jusques à ce qu'on le perde de veü: Puis ayant esté en conjonction, sa longitude apparante devient moindre que celle du Soleil, tellement qu'il commence à luire le matin, s'esloignant du Soleil jusqu'au 20 Fevrier 1554, & estant venu en son extreme eslongation, assavoir de 28 deg. 13 ①, de là en avant s'approche du Soleil. Or de la susdite eslongation extreme vespertine, jusques à la matutine y a environ 7 semaines, & de ceste matutine à la premiere suivante eslongation vespertine, qui advient le 4 May 1554, y a environ 10 semaines, & ainsi se trouvent les mesmes intervalles de temps en temps, puis apres.

Donc Mercure estant toujours es environs du Soleil, tantost devant, tantost derriere, retrogradant, & estant aussi stationaire, on reconnoist qu'il circuit un epicycle, dont le centre est environ le Soleil: qui est journellement 59 ①. 8. 17. 13. 12. 31, comme en la troisieme proposition, & partant la table du cours du Soleil servira aussi pour Mercure, toutesfois elle est encor escrete particulierement joignant la description par aucuns, afin que tout soit en tant meilleur ordre, comme nous ferons icy.

# DU COURS DES PLANETES.

TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE MERCURE.

| heur. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | ans. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|-------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1     | 0    | 2   | 27  | 50  | 43  | 3   | 1   | 1    | 359  | 45  | 24  | 45  | 21  | 8   | 35  |
| 2     | 0    | 4   | 55  | 41  | 26  | 6   | 2   | 2    | 359  | 30  | 49  | 30  | 42  | 17  | 10  |
| 3     | 0    | 7   | 23  | 32  | 9   | 9   | 3   | 3    | 359  | 16  | 14  | 16  | 3   | 25  | 45  |
| 4     | 0    | 9   | 51  | 22  | 52  | 12  | 5   | 4    | 359  | 1   | 39  | 1   | 24  | 34  | 0   |
| 5     | 0    | 12  | 19  | 13  | 35  | 15  | 6   | 5    | 358  | 47  | 3   | 46  | 45  | 42  | 35  |
| 6     | 0    | 14  | 47  | 4   | 18  | 18  | 7   | 6    | 358  | 32  | 28  | 32  | 6   | 51  | 30  |
| 7     | 0    | 17  | 14  | 55  | 1   | 21  | 9   | 7    | 358  | 17  | 53  | 17  | 28  | 0   | 5   |
| 8     | 0    | 19  | 42  | 45  | 44  | 24  | 10  | 8    | 358  | 3   | 18  | 2   | 49  | 18  | 40  |
| 9     | 0    | 22  | 10  | 36  | 27  | 27  | 11  | 9    | 357  | 48  | 42  | 48  | 10  | 17  | 15  |
| 10    | 0    | 24  | 38  | 27  | 10  | 30  | 12  | 10   | 357  | 34  | 7   | 33  | 31  | 25  | 50  |
| 11    | 0    | 27  | 6   | 17  | 53  | 33  | 14  | 11   | 357  | 19  | 32  | 18  | 52  | 34  | 25  |
| 12    | 0    | 29  | 34  | 8   | 36  | 36  | 15  | 12   | 357  | 4   | 57  | 4   | 13  | 43  | 0   |
| 13    | 0    | 32  | 1   | 59  | 19  | 39  | 16  | 13   | 356  | 50  | 21  | 49  | 34  | 51  | 35  |
| 14    | 0    | 34  | 29  | 50  | 2   | 42  | 18  | 14   | 356  | 35  | 46  | 34  | 56  | 0   | 10  |
| 15    | 0    | 36  | 57  | 40  | 43  | 45  | 19  | 15   | 356  | 21  | 11  | 20  | 17  | 8   | 45  |
| 16    | 0    | 39  | 25  | 31  | 28  | 48  | 20  | 16   | 356  | 6   | 36  | 5   | 38  | 17  | 20  |
| 17    | 0    | 41  | 53  | 22  | 11  | 51  | 21  | 17   | 355  | 52  | 0   | 50  | 59  | 25  | 55  |
| 18    | 0    | 44  | 21  | 12  | 54  | 54  | 23  | 18   | 355  | 37  | 25  | 36  | 20  | 34  | 30  |
| 19    | 0    | 46  | 49  | 3   | 37  | 57  | 24  | 19   | 355  | 14  | 51  | 12  | 41  | 9   | 0   |
| 20    | 0    | 49  | 16  | 54  | 21  | 0   | 25  | 20   | 346  | 52  | 16  | 49  | 1   | 43  | 30  |
| 21    | 0    | 51  | 44  | 45  | 4   | 3   | 27  | 21   | 342  | 29  | 42  | 25  | 22  | 18  | 0   |
| 22    | 0    | 54  | 12  | 35  | 47  | 6   | 28  | 22   | 338  | 7   | 8   | 1   | 42  | 52  | 30  |
| 23    | 0    | 56  | 40  | 26  | 30  | 9   | 29  | 23   | 333  | 44  | 33  | 38  | 3   | 27  | 0   |
| jours |      |     |     |     |     |     |     | 24   | 329  | 21  | 59  | 14  | 24  | 1   | 30  |
| 1     | 0    | 59  | 8   | 17  | 13  | 12  | 31  | 25   | 324  | 59  | 24  | 50  | 44  | 36  | 0   |
| 2     | 1    | 58  | 16  | 34  | 26  | 25  | 2   | 26   | 320  | 36  | 50  | 27  | 5   | 10  | 30  |
| 3     | 2    | 57  | 24  | 51  | 39  | 37  | 33  | 27   | 316  | 14  | 16  | 3   | 25  | 45  | 0   |
| 4     | 3    | 56  | 33  | 8   | 52  | 50  | 4   | 28   | 311  | 51  | 41  | 39  | 46  | 19  | 30  |
| 5     | 4    | 55  | 41  | 26  | 6   | 2   | 35  | 29   | 307  | 29  | 7   | 16  | 6   | 54  | 0   |
| 6     | 5    | 54  | 49  | 43  | 19  | 15  | 6   | 30   | 303  | 6   | 32  | 52  | 27  | 28  | 30  |
| 7     | 6    | 53  | 58  | 0   | 32  | 27  | 37  | 31   | 298  | 43  | 58  | 28  | 48  | 3   | 0   |
| 8     | 7    | 53  | 6   | 17  | 45  | 40  | 8   | 32   | 294  | 21  | 24  | 5   | 8   | 37  | 30  |
| 9     | 8    | 52  | 14  | 34  | 58  | 52  | 39  | 33   | 289  | 58  | 49  | 41  | 29  | 12  | 0   |
| 10    | 9    | 51  | 22  | 52  | 12  | 5   | 10  | 34   | 285  | 36  | 15  | 17  | 49  | 46  | 30  |
| 11    | 10   | 50  | 31  | 9   | 25  | 17  | 41  | 35   | 281  | 13  | 40  | 45  | 10  | 21  | 0   |
| 12    | 11   | 49  | 39  | 26  | 38  | 30  | 12  | 36   | 276  | 51  | 6   | 30  | 30  | 55  | 30  |
| 13    | 12   | 48  | 47  | 43  | 51  | 42  | 43  | 37   | 272  | 28  | 32  | 6   | 51  | 30  | 0   |
| 14    | 13   | 47  | 56  | 1   | 4   | 55  | 14  | 38   | 268  | 5   | 57  | 43  | 12  | 4   | 30  |
| 15    | 14   | 47  | 4   | 18  | 18  | 7   | 45  | 39   | 263  | 43  | 23  | 19  | 32  | 39  | 0   |
| 16    | 15   | 46  | 12  | 35  | 31  | 20  | 16  | 40   | 259  | 20  | 48  | 55  | 53  | 13  | 30  |
| 17    | 16   | 45  | 20  | 52  | 44  | 32  | 47  | 41   | 254  | 58  | 14  | 32  | 13  | 48  | 0   |
| 18    | 17   | 44  | 29  | 9   | 57  | 45  | 18  | 42   | 250  | 35  | 40  | 8   | 34  | 22  | 30  |
| 19    | 18   | 43  | 37  | 27  | 10  | 57  | 49  | 43   | 246  | 13  | 5   | 44  | 54  | 57  | 0   |
| 20    | 19   | 42  | 45  | 44  | 24  | 10  | 20  | 44   | 241  | 50  | 31  | 21  | 15  | 31  | 30  |
| 21    | 20   | 41  | 54  | 1   | 37  | 22  | 51  | 45   | 237  | 27  | 56  | 57  | 36  | 6   | 0   |
| 22    | 21   | 41  | 2   | 18  | 50  | 35  | 22  | 46   | 233  | 5   | 22  | 33  | 56  | 40  | 30  |
| 23    | 22   | 40  | 10  | 36  | 3   | 47  | 53  | 47   | 228  | 42  | 48  | 10  | 17  | 15  | 0   |
| 24    | 23   | 39  | 18  | 53  | 17  | 0   | 24  | 48   | 224  | 20  | 13  | 46  | 37  | 49  | 30  |
| 25    | 24   | 38  | 27  | 10  | 30  | 12  | 55  | 49   | 219  | 57  | 39  | 22  | 58  | 24  | 0   |
| 26    | 25   | 37  | 35  | 27  | 43  | 25  | 26  | 50   | 215  | 35  | 4   | 59  | 18  | 58  | 30  |
| 27    | 26   | 36  | 43  | 44  | 56  | 37  | 57  | 51   | 211  | 12  | 30  | 35  | 39  | 33  | 0   |
| 28    | 27   | 35  | 52  | 2   | 9   | 50  | 28  | 52   | 206  | 49  | 56  | 12  | 0   | 7   | 30  |
| 29    | 28   | 35  | 0   | 19  | 23  | 2   | 59  | 53   | 202  | 27  | 21  | 48  | 20  | 42  | 0   |
| 30    | 29   | 34  | 8   | 36  | 36  | 15  | 30  | 54   | 198  | 4   | 47  | 24  | 41  | 16  | 30  |
| 60    | 59   | 8   | 17  | 13  | 12  | 31  | 0   | 55   | 193  | 42  | 13  | 1   | 1   | 51  | 0   |
| 90    | 88   | 42  | 25  | 49  | 48  | 46  | 30  | 56   | 189  | 19  | 38  | 37  | 22  | 25  | 30  |
| 120   | 118  | 16  | 34  | 26  | 25  | 2   | 0   | 57   | 184  | 57  | 4   | 13  | 42  | 50  | 0   |
| 150   | 147  | 50  | 43  | 3   | 1   | 17  | 30  | 58   | 180  | 34  | 29  | 50  | 3   | 34  | 30  |
| 180   | 177  | 24  | 51  | 39  | 37  | 33  | 0   | 59   | 176  | 11  | 55  | 26  | 24  | 9   | 0   |
| 210   | 206  | 59  | 0   | 16  | 13  | 48  | 30  | 60   | 171  | 49  | 21  | 2   | 44  | 43  | 30  |
| 240   | 236  | 33  | 8   | 52  | 50  | 4   | 0   | 61   | 167  | 26  | 46  | 59  | 5   | 18  | 0   |
| 270   | 266  | 7   | 17  | 29  | 26  | 19  | 30  | 62   | 163  | 4   | 12  | 15  | 25  | 52  | 30  |
| 300   | 295  | 41  | 26  | 6   | 2   | 35  | 0   |      |      |     |     |     |     |     |     |
| 330   | 325  | 15  | 34  | 42  | 38  | 50  | 30  |      |      |     |     |     |     |     |     |
| 360   | 354  | 49  | 43  | 19  | 15  | 6   | 0   |      |      |     |     |     |     |     |     |

Notez encore que Mercure en chacun circuit qu'il fait en l'epicycle, fait deux conjonctions avec le Soleil (comme aussi fait Venus, lesquels en cela diffèrent des autres planetes) l'une en sa direction plus viste, l'autre au milieu de sa retrogradation, puis apres une autre en sa direction plus viste, & ainsi consecutivement. Comme par exemple, en la conjonction du 1 Avril 1554; (posant qu'on l'eust sceu voir) il courut ce jour-là 1 deg. 54' qui est le mouvement le plus viste qu'il fist en ceste revolution-là: Mais en la conjonction suivante le 26 May 1554, il estoit au milieu de sa retrogradation, laquelle dura du 16 May, jusqu'au 7 Juin, & le milieu eschoit environ le susdit 26 May.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment on remarque par les Ephemerides observées en gros le temps periodique de Mercure, avec la qualité de sa retrogradation & station: Aussi qu'il circuit un epicycle, selon le requis.

## N O T E Z.

Veue que la qualité du cours de Mercure est semblable à celle de Venus, il ne sera pas nécessaire d'escire icy les mesmes propositions, comme les 38 & 39 propositions de Venus: Mais la maniere de trouver les eslongations extremes de Mercure par celles de Venus en la 38 proposition étant cognüe; je les colligeray en forme de table, comme au corollaire de ladite 38 proposition.

TABLE DES ESLONGATIONS EXTREMES de Mercure & du Soleil moyen.

| Ans             | Eslongations extremes de Mercure matut. & du Soleil moyen. |
|-----------------|--|
| 1554. 20 Fevr.  | 25 deg. 57   |
| 1554. 18 Juin.  | 21 deg. 55   |
| 1554. 14 Octob. | 18 deg. 1  |
| 1555. 3 Fevr.   | 25 deg. 30   |
| 1555. 29 May.   | 22 deg. 12   |
| 1555. 25 Sept.  | 18 deg. 52   |
| 1556. 18 Janv.  | 24 deg. 22   |
| 1556. 12 May.   | 23 deg. 9  |

| Ans              | Eslongations extremes de Mercure vespertin & du Soleil moyen. |
|------------------|---|
| 1554. 8 Janv.    | 19 deg. 17  |
| 1554. 4 May.     | 23 deg. 28  |
| 1554. 31 Aoust.  | 24 deg. 59  |
| 1554. 23 Decemb. | 18 deg. 55  |
| 1555. 17 Avril.  | 22 deg. 31  |
| 1557. 21 Octob.  | 18 deg. 19  |
| 1587. 20 Decemb. | 18 deg. 58  |

## P R O P O S I T I O N XLV.

**D** Eclarer comment par les Ephem. observées, on remarque que le deferant de Mercure est eccentricque.

Si les extremes eslongations de Mercure & du Soleil moyen estoient de tous costez egales, ce seroit un argument certain que le deferant seroit concentrique, ce qui est contraire à la note de la 44 prop. où les extremes eslongations colligées sont fort differentes.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment par les Ephemerides observées, &c.

## P R O P O S I T I O N XLVI.

**T** Rouver la longitude apparente de l'apogée & perigée de Mercure par les Ephemerides observées.

On verra en la note de la 44 proposition, recherchant deux eslongations egales, & diverses, assavoir l'une matutine, l'autre vespertine, esquelles le Soleil moyen ayt esté sous un mesme point en l'ecliptique, alors le lieu du Soleil moyen sera l'apogée ou perigée apparent: assavoir l'apogée, si les deux dernieres eslongations sont moindres que de la premiere paire; mais le perigée, si elles sont plus grandes.

Je donnerois exemple de cecy en cherchant en la table de la note de la 44 proposition deux eslongations egales, où le Soleil moyen se trouvoit à chaque fois en un mesme point de l'ecliptique; l'une matutine, l'autre vespertine: Mais d'autant qu'il n'y en a pas assez pour nous servir en cest exemple, & que le prolongement de telles tables requierent plus de temps que je n'en ay pour employer à cela, aussi que la principale fin n'est pas de trouver les vrais lieux des Planetes supprecisement, comme il a esté dit ailleurs; mais seulement pour declarer la regle generale, comment on fera alors qu'on aura des Ephemerides observées à suffisance, au lieu des anciennes qui sont perduës. Or pource que le requis se pourroit encor resoudre autrement, si on pouvoit reconnoistre Mercure en sa conjonction au devant du Soleil, comme *Averroes* dit l'y avoir veu, & par telles observations redigées en escrit, remettre les conjonctions de Mercure avec le Soleil moyen; par tel moyen se trouveroit l'apogée & perigée du deferant de Mercure, comme a esté fait es autres planetes. Par exemple, posant que les conjonctions de Mercure & du Soleil qui sont es Ephemerides de *Stadius* soyent ainsi observées, j'en chercherois une qui en chaque deux temps egaux, l'un devant, l'autre apres, ainsi que les eslongations du Soleil soient egales tant matutines, que vespertines (car telle place se trouveroit estre environ l'apogée & perigée du deferant, ce qui se peut entendre par la similitude & convenance qu'il y a entre ceste proposition & la 17 touchant Saturne) & en trouverois une telle environ le 10 May 1568, sous le 59 deg. car un an devant, assavoir le 10 May 1567, son eslongation vespertine estoit 22 deg. 4' & un an apres, assavoir le 11 May 1569, la matutine estoit 23 deg. 58', seulement differente de l'autre de 1 deg. 54': faisant le semblable de 6 mois devant & apres, on trouve la matutine estre au 10 Novembre 1567 de 5 deg. 26'; la vespertine au 8 Novembre 1568 de 3 deg. 58', differente seulement de l'autre de 1 deg. 28'. Or donc veue que l'apogée est trouvé comme devant au 59 deg. le point opposite, qui est le perigée, sera au 239 deg. Toutefois cecy est fait par exemple avec le vray Soleil, ce qui se doit faire pour les raisons desja dites avec le Soleil moyen: Alors on trouveroit que l'apogée seroit au 59 deg. 51', & aussi les Ephemerides de *Stadius* sont faites là dessus: parquoy nous tiendrons 59 deg. 51' pour le lieu de l'apogée requis.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la longitude apparente de l'apogée & perigée du deferant de Mercure par les Ephem. observées, selon le requis.

PROPOSITION XLVII.

TABLE DU COURS DE MERCURE

**T**rouver le cours de-Mercure en son epicycle au temps donné, par les Ephemerides observées, & puis en construire une table.

Je cherche à la note de la 44 proposifit, en la table des efflongations extremes, deux egales & toutes deux vespertines, ou bien matutines, en mesme latitude, car ainsi en temps cognu les periodes de Mercure en son epicycle sont parfaits, sans estre enveloppez de l'eccentricité des deferants ny de Mercure ny du Soleil; & tant plus elles sont distantes l'une de l'autre, & tant plus precisement on aura le requis, comme il a esté dit plus amplement cy-devant. L'une de telles se trouve assez pres en l'an 1554 au 23 Decembre de 18 deg. 55 ①: l'autre en l'an 1587 le 20 Decembre, de 18 deg. 58 ②; tellement qu'il y a 3 ① au dessus de ses revolutions parfaites en l'epicycle: Or entre ces deux observations y a 33 ans Egyptiens & 5 jours, auquel temps Mercure se trouve avoir fait, comme on voit aux Ephemerides, 104 revolutions & les susdits 3 ①: Partant je dis 33 ans Egyptiens & 5 jours, ou 12050 jours donnent 104 revolutions & 3 ①, combien 1 jour? vient 3 deg. 6 ①, 25 ②; peu differant des positions de Ptolemée & Copernic, 3 deg. 6 ① 24 ②.

Donc ayant le cours d'un jour, comme dessus, il est manifeste comment on fera des tables, comme ont esté faites celles du Soleil en la 3 proposition; afin que par une facilité on puisse calculer le cours de Mercure en son epicycle au temps donné, ce qui advient souventesfois en la pratique: Mais veu que nous avons entrepris de prendre les tables de Ptolemée pour causes cy-devant notoires, elles seront descrites comme s'ensuit.

| heur. | deg. | ①  | ②  | ③  | ④  | ⑤  | ⑥  |
|-------|------|----|----|----|----|----|----|
| 1     | 0    | 7  | 46 | 0  | 17 | 28 | 59 |
| 2     | 0    | 15 | 32 | 0  | 34 | 57 | 59 |
| 3     | 0    | 23 | 18 | 0  | 52 | 26 | 58 |
| 4     | 0    | 31 | 4  | 1  | 9  | 55 | 58 |
| 5     | 0    | 38 | 58 | 1  | 27 | 24 | 57 |
| 6     | 0    | 46 | 36 | 1  | 44 | 53 | 57 |
| 7     | 0    | 54 | 22 | 2  | 2  | 22 | 57 |
| 8     | 1    | 2  | 8  | 2  | 19 | 51 | 56 |
| 9     | 1    | 9  | 54 | 2  | 37 | 20 | 56 |
| 10    | 1    | 17 | 40 | 2  | 54 | 49 | 55 |
| 11    | 1    | 25 | 26 | 3  | 12 | 18 | 55 |
| 12    | 1    | 33 | 12 | 3  | 29 | 47 | 55 |
| 13    | 1    | 40 | 58 | 3  | 47 | 16 | 54 |
| 14    | 1    | 48 | 44 | 4  | 4  | 45 | 54 |
| 15    | 1    | 56 | 30 | 4  | 22 | 14 | 53 |
| 16    | 2    | 4  | 16 | 4  | 39 | 43 | 53 |
| 17    | 2    | 12 | 2  | 4  | 57 | 12 | 52 |
| 18    | 2    | 19 | 48 | 5  | 14 | 41 | 52 |
| 19    | 2    | 27 | 34 | 5  | 32 | 10 | 52 |
| 20    | 2    | 35 | 20 | 5  | 49 | 39 | 51 |
| 21    | 2    | 43 | 6  | 6  | 7  | 8  | 51 |
| 22    | 2    | 50 | 52 | 6  | 24 | 37 | 50 |
| 23    | 2    | 58 | 38 | 6  | 42 | 6  | 50 |
| jours |      |    |    |    |    |    |    |
| 1     | 3    | 6  | 24 | 6  | 59 | 35 | 50 |
| 2     | 6    | 12 | 48 | 13 | 59 | 11 | 40 |
| 3     | 9    | 19 | 12 | 20 | 58 | 47 | 30 |
| 4     | 12   | 25 | 36 | 27 | 58 | 23 | 20 |
| 5     | 15   | 32 | 0  | 34 | 57 | 59 | 10 |
| 6     | 18   | 38 | 24 | 41 | 57 | 35 | 0  |
| 7     | 21   | 44 | 48 | 48 | 57 | 10 | 50 |
| 8     | 24   | 51 | 12 | 55 | 56 | 46 | 40 |
| 9     | 27   | 57 | 37 | 2  | 56 | 22 | 30 |
| 10    | 31   | 4  | 1  | 9  | 55 | 58 | 20 |
| 11    | 34   | 10 | 25 | 16 | 55 | 34 | 10 |
| 12    | 37   | 16 | 49 | 23 | 55 | 10 | 0  |
| 13    | 40   | 23 | 13 | 30 | 54 | 45 | 50 |
| 14    | 43   | 29 | 37 | 37 | 54 | 21 | 40 |
| 15    | 46   | 36 | 1  | 44 | 53 | 57 | 30 |
| 16    | 49   | 42 | 25 | 51 | 53 | 33 | 20 |
| 17    | 52   | 48 | 49 | 58 | 53 | 9  | 10 |
| 18    | 55   | 55 | 14 | 5  | 52 | 45 | 0  |
| 19    | 59   | 1  | 38 | 12 | 52 | 20 | 50 |
| 20    | 62   | 8  | 2  | 19 | 51 | 56 | 40 |
| 21    | 65   | 14 | 26 | 26 | 51 | 32 | 30 |
| 22    | 68   | 20 | 50 | 33 | 51 | 8  | 20 |
| 23    | 71   | 27 | 14 | 40 | 50 | 44 | 10 |
| 24    | 74   | 33 | 38 | 47 | 50 | 20 | 0  |
| 25    | 77   | 40 | 4  | 54 | 49 | 55 | 50 |
| 26    | 80   | 46 | 27 | 1  | 49 | 31 | 40 |
| 27    | 83   | 52 | 51 | 8  | 49 | 7  | 30 |
| 28    | 86   | 59 | 15 | 15 | 48 | 43 | 20 |
| 29    | 90   | 5  | 39 | 22 | 48 | 19 | 10 |
| 30    | 93   | 12 | 3  | 29 | 47 | 55 | 0  |
| 60    | 186  | 24 | 6  | 59 | 35 | 50 | 0  |
| 90    | 279  | 36 | 10 | 29 | 23 | 45 | 0  |
| 120   | 12   | 48 | 13 | 59 | 11 | 40 | 0  |
| 150   | 106  | 10 | 17 | 28 | 59 | 35 | 0  |
| 180   | 199  | 12 | 20 | 58 | 47 | 30 | 0  |
| 210   | 292  | 24 | 24 | 28 | 35 | 25 | 0  |
| 240   | 25   | 36 | 27 | 58 | 23 | 20 | 0  |
| 270   | 118  | 48 | 31 | 28 | 11 | 15 | 0  |
| 300   | 212  | 0  | 34 | 57 | 59 | 10 | 0  |
| 330   | 305  | 12 | 38 | 27 | 47 | 5  | 0  |
| 360   | 38   | 24 | 41 | 57 | 35 | 0  | 0  |

EN SON EPICYCLE.

| ans. | deg. | ①  | ②  | ③  | ④  | ⑤  | ⑥  |
|------|------|----|----|----|----|----|----|
| 1    | 53   | 56 | 42 | 32 | 32 | 59 | 10 |
| 2    | 107  | 53 | 25 | 5  | 5  | 58 | 20 |
| 3    | 161  | 50 | 7  | 37 | 38 | 57 | 30 |
| 4    | 215  | 46 | 50 | 10 | 11 | 56 | 40 |
| 5    | 269  | 43 | 32 | 42 | 44 | 55 | 50 |
| 6    | 323  | 40 | 15 | 15 | 17 | 55 | 0  |
| 7    | 17   | 35 | 57 | 47 | 50 | 54 | 10 |
| 8    | 71   | 33 | 40 | 20 | 23 | 53 | 20 |
| 9    | 125  | 30 | 22 | 52 | 56 | 52 | 30 |
| 10   | 179  | 27 | 5  | 25 | 29 | 51 | 40 |
| 11   | 233  | 23 | 47 | 58 | 2  | 50 | 50 |
| 12   | 287  | 20 | 30 | 30 | 35 | 50 | 0  |
| 13   | 341  | 17 | 13 | 3  | 8  | 49 | 10 |
| 14   | 35   | 13 | 55 | 35 | 41 | 48 | 20 |
| 15   | 89   | 10 | 38 | 8  | 14 | 47 | 30 |
| 16   | 143  | 7  | 20 | 40 | 47 | 46 | 40 |
| 17   | 197  | 4  | 3  | 13 | 20 | 45 | 50 |
| 18   | 251  | 0  | 45 | 45 | 53 | 45 | 0  |
| 36   | 142  | 1  | 31 | 31 | 47 | 30 | 0  |
| 54   | 33   | 2  | 17 | 17 | 41 | 15 | 0  |
| 72   | 284  | 3  | 3  | 3  | 35 | 0  | 0  |
| 90   | 175  | 3  | 48 | 49 | 28 | 45 | 0  |
| 108  | 66   | 4  | 34 | 35 | 22 | 30 | 0  |
| 126  | 317  | 5  | 20 | 21 | 16 | 15 | 0  |
| 144  | 208  | 6  | 6  | 7  | 10 | 0  | 0  |
| 162  | 99   | 6  | 51 | 53 | 3  | 45 | 0  |
| 180  | 350  | 7  | 37 | 38 | 57 | 30 | 0  |
| 198  | 241  | 8  | 23 | 24 | 51 | 15 | 0  |
| 216  | 132  | 9  | 9  | 10 | 45 | 0  | 0  |
| 234  | 23   | 9  | 54 | 56 | 38 | 45 | 0  |
| 252  | 274  | 10 | 40 | 42 | 32 | 30 | 0  |
| 270  | 165  | 11 | 26 | 28 | 26 | 15 | 0  |
| 288  | 56   | 12 | 12 | 14 | 20 | 0  | 0  |
| 306  | 307  | 12 | 58 | 0  | 13 | 45 | 0  |
| 324  | 198  | 13 | 43 | 46 | 7  | 30 | 0  |
| 342  | 89   | 14 | 29 | 32 | 1  | 15 | 0  |
| 360  | 340  | 15 | 15 | 17 | 55 | 0  | 0  |
| 378  | 231  | 16 | 1  | 3  | 48 | 45 | 0  |
| 396  | 122  | 16 | 46 | 49 | 42 | 30 | 0  |
| 414  | 13   | 17 | 32 | 35 | 36 | 15 | 0  |
| 432  | 264  | 18 | 18 | 21 | 38 | 0  | 0  |
| 450  | 155  | 19 | 4  | 7  | 23 | 45 | 0  |
| 468  | 46   | 19 | 49 | 53 | 47 | 30 | 0  |
| 486  | 297  | 20 | 35 | 39 | 41 | 15 | 0  |
| 504  | 188  | 21 | 21 | 25 | 3  | 0  | 0  |
| 522  | 79   | 22 | 7  | 10 | 58 | 45 | 0  |
| 540  | 330  | 22 | 52 | 56 | 52 | 30 | 0  |
| 558  | 221  | 23 | 38 | 42 | 46 | 15 | 0  |
| 576  | 112  | 24 | 24 | 28 | 40 | 0  | 0  |
| 594  | 3    | 25 | 40 | 14 | 33 | 45 | 0  |
| 612  | 254  | 25 | 56 | 0  | 27 | 30 | 0  |
| 630  | 145  | 26 | 41 | 46 | 21 | 15 | 0  |
| 648  | 36   | 27 | 27 | 32 | 15 | 0  | 0  |
| 666  | 287  | 28 | 13 | 18 | 8  | 45 | 0  |
| 684  | 178  | 28 | 59 | 4  | 2  | 30 | 0  |
| 702  | 69   | 29 | 44 | 49 | 56 | 15 | 0  |
| 720  | 320  | 30 | 30 | 35 | 50 | 0  | 0  |
| 738  | 211  | 31 | 16 | 21 | 46 | 45 | 0  |
| 756  | 102  | 32 | 2  | 7  | 37 | 30 | 0  |
| 774  | 353  | 32 | 47 | 53 | 31 | 15 | 0  |
| 792  | 244  | 33 | 33 | 39 | 25 | 0  | 0  |
| 810  | 135  | 34 | 19 | 25 | 18 | 45 | 0  |

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours de Mer-  
cure en son epicycle au temps donné, par les Ephem-  
observées : & en avons fait une table, selon le requis.

PROPOSITION XLVIII.

Trouver par les Ephemerides observées le cours de l'apogée du  
deferant de Mercure.

Veü que les Ephemerides de *Stadius* (lesquelles nous  
supposons estre observées par ce qui a esté dit en la  
1 proposition) sont trop courtes pour refoudre comme  
il appartient le requis, je prendray les observations de  
*Ptolemée*, comme il escrit au septiesme chap. de son livre  
neufiesme, trouvant l'apogée du deferant de Mercure  
au 10 deg. de l'ecliptique : or nous l'avons trouvé en  
la 46 proposition au 59 deg. 51 ①, qui sont 49 deg. 51 ①  
d'avance : donc l'apogée est selon ce compte avancé  
d'autant en 1450 ans environ : Par tel moyen se trou-  
vera le cours dudit apogée en tout temps proposé. Soit  
qu'on le vueille trouver en un an, je dis 1450 ans don-  
nent 59 degr. 51 ①, combien un an? viennent 2 de-  
grez 28 ① 36 ②.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours de l'a-  
pogée du deferant de Mercure par les Ephemerides  
observées, selon le requis.

PROPOSITION XLIX.

Trouver le cours du centre de l'epicycle de Mercure par les  
Ephemerides observées.

Le cours de l'apogée du deferant de  
Mercure est par la 48 proposition  
en un an 2 deg. 28. 36.  
Iceluy soustrait du moyen mouvement  
de Mercure, ou du Soleil, par la  
3 proposition en 1 an 359 deg. 45 ①.  
Reste pour le cours requis du centre  
d'epicycle en un an Egyptien 357 deg. 16 ①.  
Et de mesme se trouvera-il en quel temps on voudra.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le cours du  
centre de l'epicycle de Mercure par les Ephemerides  
observées, selon le requis.

HUICTIESME DISTINCTION  
DV PREMIER LIVRE,

De l'invention du cours des Esto-  
les fixes.

PROPOSITION L.

Declarer comment par les Ephemerides observées, on remarque  
que les Estoiles fixes sont fixes en leur ciel, & qu'iceluy ciel  
tourne sur l'axe de l'ecliptique.

D'autant que ce mouvement est si lent, qu'on n'y en  
peut gueres remarquer au temps des Ephemerides de  
*Stadius*, qui ne durent que 52 ans, nous prendrons icy,  
& en la suivante 51 proposition, les escrits de *Ptolemée*  
touchant les lieux des Estoiles fixes, prenant par exem-  
ple que ses escrits & ceux de *Stadius* soyent des Epheme-  
rides observées.

Ce qu'estant ainsi, & que les Estoiles fixes sont aussi  
distantes l'une de l'autre es Ephem. de *Stadius*, que du  
temps de *Ptolemée*, comme on peut voir en son 7 livre,  
chap. 5. & que celles qui estoient en ligne droite alors y  
sont encore presentement, combien qu'il y ayt plus de  
1400 ans passez, d'où l'on conclud qu'elles sont fixes.

Mais combien que leurs latitudes soyent les mesmes,  
toutesfois leurs longitudes & declinaisons changent,  
d'où



d'où se conclut que leur ciel entier, tourne sur l'axe de l'ecliptique: Car par exemple, l'Espic de la vierge avoit selon Ptolemée 2. deg. 10 ① de latitude meridionale, ce qui est aussi de mesme es Ephemerides de Stadius: mais sa longitude est en Ptolemée de 176 deg. 40 ①, & en Stadius 197 deg. 38 ①: Et aussi sa declinaison est chez Ptolemée (au 3 chap. du 7 livre) de 30 ① meridionale, & chez Stadius 8 deg. 56 ① meridionale; laquelle combien qu'elle ne soit en ses Ephemerides, toutesfois elle résulte telle par la longitude & latitude, comme chose calculée par le 9 probleme des Problemes Astronomiques de ce livre; & ce mouvement se fait selon l'ordre des signes, qui est d'occident vers orient.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré comment par les Ephemerides observées, on remarque que les estoiles fixes, sont fixes en leur ciel, & qu'iceluy ciel tourne sur l'axe de l'ecliptique, selon le requis.

**T**rouver le propre mouvement des Estoiles fixes, par les Ephemerides observées.

D'autant que l'Espic de la vierge au temps de Ptolemée en l'an 139, estoit au 176 degr. 40 ① de l'ecliptique; mais au temps de Stadius en l'an 1554, au 197 deg. 38 ①; qui est 20 deg. 58 ① plus avant, elle a fait donc un tel arc, au temps compris entre les observations, qui est en 1415 ans; parquoy je dis 1415 ans donnent 20 deg. 58 ①, combien 100 ans? vient 1 deg. 29 ①: par lequel on peut trouver le cours en tout autre temps proposé; dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le propre mouvement des estoiles fixes, par les Ephemerides observées, selon le requis.

*Fin du premier livre de l'Astronomie.*

DEUXIEME LIVRE  
DE L'ASTRONOMIE,

De l'invention du cours des Planetes, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese impropre, qui est posant la terre immobile.

**A**u premier livre de l'Astronomie ayant remarqué grossierement que les planetes se meuvent en eccentriques, & epicycles, avec d'autres circonstances qui leur touchent, par lesquelles nous avons un fondement pour pouvoir rechercher par moyens Mathematiques, si ce sont aussi des cercles parfaits; & s'ils y courent uniformement: d'avantage quelle raison il y a de leurs rayons à leurs eccentricitez, en quels lieux elles seront au temps advenir; & outre ce, pour parvenir à la cognoissance des jours inegaux, des stations, & retrogradations, la grandeur des parties obscurcies qu'on voit au Soleil & la Lune en leurs eclipses, des distances d'iceux à la terre, de la comparaison de leurs grandeurs avec la terre, avec plusieurs autres choses qui leur sont adjoinctes; ainsi donc nous viendrons maintenant au deuxiesme livre, qui contient les operations Mathematiques d'iceux; & ce sur l'hypothese erronée de terre immobile, comme elles sont venues es mains de Ptolemée, assavoir sans entremesler sa pretendue invention des mouvemens incognus (comme la deuxiesme inegalité de la Lune, & la troisieme inegalité de Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, aussi les mouvemens incognus des cinq derniers, lesquels on nomme ordinairement le mouvement incognu des planetes) lesquels n'y entreviendront, sinon en apres, mais particulierement, afin que chacun puisse voir clairement qu'est-ce qu'il y a de defect en l'hypothese de terre immobile, & ainsi tascher de parvenir à d'autre invention meilleure. Desquelles choses je feray sept distinctions; assavoir,

- La 1, de l'eccentricité en general par voye Mathematique.
- La 2, du cours du Soleil.
- La 3, du cours de la Lune.
- La 4, des cours de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure.
- La 5, des conjonctions, oppositions & eclipses des Planetes.
- La 6, de la pretendue deuxiesme inegalité de la Lune, & troisieme inegalité de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure au cours en latitude.
- La 7, du mouvement de latitude pretendue de Ptolemée touchant les 5 planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure.

NOTEZ.

J'appelle ceste operation, Mathematique, pour la distinguer de l'operation tirée des observations comme au premier livre; & combien que ce soit le plus souvent par des tables dont les nombres ne sont parfaits, comme la perfection Mathematique le requiert, toutesfois d'autant que la voye qui s'y remarque tend en un infini approuchemment, qui a beaucoup d'affinité avec la maniere Mathematique, & aussi que les demonstrations sont Mathematiques; pour ces raisons l'avons-nous distingué par ce nom, comme il est expedient.

## PREMIERE DISTINCTION

DU SECOND LIVRE,

Traictant en general de l'eccentricité  
Mathématique.SOMMAIRE DE CESTE  
PREMIERE DISTINCTION.

Il est certain que l'on peut trouver par nombres l'eccentricité, & autres circonstances qui y sont nécessaires, par le moyen de la cognoissance de trois lieux au deferant où la planete a esté; & d'autant que la regle est generale, nous en descrirons deux propositions servant pour toutes les planetes, afin qu'il ne soit pas besoing de les repeter tout du long pour chacune, comme on fait ordinairement, voire mesme Ptolemée: ce qui sera bien plus commode, & plus propre pour les apprentifs. Or à ces deux propositions seront encor, adjoustés deux Theoremes de mesme matiere, qui en resultent, l'un pour la majeure Prostapherefe, l'autre de la proportion qu'il y a entre les Diametres visuels, & les distances des planetes.

## DEFINITION I.

Nous appellons hypothese de terre immobile, quand le Soleil & la Lune se meuvent en des eccentriques chacun; comme aussi les autres cinq planetes pareillement, mais ont encor un epicycle d'avantage.

Cecy servira afin qu'on sçache qu'à chaque fois qu'on parlera en ce deuxiesme livre, de l'operation Mathématique fondée sur l'hypothese de terre immobile, qu'alors on ne doit entendre aucun mouvement imaginaire, autre que ce que la simple hypothese de terre immobile amene quant & foy: & ce pour les raisons deduites au sommaire precedent.

## DEFINITION II.

L'Angle compris des deux rayons visuels, lesquels touchent un Astre à ses extremités de part & d'autre, s'appelle Diametre visuel.

## DEFINITION III.

Racine des ans, Ere, ou Epoche, est un temps, sur lequel comme fondement on compte les cours des planetes.

Lors qu'on veut sçavoir où sera, ou bien où a esté une planete en certain temps donné, il faut necessairement avoir un memoire où elle a esté en quelque certain temps pour cognoistre tant devant qu'apres son lieu, lequel temps à ceste fin est nommé Racine des ans, Ere ou Epoche, lequel est ordinairement un temps remarquable mis en usage par plusieurs nations, comme Ptolemée, lequel choisit les ans de Nabonassar; les Chrétiens le commencement des ans de Christ, ou la fin de quelques centaines des mesmes, ainsi nous prendrons par exemple le commencement de l'an 1600.

## PROPOSITION I.

Estant donné un eccentrique, & trois poincts en iceluy, avec la grandeur des arcs qui sont compris entre iceux, comme aussi les arcs que lesdits arcs soustendent ayans leurs sommets à l'eccentre, puis ayant prolongé l'un des trois jusques à la circonference: trouver la raison des deux autres lignes non prolongées.

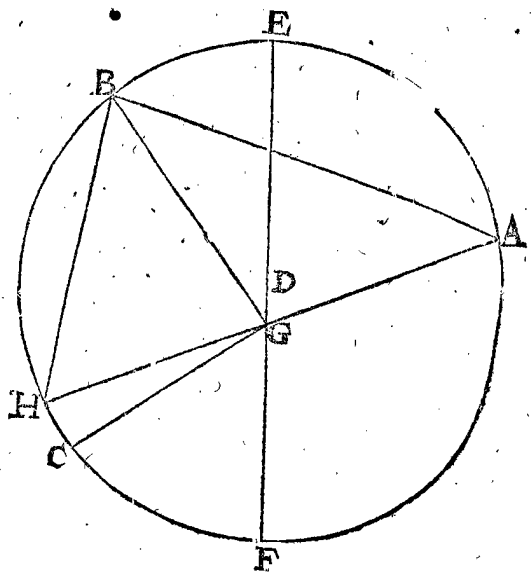
Le donné. Soit ABC un eccentrique, D son centre, & en iceluy trois poincts A, B, C:

par ainsi que l'arc AB soit de 120 deg. 15.  
BC de 90 deg. 41.  
Et CA restant, sera 149 deg. 4.

D'avantage, soit E en l'arc AB, l'apogée, F le perigée; & G l'eccentre dans EF, duquel sont menées les lignes GA, GB, GC: & la grandeur des angles qu'elles font en G, sont, assavoir AGB 117 deg. 11.  
BGC 90 deg. 37.  
Donc CGA fera de necessité 152 deg. 12.

Puis soit l'une des 3 lignes prolongée jusques à la circonference, je prens AG en H, ainsi que GH soit prolongement, & AG la prolongée.

Le requis. Il faut trouver la raison des deux lignes non prolongées BG, GC.



## CONSTRUCTION.

A ceste fin il faut premierement trouver les deux raisons du prolongement GH à une chacune des lignes BG, GC; soit premierement la raison de ladite GH à BG; & ainsi, je prens, la moitié de l'arc AB 120 deg. 15 <sup>①</sup> entre la prolongée AG, & la non prolongée BG, de laquelle la raison est maintenant cherchée, fait 60 deg. 7.

Son sinus pour BG la non prolongée 8670.

Soustrait 60 deg. 7 <sup>①</sup>, premier en l'ordre, de l'angle AGB 117 deg. 11 <sup>①</sup> entre la prolongée AG & BG, reste 57 deg. 4.

Son sinus pour le prolongement GH 8393.

Tellement que la premiere raison cherchée, qui est de BG à GH, est comme les 8670 à 8393, second & quatriesme en l'ordre: & par raison renversée, comme GH à BG, ainsi 8393 à 8670. Or comme la premiere raison a esté trouvée, ainsi se trouvera la seconde de GH à GC, comme s'ensuit: La moitié de 149 deg. 4 <sup>①</sup> de l'arc CA, entre la prolongée AG & la non prolongée CG, (de laquelle CG la raison est cherchée) fait 74 deg. 32.

Son sinus pour la non prolongée CG 9638.

Soustrayant 74 deg. 32 <sup>①</sup>, cinquieme en l'ordre, de l'angle AGC 152 deg. 12 <sup>①</sup> (entre la prolongée AG & la non prolongée CG) reste 77 deg. 40.  
Son

Son sinus pour le prolongement G.H. Tellement que la raison cherchée est de 9769. (huitiesme en l'ordre) à 9638 (sixiesme en l'ordre) pour G.H. à G.C. Or estant la raison susdite de G.H. à B.G. remise en d'autres nombres, prenant pour G.H. prolongement, 9769 comme icy à la dernière raison, on trouvera B.G. estre de 10091. Et icelle de telles parties que G.C. en contient 9638 (sixiesme en l'ordre) parquoy la raison des deux lignes non produites est de 10091 à 9638, assavoir pour B.G. à G.C.

*Preparation.* Soyent menées les lignes droites AB, BH. *Demonstration.* L'angle BHA égal à la moitié de l'angle, qui est mesuré de l'arc AB 120 deg. 15, par la 20. proposition du troisieme livre d'Euclides; & aussi ostant l'angle BHA de B.G.A. angle extérieur, restera l'angle GBH 57 deg. 4 ①, par la 32 proposition du premier livre, tellement que le triangle B.G.H. ayant les angles connus, on trouvera par iceux la raison des costez: le reste est facile.

*Conclusion.* Estant donc, &c.

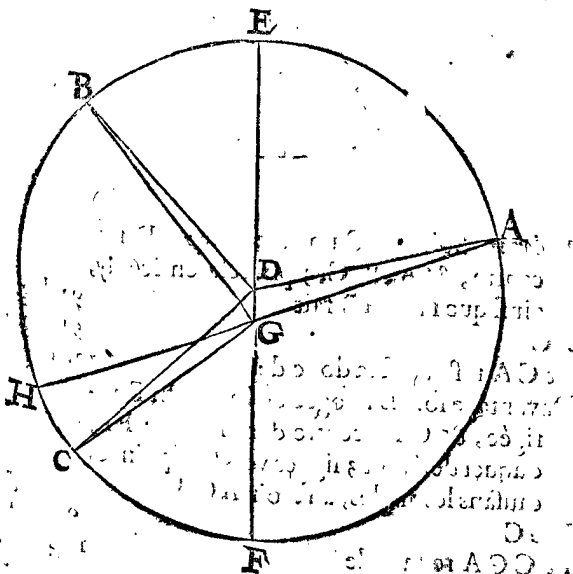
PROPOSITION II.

Si on mene trois lignes de l'eccentre vers trois poincts en l'eccentrique, & que les arcs interceptés soyent donnez, comme aussi les angles, avec declaration de l'apogée, assavoir en quel arc il advient: Trouver premierement l'eccentricité en telles parties que le raid en comprenne 10000: secondement, la distance apparente qu'il y a depuis l'apogée jusques à l'un des trois poincts donnez, veüe de l'eccentre: finalement, l'arc de l'apogée jusques à un des trois poincts donnez.

Pource qu'entre les trois arcs donnez quelques uns pourroient estre de 180 deg. aussi de 90 degrez ou non, ce qui fait qu'il y a plusieurs operations les unes plus faciles que les autres; & combien qu'un angle de 180 degrez n'est plus angle, toutesfois on le pourra nommer angle, pour entendre qu'on parle de tous en general.

*Exemple, avec des arcs & des angles, qui ne sont de 90 degrez, ny de 180.*

*Le donné.* Soit ABC un eccentrique, & D son centre, en iceluy sont trois poincts A, B, C, ainsi que l'arc A-B est de 120 deg. 15. BC de 90 deg. 41. Et CA le reste, de 149 deg. 4.



9769. D'avantage soit E l'apogée en l'arc AB, F perigée, & G l'eccentre dans EF, duquel soyent menées les lignes GA, GB, GC, faisant les angles, assavoir AGB, de 117 deg. 11. BGC 90 deg. 37. Et CGA le reste sera de necessité 152 deg. 12.

*Le requis.* Il faut trouver premierement l'eccentricité DG, en telles parties que le raid BD est 10000. Secondement, la distance apparente de l'un des trois poincts, comme B, à l'apogée E, veüe de l'eccentre G, c'est l'angle EGB. Tiercement, l'arc de l'apogée E jusques audit poinct B, qui est EB.

*Preparation.* Je prolonge l'une des trois lignes AG, BG, CG, comme AG, jusques en H, ainsi que AG est la prolongée, & GH le prolongement, & BG, GC les deux non prolongées, & menée BC, entre les extremités des non prolongées.

CONSTRUCTION.

Je cherche la raison des deux non prolongées BG, GC, & la trouve par la 1. proposition, BG de 10091. Et CG de 9638.

Le triangle BGC a trois termes connus, assavoir l'angle BGC 90 deg. 37 ①, par le donné, BG 10091, premier en l'ordre, & CG 9638, deuxiesme en l'ordre: par lesquels on trouvera BC 14027.

L'angle CBG 43 deg. 23. Ostant BDC (90 deg. 41 ① par le donné) de 180 degrez, restera pour les deux angles B, C du triangle BDC 89 deg. 19 ①: dont la moitié pour l'angle CBD est 44 deg. 39.

Iceluy CBD differe de CBG (quarriesme en l'ordre) de l'angle DBG 1 deg. 16.

La ligne BC 14027, troisieme en l'ordre, donne BG 10091 premier, combien la mesme BC (la posant estre le nombre de la corde de l'arc BC 90 deg. 41 ①, faisant par la 13. propost. de la construction des sinus) 14224? viendra pour BG 10233.

Alors le raid BD fait 10000.

Donc le triangle DBG a trois termes connus, assavoir l'angle DBG 1 deg. 16 ①, sixiesme en l'ordre, BG 10233, le septiesme, & BD 10000, le huitiesme: par lesquels cherchez les trois incognus, qui se trouveront estre par la 6. proposition des triangles plans, assavoir DG l'eccentricité requis, de 323.

L'angle DGB, qui est aussi EGB pour la distance apparente de B, à l'apogée E 43 deg. 14.

Et l'angle BDG 135 deg. 30.

Lequel ostant de 180 restera l'angle EDB, qui bien pour l'arc requis de E en B 44 deg. 39.

NOTEZ I.

D'autant qu'il est licité de mettre la lettre A aussi bien es figures suivantes, comme en la precedente, pour un des trois poincts que l'on voudra, j'estime que pour faciliter les exemples on pourra mettre A & B où l'apogée E doit venir entre deux: aussi que l'arc requis, de l'apogée E jusqu'à l'un des trois poincts, soit toujours marqué de mesmes lettres qu'en la figure precedente: & qu'après A, selon l'ordre & consequence des signes, suive immediatement B, puis C; afin d'avoir es exemples

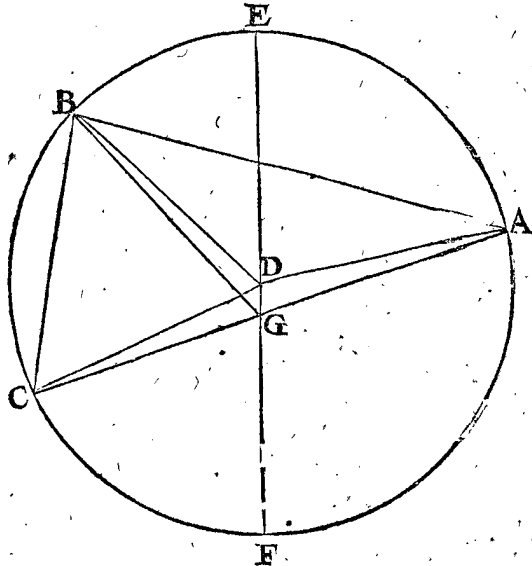
ples des lettres qui signifiaient la mesme chose, afin qu'on ne face d'addition lors que l'exemple qu'on imite fait la soustraction; & qu'on ne face la soustraction lors que l'exemple à imiter fait l'addition.

NOTE II.

Quelqu'un bien entendu en ceste matiere pourroit demander pourquoy il a esté dit qu'au donné on requiert de cognoistre en quel arc l'apogée advient, veu que chez les autres auteurs on le trouve par les cours plus vistes & plus lents des planetes, qu'on remarque es trois lieux donnez. A quoy je respons, que puis que cela se doit sçavoir par les precedentes observations, qu'on acquiert par les Ephemerides observées, desquelles choses a esté parlé à la 4 proposition du 1 livre, que nous tenons aussi cela pour cognu par mesme moyen.

2. Exemple, avec trois arcs sans qu'il y en ayt un de 180 degrez, mais bien un angle d'autant, assavoir de 180 degrez: & pas un des autres deux de 90 deg.

La briefveté de ce 2 exemple est, qu'il n'est pas besoing de chercher la raison des deux lignes non prolongées, comme au 1 exemple.



**Le donné.** Soit ABC un eccentrique, D son centre, & en iceluy trois points A, B, C, ainsi que les arcs entre iceux soyent, assavoir AB de 120 deg. 15. BC 63 deg. 22. Et CA restant de 176 deg. 23. Davantage soit E apogée en l'arc AB, F perigée, & G l'eccentre dans la ligne EF, duquel derivent 3 lignes vers les 3 points. causans les angles, assavoir AGB 117 deg. 11. BGC 62 deg. 49. Et CGA restant de 180 deg.

**Le requis.** Il faut trouver premièrement l'eccentricité DG, en telles parties que le raid en fait, 10000. Secondement, la distance apparente de l'un des 3 points A, B, C, comme de C, à l'apogée E, veu de l'eccentre G, c'est l'angle EGC. Tiercement, l'arc depuis l'apogée E jusques à l'un des 3 points A, B, C, & soit de C.

**Preparation.** Soyent menées les 3 lignes droites AB, BC, CA, desquelles CA doit passer par G, pource que l'angle CGA est de 180 deg. par l'hypothese.

CONSTRUCTION.

Veü que l'arc AB, ou l'angle ADB, est donné de 120 deg. 15, sa moitié pour l'angle ACB, qui est aussi pour GCB, 60 deg. 7.

Le triangle GCB a trois termes cognus, assavoir l'angle GCB 60 deg. 7. BCG 62 deg. 49, selon le donné; & le costé BC 10504, comme corde de l'arc BC, faisant selon l'hypothese 63 deg. 22, par lesquels cherchez CG, & trouverez 9911.

L'arc CA, ou l'angle CDA faisant par le donné 176 deg. 23, soustrait de 180 deg. restera pour les angles DCA & DAC, 3 deg 37; sa moitié pour DCA ou DCG; 1 deg. 48.

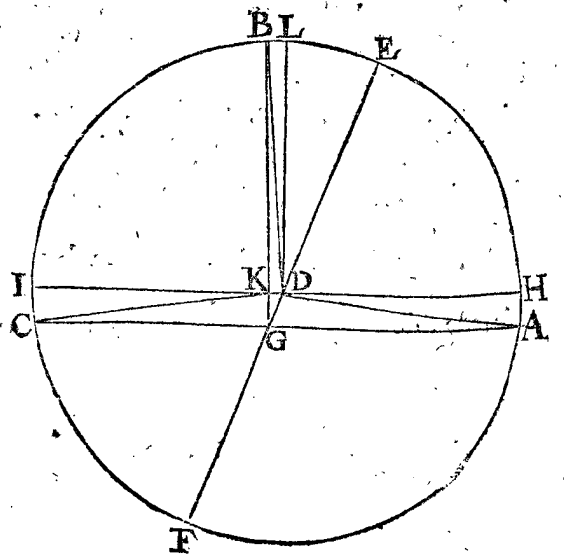
Le triangle DCG a trois termes cognus, comme le costé CG 9911, 2 en l'ordre, & CD 10000, & l'angle DCG 1 deg. 48, troisieme en l'ordre: par lesquels les 3 termes incognus se trouveront estre, assavoir DG eccentricité requise, de 325.

Et l'angle DGC, qui est aussi l'angle requis EGC, 104 deg. 59.

Et l'angle CDG 73 deg. 13, duquel l'adjoint est pour EDC, ou l'arc requis EC 106 deg. 47.

3. Exemple, sans aucun arc de 180 deg. & 3 angles, dont l'un est de 180 deg. & les deux autres chacun de 90 deg.

Ce 3 exemple se peut resoudre par le moyen du precedent: Mais pour le faire selon la maniere de Ptolemée, laquelle est plus briefve, & non pas si certaine, comme nous monstrerons ailleurs, je la descriray comme s'enfuit.



**Le donné.** Soit ABC un eccentrique, D son centre, & A, B, C, 3 points en iceluy, ainsi que l'arc AB fait 92 deg. 18. BC 91 deg. 17. Et CA restera, sera donc de 176 deg. 25.

Davantage soit E apogée en l'arc AB, F perigée, & G l'eccentre dans la ligne EF, duquel derivent 3 lignes vers les 3 points causans les angles, assavoir AGB 90 deg. BGC 90 deg. Et CGA restant de 180 deg.

**Le requis.**

*Le requis.* Il faut premierement trouver l'eccentricité DG, en telles parties que le raid BD en fait 10000. Secondement ; la distance apparante de l'un des 3 poinçts A, B, C, & soit de C, à l'apogée E, veuë de l'eccentre G, qui est l'angle EGB. Tiercement, l'arc depuis l'apogée E jusqu'à l'un des 3 poinçts A, B, C, soit de B.

*Preparation.* Soyent menées les lignes AC, BG & HI par D, parallele à AC, coupant BG en K, puis apres LD parallele à BG.

CONSTRUCTION.

Soustrayant l'arc CA donné de 176 deg. 25 ①, du demicercle IFH 180 deg. restera pour les deux arcs HA, IC, 3 deg. 35 ①, sa moitié pour IC 1 deg. 48. Son sinus aussi pour KG 314. Ostant AH 1 deg. 48 ①, encor HL 90 deg. de AB donné de 92 deg. 18 ①, restera LB 0 deg. 30. Son sinus pour KD 87.

Le triangle KDG a 3 termes connus, comme KG 314, 2 en l'ordre, le costé KD 87, 4 en l'ordre, & l'angle GDK droit. Par lesquels cherchez le costé DG, & l'angle DGK, par la 6 propof. des triangles plats, assavoir DG l'eccentricité requise (en telle partie que le raid DB fait 10000, d'autant que KG fait 314 & KD 87 des mesmes parties) 326.

Et l'angle DGK, ou l'angle EGB, comme la distance apparante requise de E jusqu'à B 15 deg. 29.

L'angle EDL estant egal à DGK, iceluy EDL, ou bien EL, sera autant que DGK aussi 15 deg. 29 ① : Auquel adjouste LB 30 ①, troisieme en l'ordre, viendra pour l'arc EB requis 15 deg. 59 ①.

NOTE 2.

Or qu'il y ayt plus de certitude par la voye du 2 exemple, que par ce 3, est manifeste en ce que l'eccentricité DG est trouvée icy par des moindres nombres que là, veu que les deux costez KG 314, & KD 87 du triangle KDG sont plus courts que les 2 costez CD 10000, & CG 9911 du triangle CDG.

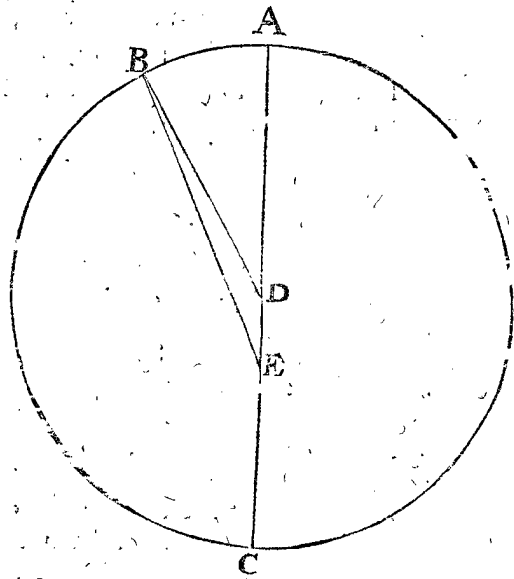
4. Exemple, avec 3 arcs, desquels l'un est de 180 deg. & trois angles, desquels l'un est aussi de 180 deg.

Le donné. Soit ABC un eccentrique, & D son centre: auquel y a 3 poinçts A, B, C, ainsi que l'arc A soit de 43 deg. 49. BC de 136 deg. 11. Et CA restant, de necessité 180 deg.

Davantage voyant que l'angle depuis le premier lieu jusqu'au troisieme est de 180 degrés, je remarque que A est l'apogée, & D perigée, entre la ligne AC, hors du centre D, je pose E eccentre, & menée EB, les angles estans comme s'enfuit, assavoir AEB. 42 deg. 35.

BEC de 137 deg. 25. Et CEA restant, est de necessité 180 deg.

*Le requis.* Veu que la distance apparante, qui est l'angle AEB 42 deg. 35 ①, le 4 en l'ordre, & l'arc de l'apogée jusques à l'un des trois poinçts, comme B, est de 43 deg. 49 ①, premier en l'ordre, sont connus par le donné, il ne sera besoing de les chercher, ains seulement l'eccentricité DE.



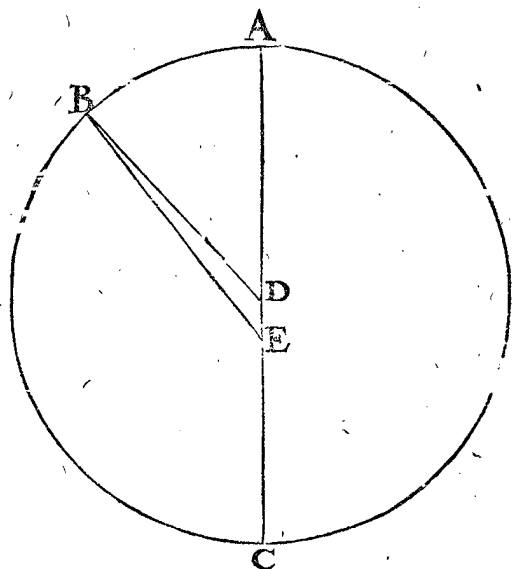
CONSTRUCTION.

Le triangle BDE, a trois termes connus, comme l'angle BDE 136 deg. 11 ①, le 2 en l'ordre, DEB 42 deg. 35 ①, quatrieme en l'ordre, & le costé DB 10000. Par lesquels cherchant le costé DE, sera trouvé estre, par la 4 prop. des triangles plats, pour l'eccentricité requise de 318. Conclusion. Estant donc donnez un eccentrique & en sa circonference 3 poinçts, &c.

PROPOSITION III.

Estant donné l'argument ou magnitude du cours d'une planete, ou d'un poinçt au deferant; avec la raison de l'eccentricité au raid du deferant: Trouver la ligne entre la planete, ou poinçt, & le centre de la terre en telles parties que le raid du deferant en fait 10000: aussi la prostapherefe de la planete, ou poinçt, par voye Mathematique fondée sur l'hypothese de terre immobile.

En ceste proposition est parlé d'argument ou de la magnitude du cours d'une planete, (ce qui se commence toujours de l'apogée, la raison est pour parler generalement tant des planetes qui se meuvent en des deferants, comme le Soleil & la Lune, que des centres d'epicycles des autres planetes, qui se meuvent aussi en des deferans.



Le donné. Soit ABC un deferant, D son centre, & E l'eccentre, ou la terre, A l'apogée, & C perigée, B la planete,

planete, ou point; tellement que l'argument AB fait 30 deg. & la raison de l'eccentricité DE au raid DB soit, comme 323 à 10000, aussi l'angle DBE est la prostapherefe, laquelle estant icy au premier demicerle doit estre apherefe.

*Le requis.* Il faut trouver la ligne EB, aussi DBE l'apherefe.

CONSTRUCTION.

Le triangle DBE a trois termes connus, a-favoir DE 323, DB 10000 par l'hypo-these, & l'angle BDE 150 deg. (car ostant l'angle donné ADB 30 deg. de 180 deg. restera comme devant pour BDE, 150 deg.) par lesquels on trouvera le costé EB & l'angle DBE, affavoir la ligne EB requise de

10281.

Et l'angle DBE pour l'apherefe cherchée de 54 ①. Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

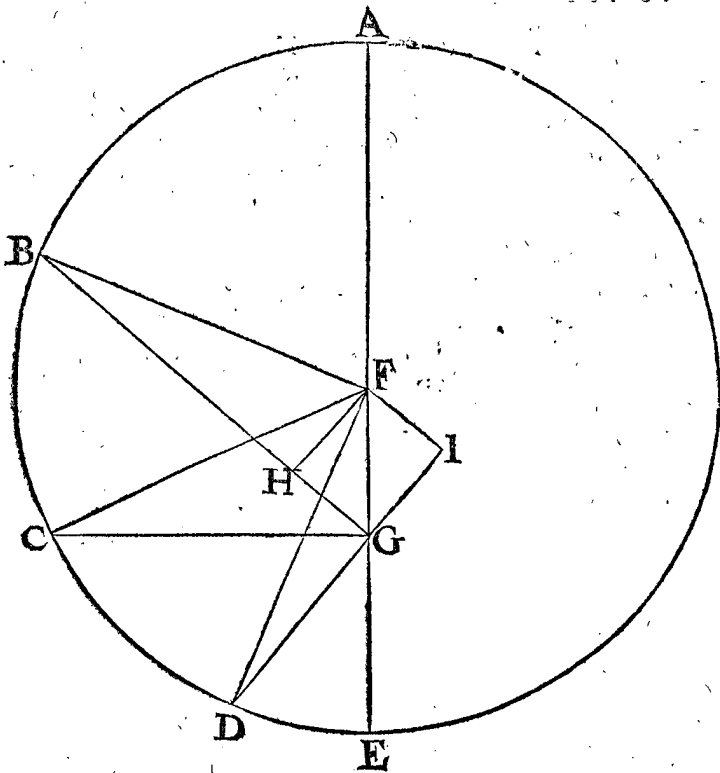
*Conclusion.* Estant donc donné l'argument, &c.

THEOREME. PROPOSITION IV.

**L**A plus grande prostapherefe au deferant est à l'extremité de la perpendiculaire sur l'eccentricité, passant par l'eccentre.

*Le donné.* Soit ABCDE un deferant, F son centre, G eccentre, duquel est menée GC perpendiculaire à l'eccentricité.

*Le requis.* Il faut demonstrier que la plus grande prostapherefe est en C extremité de la ligne CG, qui est perpendiculaire à l'eccentricité FG, & passant par G.



*Preparation.* Soyent menées d'autres lignes quelconques de G, comme GB & GD, sur lesquelles soyent abbaissées les perpendiculaires du point F, comme FH, FI, puis menées FB, FC, FD: & pour declarer encor le requis, je dis que l'angle FCG est plus grand que ny B, ny D.

*Demonstration.* Si on fait un cercle sur FG comme diametre, il passera par H, I, & partant FG sera majeure à FH ou à FI, par la 15 proposition du troisieme livre d'Euclides: D'avantage, si on fait des demicercles, ayans pour diametres FB, FC, FD egales, ils seront egaux, & passeront, l'un par H, l'autre par G, & finalement

l'autre par I; mais à celuy qui est fait sur FC, passant par G, advient la plus grande corde des trois, FH, FG, FI, qui est FG, comme dit est, & par consequent FG foustendra un plus grand arc, qui pour ceste cause sera opposite au plus grand angle C.

*Conclusion.* La plus grande prostapherefe donc, au deferant est à l'extremité de la perpendiculaire sur l'eccentricité, passant par l'eccentre. Ce qu'il falloit demonstrier.

COROLLAIRE.

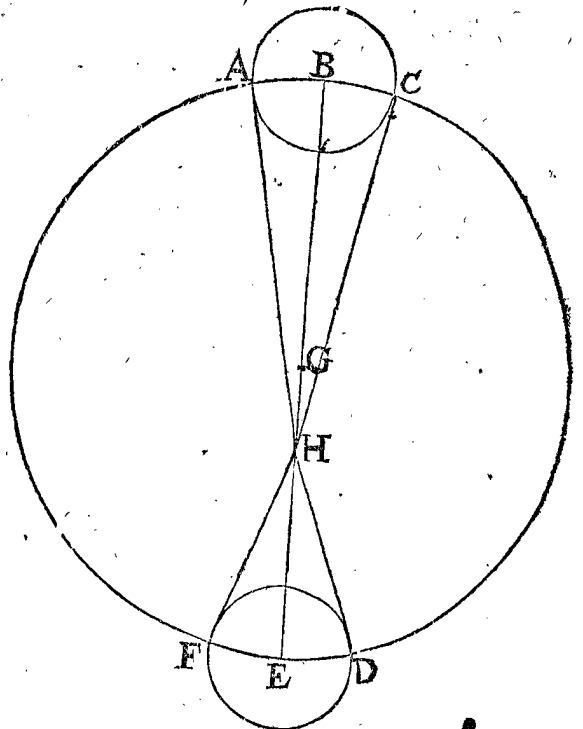
D'autant que le triangle FGC a trois termes connus, G droit, FC 10000, & FG 323, par le deuxiesme exemple de la deuxiesme proposition, il appert qu'on cognoistra l'angle FCG de 2 deg. 23 ① pour la plus grande prostapherefe.

THEOREME. PROPOSITION V.

**E**stant veüe une planete de la terre, en diverses eslongations: comme son moindre diametre visuel (lequel est veu tel, estant la planete en sa plus grande eslongation de la terre) au majeur diametre visuel (lequel est veu tel, estant icelle en sa moindre eslongation: ) ainsi à peu pres la moindre eslongation à la majeure.

*Le donné.* Soit ABCDEF un deferant, G son centre, H la terre, & menée BE diametre, par icelle, alors B sera l'apogée, & E perigée; sur lesquels, comme centre, soyent descrits des cercles egaux signifians une mesme planete en iceux, comme seroit la Lune, & menées HA, HC, HF, HD; & soit l'angle AHC (qui est le diametre visuel) trouvé par experience, je prens de 30 ①, & FHD de 32 ①; & HB est la plus grande eslongation de la terre, & HE la moindre.

*Le requis.* Il faut demonstrier que comme AHC 30 ① à FHD 32 ①, ainsi à peu pres EH à HB.



*Demonstration.* Si on prend ABC estre ligne droite, l'erreur sera imperceptible, estant environ de 30 ①; & ainsi que ABH soit un triangle rectiligne, rectangle en B; alors l'angle aigu (s'il faut ainsi dire) de BAC sera de 89 deg; 45 ①, ainsi que AB à BH seront comme les sinus des angles opposites, c'est à dire comme AB

43632  
à BH

à BH, 9999905.  
Et faisant le semblable au triangle HEF, on trouvera que FE sera à EH, comme assavoir FE, 46541.  
à EH, 9999892.

Que si on pose A B estre 43632, comme devant, alors BH sera 9999905, deuxiesme en l'ordre; que sera BH estant posée A B autrement, assavoir 46541, le troisieme en l'ordre: viendra pour B H 10666611.  
Et ce en telles parties que B H en contient 9999892, le quatrieme en l'ordre: Ce qu'estant ainsi, je dis, que come 30 ① à 32 ①, ainsi assez pres 9999892 à 10666611, cinquieme en l'ordre; car disant 30 ① donne 32 ①, combien 9999892? viendra 10666558, ce qui est fort pres de l'autre, voire si on delaisse les deux lettres dernieres, alors 30 ① à 32 ① sera comme 99999 à 106666 entiers, qui different ainsi en moins que de l'unité: Et cecy estant fait par exemple de la Lune, on pourra entendre le mesme des autres planetes.

Conclusion. Estant donc veuë une planete de la terre, &c.

PROPOSITION VI.

Estant donné le diametre visuel d'une planete, lors qu'elle est la plus estoignée de la terre, avec la raison de sa plus grande eslongation de la terre à une moindre: trouver son diametre visuel estant la planete en ladite moindre eslongation.

Le donné. Soit le diametre visuel d'une planete en sa plus grande eslongation de la terre, 30 ① estant en A apogée, comme en la figure de la troisieme proposition, posant que cela fust ainsi trouvé par experience: Et la plus grande ligne EA 10323 (assavoir AD 10000 avec ED 323) la moins longue EB 10287 (comme elle a esté trouvée à la susdite 3 proposition.)

Le requis. Il faut trouver le diametre visuel de la planete estant en B, lors que BA est 30 degrez.

CONSTRUCTION.

Je dis la courtte ligne EB 10287 donnera la plus longue EA 10323, combien le diametre visuel donné 30 ①? vient pour le diametre visuel requis 30 ①, 7 ②.

Et ainsi appert comment on le trouvera estant la planete en autre lieu, dont la demonstration est manifeste par la construction.

N O T E S.

Il a esté dit à la proposition: (Estant donné le diametre visuel d'une planete, lors qu'elle est la plus estoignée de la terre) cela a esté fait pour estre ainsi plus propre à construire des tables, assavoir en l'apogée ou bien au perigée, combien que la regle soit generale pour les diametres visuels des autres lieux: Aussi que ceste regle est generale pour les planetes qui se meuvent en des epicycles, veu que le requis est trouvé par leurs distances & eslongations de la terre.

Conclusion. Estant donc donné, &c.

DEUXIESME DISTINCTION

DU DEUXIESME LIVRE,

De l'invention du cours du Soleil, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de la terre immobile.

S O M M A I R E D E C E S T E  
DEUXIESME DISTINCTION.

Ayant premierement desiny que c'est de Soleil equidiel, suivront 22 propositions, desquelles

la premiere, qui est la 7 en l'ordre, sera de trouver l'eccentricité du deferant du Soleil, avec ses dependances: la seconde (qui est la 8 en l'ordre) de l'invention de la prostapherese, & diametre visuel du soleil: les 4 suivantes, qui sont les 9, 10, 11, & 12, serviront à trouver en tout temps la longitude apparante du Soleil: Et les 10 propositions consequentes, assavoir les 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 & 22, seront pour l'equation des jours: Et finalement les 6 dernieres, comme les 23, 24, 25, 26, 27, & 28, de la distance, & grandeur du Soleil, ses parallaxes, & longueur du cone de la nuit.

DEFINITION.

Soleil equidiel, est un point imaginair, lequel se meut uniformement par l'equinoctial, ainsi qu'il se trouve toujours avec le vray Soleil en la section vernale.

Par les 15 & 16 definitions du premier livre touchant les planetes en general, on entend que c'est de Soleil apparant, & Soleil moyen: Mais joignant ces deux-la, j'ay desiny que c'est de l'equidiel, servant à l'intelligence de l'equation des jours, desquels sera parlé en ceste deuxiesme distinction.

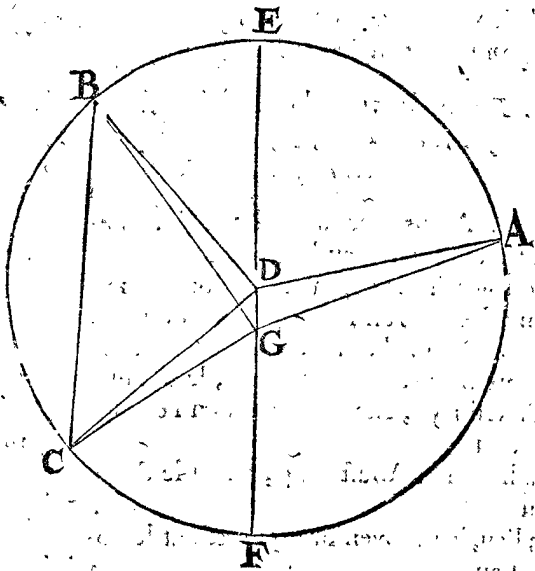
PROPOSITION VII.

Par trois lieux où le Soleil a esté, cognoistre premierement l'eccentricité, en telles parties que le raid du deferant en contient 10000. Secondement, la longitude apparante de l'apogée. Tiercement, l'argument d'un des 3 points. Quartement, la longitude du Soleil moyen, & ce par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

1. Exemple avec 3 lieux où le Soleil a esté, où se trouvent 3 arcs, & 3 angles, sans qu'aucun d'eux soit 180 deg.

Le donné. Ayant en main quelques Ephemerides observées, au lieu desquelles nous servirons des calculées pour les raisons deduites en la 1 proposition du premier livre, j'y choisis 3 lieux du Soleil, dont le premier est, par exemple, le premier d'Avril 1554, estant le Soleil en l'ecliptique au 20 deg. 38 ①.  
Le 2 lieu, le 1 Aoust 1554, estant le Soleil au 137 deg. 49.  
Le 3 lieu, le 1 Novembre 1554, estant le Soleil au 228 deg. 26.  
Or du 1 Avril, 1 en l'ordre, jusqu'au 1 Aoust, 2 en l'ordre, y a 123 jours: & le mouvement du Soleil en tel temps sera par la 3 prop. du 1 livre, de 120 deg. 15.  
Du 1 Aoust, 2 en l'ordre, jusqu'au 1 Novembre, 3 en l'ordre, y a 92 jours, auquel temps le cours du Soleil est de 90 deg. 45.  
Lesquels deux derniers en l'ordre font 210 deg. 56 ①, son residu du cercle est 149 deg. 4.  
Ostant 20 deg. 38 ①, premier en l'ordre, de 137 deg. 49 ①, second en l'ordre, restera pour le mouvement du Soleil apparant du 1 au 2 lieu 117 deg. 11.  
Ostant 137 deg. 49 ①, 2 en l'ordre, de 228 deg. 26 ①, 3 en l'ordre, restera pour le

mouvement apparent du Soleil, depuis le 2 lieu jusqu'au 3 90 deg. 37.  
 Puis adjoustant 117 deg. 11 ①, penultieme en l'ordre, à 90 deg. 37 ①, dernier en l'ordre, vient 207 deg. 48 ①, son residu circulaire est 152 deg. 12.  
*Le requis.* Les trois lieux du Soleil estant connus avec leurs circonstances comme devant, il faut trouver par iceux premierement l'eccentricité en telles parties que le raid du deferant en contient 10000. Secondement, la longitude apparente de l'apogée. Tiercement, l'argument de l'un des trois lieux, je prens du deuxiesme. Quartement, la longitude du Soleil moyen.  
*Preparation.* Je designe un cercle ABC, comme deferant du Soleil, D son centre, & en iceluy 3 poincts A, B, C, ainsi que l'arc AB fait le nombre 4 en l'ordre, qui est 120 deg. 15.  
 Mais BC donné, 5 en l'ordre, fait 90 deg. 41.  
 Donc CA residu circulaire fait de necessité 149 deg. 4.  
 Davantage par la 4 propof. du 1 livre, je voy que l'apogée doit venir en l'arc AB, comme je prens, en E; duquel je mene une ligne par D, jusques à la circonference en F comme perigée, marquant puis après l'eccentre G, ou la terre dans DF, menant les 3 lignes de G vers A, B, C, ainsi que suivant le donné, l'angle AGB, 7 en l'ordre, fait 117 deg. 11.  
 Et l'angle BGC donné, comme 8 en l'ordre, 90 deg. 37.  
 Et aussi l'angle CGA donné, le 9 en l'ordre, 152 deg. 12.



Par lesquels (pour déclarer autrefois le requis de ceste proposition) il faut trouver premierement D-G l'eccentricité en telles parties, que BD raid en fait 10000. Secondement, la longitude apparente de l'apogée E; Tiercement, l'argument de B. Quartement, la longitude du Soleil moyen.

CONSTRUCTION.

D'autant que j'ay icy une figure de la qualité, comme en la 1 prop. du present, parquoy par son moyen je cerche la raison des deux prolongées, lesquelles je choisies estre BG, GC, trouvant que si GB est 10000, Alors CG sera 9638.

Laquelle raison estant cognüe, fuit que par le 1 exemple de la 2 propof. je trouvasse premierement DG eccentricité prenant DE 10000, & vient 325.  
 Secondement, la distance apparente de B à E, par le 1 exemple de la 2 propof. veu de l'eccentre G, qui est l'angle EGB de 43 deg. 14 ①, mais B est sous le 137 deg. 49 ① par le 2 donné, & est ainsi E ces 43 deg. 14 ① plus en arriere que B, & l'ostant de 137 deg. 49 ① restera pour la longitude apparente de l'apogée E (trouvée assez pres de 94 deg. 35 ① en la 4 prop. du 1 livre, par operation avec des Ephemerides observées) 94 deg. 35.  
 Tiercement, par le susdit 1 exemple de la 2 prop. l'arc EB se trouve pour argument requis 44 deg. 30.  
 Quartement, j'y adjouste 94 deg. 55 ①, 4 en l'ordre, vient pour la longitude du Soleil moyen sur le 1 d'Aoust 1554, 139 deg. 5.  
*Demonstration.* Puis que l'argument du vray Soleil estoit au 1 d'Aoust 1554 de 44 deg. 30 ①, 3 en l'ordre, auquel est egal l'arc de l'apogée apparent jusqu'au Soleil moyen, par la 16 definition, il faut donc que le mesme face 44 deg. 30 ①; que si l'on y adjouste la longitude apparente de l'apogée 94 deg. 35 ①, 4 en l'ordre, la somme devra estre la requise: le reste est intelligible de soy-mesme par la construction.

NOTEZ.

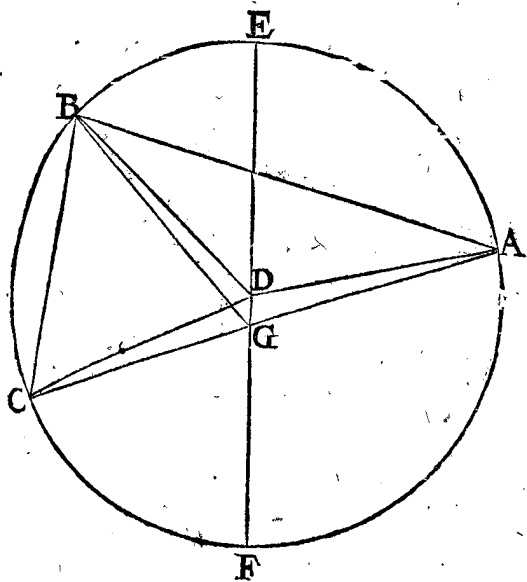
On sçaura que ceste note, advertit touchant la retention des lettres, qui signifient le mesme es figures, comme a esté dit en la note du 1 exemple de la 2 prop. à la fin: assavoir qu'on se servira des mesmes lettres en l'exemple suivant, comme en la 2 prop.

2. Exemple où il y a 3 lieux du Soleil, sans nul arc de 180 deg. & un angle de 90 deg. & pas un de 180.

*Le donné.* Je choisies 3 lieux du Soleil es Ephemer. de *Stadius*; le premier, par exemple, sur le 1 Avril 1554, le Soleil estant au 20 deg. 38.  
 Le deuxiesme, le 1 Aoust. 1554, le Soleil au 137 deg. 49.  
 Le troisieme, le 4 Octobre 7 heures 12 ①, en l'an 1554, estant le Soleil au 200 deg. 40.  
 Or du premier Avril jusques au 1 Aoust sont 122 jours; auquel temps le cours du Soleil en son deferant est, par la 3 prop. du 1 livre, de 120 deg. 15.  
 Du premier Aoust, 2 en l'ordre, jusqu'au 4 Octobre 7 heures 12 ①, 3 en l'ordre, ya 64 jours 7 heures 12 ①; Auquel temps le Soleil a couru, par la 3 propof. du 1 livre, 63 deg. 22.  
 La somme de 120 deg. 15 ①, 4 en l'ordre, & 63 deg. 22 ①, 5 en l'ordre, est 183 deg. 37 ①, duquel le residu circulaire est 176 deg. 23.  
 Ostant 20 deg. 38 ①, 1 en l'ordre, de 176 deg. 23 ①, 49 ①, 2 en l'ordre, reste pour le cours apparent du Soleil, du 1 lieu jusques au 2, 117 deg. 11.  
 Ostant 137 deg. 49 ①, 2 en l'ordre, de 180 deg. 40 ①, 3 en l'ordre, reste pour le cours apparent du Soleil du 2 lieu jusqu'au 3, 62 deg. 51.  
 Adjoustant 117 deg. 11 ①, 7 en l'ordre, à 62 deg. 51 ①, 8 en l'ordre, vient 180 deg. 2 ①; mais posons par exemple que ce ne soit que 180 deg. residu circulaire est 180 deg. *Le requis.*



*Le requis.* Les trois lieux du Soleil avec leurs circon-  
stances estant connus, comme devant, il faut par iceux  
cognoistre le contenu de ceste proposition: Assavoir  
premierement, l'eccentricité en telles parties que le  
raid du deferant en contient 10000. Secondement,  
la longitude apparante de l'apogée. Tiercement; l'ar-  
gument du Soleil en l'un des trois lieux, je prens au  
deuxiesme. Quartement, la longitude du Soleil  
moyen.



*Préparation.* Soit A B C un cercle denotant le defe-  
rant du Soleil, D son centre, & en iceluy trois poinçts  
A, B, C, ainsi que l'arc AB face le nombre du quatrief-  
me en l'ordre donné 120 deg. 15.  
Mais B C, cinquiesme en l'ordre donné, qui  
est 63 deg. 22.  
Et CA par consequent doit faire necessai-  
rement le residu circulaire du sixiesme,  
donné en l'ordre, 176 deg. 23.  
D'avantage je voy que par la 4 proposition  
du 1 livre, que l'apogée doit venir entre  
A B, comme en E, duquel menant la ligne  
par D jusques à la circonference en F,  
comme perigée, je marque puis apres G  
eccentre ou la terre duquel derivent les  
trois lignes GA, GB, GC, & suivant  
l'hypothese, l'angle AGB fera le septief-  
me en l'ordre 117 deg. 11.  
Et l'angle BGC, le huitiesme en l'ordre 62 deg. 51.  
Et finalement l'angle CGA, le neufiesme  
en l'ordre 180 deg.  
Par lesquels pour declarer autrement le contenu du  
requis, il faut trouver DG eccentricité, posant BD  
10000 : & la longitude apparante de l'apogée E;  
tiercement, l'argument du Soleil estant au deuxiesme  
poinçt B.

CONSTRUCTION.

D'autant que ceste figure est de mesme qualité que  
celle de la deuxiesme proposition au deuxiesme exem-  
ple, je trouve par le mesme, premierement l'eccen-  
tricité DG (posant BD 10000) de 325.  
Secondement, par le mesme exemple CE,  
veu de l'eccentre G, assavoir l'angle EGC  
104 deg. 59 ①; mais C est au 200 deg.  
40 ①, par le troisieme en l'ordre donné,  
& partant E est de 104 deg. 59 ① plus en  
arriere, que C, par lequel je l'oste de 200

deg. 40 ① susdit, reste pour la longitude  
apparante de l'apogée E 95 deg. 41.  
Tiercement, je trouve par le susdit exemple  
l'arc EC, pour l'argument du Soleil E C 106 deg. 47.  
Quartement, j'adjouste avec iceluy 95 deg.  
45 ①, deuxiesme en l'ordre, vient pour la  
longitude requise du moyen Soleil au  
4 Octobre 7 heures 12 ① en l'an 1554, 202 deg. 28.

3 Exemple avec trois lieux du Soleil, sans aucun  
arc de 180 degrez, mais bien un angle de 180 degrez,  
& deux autres chacun de 90 degrez.

Ce troisieme exemple peut estre resoud par la ma-  
niere du deuxiesme, toutefois nous le construirons  
comme s'ensuit, pour les raisons deduites au commen-  
cement du troisieme exemple de la 2 proposition.

*Le donné* Je choisiss dans les Ephemerides de *Stadius*,  
trois lieux du Soleil, le premier soit au 1 Avril 1554,  
au 20 deg. 38.

Le second au troisieme Juillet 15 heures  
35 ①, 1554, le Soleil estant au 110 deg. 38.

Le troisieme le 4 Octobre 6 heures 24 ①,  
au 200 deg. 38.

Entre les deux premiers en l'ordre y a 93  
jours, 15 heures 35 ①, auquel temps par la  
troisieme proposition du 1 livre le cours  
du Soleil est 92 deg. 18.

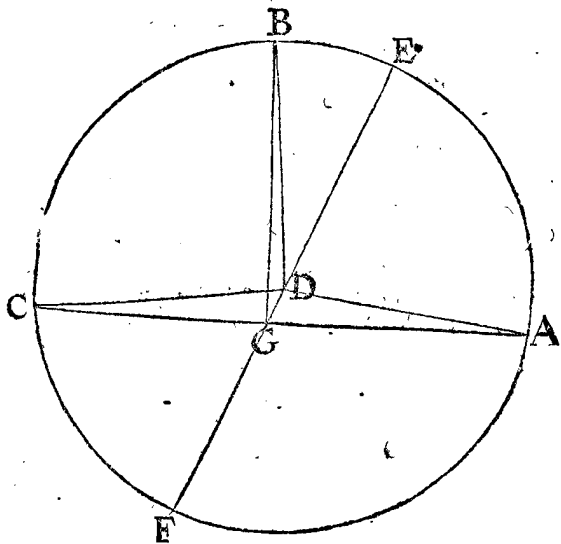
Du 3 Juillet 15 heures 35 ① jusques au 4 Oct.  
les deuxiesme & troisieme en l'ordre, y a  
92 jours 15 heures 49 ①: auquel temps  
le cours du Soleil est par ladite troisieme  
proposition du 1 livre, 91 deg. 17.

Somme des quatrieme & cinquiesme en  
l'ordre, est 183 deg. 35 ①, son residu cir-  
culaire est 176 deg. 15.

Ostant 20 deg. 38 ①, premier en l'ordre de  
110 deg. 38 ①, deuxiesme en l'ordre, reste  
pour le cours apparant du premier lieu  
au deuxiesme, 90 deg.

De mesme ostant le deuxiesme en l'ordre du  
troisieme, restera pour le cours apparant  
du deuxiesme lieu jusques au troisieme 90 deg.

Somme des deux derniers en l'ordre, 180  
deg. son residu circulaire est 180 deg.



*Le requis.* Les trois lieux du Soleil avec leurs circon-  
stances estant connus, il faut trouver l'eccentricité DG,  
posant BD 10000; secondement, la longitude appa-  
rante

rante de l'apogée E; tiercement, l'argument d'un des trois poinçts, comme de B: finalement, la longitude du Soleil moyen.

*Preparation.* Je designe le cercle ABC comme deferant du Soleil, son centre D, & en iceluy trois poinçts A, B, C, ainsi que l'arc AB fait le nombre donné quatriefme en l'ordre, assavoir 92 deg. 18.

Mais BC, cinquiésme en l'ordre, est 91 deg. 27.

Et CA fera de necessité le residu circulaire du donné sixiésme en l'ordre, qui fera de 176 deg. 25.

D'avantage je vois que par la 4 proposition du 1 livre, que l'apogée doit venir dans l'arc AB, je prens en E, duquel par D je mene un diametre, trouvant le perigée en F, & marque l'ecentre G entre D, F, comme la terre, de laquelle soyent menées trois lignes vers A, B, C, ainsi que suivant le donné septiésme en l'ordre, l'angle AGB fera. 90 deg.

Et l'angle BGC, huitiésme en l'ordre, 90 deg.

Et partant CGA, neuviésme en l'ordre, 180 deg.

CONSTRUCTION.

Ayant ainsi une figure de la qualité du deuxiésme exemple de la 3 proposition, je trouve l'eccentricité DG (posant BD de 10000) de 326.

Et par le mesme exemple, la distance apparante de BE, veuë du poinçt G, assavoir l'angle EGB 15 deg. 29 ①, mais B est au 110 deg. 38 ① de longitude, selon le donné deuxiésme en l'ordre; parquoy E sera de 15 deg. 29 ① plus en arriere que B, lesquels pour ceste cause ostez des 110 deg. 38 ①, reste pour la longitude apparante de l'apogée E 95 deg. 9.

Tiercement, par le susdit deuxiésme exemple du troisiésme livre, je trouve l'arc EB pour l'argument dudit poinçt B 15 deg. 59.

Quartement, j'adjouste à iceluy 95 deg. 9 ①, deuxiésme en l'ordre, vient alors pour la longitude du Soleil moyen 111 deg. 8.

4 Exemple, où les trois lieux du Soleil, où il y a un arc & un angle chacun de 180 deg.

*Le donné.* Je choisís es Ephemerides de *Stadius*, trois lieux du Soleil, comme pourroyent estre le premier au 17 Juin 1554, à 13 heures, sous l'ecliptique au 95 deg. 14.

Le deuxiésme, le 1 Aoust 1554, au 137 deg. 49.

Le troisiésme, le 17 Decembre, trois heures 56 ① 275 deg. 14.

Entre les deux premiers y a, 44 jours 11 heures: auquel temps court le Soleil par la 3 proposition du 1 livre, 45 deg. 49.

Entre les deux derniers y a 138 jours 3 heures 56 ①: auquel temps le Soleil fait par la 3 proposition du 1 livre 136 deg. 11.

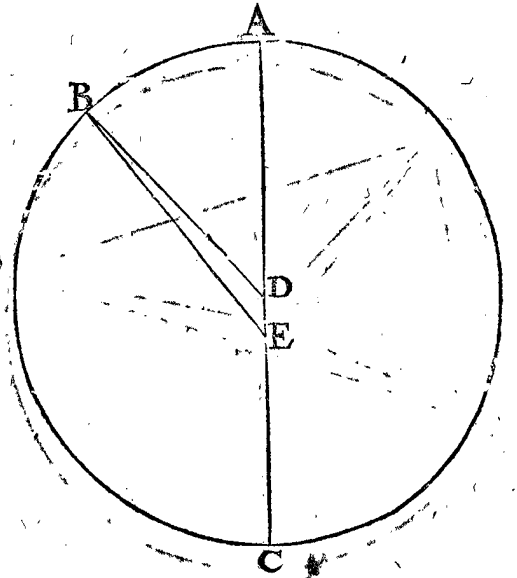
Somme des deux derniers en l'ordre est 180 deg. son residu circulaire est 180 deg.

Difference des deux premiers en l'ordre, est pour le cours apparant du Soleil entre iceux 42 deg. 35.

Difference des deuxiésme & troisiésme en l'ordre, est pour le cours apparant du Soleil entre iceux lieux 137 deg. 25.

Somme des deux derniers en l'ordre, est 180 deg. son residu circulaire est 180 deg.

*Le requis.* Les trois lieux du Soleil estant cogmus comme dessus, il faut trouver par iceux le contenu de ceste proposition: Premièrement, l'eccentricité DE, posant BD le raid 10000; Secondement, la longitude apparante de l'apogée A: Tiercement, l'argument du Soleil (en l'un des trois lieux, comme je prens le deuxiésme) qui est B, assavoir AB: Quartement, la longitude du Soleil moyen.



*Preparation.* Ayant marqué le cercle deferant ABC, & en iceluy trois poinçts A, B, C, ainsi que l'arc AB fait le quatriésme en l'ordre cy-dessus, assavoir 43 deg. 49. Et BC cinquiésme en l'ordre du donné 136 deg. 11. Donc CA fera de necessité le residu circulaire du sixiésme en l'ordre donné, c'est 180 deg.

D'avantage par la 4 proposition du 1 livre, je vois que A doit estre l'apogée, & C le perigée; & partant entre C, & le centre D, je marque l'ecentre, ou la terre E, duquel je mene la ligne EB, & ainsi suivant l'hypothese l'angle AEB sera le sixiésme en l'ordre du donné 42 deg. 35.

Et l'angle BEC, huitiésme en l'ordre susdit, 137 deg. 25.

Finalement l'angle CEA, neuviésme en l'ordre, 180 deg.

CONSTRUCTION.

Ayant une figure icy de mesme qualité que celle du quatriésme exemple de la 2 proposition: je trouve par icelle premierement l'eccentricité DE, en telles parties que BD fait 10000, vient 318.

Secondement, par le mesme exemple je trouve la distance apparante de B en A, veuë de l'ecentre E, qui est l'angle AEB: 42 deg. 35 ①. Mais B estant au 137 deg. 49 ①, deuxiésme en l'ordre du donné, alors A sera les 42 deg. 35 ① plus en arriere que B; & partant le soustrait du susdit 137 deg. 49 ①, reste pour la longitude apparante de l'apogée A 95 deg. 14.

Tiercement, par le mesme exemple je trouve l'arc AB, pour l'argument requis 43 deg. 49.

Quartement, j'adjouste à iceluy 95 deg. 14 ①, deuxiésme en l'ordre icy mesme, vient pour la longitude du moyen Soleil sur le 1 Aoust 1554 de 139 deg. 3. Dont

Dont la demonstration est manifeste par la construction.

Conclus. Nous avons donc trouvé premierement, &c.

PROPOSITION VIII.

Estant donné l'argument du Soleil : trouver la ligne entre la terre & le Soleil en telles parties que le raid du deferant en contient 10000, davantage sa prostapherefe, & Diametre visuel, le tout par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese, que la terre est immobile.

Le donné. Soit l'argument du Soleil de 30 deg. & le raid du deferant 10000 ; donc l'eccentricité sera de 323 ; par le 1 exemple de la 2 proposition.

Le requis. Il faut trouver la ligne de distance entre le centre de la terre & du Soleil, en telles parties que le raid du deferant en fait 10000, & encor sa prostapherefe & diametre visuel.

CONSTRUCTION.

Par les donnez, on pourra trouver la distance de la terre au Soleil en telles parties que le raid du deferant en contient 10000, & ce par l'aide de la 3 propof. de ce 2 livre ; & sera trouvée de 10281.

Et sa prostapherefe, laquelle est icy apherefe, d'autant qu'il est, assavoir le Soleil au premier demicercle 54 ①.

Mais le diametre visuel du Soleil (qu'on prend estre en l'apogée de 30 ①) fait par la 6 prop. 30 ① 7 ② : car disant, moindre distance 10281, premiere en l'ordre, donne majeure distance extreme 10323, combien 30 ① viendra comme devant 30 ① 7 ②.

Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estant donc donné l'argument du Soleil, nous avons trouvé sa distance à la terre, &c.

COROLLAIRE.

Il est evident comment on pourroit faire une table des lignes entre la terre & le Soleil, avec ses prostaphereses, & Diametres visuels, de degrez en degrez, afin de trouver le requis avec facilité, comme elle est commencée cy-dessous par maniere d'exemple, par 4 nombres, de 10 en 10 degrez.

T A B L E.

| Degrez du deferant du Soleil. | Lignes entre la terre & le Soleil. | Prostaphereses.  | Diametres visuels du Soleil. |
|-------------------------------|------------------------------------|------------------|------------------------------|
| deg.                          | parties.                           | apherefe. deg. ① | ① ②                          |
| 0.                            | 10323.                             | 0. 0.            | 30. 0.                       |
| 10.                           | 10321.                             | 0. 19.           | 30. 0.                       |
| 20.                           | 10305.                             | 0. 37.           | 30. 3.                       |
| 30.                           | 10281.                             | 0. 54.           | 30. 7.                       |
| 180.                          | 9677.                              | 0. 0.            | 32. 0.                       |

PROPOSITION IX.

Trouver en une racine d'années donnée, la longitude du Soleil moyen, la longitude apparante de l'apogée du deferant du Soleil, & l'argument du Soleil, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit l'Epoque ou racine d'années le commencement de l'an 1600.

Le requis. Il faut trouver la longitude du Soleil moyen,

la longitude apparante de l'apogée d'iceluy, & son argument.

CONSTRUCTION.

Premierement, pour trouver la longitude du moyen Soleil, il estoit au 1 Aoust 1554, par le 1 exemple de la 7 proposition de ce 2 livre, de 139 deg. 5.

Mais d'iceluy 1 Aoust 1554 jusques au commencement de l'an 1600, y a 45 ans Egyptiens 163 jours, cependant tel temps le Soleil moyen fait par la troisieme prop. du 1 livre. 149 deg. 43.

Somme de ces deux en l'ordre, fera pour la longitude requise du Soleil moyen au commencement de l'an 1600 comme Epoche 288 deg. 48.

Secondement, pour trouver la longitude apparante de l'apogée, elle estoit en l'année susdite 1554 au 1 Aoust, par le 1 exemple de la 7 prop. de ce 2 livre, de 94 deg. 35.

Le cours de l'apogée du deferant du Soleil aux 45 ans Egyptiens 163 jours, par la 5 prop. du 1 livre, 1 deg 1 ① : car disant 1 an donne 1 ① 20 ②, combien les 45 ans & demy environ vient comme devant 1 deg. 1 ①.

Somme des deux derniers en l'ordre, est pour la longitude apparante de l'apogée au commencement de l'an 1600 comme Epoche 95 deg. 36.

Tiercement, pour trouver l'argument du Soleil, celuy du 1 Aoust 1554, estoit par la 7 prop. de ce 2 livre, au 1 exemple, de 44 deg. 30.

Le cours du Soleil en son deferant est es susdits 45 ans Egyptiens & 163 jours, par la 6 prop. du 1 livre, 148 deg. 42 ①, qu'on trouve encor plus aisément, ostant 1 deg. 1 ①, 5 en l'ordre, de 149 deg. 43 ①, 2 en l'ordre, car alors il reste aussi 148 deg. 42.

Somme des deux derniers en l'ordre, viendra l'argument du Soleil, requis à l'Epoque donnée 193 deg. 12.

Dont la demonstration est manifeste par la construction.

Conclusion. Nous avons donc trouvé en une racine d'années ou Epoche, la longitude, &c.

NOTEZ.

D'autant que ces choses trouvées seront souvent citées cy-apres, nous les mettrons icy à part, comme s'ensuit.

Lieux du mouvement du Soleil en la racine des années ou Epoche de 1600.

|   |              |
|---|--------------|
| Longitude du Soleil moyen                 | 288 deg. 48. |
| Longitude apparante de l'apogée du Soleil | 95 deg. 36.  |
| L'argument du Soleil                      | 193 deg. 12. |

PROPOSITION X.

Trouver en un temps donné, la longitude du Soleil moyen : la longitude apparante de l'apogée du deferant du Soleil : & l'argument du Soleil, par voye Mathematique fondée sur l'hypothese de terre immobile.

NOTEZ.

D'autant qu'on pourroit penser que le contenu de ceste proposition en tout temps donné, se pourroit résoudre par la precedente 9, où il est requis en une racine d'années, & partant la présente inutile, on sçaura qu'il

qu'il est plus aisé de faire ses calculations fondées sur une Epoche, que non pas sur divers temps d'années, jours, heures & ①; & que le lieu du Soleil moyen, de l'apogée, & du Soleil, estant connu en un certain temps commun à plusieurs nations, facilite le tout de beaucoup, ce qui servira icy d'exemple. Et tel adverstissement s'entendra aussi au cours des autres planetes suivantes, où le mesme se fera.

*Le donné.* Soit le temps donné le 30 Decembre 1600.

*Le requis.* Il faut trouver le contenu de la proposition audit temps.

#### CONSTRUCTION.

Premierement pour trouver la longitude moyenne du Soleil, elle estoit en l'Epoche, assavoir au commencement de l'an 1600 par la precedente de 288 deg. 48.

Mais de là au 30 Decembre 1600, y a un an Egyptien, auquel temps, par la 3 proposition du 1 livre, le cours moyen du Soleil est

359 deg. 45.

Somme des deux en l'ordre est pour la longitude du moyen Soleil

288 deg. 33.

Secondement, pour trouver la longitude apparente de l'apogée, elle estoit en l'Epoche de l'an 1600 fufdit de

95 deg. 36.

Le cours de l'apogée du Soleil, est en un an Egyptien fufdit, par la 5 proposition du 1 livre, de 1 ①, 20 ② soit de

0 deg. 1 ①.

Somme des deux derniers en l'ordre, sera pour la longitude apparente requise de l'apogée

95 deg. 37.

Tiercement, pour l'argument du Soleil il estoit en l'Epoche fufdit de l'an 1600, de

193 deg. 12.

Le cours du Soleil en son deferant en un an Egyptien est, par la 6 proposition du 1 livre, 359 deg. 44 ①, qu'on trouve plus facilement ostant 1 ①, cinquiesme en l'ordre, de 359 deg. 45 ①, deuxiesme en l'ordre, car il demeure aussi

359 deg. 44.

Somme des deux derniers en l'ordre, est pour l'argument requis du Soleil

192 deg. 56.

Dont la demonstration est manifeste par la construction.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé, &c.

#### PROPOSITION XI.

**T**rouver au temps donné la longitude apparente du Soleil, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

*Le donné.* Soit icelluy temps le 30 Decembre 1600.

*Le requis.* Il faut trouver la longitude apparente du Soleil,

#### CONSTRUCTION.

Par la precedente 10 proposition elle estoit au temps donné du 30 Decembre 1600 de

95 deg. 37.

Par la mesme, l'argument au mesme temps est de

192 deg. 56.

Sa prostapherefe fait, par la 8 proposition de ce 2 livre,

0 deg. 25.

Laquelle estant prostetique, comme advenant au deuxiesme demicercle, je l'adjouste à son precedent en l'ordre, vient

193 deg. 21.

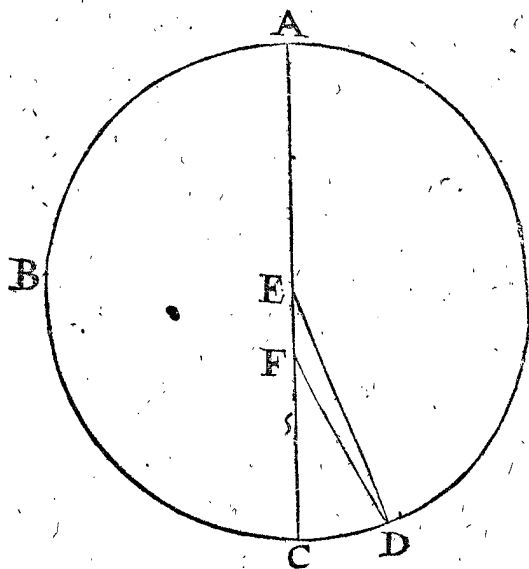
Icelle avec le premier en l'ordre fait pour la longitude apparente du Soleil requise

288 deg. 58.

#### DEMONSTRATION.

Soit ABCD le deferant du Soleil, E son centre, F la terre, A apogée, estant comme au premier en l'ordre, au

95 deg. 37.



Le Soleil soit D, ainsi que son argument ABD, ou l'angle renversé AED, soit trouvé comme au deuxiesme en l'ordre de

192 deg. 56.

Là dessus l'angle de la prostapherefe EDF, troisieme en l'ordre, fait

0 deg. 25.

Lequel est prostetique, advenant icy au 2 demicercle, je l'adjouste à AED 192 deg. 56 ①, deuxiesme en l'ordre, viendra pour l'angle renversé AFD, quatrieme en l'ordre,

193 deg. 21.

Mais estant A veu de F, au 95 deg. 37 ①, premier en l'ordre, D sera tant plus avancé, que l'angle renversé AFD emporte, qui est 193 deg. 21 ①, & partant la somme de ces deux sera pour la longitude apparente du Soleil, comme le cinquiesme en l'ordre,

288 deg. 58.

Ce qu'il falloit demonstrier.

*Conclusion.* Nous avons donc, &c.

#### NOTEZ.

On pourroit demander pourquoy es 9 & 10 propositions ont esté cherchées & trouvées les longitudes du Soleil moyen, veu qu'en ceste 11 nous ne l'avons mis en œuvre: Je respons que ce sera pour les suivantes, es conjonctions & oppositions du Soleil & autres planetes, & faut encor se ressouvenir que ce sera à mesme fin qu'on cherchera cy-apres les cours moyens des autres planetes.

#### PROPOSITION XII.

**C**onstruire des Ephemerides calculées du Soleil, commençant au temps donné, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Veü qu'en l'onzieme proposition a esté declarée la maniere de trouver le lieu du Soleil sur un jour donné, par laquelle on le pourroit trouver en tout autre jour, d'où s'ensuit qu'on estimeroit ceste proposition inutile: Mais pource qu'en certaine methode y a de la facilité & brieveté, la presente servira à ceste fin.

*Le don-*

*Le donné.* Soit le temps proposé le commencement de l'an 1600, c'est le commencement du 1 Janvier, ou ce qui est un mesme point, le dernier Decembre 1599.

*Le requis.* Il faut là dessus construire des Ephemerides calculées du Soleil.

CONSTRUCTION.

Je mets en ordre trois colonnes, à la premiere le commencement de Janvier 1600: à la seconde l'argument du Soleil: à la troisieme la longitude apparante du Soleil, toutes deux au mesme temps par la 9 proposition, comme cy-dessous;

| Janvier<br>1600. | Argument<br>du Soleil. | Longitude<br>apparante<br>du Soleil. |
|------------------|------------------------|--------------------------------------|
|                  | deg. ①.                | deg. ①.                              |
| 0.               | 193. 12.               | 289. 15.                             |

Maintenant pour avoir la longitude apparante d'un jour plus avant, a savoir le 1 Janvier, je dis ainsi:

|   |                 |
|---|-----------------|
| Au susdit   | 193 deg. 12.    |
| Adjouste le cours du Soleil en son deferant sur un jour, faisant par la 6 proposition du 1 livre  | 0 deg. 59. 8.   |
| Viendra l'argument du Soleil  | 194 deg. 11. 8. |
| Sa prostaphere se fait par la 3 proposition de ce 2 livre   | 0 deg. 29.      |
| Laquelle estant prostetique, venant au 2 demicercle, je l'adjouste au nombre precedent 194 deg. 11. 8. vient  | 194 deg. 40. 8. |
| Auquel adjouste la longitude apparante de l'apogée au temps donné (& pour quelque nombre de jours sans changer) par la 9 proposition de ce 2 livre, | 95 deg. 36.     |
| Viendra pour la longitude apparante du Soleil au 1 Janvier  | 290 deg. 16.    |

Ce qu'estant ainsi, je pose sous la premiere colonne 1, signifiant le 1 Janvier; sous la seconde 194 deg. 11. 8 ②, troisieme en l'ordre, & sous la troisieme colonne 290 deg. 16 ①, septiesme en l'ordre, comme cy-dessous:

| Janvier<br>1600. | Argument du<br>Soleil. | Longitude<br>apparante<br>du Soleil. |
|------------------|------------------------|--------------------------------------|
|                  | deg. ① ②.              | deg. ①.                              |
| 0.               | 193. 12. 0.            | 289. 15.                             |
| 1.               | 194. 11. 8.            | 290. 16.                             |

Pour trouver maintenant la longitude apparante d'un jour plus outre, a savoir le 2 Janvier, le progrès fera comme dessus, toutefois nous le mettrons icy encor pour plus ample declaration.

|  |                  |
|--|------------------|
| Au susdit  | 194 deg. 11. 8.  |
| Adjouste le cours du Soleil en son deferant par la 6 proposition du 1 livre, qui est   | 0 deg. 59. 8.    |
| Vient pour argument du Soleil  | 195 deg. 10. 16. |
| Sa prostaphere se, par la 3 proposition de ce 2 livre,   | 0 deg. 31.       |
| Laquelle est prostetique, d'autant qu'elle advient au 2 demicercle, & partant je l'adjouste au 195 deg. 10 ① 16 ②, troisieme en l'ordre, vient | 195 deg. 41. 16. |
| Auquel adjouste la longitude apparante de l'apogée, faisant au temps donné (ce qui ne change en rien quelque nombre de jours durant)           | 95 deg. 36.      |
| Vient pour la longitude apparante du Soleil au 2 Janvier   | 291 deg. 17.     |

Ce qu'estant ainsi, je pose sous la premiere colonne 2 pour le 2 Janvier; sous la seconde 195 deg. 10. 16, le troisieme en l'ordre; & sous la 3 colonne 291 deg. 17 ①, septiesme en l'ordre, comme cy-dessous:

| Janvier<br>1600. | Argument du<br>Soleil. | Longitude<br>apparante<br>du Soleil. |
|------------------|------------------------|--------------------------------------|
|                  | deg. ① ②.              | deg. ①.                              |
| 0.               | 193. 12. 0.            | 289. 15.                             |
| 1.               | 194. 11. 8.            | 290. 16.                             |
| 2.               | 195. 10. 16.           | 291. 17.                             |

Et de mesme se trouvera le reste: & quant à la colonne moyenne elle ne s'escrie es Ephemerides, mais seulement on la met en escrit pour memoire en la calculation.

1 Note, quant à la certitude de l'operation.

D'autant que l'addition continuelle de 59 ① 8 ② à chaque jour n'est pas parfaite, cela feroit plusieurs petites fautes de nulle apparance en peu de temps; mais bien en beaucoup. Or pour éviter tel inconvenient, on cherchera premierement la longitude apparante du Soleil pour le dernier Janvier, & ainsi des autres de mois en mois, afin de recognoistre si on a bien fait en la progression des jours, que s'il y a de l'erreur, on le recognoistra à cela, & ainsi on partira l'excès ou le défaut proportionnellement, tenant le calcul de mois en mois pour certain.

2 Note, quant à la brieveté de la construction.

Ayant trouvé & calculé une table de 10 jours en 10 jours, on pourra facilement departir le cours es jours delaissez; come par exemple, si le cours aux deuxiesmes 10 jours est de mesme comme aux premiers 10 jours, on pourroit donner à chacun jour la dixiesme partie du cours, sans autre calculation; autrement estant inegal, on departira ceste inegalité à l'equipollent. Il faut aussi sçavoir, que si on veut avoir les ① nettement, qu'il faut venir jusques aux ②, comme font plusieurs Escrivains.

*Conclusion.* Nous avons donc construit des Ephemerides calculées, &c.

Maintenant de l'equateur des jours.

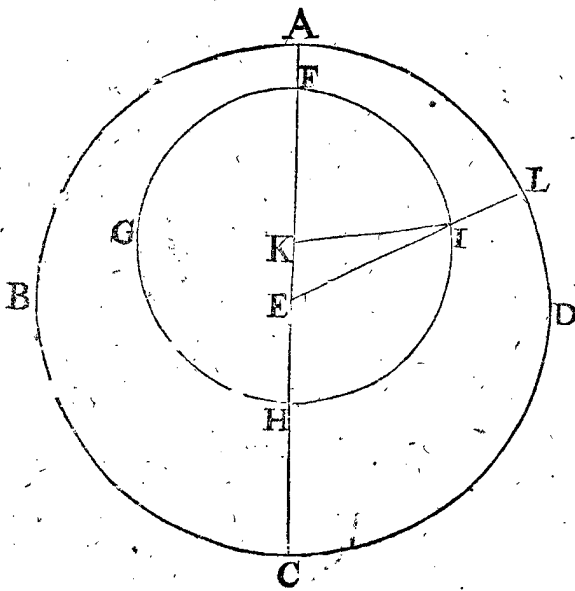
Ayant décrit jusques icy le cours du Soleil, il reste maintenant de parler de l'equation des jours inegaux ou naturels, dont la qualité a esté declarée au commencement de la deuxiesme distinction de ce 2 livre, & combien que cela ne feroit grandement perceptible au cours du Soleil, à cause de son cours tardif & lent, neantmoins au cours de la Lune, qui est plus vifte, il y a quelque remarque sensible: car d'autant pourroit-on faillir en la calculation du commencement des eclipses, ce qui estoit selon la computation de Erasme Reinolde en son temps, au cours vifte de 7 deg. 36 ①, faisant en temps 0 deg. 30 ①, 24 ②: mais il pourroit avenir en un autre temps, par l'aide de l'apogée du Soleil que ce feroit 10 deg. qui font  $\frac{2}{3}$  d'heure.

PROPOSITION XIII.

**E**stant donnée la longitude apparante du Soleil; trouver son argument par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

*Le donné.* Soit A B C l'ecliptique, son centre E la terre; & F G H I le deferant du Soleil, son centre K,

son apogée F sous A apogée apparent sous le 94 deg. 35 ① par le 1 exemple de la 7 proposition, puis H le



perigée; mais C, le perigée apparent sous le 274 deg. 35 ①. D'avantage estant le vray Soleil en I, il est en apparence en L dans l'ecliptique 30 deg.

Le requis. Il faut trouver son argument; qui est l'arc FGHI.

#### CONSTRUCTION.

D'autant que A est l'apogée apparent, en l'ecliptique 94 deg. 35 ①, & L, au 30 deg. pour LA, ou l'angle LEA, & l'angle IEK fera de 64 deg. 35 ①: ce qu'estant ainsi, le triangle KEI aura trois termes connus, savoir KEI 64 deg. 35 ①, KI, 10000, EK, 323 par le 1 exemple de la 7 proposition: par lesquels cherche l'angle EKI, qui est aussi pour l'arc HI, sera trouvé par la 5 proposition des triangles plats, de 113 deg. 45 ①: Auquel adjouste le demicercle EGH 180 deg. viendra pour l'argument requis du Soleil, qui est l'arc FGHI 293 deg. 45 ①. Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estant donnée la longitude apparente du Soleil, nous avons donc trouvé son argument, &c.

#### NOTEZ.

Lors qu'on cherche l'argument du Soleil, estant iceluy en apparence au commencement de l'ecliptique, ou section vernale, il se trouvera estre de 263 deg. 34 ①; tellement qu'en ce temps la section vernale eschoit en tel point du deferant.

#### PROPOSITION XIV.

Estant donné l'argument du Soleil, trouver sa longitude apparente, par voye Mathématique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit la figure de la 13 proposition precedente le donné comme devant, le Soleil estant en I, ainsi que son argument FGHI soit de 293 deg. 45 ①, & L son lieu apparent.

#### CONSTRUCTION.

D'autant que l'arc FGHI fait 293 deg. 45 ①, j'en soustrais le demicercle FGH 180 deg. reste pour l'arc HI, qui est aussi pour l'angle EKI 113 deg. 45 ①: & ainsi le triangle, EKI aura trois termes connus, comme sont EKI, 113 deg. 45 ①; KI, 10000, & EK, 323, par le 1 exemple de la 7 proposition; Par lesquels on cer-

chera l'angle KEI, pour l'arc LA, lequel se trouvera par la 6 proposition des triangles plats de 64 deg. 35 ①, & iceluy osté de la longitude du perigée apparent, A 94 deg. 35 ①, restera pour la longitude requise du point L 30 deg. Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donné l'argument du Soleil, nous avons donc trouvé sa longitude, &c.

#### PROPOSITION XV.

Estant donné des jours naturels inegaux: trouver combien ils font en jours egaux, par operation Mathématique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

1 Exemple, des jours naturels inegaux commençans en la section vernale.

Le donné. Soyent donné 30 jours naturels inegaux, commençans de la section vernale.

Le requis. Il faut trouver combien ils font en jours egaux.

#### OPERATION.

Je cherche en autant de jours egaux, ou jours moyens, assavoir en 30, le cours du Soleil en son deferant commençant de la section vernale apparente, & trouve par la 3 proposition du 1 livre, de 29 deg. 34.

Pour trouver celieu en longitude apparente, je dis ainsi: La section vernale apparente par la note de la 13 proposition, est au 263 deg. 34 ① du deferant, parquoy au mesme estant adjouste 29 deg. 34 ①, premier en l'ordre, viendra 293 deg. 8 ① du deferant ou argument, duquel son lieu apparent en l'ecliptique est par la 14 proposition de ce 2 livre 29 deg. 24.

L'ascension droite d'iceluy est par le 2 probleme du 4 livre de la Cosmographie (pourveu que la declinaison de l'equinoctial soit 23 deg. 30 ①.) 27 deg. 20.

Difference des premier & troisieme en l'ordre est 2 deg. 14.

Lesquels (prenant que les 15 vallent 1 heure) feront 6 heure 9 ①.

Notez maintenant que si le premier en l'ordre estoit egal au troisieme en l'ordre, alors les jours inegaux naturels feroient autant de jours egaux.

Mais quand le premier est majeur, alors on soustrait le 5 des jours donné.

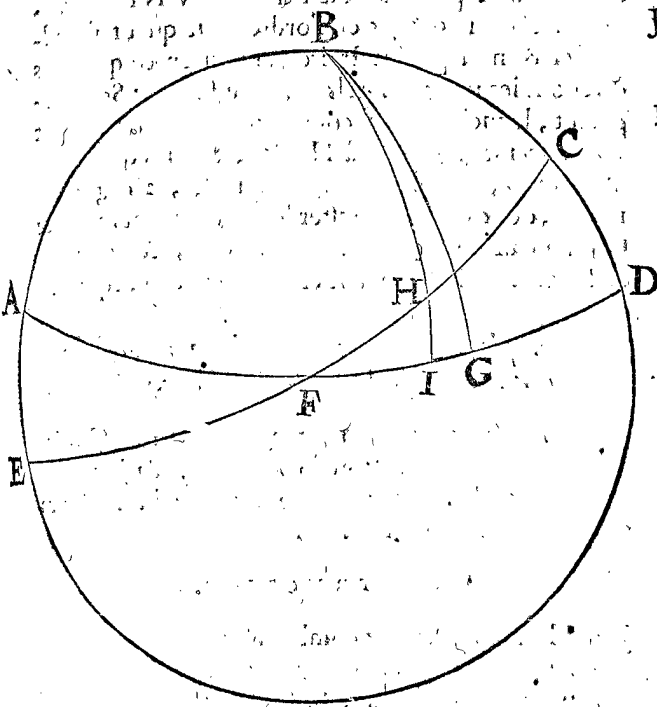
Et estant le premier moindre, alors on adjouste le cinquieme aux jours donné.

Donc veu que le premier est plus que le troisieme, il faudra, suivant ce que dit est, oster le cinquieme en l'ordre, qui est 6 heure 7 ①, des 30 jours, reste pour le requis 29 jours egaux 23 heures 51 ①.

Preparation. Soit ABCDE le meridiem d'un Globe, AD l'equateur, EC l'ecliptique, F la section vernale, B zenith, & G l'equidiel (dont la definition a esté mise au commencement de la deuxieme distinction de ce 2 livre) faisant FG 29 deg. 34 ①, premier en l'ordre; & H soit le Soleil apparent, faisant 29 deg. 24 ①, deuxieme en l'ordre, par lequel H soit menée BHI, ainsi que FI soit l'ascension droite de H faisant 27 deg. 20 ①, troisieme en l'ordre; & IG (difference entre FG, FI) doit faire les 2 deg. 14 ①, quatrieme en l'ordre.

Demonstration. Estant le vray Soleil au temps de son introduction en la section vernale sous le point F en son deferant, aussi le Soleil apparent, & l'equidiel en F, ces

Les trois Soleils seront en l'espace des 30 jours venus chacun en son chemin, comme s'ensuit : Le vray Soleil en son deferant de F fera 29 deg. 34 ①, premier en



l'ordre : Et cependant l'equidiel en l'equateur de F en G, aura autant fait, assavoir 29 deg. 34 ①; aussi en mesme temps le Soleil apparant viendra de F en H, ainsi que l'arc FH sera de 29 deg. 24 ①, deuxiesme en l'ordre : Et menant, comme dit est, le meridien par H, assavoir BI; alors FI sera 27 deg. 20 ①, troisieme en l'ordre. Or si le Soleil apparant H, & l'equidiel G estoient parvenus sous un mesme meridien, les jours naturels & egaux ne differeroient alors en rien : mais il y a icy difference entre les meridiens de 2 deg. 14 ①, quatriesme en l'ordre, pour IG; & par consequent ils different d'autant, comme emporte le mouvement rapide du Soleil d'Orient vers Occident, qui est 0 heure 9 ①, cinquiesme en l'ordre. La raison pourquoy il faut soustraire ce temps des 30 jours donnez, & non pas l'adjouster, est telle, assavoir que puis que l'equidiel (duquel nous cerchons la grandeur des jours) est venu par la rapidité de l'orient en D, vers l'occident en G, & le Soleil apparant H, d'orient vers l'occident en H, 2 deg. 14 ① plus avant, il faut donc soustraire les memes pour avoir la grandeur des jours de l'equidiel : or telle a esté l'operation, qui pour ceste cause est bonne.

NOTEZ.

Tout ainsi qu'on a trouvé cy-dessus ce qu'il faut adjouster aux 30 jours, apres l'introduction du Soleil en la section vernale, de mesme est manifeste qu'on pourra trouver ce qu'il faut adjouster ou oster sur chacun jour de l'an, d'où appert la facilité qui peut advenir en la construction d'une table de jour en jour servant pour un long temps, assavoir jusques à ce que l'apogée du Soleil se seroit tant avancé, qu'il s'en ensuive un empeschement remarquable.

2 Exemple, des jours naturels inegaux donnez, commençans apres l'entrée du Soleil en la section vernale.

Le donné. Soyent donnez 20 jours naturels inegaux, assavoir depuis le 30 apres la section vernale jusques au 50.

Le requis. Il faut trouver combien des jours naturels inegaux font en jours egaux.

CONSTRUCTION.

Je cherche premiere ment combien font les 30 jours naturels; par le 1<sup>er</sup> exemple, les trouve estre de 29 jours egaux 23 heures 5 ①. Puis semblablement les 50 jours naturels commençans à la section vernale. 49 jours egaux 23 heures 52 ①. Duquel soustrait le premier en l'ordre, restera pour le requis 20 jours egaux 0 heure 1 ①.

COROLLAIRE I.

Ceux qui voudront, pourront delaisser les heures qui sont adjointes aux jours entiers, d'autant qu'en la pratique, elles n'amènent nul inconvenient perceptible.

COROLLAIRE II.

Si on vouloit trouver les jours egaux d'un an ou de plusieurs années entieres, il appert que telle solution n'auroit besoing d'aucune calculation preallable; veu que les egaux s'accordent avec les naturels, en tel cas.

COROLLAIRE III.

Si on vouloit trouver les jours egaux d'un an ou de plusieurs années, avec quelque nombre de jours naturels; il faut sçavoir qu'il ne seroit besoing que de prendre les jours qui sont au dessus des années, & laisser les années.

COROLLAIRE IV.

Si on donnoit des jours naturels devant l'entrée d'une section vernale, il appert qu'on pourroit prendre une autre section qui precede les jours, & poursuivre selon la regle precedente : desquelles choses la demonstration est evidente de soy.

Conclusion. Estant donc donnez des jours naturels inegaux, nous les avons reduits en jours egaux, &c.

PROPOSITION XVI.

Estant donnez des jours egaux, trouver combien ils font de jours naturels inegaux par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

NOTEZ.

On eust peu faire une annotation simplement comme s'ensuit, au lieu de faire une proposition du contenu de la presente : assavoir qu'il falloit faire de mesme avec les jours egaux, comme en la 15 prop. avec les inegaux, excepté qu'estant parvenu au cinquiesme en l'ordre, il faudroit changer de simple conjugaison, assavoir au lieu qu'on adjouste là, il faudroit soustraire icy, & au contraire.

Mais afin que la demonstration de ceste matiere profonde soit plus claire, & que l'imitation en la pratique en soit d'autant plus facile, nous en descrivons pour telle occasion une proposition parfaite, usant de mots les plus accordans avec la 15 prop. qu'il sera possible; & de cela la raison en a esté donnée autre part cy-devant.

1. Exemple, des jours egaux commençans lors que le Soleil entre en la section vernale.

Le donné. Soyent 30 jours egaux, à commencer de l'introduction du Soleil en la section vernale.

Le requis. Il faut trouver combien ils font en jours inegaux.

## CONSTRUCTION.

Je cherche premièrement le cours moyen du Soleil es 30 jours egaux donnez, vient par la troisieme proposit. du 1 livre, 29 deg. 34.

Pour trouver maintenant la longitude apparente du Soleil, je dis ainsi: la section vernalle apparente est, par la note de la 13 prop. au 263 deg. 34 ①, auquel adjouste 29 deg. 34 ①, premier en l'ordre (car autant a fait le Soleil au temps donne en son deferant) vient 293 deg. 8 ① du deferant, dont son lieu apparent en l'ecliptique est, par la 14 prop. de ce 2 livre, 29 deg. 24.

L'ascension droite d'iceluy est, par le 2 probleme du 4 livre de la Cosmographie, 27 deg. 20.

Difference entre le 1 & 3 en l'ordre est 2 deg. 14.

Lesquels (prenant 15 degr. pour 1 heure) font 0 heure 9 ①.

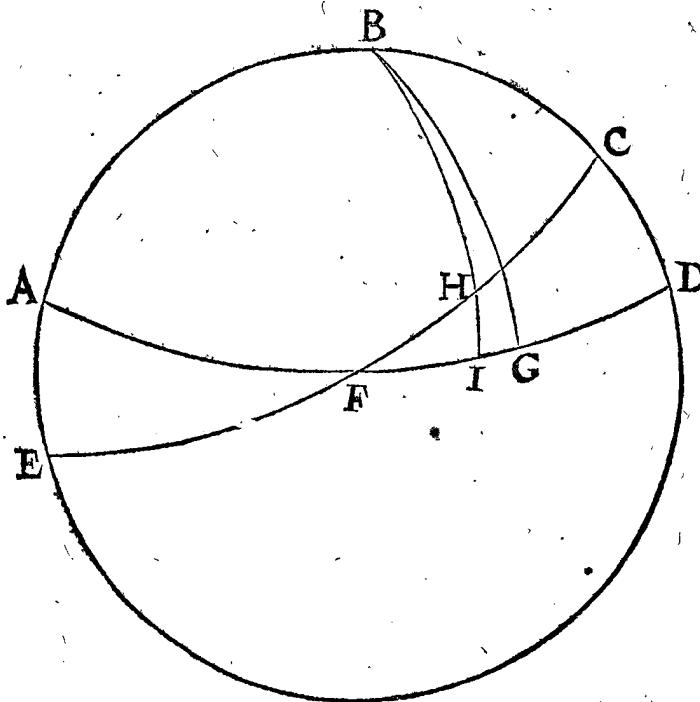
Notez maintenant que si le premier en l'ordre estoit egal au 3, alors les jours egaux donnez seroyent autant de jours naturels inegaux.

Mais quand le 1 est majeur, alors on adjouste le 5 aux jours donnez.

Et le 1 estant moindre, on soustrait le 5 des jours donnez.

Parquoy, veu que presentement le 1, est majeur au 3, donc suivant la regle susdite il faut adjouster le 5 en l'ordre, comme 0 deg. 9 ①, aux 30 jours egaux donnez, viendra pour le requis 30 jours ineg. 0 heure 9 ①.

*Demonstration.* Soit repetee la figure de la precedente 15 proposition, signifiant comme il est dit là en la preparation: par laquelle je dis autrefois qu'estant le vray Soleil, l'equidiel, & l'apparant en F, ces 3 Soleils se font departis de là, & parvenus es 30 jours egaux, assavoir l'equidiel en G 29 deg. 34 ①, 1 en l'ordre: & autant le



vray Soleil en son deferant; aussi le Soleil apparant au mesme temps en H, faisant FH 29 deg. 24 ①, 2 en l'ordre: par lequel H soit mené le meridien BI, alors FI sera 27 deg. 20 ①, 3 en l'ordre. Si maintenant le Soleil apparant H, & l'equidiel G, estoient en mesme

meridien, leurs jours, assavoir les naturels & egaux, ne differeroyent en rien: Mais il y a d'un meridien en l'autre 2 deg. 14 ①, 4 en l'ordre; car autant fait IG, lequel est le cours rapide du Soleil d'orient vers l'occident, qui est 0 heure 9 ①, 5 en l'ordre: Or qu'il faille adjouster & non pas soustraire, appert en ce que nous cerchons les jours naturels, qui sont faits du Soleil apparant, lequel par son cours rapide est venu d'orient vers l'occident jusques à H, & le Soleil equidiel G, d'orient D, vers l'occident jusqu'à G, 2 deg. 14 ① moins, donc il faut adjouster les mesmes, pour trouver la longueur des jours naturels inegaux, requis: Et tel est la construction, laquelle est bonne par consequent.

2 Exemple, où les jours egaux donnez commencent après l'entrée du Soleil en la section vernalle.

*Le donne.* Soyent les jours egaux donnez 20: assavoir, du 30 après l'introduction du Soleil jusqu'au 50.

*Le requis.* Il faut trouver combien lesdits 20 jours egaux font d'inegaux naturels.

## CONSTRUCTION.

Je cherche premièrement combien font les 30 jours egaux commençans de l'entrée en l'equinoxe, & font par le 1 exemple, 30 jours ineg. 0 heure 9 ①.

Puis combien en font 50, commençans de mesme de l'equinoxe, & trouvons par le susdit exemple, 50 jours ineg. 0 heure 12 ①.

Duquel ostant le 1 en l'ordre, restera le requis 20 jours ineg. 0 heure 3 ①.

## NOTE I.

Il est manifeste que la table, de laquelle a esté parlé en la 15 proposition serviroit aussi icy, assavoir pour remettre les jours egaux en inegaux, comme il estoit requis au rebours alors: tellement qu'il n'est besoing icy d'autre table particuliere.

Il est aussi evident que les 4 corollaires de la mesme 15 proposition, se peuvent semblablement entendre sur cecy.

## NOTE II.

Il y a encor equation de jours en ce qui touche la diversité des meridiens, où habitent diverses nations: car par exemple, combien que le commencement d'une eclipse de Lune, est veu en mesme temps de ceux qui la peuvent voir, neantmoins les uns adaptent ce temps à une autre heure que les autres: parquoy lors que nous venons à avoir des observations qui sont faites en quelque lieu differant du nostre en longitude, il est necessaire de restituer & egaler le temps selon nostre horizon: Mais d'autant que chaque 15 deg. de difference en longitude se prend pour 1 heure, la chose est si manifeste qu'il n'est besoing de faire aucune proposition particuliere de ceste matiere.

*Conclusion.* Estant donc donnez des jours egaux nous les avons reduits en jours naturels inegaux, &c.

## THEOREME. PROPOSITION XVII.

Estant mené un arc du pole de l'equateur jusques en l'ecliptique, ainsi que son sinus soit moyen proportionel, entre le raide de la Sphere, & le sinus de complement de la majeure declinaison de l'ecliptique: iceluy arc marquera l'ecliptique au point, dont l'ascension droite differe au plus de l'arc de l'ecliptique.



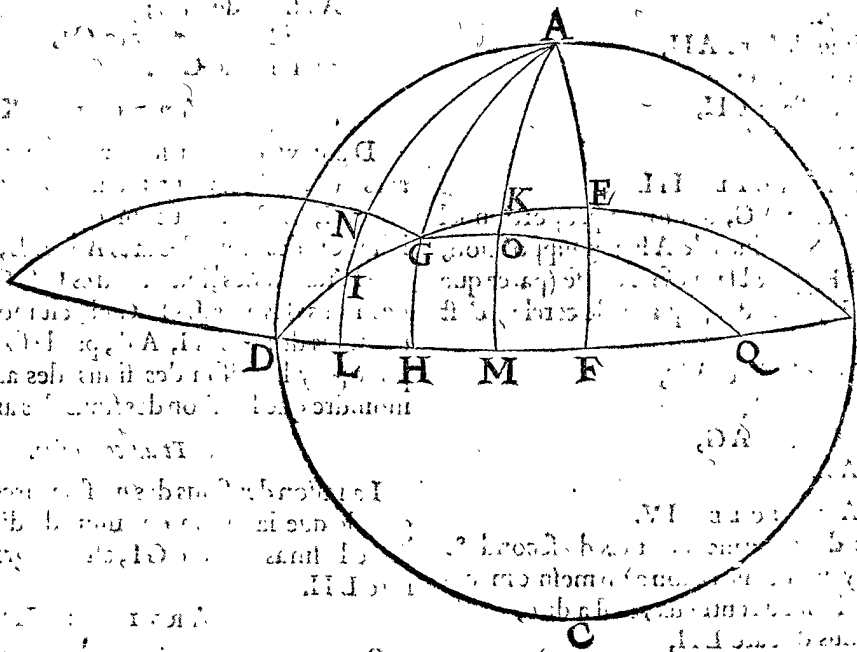
La difference entre les jours naturels, & les egaux, est trouuée par les 15 & 16 propositions en nombre; mais joignant cela, la Theorie est parvenue plus avant, où c'est que telle difference est la majeure; premiere-ment à cause de l'obliquité de l'ecliptique, puis apres à cause de l'eccentricité du deferant du Soleil, desquelles choses la presente dixseptiesme proposition & la sui- vante traitent.

Notez que combien que ceste matiere soit profon- de, qu'elle n'est pas en *Ptolemée*, mais es escrits de *Regio- montanus* à la 25 proposi. du troisieme livre de l'*Epito- me de l'Almageste*, ce qu'il dit avoir extrait de *Geber Arabe*: toutesfois elle ne semble estre des Arabes, mais plustost une relique du siecle sage, cōme aussi les escrits de *Hyparchus* & *Ptolemée*, leur sont venus entre les mains. Il faut aussi sçavoir que *Regiomonte* en traitant de ceste ma- tiere cite des escrits de *Geber*, lesquels je ne sçay s'ils sont divulguez: mais afin que cecy touchant ceste matiere puisse subsister de soy-mesme j'ay remply le deffaut, au mieux qu'il m'a esté possible; combien qu'il pourroit estre que *Geber* l'a fait plus courté, ou que quelqu'un regardant de plus pres trouveroit un chemin plus bref.

Pour venir donc à la chose, je dis que faisant une ta- ble d'ascension droite des degrez de l'ecliptique par le deuxiesme probleme des problemes Astronomiques, laquelle je descriray cy-dessous pour plus ample decla- ration, tirée des tables *Pruteniques*, sous le titre de *Canon ascensionum rectorum*, où l'on voit que les arcs de l'equa- teur des le commencement sont moindres, que ceux de l'ecliptique à l'endroit d'iceux, ce qui dure jusques au 46 deg. de l'ecliptique, où ils different le plus d'environ 2 deg. 28 ①, 24 ②, alors ceste difference ramoin- drit encor par apres jusques à ce qu'ils s'egalisent au 90 degre.

TABLE DES ASCENSIONS DROITES, DES DEGREZ ENTIERS DE L'ECLIPTIQUE.

| Eclipti- Equateur. |          | Eclipti- Equateur. |          | Eclipti- Equateur. |          |
|--------------------|----------|--------------------|----------|--------------------|----------|
| que.               | deg.     | deg.               | deg.     | deg.               | deg.     |
| 1                  | 0 55 2   | 31                 | 28 51 45 | 61                 | 58 51 21 |
| 2                  | 1 50 5   | 32                 | 29 49 15 | 62                 | 59 54 4  |
| 3                  | 2 45 8   | 33                 | 30 46 56 | 63                 | 60 56 57 |
| 4                  | 3 40 13  | 34                 | 31 44 45 | 64                 | 62 0 0   |
| 5                  | 4 35 18  | 35                 | 32 42 45 | 65                 | 63 3 12  |
| 6                  | 5 30 25  | 36                 | 33 40 54 | 66                 | 64 6 34  |
| 7                  | 6 25 34  | 37                 | 34 39 12 | 67                 | 65 10 4  |
| 8                  | 7 20 45  | 38                 | 35 37 41 | 68                 | 66 13 43 |
| 9                  | 8 15 59  | 39                 | 36 36 19 | 69                 | 67 17 31 |
| 10                 | 9 11 15  | 40                 | 37 35 7  | 70                 | 68 21 27 |
| 11                 | 10 6 35  | 41                 | 38 34 7  | 71                 | 69 25 31 |
| 12                 | 11 1 58  | 42                 | 39 33 16 | 72                 | 70 29 42 |
| 13                 | 11 57 26 | 43                 | 40 32 36 | 73                 | 71 34 1  |
| 14                 | 12 52 57 | 44                 | 41 32 6  | 74                 | 72 38 27 |
| 15                 | 13 48 32 | 45                 | 42 31 48 | 75                 | 73 42 59 |
| 16                 | 14 44 12 | 46                 | 43 31 40 | 76                 | 74 47 38 |
| 17                 | 15 39 57 | 47                 | 44 33 43 | 77                 | 75 52 23 |
| 18                 | 16 35 47 | 48                 | 45 31 56 | 78                 | 76 57 13 |
| 19                 | 17 31 43 | 49                 | 46 32 21 | 79                 | 78 2 8   |
| 20                 | 18 27 45 | 50                 | 47 32 57 | 80                 | 79 7 8   |
| 21                 | 19 23 53 | 51                 | 48 33 43 | 81                 | 80 12 13 |
| 22                 | 20 20 7  | 52                 | 49 34 40 | 82                 | 81 17 21 |
| 23                 | 21 16 27 | 53                 | 50 35 49 | 83                 | 82 22 33 |
| 24                 | 22 12 55 | 54                 | 51 37 8  | 84                 | 83 27 49 |
| 25                 | 23 9 30  | 55                 | 52 38 38 | 85                 | 84 33 6  |
| 26                 | 24 6 12  | 56                 | 53 40 19 | 86                 | 85 38 26 |
| 27                 | 25 3 2   | 57                 | 54 42 11 | 87                 | 86 43 48 |
| 28                 | 26 0 0   | 58                 | 55 44 13 | 88                 | 87 49 11 |
| 29                 | 26 57 6  | 59                 | 56 46 25 | 89                 | 88 54 35 |
| 30                 | 27 54 20 | 60                 | 57 48 48 | 90                 | 90 0 0   |



Mais au lieu de ceste maniere imparfaite par nom- bres, nous demonstresons ce theoreme Geometrique, lequel trouve parfaitement où ce point doit escheoir.

*Le donné.* Soit ABCD une sphere, A le pôle, DEB l'ecliptique, & DFB l'equateur, D la section vernale; EF la declinaison majeure, AE son complément, puis de A soit mené l'arc AG, ainsi que son sinus soit moyen proportionel, entre le raid de la sphere, (qui est le raid

des tables) & le sinus de AE (complément de EF de- clinaison majeure) lequel AG soit produit jusques en H, tellement que DH est ascension droite de DG.

*Le requis.* Il faut demonstres que l'arc AG rencontre l'ecliptique au point G en telle sorte, que l'ascension droite DH differe le plus de son arc DG.

*Preparation.* Si au quart de l'ecliptique se pouvoit trouver quelqu'autre point que G, ce seroit ou entre DG, ou

D G, ou entre G E, que ces poinçts soyent I, K, & qu'on mene par iceux les arcs jusques à l'equinoçtial, comme A I L, A K M, doncques D L fera l'ascension droite de D I, & D M de D K; & il nous faut demonstrier que la difference entre D L & D I, comme aussi entre D M & D K, soit moindre, que celle qui est entre D H & D G, à quelle fin je meneray encores l'arc G N perpendiculaire sur A I, & G O perpendiculaire sur K M; & je continueray le mesme G N jusques à ce qu'il rencontre l'equinoçtial au poinçt P; assavoir qu'on s'imagine ce poinçt P venir par derriere de la sphere: du mesme je produiray par devant l'arc G O, jusques à ce qu'il rencontre l'equinoçtial au poinçt Q. *Demonstration.*

## ARTICLE I.

Puis que par la construction, NP, LP sont perpendiculaires sur NL; par la quatriesme consequence de la premiere proposition des triangles spheriques, ce seront quarts de cercle: partant le triangle GHP, sera rectangle; & LH, NG, seront arcs de difference au quart de cercle des costez PH, PG; aussi l'angle GHP, sera droit duquel les proprietes sont telles, par la 25 proposition des triangles spheriques.

Comme le sinus d'un droit, c'est à dire le raid,  
Au sinus de l'arc de difference P H, costé de l'angle droit; c'est à dire le sinus de L H,  
Ainsi le sinus de l'arc de difference de H G, de l'autre costé de l'angle droit; c'est à dire le sinus de A G,  
Au sinus de l'arc de difference de P G; c'est à dire au sinus de G N.

Mais sinus de A H est le sinus d'un droit, assavoir le raid; donc

Comme le sinus de l'arc A H,  
Au sinus de l'arc L H;  
Ainsi le sinus de l'arc A G,  
Au sinus de l'arc G N.

## ARTICLE II.

Et alternativement,

Comme le sinus de l'arc A H,  
Au sinus de l'arc A G;  
Ainsi le sinus de l'arc L H,  
Au sinus de l'arc G N.

## ARTICLE III.

Mais le sinus de l'arc A G, & moyen proportionnel entre le sinus de A F, & le sinus de A E, par supposition, ou entre A H, & A E, qui est la mesme chose (parce que les arcs A H, & A E, sont deux quarts de cercle) c'est pourquoy,

Comme le sinus de l'arc A H,  
Au sinus de l'arc A G;  
Ainsi le sinus de l'arc A G,  
Au sinus de A E.

## ARTICLE IV.

Maintenant les deux derniers termes du second & troisieme article ayant mesme raison à un mesme membre, seront proportionnaux entr'eux, c'est à dire,

Comme le sinus de l'arc L H,  
Au sinus de G N;

Ainsi le sinus de l'arc A G,  
Au sinus de A E.

## ARTICLE V.

Après, d'autant que A G, est plus petit que A I, aussi

La raison du sinus de l'arc A G,  
Au sinus de A E.

Sera moindre que la raison du sinus de l'arc A I,  
Au sinus de A E.

## ARTICLE VI.

Mais comme le sinus de l'arc A G, au sinus de A E; ainsi le sinus de l'arc L H, au sinus de G N, par le quatriesme article, partant,

La raison du sinus de l'arc L H,

Au sinus de l'arc G N,

Est moindre que la raison du sinus de l'arc A I,  
Au sinus de l'arc A E.

## ARTICLE VII.

Si on prend donc le costé EI pour base au triangle AIE, ce sera par la 24 proposition des triangles spheriques, comme,

Le sinus de l'angle dextre AEI,

Au sinus de l'angle senestre AIE;

Ainsi le sinus du costé senestre AI,

Au sinus du costé dextre AE.

## ARTICLE VIII.

*Au rebours.*

Si le costé IN, au triangle GNI, est pris pour la base, ce sera par la 24 proposition des triangles spheriques,

Comme le sinus de l'angle senestre GNI,

Au sinus de l'angle dextre GIN;

Ainsi le sinus du costé dextre GI,

Au sinus du costé senestre GN.

## ARTICLE IX.

Mais l'angle AEI, du septiesme article est egal à l'angle GNI, du huitiesme article, car ils sont tous deux droits: d'avantage, l'angle AIE, du septiesme article, est egal à l'angle GIN, du huitiesme article, car c'est le mesme angle: parquoy les deux derniers termes du septiesme & huitiesme article, estant proportionnaux à deux termes egaux seront aussi proportionnaux entre eux: c'est à dire,

Comme le sinus de l'arc AI,

Au sinus de A E;

Ainsi le sinus de l'arc GI,

Au sinus de G N.

## ARTICLE X.

D'autant que par le neufliesme article les sinus des arcs AI, & A E, ont mesme raison que les sinus des arcs GI, & G N. Par consequent la raison moindre que la raison des sinus des arcs AI, A E, sera aussi moindre que la raison des sinus des arcs GI, G N: Mais la raison des sinus des arcs L H, G N, est moindre que la raison des sinus des arcs AI, A E, par le sixiesme article; c'est pourquoy la raison des sinus des arcs L H, G N, est moindre que la raison des sinus des arcs GI, G N.

*Et au contraire.*

La raison des sinus des mesmes arcs GI, G N, est plus grande que la raison des sinus desdits arcs L H, G N; donc le sinus de l'arc GI, est plus grand que le sinus de l'arc L H.

## ARTICLE XI.

Par consequent puis que les arcs de ces sinus sont moindres que le quart de cercle; aussi l'arc GI sera plus grand que l'arc L H.

## ARTICLE XII.

D'avantage; puis qu'au triangle GHD, l'angle droit GHD est plus grand que l'angle aigu DGH: aussi par la proposition 15 des triangles spheriques, le costé GD, soutenant l'angle GHD, sera plus grand que le costé DH, qui soutient l'angle DGH.

ARTI

## ARTICLE XIII.

De mesme au triangle  $ILD$ , l'angle droit  $ILD$ , estant plus grand que l'angle aigu  $DIL$ , aussi par la 15 proposition des triangles spheriques, le costé  $DI$ , soustenant l'angle  $ILD$ , fera plus grand que le costé  $DL$ , qui soustient l'angle  $DIL$ .

## ARTICLE XIV.

C'est pourquoy le costé  $DI$ , estant plus grand que le costé  $DL$ , par le treiziesme article; si  $IG$  estoit egal à  $LH$ , la difference de  $DG$  à  $DH$ , seroit egale à la difference de  $DI$  à  $DL$ : mais  $IG$  est plus grand que  $LH$ , par l'onzieme article. Donc la difference par laquelle  $DG$  surpasse  $DH$ , fera plus grande que l'excés de  $DI$ , par dessus  $DL$ : ainsi nous avons demonsté la premiere partie que nous avons proposé à la construction.

Reste la seconde partie, assavoir que l'arc  $DG$ , est plus grand que l'arc  $DH$ , & l'arc  $DK$  plus que  $DM$ . Partant je dis,

## ARTICLE XV.

Puis que par la preparation  $OQ$ ,  $MQ$  sont perpendiculaires sur  $OM$ , l'un & l'autre sera quart de cercle, par la 4 consequence de la 1. propos. des triangles spheriques. Et pour cette cause au triangle  $GHQ$ , les arcs  $MH$ ,  $OG$ , seront arcs de difference des costez  $QH$ ,  $QG$ : afin que le triangle spherique  $GHQ$ , ait l'angle  $H$  droit. Duquel les proprietés sont telles, par la 2 proposition des triangles spheriques,

Comme le sinus d'un droit, assavoir le total,  
Au sinus de l'arc de difference  $QH$ , costé de l'angle droit, c'est à dire au sinus de l'arc  $MH$ ;  
Ainsi le sinus de l'arc de difference  $GH$ , autre costé de l'angle droit, c'est à dire le sinus de  $AG$ ,  
Au sinus de l'arc de difference de la base  $GQ$ , soustenant l'angle droit, c'est à dire de  $GO$ :  
Mais le sinus de l'arc  $AH$ , est sinus de l'angle droit; partant,

Comme le sinus de l'angle droit, assavoir  $AH$ ,  
Au sinus de l'arc  $MH$ ;  
Ainsi le sinus de l'arc  $AG$ ,  
Au sinus de l'arc  $GO$ .

## ARTICLE XVI.

Et alternativement,

Comme le sinus de l'arc  $AH$ ,  
Au sinus de l'arc  $AG$ ;  
Ainsi le sinus de l'arc  $MH$ ,  
Au sinus de l'arc  $GO$ .

## ARTICLE XVII.

Mais le sinus de l'arc  $AG$  est moyen proportionnel entre le sinus de  $AF$  &  $AE$ , par la supposition, ou bien entre  $AH$  &  $AE$ , qui est la mesme chose (parce que  $AH$  &  $AF$ , sont deux quarts de cercle) parquoy ce sera,

Comme le sinus de l'arc  $AH$ ,  
Au sinus de l'arc  $AG$ ;  
Ainsi le sinus de l'arc  $AG$ ,  
Au sinus de l'arc  $AE$ .

## ARTICLE XVIII.

D'autant que les derniers tetmes du seiziesme & dixseptiesme article ont mesme raison à une mesme chose, ils seront proportionnaux entr'eux: c'est à dire,

Comme le sinus de l'arc  $MH$ ,  
Au sinus de l'arc  $GO$ ;  
Ainsi le sinus de l'arc  $AG$ ,  
Au sinus de l'arc  $AE$ .

## ARTICLE XIX.

D'avantage, puis que  $AG$  est plus grand que  $AK$ , je dis,

Que la raison du sinus de l'arc  $AG$ ,  
Au sinus de l'arc  $AE$ ,  
Est plus grande que la raison du sinus de l'arc  $AK$ ,  
Au sinus de l'arc  $AE$ .

## ARTICLE XX.

Mais comme le sinus de l'arc  $AG$ , au sinus de l'arc  $AE$ : ainsi (par le dixhuietiesme article) le sinus de l'arc  $MH$ , au sinus de l'arc  $GO$ , partant  
La raison du sinus de l'arc  $MH$ ,  
Au sinus de l'arc  $GO$ ,  
Est plus grande que la raison du sinus de l'arc  $AK$ ,  
Au sinus de l'arc  $AE$ .

## ARTICLE XXI.

Or si le costé  $EK$  est pris pour base au triangle  $AKE$ , ce sera par la 24 proposition des triangles spheriques,  
Comme le sinus de l'angle dextre  $AEK$ ,  
Au sinus de l'angle fenestre  $AKE$ ;  
Ainsi le sinus du costé fenestre  $AK$ ,  
Au sinus du costé dextre  $AE$ .

## ARTICLE XXII.

Si le costé  $KO$  est pris pour base au triangle  $GOK$ , ce sera par la susdite 24 proposition des triangles spheriques:

Comme le sinus de l'angle fenestre  $GOK$ ,  
Au sinus de l'angle dextre  $GKO$ ;  
Ainsi le sinus du costé dextre  $GK$ ,  
Au sinus du costé fenestre  $GO$ .

## ARTICLE XXIII.

Mais l'angle  $AEK$  du vingt-uniesme article, est egal à l'angle  $GOK$  du vingtdeuxiesme article; car l'un & l'autre est droit: & l'angle  $AKE$  du vingt-uniesme article, est egal à l'angle  $GKO$  du vingtdeuxiesme article, par la sixiesme consequence de la premiere proposition des triangles spheriques, c'est pourquoy les deux derniers termes du 21 & 22 article, leur sont proportionnaux; & par consequent entr'eux, assavoir,

Comme le sinus de l'arc  $AK$ ,  
Au sinus de l'arc  $AE$ ;  
Ainsi le sinus de l'arc  $GK$ ,  
Au sinus de l'arc  $GO$ .

## ARTICLE XXIV.

Puis que par le 23 article les sinus des arcs  $AK$ ,  $AE$  ont mesme raison, que les sinus des arcs  $GK$ ,  $GO$ , par consequent toute raison plus grande, que la raison des sinus des arcs  $AK$ ,  $AE$ , sera aussi plus grande, que la raison des sinus des arcs  $GK$ ,  $GO$ : mais la raison des sinus des arcs  $MH$ ,  $GO$ , est plus grande que la raison des sinus des arcs  $AK$ ,  $AE$ , par le 20 article: partant aussi la raison des sinus des arcs  $MH$ ,  $GO$ , sera plus grande, que la raison des sinus des arcs  $GK$ ,  $GO$ .

C'est pourquoy le sinus de l'arc  $MH$  est plus grand que le sinus de l'arc  $GK$ .

## ARTICLE XXV.

Veü que les arcs de ces sinus sont chacun à part plus petits qu'un quart de cercle; de là suit, que l'arc  $MH$  est aussi plus petit, que l'arc  $GK$ .

## ARTICLE XXVI.

De plus, d'autant qu'au triangle  $KMD$ , l'angle droit  $KMD$  est plus grand que l'angle aigu  $DKM$  aussi par

la 15 proposition des triangles spheriques, le costé K D, soustenant l'angle K M D, sera plus grand que le costé D M, qui soustient l'angle D K M.

## ARTICLE XXVII.

Or puis que l'arc D K ( par le vingtsixiesme article ) est plus grand que D M, si G K estoit egal à M H, aussi la difference qui est entre D G & D H, seroit egale à la difference qui est entre D K & D M : mais G K ( par le vingtcinquesme article ) est moindre que M H : c'est pourquoy l'excez par lequel D G surpasse D H, est plus grand que l'excez de D K, par dessus D M. Et ainsi aussi nous avons demonsté la seconde partie que nous avions proposée en la preparation.

*Conclusion.* Donc l'arc duquel le sinus est moyen proportionnel entre le sinus d'un quart de cercle, & l'arc de difference de la plus grande obliquité de l'ecliptique, assavoir par laquelle il atteint ladite ecliptique, differe le plus de la longitude competente en l'equinoctial : ce qu'il falloit demonsté.

## PROPOSITION XVIII.

**T**rouver l'arc de l'ecliptique qui differe le plus de sa competente longitude en l'equinoctial.

*Le donné.* En la figure de la 17 proposition qui a esté exposée, soit D G l'arc demandé, & les autres lignes demeurent telles qu'elles y sont proposées.

*Le requis.* Il faut trouver l'arc D G.

## CONSTRUCTION.

Puis que par la supposition de la dixseptiesme proposition, le sinus de l'arc A G est moyen proportionnel entre le sinus de l'angle droit, ou demy-diametre 10000000, & le sinus de l'arc A E 9145680, qui est l'arc de difference de la plus grande declinaison E F, ( il fera dit és annotations des propositions suivantes, pourquoy nous nous servons des nombres entiers de nostre canon, & des minutes tierces.)

Ce moyen proportionnel entre 10000000, & 9145680. Se trouvera estre

Qui est sinus de l'arc A G 73 deg. 0 ①, 18 ②, 4 ③.

Lequel osté de l'arc A H 90 deg.

Reste l'arc G H 16 deg. 59 ①, 41 ②, 56 ③.

Ainsi le triangle G H D a trois termes connus, le costé G H est de 16 deg. 59 ①, 41 ②, 56 ③, l'angle G H D est droit, & l'angle G D H est de 23 deg. 51 ①, 20 ②. Donc le costé demandé G D, par la 35 proposition des triangles spheriques, sera de 46 deg. 16 ①, 43 ②, 43 ③.

Après si on veut cognoistre la longitude de l'ecliptique, assavoir l'arc D H, il sera trouvé par la mesme proposition estre de 43 deg. 43 ①, 16 ②, 44 ③.

La demonstration en est evidente, dependant de la 17 proposition.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé l'arc de l'ecliptique qui differe le plus de sa competente longitude en l'equinoctial. Ce qu'on avoit demandé.

## THEOREME. PROPOSITION XIX.

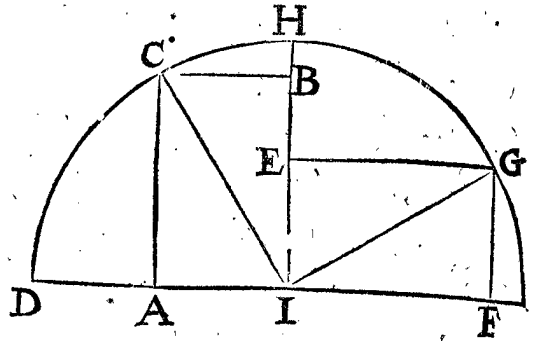
**L**es rectangles egaux compris du sinus de cercles egaux, & du sinus de l'arc de difference, sont equilateraux.

## NOTE Z.

Nous mettons ceste note devant la proposition suivante : car d'autant qu'il nous y faudra demonsté, que l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de sa competente

longitude en l'equinoctial, fait avec icelle longitude un quart de cercle : car aussi *Regiomontanus* en la 26 proposition de son abrégé traite de la mesme chose, & se fert de la demonstration qui en a esté faite par *Menelaus*. D'avantage nous demonstons ceste note icy, afin qu'on ne l'aille pas rechercher d'ailleurs.

*Le donné.* Soit le rectangle A B, compris de A C, sinus de l'arc C D, & de C B, sinus de l'arc de difference : aussi l'autre rectangle E F, egal au premier rectangle A B, compris du sinus E G, & du sinus de l'arc de difference G F.



*Le requis.* Il faut demonsté que le grand costé A C est egal au grand costé E G, & le petit costé C B egal au petit costé G F.

*Preparation.* Soyent menées les lignes droites I C, I G.

## DEMONSTRATION.

Les deux rectangles egaux A B, E F sont divisez par leurs diagonales en deux triangles egaux C B I, I E G, desquels les deux angles droits E, & B, & les demy-diametres I C, I G, qui les soustiennent sont egaux. Partant les deux triangles egaux I E G, I C B (moitié des parallelogrammes) estans constituez sur bases egales seront de mesme hauteur, c'est à dire que la perpendiculaire menée de B sur I C, sera egale à la perpendiculaire de E sur I G, lesquelles estant moyennes proportionnelles entre les segments des demy-diametres I C, I G, qui sont egaux : par conséquent les segments seront aussi egaux, & le costé I B, est pareillement moyen proportionnel entre la toute I G, & son plus grand segment : par mesme raison, & semblable demonstration, le petit costé C B, sera egal au petit costé E I.

*Conclusion.* Parquoy deux rectangles compris d'un sinus, & du sinus de l'arc de difference de cercles egaux, sont equilateraux. Ce qu'il falloit demonsté.

## THEOREME. PROPOSITION XX.

**L**'Arc de l'ecliptique qui differe le plus de sa competente longitude en l'equinoctial, fait avec icelle un quart de cercle.

*Le donné.* Soit pris en la figure de la 17 proposition l'arc de l'ecliptique D G, qui differe le plus de sa competente longitude de l'arc D H en l'equateur ; & que le reste qui a esté posé en ceste figure, demeure de mesme.

*Le requis.* Il faut demonsté que D G & D H, pris ensemble, font un quart de cercle.

## DEMONSTRATION.

## ARTICLE I.

Le costé H G estant pris pour base au triangle D G H, ce sera par la vingquatriemesme proposition des triangles spheriques,

Comme

Comme le sinus de l'angle fenestre DHG,  
 Au sinus de l'angle droit DGH;  
 Ainsi le sinus du costé dextre DG,  
 Au sinus du costé fenestre DH.

## ARTICLE II.

Après l'arc GE estant pris pour costé du triangle AEG, ce sera par la 24 proposition des triangles spheriques,

Comme le sinus de l'angle droit AEG,  
 Au sinus de l'angle fenestre AGE;  
 Ainsi le sinus du costé fenestre AG,  
 Au sinus du costé dextre AE.

## ARTICLE III.

Mais les deux angles AEG, & DHG, du premier & second article sont droits : d'avantage AGE & DGH au sommet sont égaux par la sixiesme consequence de la premiere proposition des triangles spheriques : c'est pourquoy les deux derniers termes du premier & second article leur estans proportionaux, seront aussi proportionaux entre eux; c'est à dire,

Comme le sinus de l'arc DG,  
 Au sinus de DH;  
 Ainsi le sinus de l'arc AG,  
 Au sinus de AE.

## ARTICLE IV.

De plus, puis que le sinus de l'arc AG, est moyen proportionnel entre les sinus des arcs AF, & AE, par la 17 proposition, ce sera

Comme le sinus de l'arc AF,  
 Au sinus de l'arc AG;  
 Ainsi le sinus de l'arc AG,  
 Au sinus de l'arc AE.

## ARTICLE V.

Mais l'arc AH, est égal à l'arc AF; partant, ce sera

Comme le sinus de l'arc AH,  
 Au sinus de l'arc AG;  
 Ainsi le sinus de l'arc AG,  
 Au sinus de l'arc AE.

## ARTICLE VI.

D'autant que les deux premiers termes du troisieme & cinquieme article leur sont proportionaux, ils seront aussi entre eux; c'est à dire,

Comme le sinus de l'arc DG,  
 Au sinus de l'arc DH;  
 Ainsi le sinus de l'arc AH,  
 Au sinus de l'arc AG.

## ARTICLE VII.

Puis après posant l'arc AE, pour base du triangle GHE, ce sera par la 24 proposition,

Comme le sinus de l'angle dextre GAE,  
 Au sinus de l'angle fenestre GE A;  
 Ainsi le sinus du costé fenestre GE,  
 Au sinus du costé dextre AG.

## ARTICLE VIII.

Mais le sinus de l'arc HF, est sinus de l'angle GAE, par la deuxiesme definition des triangles spheriques : & le sinus de l'arc AH, est égal au sinus de l'angle droit GE A. Ce sera donc

Comme le sinus de l'arc HF,  
 Au sinus de l'arc AH;

Ainsi le sinus de l'arc GE,  
 Au sinus de l'arc AG.

## ARTICLE IX.

Et alternativement,

Comme le sinus de l'arc HF,  
 Au sinus de l'arc GE;  
 Ainsi le sinus de l'arc AH,  
 Au sinus de l'arc AG.

## ARTICLE X.

Par ce que les deux premiers termes du sixiesme & neuvieme article leur sont proportionaux, ils seront aussi entr'eux; c'est à dire,

Comme le sinus de l'arc DG,  
 Au sinus de l'arc DH;  
 Ainsi le sinus de l'arc HF,  
 Au sinus de l'arc GE.

## ARTICLE XI.

Partant le rectangle compris du premier & dernier terme du dixiesme article, à sçavoir du sinus de DG & GE, sera égal au rectangle fait des sinus des deux termes du milieu, à sçavoir de DH & HF : mais ces deux rectangles sont compris du sinus, & du sinus de l'arc de difference de cercles égaux : c'est pourquoy par la dix-neuvieme proposition, ils seront equilateraux, & les sinus des arcs GE & DH seront égaux entr'eux; comme aussi les arcs GE & DH.

## ARTICLE XII.

Mais les deux arcs DG & GE, sont égaux à un quart de cercle, par consequent aussi DG & DH (qui est égal à GE, par l'onzieme article) seront égaux à un quart de cercle.

*Conclusion.* Parquoy l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de sa competente longitude en l'equinoctial, fait avec icelle un quart de cercle; ce qu'il falloit démonstrer.

## NOTEZ.

Puis que cest arc de l'ecliptique, qui differe le plus de sa competente longitude en l'equinoctial, est icy plus exactement recherché qu'on n'a accoustumé de le trouver par les canons, esquels on trouve ce mesme arc differant en divers lieux de 1<sup>o</sup>, ou 2<sup>o</sup> : Où aussi on ne peut trouver cette exactitude, que l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de sa competente longitude, soit égale avec icelle à un quart de cercle. Il a pleu à SON EXCELLENCE, que la conclusion de la 18 proposition parvint jusques aux 3, suivant quoy on peut exactement rechercher les arcs, & leurs sinus. Ainsi l'arc de l'ecliptique DG, a esté trouvé de 46 deg. 16. 43. 43. 3. Et l'arc de l'equateur DH 43 deg. 43. 16. 44. 3. La somme desquels est 90 deg. 0. 0. 27. 3.

En sorte que le calcul Arithmetique est seulement differant de la vraye demonstration Géométrique de 27 3.

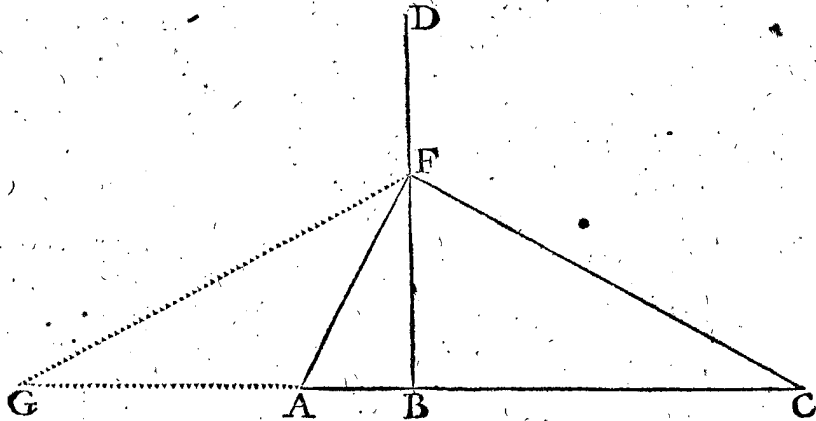
## ALB. GIRARD.

*La demonstration dont se sert icy l'Auteur est beaucoup trop proluxe, car il la distribue en vingtsept articles; avec beaucoup d'araisonnemens qui prouvent voirement, mais obscurissent extrêmement : Ce qu'ayant considéré, je demonstreray le mesme par une autre voye plus courte & plus intelligible. Je descriray aussi quant & quant selon mon stile deux propositions, à l'exemple des 18 & 20 precedentes de l'Auteur, dont l'une est démontrée en*

12 articles: (Le Lecteur sera averti que j'ay fait imprimer quelques tables des Sinus avec la Trigonometrie totale, où est parlé de ceste proposition, qui est là deduite devant les 6 cas des triangles rectangles spheriques, devant le theoreme general) Car aussi bien les susdites 18 & 20 ne tendent qu'à la perfection de la 17: semblablement la suivante servira de lemme à la consequence, qui sont theoremes determinez.

THEOREME. PROPOSITION XVIII. A. GIR.

ON peut trouver deux angles en infinies sortes, tels que leurs tangentes soyent en mesme raison: mais de ceux-là il n'y en a que d'une sorte qui different le plus; car ce sont ceux qui font ensemble un angle droit.



vant a esté fait au point F, le donné sera manifeste, car la raison des tangentes  $AB$  à  $BC$  est toujours la mesme.

Le requis. Il faut démontrer que de tous tels deux angles, dans  $BD$ , il n'y en a que d'une sorte qui different le plus, & c'est lors qu'ensemble ils font un angle droit, comme seroit  $AFC$ .

DEMONSTRATION.

Après avoir menée  $FG$ , (ayant preallablement posée  $BG$  égale à  $BC$ ) puis que  $BF$  est perpendiculaire à  $AC$ , &  $GB$  égale à  $BC$ , alors la difference des angles  $AFB$  &  $BFC$  sera  $GFA$ , d'autant que l'angle  $GFB$  est égal à l'angle  $BFC$ .

Or des deux points  $G, A$ , on peut fleschir un angle  $GFA$  vers la ligne  $BD$ , qui soit le plus grand que faire se peut: car si d'une infinité de sections qu'on pourroit faire passer par les deux points  $G, A$ , les moindres seront celles qui ne parviennent à  $BD$ , & partant les angles qui y seront, ayant  $BA$  pour base, ne parviendront en  $BD$ , & ne seront de nostre intention; mais celles qui y parviennent, des sections la moindre sera celle qui touchera  $BD$ , & par consequent elle sera capable de plus grand angle, que celles qui couperont  $BD$ . Soit donc imaginée une section sur  $GA$ , qui touche  $BD$  en  $F$ , menant puis apres  $FG, FA$ : donc  $GFA$  sera alors le plus grand angle qu'on peut fleschir des points  $G, A$ ; Et alors, par la 35 proposition du troisieme livre d'Euclides, le rectangle de  $GB, BA$  sera égal au carré de  $BF$ ; mais le rectangle de  $GB, BA$  est aussi celui de  $CB, BA$ , (car  $CB$  &  $BG$  sont égales) donc celui de  $CB, BA$  sera égal au carré de  $BF$ , & partant  $AFC$  sera un angle droit.

Conclusion. De deux angles entre plusieurs qui ont leurs tangentes en mesme raison, ceux-la different le plus, lesquels font ensemble un angle droit. Ce qu'il falloit démontrer.

THEOREME. PROPOSITION XIX. A. GIR.

I Propriété du triangle  $DGH$ .

EN tout triangle rectangle spherique ayant un mesme angle aigu, les costez qui le comprennent differeront au plus lors qu'iceux font ensemble un quadrain.

La regularité de ce theoreme est, la contrainte des deux angles, lesquels ont leurs tangentes en mesme raison; entre lesquels deux angles y a une addition & soustraction; assavoir que s'ils different au plus qu'il est possible, leur somme sera  $90$  degrez.

Le donné. Sur une ligne droite soyent trois points  $A, B, C$ , & sur icelle une perpendiculaire par le point  $B$ , comme  $BD$  indeterminee en  $D$ ; & soit pris un point à la volonté dans icelle  $BD$ , comme  $F$ , duquel soyent menées  $FA, FC$ ; alors si du centre  $F$  on fait un cercle passant par  $B$ , les lignes  $AB, BC$  seront tangentes des angles opposites  $AFB, BFC$ ; de tels points que  $F$ , on en peut prendre une infinité, & ayant fait, comme de-

Le donné. Soyent plusieurs triangles rectangles spheriques, comme en la 17 proposition precedente,  $EDF, KDM, GDH, IDL$ , tant qu'on voudra, ayans un mesme angle aigu en  $D$ , & que  $GD, DH$  facent un quadrain ensemble.

Le requis. Il faut démontrer que les costez qui comprennent l'angle aigu  $D$ , differeront au plus, s'ils font ensemble un quadrain.

DEMONSTRATION.

Tous tels triangles ont deux angles donnez, assavoir un droit, comme en  $F, M, H, L$ , & un angle aigu commun  $D$ ; dequoy il s'ensuit une propriété commune, assavoir que

Comme le raid, au sinus de complement de l'angle  $D$ :

Ainsi les tangentes des hypotenusés, à celle des costez adjacens le long de l'angle  $D$ .

Et pour plus ample declaration de cecy, qui est une proposition ordinaire, (comme aussi dans mes tables des Sinus, à la premiere ligne des six cas des rectangles) je diray ceste proportion sur un des triangles donnez, soit sur  $GDH$ ,

Comme le raid au sinus complement de l'angle  $D$ ;

Ainsi la tangente de l'hypotenuse  $DG$ , à la tangente de  $DH$ .

Et ainsi des autres; mais la raison du raid au sinus complement de l'angle  $D$ , est commune à tous les triangles mentionnez: parquoy l'autre raison qui vaut la premiere, assavoir les tangentes des costez, qui comprennent l'angle  $D$ , leur sera aussi commune, & sera une mesme raison: assavoir,

$$\text{Tangentes des arcs} \begin{cases} KD \text{ à } DM, \\ GD \text{ à } DH, \\ ID \text{ à } DL, \end{cases}$$

Et par la 18 proposition precedente, dite des angles, se pourra dire icy des arcs mentionnez; assavoir que plusieurs deux arcs ayant leurs tangentes en mesme raison, ceux-la different le plus, lesquels font ensemble  $90$  degrez; mais  $GD, DH$  font ensemble  $90$  degrez, par l'hypothese, donc  $GD, DH$  differeront le plus. Ce qu'il falloit démontrer.

NOTEZ.

NOTEZ.

Voilà quant à la proposition, mais avec une autre propriété, par laquelle on reconnoît, où l'arc de l'ecliptique excède au plus son ascension; ce qu'on verra mieux en la proposition suivante. Or le Sieur Snellius, lequel a aussi traduit cest ouvrage en Latin, resout la doute de l'Auteur présent, lequel cy-dessus dit ne sçavoir si ce que Regiomonte cite de Geber, est en lumiere ou non; car en la marge de l'exemplaire Latin il y a, voyez toutefois la 18 proposition du 1 livre de Geber: ce Snellius a eu une tres-belle bibliothéque & tres ample; quoy que cen soit, je way jamais veu aucune œuvre Mathématique de ce Geber: neantmoins je demanstreray plusieurs propriétés autres que la précédente première, comme s'ensuit.

2. Propriété du triangle DGH.

Au triangle rectangle spherique, lors que les deux costez au long d'un aigu font ensemble un quadran; alors le sinus de l'autre angle aigu fera egal à la tangente du costé opposite.

DEMONSTRATION.

Premierement soit prise la figure de la 1 definition de la doctrine des triangles, qui est la 1 figure Geometrique de ce livre, où je dis que de deux arcs de complement, comme là CE, CB, leurs sinus AF à FC sont comme le raid AB, à la tangente BI (du deuxiesme arc CB.)

De mesme en la figure précédente de la 17 proposit. DG, DH sont arcs de complement; donc leurs sinus seront comme le raid à la tangente de DH.

Mais leurs sinus (assavoir des arcs DG, DH) sont comme le sinus des angles opposites, par la 24 proposit. du 3 livre de la doctrine des triangles, qui est comme le raid (pour sinus de l'angle droit H) au sinus de l'angle G; parquoy il s'ensuivra que comme le raid à la tangente de DH, ainsi le raid au sinus de l'angle G; & partant la tangente de l'arc DH sera egale au sinus de l'angle G. Ce qu'il falloit demanstrer.

3. Propriété.

En tout triangle rectangle spherique, lors que deux costez comprenans un angle aigu font ensemble 90 degrez; aussi le costé qui le soutend, avec l'autre angle aigu, font ensemble 90 degrez semblablement.

Soit en la figure de la 17 prop. le triangle DGH; il faut demanstrer que si DG & DH font ensemble 90 deg. qu' aussi GH, & l'angle DGH feront semblablement 90 degrez.

Comme le sinus de l'angle droit H, au sinus de l'angle G. ainsi le sinus de DG, à celui de DH; mais aussi de mesme sera (au triangle GAE ayant l'angle G commun & un angle droit E) les sinus de GA & de AE; parquoy,

|          |       |          |       |
|----------|-------|----------|-------|
| sinus    | sinus | sinus    | sinus |
| Comme DG | à DH, | ainsi GA | à AE. |
| GE       |       |          |       |

Or GE, & DH, sont egaux, car ils sont chacun complement de DG: c'est pourquoy j'ay substitué EG au lieu de DH.

Et comme on peut tirer du 12 chap. du 1 de l'Almageste en la figure EDFAH, ou bien de nos Porismes.

|          |       |          |       |            |       |
|----------|-------|----------|-------|------------|-------|
| fin.     | fin.  | fin.     | fin.  | fin.       | fin.  |
| Comme DG | à GE, | ainsi DH | à HE, | & encor FA | à AE, |
| DG       |       |          |       |            |       |

|           |      |
|-----------|------|
| fin.      | fin. |
| ou bien G | à H. |

Et pource que les moyennes sont de mesme, on les peut oster, assavoir sinus de H & sinus de FA, qui sont chacun le raid: parquoy,

|           |       |         |       |
|-----------|-------|---------|-------|
| fin.      | fin.  | fin.    | fin.  |
| Comme DG  | à GE, | ainsi G | à AE, |
| fin. fin. |       |         |       |

Ou, comme cy-dessus, GA à AE.

D'où s'ensuit par raison alterne, que GA & l'angle aigu G contiennent autant de degrez l'un que l'autre: Et puis que GH & GA font ensemble 90 deg. aussi pareillement GH & l'angle aigu G feront ensemble 90 degrez. Ce qu'il falloit demanstrer.

4. Propriété, du triangle DGH.

S'ensuit la propriété descrite en la 17 proposition, assavoir que les sinus de AD, AG, AE sont proportionaux.

DEMONSTRATION.

Par la 19 prop. du 3 livre de la doctrine des triangles, les tangentes d'arcs de complement ont pour moyen proportionel le raid: mais DG & DH sont complemens l'un de l'autre: donc,

Comme tangente de DG, à tangente de DH;

Ainsi carré du raid, à carré de la tangente de DH.

Mais comme les tangentes de DG & DH; ainsi (comme il a esté dit en la 19 prop. cy-dessus) le raid au sinus de complement de l'angle D, qu'ils comprennent: & par consequent les choses suivantes seront proportionnelles.

|                   |  |                      |
|-------------------|--|----------------------|
| Assavoir le raid, | Tangente de DH.                                    | Sinus de compl.      |
| Ou sinus de AD.   | Ou sinus de G, par la 2. propriété.                | de D.                |
|                   | Ou sinus de complement de GH, par la 3. propriété, | Qui est sinus de AE. |
|                   | Qui est sinus de AG.                               |                      |

Lesquelles choses monstrent que les suivantes sont proportionnelles; assavoir,

|              |              |              |
|--------------|--------------|--------------|
| Sinus de AD. | Sinus de AG. | Sinus de AE. |
|--------------|--------------|--------------|

Conclusion. Donc si les deux costez qui comprennent un angle aigu (d'un triangle rectangle spherique) font ensemble un quadran, alors le raid, le sinus de complement du costé sustentant l'angle aigu susdit, & le sinus de complement de l'angle aigu, seront proportionaux. Ce qu'il falloit demanstrer.

PROBLEME. PROPOSITION XX. A. GIR.

TRouver l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de son ascension droite; & aucunes de ses circonstances.

Le donné. Soit en la figure de la 17 proposition, DG arc de l'ecliptique, qui differe le plus de son ascension droite DH.

Le requis. Il faut trouver la grandeur de DG, & par consequent, tout ce qui depend du triangle DGH;

CONSTRUCTION.

Veue que par la 17 proposition, ou pour mieux dire par la 4. propriété du triangle DGH, descrite en la 19 prop. précédente: le sinus de AG est moyen proportionel entre le sinus de DA & de AE, assavoir entre 10000000, & sinus de AE 9145680; (comme complement de la declinaison majeure) est 9563304.

Son arc AG est 73 deg. 0. 18. 4.  
Son complement est pour GH 16 deg. 59. 41. 56.

Mais sinus de AG est aussi pour celui de l'angle DGH, par la 3. propriété cy-devant: & par la 2. propriété le sinus susdit de DGH sera pour la tangente de DH; donc DH sera 43 deg. 43. 16. 29.

Son complement (par la 19 proposition, qui est la première propriété) pour DG 46 deg. 16. 43. 31.

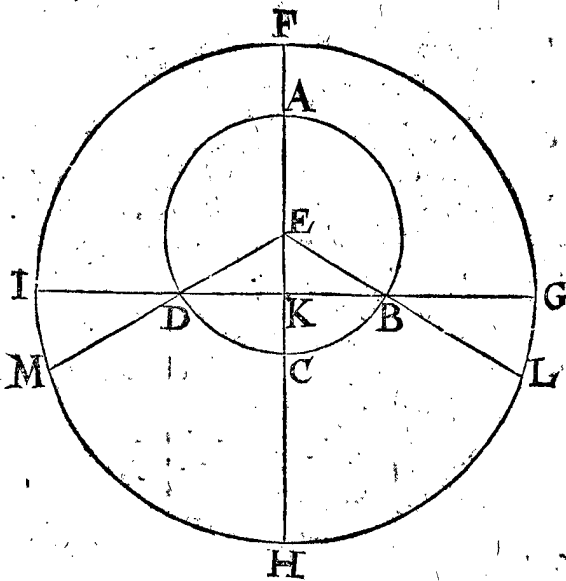
Difference de DH & DG est 2 deg. 33. 27. 2.

Pour la plus grande difference entre l'arc de l'ecliptique & son ascension droite, trouvée plus facilement & plus certainement que par la calculation des triangles spheriques, comme a fait Stevin: ce qui soit dit sans jactance. Jusques icy nous avons déclaré ses propositions selon nostre stile fort amplement.

PROPOSITION XXI.

**T**rouver la plus grande difference, qu'il peut advenir aux jours naturels, pour l'occasion de l'eccentricité du deferant, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit ABCD deferant du Soleil, E son centre, A apogée, C perigée, l'ecliptique F G H I, K son centre, F apogée apparent, & H le perigée apparent,



puis IG perpendiculaire à FH, passant par K, coupant le deferant en D, & B, par lesquels sont menées les lignes EDM, EBL.

CONSTRUCTION.

De ceste proposition on entend que si on adjouste tous les jours naturels de l'an naturel, lesquels sont plus grands (à cause de l'eccentricité seulement) que les jours moyens, comparez aux jours naturels de l'an naturel, lesquels sont moindres que les jours moyens, qu'il faut trouver quelle difference ils ont plus que s'il n'y avoit point d'eccentricité, ny de declinaison: A ceste fin je dis, si le Soleil estoit en A, il seroit aussi bien veu de E que de K, au point F; (car de E se voyent les jours moyens, & de K les naturels) mais estant le Soleil parvenu en D, alors E le verroit en M, & K en I, (en apparence) que si donc I estoit en quelque meridian, M seroit (pource que le mouvement rapide va de M par I vers F) autant devant que l'arc MI emporte, lequel est 2 degrez 23 (1), estant arc de l'angle IDM, egal à EDK, lequel est la plus grande prostaphereze, par la 4 proposition, laquelle est par le corollaire d'icelle, comme dessus,

Tellement qu'autant de temps que le Soleil met à faire ces 2 deg. 23 (1) par le mouvement rapide, autant seront les jours naturels du cours du Soleil AD, moindres aux jours moyens. Et pour la mesme raison, les naturels du cours BA seront aussi plus courts que les moyens de 2 deg. 23. Et ensemble, les naturels du cours du Soleil BAD, seront plus courts que les moyens de 4 deg. 46. Parquoy autant seront les naturels, du cours restant DCB, plus longs que les moyens (veu qu'autant y en a-il de moyens que de naturels dans l'an) assavoir de 4 deg. 46.

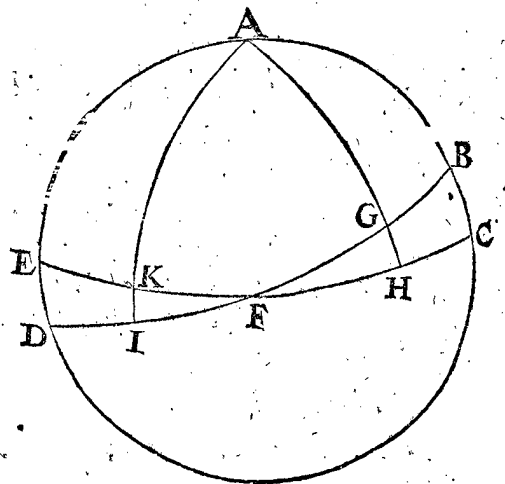
Mais estant les naturels plus courts en l'arc BAD de 4 deg. 46 (1), & en DCB autant plus longs, donc la difference de ces deux arcs sera le double du susdit, qui est de 9 deg. 32.

Et puis que 15 deg. se font en une heure, ils feront pour le requis 0 heure 38 (1). Autant donc seront les jours naturels de l'arc MFL, comparez aux jours naturels de l'arc MHL moindres, qu'ils ne seroyent s'il n'y avoit aucune eccentricité, ny declinaison. Dont la demonstration est manifeste. Conclusion. Nous avons donc trouvé la plus grande; &c.

PROPOSITION XXII.

**T**rouver la plus grande difference, causée aux jours naturels, par la declinaison de l'ecliptique seulement, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soient EC l'equinoctial, & DB l'ecliptique au Globe ABCDE, son pole A, & F section verticale, FG arc de l'ecliptique 46 deg. 17 (1); laquelle dif-



ferre au plus de son ascension droite FH, 43 deg. 43 (1), assavoir de 2 deg. 34 (1); & ce d'un costé de la section F, de l'autre costé FI arc de l'ecliptique, & FK de l'equinoctial, lesquels, comme dessus, different le plus, par la 20 proposition.

CONSTRUCTION.

Les arcs, où les jours naturels sont trouvez plus courts que les jours moyens sont IG, qui font 2 fois 46 deg. 17 (1), c'est assavoir 92 deg. 34 (1), & autant de l'autre costé du globe, de part & d'autre la section automniale, font ensemble 185 deg. 8. Les arcs où les naturels sont trouvez plus longs que les moyens, sont GB, ID, chacun de 43 deg. 43 (1), par la 20 prop. c'est ensemble 87 deg. 26 (1), lesquels avec 2 autres pareils, de l'autre costé du globe, font ensemble 174 deg. 52. Lesquels soustraits de 185 deg. 8 (1), reste 10 deg. 16. Et puis que 15 deg. font 1 heure, les mesmes feront pour le requis 0 heure 41 (1). Donc autant sont les jours naturels de l'arc IG, & de son pareil de l'autre costé du globe, comparez aux jours naturels des deux arcs GB, ID, avec leurs pareils de l'autre costé; moindres que s'il n'y avoit nulle declinaison: dont la demonstration est manifeste. Conclusion.



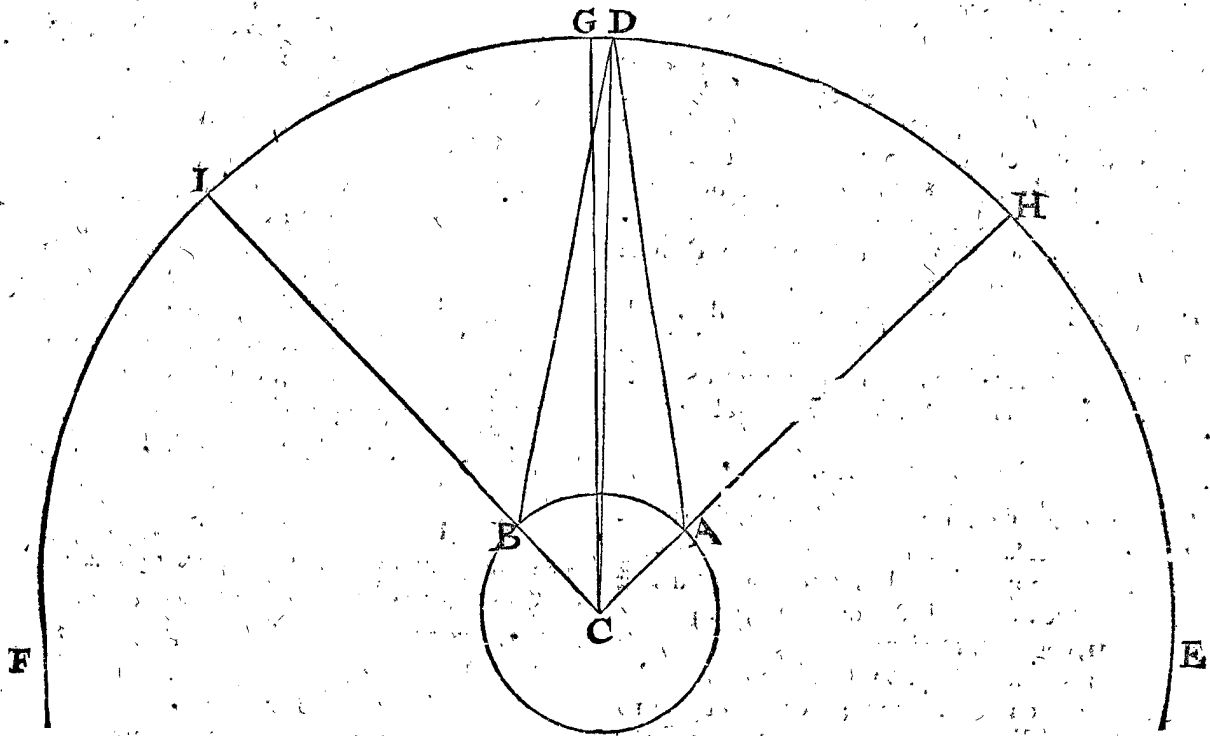
*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la plus grande difference, causée aux jours naturels par l'obliquité de l'ecliptique, &c.

*Maintenant de la distance du Soleil, de sa grandeur, parallaxe, & longueur du cone nocturne.*

PROPOSITION XXIII.

**T**rouver la distance de la terre au Soleil, en mesures du raid de la terre étant posée 1, par voye Mathématique, fondée sur l'effect de l'experience.

*Le donné.* Deux observateurs étant assez distans l'un de l'autre & sur un mesme meridien, prenans la hauteur du Soleil sur l'horizon tous les jours, ou souvent, à midy; ou au lieu de la hauteur sur l'horizon, la distance du Soleil au zenith: ce qui se peut faire par les grands voyages que ceux d'Hollande font par mer; puis rapporteront leurs experiences, pour venir au requis: comme par exemple, soit AB la terre, C son centre, & D le Soleil, par lequel est mené le meridien EDF, CG est l'equinoctial veu de costé: les deux lieux des obser-



vateurs sous un mesme meridien soyent A, B; le zenith de A est H, ainsi que GH est egale à la latitude de A, & soit 46 deg. 36' : Et GI egale à la latitude de B 44 deg. puis je choisis deux observations faites; comme dit est, en un mesme midy, & soit que les deux observateurs ayent une mesme depression du zenith au Soleil, je prens chacune de 45 deg. 20', pour chacun des angles HAD, IBD: puis soit menée CD.

*Le requis.* Il faut trouver la ligne CD en telles mesures que BC raid terrestre soit 1.

CONSTRUCTION.

A l'arc GI faisant 44 deg. adjouste l'arc GH 46 deg. 36', viendra pour l'arc HI, aussi pour l'arc AB, & angle ACB, 90 deg. 36'.  
 D'avantage, veu que les angles IBD & HAD sont egaux, & partant aussi les arcs HD, & DI, alors CD divisera l'angle ICH, c'est aussi ACB, par le milieu; tellement que l'une moitié BCD fait la moitié de 90 deg. 36', premier en l'ordre, c'est 45 deg. 18'.  
 Ostant l'angle IBD faisant 45 deg. 20' de 180 deg. reste pour l'angle DBC 134 deg. 40'.  
 Le triangle BCD, a trois termes connus, il faut avoir l'angle B 134 deg. 40', troisieme en l'ordre, C; 45 deg. 18', deuxiesme en l'ordre, & BC, premier par l'hypothese. Avec lesquels cherchant DC, par la 4. proposition des triangles plats, sera trouvé de 1.185. Dont la demonstration est manifeste.

NOTEZ I.

Nous pourrions bien mettre icy un autre exemple, où les deux angles IBD, HAD seroyent inegaux, mais d'autant que cela se verra au cours de la Lune, on pourra prendre ce lieu-la pour declaration de cestuy-cy.

NOTEZ II.

D'autant que le Soleil doit estre en un lieu connu de son deferant, je prens par exemple, qu'en ceste proposition le Soleil ayt esté en son apogée au temps de l'observation.

COROLLAIRE.

D'autant que les angles DBC, BCD sont connus, faisant ensemble 179 deg. 58', & partant ostez de 180 restera 20' pour l'angle BDC parallaxe du Soleil en un tel lieu.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la distance de la terre au Soleil, faisant le raid du Globe terrestre 1, par voye Mathématique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

PROPOSITION XXIV.

**E**stant donné l'argument du Soleil: trouver la ligne de la terre au Soleil, posant le raid de la terre 1, par voye Mathématique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

*Le donné.* Soit l'argument du Soleil 30 degrez.  
*Le requis.* Il faut trouver la ligne de la terre au Soleil en telles parties que le raid de la terre fait 1.

CONSTRUCTION.

Entre plusieurs manieres par lesquelles ceste proposition se peut résoudre, celle qui me semble la plus propre, est telle: veu qu'en la 23 proposition la distance de la terre au Soleil, a telle raison au raid de la terre, comme 1185 à 1, estant le Soleil en son apogée, par la deuxième note qui suit apres ladite 23 proposition, & aussi que la distance de la terre au Soleil de centre à centre a esté prise en la 8 proposition de 10323, je dis 1185 donne 1, combien 10323? vient en nombre entier assez pres de 9: tellement que la raison du raid terrestre à la distance du Soleil, est comme 9 à 10323: & aussi en telle raison à chacune distance de la terre au Soleil. comme 9 à un chacun des nombres descrites en la table de ladite 8 proposition: Mais la distance jusques au 30 deg. du deferant du Soleil est là de 10281, & partant le raid de la terre à icelle, de 9 à 10281. Mais pour l'avoir en telles parties que le raid terrestre fait 1, je dis 9 donne 10281, combien 1? viendra pour le requis 1142. Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donc donné l'argument du Soleil, nous avons trouvé la distance de la terre au Soleil, en telles parties que le raid de la terre fait 1. par voye Mathemat. fondée sur l'hypothese de terre immobile.

COROLLAIRE.

Il appert que 9 servira comme d'un nombre commun pour trouver facilement les autres distances: comme par exemple, pour trouver la distance qui appartient au 10 deg. laquelle est en la 8 prop. de 10321, je dis 9 donne 10321, combien 1? vient pour le requis 1147. Et ainsi des autres, tellement qu'on en peut construire des tables de degré en degré, comme cy-dessous de 10 en 10, où est aussi celuy de 180 deg. pour s'en servir d'exemple, en temps opportun.

TABLES DES LIGNES ENTRE LA terre & le Soleil de centre à centre, en telles parties que le raid de la terre fait 1.

| Degrez du deferant du Soleil. | Lignes entre la terre & le Soleil. |
|-------------------------------|------------------------------------|
| 0                             | 1147                               |
| 10                            | 1147                               |
| 20                            | 1145                               |
| 30                            | 1142                               |
| 180                           | 1075                               |

PROPOSITION XXV.

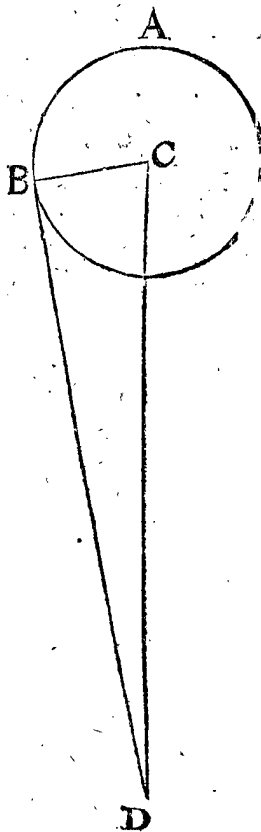
**T**rouver le raid du Soleil en telles parties que celuy de la terre fait 1. par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

*Le donné.* Soit AB le Soleil estant en son apogée, duquel le centre est C, & D le centre de la terre, duquel soit menée DC; & DB touchante iceluy en B, & finalement menée BC raid solaire, ainsi que BDC le  $\frac{1}{2}$  diametre visuel du Soleil.

*Le requis.* Il faut trouver BC en telles parties que le raid de la terre fait 1.

CONSTRUCTION.

Le triangle BCD a trois termes connus, savoir BDC demy-diametre visuel du Soleil, lequel, pource qu'il est en l'apogée, fait comme en la huitiesme pro-



position, où il a esté pris de 15 ①, & CD 1147, par la 24 proposition, aussi l'angle CBD droit, par lesquels on trouvera BC estre de 5 pour le raid du Soleil, de telles parties que le raid de la terre en fait 1: d'autant que 1147 sont des mesmes parties. Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le raid du Soleil, &c.

COROLLAIRE.

Si on vouloit adjoindre icy la solidité, on pourroit dire que d'autant que les corps semblables sont en raison triplée de leurs lignes homologues, d'où s'ensuit que le corps du Soleil à celui de la terre seroit comme 125 à 1, cubes de 5 & de 1.

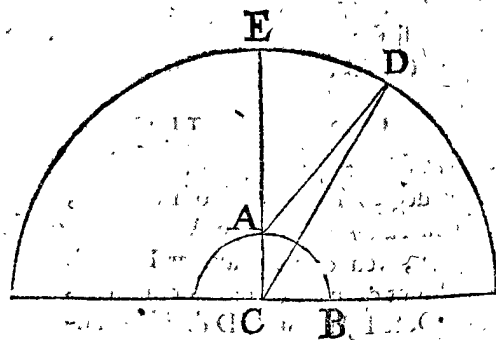
PROPOSITION XXVI.

**E**stant donné l'argument du Soleil, & depression d'iceluy du zenith, veu du centre de la terre: Trouver la parallaxe d'iceluy en l'arc vertical, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

NOTEZ.

Au corollaire de la 23 propof. a esté dit comment la parallaxe se trouve par operation fondée sur l'effect de l'experience mesme; ce qui servira pour fondement de ceste proposition, afin de trouver la parallaxe par supputation, car il ne seroit à propos de la trouver à chaque fois par l'experience.

*Le donné.* Soit AB la terre, & C son centre, A le lieu de l'observateur, D le Soleil, duquel l'argument soit de



30 deg. & distant aussi du zenith de 30 deg. pour l'arc ED, ou l'angle ECD, ou ACD; ainsi que l'angle ADC est la parallaxe au cercle vertical.

*Le requis.* Il faut trouver l'angle ADC.

CONSTRUCTION.

Le triangle ADC, a trois termes connus, l'angle ACD 30 deg. CA 1, & CD distance de la terre au Soleil lequel a 30 deg. d'argument, laquelle par la 24 propof. est 1142. Par lesquels cherchant l'angle ADC se trouvera estre, par la 6 propof. des triangles plats, de 1 ① 30 ② pour la parallaxe requise, (usant de toutes les lettres

lettres des tables) dont la demonstration est manifeste par la construction.

*Conclusion.* Estant donc donné l'argument du Soleil, & la depression du zenith, veü de centre de la terre: nous avons trouvé sa parallaxe.

COROLLAIRE.

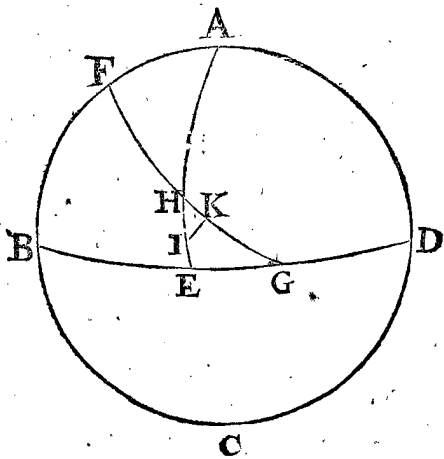
Il est evident comment on en pourra faire des tables, afin de trouver le requis avec facilité, de degré en degré, comme a fait *Erasme des Pruteniques*, lequel au lieu de 1 ① 30 ② a trouvé (suivant son hypothese) 1 ①, 29 ②, & la parallaxe majeure du Soleil (assavoir estant sur l'horizon) de 2 ① 58 ②: Aussi ceste table se peut faire facilement sur le fondement posé à la 5 proposition: d'où l'on conclud, que comme le sinus de l'arc vertical entier, au sinus de sa partie donnée; ainsi la plus grande parallaxe, à la parallaxe requise: & par exemple, si on vouloit trouver la parallaxe du Soleil lors qu'il est 10 deg. deprimé sous le zenith, je dis ainsi: Sinus de 90 deg. qui est 10000, donne 1736 sinus de 10 deg. combien la parallaxe majeure 2 ① 58 ②, qui est 178 ②? vient comme là 31 ②: De mesme pour avoir la parallaxe de 30 deg. je dis 10000 donne 5000, combien 178 ②? vient comme là 1 ① 29 ②: & ainsi des autres.

Notez aussi que le mesme *Erasme* n'a fait qu'une colonne des parallaxes du Soleil, & ce pour bonne raison, n'estimant rien la difference des eslongations du Soleil. Et pource que quelqu'un desireroit estre rendu certain de ceste plus grande difference, & ce sur le fondement posé en la 5 proposition: je dis, majeure distance du Soleil, faisant par la 8 proposition 10323, donne la moindre (qui est aussi là de 9677) combien la majeure parallaxe 2 ① 58 ②? vient seulement 2 ① 47 ②, laquelle estant prise sur 2 ① 58 ②, ce seroit 11 ② trop; ce qui n'est d'importance.

PROPOSITION XXVII.

**T**rouver la parallaxe du Soleil, en longitude apparante, & en latitude, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

*Le donné.* Soit ABCD meridiem d'un Globe, B D l'horizon, A E quadrans vertical, FG ecliptique coupant ledit quadrans au lieu où est le Soleil H, ainsi que l'angle EHG (lequel se trouve par le 8 probleme des



problemes Astronomiques) fait 50 deg. & AH depression du Soleil, veü de centre de la terre, soit 30 deg. D'avantage je prens que la parallaxe du Soleil soit trouvée par la 26 proposition, au quadrans vertical A E de

1 ① 30 ②. Pour HI & menée IK perpendiculaire sur l'ecliptique FG, comme latitude apparante du Soleil, veü de l'observateur, & HK fera la longitude apparante de la parallaxe du Soleil.

*Le requis.* Il faut trouver l'arc HK longitude de la parallaxe, & IK latitude de ladite parallaxe.

CONSTRUCTION.

Le triangle HIK a trois termes connus, assavoir HI 1 ① 30 ②, l'angle K droit, & l'angle H 50 degrez, par l'hypothese, par lesquels cherchez les deux costez HK, KI, usant de toutes les lettres des tables des sinus, seront trouvez par la 4 proposition des triangles spheriques, assavoir IK pour la latitude de la parallaxe requise (laquelle s'entendra estre meridionale ou septentrionale, par la regle generale du troisieme corollaire suivant) de

1 ① 9 ②.

Et KH longitude de la parallaxe (laquelle s'entendra majeure ou mineure à la longitude donnée, par le 4 corollaire suivant)

58 ②.

ALB. GIRARD.

L'auteur cite cy-dessus la 4 proposition des triangles spheriques pour résoudre le triangle spherique HIK, ce qui est trop difficile, & long, joint qu'il parle de prendre toutes les lettres des tables en ceste computation; au contraire il ne faut prendre que trois ou quatre lettres pour le raid au lieu des huit lettres qu'il entend, & résoudre cecy par les triangles plats, à cause que le triangle spherique HIK est fort petit, & par consequent sans tumeur perceptible, veu que HI (le majeur costé) n'est que 1 ①, 30 ②, qu'on pourra dire 90 ② en la calculation; & si on trouvera la solution aussi precise qu'avec les triangles spheriques; & soit cest advertissement adapté à pareil accident.

COROLLAIRE I.

Quand l'ecliptique coupe l'arc vertical à angles droits, il est notoire que I & K n'auront aucune difference de longitude, mais que la parallaxe fera toute en latitude.

COROLLAIRE II.

Si l'arc vertical & l'ecliptique venoyent à convenir en un; alors il est evident que I & K n'auroyent aucune difference de latitude, mais que la parallaxe seroit toute en longitude.

COROLLAIRE III.

Veü que le lieu du Soleil est toujours plus haut que ne le voit l'observateur, s'ensuit que lors que l'arc vertical entre le zenith jusques à la commune section estant meridionale, qu'alors la latitude du Soleil veü de l'observateur sera plus septentrionale que l'autre; mais estant l'arc vertical susdit du costé septentrional, elle sera plus meridionale, & ce de tous costez de la terre.

COROLLAIRE IV.

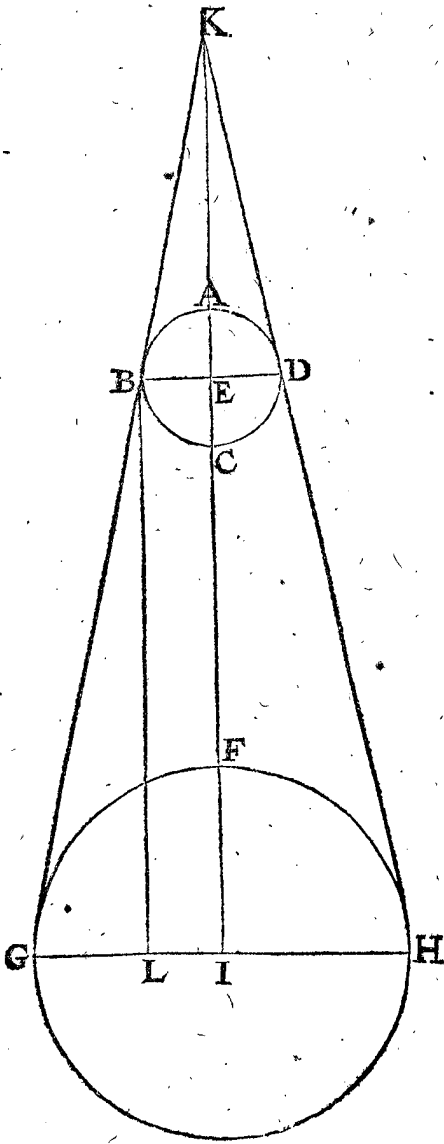
Si l'angle compris des arcs A E & F G estoit obtus du costé de la consequence & ordre des signes, à compter du point H, alors l'apparante longitude du Soleil veü de l'observateur sera majeure à l'autre: mais estant aigu, elle sera moindre, & ce par toute la terre.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la parallaxe du Soleil en longitude apparante, & latitude, par voye Mathematique, &c.

## PROPOSITION XXVIII.

**E**stant donné l'argument du Soleil : trouver l'axe du Cone nocturne, en telles parties que le raid de la terre est 1 : par voye Mathématique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit ABCD la terre, E son centre, & FGH le Soleil estant en son apogée, duquel I est le centre : D'avantage les deux lignes GB, HD soyent menées, touchant le Soleil es points G, H, & la terre



en B, D; lesquelles se rencontrent en K, & menés les diametres BD, GH. Ce qu'estant ainsi, KBD signifie le cone nocturne, dont le diametre de la base est BD, & axe KE.

*Le requis.* Il faut trouver KE en telles parties que le raid de la terre BE fait 1.

*Preparation.* Soit menée BL égale & parallele à EI.

## CONSTRUCTION.

La ligne LI estant 1, comme égale à BE, ostée de GI, 5 par la 25 proposition, reste pour GL 4; & d'autant que le Soleil est posé en son apogée, alors EI, ou bien BL, par la 24 proposition sera 1147; tellement que le triangle KEB estant semblable au triangle BLG, & partant les costez homologues proportionnaux, je dis, GL 4 donne LB 1147, combien BE 1? viendra pour le requis KE en nombres entiers assez pres de 287: Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donc donné l'argument du Soleil,

nous avons trouvé l'axe du cone nocturne, en telles parties que le raid de la terre est 1. &c.

## COROLLAIRE.

Tout ainsi qu'on a trouvé l'axe du cone nocturne estant le Soleil en son apogée, ainsi se pourra-il trouver estant en autre lieu de degré en degré, & en descrite une table pour trouver le requis avec facilité.

## TROISIÈME DISTINCTION

## DU SECOND LIVRE,

De l'invention du cours de la Lune, par voye Mathématique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

## SOMMAIRE DE CESTE TROISIÈME DISTINCTION.

Il y aura icy 16 propositions, dont la premiere, qui est la vingtneufiesme en l'ordre, sera de l'invention de l'eccentricité du deferant de la Lune, avec ses circonstances : La deuxiesme (c'est la 30 en l'ordre) de l'invention de la prostapherese & diametre visuel de la Lune : Les trois suivantes, qui sont les 31, 32, & 33, serviront pour trouver en tout temps la longitude apparante de la Lune : Les cinq propositions suivantes 34, 35, 36, 37, & 38, pour trouver sa latitude apparante : Et les six dernieres, 39, 40, 41, 42, 43, & 44, de la distance de la Lune, de sa grandeur, parallaxe, & diametre visuel du cone nocturne là où la Lune passe.

## PROPOSITION XXIX.

**P**ar trois lieux où a esté la Lune : trouver premierement l'eccentricité, en telles parties que le raid du deferant lunaire fait 10000. Secondement, la longitude apparante de son apogée au temps de l'un des trois lieux donnez. Tiercement, l'argument de la Lune en l'un desdits lieux. Quatriesment, la longitude moyenne de la Lune, par voye Mathématique; fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Devant que venir à la chose, je diray premierement qu'es propositions 15, 16, & 17, de ce deuxiesme livre, a esté certifié que deux arcs l'un de l'ecliptique, l'autre de l'equinoctial, compris entre la section vernale & un mesme meridian, ne sont pas egaux, d'ou s'ensuit que la longitude apparante du Soleil n'est pas égale à l'ascension droite, à cause de la declinaison de l'ecliptique : & ainsi se doit-il entendre de la voye de la Lune & de l'ecliptique, assavoir que commençant à compter de la teste du Dragon, les longitudes ne sont égales, tant sur l'ecliptique, que sur la voye lunaire, terminées par un cercle qui passe par les poles de l'ecliptique & la Lune. Mais pource que la difference n'est pas grande, d'autant que la latitude de la voye lunaire n'est que 5 deg. laquelle difference se trouvera selon la maniere de la 20 proposition du deuxiesme livre, estre seulement de 8<sup>①</sup>, Ptolemée ne la estimé au calcul du cours de la Lune, non plus que nous cy-apres; toutefois si quelqu'un desiroit de suivre ceste maniere plus precise, il y pourroit prendre garde, il nous suffit de l'avoir montré au doigt; lequel advertissement peut servir aussi aux autres planetes.

EXEMPLE I.

*Le donné.* Ayant en main quelques Ephemerides observées, au lieu desquelles nous prenons les supputées de *Stadius*, s'y cherche trois lieux de la Lune advenus en temps d'eclipse, pource qu'ils sont plus certains. Le premier en l'an 1570 le 20 Fevrier à 5 heures 31 ① apres midy, estant la Lune au 161 deg. 23.

Notez maintenant devant que passer plus outre, que si celieu de la Lune eust esté observé & redigé par escrit avec des jours naturels, qu'il eust esté besoing de les reduire en jours egaux, selon la maniere descrite à la 15 proposition du deuxiesme livre, pour operer par temps egalé. D'avantage faut prendre garde aussi à la difference du temps, & à la diversité des meridiens entre le lieu où a esté faite l'observation & le nostre: mais d'autant que les lieux de la Lune sont extraits des tables calculées sur temps egalé, il n'en sera pas icy de besoing. Or la raison poutquoy il n'a esté fait semblable advertissement en mesme endroit de la description du cours du Soleil en la septiesme proposition, est d'autant qu'il n'en est de besoing, comme ne pouvant estre de grande importance, à cause de son mouvement tardif.

Or le deuxiesme lieu de la Lune à choisir, soit en l'an 1572 le 25 Juin à 8 heures 58 ① apres midy, estant la Lune eclipsée au 283 deg. 25 ①: Il faut aussi remarquer presentement, que comme il faut oster de l'imagination le cours journalier de la Lune, tout de mesme que s'il n'y en avoit point, ainsi est-il aussi nécessaire d'en faire de mesme du cours de son apogée, lequel estant meslé avec le susdit 283 deg. 25 ①, il l'en faudra oster (ce qui n'a pas esté fait au mesme lieu du Soleil cy-dessus dit, à cause de la tardiveté du mouvement de son apogée, lequel ne pouvoit apporter de l'erreur perceptible.) Donc pour venir à la chose; je dis du 20 Fevrier, 5 heures 31 ① de l'an 1570, premier en l'ordre, jusques au 25 Juin present, 8 heures 58 ① en l'an 1572, y a deux ans Egyptiens 126 jours 3 heures 27 ①, auquel temps son apogée a fait, par l'onzieme proposition du premier livre, 95 deg. 22 ①, lesquels ostez du susdit 283 deg. 25 ①, reste 188 deg. 3.

Le troisieme lieu choisi est le 7 Octobre 1576, à 10 heures 37 ① apres midy, estant la Lune eclipsée au 24 deg. 21 ①: mais du 20 Fevrier 5 heures 31 ① de l'an 1570, premier en l'ordre, jusques au 7 Octobre 1576, &c. y a six ans Egyptiens 231 jours 5 heures 6 ①, auquel temps son apogée a couru, par l'onzieme proposition du premier livre, 269 deg. 43 ①, lesquels ostez dudit 24 deg. 21 ①, reste 114 deg. 38.

De la premiere eclipse jusques à la deuxiesme, y a, comme a esté dit au deuxiesme en l'ordre, deux ans Egyptiens 126 jours trois heures 27 ①: là dessus le cours de la Lune en sa voye est, par l'onzieme proposition du premier livre, 25 deg. 30.

De la deuxiesme eclipse à la troisieme y a quatre ans Egyptiens 105 jours 1 heure 39 ①: là dessus le cours de la Lune en sa voye est, par l'onzieme proposition du premier livre, de 287 deg. 36.

Adjoustant les quatrieme & cinquieme en l'ordre, qui sont les deux derniers, vient 313 deg. 6 ① son residu circulaire 46 deg. 54.

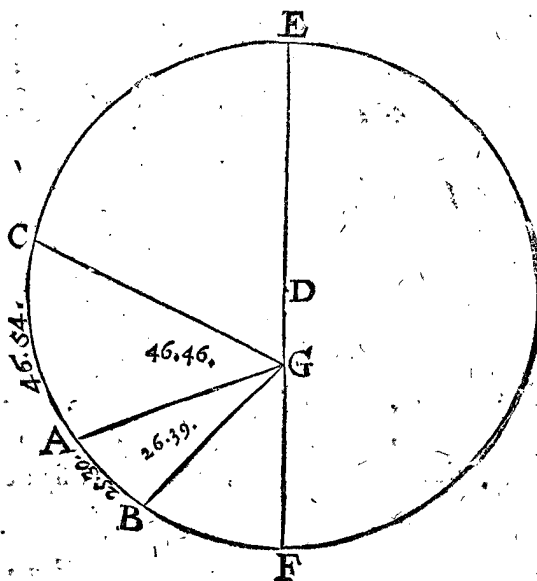
Ostant le 1 du deuxiesme en l'ordre, restera pour le cours apparant lunaire du premier lieu au deuxiesme, 26 deg. 39.

Ostant le deuxiesme du troisieme en l'ordre, restera pour le cours apparant de la Lune du deuxiesme lieu jusques au troisieme 286 deg. 35.

Adjoustant 26 deg. 39 ① avec 286 deg. 35, les derniers en l'ordre, vient 313 deg. 14 ① son residu circulaire 46 deg. 46.

*Le requis.* Les trois lieux de la Lune estant cognus avec leurs circonstances, il faut par iceux trouver le contenu de ceste proposition.

*Preparation.* Je marque le cercle ABC, comme voye lunaire, D son centre, & en iceluy trois points, A, B, C, ainsi que l'arc AB est le quatrieme en l'ordre 25 deg. 30. Et BC, le cinquieme, 287 deg. 36.



Donc CA de necessité residu circulaire, sixiesme en l'ordre, 46 deg. 54.

D'avantage je remarque par le deuxiesme article de la 9 proposition du 1 livre, que l'apogée doit eschoir en l'arc BC, soit en E, duquel je mene la ligne par D, jusques en F pour perigée, & la terre G dans icelle EF, de laquelle sont menées les trois lignes GA, GB, GC, ainsi que suivant l'hypothese, l'angle AGB fait le septiesme en l'ordre 26 deg. 39.

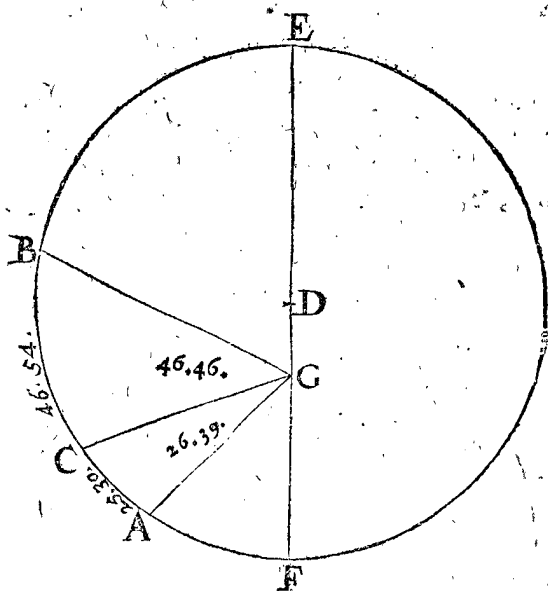
Mais l'angle BGC le huitiesme 286 deg. 35. Et l'angle AGC de necessité le neufiesme 46 deg. 46.

NOTEZ.

Au quatrieme en l'ordre du requis y a qu'on peut voir au deuxiesme article de la 9 proposition du premier livre, en quel arc est l'apogée: toutefois ceux qui sont desia avancez en l'Astronomie pourroyent dire que *Ptolemée* & autres le trouvent par la vitesse ou tardiveté de la Lune de l'une en l'autre eclipse donnée, sans qu'on ayt besoing d'aucunes Ephemerides, comme selon nostre maniere; là dessus je dis, que d'autant qu'on doit sçavoir par les precedentes observations telle velocity & tardiveté, & que nous prenons les Ephemerides susdites par exemple, comme si elles estoient observées, pour les raisons deduites en leurs lieux; & partant que nous tirons proprement ceste cognoissance d'icelles.

*Reformation de la figure.*

Notez que nous avons mis les lettres de la figure jus- qu'icy pour suivre l'ordre du premier exemple de la pre- miere proposition, mais afin que nous puissions user des mesmes lettres & de mesme signification, nous les changerons, tellement pour les raisons declarées en la premiere note du susdit premier exemple de la deuxief- me proposition, que l'apogée E vienne en l'arc A B,



aussi qu'apres A vienne B, puis C, selon l'ordre des signes; assavoir posant A au lieu de B susdit, & B au lieu de C, puis C au lieu de A, comme ceste figure le montre.

Ce qu'estant ainsi l'arc A B, ou en son lieu son residu circulaire B A, sera maintenant 72 deg. 24.

- B C 46 deg. 54.
- C A 25 deg. 30.
- Puis l'angle A G B, 73 deg. 25.
- L'angle B G C 46 deg. 46.
- Et l'angle A G C 26 deg. 39.

Par lesquels (pour declarer autrefois le requis en ceste figure) il faut trouver l'eccentricité D G, posant D E le raid de 10000; puis la longitude apparente de l'apogée E, au temps de la deuxiesme eclipse; tiercement, l'argument de la Lune en l'une des trois places, cy- devant dite en la deuxiesme, qui est icy B: & finalement, la longitude de la Lune moyenne.

**C O N S T R U C T I O N .**

Ayant icy une figure de la qualité du premier exemple de la deuxiesme proposition, je cherche par la mesme la raison des deux lignes non prolongées, les choisissant icy B G & G C, & trouve que B G faisant

Alors C G sera 2346.

La raison des deux lignes B G, G C estant 2267.

cognuë, je trouve par la mesme deuxiesme proposition ce qui s'ensuit: Premie- rement, l'eccentricité D G, en telles parties que D E en comprend 10000, assa- voir D G

768. Secondement, je trouve par le premier exemple de la deuxiesme proposition, la distance apparente de B en E, veuë de l'eccentre G pour l'angle EGB de 64 deg.

22 ① en ceste figure reformée; mais en la premiere B estoit pour la deuxiesme eclipse, au lieu de cest A cy, tellemēt qu'icy A est pour la deuxiesme eclipse: Pour trouver donc où eschoira le poinct appa- rant de E, il faut adjouster à l'angle B G A susdit 64 deg. 22 ①, l'angle B G A 73 deg. 25 ①, viendra pour la distance apparante de la Lune en la deuxiesme eclipse jusques à l'apogée E 137 deg. 47 ①. Mais cest A, comme deuxiesme eclipse, est sous le 283 deg. 25 ① de l'ecliptique par le deuxiesme en l'ordre, du donné, parquoy E sera de ces 137 deg. 47 ① plus reculé que B, & ainsi je les soustrais de 283 deg. 25 ①, reste pour la longitude apparante requise de l'apogée E

145 deg. 38.  
Tiercement, je trouve par le susdit premier exemple de la deuxiesme proposition l'arc E B de 68 deg. 20 ①, & iceluy en ceste figure reformée, où A signifie la deuxief- me eclipse, pour les raisons deduites au quatriesme en l'ordre; Et pour trouver maintenant combien il est distant de E, il faut à l'arc susdit E B 68 deg. 20 ①, ad- jouter l'arc BA 72 deg. 24 ①; & viendra pour l'argument requis de la Lune en la deuxiesme eclipse

140 deg. 44.  
Quartement, j'adjouste les deux derniers en l'ordre, vient pour la longitude requise de la Lune moyenne au 25 Juin à 8 heures 58 ① en l'an 1572, 286 deg. 22.

**N O T E Z .**

On pourroit encore donner des exemples, avec trois lieux de la Lune de telle qualité que des deuxiesme, troisieme & quatriesme exemples de la deuxiesme proposition, comme a esté fait au cours du Soleil; ce que nous obmettons pour briefveté, à cause que le sembla- ble est assez manifeste par iceux; toutefois pour plus ample déclaration & preuve, que la construction par un eccentrique & aussi par un epicycle, revient de mesme, (ce dont *Hyparchus* estoit en doute, comme escrit *Ptole- mée*) & aussi pour voir les diversitez que les accidens amenant quant & eux en ces deux manieres, nous met- trons icy encor un exemple avec trois eclipses de Lune, que *Ptolemée* refere en son quatriesme livre, chap. 6. les- quelles sont, selon qu'il dit, les trois plus anciennes ob- servations des Babyloniens, & ce comme s'ensuit en forme de proposition.

**E X E M P L E II .**

*Le donné.* Apres l'equation des temps, les trois eclif- ses estoient comme s'ensuit: La premiere, la Lune estant au 174 deg. 30 ①; La seconde, au 163 deg. 45 ①, entre lesquelles eclipses y avoit 354 jours 2 heures 34 ①, auquel temps son apogée avoit couru par l'onzieme proposition du premier livre 39 deg. 27 ①: lesquels ostez de 163 deg. 45 ①, restera

124 deg. 18.  
A la troisieme eclipse, la Lune estoit au 333 deg. 15 ①, entre la deuxiesme & troisie- me eclipse 176 jours 22 heures 46 ①, donc de la premiere à la troisieme y aura 330 jours 22 heures 46 ①, auquel temps son apogée court (par l'onzieme proposition du premier livre) 59 deg. 9 ①: lesquels ostez des 333 deg. 15 ①, reste

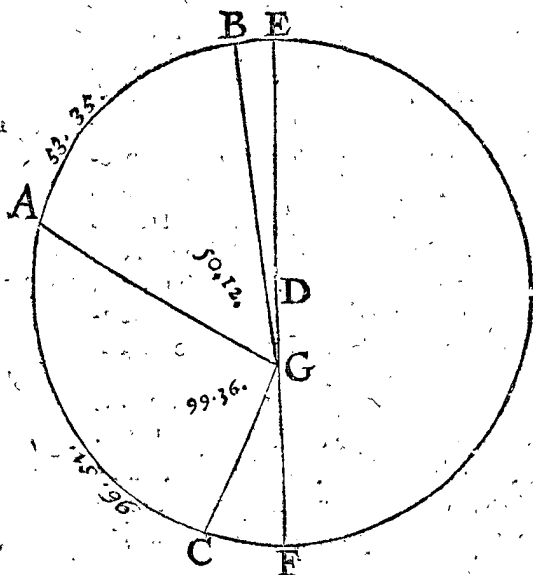
274 deg. 6.  
Es

Es 354 jours 2 heures 34 ①, entre la première & deuxième eclipse, le cours de la Lune en son deferant (par l'onzième proposition du premier livre) de 306 deg. 25.  
 Et es 176 jours 20 heures 12 ① susdites de la deuxième à la troisième, le cours d'icelle en son deferant (par l'onzième proposition du premier livre) de 150 deg. 26.  
 Somme des deux derniers en l'ordre 96 deg. 51.  
 Ostant les 174 deg. 30 ① susdits des 124 deg. 18 ①, restera le cours apparent de la Lune de la première à la deuxième eclipse 309 deg. 48.  
 Et ostant 124 deg. 18 ①, premier en l'ordre, de 274 deg. 6 ① deuxième, restera le cours apparent de la Lune, du deuxième lieu au troisième 149 deg. 48.  
 Somme des deux derniers en l'ordre viendra 459 deg. 36 ①; son residu circulaire 99 deg. 36.

*Le requis.* Les trois lieux de la Lune connus comme dit est, avec leurs circonstances, il faut par les mêmes trouver le contenu de la proposition: Premièrement, l'eccentricité DG en la figure suivante, en telles parties que le raid du deferant DE en fait 10000: Secondement, la longitude apparente de l'apogée, au temps (je prens) de la deuxième eclipse: Tiercement, l'argument de la Lune, au temps (je prens) de ladite deuxième eclipse: Et finalement, la longitude de la Lune moyenné.

PREPARATION.

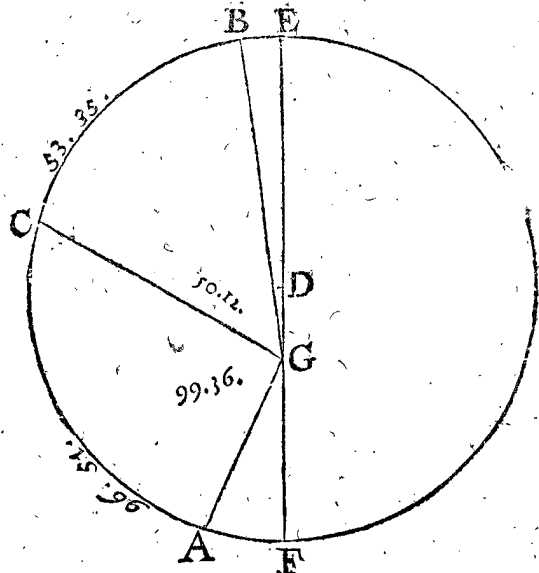
Je marque au deferant ABC, (son centre est D) trois points A, B, C, ainsi que l'arc AB fait le troisième en l'ordre, 306 deg. 25.  
 Mais BC le nombre du 4 donné en l'ordre, 150 deg. 26.  
 Et AC doit faire necessairement le suivant 96 deg. 51.  
 D'avantage l'apogée advient, comme escrit *Ptolemée*, en l'arc CB; soit en E, duquel par D je mene une ligne jusques à la circonference en F, comme perigée: & marque l'eccentre ou la terre G entre D, F, de laquelle soyent menées GA, GB, GC,



ainsi que l'angle renversé, ou convexe, AGB sera suivant le posé 309 deg. 48 ①, le sixième en l'ordre, son residu circulaire pour AGB angle concave 50 deg. 12.  
 Mais BGC est le septième en l'ordre 149 deg. 48.  
 Alors l'angle AGC doit faire de necessité le huitième, assavoir 99 deg. 36.

Reformation de la figure.

Notez que nous avons mis les lettres de la figure jusques icy pour suivre l'ordre du premier exemple de la première proposition: mais afin que nous puissions user des mêmes lettres, & de même signification nous les changerons, tellement pour les raisons déclarées en la première note du susdit 1 exemple de la deuxième proposition, que l'apogée E vienne en l'arc AB, aussi qu'après A vienne B, puis C, selon l'ordre des signes, assavoir posant A au lieu de C, puis C au lieu de A, comme ceste figure le monstre.



Ce qu'estant ainsi, l'arc AB, ou en son lieu son residu circulaire, fera maintenant 150 deg. 26.  
 BC 53 deg. 35.  
 CA 96 deg. 51.  
 D'avantage l'angle AGB 149 deg. 48.  
 Et l'angle BGC 50 deg. 12.  
 Et l'angle AGC 99 deg. 36.

Par lesquels (pour declarer autrefois le requis) il faut trouver premièrement l'eccentricité DG, en telles parties que le raid DE en fait 10000. Secondement, la longitude apparente de l'apogée E au temps de la deuxième eclipse. Tiercement, l'argument de la Lune en l'une des trois eclipses, je prens, comme devant en la deuxième. Finalement, la longitude de la Lune moyenné.

CONSTRUCTION.

Ayant icy une figure de la qualité de celle de la 2 proposition au premier exemple, parquoy je cherche par la même, la raison des deux non prolongées, choisissant icy pour telles BG, GC, & trouve que BG faisant Alors CG fera

7815.  
7480.

Cognoissant la raison de BG, GC, je trouve par la même proposition. Premièrement, l'eccentricité DG en telles parties que DE en fait 10000, assavoir

860.

Secondement, je trouve par la même proposition la distance apparente de B en E, veuë de l'eccentre G, c'est l'angle EGB, (lequel, d'autant que B de la deuxième eclipse, ne change de lieu) de 11 deg. 30 ①: Or B estoit au temps de la deuxième eclipse au 163 deg. 45 ① de l'ecliptique, par le donné; parquoy est E de ces

11 deg.

11 deg. 30 ①, plus reculé que B, ce qui fait que je les soustrais de 163 deg. 45 ①, restera pour la longitude apparante requise du point E, apogée 152 deg. 15.  
 Et par la mesme 2 proposition au premier exemple, je trouve l'arc EB pour l'argument requis de la Lune 12 deg. 29.  
 Finalement, la somme des deux derniers en l'ordre sera pour la longitude de la Lune moyenne 164 deg. 44.

*Convenances des computations de Ptolemée fondées sur un epicycle, & des presentes fondées sur un eccentrique.*

Ptolemée au sixiesme chapitre de son quatriesm livre; monstre la convenance qu'il y a entre les positions d'un epicycle, & d'un eccentrique: ce qui donne à cognoistre que les anciens se sont servy de la naturelle position de l'eccentrique seulement comme cy-dessus, les livres desquels luy estant venus entre les mains, il a peu remarquer ceste convenance, combien qu'à mon advis il ne declare pas suffisamment comment par diversité d'operation, on rencontre mesme solution; parquoy je diray icy quelque chose de la convenance de ceste operation, & de celle de Ptolemée.

Premierement, lors qu'en la figure precedente on imagine estre menée DB, comme cy-devant, on a trouvé, comme aussi Ptolemée, l'angle DBG apherese, de 59 ①.

Secondement, Ptolemée escrit la raison du raid du deferant, au raid de l'epicycle, comme 60 deg. à 5 deg. 13 ①, & nous cy-devant 10000 à 860 (troisiesme en l'ordre) assavoir 860 pour l'eccentricité, laquelle s'accorde assez pres avec la sienne, veu que disant 10000 donnent 860, combien 60 degrez? viendra 5 degr. 10 ①, qui sont seulement 3 ① de difference.

Tiercement, il faut sçavoir que le cours de la Lune est posé de mesme en l'epicycle, qu'à l'eccentrique, tellement qu'ils doivent accorder. Mais le cours de la Lune en l'epicycle est en Ptolemée de 12 deg. 24 ①, & icy à l'eccentrique de 12 deg. 29 ①, sixiesme en l'ordre; qui sont 5 ① de difference seulement.

Conclusion. Par trois lieux donc où la Lune a esté; nous avons trouvé premierement l'eccentricité, &c.

PROPOSITION XXX.

**E**stant donné l'argument de la Lune: trouver la distance de la terre à icelle, en telles parties que le raid de son deferant en fait 10000; aussi sa prostapherese, & diametre visuel; par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre ferme.

Le donné. Soit l'argument de la Lune 30 deg. & estant le raid de son deferant 10000 parties, alors son eccentricité sera, par le premier exemple de la 29 proposition, 768 parties.

Le requis. Il faut trouver la distance de la terre à la Lune, aussi sa prostapherese, & diametre visuel.

CONSTRUCTION.

Avec ce donné, operant selon la huitiesme proposition, alors on trouvera la distance requise de la terre à la Lune, en telles parties que le raid de son deferant en fait 10000; de 10621.

Et sa prostapherese, (laquelle est icy apherese estant au premier demicercle) de 1 deg. 55.  
 Aussi le diametre visuel de la Lune sera (lors qu'on prend iceluy estre 30 ① en l'apogée) de 30 ① 25.  
 Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc donné l'argument de la Lune, nous avons trouvé la distance de la terre à icelle, &c.

COROLLAIRE.

Il est evident comment on pourra faire une table des distances de la terre à la Lune, avec ses prostaphereses, & diametres visuels, de degré en degré, afin de trouver le requis avec facilité, comme cy-dessous elle est commencent de 10 en 10 degrez, y ayant aussi adjoint les 180 deg. pour s'en servir cy-apres.

T A B L E.

| Degrez du deferant. | Distances de la terre à la Lune. | Prostapherese. Apherese. | Diametres visuels de la Lune. |
|---------------------|----------------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| deg.                |                                  | deg. ①.                  | ①, ②.                         |
| 0.                  | 10768.                           | 0. 0.                    | 30. 0                         |
| 10.                 | 10757.                           | 0. 43.                   | 30. 2                         |
| 20.                 | 10725.                           | 1. 24.                   | 30. 7                         |
| 30.                 | 10621.                           | 1. 55.                   | 30. 25                        |
| 180.                | 9232.                            | 0. 0.                    | 34. 59                        |

PROPOSITION XXXI.

**T**rouver sur une Racine d'ans ou Epoche, la longitude de la Lune moyenne, la longitude apparante de l'apogée du deferant de la Lune, & son argument, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit l'Epoche donnée le commencement de l'an 1600.

Le requis. Il faut trouver le contenu de la proposition.

OPERATION.

Premierement pour trouver la longitude de la Lune moyenne, elle estoit en l'an 1572 au 25 Juin à 8 heures 58 ①, par le premier exemple de la 29 proposition du deuxiesme livre, de 286 deg. 22.

Mais de ce temps-la jusqu'au commencement de l'an 1600, y a 27 ans Egyptiens & 194 jours, 15 heures 2 ①, auquel temps le cours moyen de la Lune fait par l'onzieme proposition du premier livre, 297 deg. 45.  
 Somme des deux en l'ordre font pour la longitude de la moyenne Lune au commencement de l'an 1600 224 deg. 5.

Secondement pour trouver la longitude apparante de l'apogée du deferant de la Lune, elle estoit en l'an susdit 1572, au 25 Juin 8 heures 58 ①, par le premier exemple de la 29 proposition de ce deuxiesme livre, de 145 deg. 38.

Le cours dudit apogée es 27 ans Egyptiens 194 jours 15 heures 2 ① est par l'onzieme proposition du premier livre, de 39 deg. 31.

Somme des deux derniers en l'ordre font pour la longitude apparante requise de l'apogée, au commencement de l'an 1600 185 deg. 9.  
 Tierce-



Tiercement pour trouver l'argument de la Lune, elle estoit au 25 Juin 8 heures 58 ① en l'an 1572 par le 1 exemple de la 29 proposition de ce deuxiesme livre, de 140 deg. 44.  
 Le cours de la Lune en son deferant es susdits 27 ans Egyptiens 194 jours 15 heures 2 ①, est par l'onzieme proposition du premier livre de 258 deg. 12 ①, qu'on trouve plus aisement ostant le cinquiesme en l'ordre du deuxiesme; car alors il reste aussi 258 deg. 12.

Somme des deux derniers en l'ordre sera pour l'argument requis de la Lune au commencement de l'an 1600, comme Epoche 38 deg. 56.  
 Dont la demonstration est manifeste par la construction.

Conclusion. Nous avons donc trouvé sur une racine d'ans ou Epoche donnée, la longitude de la Lune moyenne, &c.

N O T E. Z.

D'autant que les lieux susdits, assavoir la longitude de la moyenne-Lune; & l'apparante de l'apogée, comme aussi l'argument, trouvez sur une Epoche viennent à propos pour les supputations du cours de la Lune, je les mettray icy à part pour les trouver plus facilement.

Lieux de la Lune sur une Epoche, au commencement de l'an 1600.

|   |             |
|---|-------------|
| Longitude de la Lune moyenne                | 224 deg. 5. |
| Longitude apparante de l'apogée du deferant | 185 deg. 9. |
| L'argument de la Lune                       | 28 deg. 56. |

PROPOSITION XXXII.

Trouver sur un temps donné la longitude de la moyenne Lune, la longitude apparante de l'apogée du deferant, & l'argument de la Lune, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit le temps donné le 30 Decembre 1600.

Le requis. Il faut trouver par iceluy le contenu de la proposition.

CONSTRUCTION.

- I. Pour trouver la longitude de la moyenne Lune, elle estoit en l'epoche, assavoir au commencement de l'an 1600, par la precedente proposition, au 224 deg. 5.  
 Or de là jusques au 30 Decembre audit an y a un an Egyptien, auquel temps le cours moyen est par l'onzieme proposition du premier livre, de 129 deg. 23.  
 Somme des deuxiesmes en l'ordre est pour la longitude de la moyenne Lune 353 deg. 28.
- II. Pour trouver la longitude apparante de l'apogée, elle estoit en l'epoche susdite par la precedente proposition, au 185 deg. 9.  
 Et le cours de l'apogée en un an Egyptien est par l'onzieme proposition du premier livre 40 deg. 40.  
 Somme des deux derniers en l'ordre, est pour la longitude apparante de l'apogée 225 deg. 49.
- III. Pour trouver l'argument de la Lune, elle estoit en l'epoche susdite au 38 deg. 56.

Le cours de la Lune en son deferant, en un an Egyptien, par l'onzieme proposition du premier livre, de 88 deg. 43 ①, qu'on trouve plus facilement ostant le cinquiesme en l'ordre du deuxiesme, car il reste aussi 88 deg. 43.

Somme des deux derniers en l'ordre, est pour l'argument de la Lune 127 deg. 39.  
 Dont la demonstration est manifeste par la construction.

Conclusion. Nous avons donc trouvé sur un temps donné la longitude de la moyenne-Lune, &c.

PROPOSITION XXXIII.

Trouver sur un temps donné la longitude apparante de la Lune, venue du centre de la terre, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Le temps soit le trentiesme Decembre en l'an 1600.

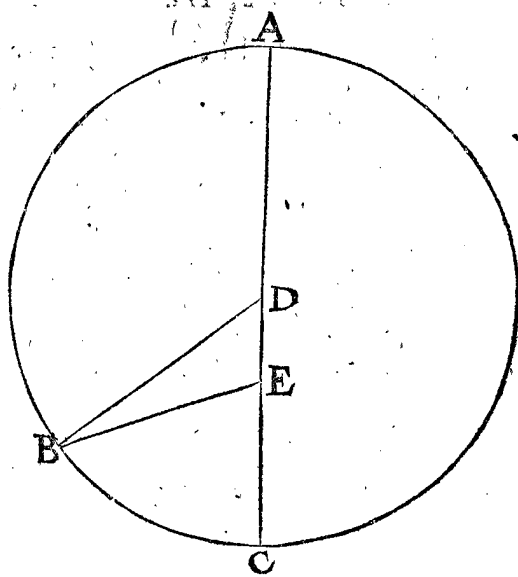
Le requis. Il faut trouver la longitude apparante de la Lune.

CONSTRUCTION.

Par la precedente la longitude apparante de l'apogée au 30 Decembre 1600 sera au 225 deg. 49.  
 Par la mesme au mesme temps, l'argument 127 deg. 39.  
 Sa prosthaphereze, par la 30 proposition du deuxiesme livre, 3 deg. 39.  
 Laquelle estant aphereze, d'autant qu'elle eschoit au premier demicercle, je la soustrais de 127 deg. 39 ①, restera 124 deg. 0.  
 Somme d'iceluy & premier en l'ordre, sera pour la requise longitude apparante de la Lune 349 deg. 49.

DEMONSTRATION.

Soit E la terre, & D centre du deferant de la Lune ABC; estant A l'apogée, selon le premier en l'ordre, au 225 deg. 49.



La Lune est en B, ainsi que son argument AB, ou l'angle ADB, est trouvé comme au deuxiesme en l'ordre de 127 deg. 39.

Là dessus est l'angle de la prostapherefe DBE, au troisieme en l'ordre, & est apherefe, comme estant au premier demicercle, de 3 deg. 39.

Et estant donc apherefe, je le soustrais de l'angle ADE, reste pour l'angle AEB, quatrieme en l'ordre, 124 deg.

Mais estant A veu de E au 22½ deg. 49 ① de l'ecliptique, premier en l'ordre, B doit estre autant plus avancé en l'ecliptique, qu'est l'angle AEB, & viendra 124 deg. comme cy-dessus, lequel on adjouste à 225 degr. 49 ① susdit, tellement que la somme doit estre pour la longitude appa- rante requise de la Lune, comme au cin- quiesme en l'ordre, 349 deg. 49.

Ce qu'il falloit demonstrier.

*Conclusion.* Nous avons donc sur un temps don- né, &c.

## NOTE I.

Par la construction des Ephemerides supputées du cours du Soleil, comme en la 12 proposition de ce deuxiesme livre, est manifeste comment on en fera pour le cours de la Lune, veu que ces mouvemens sont de mesme qualité.

## NOTE II.

Il est evident comment lors qu'il en sera de besoing cy-apres, on trouvera le gaing lunaire sur le Soleil en une heure, d'un temps donné (lequel differe commu- nément du gaing moyen de la Lune, de l'onzieme proposition du premier livre.) Soit par exemple qu'on le requiere en une heure apres le 30 Decembre 1600. On trouvera premierement sa longitude appa- rante sur le 30 Decembre 1600, comme en la 33 proposition, puis semblablement le mesme en une heure plus tard: puis du dernier trouvé ostant le premier, le reste sera pour le cours de la Lune veu du centre de la terre, pour ce temps-la, d'où ostant le cours du Soleil en une heure, restera le requis.

## NOTE III.

Le lieu de la Lune ainsi décrit & trouvé avec posi- tion de terre immobile, n'accorde pas du tout avec l'observation réelle, mais sera tantost plus tost, tantost plus tard, dont la difference est bien souvent d'environ 2 degrez, combien que le moyen mouvement soit par- fait pour quelques centaines d'années: tellement que par dessus l'inegalité causée par l'eccentricité, y en a en- core donc une autre deuxiesme. *Ptolemée* a tasché de la trouver, & en a fait un pretendu mouvement, lequel il mesle avec la precedente position nue de terre immo- bile: mais d'autant que la chose n'a pas reüssi, & que des conclusions en sont tirées autant absurdes & de- fectueuses qu'aparavant, donnant plus loing, que pres, c'est pour ceste raison que je les ay separez, (com- me a esté dit aussi autre part) selon qu'il appert cy- dessus, & la descriray particulierement en la sixiesme distinction.

Notez que telle inegalité incognuë qui est icy trou- vée en la Lune, se trouve semblablement és cinq plan- etes suivantes de Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, non obstant que les moyens mouvemens soyent bien trouvez.

*S'ensuit la latitude appa- rante de la Lune.*

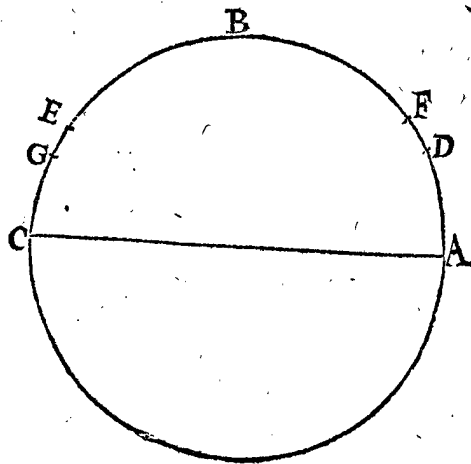
## PROPOSITION XXXIV.

**T**rouver en quelque eclipse lunaire, la distance de la Lune d'un nœud, & la longitude d'iceluy nœud, par ope- ration Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre im- mobile.

*Le donné.* Je cherche és Ephemerides observées (au lieu desquelles nous prenons les supputées de *Stadius*) deux eclipses de Lune egales, assavoir où la Lune estoit egale- ment obscurcie. La premiere desquelles je prens estre advenuë en l'an 1603 le 14 May, à 10 heures 58 ①, ayant esté obscurcie 8 poulces 55 ①, la Lune estant ( sui- vant la position ) au 242 deg. 36 ① ( je dis suivant la po- sition, que le milieu de l'eclipse soit à 10 heures 58 ①, ce qui seroit plus tard selon lesdites Ephemerides estant mal supputées, mais cecy servira seulement d'exemple.) La deuxiesme eclipse, en l'an 1605 le 16 Septembre à 15 heures 59 ①, estant icelle eclipsée 8 poulces 53 ①, qui sont 2 ① moins que devant, je pose par maniere d'exemple qu'elles soyent egales, & soit aussi 8 poulces 55 ①: & estoit suivant la position au 3 deg. 37 ① de l'ecliptique.

## PREPARATION.

Soit ABC deferant lunaire, A, C les nœuds; D la Lune en la premiere eclipse, & E en la deuxies- me; ainsi que les arcs CE, AD soyent egaux, d'au- tant que la Lune devoit estre egale- ment distante des nœuds, pource qu'elle estoit egale- ment eclipsée,



je voy puis apres quelle prostapherefe il y avoit au temps des deux eclipses, & trouve qu'à la premiere y avoit prostatique de 5 deg. 33 ①: car d'autant estoit la vraye Lune sous l'ecliptique donné 242 deg. 36 ①, plus avancée que la Lune moyenne, laquelle par la 32 proposition estoit alors en l'ecliptique au 237 deg. 3 ①: & en la deuxiesme eclipse estoit aussi prostatique de 4 deg. 55 ①, laquelle est denotée par l'arc EG, ainsi que les points F, G, denotent les lieux de la Lune moyenne aux temps des deux eclipses.

CONSTRUCTION.

La Lune apparante estant en la premiere eclipse en F, en la deuxiesme en G, a pendant tel temps de deux ans Egyptiens 126 jours 5 heures 1 (1) (qui, s'il estoit naturel, devoit estre egalé, selon la 15 proposition : mais estant en ces Ephemerides supputees en temps moyen, & aussi que cecy est seulement pris pour un exemple, nous prenons que ce soit temps egalé) couru en latitude de l'arc apparant de FG, faisant par la 11 proposition du 1 livre, 167 deg. 5. Auquel adjousté D F faisant par la preparation 5 deg. 33. Vient pour D G 172 deg. 38. Duquel soustrait E G faisant 4 deg. 55. Reste pour D E 167 deg. 43. Son adjoint (assavoir de là à 180) sera pour les deux arcs AD, E C de 12 deg. 17. Lesquels arcs estant egaux, la moitié sera pour la distance requise de la Lune à l'un des nœuds A, faisant 6 deg. 9. Mais la Lune D, est par le donné apparement en l'ecliptique au 242 deg. 36 (1) : d'où comptant à rebours les 6 deg. 9 (1) precedens ; viendra pour la longitude de A, au temps de la 1 eclipse 236 deg. 27. Et pource, que la Lune vient de là en avant au costé septentrional de l'ecliptique, comme montrent les Ephemerides (lesquelles nous prenons au lieu d'observées) alors tel nœud doit estre, par la 4 definition devant la 9 proposition du deuxiesme livre, la teste du Dragon.

NOTE I.

Es Ephemerides, la teste du Dragon a esté posée au jour susdit, au 235 deg. 35 (1), & icy trouvée au 236 deg. 29 (1), differans en 54 (1). Touchant la distance de la Lune à la teste du Dragon, trouvée au septiesme en l'ordre, de 6 deg. 9 (1), elle seroit selon les Ephemerides de 6 deg. 7 (1), (car autany a-il du 242 deg. 36 (1), où la Lune estoit au susdit 236 deg. 29 (1)) qui font 2 (1) de difference.

NOTE II.

Sile cinquieme en l'ordre venoit à estre le commencement ou la fin du cercle, assavoir 0 deg. ou bien 360 deg. ce seroit un signe que la Lune en la deuxiesme eclipse auroit esté non en E, mais au premier D, ainsi qu'on n'eust sceu tirer de là aucune conclusion du requis, comme on le pourroit remarquer si on le vouloit voir en effect. Mais si ledit cinquieme en l'ordre eust escheu d'estre le 180 deg. c'eust esté un signe que la Lune en la deuxiesme eclipse auroit esté non en E entre D & C, mais de l'autre costé de C, ainsi qu'on n'eust pareillement sceu tirer de là aucune conclusion ; car il n'eschoit qu'en deux manieres, l'une comme la figure le montre, l'autre lors que la Lune en la deuxiesme eclipse, vient aussi pres devant un mesme nœud, que la Lune en la premiere eclipse vient derriere le mesme nœud : & alors le cinquieme en l'ordre doit estre soustrait du cercle entier 360 deg. & le reste comme devant.

NOTE III.

Au deuxiesme, quatriesme & huictiesme en l'ordre, a esté parlé de soustraire & adjouster ; mais il faut se souvenir, pour sçavoir lequel des deux il faut faire, qu'il

faut avoir esgard à la qualité de la figure : car par exemple, si au lieu de prostatique DE, eust advenu apherese, il appert que pour trouver DG, il n'eust fallu adjouster le deuxiesme en l'ordre avec le premier, mais bien soustraire, & ainsi de l'autre.

Conclusion. Nous avons donc trouvé, &c.

PROPOSITION XXXV.

Trouver sur un epoche donné, la longitude de la teste du Dragon, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit l'epoche donné, le commencement de l'an 1600.

Le requis. Il faut trouver là dessus la longitude de la teste du Dragon.

CONSTRUCTION.

La teste du Dragon estoit en l'an 1603 au 14 May à 10 heures 58 (1) par la 34 proposition de 236 deg. 29. Mais de l'epoche de l'an 1600 jusques audit 14 May, &c. 1603, ya trois ans Egyptiens 135 jours 10 heures 58 (1), auquel temps la teste du Dragon court par l'onzieme proposition du premier livre, 65 deg. 10. Somme des deux en l'ordre, viendra pour la longitude de la teste du Dragon au commencement de l'an 1600 comme epoche 301 deg. 39. Dont la demonstration est manifeste.

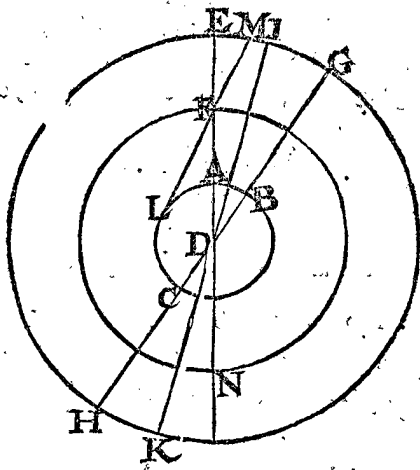
Conclusion. Nous avons donc trouvé sur un epoche donné la longitude de la teste du Dragon, &c.

PROPOSITION XXXVI.

Trouver la latitude du deferant de la Lune, par operation Mathematique, fondée sur l'observation mesme.

Pour trouver la plus grande latitude de la Lune, par laquelle la latitude de son deferant est cognue, & ce au costé septentrional de la terre, il est necessaire premierement d'attendre qu'elle soit en sa latitude majeure septentrionale ; ce qui advient estant la teste du Dragon en l'equinoxe, & la Lune distante de là de 90 degrez. Secondement que l'observateur soit en tel lieu de la terre, que la Lune soit à son zenith, afin d'eviter la parallaxe ; ce qu'estant ainsi, il est evident que la distance du zenith & du 90 deg. de l'ecliptique, sera pour la latitude majeure de la Lune, & par consequent la deviation de son deferant de l'ecliptique.

Pour le mieux declarer, soit ABC la terre, D son



centre, BDC son equateur, A le lieu de l'observateur, sa latitude BA 28 deg. 51 (1) 20 (2) ; Puis soit menée DE par

DE par A & D, où la Lune soit, comme en F, assavoir au zenith de l'observateur; & par D B soit menée H G, comme equinoctial, & aussi I D K ecliptique, G I sa declinaison majeure, faisant selon Ptolemée 23 deg. 51 ① 20 ②, & G E sera semblable à B A, aussi 28 deg. 51 ① 20 ②: Duquel osté G I 23 deg. 51 ① 20 ②; restera pour l'arc I E, ou l'angle I D E 5 deg. pour la latitude majeure de la Lunè, veuë du centre de la terre D, & par consequent la deviation requise de la voye lunaire ( qui est icy denotée par F D N ) de la ligne ecliptique.

Mais la raison est manifeste pourquoy l'observateur doit avoir la Lune au zenith; car autrement soit iceluy, non en A, mais en L, la Lune F luy apparoitra estre, non en E, mais en M; & appert que la faute vient de la parallaxe. Touchant Ptolemée qui fit une observation en Alexandria, où la latitude est comme il escrit 30 deg. 58 ①, où il n'avoit la Lune droit au zenith, mais  $2\frac{1}{8}$  deg. de là, lequel arc pour sa petitesse ne cause pas de parallaxe sensible.

Mais si quelqu'un vouloit faire telle observation, où il y a une grande parallaxe & sensible, laquelle se peut cognoistre par le corollaire de la 23 proposition, il est certain qu'en adjoustant ou soustrayant icelle à l'angle trouvé; selon l'exigence de l'accident; qu'on auroit le requis.

## NOTE I.

Il a esté dit qu'il falloit en ceste observation que la Lune soit au 90 deg. de longitude, tant en l'ecliptique, qu'en sa voye, assavoir 90 deg. esloignée de la teste du Dragon; ce qui ne peut advenir que peu souvent, car la teste du Dragon requiert plus de 18 ans pour faire son circuit, par la 9 proposition du premier livre, ce qui se trouveroit difficile & rare, en ce qu'elle doit estre en la section vernale; & quand elle y seroit, il pourroit advenir que la Lune n'en seroit esloignée 90 deg. mais au pire aller au 180 deg. ainsi qu'arrestant jusques à ce qu'elle y vienne, qui est environ 15 jours, auquel temps la teste du Dragon auroit fait 44 ①: mais d'autant que la latitude de la Lune estant au 90 deg. 44 ①, au lieu de 90 deg. ne causera aucun erreur perceptible.

D'avantage il pourroit advenir que la Lune estant au 90 deg. de la teste du Dragon, seroit trop pres du Soleil, & partant qu'on ne la pourroit voir; ou qu'elle ne fera pas si pres du Soleil, mais ne sera pas au meridiem sur l'horizon; mais au pire aller au 180 degré de là au dessous, ainsi qu'il la faudroit arrester 12 heures apres, auquel temps elle s'esloigneroit 7 degrez du lieu requis; ce qu'advenant, on pourra faire l'observation un ou deux mois devant ou apres, assavoir en telle lunaison qu'on luy puisse voir; ou au plus pres du 90 deg. de l'ecliptique qu'il est possible, car ce qu'elle est alors plus ou moins que 90 deg. de la teste du Dragon, c'est peu de chose.

## NOTE II.

La deviation cy-dessus de la voye de la Lune se pourra aussi trouver par la suivante 39 proposition, ce qui sera aussi déclaré là comme corollaire.

## PROPOSITION XXXVII.

**T**rouver en un temps donné la longitude de la teste du Dragon, par voye Mathématique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit le temps, au 30 Decembre 1600.

Le requis. Il faut trouver en ce temps la longitude de la teste du Dragon.

## CONSTRUCTION.

La teste du Dragon avoit de longitude du temps de l'Epoche 1600, par la 35 proposition;

Or il y a un an Egyptien entre le commencement de l'an 1600 jusques au 30 Decembre, auquel temps les næuds sont en retrogradant 19 deg. 20 ①, par la 9 proposition du premier livre; assavoir ostant le moyen mouvement de la Luue d'un an en longitude apparante, de son cours en latitude, c'est par l'onzième proposition du premier livre, 129 deg. 23 ① de 148 deg. 43 ①, & demeure comme devant, 19 deg. 20. Lequel osté du premier en l'ordre, restera pour la longitude requise de la teste du Dragon 282 deg. 19.

Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé en un temps donné la longitude de la teste du Dragon, &c.

## COROLLAIRE.

Il appert que sçachant la longitude de la teste du Dragon, qu'on peut aussi sçavoir celle de la queue: car des 282 deg. 19 ① ostant ou adjoustant 180 deg. ce qui viendra, sera le requis, assavoir 102 deg. 19 ①.

## PROPOSITION XXXVIII.

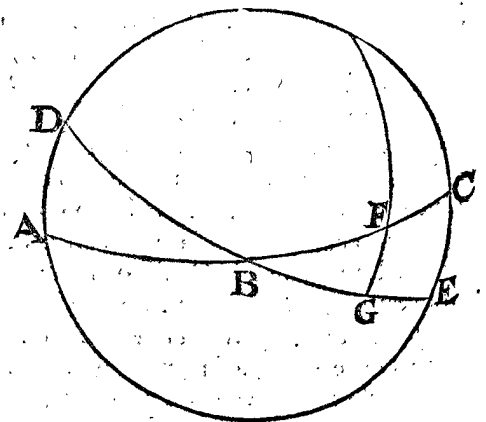
**T**rouver en un temps proposé, la latitude apparante de la Lune, veuë du centre de la terre, par operation Mathématique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit le temps proposé, le 30 Decembre 1600.

Le requis. Il faut trouver la latitude apparante de la Lune au temps proposé.

## CONSTRUCTION.

Par la 33 proposition on trouve la longitude apparante de la Lune au temps proposé de 349 deg. 49. Et par la 37 proposition, la longitude de la teste du Dragon de 282 deg. 19. Leur difference sera pour l'arc apparant de la teste jusqu'à la Lune de 67 deg. 30. Je marque puis apres la voye de la Lune A B C, coupant l'ecliptique D B E en B, comme teste du Dragon,



& pose en A C le point F pour la Lune, ainsi que B F fait 67 deg. 30 ①, troisième en l'ordre, & mene F G perpendiculaire à B E. Ce qu'estant ainsi le triangle B F G aura trois termes connus,

assavoir  $\left\{ \begin{array}{l} B F, 67 \text{ deg. } 30 \text{ ①,} \\ F B G, 5 \text{ deg. par la } 36 \text{ proposition,} \\ \& G, \text{ droit;} \end{array} \right.$

Par

Par lesquels on trouvera FG, pour la latitude de requise, de 4 deg. 37.  
Dont la demonstration est evidente.

Conclusion. Nous avons donc trouvé sur un temps proposé la latitude apparante de la Lune, &c.

Maintenant de la distance de la Lune, de sa grandeur, & diametre apparant du cone nocturne, au lieu où la Lune doit passer.

PROPOSITION XXXIX.

Trouver la distance de la terre à la Lune, en telles parties, que le raid de la terre en fait 10000, par voye Mathematique, fondée sur l'observation effectuelle.

[ Il sera parlé à l'appendice de la difference de ceste maniere à celle de Ptolemée. ]

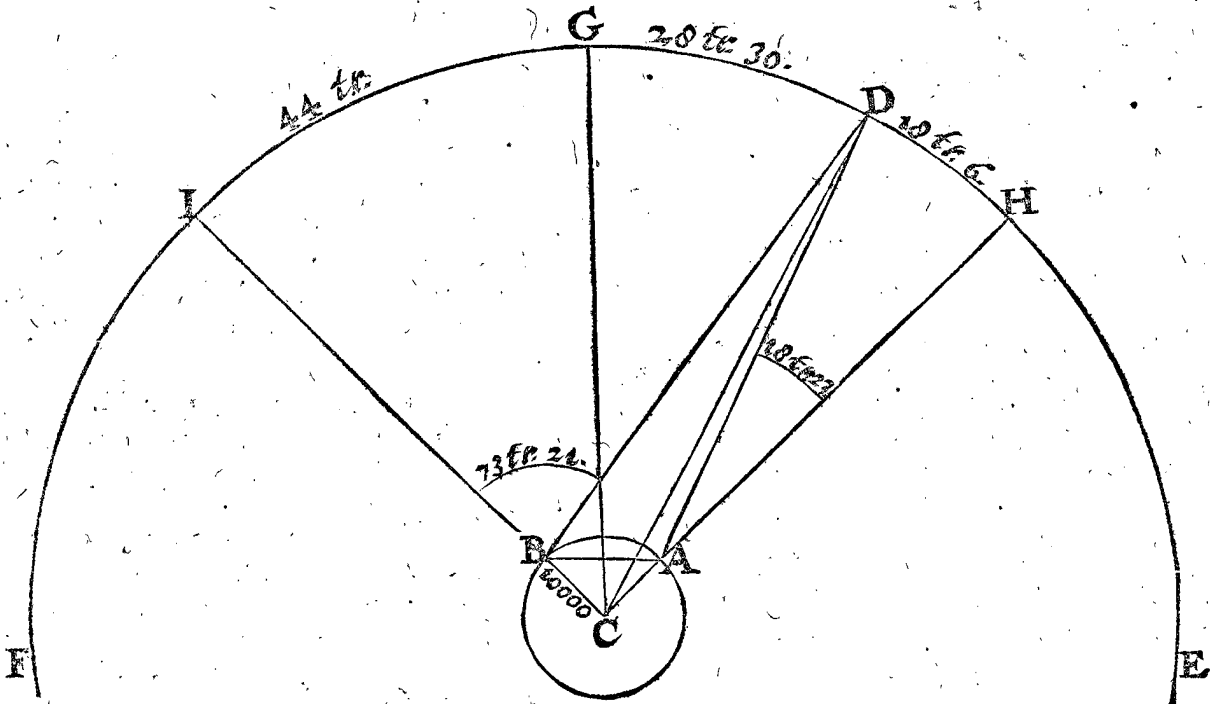
Le donné. Deux observateurs seront en mesme longitude, mais en diverses latitudes, discrepantes à suffisance, prenans journallement la hauteur de la Lune sur l'horizon, ou sa depression du zenith, au meridien.

Puis rapportans ces observations, on en choisira deux qui seront faites sous un mesme meridien, & en mesme temps. Soit par exemple, AB la terre, C son centre, D la Lune, par laquelle est mené EDF meridien, CG l'equateur veu à costé : les lieux des observateurs en mesme meridien soyent A, B : leurs zeniths H, I, ainsi que GA latitude (ou son egale) de A, de 46 deg. 36 ①; & GI egale à la latitude de B, soit 44 deg. D'avantage A a trouvé la Lune deprimée de son zenith de 18 deg. 23 ①, pour l'angle HAD; mais B de 73 deg. 21 ①, pour l'angle IBD, puis soyent menées les lignes AB, & CD.

Le requis. Il faut trouver CD, en telles parties que AC raid terrestre en face 10000.

CONSTRUCTION.

A l'arc GI, 44 deg. adjousté GH, 46 deg. 36 ① vient pour HI, ou AB, ou bien pour l'angle ACB, 90 deg. 36.  
Le mesme osté de 180 deg. restera pour les angles CBA, & CAB 89 deg. 24.



Sa moitié pour CBA 44 deg. 42.  
Son adjoint pour IBA 135 deg. 18.  
Duquel osté IBD 73 deg. 21 ①, restera pour l'angle DBA 61 deg. 57.  
De l'angle HAB egal à IBA 135 deg. 18 ①, quatrième en l'ordre, osté HAD 18 deg. 23 ①, restera pour DAB 116 deg. 55.  
Or puis que l'arc AB fait 90 deg. 36 ①, premier en l'ordre; alors par la 13 proposition de la construction des tables des sinus, la corde AB fera en parties, dont AC en contient 10000, 14216.  
Le triangle DAB a trois termes connus, savoir DBA 61 deg. 57 ①, cinquième en l'ordre, DAB 116 deg. 55 ①, sixième en l'ordre, & le costé BA 14216, le septième en l'ordre, par lesquels cherchez DB par les triangles plans de 640223.  
Or à l'angle DBA 61 deg. 57 ①, le cinquième en l'ordre, adjousté l'angle CBA

44 deg. 42 ①, le troisieme en l'ordre, viendra pour l'angle DBC 106 deg. 39.  
Le triangle DBC a trois termes connus, comme DBC 106 deg. 39 ①, le neuvième en l'ordre, & DB 640223 le huitième, & BC 10000 par le donné: par lesquels on trouvera le costé CD, & l'angle BCD, savoir CD pour la distance requise de la terre à la Lune 643020.  
Et l'angle BCD (non requis icy, mais nécessaire cy-apres au corollaire) de 72 deg. 30.  
Dont la demonstration est manifeste.

NOTEZ I.

On peut prouver l'operation precedente aussi comme s'en suit : Les observateurs prendront l'angle de distance de la Lune & d'une estoile fixe, le tout au meridien; & la difference qu'ils trouveront, sera la parallaxe pour ce lieu-la, lequel, s'il estoit trouvé comme il faut, serbit de 1 deg. 8 ①; à cause qu'au triangle DAB; l'angle

l'angle DBA fait 61 deg. 57 ①, cinquième en l'ordre, & DAB de 116 deg. 55 ①, sixième en l'ordre, lesquels ensemble ostez de 180 degrez restera comme dessus 1 deg. 8 ①.

## NOTEZ II.

Si la Lune eust esté également deprimée des zeniths des observateurs, telles observations causeroyent plus facile operation, comme on peut voir en la 23 proposition avec le Soleil.

## NOTEZ III.

D'autant que la Lune au temps des observations doit estre en un lieu cognu de son deferant, je pose que cy-dessus elle ayt esté en son apogée, c'est à dire au commencement de son deferant.

## COROLLAIRE.

Pource que les angles DBC & BCD sont cognus, faisans ensemble 179 deg. 9 ①: de là s'ensuit que ostez de 180 deg. le reste 51 ① est pour l'angle BDC parallèle de la Lune en ce lieu-la.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la distance de la terre à la Lune, &c.

## COROLLAIRE.

A la deuxième note de la 36 proposition, a esté dit que la deviation de la voye lunaire de l'ecliptique, peut aussi estre trouvée par ceste 39 proposition, ce que je promis là de rediger en escrit icy. Et partant je dis ainsi;

L'angle BCD a esté trouvé en ceste proposition de 72 deg. 30.  
Duquel osté l'angle ICG, faisant par le donné 44 deg. restera GCD, ou GD, l'arc apparant de l'equateur à la Lune 28 deg. 30.  
Duquel osté la declinaison de l'ecliptique 23 deg. 30.  
Restera l'arc apparant de l'ecliptique à la Lune, c'est sa latitude, & partant la deviation de son deferant, comme en la 36 proposition, 5 deg.

## PROPOSITION XL.

Estant donné l'argument de la Lune, trouver la distance de la terre à la Lune en telles parties que le raid terrestre en contient 10000, par operation Mathématique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit l'argument de la Lune 30 deg.

Le requis. Il faut trouver la distance de la terre à la Lune, posant le raid terrestre de 10000 parties.

## CONSTRUCTION.

Entre plusieurs manieres par lesquelles on peut résoudre ceste proposition, il me semble que ceste-cy est la plus propre; veu que par la 39 proposition la distance du centre de la Terre & de la Lune, laquelle estoit au commencement de son deferant, ou son apogée, par la troisième note de la mesme 39 proposition, a telle raison au raid terrestre, comme 643020 à 10000, & que la mesme distance a esté trouvée à la 30 proposition de 10768; je diray ainsi 643020 donne 10000, combien 10768? viendra 167: tellement que le raid terrestre, à la distance entre la terre & la Lune, est comme 167 à 10768; & aussi en telle raison à une chacune ligne du centre de la terre à la voye de la Lune, comme 167 au nombre posé à la table de la 30 proposition: mais la ligne du centre de la terre au 30 degré du deferant de la Lune, fait là 10621: donc le raid ter-

restre à la mesme, fera comme 167 à 10621. Et pour l'avoir maintenant en telles parties que le raid de la terre en fait 10000, je dis, 167 donne 10621, combien 10000? viendra pour le requis 635988. Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donné l'argument de la Lune, &c.

## COROLLAIRE.

Il est evident que ce 167 nous servira pour nombre commun, afin de trouver facilement les autres lignes; car si on vouloit trouver la ligne du centre de la terre à la Lune estant au 10 deg. de son deferant, laquelle est à la 30 proposition de 10757, je diray 167 donne 10757, combien 10000? viendra pour le requis 644132, & ainsi des autres: par ainsi on en pourra construire des tables de degré en degré, comme cy-dessous de 10 en 10, où est aussi le 180 pour servir cy-apres.

## TABLE DES LIGNES DU CENTRE de la terre à la Lune, posant le diamètre de la terre 10000 parties.

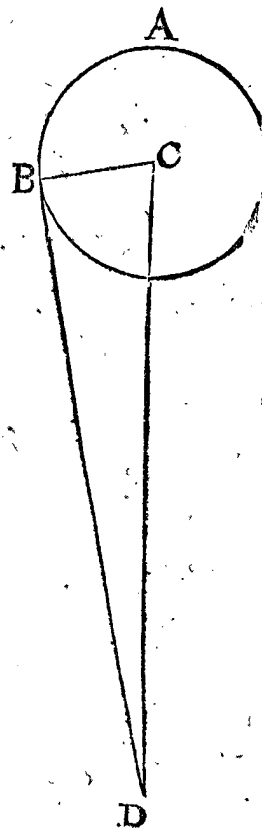
| Degrez du deferant | Distances du centre de la terre à la Lune. |
|--------------------|--|
| 0                  | 644790                                     |
| 10                 | 644132                                     |
| 20                 | 642216                                     |
| 30                 | 635988                                     |
| 180                | 552814                                     |

## NOTEZ.

Si on dit 10000 donne le premier nombre des tables 644790, combien 167 vient assez pres de 65, qui font telles parties que le raid de la terre fait 1, pour la distance de la terre à la Lune.

## PROPOSITION XLI.

Trouver le raid de la Lune, en telles parties que celui de la terre en fait 10000: par voye Mathématique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.



Le donné. Soit AB la Lune estant en son apogée, C son centre, & D celui de la terre, duquel soit la touchante DB en B, & menées BC, CD; l'angle BDC sera le demy-diametre visuel de la Lune.

Le requis. Il faut trouver le raid BC, celui de la terre faisant 10000.

## CONSTRUCTION.

Le triangle BCD a trois termes cognus, à sçavoir BDC demy-diametre visuel de la Lune, lequel sera selon le posé de la 30 proposition 15 ①, estant en son apogée, CD 644790, par la 40 proposition, & l'angle B droit: par lesquels cherché le costé BC sera trouvé de 2837 pour le raid de la Lune, estant celui de la terre posé 10000, pource que 644790 pour CD. sont des mesmes parties.

Dont

Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le raid de la Lune entelles parties que celui de la terre en fait 10000, &c.

**N O T E Z.**

Si on dit, le raid de la Lune 28;7 donne raid de la terre 10000, combien le raid de la Lune, posés de 1; viendra assez pres  $3\frac{1}{2}$ . Et voulant comparer la Lune au Soleil on dira: raid de la terre 10000 donne celui de la Lune 28;7, combien celui de la terre estant posé 1; viendra assez pres  $\frac{2}{7}$ : or des mesmes parties le raid du Soleil en fait 5, par la 25 proposition: parquoy comme  $\frac{2}{7}$  à 5, ou ce qui est le mesme, 1 à  $17\frac{1}{2}$ ; ainsi les raids de la Lune & du Soleil.

**COROLLAIRE.**

On pourroit encor adjoindre la grandeur des corps d'iceux, veu que les corps semblables sont en raison triplée de leurs lignes homologues; & partant le corps de la terre à celui de la Lune sera comme le cube de  $\frac{7}{2}$  au cube de 1; c'est commé  $42\frac{7}{8}$  à 1. Et le corps solaire au lunaire, comme le cube de  $17\frac{1}{2}$  au cube de 1; c'est comme 5359  $\frac{3}{8}$  à 1.

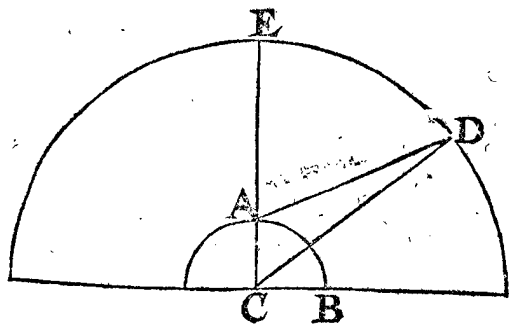
**PROPOSITION XLII.**

**E**stant donné l'argument de la Lune, & sa depression du zenith, veu du centre de la terre: trouver sa parallaxe en l'arc vertical, par operation Mathématique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

**N O T E Z.**

Il a été dit au corollaire de la 39 proposition, comment la parallaxe se trouve par observation avec deux certains angles connus: mais l'invention de la parallaxe, servant aux computations qu'on veut faire par observations, est posée sur un autre fondement; car il seroit difficile de faire à chaque fois telles observations.

*Le donné.* Soit A B la terre, C son centre, & A le lieu de l'observateur, D la Lune, son argument 30 deg. de-



primée du zenith E 50 deg. pour l'arc ED, ou angle ECD, ou ACD: ainsi que ADC signifie la parallaxe à l'arc vertical.

*Le requis.* Il faut trouver l'angle ADC.

**C O N S T R U C T I O N.**

Le triangle ADC a trois termes connus, comme ACD 50 deg. CA 10000, & CD 635988 du centre de la terre à la Lune estant au 30 deg. de son deferant, par la 40 proposition, par lesquels cherché l'angle ADC, sera trouvé de 0 deg. 42 ① pour la parallaxe requise.

*Conclusion.* Estant donné l'argument de la Lune, & sa depression du zenith, nous avons trouvé sa parallaxe, &c.

**COROLLAIRE.**

Il s'ensuit comment on pourroit faire des tables des parallaxes, de degrez en degrez en l'arc vertical, pour trouver le tout avec facilité, comme cy-dessous de 10 en 10 degrez, estant l'argument lunaire de 30 deg.

**TABLE DES PARALLAXES.**

| Degrez en l'arc vertical. | Parallaxes de la Lune, en l'argument 30 deg. |
|---------------------------|--|
| deg.                      | deg. ①.                                      |
| 0.                        | 0. 0.  |
| 10.                       | 0. 9.  |
| 20.                       | 0. 19.                                       |
| 30.                       | 0. 27.                                       |

Et ainsi ayant calculé la parallaxe majeure de la Lune estant en son perigée, qui est l'argument 180 deg. & en l'arc vertical 90 deg. on le trouve de 1 deg. 2 ①.

**N O T E Z.**

De ce commencement de table, appert comment on pourroit faire des tables comme Erasme es Pruteniques, avec 7 colonnes; assavoir de 30 à 30 deg. d'argumens, pour l'une colonne; où ayant admis les ②, il a mis au lieu des trois nombres de ceste table, (comme 9 ①, 19 ①, 27 ①) ceux cy 9 ① 27 ②; 18 ① 35 ②; & 27 ① 9 ②; & aussi pour la majeure parallaxe 1 deg. 2 ① 54 ②.

Notez aussi que si on se vouloit servir de la maniere declarée au corollaire de la 26 proposition en semblable matiere au cours du Soleil pour calculer ces tables, disant, le sinus de l'arc vertical entier, donne le sinus de l'arc vertical proposé, combien la plus grande parallaxe on n'atteindroit pas au but si droitement que fait Erasme, par un moyen plus difficile; & voulant voir combien il y auroit de difference en quelque lieu donné, je pose à ceste fin que la Lune soit en son perigée, deprimée du zenith de 30 deg. je dis donc, sinus de 90 deg. 10000, donne 5000 (sinus de 30 deg.) combien la majeure parallaxe 1 deg. 2 ① 54 ②? vient 31 ① 27 ②: mais en la table y a 31 ① 58 ②, tellement qu'il n'y a que 31 ② de difference.

**PROPOSITION XLIII.**

**T**rouver la parallaxe de la Lune es longitude & latitude apparentes, par voye Mathématique, fondée sur la position de terre immobile.

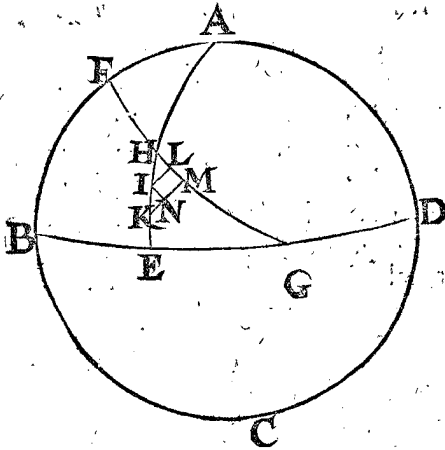
**N O T E Z.**

Le lieu apparent donné de la Lune, veu du centre de la terre, advient dedans, dessus, ou dessous la commune section de l'arc vertical & l'ecliptique, desquelles choses nous donnerons divers exemples, à cause qu'es operations il y a de la diversité. Notez aussi que les quatre corollaires des parallaxes du Soleil en la 27 proposition, peuvent aussi servir à mesme fin aux presentes parallaxes de la Lune.

**I. Exemple où le lieu apparent de la Lune proposé, veu du centre de la terre, advient au dessous la section de l'arc vertical & l'ecliptique; veu aussi de l'observateur necessairement là dessous.**

*Le donné.* Soit au Globe, le meridiem ABCD, & BD l'horizon, AE l'arc vertical, FG l'ecliptique, coupant le vertical en H, ainsi que l'angle EHG (trouvé par la 8 proposition des problemes Astronomiques) fait 50 deg. & AH, par la mesme proposition, 50 deg. D'avantage soit la depression de la Lune du zenith, veu

veuë du centre de la terre de 55 deg. 12 ①, laquelle estant plus que la sùsdite AH 50 deg. alors la Lune sera plus bas que H, comme en I; donc AI fait les mesmes 55 deg. 12 ①. Davantage la parallaxe de la Lune, en l'arc vertical AE, par la 42 prop. est trouvée, je prens, de 1 deg. pour IK; ainsi que K est le lieu apparant de la Lune veuë de l'observateur, & menée IL à angles droits sur l'ecliptique, laquelle IL fera 4 deg. comme la lati-



tude meridionale apparante de la Lune veuë du centre de la terre: semblablement sur FG soit à angles droits menée KM, comme latitude apparante de la Lune, veuë de l'observateur, ainsi que LM est parallaxe en longitude apparante; Puis je marque en KM le point N, ainsi que NM soit egale à IL, & KN sera alors parallaxe de la latitude de KM au dessus la grandeur de IL, car autant apparoit estre la Lune plus long de l'ecliptique à l'observateur, que veuë du centre de la terre.

*Le requis.* Il faut trouver l'arc LM, parallaxe de la longitude apparante, & KN de la latitude.

CONSTRUCTION.

AH fait par l'hypothese 50 deg.  
 Iceluy osté de AI aussi par l'hypothese 55 deg. 12.  
 Restera pour HI 5 deg. 12.  
 Auquel adjousté IK, faisant selon le donné 1 deg.  
 Viendra pour HK 6 deg. 12.  
 Le triangle HMK a trois termes connus, comme HK 6 deg. 12 ①, cinquiésme en l'ordre, & l'angle HMK droit, & KHM 50 deg. par lesquels cherchez les 2 costez HM, MK, par la 36 prop. des triangles spheriques, assavoir HM de 4 deg.  
 Et KM de 4 deg. 45.  
 Duquel osté NM, egal à IL 4 deg. par le donné, restera pour KN parallaxe requise de la latitude 0 deg. 45.  
 Pour trouver la parallaxe de longitude au triangle HLI a trois termes donnez, comme L droit, H 50 deg. & le costé IL 4 deg. par le donné; avec lesquels soit trouvé le costé HL, par la 35 prop. des triangles spheriques, de 3 deg. 22.  
 Lequel osté de HM 4 deg. sixiésme en l'ordre, restera pour la requise LM parallaxe en longitude (laquelle sera entendue estre plus ou moins que la longitude donnée, par la regle générale du 4 corollaire de la 27 prop.) de

Autre Construction plus facile par

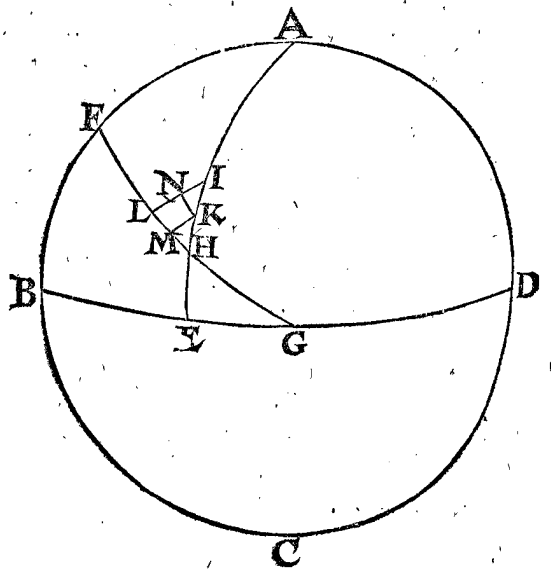
ALB. GIRARD.

Puis qu'on veut cognoistre KN & LM, & que la superficie spherique est presque plane, c'est chose inutile de vouloir en ce suivre Stevin, ny Erasme, ny autres; car prenant tout pour superficie plane, on dira comme s'ensuit, & ainsi des autres.

HI 5 deg. 12 donne IL 4 deg. combien donnera IK, 1 deg. ? viendra pour KN 0 deg. 46.  
 Et pour trouver LM; ostant le quarré de KN, qui est 2116, du quarré de IK 60 ①, qui est 3600, restera 1484, dont la racine est pour IN ou LM 38 ①.

2. Exemple, où le lieu de la Lune apparant, veuë du centre de la terre advient au dessus la commune section de l'arc vertical, & l'ecliptique, veuë aussi là dessus par l'observateur.

*Le donné.* Soit au Globe le meridian ABCD, BD l'horizon; AE quadrans vertical; FG l'ecliptique, se coupant en H; ainsi que l'angle EHG fait 50 deg. (trouvé par le 8 problemé des problemés Astronomiques) & AH par le mesme 50 deg. Davantage soit la Lune deprimée du zenith au jugement fait au centre de la terre 45 deg. & partant moins que AH 50 deg. donc la Lune sera au dessus de H, comme soit en I, donc AI sera 45 deg. Soit aussi trouvée la parallaxe en l'arc AE, par la 42 prop. de 20 ①, laquelle adjoustée à AI feront ensemble 45 deg. 20 ①, encor moindre à AH 50 deg. soit AK, tellement que la Lune est veuë de l'observateur par dessus H en K; donc IK fera ces 20 ①; puis soit IL perpendiculaire à l'ecliptique FG; donc le mesme IL comme la latitude septentrionale de la



Lune, veuë du centre de la terre, 4 deg. semblablement soit sur FG menée à angles droits KM comme latitude apparante veuë de l'observateur, ainsi que LM est la parallaxe de la Lune en longitude apparante, aussi je marque en apres le point N en KM, tellement que LN soit egale à MK, & NI sera parallaxe de la latitude LI au dessus de ML, car autant est la Lune apparante plus pres de l'ecliptique à l'observateur, que non pas veuë du centre de la terre.

*Le requis.* Il faut trouver l'arc LM, parallaxe de la Lune, en longitude apparante & l'arc NI en latitude.

CONSTRUCTION.

Icelle ressemblant assez à la precedente, nous dirons seulement que LM se trouve estre de 0 deg. 2 ①, & NI



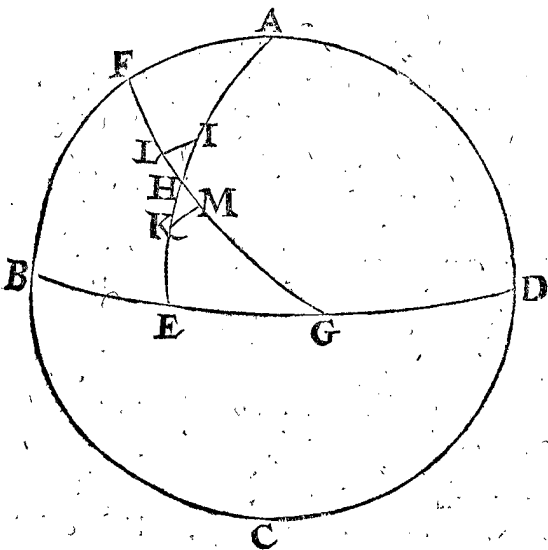
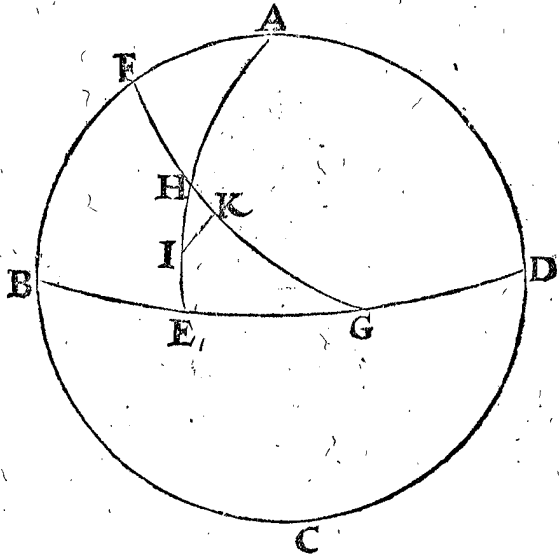
& NI 0 deg. 26 ① : voyez davantage le quatriesme corollaire de la 27 prop.

3. Exemple, où le lieu apparant de la Lune veu du centre de la terre advient plus haut que la commune section du cercle vertical & l'ecliptique, & veu de l'observateur au dessous.

Le donné. Soit le meridien ABCD, & BD l'horizon, AE vertical, FG l'ecliptique, coupant AE en H; ainsi que l'angle EHG (trouvé par la huitiesme prop. des problemes Astronomiques) soit 50 deg. soit aussi la Lune distante du zenith, veuë du centre de la terre, 49 deg. 40 ①, lequel estant moins que AH 50 deg. alors la Lune apparoitra au dessus de H, soit en I, ainsi que l'arc AI face 49 deg. 40 ① : Plus soit la parallaxe de la Lune en l'arc vertical AE trouvée de 52 ①, par la 42 prop. adjoustée à AI, fera 50 deg. 32 ① : lequel estant majeur à AH 50 deg. la Lune sera veuë de l'observateur dessus H, comme en K; tellement que IK, fait les susdits 52 ①, & menant IL perpend. à l'ecliptique FG, alors IL fera 4 deg. comme apparante latitude septentrionale donnée de la Lune, veuë du centre de la terre. De mesme KM perpend. sur FG, com-

4. Exemple, où le lieu apparant donné de la Lune veu du centre de la terre, advient en la commune section du vertical & de l'ecliptique, & necessairement veu de l'observateur au dessous.

Le donné. Soit le meridien d'un globe ABCD, BD l'horizon, FG l'ecliptique, AE arc vertical, se coupant en H, faisant un angle EHG de 50 degrez, comme on le peut sçavoir par la 8 prop. des problemes Astronomiques, aussi AH 40 deg. la Lune soit deprimée du zenith 40 deg. veuë du centre de la terre, ainsi qu'elle



advienne en H, où elle n'a aucune latitude. Davantage la parallaxe de la Lune au vertical AE trouvée par la 42 prop. de 46 ①, pour HI; puis menée IK perpendiculaire à FG, comme latitude apparante de la Lune veuë de l'observateur, & alors HK sera parallaxe de la longitude apparante.

Le requis. Il faut trouver l'arc HK parallaxe de la longitude, & IK parallaxe de la latitude.

CONSTRUCTION.

Le triangle HIK a trois termes connus, assavoir HI 46 ①, K droit, & H 50 deg. par lesquels on trouvera IK & KH, assavoir IK pour parallaxe de latitude (qui sera connue septentrionale ou meridionale par la commune règle, au troisieme corollaire de la 27 prop.) de 30 ①. Et KH la parallaxe requise de longitude, (qu'on cognoistra estre majeure, ou moindre à la longitude donnée par la règle mise au quatriesme corollaire de la 27 prop.) de 6 deg. 25.

COROLLAIRE.

Ayant déclaré es propositions 33. & 38. l'invention de l'apparante longitude & latitude de la Lune, veuë du centre de la terre : il appert comment elles se trouveront, veuës dessus la terre : car adjoustant ou soustrayant la parallaxe à ce qui a été trouvé par les 33 & 38 prop. selon que la construction le requiert, on aura ce qu'on cherche. Conclusion. Nous avons donc trouvé la parallaxe de la Lune, es longitude & latitude apparantes, par voye Mathem. fondée sur la position de terre immobile, selon le requis.

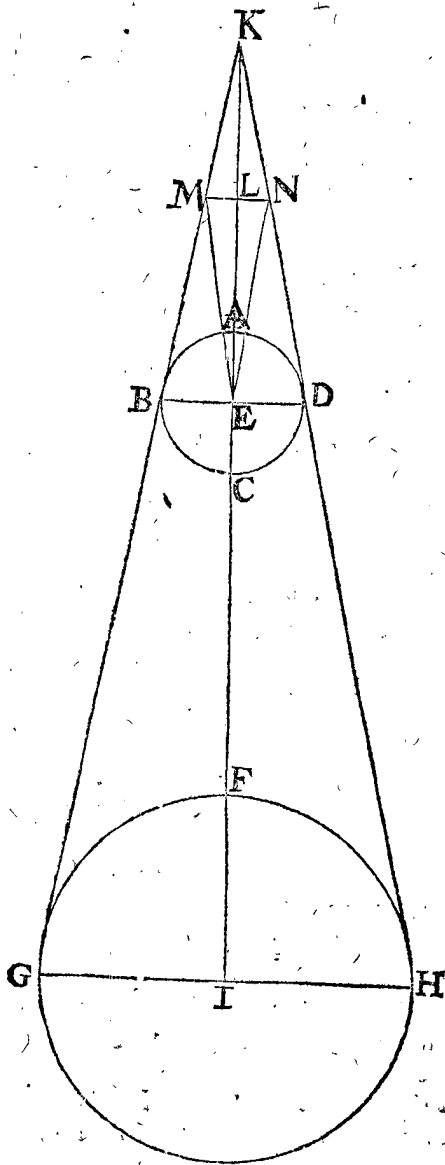
CONSTRUCTION. A. GIRARD.

La construction estant facile par les precedentes, & principalement selon la deuxiesme construction du premier exemple, nous n'en ferons icy autre mention, sinon que le triangle HMK ayant trois termes connus; assavoir HK 32 ①, M droit, & H 50 deg. Puis aussi le triangle HLI a trois termes connus; assavoir LI 4 deg. 43, comme IL 4 deg. L'angle L droit, & H de 50 deg. Avec lesquels on trouvera LM, de 3 deg. 43. Laquelle on trouvera, par la règle generale au 4 corollaire de la 27 proposition, si elle est plus grande ou moindre que la longitude donnée. Et les arcs LI, MK ensemble 4 deg. 25. Sur quoy on consultera le susdit corollaire.

PROPOSITION XLIV.

Estans donnez les argumens du Soleil & de la Lune, en temps d'eclipse; Trouver l'angle visuel de la base du cone nocturne, où la Lune doit passer, par voye Mathem. fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Le donné. Soit ABCD la terre, FGH le Soleil estant en son apogée, puis menées GB, HD touchantes le Soleil & la terre, se rencontrans en K, & menés les diametres BD, GH; ainsi que BKD signifie le cone nocturne, & sa base BD, axe KE, L le lieu du



passage de la Lune, estant (je prens) en son perigée; par L soit menée MN perpendiculaire à KE, ainsi que MN signifie la grandeur ou espaisseur du cone nocturne au passage de la Lune, & ayant menée EM, & EN, alors MEN sera l'angle, ou diametre visuel du cone nocturne.

Le requis. Il faut trouver l'angle MEN.

CONSTRUCTION.

Je cherche l'axe KE, & puis que le Soleil est à son apogée, je trouve par la 28 proposition iceluy estre de 287, de mesmes parties que le raid terrestre en fait 1: mais pour obvier fractions au lieu de 1, prenons 10000; donc KE se trouvera estre de 2870000.

Duquel osté LE, faisant par la 40 proposition, d'autant que la Lune est posée estre en son perigée,

Reste pour KL

Le triangle KLM estant semblable au triangle KEB; partant les costez homologues seront proportionaux, je dis donc KE 2870000, le premier en l'ordre, donne EB 10000, combien KL 2; 317186? viendra LM

522814.  
2317186.

En fin le triangle ELM a trois termes connus, assavoir LE 552814, le deuxiesme en l'ordre, LM 8074, & l'angle L droit, par lesquels on trouvera l'angle MEL de

8074.

Son double pour l'angle requis de MEN 0 deg. 50. 1 deg. 40.

Dont la demonstration est manifeste. Conclusion. Estans donnez les argumens du Soleil & de la Lune, nous avons trouvé l'angle visuel de la base du cone nocturne au lieu du passage de la Lune, &c.

COROLLAIRE.

Il est manifeste comment on pourra faire des tables de tels angles visuels, comme Erasme es Pruteniques, pour trouver le requis avec facilité.

NOTEZ I.

Ceux qui voudront voir quelque convenance de l'operation precedente avec l'experience, pourront faire comme s'ensuit.

En temps d'eclipse parfaite, qui est lors que son milieu advient en un des nœuds, où la Lune pour lors passe par le milieu du cone nocturne, on a esgard au temps escoulé entre ces deux termes, dont l'un est quand la Lune commence à estre totalement eclipsée; l'autre terme, lors qu'elle finit route l'eclipse; car le gain de Lune de ce temps-la, sera pour la grandeur de l'angle ou diametre visuel du cone nocturne, au lieu où la Lune passe.

Notez qu'on pourroit faire encor le mesme autrement, remarquant le temps entre le commencement de l'eclipse, & le commencement de l'issue de la Lune du cone nocturne; mais en cecy y a plus d'incertitude, à cause qu'on ne peut pas si bien remarquer le commencement de l'eclipse que les autres termes, & ainsi le gain Lunaire sera egal au precedent.

NOTEZ II.

Nous avons dit que les cours du Soleil & de la Lune en la premiere inegalité sont semblables; toutesfois quelque un y pourroit trouver de la diversité, en ce que la Lune a une latitude, & non pas le Soleil; Or je dis que c'est tout un, d'autant que si on nommoit la voye de la Lune, l'ecliptique, au lieu de la voye du Soleil, la Lune n'auroit aucune latitude, mais bien le Soleil; Et pource que l'interfection de la voye de la Lune & de l'equinoctial seroit dite alors le principe de l'ecliptique, elle demeureroit toujours principe (comme il advient maintenant à l'equinoxe) & l'equinoxe changeroit de longitude selon l'ordre des signes, au lieu que maintenant c'est la teste du Dragon qui change contre l'ordre des signes. Tellement qu'il n'y a aucune diversité en la qualité essentielle, mais à cause de l'hypothese seulement.

QVA

QUATRIÈSME DISTINCTION

DV SECOND LIVRE,

De l'invention du cours de Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

SOMMAIRE DE CESTE QUATRIÈSME DISTINCTION.

Ily aura icy 10 propositions, dont la premiere, qui est la 45 en l'ordre, sera de l'invention de l'eccentricité du deferant de Saturne, avec ses circonstances. La deuxiesme de l'invention du diametre de l'epicycle de Saturne. Les 3 consequentes, qui sont les 47, 48 & 49, sont pour trouver en tout temps la longitude apparente de Saturne. Les 4 suivantes, assavoir les 50, 51, 52 & 53, de ses stations & retrogradations. Puis sera traité de Jupiter & Mars. La derniere prop. assavoir la 54, sera du cours de Venus; à la fin de laquelle sera parlé du cours de Mercure.

PREMIEREMENT DV COURS DE SATURNE.

PROPOSITION XLV.

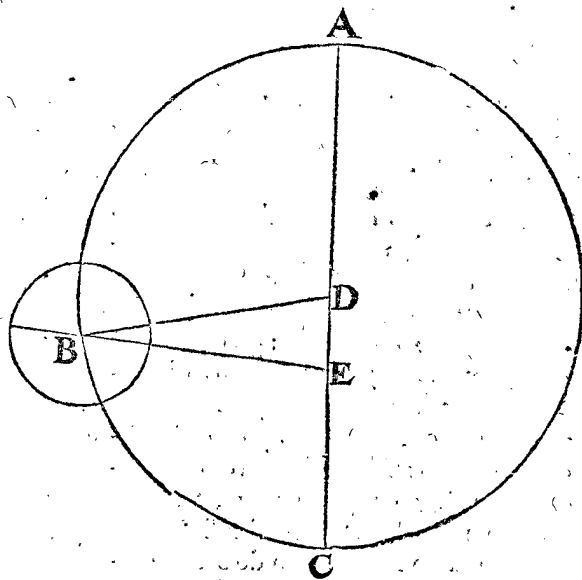
Par 3 lieux du centre d'epicycle de Saturne: trouver, premierement l'eccentricité, en telles parties que le diametre du deferant en fait 10000: Secondement, la longitude apparente de l'apogée du deferant, au temps de l'un des 3 lieux donnez du centre de l'epicycle: Tiercement, l'argument du centre d'epicycle en l'un des 3 lieux susdits: Quartement, la longitude de my-Saturne, par voye Mathematique; fondée sur l'hypothese de terre immobile.

D'autant que le requis de ceste proposition ne se peut pas bien avoir sans preallables observations à suffisance, comme ils ont eu au siecle sage, & qu'au defaut d'icelles Ptolemée & Copernique se sont servy de manieres difficiles & à taston: (Ptolemée au 7 chap. du livre 10. comme au 1 & 5 chap. du livre 11. Copernique es 5, 10, & 15 chap. de son 5 livre) Or au lieu de tout cela je prendray les Ephemerides de Stadius, selon qu'il a esté dit au 1 chap. du 1 livre, le tout par exemple, comme si elles estoient ainsi observées. Parquoy on prendra 3 longitudes apparentes du centre d'epicycle de Saturne, comme a esté dit en la 17 proposition du premier livre, assavoir estant iceluy oppposé au Soleil moyen, lors qu'il est au perigée de son epicycle, s'en servant comme à esté fait, es 7 & 29 propositions de ce deuxiesme livre, du Soleil & de la Lune: & ainsi pour briefveté je prendray qu'ainsi soyent trouvées, & là dessus le requis comme cy-dessous.

- Premierement, l'eccentricité en telles parties, que le raid du deferant fait 10000; assavoir de 1170.
- Secondement, l'apogée du deferant aura sa longitude apparente au 15 Septembre 1584 de 268 deg. 32.
- Tiercement, l'argument du centre d'epicycle au 15 Septembre 1584, susdit de 101 deg. 6.
- Quartement, la longitude de my-Saturne au susdit 15 Septembre 1584 de 9 deg. 38.

Raison de l'assomption des nombres susdits.

Premierement j'ay pris l'opposition de Saturne & du Soleil advenue au 15 Septembre 1584 où (comme a esté declaré par exemple à la 17 proposition du premier livre) l'argument du centre d'epicycle s'est trouvé de 101 deg. 6 ①, & la distance apparente dudit centre à l'apogée de 94 deg. 24 ①, avec lesquels l'eccentricité auroit esté trouvée comme dessus de 1170. Exemple, soit ABC deferant, son centre D, la terre E, apogée A, perigée C, centre d'epicycle B; ainsi que l'arc AB, ou l'angle ADB, face les mentionnez 101 deg. 6 ①: AEB les 94 deg. 24 ①, & le raid DB 10000. Ce qu'estant ainsi, le triangle DBE à trois termes connus, comme l'angle D 78 deg. 54 ①, adjoint des donnez 101 deg. 6 ① ADB, l'angle E les 94 deg. 24 ① susdits, & le costé DB 10000: par lesquels on aura le costé ED, comme devant pour l'eccentricité requise, de 1170.



Secondement, j'ay posé qu'au temps de la susdite opposition advenue au 15 Septembre 1584, la longitude apparente de l'apogée soit de 268 deg. 32 ①, d'autant que 8 ans 99 jours auparavant, je l'avois trouvé de 268 deg. 20 ①, par la 17 proposition du premier livre, & que le mesme apogée par la 20 proposition du premier livre, a parcouru 12 ①, lesquels adjoultés aux 268 deg. 20 ①, vient comme au deuxiesme en l'ordre, 268 deg. 32.

Tiercement, ADB est l'argument du centre d'epicycle, comme au troisiemesme en l'ordre, 101 deg. 6.

Quartement, j'adjouste ADB 101 deg. 6 ① à la longitude apparente de l'apogée A 268 deg. 32 ①, vient 9 deg. 38 ①, & en tel lieu de l'ecliptique est le point B, veu de D: mais le my-Saturne est en la ligne qui passe par E, & parallele à DB, par la 6 def. du premier livre, & DE n'a aucune raison palpable au raid de l'ecliptique, parquoy le my-Saturne est selon la position, comme au quatriemesme en l'ordre en l'ecliptique, 9 deg. 38. Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Nous avons donc trouvé par trois lieux donnez, &c.

## PROPOSITION XLVI.

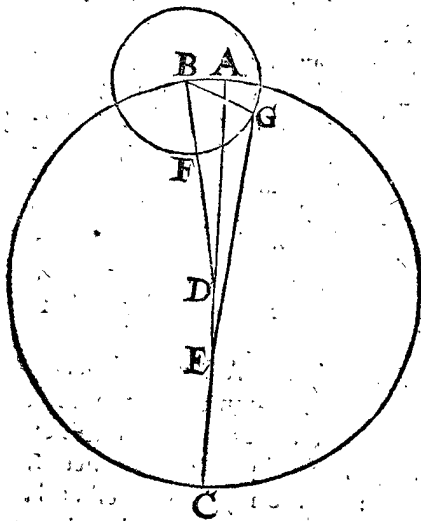
**T**rouver la raison du raid du deferant de Saturne, au raid de l'epicycle, en telles parties que le raid du deferant en fait 10000 : par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

*Le donné.* Je choisis quelque jour où Saturne est assez esloigné de l'apogée, ou perigée d'epicycle, comme pourroit estre entre autre le 90 apres le 10 Juin 1576 : car il s'est esloigné de son perigée en 90 jours (par la 19 proposition du premier livre) de 85 deg. 42 (1), où il estoit pour lors audit 10 Juin 1576.

Declaration plus ample, Soit ABC deferant de Saturne, D son centre, E la terre, A apogée, où le centre de l'epicycle estoit au susdit 10 Juin 1576 : mais en 90 jours apres est venu de A en B, faisant par la 21 proposition du premier livre,

Je descriis sur B comme centre, l'epicycle FG, & mene DB coupant iceluy en F, comme my-perigée, & d'autant que Saturne en l'epicycle a couru es 90 jours susdits 85 deg. 42 (1) : je marque aussi en l'epicycle le point G, lieu de Saturne, & mene BG, ainsi que l'arc FG, ou l'angle FBG, signifie le mesme

Puis ayant mené GE, je cherche où Saturne a esté trouvé par experience au 90 jour apres le 10 Juin 1576, qui estoit le 8 Septembre 1576, & le trouve es Ephemerides de *Stadius* au 265 deg. 8 (2) : parquoy G est en l'ecliptique 265 deg. 8 (2), mais A l'apogée est au 268 deg. 20 (1), par la 45 proposition de ce deuxiesme livre (car en ladicte proposition il a esté trouvé au 15 Septembre 1584 au 268 deg. 32 (1), & en ces 8 ans 9 jours auparavant il falloit qu'il fust, par la 20 proposition du premier livre, de 12 (1) plus en arriere) parquoy des susdits 268 deg. 20 (1), osté 265 deg. 8 (2), ce qui restera sera pour l'angle GEA



*Le requis.* Il faut trouver le raid de l'epicycle en telles parties que le raid du deferant DB en fait 10000.

## CONSTRUCTION.

Le quadrangle BGED a cinq termes connus, affavoir

BD, 10000 :

DE, 1170, par la 45 proposition precedente :

DBG, 85 deg. 42 (1), deuxiesme en l'ordre :

GED, 3 deg. 12 (1), troisieme en l'ordre :

BDE, 183 deg. 1 (1) angle renversé, c'est BDA 3 deg. 1 (1).

Par lesquels on trouvera le costé BG, raid de l'epicycle par la doctrine des triangles de 1150 : Dont la demonstration est evidente.

## NOTEZ.

Aulieu de ces 1150, *Ptolemée* trouve 1083 au chap. 6. livre II. car disant 60 parties donnent 6 parties 30 (1) (telle est la raison à sa maniere) combien 10000 ? vient comme devant 1083.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la raison du raid du deferant au raid de l'epicycle de Saturne, &c.

## PROPOSITION XLVII.

3 deg. 1.

**T**rouver en une epoque donnée, la longitude de my-Saturne, la longitude apparante de l'apogée du deferant, l'argument du centre d'epicycle, & la moyenne longitude de Saturne en l'epicycle, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

*Le donné.* Soit l'epoque, le commencement de l'an 1600.

*Le requis.* Il faut trouver le contenu de la proposition.

## CONSTRUCTION.

Premierement pour trouver la longitude du my-Saturne, je dis que le centre d'epicycle estoit en l'apogee de son deferant par la 45 proposition du deuxiesme livre, en l'an 1584 le 15 Septembre en l'ecliptique au

268 deg. 32.

Mais le my-Saturne estoit pour lors en ce lieu par la 16 def. du premier livre; parquoy comptant du 15 Septembre 1584 jusques au commencement de l'an 1600, on trouve y avoir 15 ans Egyptiens 110 jours, sur lesquels le cours du my-Saturne, par la 18 proposition du premier livre, est de

187 deg. 2.

Somme des deuxiesmes en l'ordre, sera pour la longitude requise du my-Saturne au commencement de l'an 1600

95 deg. 34.

Secondement, pour trouver la longitude apparante de l'apogée du deferant, elle estoit, par la 45 proposition du deuxiesme livre, au 15 Septembre 1584, au

268 deg. 32.

Le cours de l'apogée du deferant fait es susdits 15 ans Egyptiens 110 jours, par la 20 proposition du premier livre,

0 deg. 22.

La somme des deux derniers en l'ordre sera pour la longitude apparante de l'apogée, au commencement de l'an 1600, comme Epoche de

268 deg. 54.

Tiercement, pour trouver l'argument du centre d'epicycle, il estoit au 15 Septembre 1584, par la 45 proposition du deuxiesme livre, de

101 deg. 6.

Le cours du centre d'epicycle es susdits 15 ans Egyptiens 110 jours, par la 21 proposition du premier livre, est de 186 deg. 40 (1), qu'on trouve plus facilement ostant 22 (1), cinquieme en l'ordre, de 187 deg. 2 (1), deuxiesme en l'ordre; car alors il reste aussi,

186 deg. 40.

La somme des deux derniers en l'ordre sera pour l'argument requis du centre d'epi-

cycle

cycle au commencement de l'an 1600  
comme Epoche, de 287 deg. 46.  
Quartement pour trouver la my-longitude  
de Saturne en l'epicycle; Saturne estoit  
au 10 Juin 1576, par la 17 proposition du  
premier livre, au my-perigee de l'epicy-  
cle, c'est 180 deg.  
Et du 10 Juin 1576 jusqu'au commencement  
de l'an 1600, y a 23 ans Egyptiens 209  
jours, auquel temps son cours en l'epicy-  
cle est de ( par la 19 proposition du pre-  
mier livre) 272 deg. 16.  
Lesquels adjoustez au precedent, viendra  
pour la my-longitude requise de Saturne  
au commencement de l'an 1600, comme  
Epoche 92 deg. 16.  
Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé en l'Epoche  
donnee, &c.

NOTEZ.

A cause de la citation de ces computations en l'Epo-  
che, je les mettray cy-dessous particulierement, comme  
s'ensuit.

*Lieux du cours de Saturne sur l'Epoche du  
commencement de l'an 1600.*

Longitude de my-Saturne 95 deg. 34.  
Longitude apparante de l'apogee du defe-  
rant 268 deg. 54.  
Argument du centre d'epicycle 287 deg. 46.  
My-longitude de Saturne en l'epicycle 92 deg. 16.

PROPOSITION XLVIII.

**T**rouver au temps donne, la longitude du my-Saturne; la  
longitude apparante du deferant; l'argument du centre d'e-  
picycle, & la my-longitude de Saturne en l'epicycle, par voye  
Mathematique, fondee sur l'hypothese de terre immobile.

*Le donne.* Soit le temps donne, au 30 Decembre 1600.

*Le requis.* Il faut sur iceluy trouver le contenu de la  
proposition.

CONSTRUCTION.

Par la 47 proposition precedente, on a trouve le re-  
quis en l'Epoche du commencement de l'an 1600, ce  
qui a este mis a part a la fin d'icelle, duquel temps jus-  
ques au 30 Decembre y a un an Egyptien:

Premierement, pour avoir la longitude du  
my-Saturne, elle estoit en l'Epoche au 95 deg. 34.  
Son cours en un an Egyptien est, par la 18  
proposition du premier livre, de 12 deg. 13.  
Somme d'iceux, fera pour la longitude de  
my Saturne au 30 Decembre 1600 107 deg. 47.  
Secondement, pour trouver la longitude  
apparante de l'apogee du deferant, a celle  
de l'Epoche susdite qui estoit de 268 deg. 54.  
Adjouste son cours en un an Egyptien, qui  
est, par la 20 proposition du premier li-  
vre, d'environ 0 deg. 1.  
Viendra pour la requise longitude apparante  
de l'apogee du deferant au 30 Decem-  
bre 1600 268 deg. 55.  
Tiercement, pour trouver l'argument du  
centre d'epicycle, elle estoit en l'epoche  
de 287 deg. 46.  
A iceluy adjouste le cours du centre d'epi-  
cyle en un an Egyptien, qui fait par la  
21 proposition du premier livre, 12 deg. 12.

Viendra pour le requis 299 deg. 58.  
Quartement, pour trouver la my-longitu-  
de de Saturne en l'epicycle, a celle de  
l'Epoche susdite 92 deg. 16.  
Adjouste le cours de Saturne en son epicycle  
en un an Egyptien, faisant par la 19 pro-  
position du premier livre, 347 deg. 32.  
Viendra pour le requis 79 deg. 48.  
Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous avons donc trouve le cours de Sa-  
turne mentionne a la proposition au temps donne,  
selon le requis, &c.

PROPOSITION XLIX.

**T**rouver sur un temps donne la longitude apparante de Sa-  
turne, par voye Mathematique, fondee sur l'hypothese de  
terre immobile.

*Le donne.* Soit le 30 Decembre 1600.

*Le requis.* Il faut trouver la longitude apparante de  
Saturne.

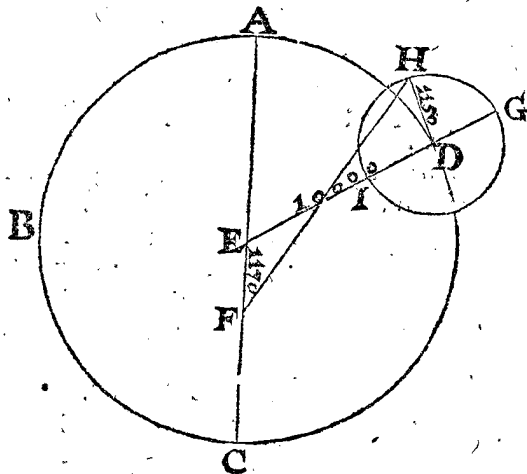
CONSTRUCTION.

Premierement je cherche la longitude appa-  
rante de l'apogee du deferant sur le 30  
Decembre 1600, laquelle sera par la 48  
proposition du deuxiesme livre, de 268 deg. 55.  
Secondement je cherche l'argument du cen-  
tre d'epicycle sur ledit 30 Decemb. 1600,  
& sera trouve par ladite 48 proposition de  
ce deuxiesme livre, de 299 deg. 58.  
Tiercement, la my-longitude de Saturne en  
l'epicycle audit 30 Decembre 1600; par  
la mesme 48 proposition, sera trouvee  
de 79 deg. 48.

CONFIGURATION.

Ce qu'estant ainsi je construis une figure selon les  
nombres susdits, comme s'ensuit: Soit ABCD le de-  
ferant, son centre E, & la terre F, l'apogee A, laquelle  
soit comme au premier en l'ordre dans l'ecliptique,  
au 268 deg. 55.

Soit l'argumet du centre d'epicycle ABCD,  
faisant comme le deuxiesme en l'ordre, 299 deg. 58.  
Puis sur D comme centre, je descriis l'epicy-  
cle GHI, menant aussi la ligne EDG;  
ainsi que G denote le my-apogee, & mar-  
que le point H tellement, que l'arc  
GH, ou l'angle GDH signifie la my-  
longitude en l'epicycle (c'est a dire l'ar-  
gument d'epicycle) faisant le troisieme  
en l'ordre 79 deg. 48.



Je mene aussi DH, HF: ayant un quadrila-  
tere croise HDEF, de cinq termes cognus:

comme l'angle FED 119 deg. 58 ①, (car de l'arc ABCD ostant 180 deg. resteront 119 deg. 58 ① pour l'angle CED) puis l'angle HDE 100 deg. 12 ①, veu que l'angle GDH est notifié cy-dessus, ou l'arc GH; puis ED faisant 10000 par l'hypothese; & E F eccentricité 1170, par la 45 proposition du deuxiesme livre; puis finalement le raid DH, faisant par la 46 proposition de ce deuxiesme livre, 1150; par lesquels se trouvera l'angle EFH, de 49 deg. 36. Mais l'angle EFH, est l'angle AFH, & puis que A est au 268 deg. 55 ① de l'ecliptique, par le premier en l'ordre de la configuration, duquel osté 49 deg. 36 ①, l'angle precedent restera pour le point H, assavoir pour la longitude de Saturne 219 deg. 19. Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la longitude apparante de Saturne au temps donné, &c.

## NOTEZ I.

Es tables de *Stadius*, on trouve le lieu de Saturne sur le 30 Decembre 1600; au 219 deg. 48 ①, qui differe de ceste conclusion de 29 ①.

## NOTEZ II.

On eust peu suivre icy la distance de la terre à Saturne, avec telles semblables propositions comme a esté fait tant au Soleil és 23 & 24 propositions, qu'à la Lune és 39 & 40 propositions: mais d'autant que cela despend de l'hypothese de terre mobile, laquelle suivra cy-apres au troisieme livre, je delaisseray ceste matiere jusques à ce que nous foyons parvenus là mesme. Il seroit aussi

requis de traiter de la latitude de Saturne, comme de la Lune; mais d'autant que *Ptolemée* n'en a rien eü de ses devanciers, & que ce qu'il a fait de soy-mesme est ex-orbitant, nous ne la meslerons avec les precedentes pour les raisons qui en sont deduites en leur lieu, mais seulement en la septiesme distinction particulièrement.

*Maintenant des stations & retrogradations de Saturne.*

S'ensuivent premierement trois Theoremes pour ceste matiere, non seulement pour Saturne, mais en general des autres planetes, qui ont station & retrogradation, comme Jupiter, Mars, Venus & Mercure.

## THEOREME. PROPOSITION L.

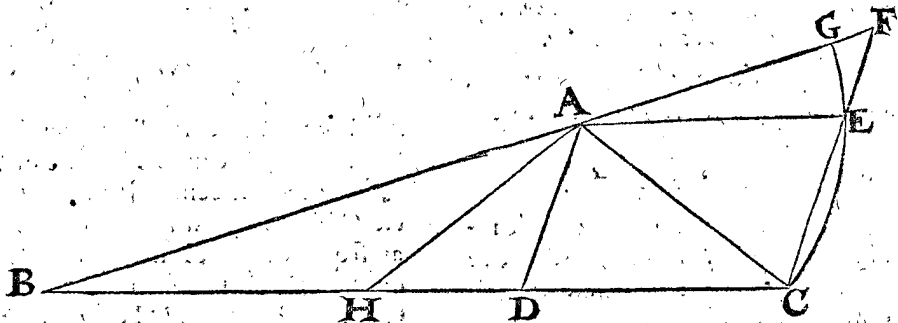
[*Ptolem. lib. 12. cap. 1. Regiom. lib. 12. propos. 3. Copernic. lib. 5. cap. 35.*]

**L**E costé du triangle rectiligne coupé en deux, ainsi que l'une partie ne soit moindre à son costé adjaçant: la raison de l'angle adjaçant à l'autre partie, à l'angle adjaçant à la premiere partie, est moindre que la raison de la premiere partie à l'autre.

*Le donné.* Soit ABC un triangle rectiligne, dont le costé BC soit coupé en D, tellement que la partie CD ne soit moindre au costé AC qui luy est adjaçant: & posez premierement que CD soit egale à AC.

*Le requis.* Il faut demonstrer que la raison de l'angle B à l'angle BCA est moindre, que la raison de CD à DB.

*Preparation.* Soit menée DA, puis AE egale & parallele à DC, puis CE, rencontrant B A en F: D'avantage du centre A, comme centre, soit fait l'arc CG, par le point C, lequel passera de necessité par E, d'autant que AC & AE sont egales.



## DEMONSTRATION.

Le triangle FAE au triangle EAC a plus grande raison, que le secteur GAE au secteur EAC; or comme les triangles entr'eux, ainsi les lignes FE à EC: & comme les secteurs, ainsi les angles au sommet. Donc FE à EC aura plus grande raison, que l'angle GAE à l'angle EAC.

Et d'autant que AE est parallele à BC; comme FE à EC, ainsi FA à AB, ou bien CD à DB.

Aussi les angles mentionnez au point A sont egaux aux angles B, & ACB, chacun au sien; parquoy CD à DB aura plus grande raison, que l'angle B à l'angle ACB; ou bien l'angle à l'angle aura moindre raison, que la ligne à la ligne, c'est à dire que l'angle B à l'angle ACB aura moindre raison que CD à DB.

Que si CD estoit majeure à CA, alors CD à DB seroit encor plus grande raison que devant, & par consequent l'angle à l'angle beaucoup moindre raison, que CD à DB.

*Conclusion.* Le costé d'un triangle rectiligne coupé, &c.

## THEOREME. PROPOSITION LI.

[*Ptolem. lib. 12. cap. 1. Regiom. lib. 12. propos. 4. 1*]

**S**ILa raison du cours du centre de l'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle, estoit majeure que celle du raid d'epicycle, à la ligne du centre de la terre, & le perigée de l'epicycle: la planete ne pourra estre retrograde.

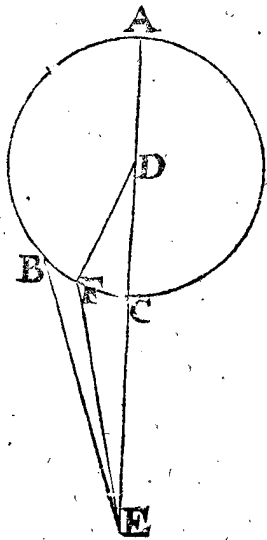
*Le donné.* Soit ABC un epicycle, D son centre, & E le centre de la terre, A l'apogée, C perigée, par lesquels est menée ADCE; & que la raison du cours du centre D, au cours de la planete en l'epicycle, soit majeure que la raison de DC à CE.

*Le requis.* Il faut demonstrer que la planete ne pourra estre retrograde, c'est à dire qu'elle ne reculera pas.

## DEMONSTRATION.

S'il est possible qu'elle recule, cela se remarquera au plus fort, pres du perigée C; soit donc FC un arc pres d'iceluy, & mences DF, FE; alors par la precedente proposition DC n'estant moindre à DF, l'angle FEC à l'angle FDC sera une raison moindre à celle de

de DC à CE, mais nous prenons que les mouvemens soyent l'un à l'autre en plus grande raison, encor que DC à CE; à plus forte raison la raison des mouvemens sera majeure que l'angle FEC à l'angle FDC; soit donc come l'angle BEC à FDC: la planete en l'epicycle faisant l'arc CF, qui est l'angle FDC; le centre de l'epicycle fera en mesme temps l'angle DEB, & partant que l'angle visuel DEB est majeur à CEF, le cours du centre de l'epicycle excedera celui de la planete à la veuë de E, ce qui est contre la retrogradation: donc la planete ne pourroit reculer: & de mesme estant F de l'autre costé de C.



*Conclusion.* Si donc la raison du cours du centre de l'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle estoit majeure que celle du raid d'epicycle, à la ligne du centre de la terre & le perigée d'iceluy epicycle: la planete ne pourra reculer.

COROLLAIRE I.

Par la converse de ceste proposition s'ensuit, que lors que la raison est moindre, qu' alors la planete reculera, mais que la raison soit moindre au cours de Saturne appert comme s'ensuit: Le cours du centre d'epicycle par la 18 proposition du premier livre, sur un jour est de 2 ①, 0, 3.

Son cours en l'epicycle sur un jour est par la 19 proposition du premier livre, de 57 ①, 7, 44.

Le raid d'epicycle est par la 47 proposition de ce deuxiesme livre, de 1165.

La ligne entre le centre de la terre & le perigée de l'epicycle (lors qu'il est le plus esloigné de la terre) fait par la 46 proposition de ce deuxiesme livre, 10064.

Parquoy disant 2 ①, 0, 3, donne 57 ①, 7, 44. combien 1165 ? vient 33264.

Donc la raison de 2 ①, 0, 3. à 57 ①, 7, 44. estant comme 1165 à 33264, laquelle est moindre à la raison de 1165 à 10064, qui est raison du raid à la ligne du centre de la terre au perigée d'epicycle; alors la planete de Saturne reculera, & à plus forte raison reculera-elle, n'estant au plus loing de la terre, veu que la distance sera moindre que 10064.

COROLLAIRE II.

Pour faciliter quelques computations suivantes on pourra remettre la raison desdits cours en entiers; disant 57 ①, 7, 44 donnent 2 ①, 0, 3. combien 10000 ? viendra 350; tellement que la raison du cours en l'epicycle au cours du centre d'epicycle, sera comme 1000 à 35.

THEOREME. PROPOSITION LII.

[Ptolem. lib. 12. cap. 1. Regiom. lib. 12. propof. 5.]

Estant menée une ligne du centre de la terre par l'epicycle, ainsi que la moitié de l'intercepté dans l'epicycle, aye telle raison à la partie hors d'iceluy, comme le cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle le point d'intersection en l'epicycle sera le point de station de la planete.

*Le donné.* Soit ABCD un epicycle, E son centre, F centre de la terre, & menée FDEA, aussi que le cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en iceluy epicycle soit moindre que ED à DF (autrement la planete ne pourroit reculer par la 51 proposition precedente) mais bien egale à la raison (apres avoir mené FB tellement) de HG (moitié de BG) à GF.

*Le requis.* Il faut demonstrier que le point G fera le point de station de la planete:

NOTEZ.

Nous diviserons la demonstration en deux, assavoir que la planete de C en G, est toujours directe, mais de G vers D est toujours retrograde: concludant de cela que G sera le point de station.

Preparation de la premiere partie de la demonstration.

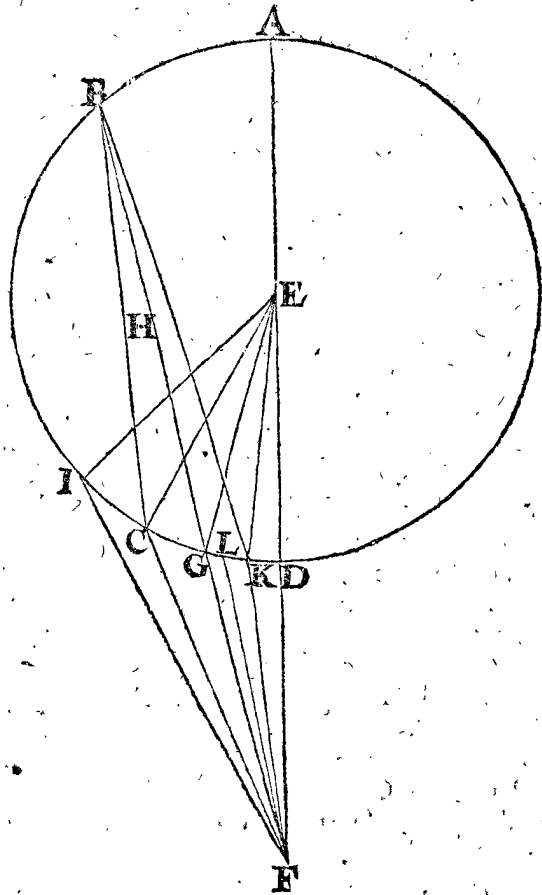
Soit prins un arc de C en G, comme mouvement de la planete en l'epicycle vers le perigée; & menées les lignes FC, FG, EG, EC, ainsi que CEG est l'angle du cours de CG; où nous voulons demonstrier que la planete est toujours directe.

I Partie de la demonstration.

Le triangle BCF a son costé BF coupé en G, ainsi que BG n'est moindre, mais majeure à BC: parquoy par la 51 proposition,

La raison de l'angle BFC à FBC est moindre à celle de BG à GF.

Prenons le double des deuxiesme & quatriesme termes, alors,



La raison de l'angle BFC à CEG est moindre que BG au double de GF.

Prenons la moitié des troisieme & quatriesme termes, Alors la raison de l'angle BFC à CEG sera encor moindre à celle de HG à GF.

Or  $HG$  à  $GF$  est mesme raison par l'hypothese, que celle du cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en iceluy epicycle; & puis l'angle  $CEG$  est un cours de la planete en l'epicycle.

Parquoy la raison de l'angle  $BFC$  au cours dans l'epicycle sera encor moindre à celle du cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle; & d'autant que les deuxiesme & quatriesme termes conviennent, alors le premier  $BFC$  sera moindre au troisieme terme, qui est le cours du centre d'epicycle: soit donc un plus grand que  $BFC$  egal au cours du centre d'epicycle, comme  $BFI$ .

Donc cependant que la planete va de  $C$  en  $G$ , faisant vers  $F$  un angle  $GFC$ , contre l'ordre des signes, en mesme temps le centre de l'epicycle fait un angle egal à  $BFI$ , ou  $GFI$ , selon l'ordre des signes; & partant la planete sera directe de  $C$  vers  $G$ , pource que la planete s'est meue plus avant par le moyen du cours du centre de l'epicycle, qu'elle ne pourroit reculer par le moyen de son cours en l'epicycle de l'angle  $CFI$ .

Maintenant pour prouver qu'elle recule en se mouvant de  $G$  vers  $D$ , nous ferons ceste

*Preparation de la 2 partie de la Demonstration.*

Soit prins un arc de  $G$  en  $K$ , comme mouvement de la planete en l'epicycle vers le perigee  $D$ , & menées les lignes  $FK$ ,  $EK$ .

*Demonstration de la 2 partie.*

Le triangle  $BKF$  a son costé  $BF$  coupé en  $G$ , ainfi que  $GF$  n'est moindre, mais majeure à  $FK$ : parquoy par la 51 proposition, La raison de l'angle  $FBK$  à  $BFK$  est moindre à celle de  $GF$  à  $BG$ .

Prenons la converse:

La raison de l'angle  $BFK$  à  $FBK$  est majeure à celle de  $BG$  à  $GF$ .

Prenons le double du deuxiesme terme & la moitié du troisieme.

La raison de l'angle  $BFK$  à  $GEK$  est encor majeure à celle de  $HG$  à  $GF$ .

Or  $HG$  à  $GF$  est mesme raison par l'hypothese, que celle du cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en iceluy epicycle; & puis l'angle  $GEK$  est un cours de la planete en l'epicycle.

Parquoy la raison de l'angle  $BFK$ , au cours dans l'epicycle, sera encor majeure, à celle du cours du centre de l'epicycle, au cours de la planete dans l'epicycle; & d'autant que les 2 & 4 termes conviennent, ou sont de mesme, alors le premier  $BFK$  sera majeur au 3 terme, (qui est le cours du centre d'epicycle,) soit donc un angle moindre à  $BFK$  egal au cours du centre d'epicycle, comme  $LFG$ .

Donc cependant que la planete va de  $G$  en  $K$ , faisant vers  $F$  un angle  $GFK$ , contre l'ordre des signes au regard de  $F$ , au mesme temps le centre de l'epicycle fait un angle egal à  $LFG$ , selon l'ordre des signes au regard du mesme  $F$ , & partant la planete sera retrograde en  $GK$ , d'autant que la planete a plus reculé par le moyen de son cours en l'epicycle, qu'elle n'a avancé par le moyen du cours du centre de l'epicycle, de l'angle  $LFK$ .

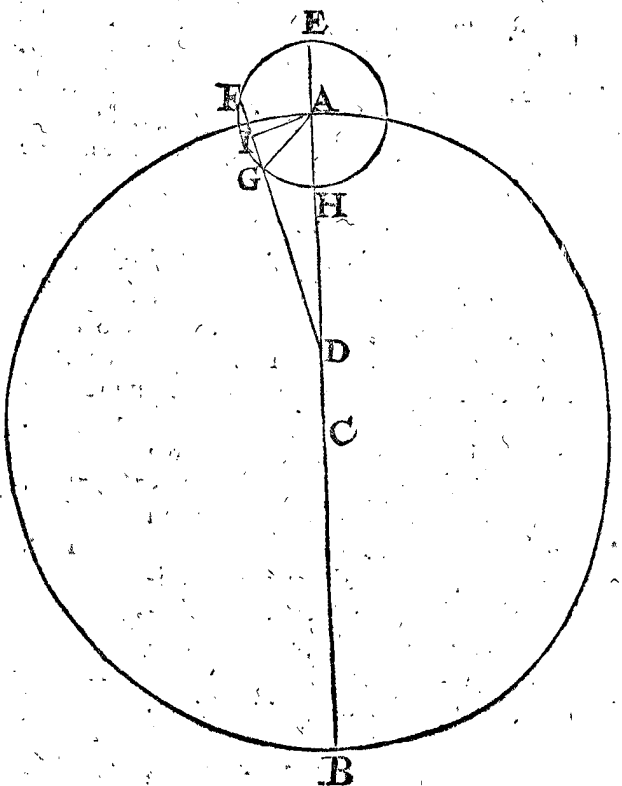
*Conclusion.* Estant donc menée une ligne, &c.

**E**stant donné l'argument du centre d'epicycle de Saturne; Trouver la ligne du centre de la terre au point de station en telles parties que le raid de son deferant en fait 10000; davantage l'arc apparent du point de station au centre de l'epicycle, & l'argument d'iceluy point de station, par voye Mathem. fondée sur l'immobilité de la terre.

*Le donné.* Soit  $AB$  deferant de Saturne,  $C$  son centre,  $D$  celuy de la terre,  $B$  apogée &  $A$  perigée, & l'epicycle soit  $BFGH$ , ayant son centre (je prens) au perigée  $A$ ; &  $H$  perigée d'epicycle, &  $G$  point de station, duquel soit menée  $GD$ , puis  $AG$ .

*Le requis.* Il faut trouver la ligne  $DG$ , en telles parties que  $AC$  en fait 10000: Puis l'arc apparent dudit point de station  $G$  jusqu'au centre  $A$  (cest l'angle  $GDA$ ) finalement, l'argument de  $G$ , qui est l'arc  $EFG$ .

*Preparation.* Soit prolongée  $DG$  jusques en  $F$ , & puis  $I$  au milieu de  $FG$ .



**CONSTRUCTION.**

La ligne  $DH$  fait par la 46 prop. 7606.

Multipliée par  $ED$  9936 (assavoir  $DH$  7606 &  $HE$  double de  $AH$  1165, par la 47 prop.) vient pour le rectangle  $EDH$  ou  $FDG$ , 75573216.

Mais  $FD$  à  $DG$  est en raison comme 1070 à 1000, (pource que par le 2 corollaire de la 52 propof.  $IG$  à  $GD$  est comme 35 à 1000) &  $FD$  à  $DG$  est comme le rectangle de  $FDG$  au quarré de  $DG$ ; je dis donc 1070 donne 1000, combien donnera 75573216? viendra pour le quarré de  $DG$  70629174.

Sa racine pour  $DG$  la requise 8404.

En telles parties que  $AC$  en fait 10000.

Pour le reste, le triangle  $AGD$  a 3 termes cognus, qui sont les 3 costez, assavoir  $DA$  8771, par la 46 prop.  $AG$  raid de l'epicycle 1165, par la 47 prop. &  $DG$  8404, 4 en l'ordre: Par lesquels cerchés l'angle  $GDA$



GDA pour l'arc apparant requis du point G au centre A de, 7 deg. 23.  
 Et l'angle DAG de 67 deg. 58 ①, dont l'ad-  
 joint est pour EAG, ou l'arc EG, ar-  
 gument d'epicycle requis du point de  
 station G 112 deg. 2.  
 Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc donné l'argument du centre de l'epicycle de Saturne, nous avons trouvé, &c.

COROLLAIRE I.

D'autant que par ceste prop. est cognu l'arc apparant du point de station de Saturne au centre de l'epicycle, & que ledit centre a sa longitude apparante connue par la 49 prop. il s'ensuit que la longitude apparante du point de station de Saturne sera connue.

COROLLAIRE II.

Il est aussi evident qu'on pourra faire des tables des arcs apparans, du point de station au centre de l'epicycle de Saturne, & aussi l'argument d'epicycle dudit point de station, de degré en degré.

NOTEZ I.

La chose à esté posée cy-dessus comme si le cours apparant du centre de l'epicycle estoit toujours de mesme & uniforme, le long de la retrogradation, & si le perigée de l'epicycle demouroit toujours en mesme lieu: Ce qui seroit bien ainsi, si le deferant estoit concentrique; mais estant eccentrique, & par consequent le cours apparant du centre de l'epicycle inegal, aussi le perigée de l'epicycle changeant continuellement de lieu en lieu, causeront de la difference en la computation de l'arc de retrogradation: Toutesfois és escrits des anciens qui sont venus és mains de Ptolemée semble qu'ils ayent voulu dire que la difference susdite est imperceptible: Mais Regiomonte au 12 liv. prop. 9. deduit la qualité de telle difference theoriquement. Si quelqu'un veut sçavoir, & rechercher de quelle grandeur elle est, & si elle est si notable qu'on y doive prendre garde, pourra avoir esgard à l'operation.

NOTEZ II.

Jusqu'icy a esté descrit Mathematiquement la cause & qualité de la retrogradation des planetes qui ont des epicycles: touchant ceux qui se meuvent en des eccentriques seulement, comme le Soleil & la Lune, il est manifeste qu'il est impossible qu'ils paroissent de retrogradation, quelle raison qu'on puisse poser entre le cours d'iceux en l'epicycle, & le cours de l'apogée, ou bien entre l'eccentricité, au raid du deferant; car si pres que cesoit qu'on pose la terre de la circonference, c'est toujours direction, voire quand elle seroit en la circonference mesme, encor n'y auroit-il qu'un point de station, qui seroit à l'instant lors que le centre de la planete passeroit dans l'œil du spectateur, sans nulle retrogradation.

NOTEZ III.

Encor faut-il sçavoir que les anciens, comme escrit Ptolemée, ont observé deux extremes apparitions des astres, comme commencement & fin; assavoir commencement, lors qu'on les voit premierement après avoir esté long-temps cachés: mais fin, lors que les ayant veu quelque temps, ils disparoissent ou n'apparoissent par apres pour quelque temps, lesquelles extremes apparitions se font environ l'horizon; ce qui fust

observé d'eux, afin qu'on puisse sçavoir auparavant quand c'est qu'on les pourroit voir premierement, & à ceste fin on observe jour pour jour lequel est le dernier qu'on les peut voir, recherchant de combien le Soleil est alors deprimé sous l'horizon, (les plus grandes apparissent plustost au soir, & plus tard au matin, que les moindres) alors en telle depression se cognoistra leur extremes apparitions. Par exemple, Ptolemée dit avoir observé que le Soleil estant 11 deg. sous l'horizon qu'alors Saturne estoit en son extreme apparition: tellement que cognoissant cela, on pourra calculer (sçachant la latitude du lieu & la longitude apparante du Soleil au temps & lieu où se fait l'observation) quel arc de l'ecliptique sera celui de l'extreme apparition, ce qui reçoit beaucoup de diversité veu l'obliquité de l'ecliptique.

Il faut aussi remarquer, que pour avoir plus de certitude és extremes apparitions des planetes, seroit necessaire de prendre garde à leurs distances de la terre, en l'une & l'autre extreme apparition, lesquelles nommément sont fort diverses en Mars, & font changer de beaucoup les diametres visuels, & partant en l'une apparition doivent estre plus esloignées du Soleil qu'en l'autre, nonobstant que les angles de l'ecliptique & l'horizon soyent egaux.

MAINTENANT DES COURS DE JUPITER ET DE MARS.

Les cours de Jupiter & de Mars sont de mesme qualité que celui de Saturne, soit en retrogradation, en station, aussi és apparitions extremes, y ayant seulement difference en quantité, ainsi que chacun pourra de soy-mesme remarquer leurs cours par le precedent de Saturne commençant à la 45 prop. tellement que je delaisse leur particuliere description, joint que mon dessein n'est pas tel, comme il a esté dit autre part, mais seulement la maniere, selon mon opinion qu'on eust peu faire ayant les escrits des anciens qui sont perdus, ou d'autres nouveaux certains, necessaires à ceste science.

MAINTENANT DU COURS DE VENUS.

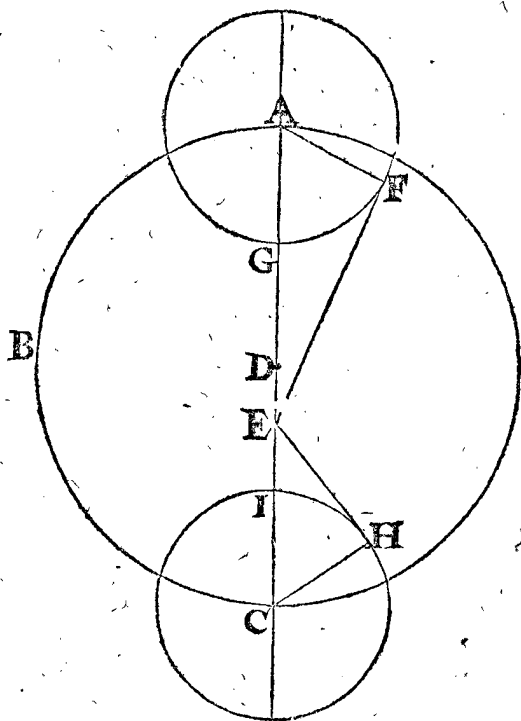
PROPOSITION LIV.

Trouver la raison du raid du deferant de Venus, à l'eccentricité, & au raid de son epicycle, en telles parties que le raid dudit deferant en fait 10000; par voyé Mathem. fondée sur l'hypothese de terre immobile.

Je cherche en la table du corollaire de la 38 prop. du 1 liv. deux extremes eslongations du Soleil moyen, toutes deux matutines, ou vespertines, ou bien l'une matutine, l'autre vespertine comme il eschet; l'une lors que le Soleil moyen est à l'apogée ou pres de là, c'est par la 40 prop. du 1 liv. à 76 deg. 20 ① de l'ecliptique avenant annuellement environ le 18 May, & trouve une telle au plus pres le 20 May 1563, estant icelle eslongation matutine de 44 deg. 21 ①. L'autre eslongation je la cherche estant le my-Soleil au perigée du deferant ou assez pres, qui est par la 40 prop. du 1 liv. en l'ecliptique au 256 deg. 20 ①, advenant annuellement environ le 18 Novembre, en trouvant donc une telle en la table susdite, au 12 Decembre 1602 au plus pres (il est bien vray que cecy differe plus que la chose ne le requiert, mais pourra passer, veu qu'és Ephemerides de *Stadius* on n'en trouve de plus precise, à cause de leur petitesse, & que cecy ne sert que d'exemple) estant une

élongation vespertine de 47 deg. 17  $\text{\textcircled{1}}$ . Cela étant ainsi nous poursuivrons en ceste maniere.

*Le donné.* Soit ABC deferant, D son centre, E la terre, A l'apogée, sur lequel comme centre soit décrit l'epicycle FG, & menant la ligne EF, touchant l'epicycle en F, puis menée AF; Davantage soit C le perigée, & semblablement l'epicycle HI sur iceluy comme centre, EH touchante en H, & menée CH; je prens aussi que Venus en ladite élongation matutine ayt esté en E, ainsi que l'angle de l'élongation AEF, face comme dessus 44 deg. 21  $\text{\textcircled{1}}$ : Et qu'en la vespertine elle ayt esté en H, ainsi que l'angle de l'élongation CEH face les susdits 47 deg. 17  $\text{\textcircled{1}}$ .



*Le requis.* Il faut trouver la raison ternaire de DC, DE & AF, en telles parties que DA en face 10000.

#### CONSTRUCTION.

Le triangle EAF a trois termes connus, comme AF, le prenant premierement 10000, l'angle AFE droit, & AEF 44 deg. 21  $\text{\textcircled{1}}$  par le donné; ainsi donc on trouvera AE de 14306.

Pareillement le triangle ECH a trois termes connus, à savoir CH 10000, l'angle CHE droit, & l'angle CEH 47 deg. 17  $\text{\textcircled{1}}$ , par lesquels on trouvera le côté CE, de 13611.

Auquel adjousté AE 14306, premier en l'ordre, viendra pour le diamètre AC 27917.

Sa moitié pour le raid DC 13958.

Tellement que nous avons la raison des 3 lignes DC, DE, AF, à savoir comme 13958, 249, 10000. Mais il est requis que DC face 10000; on l'y remettra donc & sera DE 249.

Le raid de l'epicycle AF 7164.

En telles parties que DC fait 10000.

Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la raison, &c.

#### NOTEZ I.

Au lieu des DC 10000, DE 249, AF 7164; Ptolemée trouve 10000, 208, 7194: mais

en partie sexagenaire, 60 parties; 1 partie 15  $\text{\textcircled{1}}$ , & 43 parties 10  $\text{\textcircled{1}}$ .

#### NOTEZ II.

Ayant trouvé en ceste proposition la raison des 3 lignes susdites, on pourroit par icelles descrire telles propositions comme a esté fait de Saturne, apres l'invention de telles lignes és 45 & 46 prop. mais d'autant qu'on procede de là en avant comme alors, nous delaisserons la description ulterieure, comme a aussi esté entendu de Jupiter & de Mars.

#### MAINTENANT DU COURS DE MERCURE.

Pource que le cours de Mercure est de mesme qualité que celui de Venus, en la simple hypothese de terre immobile, nous le tiendrons par iceluy comme connu, delaisant comme a esté dit de Jupiter & Mars, sa particuliere description.

#### CINQUIESME DISTINCTION DU SECOND LIVRE,

De l'invention de la conjonction, opposition, & eclipse des planetes, par voye Mathématique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

#### SOMMAIRE DE CESTE CINQUIESME DISTINCTION.

*Es precedentes 2, 3 & 4 distinctions a esté parlé des Planetes, chacune en particulier, maintenant suivront des choses qui leurs sont communes, comprises en 9 propositions, dont les deux premieres sont des conjonctions & oppositions des planetes, & voila touchant les 55 & 56 propositions: quant aux 57, 58, 59, 60, 61, 62 & 63, elles appartiennent & traitent des eclipses des planetes.*

*Il faut aussi estre adverty que combien qu'on parle icy generalement des conjonctions, oppositions & eclipses des planetes, que neantmoins nous ne donnerons que des exemples du Soleil & de la Lune: & finalement sera conclud que la generalité comprend les autres aussi.*

#### DEFINITION I.

**A**rc d'incidence d'eclipse, est l'arc du commencement de l'eclipse jusques à ce que les centres des planetes soyent en conjonction ou opposition: & le temps qu'il faut en cela, est dit temps d'incidence.

#### DEFINITION II.

**A**rc excident d'eclipse, est l'arc depuis la conjonction, ou opposition des centres des planetes, jusques à la fin de l'eclipse: & le temps qu'il faut en cela, s'appelle temps excident.

#### PROPOSITION LV.

**T**rouver à quel temps adviennent les conjonctions moyennes du Soleil & de la Lune, & quelle longitude elles ont alors, puis en faire des tables.

*Le donné.* Soit le temps donné à l'epoque du commencement de l'an 1600.

*Le requis.* Il faut trouver combien de temps après ladite epoche adviendra la premiere conjunction moyenne du Soleil & de la Lune.

CONSTRUCTION.

Le my-Soleil estoit en ladite epoche, par la 9 proposition du deuxiesme livre, en l'ecliptique au 288 deg. 48.  
 Et la my-Lune, par la 31 proposition du deuxiesme livre, au 224 deg. 5.  
 Lequel soustrait du precedent, restera ce que la my-Lune a à gagner devant la conjunction du my-Soleil 64 deg. 43.  
 Pour trouver maintenant combien de temps elle mettra pour parcourir autant, je dis, la my-Lune pour gagner sur le my-Soleil 12 deg. 11. 27. court par la 11 proposition du premier livre, un jour, combien courra-elle pour gagner 64 deg. 43, troisieme en l'ordre? vient 5 jours 7 heures 24, lesquels ennumerés depuis l'epoche, vient pour le requis en l'an 1600, 5 Jan. 7 heures 24.  
 Auquel temps sera trouvé la my-Lune avoir en longitude par la 32 proposition du deuxiesme livre, de 294 deg. 2.

La preuve de cecy est que le my-Soleil, au mesme temps sera par la 10 proposition du deuxiesme livre, au mesme lieu, tellement qu'alors ils estoient conjoincts.

Mais pour en decrire une table, je dis: le gain de Lune de 12 deg. 11. 26. 33. 43. 21. 5. donne un jour par l'onzieme proposition du premier livre, combien le gain de Lune de 360 deg. vient pour le temps d'une my-Lunaison 29 jours 12 heures 44, lesquels adjoints au 5 Janvier 7 heures 24, quatrieme en l'ordre, viendra en l'an 1600 sur le 3 Fevr. 20 heures 8, pour le temps de la seconde my-Lunaison. Et de là autrefois en 29 jours 12 heures 44, viendra eschoir en l'an 1600 sur le 3 Mars 8 heures 52: Et ainsi tant qu'on voudra. Exemple:

COMMENCEMENT D'UNE TABLE des my-conjunctions de Soleil & de Lune.

| Ans.  | heures.     | ①.  | ②.  |
|-------|-------------|-----|-----|
| 1600. | 5. Janvier. | 7.  | 24. |
| 1600. | 3. Fevrier. | 20. | 8.  |
| 1600. | 3. Mars.    | 8.  | 52. |

COROLLAIRE.

Il est evident que les my-oppositions; my-quadrils, & autres my-aspects, sont cognus par les precedens. Par exemple, pour avoir le temps de my-opposition, apres la my-conjunction du 5 Janvier 7 heures 24, j'y adjouste la moitié des susdits 29 jours 12 heures 44, qui font 14 jours 18 heures 22, vient pour le requis, le 20 Janvier 1 heure 46 en l'an 1600: & ainsi des autres. Et appert comment on pourra adjoindre à iceux la longitude en l'ecliptique ou icelles sont advenuës, comme cy-dessus. Aussi que ceste regle est generale pour les autres planetes.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé à quel temps, &c.

PROPOSITION LVI.

Trouver à quel temps adviennent les conjunctions du Soleil & de la Lune, & en quelle longitude apparante, veüe du centre de la terre.

*Le donné.* Soit à commencer au principe (ou epoche) de l'an 1600.

*Le requis.* Il faut trouver en combien de temps apres, adviendra la premiere conjunction du Soleil & de la Lune, veüe du centre de la terre.

CONSTRUCTION.

La premiere my-conjunction adviendra par la 55 proposition en l'an 1600, 5 Janv. 7 heures 44. Et ce en l'ecliptique 294 deg. 2.  
 Si maintenant au susdit 5 Janvier 7 heures 44 le vray Soleil & Lune n'avoient aucune prostapherefe, ou qu'ils ayent egale apherefe, ou egale prosthesse, il appert qu'au mesme temps seroit leur vraye conjunction: Mais le Soleil a alors par la 8 prop. prosthesse de 36, & la Lune apherefe par la 30 prop. de 4 deg. 16, lesquels adjoustez (je dis adjoustez, estant de prostapherefe dissemblable, autrement estant de semblable, il les faudroit soustraire l'un de l'autre) viendra la distance de la Lune au Soleil, estant la Lune derriere le Soleil 4 deg. 52.

Il faut puis apres trouver combien la vraye Lune doit courir pour gagner ces 4 deg. 52 du Soleil: A ceste fin j'oste ladite apherefe de la Lune 4 deg. 16 des 294 deg. 2, deuxiesme en l'ordre, reste pour l'apparante longitude de la vraye Lune audit 5 Janvier 7 heures 44, 289 deg. 46.

Voyant puis apres en la table de l'onzieme prop. du 1 liv. qu'elle gagne en son moyen mouvement en une heure environ demy degre, ou pour dire autrement qu'elle met 2 heures à faire 1 degre, qui est 8 heures pour 4 degrez (des 4 deg. troisieme en l'ordre) touchant les 8 heures, je les delaisse pour les raisons suivantes: Les susdites 8 heures estant donc adjoustees au temps cy-dessus viendra l'an 1600 le 5 Janv. 15 heur. 44.

Auquel temps je cherche la longitude apparante de la vraye Lune, & la trouve par la 33 prop. de ce 2 livre, au 294 deg. 24. Duquel osté 289 deg. 46, quatrieme en l'ordre, restera pour le cours de la vraye Lune à 8 heures en ce lieu, de 4 deg. 38.

Duquel osté le moyen mouvement du Soleil sur 8 heures (il est bien vray qu'il faudroit avoir le cours apparant en ce lieu pour estre comme il faut, mais en si peu de temps il n'y a pas de difference notable, tellement que pour abbreger, il faut prendre le moyen mouvement) qui fait par la 3 prop. du 1 liv. 20.

Reste pour le vray gain Lunaire en ce lieu, en 8 heures de 4 deg. 18.

Disant puis apres 4 deg. 18 donnent les dites 8 heures, combien 4 deg. 52 cy-dessus? vient 9 heures 3.

Lesquels adjoustez au 5 Janv. 7 heur. 44, vient pour le temps requis de la conjunction l'an 1600 le 5 Janv. 16 heures 47.

Sur le mesme temps est trouvé par la 33 prop. du 2 liv. que la vraye Lune avoit en longitude apparante pour le requis, 295 deg.

La preuve de cela est qu'au mesme temps la longitude apparante du Soleil est par l'onzieme prop. aussi de mesme.

Conclu-

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé à quel temps adviennent les conjonctions, &c.

## COROLLAIRE I.

Il appert que par la précédente on trouvera aussi le temps, & l'apparante longitude des oppositions, quadrils aspects, & autres aspects du Soleil & de la Lune, & que ceste règle est commune aux autres planetes.

## COROLLAIRE II.

Ayant remarqué que la supputation cy-devant a été faite selon le requis de la proposition, assavoir touchant la conjonction veüe du centre de la terre, ce qui n'arrive pas tousiours ainsi estant veüe du dessus de la terre, à cause que la Lune a des parallaxes plus grandes que le Soleil; ce qui differe notablement aux conjonctions: Il est evident que pour venir à la conjonction-veüe sur la terre, il faudra adjouster ou soustraire à celle de la proposition autant qu'emporte la parallaxe en longitude, des deux planetes, laquelle parallaxe est cogne par les 27 & 43 prop. & la somme & reste est la longitude apparante requise. Puis on verra quel temps il faut à la Lune pour gagner tel arc, egal à la susdite parallaxe (ce qui est cogu par ceste prop. 56 au 9 en l'ordre, ou appert que 4 deg. 18 ① donnent là 8 heures) & ce qui en vient adjouste ou soustrait de l'onzième en l'ordre de ceste 56 prop. selon que la chose le requiert, la somme, ou reste sera le temps cherché.

## COROLLAIRE III.

Veü que par ceste 56 prop. est cogne la longitude apparante des conjonctions & oppositions des vrais Soleil & Lune, & par la 37 prop. la longitude des nœuds, de là s'ensuit qu'on pourra cognoistre l'arc entre la Lune & le nœud veü du centre de la terre, au temps de conjonction ou opposition.

*Maintenant de l'eclipsation ou obscurcissement de la lumiere des planetes.*

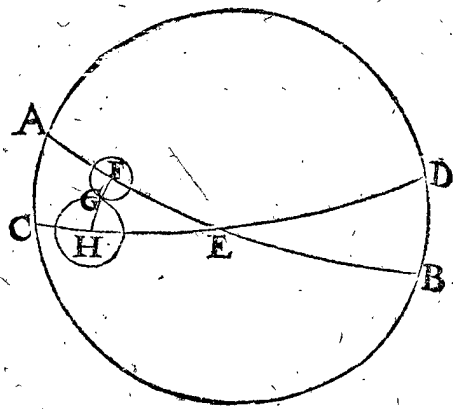
## PROPOSITION LVII.

**T**rouver l'arc du deferant de la Lune entre le nœud & l'extremité où peut advenir eclipse de Lune, au plus grand qu'il est possible.

Veü que les eclipses adviennent assez pres des nœuds, tant en conjonctions qu'en oppositions, & non pas quand icelles conjonctions & oppositions se font trop loing desdits nœuds, tellement qu'il est bon de sçavoir le plus loing des nœuds qu'il est possible que les eclipses adviennent, dequoy traiteront ces 57 & 58 propositions.

*Le donné.* Soit AB le deferant de la Lune, CD l'ecliptique, E le nœud, FG la Lune; son raid comme arc de la grandeur de la moitié de son diametre visuel majeur (& partant FE la plus grande distance) soit FG, faisant par la 30 prop. 17 ① 30 ②: & GH soit l'arc de la grandeur du demy-diametre visuel de la base du coné nocturne, le plus grand qu'il est possible, trouvé par la 44 prop. de 50 ①, ainsi donc que F sera l'extremité de l'arc majeur FE où les eclipses de la Lune peuvent advenir; car plus grand que FE elles seront separées, assavoir la Lune & l'obscurité GH.

*Le requis.* Il faut trouver l'arc EF,



## CONSTRUCTION.

FG fait 17 ① 30 ②.  
 GH adjouste à iceluy, qui fait 50 ①.  
 Viendra pour FH 1 deg. 7 ① 30 ②.  
 Le triangle FHE a trois termes cognus, assavoir HFE droit, FEH 5 deg. par la 36 prop. & le costé FH 1 deg. 7 ① 30 ②, par lesquels on trouvera FE, pour l'arc requis par la 35 prop. des triangles spheriques, de 12 deg. 50 ①.

Dont la demonstration est evidente.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé l'arc du deferant, &c.

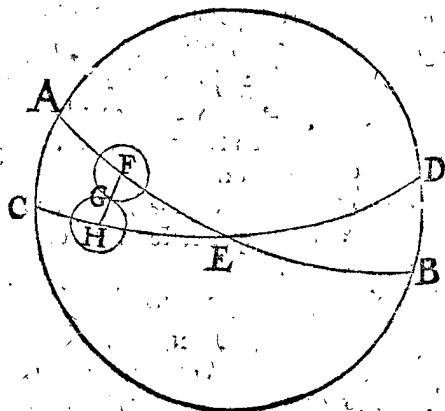
## ALB. GIRARD.

Notez que si on eust posé H angle droit (ce qui estoit licite, voire tous deux aigus, egaux ou inegaux) que FE eust été plus grande comme hypotenuse, & eust été egale à HE, qui se trouvera estre de 13 deg. 1 ①, 8 ②, & combien qu'il y ait peu de difference, toutesfois pour s'en servir à la Geographie, c'est environ 22 ① de temps à la Lune, qui est beaucoup: & estoit plus facile tellement qu'il y a de la difference, faute de regarder un peu plus attentivement, ce qui servira non contre la diligence & renommée de l'auteur, mais pour exemple de mesconter, d'autant que souvent on pense avoir resoud une question, ce que neanmoins on n'a pas fait: voyez pareillement la fin de la suivante.

## PROPOSITION LVIII.

**T**rouver l'arc au deferant de la Lune depuis le nœud jusques à l'extremité du lieu où l'eclipse du Soleil peut advenir.

*Le donné.* Soit AB deferant, ou voye lunaire, CD ecliptique, E l'un des nœuds, FG la Lune, FG demy-diametre visuel d'icelle au plus grand que faire se peut, par la 30 prop. sera de 17 ① 30 ②, & GH soit le raid visuel du Soleil au plus grand, fait par la 8 prop. 16 ①,



d'où s'ensuit que F sera le point plus esloigné de E que faire se peut, où l'eclipse du Soleil peut advenir, veüe du centre de la terre.

Le re-

*Le requis.* Il faut trouver l'arc EF, & y adjoindre entor (pour les raisons qui seront deduites au quatriesme en l'ordre) la differente entre la majeure parallaxe en latitude qui peut advenir au Soleil & à la Lune en l'eclipse du Soleil, faisant 59 ①; car par le corollaire de la 26 prop. la plus grande parallaxe du Soleil est de 3 ①, lequel osté de la majeure parallaxe de la Lune, qui fait par le corollaire de la 42 prop. 1 deg. 2 ①, reste comme devant 59 ①.

CONSTRUCTION.

FG fait par le donné 17 ① 30 ②.  
 Auquel adjousté GH faisant 16 ①  
 Vient pour FH 33 ① 30 ②.

Or d'autant que cela est ainsi, estant veu du centre de la terre, mais de dessus la terre, la Lune couvrira le Soleil de 59 ① par le donné; parquoy les adjoustant au troiesime en l'ordre, viendra alors pour la ligne, comme FH, 1 deg. 32 ① 30 ②.

Le triangle FHE a 3 termes connus, assavoir l'angle HFE droit, l'angle FEH 5 deg. par la 36 prop. & le costé FH de 1 deg. 32 ① 30 ②, quatriesme en l'ordre, par lesquels cherchant le costé FE, par la 35 prop. des triangles spheriques, pour le requis de 17 deg. 55 ①.

Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé l'arc du deferant, &c.

ALB. GIRARD.

Nous avons dit en la fin de la 57 propos. precedente que l'auteur se mesprenoit, autant en fait-il icy, posant HFE angle droit; car puis qu'il est question de l'arc en la ligne AE, il falloit poser H droit, pour faire que FE soit l'hypothense, alors FE eust esté comme maintenant est HE, assavoir de 17 deg. 58 ①, 36 ②: que si on fait tousiours comme luy, on a tousiours failly: & en telle maniere on sçaura que le Soleil alors n'aura de longitude apparante que ce qu'il dit de la Lune, assavoir 17 deg. 55 ①: & si on veut voir où le Soleil est, lors qu'il est au plus estoigné d'un des nœuds, pouvant neantmoins recevoir commencement d'eclipse veüe de dessus la terre, alors on trouvera comme j'ay dit 17 deg. 58 ①, 36 ②: & ainsi en faut-il dire (non de mesme nombre, comme icy) en la 57 propos. precedente. Notez aussi que les conjunctions & oppositions se prennent dans les cercles majeurs qui passent par les poles de l'ecliptique, & partant à angles droits sur l'ecliptique.

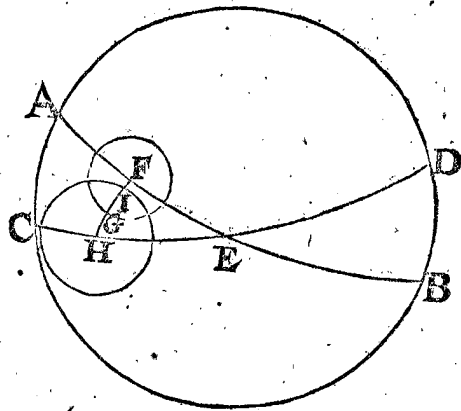
PROPOSITION LIX.

Estant donné le raid visuel de la Lune, en une eclipse lunaire, son argument, & le raid visuel de l'ombre: Trouver la quantité des doigts eclipséz, posant que le diametre visuel de la Lune en aye 12.

1. Exemple, où la Lune est moins que la moitié eclipsée.

*Le donné.* Soit AB voye de la Lune, CD ecliptique, E teste du Dragon, FG raid visuel de la Lune, trouvé par la 30 propos. je prens de 16 ①, & EF arc trouvé de 9 deg. comme on pose l'avoir trouvé, par le 3 coroll. de la 37 prop. davantage HI raid visuel de l'ombre trouvée, par la 44 prop. je prens de 40 ①, & GI soit la partie eclipsée du diametre visuel de la Lune.

*Le requis.* Il faut trouver combien de doigts ecliptiques la Lune est eclipsée GI.

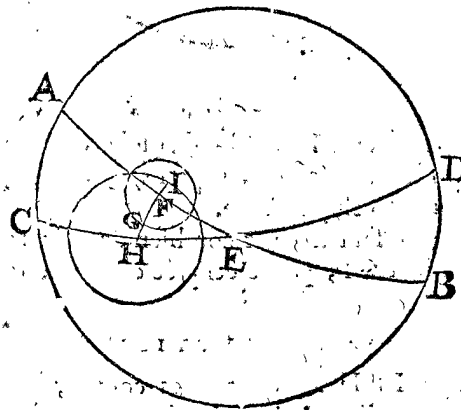


CONSTRUCTION.

Le triangle FEH ayant trois termes connus, comme F droit, E 5 deg. & FE 9 deg. on trouvera l'arc FH, par la 36 prop. des triangles spheriques, de 47 ①.  
 Duquel osté HI (que si on ne peut, on suivra le 2 exemple suivant) faisant par le donné 46 ①.  
 Reste pour IF, 7 ①.  
 Le mesme autrefois soustrait de FG 16 ①.  
 Restera pour GI partie de la Lune eclipsée 9 ①.  
 Davantage, d'autant que FG fait 16 ①, le diametre visuel fera 32 ①; partant disant 32 ① donnent GI 9 ①; combien il viendra pour GI en doigts ecliptiques pour la partie eclipsée de la lune requise 3 doigts 22 ①.  
 Dont la demonstration est manifeste.

2. Exemple, où la Lune est plus qu'à demy eclipsée.

*Le donné.* Soit AB voye lunaire, CD ecliptique, E teste du Dragon, FG raid visuel de la Lune trouvé par la 30 prop. (je prens) de 16 ①, & EF arc trouvé par le 3 corollaire de la 56 prop. je prens, de 3 deg. davantage HI soit l'arc de la grandeur du raid visuel de l'ombre, trouvé par la 44 prop. je prens, de 40 ①, & GI la partie eclipsée du diametre visuel de la Lune.



*Le requis.* Il faut trouver combien contient GI partie eclipsée en doigts ecliptiques.

CONSTRUCTION.

Le triangle FEH a trois termes connus, assavoir F droit, E 5 deg. FE 3 deg. par lesquels on trouvera FH, par la 36 prop. des triangles spheriques, de 31 ①.  
 Lesquels

Lesquels ostez de HI ( que si on ne peut, on suivra le premier exemple) faisant 40 ①.  
 Reste pour IF 9 ①.  
 Auquel adjousté FG faisant 16 ①.  
 Viendra pour la partie eclipsée GI 25 ①.  
 D'avantage puis que le raid lunairé fait par le donné 16 ①, son double est 32 ①, lequel donne GI 25 ①, combien 12 ? viendra pour GI la partie eclipsée requise du diametre visuel de la Lune 9 doigts 22 ①.  
 Dont la démonstration est manifeste.

COROLLAIRE.

Il resulte que si FH, cy-dessus premier en l'ordre, eust esté trouvé égal à HI, que c'eust esté 6 doigts ecliptiques sans autre recherche, pour le raid visuel de la Lune obscurcie.

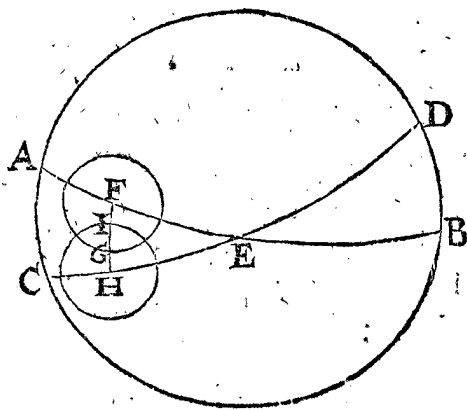
Aussi si le cinquiésme en l'ordre G Deust esté trouvé égal au diametre visuel de la Lune, qu'elle eust esté entierement obscurcie & eclipsée, qui sont 12 doigts ecliptiques.

Conclusion. Estant donc donné le raid visuel de la Lune, &c.

PROPOSITION LX.

Estant donné le raid visuel de la Lune en une eclipse solaire veüe du centre de la terre; son argument, & raid visuel du Soleil; trouver la quantité de la partie eclipsée en doigts ecliptiques.

Le donné. Soit AB voye lunaire, CD l'ecliptique, E teste du Dragon, FG raid visuel de la Lune, trouvé par la 30 proposition, je prens, de 16 ①, & EF, trouvée



par le 3 corollaire de la 56 proposition, je prens, de 4 deg. D'avantage HI raid visuel solaire, trouvé par la 8 proposition de (comme je prens) 15 ① 50 ②, & GI soit la partie d'iceluy eclipsée.

Le requis. Il faut trouver combien de doigts ecliptiques contient GI, partie eclipsée du diametre visuel solaire.

CONSTRUCTION.

Le triangle FEH a trois termes connus, comme sont F angle droit, E 5 deg. & FE 4 deg. par lesquels & la 36 proposition des triangles spheriques, sera trouvé FH estre de

21 ①.  
 Duquel osté HI faisant 15 ①, 50 ②.  
 Reste pour IF 5 ①, 10 ②.  
 Iceluy osté de FG, qui est 16 ①.  
 Reste pour GI partie du Soleil eclipsé 10 ①, 50 ②.  
 Or puis que le raid visuel du Soleil est 15 ① 50 ②, le diametre sera son double, qui est

31 ① 40 ②, lequel donne GI 10 ① 50 ②, combien donnera 12 ? viendra pour le requis GI partie eclipsée du Soleil 4 doigts 6 ①.  
 Dont la demonstration est manifeste.

NOTEZ.

On pourroit donner encor un exemple, où plus de la moitié du Soleil est eclipsée, comme en la 59 proposition, mais dès là telle chose est assez evidente.

Conclusion. Estant donné le raid visuel, &c.

ALB. GIRARD.

Touchant les annotations faites sur les 57 & 58 propositions precedentes, en ce cas la 59 n'en a pas affaire; mais bien celle-cy où on doit prendre l'angle FHE droit, & non pas F; d'autant que c'est une eclipse de Soleil, & partant le requis est du Soleil; en la 59. il estoit requis de la Lune, comme eclipse de Lune.

COROLLAIRE.

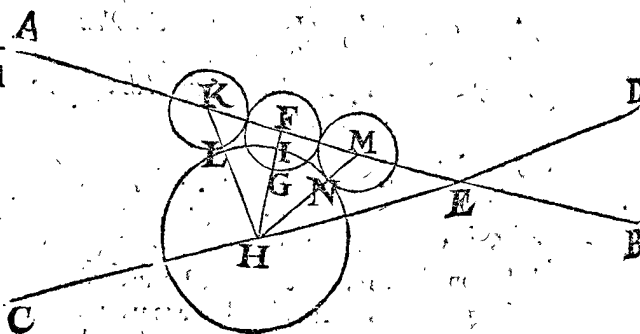
D'autant que la supputation faite cy-dessus selon le requis de la proposition, assavoir es conjonctions veüs du centre de la terre, ce qui n'est pas de mesme comme sur la terre; d'autant que la parallaxe de la Lune est majeure à celle du Soleil, ce qui differe beaucoup es conjonctions: tellement qu'il est manifeste que pour cognoistre les doigts ecliptiques de la partie eclipsée du Soleil, veüe du dessus de la terre, qu'il faut adjouster, ou soustraire, à l'angle visuel, cinquiésme en l'ordre, ce qui est causé par la parallaxe en latitude de ces deux astres, au temps de conjonction; ce qui est connu par les 27 & 43 propositions; & la somme ou difference, est l'arc visuel de la partie eclipsée du Soleil, duquel cherchant la quantité des doigts ecliptiques, comme au sixiésme en l'ordre de ceste 60 proposition, ce qui vient sera pour le nombre d'iceux veus du dessus de la terre.

Mais d'autant qu'on me pourroit demander pourquoy il n'y a eu semblablement advertissement en la 59 proposition touchant l'eclipse de la Lune, il faut sçavoir que la Lune & l'ombre sont en mesme lieu, & partant n'ont diversité de parallaxe comme le Soleil & la Lune, lesquels sont en divers lieux.

PROPOSITION LXI.

Estant proposée une eclipse de Lune, trouver les temps d'incidence & excidence.

Le donné. Soit AB voye lunaire, CD l'ecliptique, E teste du Dragon, FG la Lune, de laquelle le raid visuel FG soit trouvé par la 30 proposition; je prens,



de 16 ①, & EF arc de (comme je prens, iceluy estre trouvé par le 3 corollaire de la 56 proposition) 9 deg. D'avantage soit HI grandeur du raid visuel de l'ombre trouvée par la 44 proposition, & je prens de 40 ①.

Le re-

*Le requis.* Il faut trouver les temps d'incidence & excidence.

*Preparation.* Soit d'un point en la voye lunaire; comme K, décrit le cercle KL égal à FG, touchant l'ombre en L exterieurement, comme la Lune au commencement de l'eclipse; & pareillement le cercle MN, comme fin de l'eclipse, puis menés les arcs HLK & HNM.

CONSTRUCTION.

Le triangle FEH a trois termes donnez, comme l'angle EFH droit, E 5 deg. & le costé FE 9 deg. par lesquels on trouvera FH de 47 ①.

Le triangle HFK a ses termes suffisans connus, comme F droit, FH 47 ①, premier en l'ordre, & HK 56 ① (car HL estant égal à HI fait 40 ①, & KL égal à FG fait 16 ①, faisant donc ensemble HK 56 ①) pour cognoistre FK, qui sera trouvé de 31 ①.

Je cherche en après le gain de la vraye Lune en une heure, au lieu donné, & sera trouvé par la 33 proposition au corollaire, je prens, de 28 ①.

Disant donc 28 ① donnent une heure, combien 31 ①, deuxiesme en l'ordre? viendra pour le temps que le centre de la Lune a gagné sur le Soleil, l'arc KF, pour la moitié du temps de toute l'eclipse, pour le temps d'incidence requis, 1 heure 6 ①.

Et autant fera l'excidence de F en M.

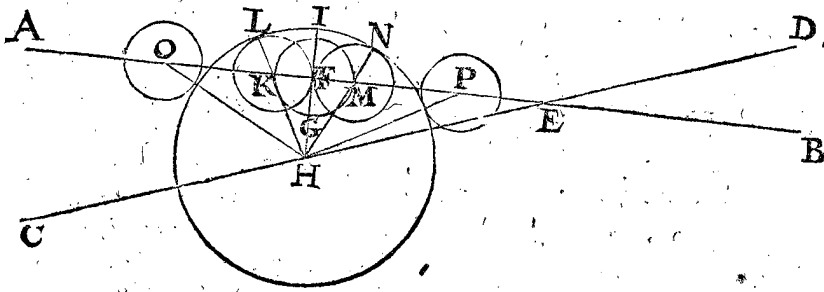
Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

*Conclusion.* Estant donc proposée une eclipse lunaire; nous avons trouvé les temps, &c.

PROBLEME. PROPOSITION LXII.

*Estant proposée une entiere eclipse lunaire; trouver combien l'eclipse entiere durera en l'ombre.*

*Le donné.* Soit AB voye lunaire, CD ecliptique, E teste du Dragon, FG raid visuel de la Lune, trouvé,



Je prens (par la 30 proposition) de 16 ①, & EF trouvé par le 3 corollaire de la 56 proposition, je prens, de 10 ①. D'avantage soit HI l'arc denotant le raid visuel de l'ombre au milieu de l'eclipse, trouvé par la 44 proposition, je prens de 40 ①.

*Le requis.* Il faut trouver combien de temps la Lune demeurera dans l'ombre.

*Preparation.* Pource que nous presuppofons que l'on trouvera en l'operation la Lune estre entierement obscurcie, soit dessus K point dans la voye, fait un cercle dans l'ombre, comme KL, égal au cercle FG, touchant interieurement l'ombre en L, comme la Lune au commencement de sa totale submerfion en l'ombre: & semblablement le cercle M de l'autre costé touchant l'ombre en N, comme fin de la submerfion, puis menez les deux arcs HKL & HNM.

CONSTRUCTION.

Le triangle FEH a trois termes connus, comme l'angle EFH droit, FEH 5 deg. & FE 10 ①, par lesquels on trouvera le costé FH, par la 36 proposition des triangles spheriques, de 1 ①.

Le triangle HFK a trois termes connus, comme l'angle F droit, FH 1 ①, premier en l'ordre, & HK 24 ① (car HL estant égal à HI fait 40 ①, duquel osté KL égal à FG 16 ①, restera, comme dit est, pour HK 24 ①) par lesquels on trouvera FK de 22 ①.

Je cherche en après le gain de la vraye Lune en une heure au lieu donné, qui sera (je prens) par le corollaire de la 33 proposition, de 28 ①.

Disant alors 28 ① donnent une heure, combien 22 ①, deuxiesme en l'ordre? viendra pour le temps que le centre de la Lune, aura gagné l'arc KF, qui est pour la moitié du temps de la submerfion totale de la Lune 0 heure 47 ①.

Son double pour le requis 1 heure 34 ①.

Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant proposée une eclipse lunaire entiere, nous avons trouvé combien l'eclipse entiere durera en l'ombre, selon le requis.

COROLLAIRE.

Si d'icy on requeroit, les temps d'incidence, & d'excidence, il est evident qu'on les trouvera, ayant le gain lunaire sur les arcs FO, FP, comme elles ont esté trouvées en la 61 proposition sur les arcs FK, FM.

PROPOSITION LXIII.

*Estant proposée une eclipse solaire, veüe du dessus de la terre; trouver les temps d'incidence, & d'excidence.*

Pour declarer premierement en general la construction de ceste proposition, c'est qu'au temps d'incidence de l'eclipse Solaire, veüe du centre de la terre, trouvé selon la maniere de la lunaire en la 61 proposition, il faut adjouster ou soustraire, autant de temps que cause la parallaxe: ce qui n'est pas ainsi en celle de la Lune, d'autant que la Lune & l'ombre sont au mesme lieu, n'ont partant qu'une mesme parallaxe sans difference, au contraire icy le Soleil & la Lune sont en divers lieux bien esloignez: ce qu'estant bien entendu nous viendrons à l'exemple.

## CONSTRUCTION.

NOTEZ I.

Soit le temps d'incidence veu du centre de la terre, & trouvé comme en l'eclipse lunaire de la 61 proposition de 1 heure.

Puis on trouvera la différence de la parallaxe en longitude du Soleil & de la Lune, au lieu où la Lune estoit sur l'horizon, laquelle trouvée par la 43 proposition emporte, je prens, 20 ①.

Je cerche puis apres le gain de Lune en une heure audit lieu, trouvé par le corollaire la 33 proposition. je prens, de 30 ②.

Je dis en apres 30 ① donne 1 heure, combien 20 ② vient 0 heure 40 ③.

Lequel adjousté à 1 heure, premier en l'ordre, ou osté d'icelle, selon que la chose le requiert, & prenant que ce soit addition, viendra pour le temps requis 1 heure 40 ④.

Mais pource que l'arc d'excidence n'est pas necessairement egal à l'arc d'incidence, comme il advient tousiours es eclipses de Lune pour les causes cy-dessus mentionnees, il faudra à ceste fin faire semblable operation pour trouver le temps d'excidence, qu'on a fait pour trouver le temps d'incidence, lequel estant trouvé, on aura le requis.

Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donc proposée une eclipse de Soleil, veuë du dessus de la terre, nous avonstrouvé combien elle durera, selon le dessein.

## COROLLAIRE I.

Si on vouloit faire le compte du temps, ou de la durée de l'entiere eclipse solaire, comme en la 62 proposition a esté fait de celle de la Lune; il est notoire qu'alors on aura le temps de l'entiere eclipse solaire, veuë du centre de la terre, ostant ou y adjoustant puis apres ce qui est causé de la parallaxe, qu'on auroit le requis: toutefois ce temps ne pourroit pas durer long-temps, à cause du peu de difference du majeur diametre visuel de la Lune, au dessus le moindre du Soleil, dont les moitiés sont posces d'*Erasmus* es *tables Pruteniques* de 17 ① 49 ②, & 15 ① 40 ②, desquels la difference est 2 ①, 9 ②, & le double pour l'excès de celui de la Lune, sur celui du Soleil fera 4 ① 18 ②: Si maintenant l'on prend le gain lunaire apparrant de ce jour-la, de 10 deg: disant 10 deg. donnent 24 heures, combien 4 ① 18 ②? ce qui en viendra, assavoir 0 heure 10 ③, seroit pour la longueur du temps.

## COROLLAIRE II.

Il est evident que l'eclipse du Soleil peut durer plus long temps, que le gain lunaire apparrant sur les diametres visuels du Soleil & de la Lune; autant que le temps du gain lunaire emporte pour parcourir la parallaxe.

J'avois mis au Sommaire de ceste cinquiesme distinction qu'il seroit traicté des eclipses des planetes en general: Neanmoins n'ont esté descrites autres propositions que pour le Soleil & la Lune: Quant aux autres donc, si leurs cours en longitude & latitude estoient assez cognus, dequoy on doute fort, il est notoire que ce qui a esté dit cy-dessus des eclipses du Soleil & de la Lune, serviroit pour regle commune des autres; pource qu'avec le gain cognu d'une planete au dessus de l'autre, on opereroit comme devant: tellement qu'il ne manque rien sinon plus grande certitude du cours des autres planetes, en longitude & latitude.

## NOTEZ II.

Mon dessein estoit en la description du Sommaire de ce deuxiesme livre, comme il appert aussi, d'y adjouster encor une sixiesme distinction de la pretendue deuxiesme inegalité de la Lune de *Ptolemée*, & troisieme inegalité de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure, au cours en longitude: jointé une septiesme distinction de la pretendue description dudit *Ptolemée*, du cours en latitude des susdites cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure: mais d'autant que suivant mon dessein j'eusse décrit l'Astronomie au premier & deuxiesme livre, sur l'hypothese de terre immobile, sans y mesler les inventions de *Ptolemée* touchant les susdits mouvemens incognus, lesquels j'avois mis separement: Comme aussi semblablement la description de *Copernique* de la terre mobile, lequel y avoit aussi meslé ses propres inventions, & lesquelles je separay de mesme; la rapportant seule, afin que la recherche des traitez incognus susdits soit plus claire & intelligible à un chacun, afin de pouvoir parvenir en une meilleure theorie: Il est advenu que ce que j'avois ainsi preparé pour autrui, m'a servy d'introduction pour parvenir en une theorie, qui me sembloit meilleure; car lors que je vins à revoir mon troisieme livre, escrit selon la maniere de *Copernique* (lequel avoit demeuré long temps sans y toucher) pour le faire imprimer, je parvins en une cognoissance du cours en latitude desdites cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure: tellement qu'il me sembloit, ne devoir plus estre appellés dorenavant mouvemens incognus, & par consequent la description de ladite septiesme distinction inutile, (car il semble qu'on peut mieux appliquer son temps à apprendre choses certaines, que d'escire les opinions des hommes en la recherche du cours des planetes) estans iceux descrits au troisieme livre. Et touchant la sixiesme distinction, elle se verra en l'appendice de l'Astronomie, pour les raisons y deduites.

Encor faut-il sçavoir que si quelqu'un entendoit (cy devant, ou apres en ces memoires Mathematiques) parler desdits mouvemens incognus, de la latitude, que c'estoit pour lors ainsi, veu que le troisieme livre suivant a esté fait le dernier, y ayant parvenu, comme dit est, en la reveuë d'iceluy.

*Fin du deuxiesme livre de l'Astronomie.*

TROISIÉS-



# TROISIÈME LIVRE DE L'ASTRONOMIE,

De l'invention du cours des Planetes, par voye Mathématique, fondée sur l'hypothese essentielle de terre mobile.

## SOMMAIRE DE CE TROISIÈME LIVRE.

**P**our declarer en somme le contenu du present livre, il faut sçavoir que les planetes ont deux sortes de cours, l'un en longitude, l'autre en latitude: touchant le cours en longitude, il sera demonstré icy que par l'hypothese de terre mobile, la mesme conclusion s'entire, que par l'hypothese de terre immobile; seulement y ayant de difference, en ce qu'on trouve estrange par l'hypothese d'immobile les choses qui ne le sont par l'autre hypothese mobile, cōme fondée sur l'essentielle ordonnance des astres; ceste demonstration, assavoir que l'une & l'autre hypothese amene mesme conclusion, fera que ceste description sera briefve, car je ne feray aucun nouveau probleme en ceste hypothese mobile, pour trouver les cours, mais je prendray pour regle generale, que tout ce qui eschet en la supputation du cours en longitude, sera resout par les problemes fondez sur l'hypothese de terre immobile, descrits es deux livres precedens: je declareray aussi mon opinion en une particuliere proposition, pourquoy je tiens les computations plus commodes, faites sur l'hypothese impropre, que sur la prapre. Apres le cours en longitude, suivra celui de latitude, monstrant aussi que les diverses hypotheses font mesme conclusion.

Ce contenu estant tel en general, aura cinq distinctions. La premiere de la qualite des lieux des planetes, autant qu'il semble estre necessaire à la declaration de leurs cours, par la position de terre mobile. Puis suivront trois distinctions du cours en longitude des planetes, avec position de terre mobile, assavoir la deuxiesme de la terre: la troisieme de la Lune; la quatrieme de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure; & la derniere distinction, du cours en latitude avec mesme position de terre mobile.

### PREMIERE DISTINCTION

DU TROISIÈME LIVRE,

De la qualite des Cieux des planetes, autant qu'il est necessaire à la declaration de leurs cours, suivant l'hypothese de terre mobile.

#### SOMMAIRE DE CESTE PREMIERE DISTINCTION.

*Veu que le dessein est d'escrire icy le cours des planetes, suivant l'hypothese de terre mobile, il semble estre necessaire de traiter de la qualite du monde, comme fondement sur lequel est fonde le precedent, autant que nous sçavons, & tellement que nous opinons, selon qu'il peut servir à la cognoissance du cours propose: à ceste fin ceste premiere distinction comprendra six propositions.*

*La premiere, de l'ordre des Cieux des planetes, suivant la position de terre mobile.*

*La deuxiesme, du mouvement local de la terre; & de sa direction Magnetique.*

*La troisieme, de la direction Magnetique des deferans & Cieux des planetes.*

*La quatrieme, du lieu où la qualite de la direction Magnetique est situee, laquelle tient ainsi la terre & les deferans des planetes.*

*La cinquiesme, qu'il n'appert pas necessairement, le Soleil estre au centre du Ciel des estoilles fixes.*

*La sixiesme, de l'admiration sans merveille de ceux qui posent la terre immobile.*

#### PROPOSITION I.

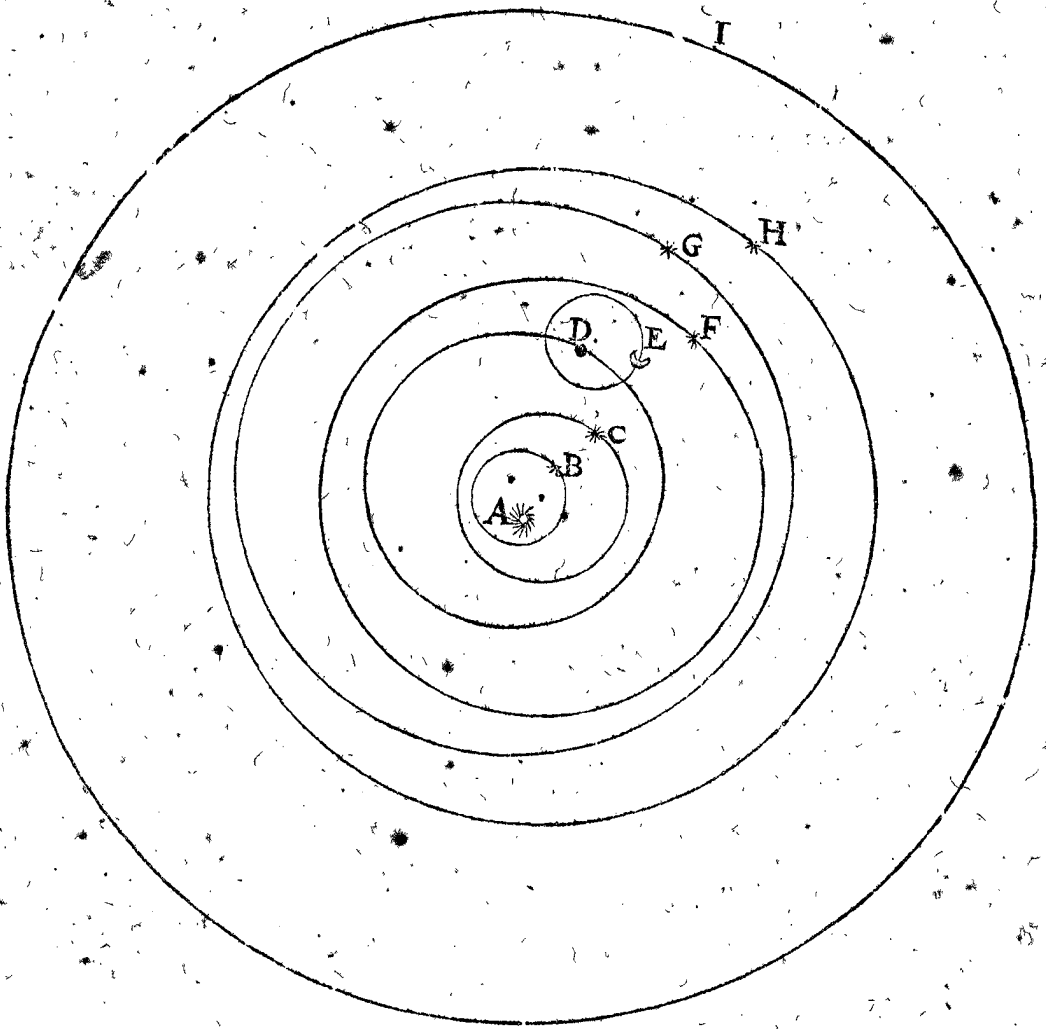
**D**escribe l'ordre des Cieux des planetes, par position de terre mobile.

Les anciens suivans l'hypothese de terre immobile ayant suppose quelques epicycles, où les planetes se mouvoient en un temps qui convenoit avec le residu, de l'exces du cours du Soleil sur le cours des centres des epicycles en leurs deferans, comme Saturne, Jupiter & Mars: & d'autres epicycles de cours des centres desquels, convenoit avec le cours du Soleil, comme a esté dit au premier livre; ce qui ne pouvoit pas estre vray semblable au jugement d'autres, lesquels commençoient à aprofondir ceste science de plus pres; ont recherché si l'on ne pouvoit pas oster ces epicycles, en posant que la terre se mouve en un cercle, & ont trouvé l'affirmative, comme tesmoignent plusieurs, que l'opinion a esté cy-devant que la terre se mouvoit, sans que leur description soit parvenue jusques à nous depuis l'aneantissement du siecle-sage, ny es mains de Ptolemee, ou d'autres qu'on sçache, mais a esté perdue, comme aussi plusieurs autres choses semblables. Toutefois Nicolas Copernique est venu à faire quelque description de mesme, ou qui a grande convenance à la mesme hypothese, laquelle je mettray icy comme s'ensuit.

Dedans le Ciel des estoilles fixes, que Copernique pose fixe & immobile, sont disposez par ordre les Cieux de Saturne, Jupiter & Mars, puis de la terre faisant son circuit en un an naturel, & encor deux mouvemens locaux, comme sera declare au deuxiesme chapitre suivant, duquel le diametre de son Ciel, n'a aucune raison per-

ceptible au diamètre de celui des estoilles fixes : à l'entour de la terre tourne la Lune en un eccentrique ; puis suivent les Cieux de Venus & Mercure (à l'entour du Soleil, qui comme centre du monde demeure fixe) aussi eccentriques, & les cours des dites planetes, & de la terre se font d'occident vers l'orient.

Pour plus ample declaration ; Soit le point A le Soleil fixe, à l'entour duquel sont six cercles eccentriques, au premier desquels est Mercure B, au deuxiesme est Venus C, au troisieme la terre D, à l'entour de laquelle se meut la Lune E ; & au quatriesme, cinquieme & sixiesme sont Mars, Jupiter & Saturne F, G, H, tous sans epi-



cycles, puis en dehors est I le Ciel des estoilles fixes sur le centre A, qui est le Soleil, comme a esté dit.

Estant ainsi déclaré simplement l'ordre susdit, sans démonstration, nous le déclarerons maintenant plus amplement. La raison pourquoy Venus & Mercure sont dans la voye terrestre, est qu'on ne les voit jamais en opposition du Soleil, comme les autres ; & que Mercure se meut au dedans de la voye de Venus, est que son eslongation du Soleil est moindre à celle de Venus, comme a esté dit au premier livre : & sont ainsi au dedans de la voye de la terre, pource que leur distance majeure de la terre est plus grande que le raid de la voye terrestre, comme sera monsté es calculations suivantes ; & au contraire seroit impossible que les voyes de Saturne, Jupiter & Mars y soyent, veu qu'ils se trouvent bien en opposition avec le Soleil : La raison pourquoy on remarque celle de Saturne estre le plus loing, puis Jupiter, puis Mars, estre double ; est premierement parce qu'en conjonction de chaque d'eux, l'un eclipse l'autre, assavoir que le plus pres couvre le plus loing ; toutefois cela arrive rarement, & n'y a pas assez d'observateurs pour le remarquer. Secondement, que cela se peut mesurer posant la terre mobile (mieux que la posant immobile où telle chose demeure incogne) comme on mesure sur terre, quelle tour est la plus esloignée de nous, veu que les deux lieux differens, que la

terre à en sa voye, sont comme deux stations, pour la base d'un triangle, lequel a à ses deux costez une raison fort perceptible, comme on verra en son lieu cy-apres. Touchant la raison du cours de la Lune, selon la figure ; c'est qu'autrement elle seroit dehors la voye de la terre, comme Mars, Jupiter, ou Saturne ; ou dedans, comme Venus & Mercure : or elle ne peut pas estre dehors, car alors il n'y auroit aucune eclipse de Soleil ; dedans non plus pour deux raisons ; premierement, elle ne viendroit jamais en opposition du Soleil, comme ne font aussi Venus ny Mercure : Secondement, elle pourroit venir derriere le Soleil, tellement que les centres & l'œil du spectateur pourroient estre en une ligne droite sans eclipse de Soleil, ce qui contredit à l'experience.

Les raisons pourquoy on croit que l'hypothese de terre mobile, est reale, & non pas de terre immobile, est telle ; Premierement, qu'on conclud, comme il apparoitra cy-apres, que les planetes tournent simplement en des cercles, sans supposition d'epicycle, & partant delaissez.

Secondement, que les astres qui font leur revolution plus lentement, ayent leur chemin plus grand ; & celles qui sont plus loing soyent plus tardives, est vray semblable mieux convenir que de faire que le Ciel des estoilles fixes, qui est plus esloigné, se tourne le plus viste, assavoir journallement un tour, & partant plus facile, que la terre

la terre tourne plustost en un petit cercle, assavoir en son lieu, que non pas toutes ces estoiles ensemble, un si grand circuit.

Tiercement, puis que les planetes vont d'Occident vers l'Orient, ce seroit contre cest ordre que les estoiles fixes se mouvent d'Orient vers Occident, tellement qu'il est plus vray-semblable & plus simple, qu'il n'y ait qu'une façon & maniere de tourner.

Touchant ce qu'on estime la terre estre immobile pour sa pesanteur; il n'y a nulle apparence; car puis que la terre est notoirement une lumiere celeste, recevant sa clarté du Soleil, comme fait la Lune, ce n'est pas contre raison que la matiere de ces deux luminaires & aussi des autres estoiles retienne leurs matieres en un, chacune la sienne par une semblable propriété, assavoir comme la matiere terrestre tend vers le centre de la terre, (autrement elle s'espandroit comme feroit un monceau de cendres en l'air) & incline à tirer vers iceluy, jusques à ce qu'elle en soit empeschée d'autre plus pres; & ainsi en faut-il dire des autres, & puis que cela ne les empesche pas de se mouvoir en leur cercle, de mesme en peut-il estre de la terre, comme il semble aussi que telle est l'opinion de Copernique au 9 chap. de son premier livre: Et si par exemple quelqu'un estant loing de la terre, voyant reluire la terre aussi bien que les autres, auroit-il raison de dire, qu'icelle est pesante plustost qu'une autre, & estre esmerveillé de ce qu'elle tourne, aussi bien que les autres estoiles? j'ay opinion que non.

Quant à l'objection de Ptolemée contre le mouvement de la terre, assavoir que les edifices & les tours renverseroient, à cause de la rencontre de l'air; aussi que ce qui estant jetté en haut ne pourroit retomber au mesme lieu, ou pres de là, mais bien aussi loing que ce que la terre pourroit causer en outrepassant; cela ne peut pas subsister, d'autant que si on prenoit la mesme supposition, assavoir que l'air ne s'accommode avec la terre, le mesme inconvenient adviendroit en l'hypothese de terre immobile; en ce que l'air agité par le mouvement du premier mobile & de tout ce qui le suit, poussera aussi fort contre la terre immobile; que feroit la terre mobile contre l'air immobile: ce qui se peut entendre d'un baston à plomb, qu'on pousse de violence dans une eau dormante, & un autre aussi à plomb fiché dans le fond d'une riviere, dont la rapidité soit egale au pouffement du precedent baston; où l'on jugera, comme de raison, que les deux bastons rencontrent l'eau egalelement violente & rapide: dont s'ensuivroit semblablement, que ce qui seroit jetté en l'air, seroit emporté d'iceluy, aussi loing que le mouvement de l'air importe: ce qui n'advient pas; & partant l'air qui circuit la terre fait un Globe avec icelle lequel se meut avec la terre.

*Conclusion.* Nous avons donc descrit l'ordre des Cieux des planetes suivant l'hypothese de terre mobile, selon le dessein.

#### PROPOSITION II.

**D**éclarer le mouvement que la terre fait en son lieu; & sa direction magnetique.

Joignant le cours de la terre de lieu en lieu, d'Occident vers l'Orient, fait un circuit par an, comme a esté dit en la premiere proposition, elle en a encor deux en lieu: l'un est le cours journal sur son axe d'Occident vers l'Orient; lequel est comme on diroit, d'une pierre à esguiser le fer tournant dans un navire vogant: assavoir que la pierre a mouvement de lieu en lieu par le navire, & un mouvement local sur son axe: l'autre cours

(selon Copernique au chap. 11. de son premier livre) est; que cependant que la terre fait son cours annuel d'Occident vers l'Orient, elle en fait un autre en lieu au mesme temps au contraire, assavoir d'Orient vers l'Occident; tellement que par là l'axe demeure toujours parallele, (ou ce qui est tout un) tire vers mesme lieu; comme si quelqu'un attachoit un festu au centre du carton d'une bouffole; parallele à l'axe de la terre; & icelle bouffole soit dans un navire, lequel circuite le fossé d'une ville ronde, il est notoire que la bouffole estant emportée du navire aura circuit aussi le fossé de lieu en lieu, mais cependant ladite bouffole fera un tour de l'autre costé, contre le cours du navire; tellement que telle partie que le navire aura fait de son circuit, telle partie la bouffole aura-elle fait de son circuit de l'autre costé, demeurant par ce moyen ledit festu toujours parallele à l'axe de la terre; & le mesme s'entendra du cours de la terre en sa voye, laquelle tourne cependant un tour de l'autre costé en lieu, tenant ainsi l'axe vers un mesme lieu: Et je pense que c'est le vray sens de ce que dit Copernique, joint une figure audit 11 chap. de son premier livre: mais d'autant que ce mouvement ainsi dit de luy simplement sans aucune raison naturelle, ny demonstration, a esté cause que je ne pouvois de long temps diger ces deux cours en mesme temps, comme on fait des rouages d'horloges, d'autant que c'est une chose par trop raccommodee; toutefois il devoit estre tel pour convenir au reste: finalement est venu en lumiere un livre de Guillaume Gilbert, [De magno magnete Tellure] du grand Aymant terrestre, où il me semble que ce mouvement est à descouvert, & est bien déclaré: dont la somme est telle. On trouve sur la terre tant de pierres d'Aymant, en si grande quantité, & d'autre matiere de force Aymantine, (comme sont les montagnes de mines de fer qui sont en grande quantité de tous costez, & ont mesme nature d'attraction) qu'elle est comme une seule pierre d'Aymant semblable en propriété, comme les pierres d'Aymant tournées en Globe, lesquelles enfermées dans du liege aussi en forme de Globe, & les mettant dans l'eau, figurent la terre suspendue en l'air, car alors elles disposent leur axe parallele à celui de la terre, les poles chacun vers le sien: D'avantage si sur icelles on met des petites bouffoles comme sont les quadrans solaires portatifs, on trouve que l'Aymant a telle propriété comme la terre, touchant les declinaisons de l'aiguille, elevations & mouvemens d'icelle; ce qui a montré la cause aussi de ladite declinaison de l'aiguille du Nord, qui a tant esté recherchée; car si on fait des fosses en l'Aymant & qu'on ne mette pas la bouffole droit au milieu, (où elle pourroit montrer le vray Nort) mais pres l'un des bords, comme vers l'Occident, alors elle declinera vers l'Occident; & vers le bord Oriental, elle declinera vers l'Orient; & veu que la terre est aussi une telle sphere Aymantine, ayant des profondeurs en la mer, ou au milieu arriere de la terre, ne decline du Nort comme entre l'Amerique & l'Europe, mais de là vers l'orient du costé de l'Europe elle decline vers l'Orient; & de l'autre costé, vers l'Occident: La mesme raison se trouve vers les grands Promontoirs, comme le Cap de bonne Esperance & plusieurs autres, desquelles choses l'Auteur, descrit plusieurs exemples au dernier chap. de son quatriesme livre.

La terre ayant donc ceste vertu Magnetique, il faut que son mouvement susmentionné se face de necessité par telle vertu, (assavoir le mouvement d'Orient vers l'Occident, en un an un tour.)

Jusqu'icy ceste vertu Magnetique a esté nommée un mouvement, mais pour en dire mon opinion, je trouve estre plus expedient de l'appeller direction ou retenion Magnetique, pour ces raisons : J'ay dit cy-dessus que les mouvemens celestes qu'on suppose egaux, & qui conviennent ensemble, ne me venoyent à gré, comme n'estans ainsi vray-semblables; accordans à la nature: toutefois quelqu'un pourroit objecter ces deux mouvemens terrestres egaux dessusdits; ce qui n'a esté dit que pour faire plus ample declaration de tout, mais à mon advis c'est mieux dit de l'appeller direction, ou retenion Magnetique, comme a esté dit de la bouffole qu'on fait tourner à l'entour d'une ville ronde; car ainsi le faut-il entendre du mouvement de la terre en sa voye: tellement que ce que j'ay nommé jusques à present le deuxiesme mouvement en lieu, je le dis estre maintenant (selon le contenu de la proposition) sa direction Magnetique, comme signifiant assez qu'icelle terre dirige ainsi par la vertu Magnetique son axe tousiours parallele en l'un & l'autre lieu de sa voye, ce qui se doit retenir pour les choses suivantes: Notez aussi que si on le nommoit mouvement, que ce seroit contre l'ordre des signes, ce que je ne remarque estre fait, en pas un autre Ciel.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré le mouvement de la terre en lieu, & sa direction Magnetique, selon le requis.

#### PROPOSITION III.

**D**éclarer la direction Magnetique des deferans des planetes, & de leurs Cieux ou orbés.

Ceste propriété de direction Magnetique n'est pas seulement en la terre, comme dit est, mais aussi (ce qui servira d'approbation de l'autre) en son deferant, comme il appert par l'apogée du mesme, lequel à cause du cours du Ciel de Mars (où est enfermée la terre & son deferant) devoit faire aussi un tour par an, ce qui toutesfois n'advient, comme l'experience le montre: car on trouve que plusieurs années se passent devant que parfaire un degré, quasi comme s'il estoit fixe, d'où se conclud que la terre n'est pas seulement dirigée Magnétiquement, mais aussi sa voye entierement: voire que pour semblables raisons, le mesme advient és deferans des autres planetes, desquels les apogées ne reçoivent aucun mouvement des Cieux qui les environnent, ainsi qu'il appert manifestement au deferant de Mercure, duquel l'apogée devoit se mouvoir (à cause du mouvement du deferant de Venus) fort vistement, à chaque 225 jours un tour, & tant plus vistement que pourroyent causer les autres deferans d'alentour, ce qui n'avient pas veu que l'apogée de Mercure se meut aussi lentement que les autres tous.

Faut aussi sçavoir que telle direction Magnetique n'est pas seulement aux deferans plats des planetes, comme a esté dit, mais aussi aux Globes celestes entiers (qu'on appelle orbés) où ils sont portez, tellement que leurs axes (comme a esté mentionné en la deuxiesme proposition de l'axe de la terre) sont dirigez tousiours vers un mesme lieu: car si ceste direction n'estoit pas, les deux poles de l'orbe qui porte la terre, ne demeureroient pas en mesme lieu, mais descriroient un cercle tel que la declinaison du deferant de la Lune le pourroit causer: Ou pour dire autrement, la terre ne demeureroit pas tousiours sans latitude, dans le plan qu'on nomme l'ecliptique, mais quelquefois telle grande latitude que celui de Mars a; & de mesme le faut-il entendre des orbés des autres planetes, comme de celui de la

terre, entre lesquels celui de la Lune a une direction Magnetique fort remarquable, d'autant que son apogée ne reçoit aucune alteration du cours annuel de l'orbe qui conduit ou porte la terre: Aussi qu'au cours en latitude des planetes de dessous, s'ensuivroit un dereglement, causé par le meslange des diverses latitudes des deferans des planetes qui sont au dessus: Ce qui n'advient pas (comme il apparoit mieux par la description suivante, de l'ordre simple qu'ils tiennent au mouvement en latitude) & partant faut conclurre que telle direction est non seulement aux deferans des planetes, mais aussi à leurs orbés.

Notez encor cecy, que si on vouloit suivre l'ordre de la description des Cieux des planetes, que Copernique en son premier livre chap. II. fait en la description de la terre, icy mentionnée en la deuxiesme proposition, on devoit dire cecy: que puis que le Ciel de Jupiter fait son circuit trente-annéen, d'Occident vers l'Orient, qu'il reçoit du Ciel de Saturne, il fera aussi cependant, & au mesme temps, contre le susdit cours, un tour en lieu d'Orient vers l'Occident; tellement que par ce moyen son axe se tient & est dirigé vers un mesme lieu. Mais il me semble que pour les raisons susdites, qu'il est plus intelligible & naturel de nommer cela une direction Magnetique, que mouvement; qui plus est, il faudroit dire du mouvement des planetes de dessous, comme je prens de Mercure, d'avantage que du mouvement de Venus, veu que ce seroit la somme des mouvemens des autres planetes qui sont au dessus.

Finalemment, je diray encore, que du passé j'estois en suspens sur ceste matiere; tenant d'un costé pour regle generale, que tout comprins doit suivre la voye du comprenant, d'où s'ensuivroit que le cours de chacune planete viendroit du meslange des cours des autres planetes qui sont au dessus: & d'autre costé, je voyois advenir le contraire: cecy me faisoit douter, assavoir-mon si les Orbés n'estoyent contigus les uns aux autres, mais errans par l'air, comme les oyseaux à l'entour d'une tour, sans que son mouvement attienne à celui de l'autre; contre quoy d'autres raisons me reprenoyent: mais estant venu à la cognoissance de la propriété susdite, que je nomme direction Magnetique, ces doutes prendrent fin.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré la direction Magnetique des deferans des planetes, & de leurs Orbés, selon le requis.

#### PROPOSITION IV.

**D**ire touchant le lieu des attractions, qui dirigent la terre, les deferans & les Orbés des planetes, en leurs dispositions.

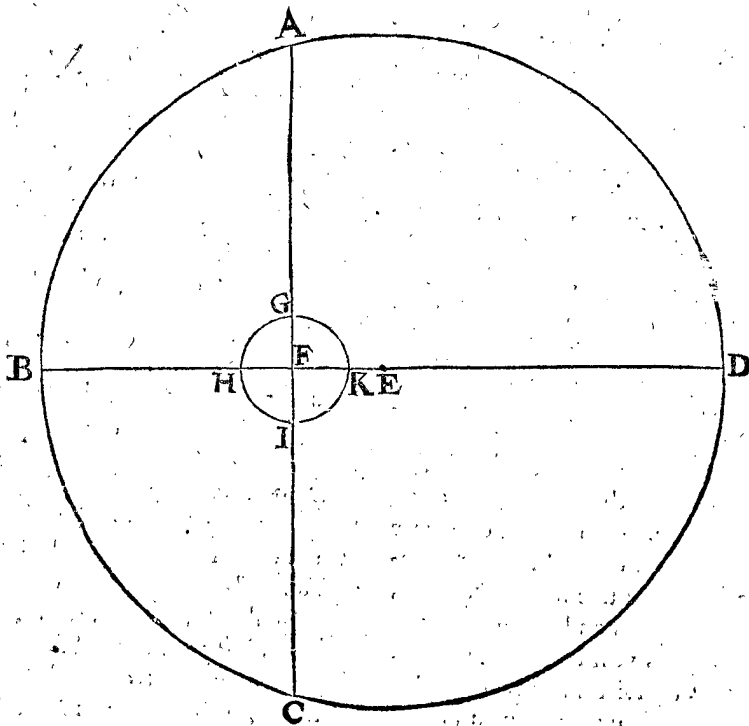
Les vertus qui tiennent & dirigent la terre, les deferans, & les Orbés des planetes, (lesquelles vertus se pourroyent nommer Aymans par comparaison) semblent estre hors des Cieux des planetes, excepté du deferant de la Lune: car par exemple, si on mettoit une pierre d'Aymant dans la quaiße de la bouffole, & faisant tourner la quaiße, l'aiguille ne montrera pas tousiours un mesme costé, mais bien tousiours vers l'Aymant, pource qu'elle tourne avec: De mesme aussi si la vertu attrayante, laquelle tient la terre & son Orbe entier en telle disposition, estoit dans sa quaiße (qui est l'Orbe de Mars) & tournée dans icelle, alors l'apogée du deferant de la terre recevroit le cours de Mars, assavoir en deux ans une revolution: Mais pource qu'il n'en est pas ainsi, on pourra conclurre que la vertu attrayante la terre n'est dans l'Orbe de Mars, ny pour les mesmes raisons en pas une des autres planetes: Mais d'autant que leurs apogées

## PROPOSITION V.

**D**Éclarer comment il n'appert de nécessité que le Soleil soit le centre du Ciel des estoiles fixes, mais que pour bonne raison on l'y suppose estre.

Tout ainsi qu'il est besoing de choisir sur le Globe de la terre un demy-meridien, afin que tous ceux qui traitent de la Geographie prennent en commun entr'eux un tel commencement de longitude, dequoy a esté parlé en la 4. définition du premier livre de la Geographie; de mesme est-il de besoing en l'Astronomie, de prendre & choisir un certain point pour estre appellé le centre, entre ceux qui en traitent; comme en la supposition de terre immobile, on prend bien à propos la terre pour estre au centre du Ciel des estoiles fixes, car lors qu'on conclud que ledit Ciel tourne alentour de son centre, il faut que la terre soit sur iceluy, autrement on n'auroit pas la moitié du Globe des estoiles sur l'horizon, ce qui repugne à l'experience, comme declare *Prolemée* au 5. chap. de son premier livre.

Touchant le centre du monde en l'hypothese de terre mobile, il vient à propos de prendre que le Soleil y soit, pource qu'il est assez bien le centre des cercles descrits par les apogées des deferans des planetes, mais de dire qu'iceluy soit le centre du Ciel des estoiles fixes, je pense que cela est indemonstrable. Soit à ceste fin *A B C D* le Ciel des estoiles fixes, son centre *E*, par où est mené le diametre *B E D*, & *A C* perpendiculaire sur iceluy, le coupant en *F*, hors le centre *E*, & du point *F*,



comme centre, soit descrit un cercle *G H I K*; ce qu'estant ainsi, il appert que combien que l'arc *A B C* soit moindre à *C D A*, toutefois pource que le cercle *G H I K* demeure toujours en mesme lieu, & qu'aussi le cercle *A B C D* est fixé, il semble que ces arcs soyent demicercles, estans veus du centre *F* du deferant de la terre, comme aussi *A B*, ou l'angle *A F B* 90. degrez; & de mesme estant veu de la terre en chacun lieu de la circonference *G H I K*, pource qu'il n'y a aucune raison perceptible du diametre *H K* au raid *B E*, ou à *B H*; on pourroit dire que puis que l'Orbe entier de la terre *G H I K* n'est qu'un point en comparaison du Ciel des estoiles fixes, qu'on ne peut demonstrier que le Soleil en soit le centre, plustost que l'apogée du deferant de

la terre, ou qu'aucun autre point en iceluy deferant: voire on peut estimer que le Ciel de Saturne n'est qu'un point en comparaison du Ciel des estoiles fixes; pour ces raisons: son diametre est environ neuf-fois le diametre du deferant de la terre, comme on verra en la proposition de ce troisieme livre: d'où s'ensuit que les estoiles fixes, veuës du deferant de Saturne auront une parallaxe, ou prostapherese, neuf-fois plus grande que celle qui est veuë du deferant de la terre, qui est neuf-fois une grandeur imperceptible, laquelle est aussi imperceptible, ou bien de nulle consequence: & partant puis que le Ciel de Saturne n'est qu'un point au pris du Ciel des estoiles fixes, chacun point en iceluy pourra estre pris pour centre du Ciel des estoiles fixes, sans

pouvoir remarquer aucune eccentricité ; & par conséquent ne semble pas demonstrable le Soleil estre le centre , plustost qu'aucun poinct au deferant de Saturne.

Touchant ce que *Copernique* dit en son premier livre chapitre 10, quel'on ne pourroit mieux poser ceste lampe en si beau temple qu'au centre d'iceluy, afin d'illuminer le tout ensemble ; ce sont bien des raisons naturellement pregnantes, mais non pas demonstrations Mathematiques ; & ainsi on pourroit dire de tout autre poinct, comme je prens le centre du deferant de la terre pour le centre du Ciel des estoiles fixes, posant que le Soleil face un circuit à l'entour, dont le raid soit egal à l'eccentricité du deferant de la terre, & là dessus fonder le cours du reste ; ce qui se pourroit faire sans erreur ; mais il est plus facile & commode d'y poser le Soleil, comme centre du firmament, tant pour declarer la convenance des hypotheses de terre mobile & immobile, comme on verra cy-apres, que pour autres subjets qui se rencontrent, lesquels en sont d'autant plus faciles & intelligibles.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré, qu'il n'appert pas que le Soleil soit de necessité le centre du firmament, mais que pour bonnes raisons il est choisi estre tel, selon la proposition.

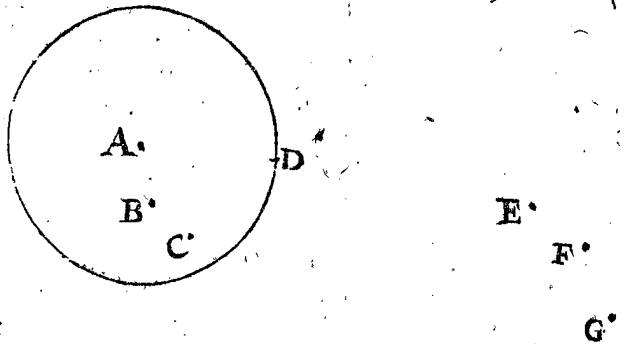
#### PROPOSITION VI.

**D**ire des admirations sans merveille de ceux qui supposent la terre immobile.

La plupart de ceux qui entendent & tiennent pour certain la description du cours des planetes de *Ptolemée*, s'esmerveillent de plusieurs propriétés qu'ils y remarquent : Premièrement, que Saturne, Jupiter & Mars en l'opposition du Soleil sont toujours au plus pres de la terre, & en conjonction au plus loing. Secondement, que leur cours en l'epicycle convient toujours avec l'excès du cours du Soleil, sur le cours du centre de l'epicycle. Tiercement, que le contraire advient à Venus & Mercure ; car leur cours en l'epicycle n'a pas telle convenance avec le Soleil, mais que le cours de leurs centres d'epicycle y convient : Ce qu'ils tiennent pour une marque singuliere que le Soleil est le principal des planetes, & comme leur Roy, ils semblent vouloir accommoder leurs cours au sien : lesquelles choses adviennent estans fondées sur une theorie erronnée, en l'hypothese de terre immobile. Et d'autant que ceste matiere a grand rapport avec ceux qui n'estans accoustumés de naviguer, attribuent le mouvement de leur navire aux autres, comme lors qu'ils en rencontrent un, estans en bas dans le navire sans voir eau ny terre, s'esmerveillent comment un tel navire va beaucoup plus viste que le leur : Ou bien leur navire faisant un tour, disent que l'autre (lequel possible est coy,) fait un circuit à l'entour d'eux ; je prendray cecy par exemple pour declarer ceste matiere.

Soyent sept poincts A, B, C, D, E, F, G, sept navires en mer, A l'Admiral à l'anchre, & D circuisant continuellement un cercle, qui comprend au dedans de soy les trois navires A, B, C, & non pas E, F, G ; soit aussi quelqu'un en D, comme spectateur ; lequel, selon qu'il a esté dit cy-dessus, s'imaginera qu'il est coy, & que les autres tournent irregulièrement à l'entour de luy ; ainsi que s'esmerveillant comme les mentionnez,

dira qu'à chacune fois que l'un des trois navires E, F, G, vient en droite ligne par luy, vers l'Admiral, alors



qu'iceluy navire est au plus pres de luy : & au plus loing, estant en droite ligne de l'autre costé de l'Admiral A, combien que leurs cours soit desfreiglé : Concluant de là que chacun des trois navires tourne encor en un plus petit cercle, par le moyen duquel ils s'approchent & s'esloignent de luy, s'esmerveillant d'abondant comment leur cours s'accorde & convient en quelque façon avec celuy de l'Admiral : Semblablement que les deux navires C, B, tiennent aussi une regle avec l'Admiral, toutefois contraire aux autres precedens, assavoir que le circuit du plus grand cercle qu'ils font à l'entour de D, est egal en temps au circuit de l'Admiral, dit en outre que c'est un signe qu'ils soumettent leurs cours à celuy de l'Admiral comme leur principal.

Ce qu'estant ainsi, & qu'un Matelot experimenté le reprenant, & luy responde qu'il s'esmerveille sans cause, veu que son navire, lequel il estime & s' imagine estre coy, est celuy qui circuit continuellement les trois A, B, C, d'où s'enfuit qu'il est autant de fois entre l'Admiral A, & l'un des trois E, F, G, que cestuy-là est plus pres de luy ; & au plus loing, lors que A est entre deux : aussi que ces navires ne tournent pas en petits cercles, & autres cours semblablement fingez, qui les fait approcher & esloigner, non plus que B, C, en tels cercles, convenans au cours de A, comme il estime : mais qu'on pourroit prendre pour chose contre nature, que ce qui apparoit estre tel à un non experimenté, ne soit en effect autrement.

De mesme en pourroit dire un Astronome experimenté à un apprentif ; changeant seulement les noms, au lieu de A l'Admiral soit le Soleil, & B, C, Mercure & Venus, D, la terre, E, F, G, Mars, Jupiter & Saturne, selon qu'il a esté dit cy-devant, le reprenant de ce qu'il s'esmerveille pour rien ; & ce qui s'enfuit.

Finalemment on trouve plusieurs difficultez en l'hypothese de terre immobile, en matiere de mouvement de latitude des cinq planetes de mineure apparence, ce que la plupart admire, ce qui est trouvé simple par l'hypothese de terre mobile, veu que les deferans sont obliques à l'ecliptique, comme celuy de la Lune : d'où l'on peut facilement trouver la maniere de calculer les latitudes, comme on verra cy-apres. Voila touchant les choses esmerveillables sans merveilles de ceux qui posent la terre immobile.

Jusques icy a esté traité de la qualité des Orbes des planetes : s'enfuit de leurs mouvemens, & premièrement en longitude.

DU MOUVEMENT DE LONGITUDE.

DEUXIESME DISTINCTION DU TROISIESME LIVRE,

Du mouvement propre de la terre, & apparant du Soleil.

SOMMAIRE DE CESTE DEUXIESME DISTINCTION.

Après 4 definitions, suivront 4 propositions; dont la premiere, qui est la septiesme en l'ordre, sera du mouvement de la terre en son deferant, qu'on appelle ecliptique.

La seconde, qui est la huitiesme en l'ordre, sera que le Soleil a mesme apparence en longitude, en l'ecliptique, mesme distance de la terre, & mesme prostapherese, en l'hypothese de terre mobile, qu'à l'autre de terre immobile.

La troisieme, qui est la neuvesme en l'ordre, que le perigee du deferant de la terre a mesme longitude en l'ecliptique, que l'apogee du Soleil en l'hypothese de terre immobile.

La quatrieme, ou la dixiesme en l'ordre, que la terre met autant de temps à parcourir le premier demicercle de son deferant, que le Soleil en la position de terre immobile; & que la terre se meut en longitude de mesme, & avec les mesmes prostaphereses que le Soleil, en l'autre position de terre immobile.

DEFINITION I.

Hypothese de terre mobile, est lors que l'on presuppose la terre se tourner à l'entour du Soleil, comme centre du Monde, de mesme mouvement & au mesme Orbe, que le Soleil est supposé en l'hypothese de terre immobile.

ALB. GIRARD.

Pour briefveté nous nommerons dorenavant hypothese propre, celle de terre mobile.

DEFINITION II.

Mouvement de la Lune, selon l'hypothese de terre mobile, est lors qu'on la pose se tourner à l'entour de la terre mobile, de mesme qu'en l'autre hypothese, à l'entour de la terre immobile.

DEFINITION III.

Si l'on pose que le deferant de la terre soit egal à l'epicycle de Saturne, Jupiter, & Mars, & que ces planetes soient posées, non pas se mouvoir en epicycles; mais en deferans, auxquels se mouvoient les epicycles; tels mouvements d'iceux, sont dits estre selon l'hypothese de terre mobile.

DEFINITION IV.

Si le deferant de la terre est posé egal aux deferans de Venus & Mercure; & qu'icelles planetes se mouvent en epicycles dans le grand Orbe de la terre; tels mouvements d'iceux sont dits estre selon l'hypothese de terre mobile.

PROPOSITION VII.

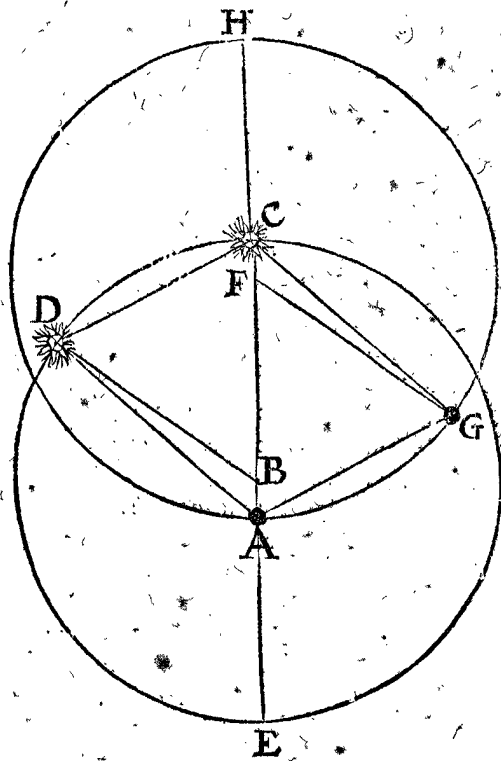
Trouver le cours de la terre en son deferant, sur le temps donné.

Les reliques des Anciens qui sont parvenuës jusques au temps de Ptolemée, tesmoignent qu'ils ont eu entr'eux ceste coustume, de descrire l'observation des mouvements des astres par le mouvement journalier, ou (ce qui revient à un) par le mouvement d'iceux à l'interval de temps donné, qu'ils ont trouvé par leurs observations; & pource que telle coustume est fort raisonnable, je commenceray de mesme ce troisieme livre selon l'hypothese de terre mobile, comme a esté fait aussi au premier livre, en l'autre hypothese. Or il faut sur tout noter icy, qu'on attribue bien un autre mouvement aux planetes, qu'à l'hypothese impropre; mais à la terre on luy donne le mesme, qu'on donnoit au Soleil, comme (en la troisieme proposition du premier livre) de 59<sup>o</sup>, 8, 17, 13, 12, 31, chacun jour, laquelle fait une revolution entiere par an. Voila donc touchant le cours de la terre en son deferant.

THEOREME. PROPOSITION VIII.

Le Soleil a en apparence la mesme longitude ecliptique, la mesme distance & prostapherese, qu'en l'hypothese impropre.

Le donné. Soit A la terre fixe selon l'hypothese impropre, AB eccentricité du Soleil, qui est selon Ptolemée 417, de telles parties que le raid BC en contient 10000; or du centre B & B C interval soit fait un cercle pour le deferant du Soleil CDE, & prolongée CA, au perigee E & apogee C, & le Soleil soit venu de C en D.



Mais selon l'autre hypothese, la terre soit esmeuë de A, & le Soleil soit ferme en C, & soit CF egale à l'eccentricité AB, & du centre F, interval FA, (égal à BC) soit descrit le cercle AGH, deferant de la terre; dont H est l'apogee, & A perigee, d'où la terre se mouvant soit parvenue en G, ainsi que les arcs AG, CD soyent egaux; puis soyent menées les six lignes AD, GC, CD, GA, BD, GF.

Le re-

*Le requis.* Il faut démontrer que le Soleil fixe en C, veu de la terre meuë G, a la mesme longitude en l'ecliptique, que le Soleil meu en D, de la terre fixe A.

DEMONSTRATION.

Premièrement je prendray ce qui est hors de controverse, A la terre, & C le Soleil, au temps qu'ils sont en leur apogée (tant en l'une qu'en l'autre hypothese) alors le Soleil est veu au mesme, & à la mesme distance: ce que je demonstreray advenir aussi aux autres lieux. Car puis que les arcs CD & AG sont egaux, les triangles BCD & FAG seront isosceles pareils, & partant CDAG sera parallelogramme, qui fait que le Soleil fixe sera veu de la terre meuë G, au mesme lieu, & de la mesme distance, que le Soleil meu D, de la terre fixe A: pource que la grandeur de AG est de raison imperceptible, (voire tout le diametre du grand Orbe,) au diametre de celuy des estoilés fixes: Quant à la prostapherefe, elle est egale, puis que l'arc CD est autant plus en degrez, que l'angle CAD; que l'arc AG, de l'angle GCA; pource que les angles BDA & CGF sont egaux; donc les prostapherefes (qui sont icy apherefes) seront egales.

*Conclusion.* Le Soleil donc a en apparence la mesme longitude, & mesme distance & prostapherefe qu'en l'hypothese impropre. Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION IX.

**L**e perigée du deferant terrestre obtient la mesme longitude en l'ecliptique, que l'apogée du Soleil en l'hypothese impropre.

*Le donné.* En la figure precedente, on voit que H perigée du deferant terrestre, obtient la mesme longitude en l'ecliptique, que l'apogée C du Soleil en l'hypothese impropre.

*Conclusion.* Le perigée donc du deferant, &c.

THEOREME. PROPOSITION X.

**L**ors que le Soleil en l'hypothese impropre converse en l'apogée, ou au premier demicercle de son deferant; la terre en l'hypothese propre sera en son apogée, ou conversera au premier demicercle aussi, & aura la mesme longitude, & prostapherefe en son deferant que le Soleil.

Soit à la figure de la 8 proposition, où l'on voit que la terre en l'hypothese propre est en l'apogée de son deferant A, au mesme temps que le Soleil en l'apogée C de son deferant CDE.

Aussi est manifeste que la terre converse au premier demicercle de son deferant AGH, en mesme temps que le Soleil au sien CDE.

D'avantage, la mesme longitude que le Soleil D obtient en son deferant CDE; dont la mesure est CD, la mesme obtient aussi la terre G en son deferant AGH, dont la mesure est AG; car par le donné il est egal à CD.

Finalemēt, autant que contient la prostapherefe ADB (qui est apherefe) du Soleil D en son deferant CDE, autant contient aussi la prostapherefe CGF (qui est aussi apherefe) de la terre G en son deferant AGH.

*Conclusion.* Lors donc que le Soleil en l'hypothese impropre converse en l'apogée, &c.

COROLLAIRE.

Veue que la terre en l'hypothese propre, obtient tousjours en son deferant un lieu semblable, que le Soleil en l'hypothese impropre, en son deferant; il s'ensuit que comme par les trois lieux du Soleil, qu'on prend en son deferant pour trouver son eccentricité, ainsi par trois

tels lieux semblables, on trouvera l'eccentricité du deferant terrestre, laquelle pour ceste cause sera egale à celle du deferant du Soleil, l'equation des jours, & les choses en somme de mesme genre, egales, lesquelles sont descrites & supputées au deuxiesme livre selon l'hypothese impropre; & sera dit cy-apres comment il est plus commode de prendre ceste hypothese impropre, pour les calculations qu'autrement.

TROISIEME DISTINCTION

DV TROISIEME LIVRE,

Du mouvement de la Lune en longitude, selon l'hypothese de terre mobile.

SOMMAIRE DE CESTE TROISIEME DISTINCTION.

*Elle contiendra deux propositions; dont la premiere, qui est l'onzieme en l'ordre, sera, comment au temps donné on pourra trouver l'apogée du deferant de la Lune & des nœuds, par voye Mathematique, sur l'hypothese propre.*

*La seconde, qui est la douzieme en l'ordre, comment la Lune a la mesme longitude en l'ecliptique, & la mesme distance de la terre, qu'en l'hypothese impropre.*

PROPOSITION XI.

**S**ur un temps donné trouver le cours de l'apogée du deferant de la Lune, & des nœuds, selon l'hypothese propre.

*Exemple, de l'invention du moyen mouvement de l'apogée du deferant lunaire.*

*Le donné.* Soit le temps d'un jour.

*Le requis.* On requiert de combien sera le moyen mouvement de l'apogée; selon la longitude apparente, de l'ecliptique en l'hypothese de terre mobile.

CONSTRUCTION.

Le moyen mouvement de la terre, par la troisieme proposition du premier livre (car pour les raisons ja deduites cy-devant on prendra celui du Soleil) est de 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.

D'iceluy osté le moyen mouvement de l'apogée du deferant, (lequel est en l'hypothese impropre selon l'ordre des signes le long de l'ecliptique apparemment) qui est par jour par l'onzieme proposition du premier livre, de 0 deg. 6. 41. 2. 15. 38. 31.

Restera pour le moyen mouvement de l'apogée du deferant lunaire contre l'ordre des signes, 0 deg. 52. 27. 14. 57. 34.

Cest exemple a esté du mouvement journalier, d'où appert la difference de ce mouvement naïf, d'avec l'imaginaire de l'hypothese impropre, plus clairement qu'avec un temps plus long où il eschoit plusieurs revolutions, lesquelles se doivent soustraire: mais d'autant que l'arc du mouvement diurne est trop petit pour la commodité de la demonstration, je prendray un temps plus long, comme de 90 jours. Auquel



DEMONSTRATION.

Auquel temps par la troisieme proposition du premier livre, le moyen mouvement de la terre sera de 88 deg. 42.

Duquel osté le moyen mouvement de l'apogée du deferant (selon l'ordre des signes en l'hypothese impropre) lequel est par l'onzieme proposition du premier livre, de 10 deg. 2.

Restera le moyen mouvement de l'apogée du deferant lunaire contre la succession des signes au temps donné de 90 jouts 78 deg. 40.

*Preparation de la demonstration.* Avant que venir à la demonstration speciale du mouvement, faut noter pour regle generale, que le mouvement de l'apogée du deferant lunaire, (comme iceluy a esté observé par nous en l'ecliptique,) est composé du sien & du mouvement du centre terrestre, lesquels il faudra distinguer, afin de declarer plus amplement par la theorie les loix des mouvemens. Si nous donnons au mouvement diurne de l'apogée lunaire 6 ① 42 ② en antecedence, voire en l'hypothese propre; alors ny la figure, ny le calcul n'accorderont avec la verité. Ce qu'estant cognu, soit ABC le cercle deferant le centre de la terre, son cen-

Si l'apogée F n'avoit aucun mouvement, il se trouveroit estre en la ligne DBN de necessité, mais il s'est meu en arriere, en K, car nous luy avons attribué ce lieu en la construction; & partant faut demonstrier que l'angle NBK vaut les susdits 78 deg. 40 ①, dont voicy la raison. Veu que BI est parallele à DA, afin que de B, par I, on voye le mesme point en l'ecliptique, que de D par A (car la raison du grand Orbe à la sphere des estoilles fixes est imperceptible) alors l'angle IBN sera egal à ADB, c'est 88 deg. 42 ①, duquel osté l'angle KBI de 10 deg. 2 ①, par la construction, restera NBK 78 deg. 40 ①. Parquoy en l'espace de 90 jours, lesquels la terre s'est meü de A en B en consequence des signes; cependant l'apogée de son propre mouvement a fait l'amplitude de l'angle NBK en antecedence, c'est 78 deg. 40 ①, comme il falloir demonstrier.

2 Exemple, du mouvement des nœuds ecliptiques.

On donne le temps d'un jour.

On requiert le moyen mouvement des nœuds ecliptiques, selon la longitude apparante de l'ecliptique, en l'hypothese propre.

CONSTRUCTION.

Le moyen cours de la terre par la troisieme proposition du premier livre, est en un jour de 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.

Auquel adjousté le moyen mouvement des nœuds de l'ecliptique, lequel est à l'hypothese impropre, en antecedence des signes faisant journellement par l'onzieme proposition du premier livre, 0 deg. 3. 10. 41. 15. 26. 7.

La somme sera le mouvement moyen requis des nœuds contre l'ordre des signes 0 deg. 2. 18. 58. 28. 38. 38.

Dont la demonstration est manifeste par celle du premier exemple.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé sur un temps donné le mouvement de l'apogée du deferant lunaire, & des nœuds, &c.

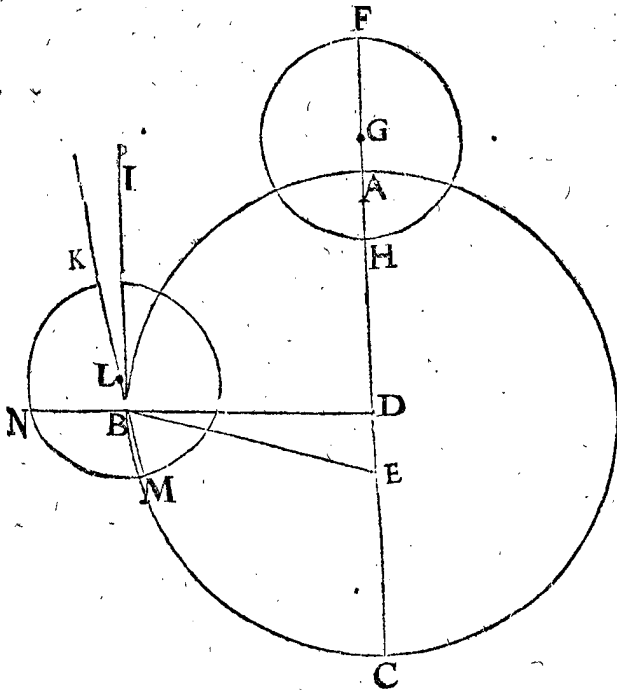
COROLLAIRE.

Veu que par l'onzieme proposition du deuxieme livre, on trouve la longitude ecliptique apparante de l'apogée du deferant, en l'epoque donnée: il sera facile de trouver la mesme sur un temps donné; car si à l'epoque on adjoust le mouvement au temps donné, selon les preceptes de ceste proposition, & de surplus audit temps le mouvement de la terre, ce qui viendra sera le requis. Et de mesme maniere des nœuds ecliptiques.

THEOREME. PROPOSITION XII.

LA Lune selon l'hypothese propre a telle longitude en l'ecliptique, & la mesme distance à la terre, que selon l'hypothese impropre.

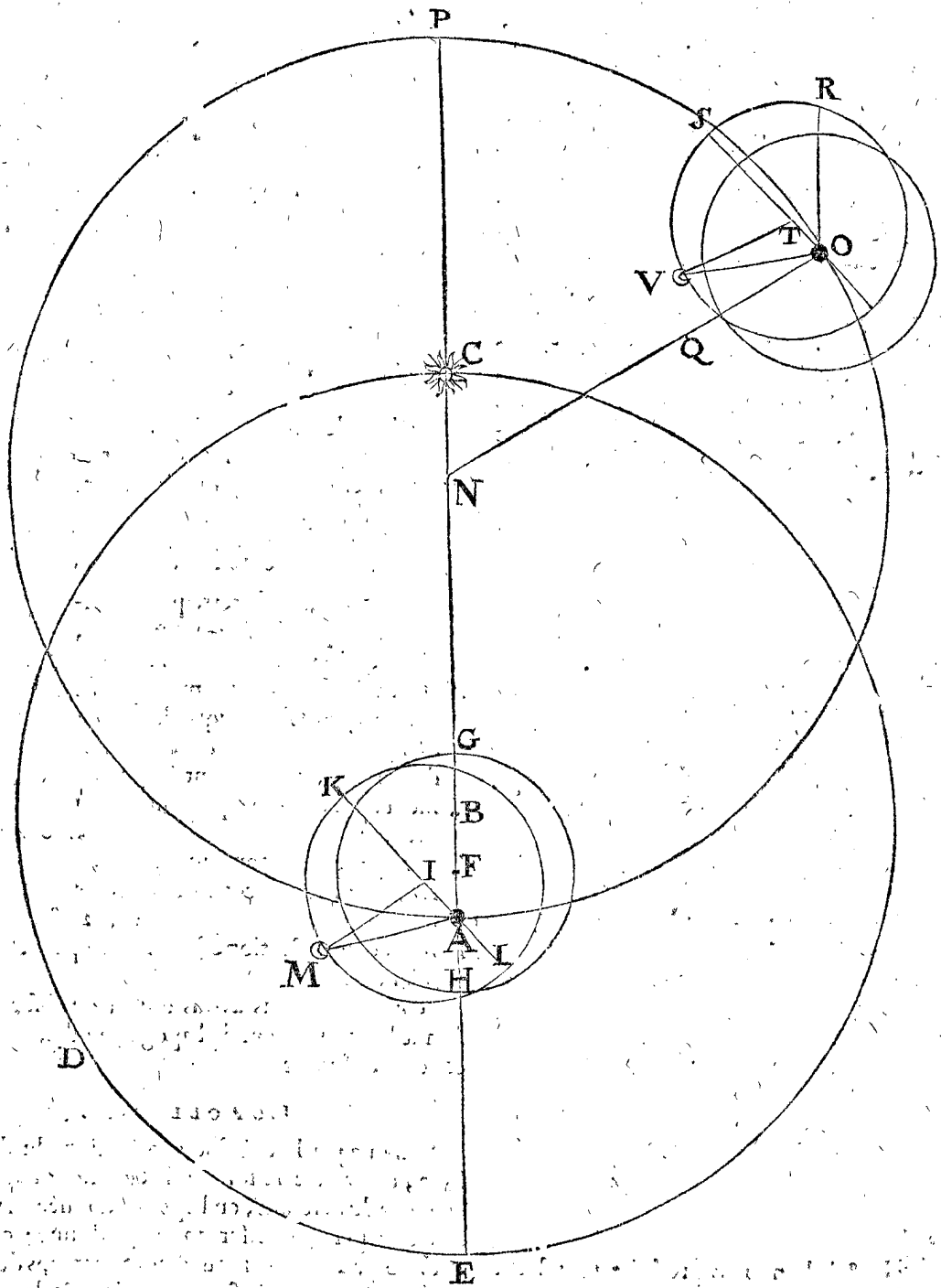
*Le donné.* Soit premierement la terre fixe A, & AB l'eccentricité du deferant du Soleil, puis du centre B, & BC intervalle soit décrit le deferant solaire CDE, & continuée CA en E, iceluy E sera perigée, C apogée; puis entre A la terre fixe, & B, soit F centre du deferant lunaire, duquel & de l'intervalle FG, soit décrit le deferant GH, coupant AE en H perigée & G apogée



tre D, le Soleil E, & la ligne DE produite, monstrera l'apogée A, & le perigée C: puis posant premierement la terre en A, prolongeant DA en F, & marquant le point G en AF, soit décrit sur iceluy, comme centre, & FH diametre, le cercle deferant la Lune, duquel F est apogée. Puis en 9 jours le centre de la terre soit parvenu de A en B, auquel temps par la construction son moyen mouvement est de 88 deg. 42 ① pour l'angle ADB: & puis BI parallele à DA, soit BK inclinée, ainsi que l'angle IBK soit egal au mouvement moyen de l'apogée du deferant lunaire, es 90 jours susdits: en antecedence, autant qu'il s'est meü selon la longitude apparante de l'ecliptique, qui est 10 degr. 2 ① par la construction; & prenant L en BK, ainsi que BL soit l'eccentricité, duquel L, comme centre, soit décrit le deferant KM, tellement que K est apogée & M perigée, & soit continuée DB en N.

apogée, & posérons premièrement la Lune en ce lieu; & F se soit meu puis apres en I, duquel & I K intervalle soit décrit le deferant K L egal à G H, duquel soit K apogée; ainsi qu'au mesme temps l'apogée G se soit meu jusques à K, & la Lune cependant de l'apogée, &

ce de l'intervalle K M, (si paraventure la Lune a fait quelques periodes, ils ne viennent en compte) puis menée A M, alors la Lune, selon le spectateur en A, sera distante de C (qui est sur le 65 deg. 30' de l'ecliptique) de l'amplitude C A M.



Voilà touchant la configuration du mouvement de la Lune en l'hypothese impropre, s'ensuit en la propre: Soit en C A le point N, que C N soit l'eccentricité de la terre égale à A B: & du centre N soit designé le deferant terrestre egal à C E, P perigée, A apogée. Et que la terre se soit meu de l'arc A O menant quant & soyle deferant de la Lune, que si cependant l'apogée d'iceluy deferant lunaire n'avoit aucun mouvement, il seroit en Q; ainsi que Q O & A G seroient égales: mais par l'onzieme proposition du troisieme livre present, il se meut de son propre mouvement contre l'ordre des signes, lequel est egal au mouvement terrestre A N O moins cest arc, auquel il se meut selon l'ecliptique, qui est l'angle G A K; & menant O R égale & parallele à A G, alors l'apogée R auroit parcouru l'angle Q O R,

contre l'ordre des signes, si nous n'en ostions l'angle egal au mouvement apparrant de l'apogée G A K: je fais donc S O R egal à iceluy, & prens un point T en O S, ainsi que O T & A F soient égales, puis du centre T, & intervalle T S, soit figuré le deferant lunaire S V R, dont S est apogée. Or ainsi qu'au mesme temps, que nous avons pris & défini cy-dessus, en l'hypothese impropre, la Lune s'auroit meüe de l'apogée à M, je designe S V arc, ou l'angle S T V (au deferant S V R) egal à K I M, & la Lune au point V; tellement qu'il faut demonstrier que la Lune V, de la terre meüe O, sera veüe avoir mesme longitude appante en l'ecliptique, que la Lune M de la terre fixe A, & que la distance de la Lune A M est égale à la distance O V.

DEMONSTRATION.

Car puis que OR est parallele à AG, & les angles ROS, GAK egaux, alors OS sera parallele à AK; & puis que STV & KIM font angles egaux, alors aussi TV & IM seront paralleles: D'avantage le triangle TOV a deux costez TO, TV, egaux & paralleles aux costez IA, AM du triangle IAM; & partant le costé restant OV au restant AM sera aussi parallele. Qui fait que la Lune en la terre meüe O, sera veüe avoir mesme longitude en l'ecliptique, que la Lune M de la terre fixe A, & es deux accidens les distances OV & AM seront egales.

Conclusion. La Lune donc es deux hypotheses aura mesme longitude en l'ecliptique & distance de la terre. Ce qu'il falloit demonstret.

COROLLAIRE.

Il est donc manifeste qu'on pourra trouver la longitude apparante de la Lune en l'ecliptique en l'hypothese propre, en cherchant la longitude apparante de l'apogée du deferant, selon le corollaire de l'onzieme proposition, & puis, oster le calculé restant, comme en l'hypothese impropre. Mais il eust esté plus facile & commode de faire la supputation sur l'hypothese impropre, dont la cause sera dite cy-apres en son lieu.

QUATRIESME DISTINCTION  
DU TROISIEME LIVRE,

DU mouvement en longitude de Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, selon l'hypothese propre de terre mobile.

SOMMAIRE DE CESTE  
QUATRIESME DISTINCTION.

Ceste distinction aura sept propositions: La premiere, qui est la treisiesme en l'ordre, sera de l'invention des raids ou semidiametres des deferans, les eccentricitez, la majeure & mineure distance des planetes, en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient 10000, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre.

La seconde, qui est la quatorzesime en l'ordre, sera du mouvement des 3 planetes superieures Saturne, Jupiter, & Mars, en leurs deferans au temps donné, selon l'hypothese propre.

La troisieme, qui est la quinsiesme en l'ordre, que les trois planetes superieures Saturne, Jupiter & Mars, ont telle longitude apparante en l'ecliptique, & mesme distance à la terre, en l'hypothese propre qu'à l'impropre.

La quatrieme, qui est la seiziesme en l'ordre, du mouvement des deux planetes inferieures Venus & Mercure, & ce en leurs deferans au temps donné, selon l'hypothese propre.

La cinquieme, qui est la dix-septiesme en l'ordre, que les deux planetes inferieures Venus & Mercure ont mesme longitude apparante en l'ecliptique, & la mesme distance à la terre, qu'avec l'hypothese impropre.

La sixiesme, qui est la dix-huitiesme en l'ordre; pourquoy il a esté demonstret es propositions 8, 12, 13, & 17, que les planetes selon l'hypothese propre sont trouuées avoir les mesmes lieux apparans, & distances l'une de l'autre, qu'en l'autre hypothese de terre immobile, avec leurs circonstances.

La septiesme, qui est la dix-neufiesme en l'ordre; contient une declaration, assavoir quelle hypothese des deux est plus commode à la computation du cours en longitude des planetes.

PROPOSITION XIII.

Trouver les raids des deferans, les eccentricitez, avec les majeures & moindres distances des planetes, en telles parties que le deferant terrestre en contient 10000, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre de terre mobile.

Mon dessein est icy de faire servir les nombres de Ptolemée; & combien que les apogées ayent fort changé de lieu du depuis, & que les exemples du temps present seroyent plus necessaires pour voir la convenance de ces conclusions avec les observations, neantmoins je les ay choisi, pource qu'en la description de Ptolemée se trouvent beaucoup d'exemples fort propres, tant du cours en latitude qu'en longitude des planetes, pour prouver les propos. fondées sur l'hypothese propre.

Pour venir donc à la chose, faut noter que les suppositeurs de terre immobile, ne sçachant que les epicycles apparans des trois planetes superieures, sont constituez au lieu du deferant de la terre, & qu'ils doivent estre chacun egaux à iceluy, ils n'ont donné à leurs semidiametres ou raids le mesme nombre, comme ils auroyent peu faire l'ayant sceu. Mais d'autant que d'icy s'ensuit, que les nombres des raids des deferans & eccentricitez de diverses planetes, ne sont pas proportionaux avec les longueurs essentielles, comme il seroit requis pour supputer commodement avec l'hypothese de terre mobile, & pour construire des instrumens Astronomiques, desquels les parties soyent proportionnelles à leurs homologues au prototype; à ceste fin je poseray en tous une commune mesure, assavoir ainsi que le raid du deferant terrestre contienne 10000, lequel est choisi, pource qu'il vient en compte es supputations de chacune planete, aussi que 10000 est un nombre facile.

1. Collection ou recapitulation des raids & eccentricitez trouuées par Ptolemée, & descrite sur l'hypothese impropre.

|  |                |
|--|----------------|
| Raid du deferant solaire   | 60 parties.    |
| Eccentricité dudit deferant solaire  | 2 part. 30 ①.  |
| Raid du deferant lunaire   | 60 part.       |
| Eccentricité dudit deferant lunaire (que Ptolemée nommoit raid de l'epicycle)  | 5 part. 14 ①.  |
| Autrement Ptolemée a mis à la 13 proposition de son cinquieme livre, 59 part. & 5 part. 10 ① proportionaux à 60 part. & 5 part. 14 ① pour le raid de la terre, en telles parties que le raid du deferant solaire en contient 1210. |                |
| Le raid du deferant de Saturne   | 60 part.       |
| Raid de l'epicycle de Saturne  | 6 part. 30 ①.  |
| Eccentricité de Saturne  | 3 part. 25 ①.  |
| Raid du deferant de Jupiter  | 60 part.       |
| Raid d'epicycle de Jupiter   | 11 part. 30 ①. |
| Eccentricité de Jupiter  | 2 part. 45 ①.  |
| cc   | Raid           |

|                             |                |
|-----------------------------|----------------|
| Raid du deferant de Mars    | 60 part.       |
| Raid d'epicycle de Mars     | 39 part. 30 ①. |
| Eccentricité de Mars        | 6 part.        |
| Raid du deferant de Venus   | 60 part.       |
| Raid d'epicycle de Venus    | 43 part. 10 ①. |
| Eccentricité de Venus       | 1 part. 15 ①.  |
| Raid du deferant de Mercure | 60 part.       |
| Raid d'epicycle de Mercure  | 21 part. 26 ①. |
| Eccentricité de Mercure     | 5 part. 41 ②.  |

Et pour changer ces nombres qui sont sur l'hypothese de terre immobile, en autres nombres, d'autre hypothese de terre mobile, de laquelle le raid du deferant soit 10000, comme a esté dit, je commenceray à la terre, dont le deferant est celuy qu'on donnoit au Soleil, duquel le raid (par la collection precedente) a telle raison à son eccentricité, comme 60 parties, à deux parties 30 ①, & partant estant le raid du deferant de la terre

l'eccentricité fera 10000. 417.

Et pource que Ptolemée en son troisieme livre chap. 4. pose l'apogée du Soleil au 65 deg. 30 ① de l'ecliptique, auquel lieu est le perigée du deferant terrestre, par la 9 proposition du troisieme livre, son apogée donc sera en l'ecliptique au 245 deg. 30.

Et touchant le raid du deferant lunaire, icy est par la collection precedente, au raid du deferant terrestre, comme 1210 à 59 : donc je dis, 1210 donne 59, combien 10000 ? viendra pour le raid du deferant lunaire 488.

Et pour avoir l'eccentricité du deferant lunaire, je dis, raid du deferant lunaire 59 parties, donne eccentricité 5 part. 10 ①, combien le raid dudit deferant lunaire 488 au dernier en l'ordre ? vient pour l'eccentricité du deferant lunaire 43.

Lequel adjousté avec le raid 488, viendra pour la majeure distance de la terre à la Lune 531.

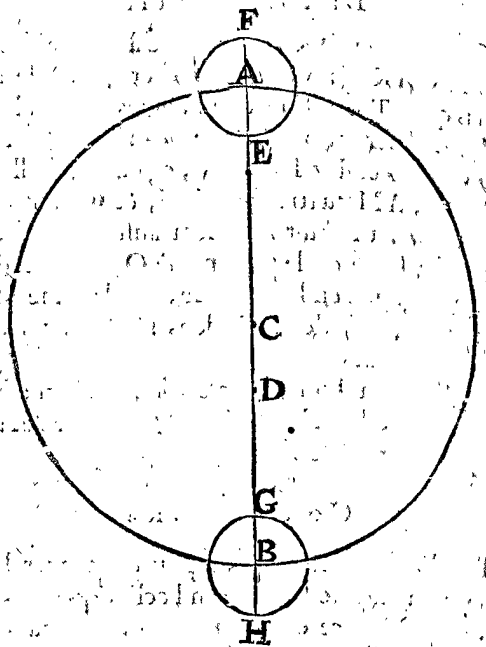
Et osté dudit 488 restera pour la moindre distance 445.

L'apogée du deferant lunaire en longitude apparante se changeant fort en peu de temps, n'a besoing d'estre mis icy.

Pour le raid du deferant de Saturne, je dis, le raid d'epicycle de Saturne 6 part. 30 ①, donne le raid du deferant 60 part. par la precedente collection, combien 10000 ? viendra pour le raid du deferant de Saturne 92308.

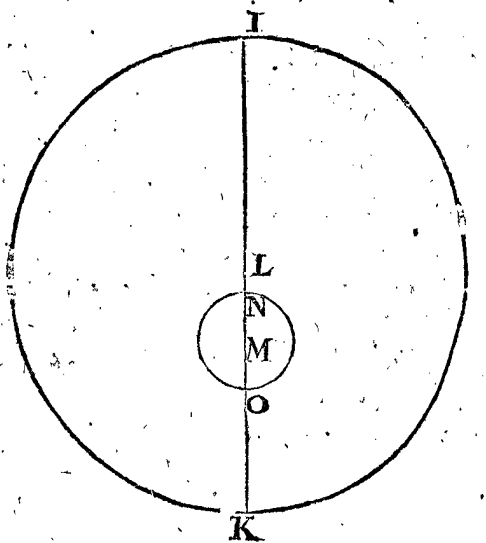
Pour l'eccentricité de Saturne, je dis, son raid d'epicycle 6 part. 30 ①, donne son eccentricité 3 part. 25 ①, combien 10000 ? viendra pour l'eccentricité de Saturne 5256.

Pour avoir la majeure & moindre distance de Saturne, je construiray deux figures pour rendre le tout plus intelligible, selon les deux hypotheses, dont la premiere est l'impropre. Soit AB deferant de Saturne, C son centre, & CA son raid faisant 92308, huitiesme en l'ordre : D est la terre immobile, CD l'eccentricité 5256, neufliesme en l'ordre, A apogée, B perigée : puis de A, comme centre, soit descrit l'epicycle EF, dont le raid AE fait 10000, par l'hypothese, duquel F est l'apogée, & E le perigée, & soit descrit sur B aussi un



epicycle egal à EF, dont G soit le perigée ; & maintenant pour avoir la majeure distance DF, j'adjouste à CA 92308, DC 5256 avec le raid AF 10000, vient en tout 107564, pour la majeure distance DF ; & de mesme on aura DG la moindre distance 77052.

Or pour voir la convenance de cecy avec l'hypothese de terre mobile, soit le cercle IK le deferant de Saturne, L son centre, & raid, IL, egale à CA faisant aussi 92308, & le centre du deferant terrestre soit M, & LM l'eccentricité, faisant 5256, comme CD ; l'apogée du deferant de Saturne I, & K perigée ; & de M,



comme centre, soit descrit le deferant de la terre NO, son raid MN, egal à AE 10000. Ce qu'estant ainsi, la majeure distance OI sera egale à DF, & la moindre OK egale à DG ; car on trouvera qu'adjoustant à IL 92308, LM 5256 & MO 10000, on aura OI, comme DF, pour la distance majeure 107564. Aussi OK la moindre distance, comme DG 77052.

Or l'apogée du deferant de Saturne estoit au temps de Ptolemée, comme il dit au 5 chap. de l'onzieme livre, sous l'ecliptique au 233 deg.

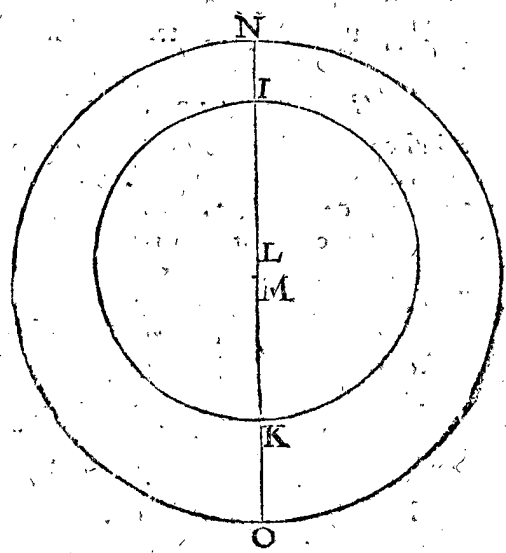
Tellement que faisant telle supputation avec Jupiter & Mars, on trouvera comme s'ensuit.

Raid du deferant }  
 Eccentricité } de Jupiter.  
 Majeure distance }  
 Mineure distance }  
 L'apogée du deferant de Jupiter estoit au  
 temps de *Ptolemée*, comme il escrit au  
 premier chapitre de l'onzième livre, sous  
 l'ecliptique au 161 deg.  
 Raid du deferant }  
 Eccentricité } de Mars  
 Majeure distance }  
 Mineure distance }  
 L'apogée du deferant de Mars estoit au  
 temps de *Ptolemée*, comme il est au 7 chap.  
 du dixième livre en l'ecliptique au 115 deg. 30.

52174.  
 2391.  
 64565.  
 39783.  
 15190.  
 1519.  
 26709.  
 3671.

D la terre immobile, CD l'eccentricité faisant 208,  
 dernier en l'ordre; A apogée du deferant, B perigée &  
 sur A soit décrit un epicycle EF, dont AE le raid fait  
 7194 anteprecedent trouvé, son apogée F, & E perigée,  
 puis sur B aussi un epicycle egal à l'autre GH, & G son  
 perigée; donc pour avoir DF majeure distance, j'ad-  
 jousté CA 10000, D C eccentricité 208, & AF 7194,  
 vient pour DF la distance majeure 17402.  
 Et distance mineure DG 2598.  
 Mais pour voir la convenance de cecy avec l'hypo-  
 these propre, soit IK deferant de Venus, L centre, &  
 IL raid egal à AF 7194, & M centre du deferant de  
 la terre NO, dont MN est le raid 10000, egal à CA;  
 puis LM eccentricité egale à CD 208, l'apogée du de-

Pour avoir le raid du deferant de Venus en  
 l'hypothese propre; il faut premierement  
 sçavoir qu'en l'impropre hypothese son  
 deferant est egal à celui de la terre, c'est à  
 dire le raid 10000: donc son raid d'epi-  
 cycle fait 7194, car disant 60 parties pour  
 le raid de son deferant donnent 43 part.  
 10 d'raid d'epicycle, par la precedente col-  
 lection; combien 10000? viendra ledit 7194:  
 & puis qu'en l'hypothese propre, cest epi-  
 cycle devient son deferant, donc le raid  
 du deferant de Venus sera 7194.  
 Pour avoir l'eccentricité de Venus, je dis,  
 60 parties (raid du deferant d'epicycle)  
 donnent son eccentricité 1 part. 15 d,  
 combien 10000? vient 208.  
 Pour les distances de Venus, majeure & mineure, je  
 designeray deux figures, l'une pour l'hypothese im-



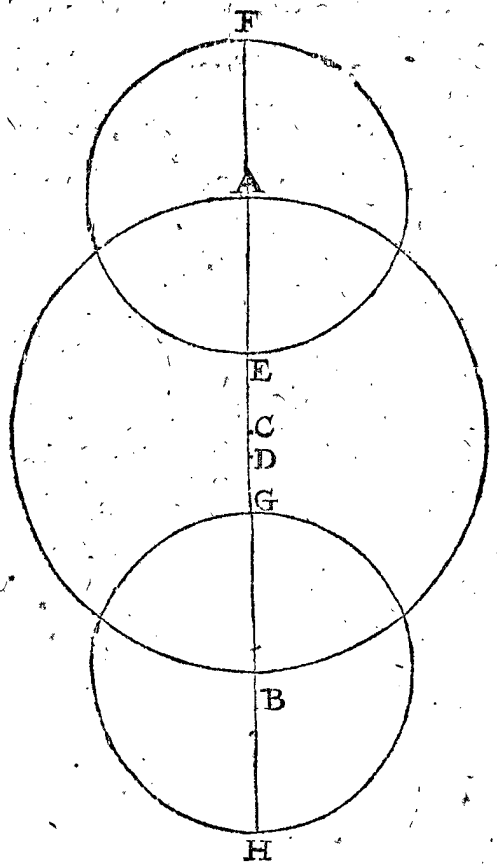
ferant de Venus de M soit I, & perigée K, d'avantage.  
 Ce qu'estant ainsi, la majeure distance OI sera egale à  
 DF cy-dessus, & la moindre distance NI à DG, car  
 à IL 7194, adjousté LM 208 & MO 10000, viendra  
 pour OI un nombre, comme à DF, laquelle ostée du  
 diametre entier NO 20000, restera la moindre dis-  
 tance 2598, comme devant.

Puis l'apogée de Venus estoit du temps de  
*Ptolemée*, comme il escrit au 2 chap. du  
 dixième livre, en l'ecliptique au 55 deg.  
 Faisant aussi semblable computation de Mer-  
 cure, on trouvera comme s'ensuit.

Raid du deferant } 3572.  
 Eccentricité } de Mercure 947.  
 Majeure distance } 14519.  
 Moindre distance } 5481.  
 L'apogée de Mercure estoit du temps de  
*Ptolemée* (7 chap. du neuvième livre) en  
 l'ecliptique au 190 deg.

NOTEZ.

Pour mieux trouver au doigt lesdites computa-  
 tions, nous les mettrons cy-dessus par ordre, com-  
 me une table.



propre, la dernière pour la propre. Soit AB le defe-  
 rant d'epicycle de Venus; C centre, CA raid 10000,

2. Collection ou recapitulation des distances susdites, en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient 10000, avec la longitude apparente des apogées des planetes, du temps de Ptolemée.

|                                    | Mercuré. | Venus.  | Terre.       | Lune. | Mars.        | Jupiter. | Saturne. |
|------------------------------------|----------|---------|--------------|-------|--------------|----------|----------|
| Raid du deferant,                  | 3372     | 7194    | 10000        | 488   | 15190        | 52174    | 92308.   |
| Eccentricité,                      | 947      | 208     | 417          | 43    | 1519         | 2391     | 5256.    |
| Majeure distance,                  | 14519    | 17401   | 10417        | 531   | 26709        | 64565    | 107564.  |
| Moindre distance,                  | 3481     | 2598    | 9583         | 445   | 3671         | 39783    | 77052.   |
| Longitude apparente de l'apogée de | 190 deg. | 55 deg. | 245 deg. 30. |       | 115 deg. 30. | 161 deg. | 233 deg. |

Conclusion. Nous avons donc trouvé les raids des deferans, & eccentricitez, avec les majeures & moindres distances des planetes, en telles parties que le deferant terrestre en contient 10000, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre de terre mobile, selon le requis.

COROLLAIRE.

Ayant ainsi computé lesdites lignes, & cognoissant les raisons des raids des deferans aux epicycles, en telles parties que le raid de la terre fait 10000, & que le raid du deferant terrestre contient 1210 raids de la terre, il appert comment on pourra descrire telles propositions, comme il a esté mentionné en la deuxiesme note de la 49 proposition du deuxiesme livre en l'hypothese impropre, assavoir comme les 23 & 24 propositions du Soleil, & 39 & 40 de la Lune, & d'avantage comment on trouvera les lignes qui y adviennent en telles parties que le raid du deferant de la terre en contient 10000.

PROPOSITION XIV.

Descrire le cours des trois planetes superieures, Saturne, Jupiter, & Mars, en leurs deferans, sur un temps donné, en l'hypothese propre.

Le donné. Pour commencer par Saturne, soit le temps donné d'un jour.

Le requis. On veut trouver le cours de Saturne en son deferant audit temps, sur l'hypothese propre.

CONSTRUCTION.

Il faut sçavoir que Saturne estant proprement en son deferant au lieu où l'on presuppôse estre le centre de son epicycle, en l'hypothese impropre, & ainsi n'a autre mouvement, lequel est par la 18 proposition du premier livre, de 0 deg. 2, 0, 33, 31, 28, 51; & quant à la prostapherese, laquelle on remarque en iceluy, elle ne vient pas de l'epicycle en l'hypothese impropre, mais en la propre par le mouvement de la terre; tellement que par un tel mouvement simple il fait son cours en son deferant: & autant en faut-il entendre des deux autres, Jupiter, & Mars.

Conclusion. Nous avons donc descript le cours des trois planetes superieures, Saturne, Jupiter, & Mars, en leurs deferans, sur un temps donné, en l'hypothese propre, selon le requis.

THEOREME. PROPOSITION XV.

Les trois planetes superieures, Saturne, Jupiter & Mars, reçoivent en l'hypothese propre, les mesmes longitudes apparentes, & distances de la terre, qu'en l'impropre.

Je deduiray ceste proposition en six articles, pour plus ample déclaration: dont le premier sera de la configuration de l'une des trois planetes superieures, comme le cours de Mars en l'hypothese de terre immobile.

Le deuxiesme, la configuration du cours de Mars, en l'hypothese de terre mobile.

Le troisieme, sera la demonstration que Mars en l'une & l'autre hypothese, a la mesme longitude apparente, & mesme distance de la terre, estant Mars en l'apogée de son epicycle, & le centre de l'epicycle, en l'apogée du deferant.

ALB. GIRARD.

J'ay corrigé ce qui s'en suit, comme aussi au quatriesme article suivant, lequel estoit negligemment barboüillé tant au Flamend, qu'au Latin.

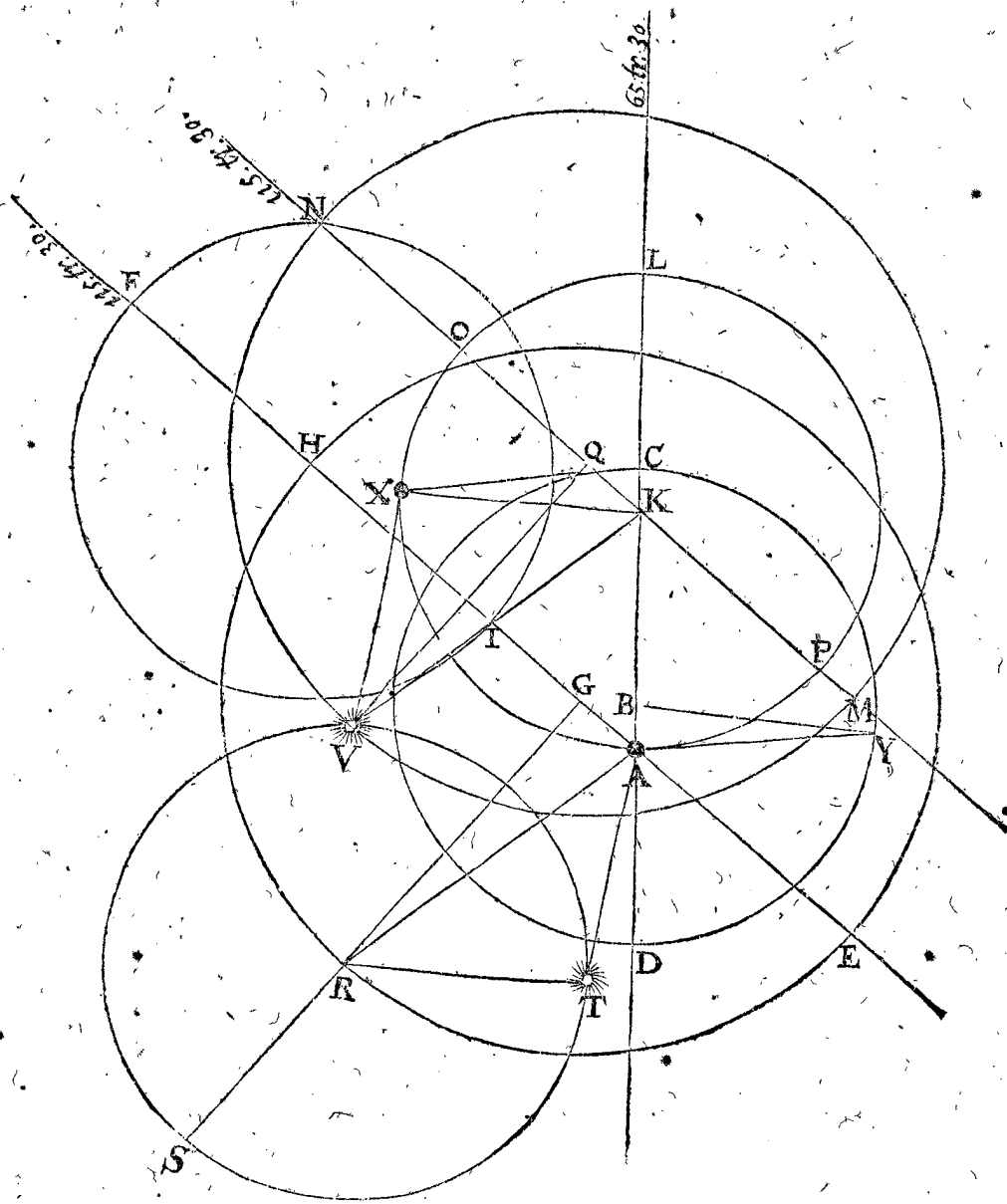
Puis pour demonstrier que le mesme advient aussi en autre lieu quelconque, sera fait un preparatif au quatriesme article, & déclaré comment le raid du deferant à Mars en l'hypothese propre, est toujours parallele au raid du deferant de l'epicycle, vers le centre de l'epicycle: Et aussi que le raid du deferant terrestre entre son centre & la terre, est toujours parallele au raid de l'epicycle, qui est entre le centre d'iceluy epicycle & Mars.

Le cinquieme, sera la demonstration que Mars en l'une & l'autre hypothese, a la mesme longitude apparente, & mesme distance de la terre, en tout lieu où Mars se trouve.

Le sixiesme sera, de la difference qui advient entre les operations des deux hypotheses, en la computation de la longitude apparente des planetes.

I Article, contenant la configuration du cours de Mars en l'hypothese impropre.

Soit premierement posé A estre la terre immobile, & AB eccentricité du deferant solaire CD de 417, selon Ptolemée, lors que le raid BC fait 10000, par la 13 proposition du troisieme livre, & D perigée, Capogée au 65 deg. 30 (1) du temps de Ptolemée. Et pour figurer le cours d'une des trois planetes superieures, comme de Mars, duquel l'apogée du deferant de l'epicycle au temps de Ptolemée estoit au 115 deg. 30 (1), par la 13 proposition de ce troisieme livre; je mene EF par A, faisant l'angle CAF de 50 deg. assavoir de AL au 65 deg. 30 (1) de l'ecliptique, & AF vers le 115 deg. 30 (1) dudit ecliptique; & soit G en AF, ainsi que AG soit l'eccentricité de Mars, faisant 1519 par la 13 proposition, lors que le raid du deferant solaire fait 10000: puis H en EF, ainsi que GH face 15190 pour le raid du deferant d'epicycle de Mars en mesmes parties que dessus, par la 13 proposition, & sur G, comme centre, & GH intervalle soit descript le deferant d'epicycle HE, coupant AF en H, comme apogée, & en E perigée: Puis en quelque lieu soit l'epicycle de Mars, & premierement en l'apogée H, comme centre d'iceluy, ayant un raid HF egal



HF égal à BC ( car BC, ou HI 10000, à GH, ainsi 19 part. 30 ① à 68 part. raison trouvée par Ptolémée par l'onzième proposition ) lequel epicycle soit FI, F apogée, & I perigée, tellement que la configuration de Mars est achevée en l'hypothese de terre immobile.

2 Article, contenant la configuration du cours de Mars, selon l'hypothese de terre mobile.

A ceste fin soit A terre mobile, & C le Soleil fixe, puis soit K en CA, tellement que l'eccentricité CK soit égale à AB, & puis descrite le deferant terrestre AL du centre K, & raid KA égal à BC, son apogée A, & perigée L : & quant à la figuration du cours de Mars, soit menée MN par K, parallele à EF; parquoy KN sera aussi dirigée vers le 115 deg. 30 ① de l'ecliptique, aussi bien que AH; & en apres posé KQ en la ligne KN, depuis K, égale à l'eccentricité AG, denotant aussi le point N, faisant QN égale au raid du deferant de l'epicycle de Mars GH, deservant avec icelle le deferant de Mars NM, coupant KN en N, comme apogée, & M perigée.

3 Article, contenant la demonstration que Mars a en l'une & l'autre hypothese, la mesme longitude apparante en l'ecliptique, & la mesme distance de la terre, estant en l'apogée de son epicycle, & le centre de l'epicycle en l'apogée du deferant.

Prenant que H centre d'epicycle de Mars soit en

l'apogée H, & Mars en l'apogée de son epicycle F, alors AF fera la plus grande distance que Mars pourra estre esloigné de la terre immobile; & par consequent en l'hypothese propre Mars sera en N apogée de son deferant, & la terre mobile en P, & ainsi PN sera égale à AF; d'autant que le raid du deferant de Mars QN avec l'eccentricité QK, sont ensemble égales à GH raid du deferant d'epicycle avec l'eccentricité GA, & puis KP raid du deferant terrestre égal à HF raid de l'epicycle. D'avantage pource que PN, AF sont paralleles, alors il sera veu tant en l'une qu'en l'autre hypothese, en un mesme point de l'ecliptique: Et est manifeste pour raisons semblables que les moindres distances es deux hypotheses seront aussi égales; ce qui se pourroit voir plus clairement, si l'epicycle estoit marqué au perigée.

4 Article, que le raid du deferant, en l'hypothese propre jusques à Mars est toujours parallele au raid du deferant de l'epicycle, vers le centre de l'epicycle, en l'hypothese impropre; & que le raid du deferant terrestre, vers la terre, est toujours parallele au raid d'epicycle, entre le centre & Mars.

ALB. GIRARD.

J'ay corrigé la proposition du present article, qui est mal tant en Flamend qu'en Latin.

Soit le centre d'epicycle de Mars parvenu de H à R, par lequel R soit menée GRS, ainsi S sera le my-apogée, duquel Mars est parvenu jusques à T en l'hypothese impropre: Et pource, par la ptopre, Mars sera parvenu en mesme temps de N à V, ainsi que l'arc NV est egal à l'arc HR, puis menée QV, elle sera parallele & egale à GR.

Aussi la terre mobile, qui estoit alors en P, ayant fait le cours PLX egal aux fudirs deux, comme PL (egale, je prens, à ST) & LX semblable à NV, ou l'angle LKX egal à l'angle NQV, ce qui doit estre ainsi par la 3; proposition du premier livre, où est demonsté que le cours de l'apogée de Mars avec le cours de son epicycle, sont ensemble egaux au cours du Soleil, ce qui est aussi le cours de la terre.

Parquoy ayant la terre mobile veuë de K, fait tel cours en longitude apparante, comme l'arc PLX emporte: & aussi pource que Mars en l'hypothese impropre a fait pareil cours en longitude apparante: alors la terre mobile, veuë du centre de son deferant K, aura fait un tel cours en longitude apparante, que Mars en l'hypothese impropre, veu du centre de son epicycle; & partant seront leurs raids KX, RT paralleles, comme ils estoient au commencement du cours, assavoir HF avec KP: Et ainsi que K vers P estoit d'un sens opposite à H vers Mars F, ainsi maintenant aussi K vers la terre X, est d'un sens opposite à R vers Mars T.

*5 Article, que Mars en l'une & l'autre hypothese, a en tout lieu la mesme longitude apparante, & la mesme distance à la terre.*

Pour venir à la demonstration, je mene les 4 lignes AR, AT, KV, VX; & puis que le costé KQ du triangle KVQ, est egal & parallele à AG du triangle ARG, aussi QV egal & parallele à GR, par le quatriesme article, il faut donc que les costez restans KV & AR soyent egaux & paralleles: D'avantage veu que les deux costez KV, KX sont egaux & paralleles aux deux AR & RT, chacun au sien, par le quatriesme article, il s'ensuit qu'aussi seront les costez restans XV, AT, & partant l'on voit Mars en V de la terre mobile X, apparemment en un mesme point en l'ecliptique, qu'estant en T veu de la terre immobile A, aussi VX & TA sont distances egales.

*6 Article, de la difference qu'il advient entre les operations des deux hypotheses en la computation de la longitude apparante des Planetes.*

En l'hypothese impropre on rencontre en la computation de la recherche de la longitude apparante de Mars de cest exemple, le quadrangle commun AGRT, avec cinq termes connus; assavoir les trois costez AG, GR, RT tousiours de mesme longueur connue: D'avantage l'angle AGR, comme adjoinct de l'angle connu HGR, mouvement moyen du centre de l'epicycle, & l'angle GRT adjoinct de SRT aussi connu, estant le mouvement moyen de Mars en l'epicycle, par lesquels on trouvera l'angle incognu GAT, lequel adjousté à la longitude connue où AG tend, c'est vers le 115 deg. 30 ①, on a le requis.

Mais en l'hypothese propre, on rencontre le quadrilateré croisé KQVX, avec cinq termes donnez, assavoir les costez KQ, QV, KX, tousiours de mesme

longueur connue, & l'angle KQV, comme adjoinct de l'angle donné NQV, moyen mouvement de Mars en son deferant; & l'angle QKX, estant LKX longitude moyenne de la terre, moins LKO 50 deg. par lesquels on trouvera l'angle incognu KXV, lequel osté de la longitude connue où tend XK, qui est la longitude apparante du Soleil moyen K, on a le requis, de necessité, de mesme que cy-dessus.

Or telle sera la demonstration de Saturne & Jupiter, que de Mars icy.

*Conclusion.* Les trois planetes superieures Saturne, Jupiter & Mars reçoivent és deux hypotheses, les mesmes longitudes apparantes, & distances de la terre; qu'en l'impropre, selon le requis.

#### NOTEZ I.

D'icy se peut voir la cause comment il advient en l'hypothese impropre de terre immobile, que le cours du centre de l'epicycle en sa voye, & le cours de la planete en son epicycle; sont ensemble autant que le cours du Soleil; & non pas qu'essentiellement les planetes ayent regard au Soleil, comme à leur Roy, comme a esté dit à la 6 proposition du troisieme livre, que plusieurs s'esmerveillent là dessus; car en effect il n'y a que la planete & la terre, chacun ayant son cours particulier en sa voye, d'où advient que l'hypothese de terre immobile fingée, trouve telle convenance.

#### ALB. GIRARD.

*C'est à dire qu'il suffit aux planetes de tourner en leurs cercles deferants, chacune selon son mouvement particulier, sans qu'il y ait aucune contrainte en cela, ny relation d'icelles au Soleil quant à leurs cours; mais on pourroit dire qu'encor qu'elles ayent tel regard envers le Soleil, que de tourner toutes à l'entour de luy; que toutefois l'hypothese propre est beaucoup plus simple & facile.*

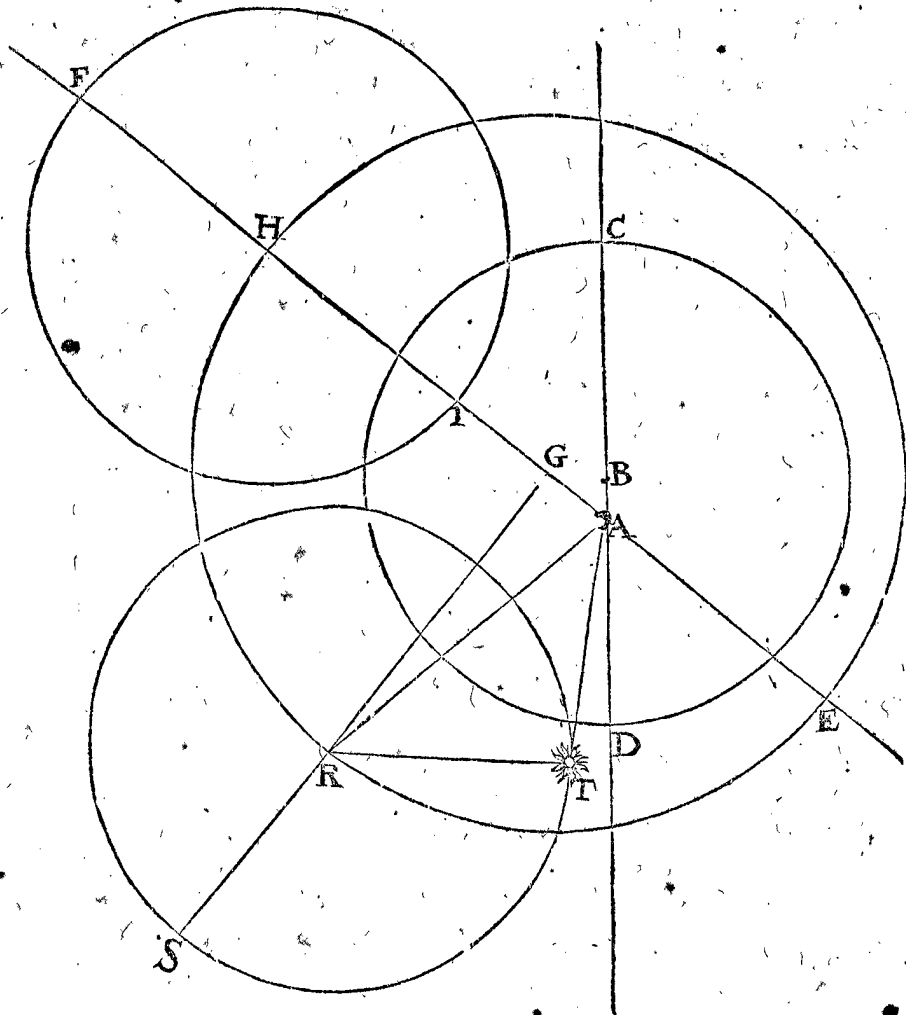
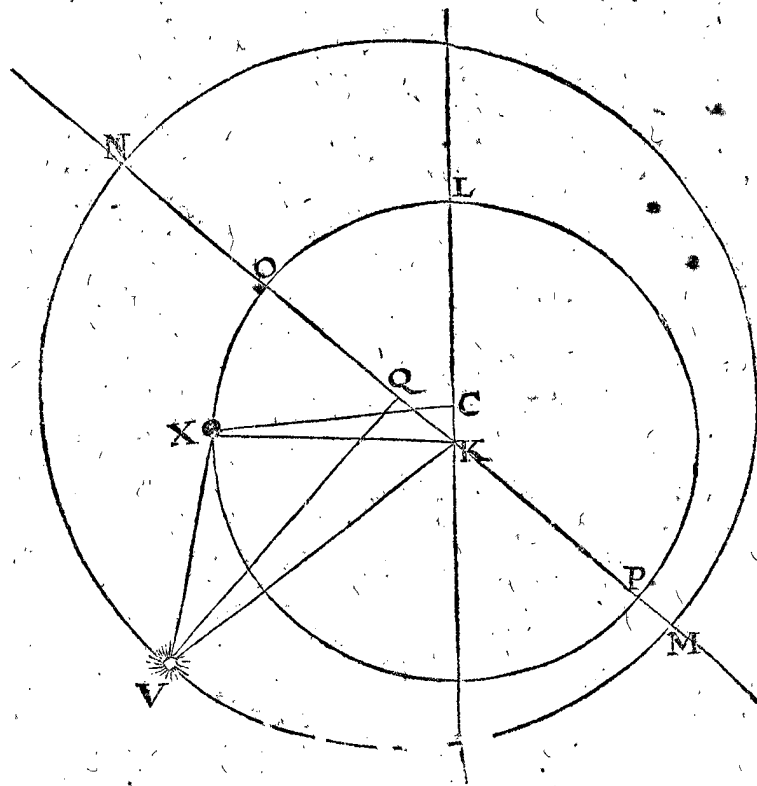
#### NOTEZ II.

Pour voir cecy plus clairement par exemple, touchant la convenance du Soleil avec la Terre & Mars, en l'une & l'autre hypothese, je mene XC de la terre mobile X au Soleil fixe C; mais en ceste hypothese, la terre mobile, est parvenue de A par P, L, à X; & en mesme temps en l'autre hypothese, le Soleil mobile sera parvenu de C par D à Y, ainsi que les arcs CDY, & APLX sont egaux; & partant AY sera egal & parallele à XC, qui fait que le Soleil fixe C, est veu de la terre mobile X, en la mesme longitude, que le Soleil mouvant en Y, de la terre immobile A. D'avantage d'autant que XC est parallele à AY, & XV à AT; alors l'angle VXC sera egal à l'angle TAY; d'où advient aussi que la distance apparante de Mars V, au Soleil fixe C, veuë de la terre mobile X, est egale à la distance apparante de Mars T, au Soleil mobile Y veu de la terre A.

#### NOTEZ III.

Veü que les deux hypotheses du premier & deuxiesme article, sont ensemble en une figure, pource que la demonstration le requiert ainsi; & aussi que pour plus ample declaration il seroit bien besoing de les voir separées, je les ay separées pour ceste cause comme s'ensuit.





PROPOSITION XVI.

Descrire le cours des deux planetes inferieures Venus & Mercure en leurs deferans, sur un temps donné, avec hypothese de terre mobile.

Le donné. Pour commencer avec Venus, soit le temps d'un jour.

Le requis. On veut là dessus trouver le cours d'icelle en son deferant, avec hypothese propre.

CONSTRUCTION.

Au cours du centre de son epicycle en l'hypothese impropre faisant par la 36 proposition du premier livre, sur un jour

0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.

Soit adjousté son cours en l'epicycle en un jour, faisant par la 41 proposition du premier livre

0 deg. 36. 59. 25. 53. 11. 28.

cc 4

Vient

Vient ensemble pour le cours requis de Venus sur un jour en l'hypothese propre

1 deg. 36. 7. 43. 6. 23. 59.

Remarquant que le theoreme suivant, qui est la 17 proposition sert de demonstration à ce probleme, nous n'en parlerons pas icy : Et de mesme le faut-il entendre de Mercure.

*Conclusion.* Nous avons donc décrit le cours des deux planetes inferieures, &c.

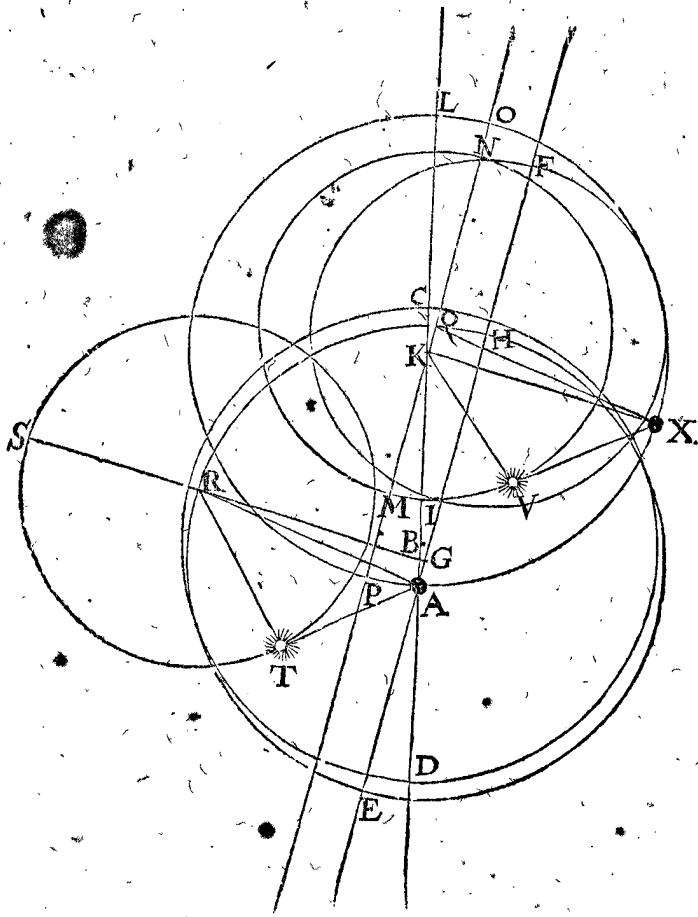
THEOREME. PROPOSITION XVII.

Les deux planetes inferieures Venus & Mercure reçoivent en l'une & l'autre hypothese la mesme longitude apparante, & distance de la terre.

Pour declarer ceste proposition par ordre, je la deduiray en six articles, comme en la 15 proposition es trois superieures, prenant Venus pour exemple.

1 Article, contenant la configuration du cours de Venus en l'hypothese impropre.

Soit premierement A la terre fixe, AB, l'eccentricité du deferant solaire faisant selon Ptolemée 417 lors que BC en fait 10000 par la 13 proposition du troisieme livre, & sur B centre, & BC raid soit décrit le deferant solaire CD, & prolongeant CA, alors D sera perigee & C apogee, lequel estoit du temps de Ptolemée au 65 deg. 30 (1). Et pour descrire là dessus la figure du cours des deux planetes inferieures, je prens celuy de Venus par exemple comme dit est, de laquelle l'apogee du deferant d'epicycle estoit au temps de Ptolemée au 55 deg. par la 13 proposition du troisieme livre, je mene



par la terre fixe A, la ligne EF de A en F vers les 55 deg. susdits de l'ecliptique, assavoir que l'angle CAF soit 10 deg. 30 (1), difference entre 55 deg. où est F, & 65 deg. 30 (2), où est C, je pose en apres en AF, le point G, ainsi que AG soit l'eccentricité du deferant d'epicycle

de Venus, faisant 208 des mesmes parties que dessus par la 13 proposition : mais d'autant que le deferant d'epicycle de Venus est egal au deferant de la terre, comme a esté dit en la 13 proposition, & le mesme deferant terrestre à celuy du Soleil, je descriis sur G comme centre & GA intervalle egal au raid BC le deferant d'epicycle HE coupant HF en H, comme son apogee, & E est le perigee : Je descriis puis apres en quelque lieu, le deferant d'epicycle de Venus, soit premierement à l'apogee H, lequel comme centre, & HF raid, faisant 7194 par la 13 proposition, soit décrit l'epicycle FI : or voila la configuration de Venus en l'hypothese impropre.

2 Article, contenant la configuration du cours de Venus en l'hypothese propre.

A ceste fin, soit A la terre mobile, & C le Soleil fixe, marquant en CA le point K, ainsi que CK soit eccentricité egale à AB ; puis sur K, comme centre, & KA raid egal à BC, je descriis le cercle AL deferant de la terre, son perigee L, apogee A : Et pour descrire là dessus le cours de Venus en l'hypothese de terre mobile, je mene par K. la ligne MN parallele à EF, coupant le deferant de la terre en O, P ; & partant KN sera dirigee aussi vers le 55 deg. de l'ecliptique, comme AH ; je pose en apres le point Q en KN, ainsi que KQ soit egale à l'eccentricité AG, & marque N, ainsi que QN soit egale au raid de l'epicycle HF, descrivant par ce moyen le deferant de Venus NM coupant la ligne KN en N comme apogee, & en M comme perigee.

3 Article, contenant la demonstration que Venus es deux hypotheses a la mesme longitude apparante, & la mesme distance de la terre, estant en l'apogee de son epicycle, & le centre de son epicycle, en l'apogee de son deferant.

Posant que le centre d'epicycle de Venus, soit en l'apogee du deferant H, en l'hypothese de terre immobile A, & Venus en l'apogee de l'epicycle P ; & partant AF sera la majeure distance de Venus à la terre immobile, qui fait que Venus sera (en l'hypothese propre) en l'apogee de son deferant N, & la terre mobile en P ; car ainsi il y a autant de distance de la terre mobile P à Venus N, que de la terre immobile A à Venus en l'epicycle en F ; d'autant que le raid du deferant terrestre KP, avec l'eccentricité QK sont egales au raid du deferant d'epicycle GH avec l'eccentricité GA ; & d'avantage QN raid du deferant de Venus egal à HF raid de l'epicycle : Qui plus est d'autant que PN & AF sont paralleles, alors Venus sera veue en apparence es deux hypotheses en un mesme point de l'ecliptique : Et pour semblables raisons est manifeste que la moindre distance NO en l'hypothese propre, doit estre egale à l'autre moindre distance en l'hypothese impropre : ce qui seroit la ligne de A jusques au perigee de l'epicycle, s'il estoit décrit sur E comme centre, mais a esté delaisse pour eviter confusion en la figure.

4 Article, que le raid depuis le centre du deferant terrestre jusques à la terre, est toujours parallele au raid, depuis le centre du deferant d'epicycle, jusques au centre de l'epicycle : & que le raid du deferant de Venus, depuis le centre jusques à Venus, est toujours parallele au raid de l'epicycle, depuis le centre jusques à Venus.

Soit le centre d'epicycle de Venus parvenu de H jusqu'à R, par lequel R soit menée GRS, alors S sera le my-apogee, duquel cependant Venus est parvenue en T

en T en l'hypothese impropre : Et pource que le cours de Venus en son deferant est egal aux deux cours, dont l'un est du centre de l'epicycle icy l'angle SRT, il faut que Venus en son deferant aye fait cependant un cours de N, egal aux deux angles susdits ; qui est l'angle renversé NQV, & menant QV, elle sera egale & parallele à RT, pour les mesmes raisons deduites cy-dessus en Mars au quatriesme article de la 13 proposition de ce troisieme livre ; Aussi la terre mobile, qui estoit lors en P, ayant fait le cours PX, egal au cours du centre de l'epicycle HR, par lequel aussi les deux raids KX, GR, de ces deux cercles egaux, seront egaux & paralleles.

5 Article, que Venus a es deux hypotheses en tout lieu la mesme longitude apparante, & la mesme distance de la terre.

Pour venir à la demonstration, je mene les quatre lignes AR, AT, QV, VX, & dis ainsi : veü que le triangle R X Q a son costé K Q egal & parallele à A G, du triangle A R G ; & de mesme Q X egal & parallele à G R, il faut que le troisieme costé K X soit egal & parallele au troisieme A R : D'avantage je dis, que d'avantage que le costé Q X du triangle Q V X est egal & parallele à A R, & Q V aussi egal & parallele à R T, par le quatriesme article, il faut que le troisieme costé X V, soit egal & parallele au troisieme A T ; & partant on voit Venus en V, de la terre mobile X, en apparence au mesme lieu de l'ecliptique, qu'on la voit de la terre immobile A, & y a telle distance de V à X que de T à A.

6 Article, de la difference qu'il y a en la computation des deux hypotheses, touchant la longitude apparante des planetes.

En l'hypothese impropre on a le quadrangle ordinaire A G R T avec cinq termes cognus, assavoir A G, G R, R T, tousiours d'une longueur egale cognue, & l'angle A G R, comme adjoinct du cognu H G R, moyen mouvement du centre de l'epicycle, & aussi l'angle G R T, adjoinct du cognu S R T, moyen mouvement de Venus en l'epicycle, par lesquels on trouvera l'angle incognu G A T, lequel adjoinct à la longitude cognue où A G est dirigée (c'est au 55 deg.) on a le requis.

Mais en l'hypothese propre, on a le quadrangle croisé K Q V X ayant cinq termes cognus, assavoir les trois costez K Q, Q V, K X, tousiours de longueur egale cognue, & l'angle K Q V adjoinct de l'angle cognu N Q V apotome de cercle, du moyen mouvement de Venus en son deferant, & l'angle Q K X estant apotome de cercle de la longitude moyenne de la terre, par lesquels on trouvera l'angle incognu K X V, lequel adjoinct à la longitude cognue où X K est dirigée, qui est la longitude apparante du Soleil moyen K, on aura le requis, & sera de necessité de mesme que dessus.

Et de mesme comme a esté dit de Venus, fera aussi entendu de Mercure.

Conclusion. Les deux planetes inferieures Venus & Mercure, reçoivent donc es deux hypotheses la mesme longitude & distance de la terre, &c.

## NOTEZ.

Il appert que l'on pourroit separer les deux hypotheses qui sont meslées en une mesme figure, comme on a fait de Mars en la troisieme note de la 15 proposition.

Declärer la raison pourquoy j'ay demonstré es propositions 8, 12, 15, & 17, que les planetes ont les mesmes longitudes apparantes en l'hypothese propre, & mesmes distances l'une de l'autre qu'en l'hypothese impropre, avec les circonstances d'icelles.

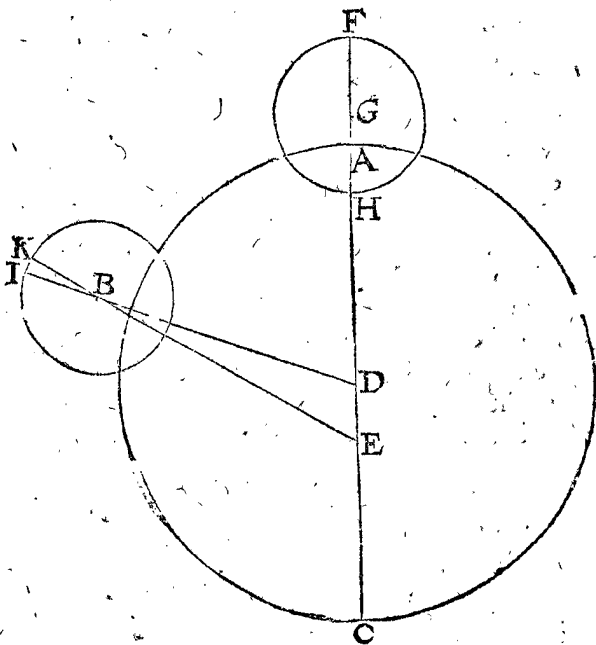
Copernique entend bien comme il semble, que les deux hypotheses donnent mesme conclusion quant aux lieux des planetes & de leurs distances l'une de l'autre ; mais il n'en fait aucune demonstration (desquelles hypotheses ostant de l'une les adjonctions de Ptolemée es mouvemens incognus, & de l'autre les siennes) & semble entendre qu'il n'en est pas de besoing ; ce que je trouve toutefois estre necessaire pour plus grande certitude du fondement, & pour plusieurs choses dont je me suis souvenu ; Premièrement je fus quelque temps d'opinion (comme sont plusieurs autres qui se tiennent en l'hypothese de terre mobile) qu'on devoit poser fixe le Soleil mobile par imagination, au lieu de la terre fixe, & au contraire la terre mobile au cercle du Soleil, & qu'ainsi on auroit le commencement de la theorie de la terre mobile : mais pource que les propositions fondées là dessus estoient defectueuses, je trouvoy qu'il ne falloit pas poser la terre au cercle du Soleil, mais qu'il falloit descrire un cercle pour estre deferant terrestre à l'entour du Soleil fixe, lesquelles choses ne me semblerent pas si aisées, que je ne trouvasse expedient d'en faire description, comme on peut voir en la 8 proposition de ce troisieme livre : Et trouvoy aussi que Saturne avec les autres planetes veües du Soleil fixe, n'avoient les mesmes longitudes, qu'ont les centres d'epicycles veus de la terre fixe : Comme par exemple en la 15 proposition de ce troisieme livre, la ligne A R n'est pas parallele & egale à C V, si elle estoit menée, mais bien à K V. D'avantage je voyois que par l'hypothese de terre mobile, l'apogée de son deferant escheoit à l'autre costé de l'apogée du deferant du Soleil, de l'autre hypothese, ce que je ne trouvoy si facile, qu'il ne soit besoing d'aucune declaration, comme on la verra à la 9 proposition de ce troisieme livre.

Aussi combien que la longitude apparante du Soleil veu de la terre, est le point opposite de la longitude apparante de la terre veüe du Soleil, d'où l'on presumeiroit facilement que lors que le Soleil en l'une hypothese seroit au premier demicercle de son deferant ayant apherese, qu'au mesme temps la terre en l'autre hypothese seroit en son deferant au deuxiesme demicercle ayant prosthesse, non egale avec l'apherese du Soleil : toutefois le Soleil & la terre en leur hypothese mobile sont en mesme temps, chacun au premier demicercle de leurs deferants avec apherese, ou au deuxiesme demicercle avec prosthesse egale, ce qui a esté mis en la dixiesme proposition, comme de necessaire declaration.

Secondement, il s'est rencontré qu'estant au traitté du cours de la Lune, que comme ainsi soit que la terre tourne en un eccentrique, elle acquiert les mesmes inegalitez ou prostaphereses qu'on attribue au Soleil en l'hypothese impropre ; & puis que le Ciel de la Lune comprenant en soy le Globe terrestre, alors ce majeur Globe acquiert la mesme inegalité susdite, que fait le moindre, assavoir la terre, d'où l'on peut conclurre proprement que son apogée tient aussi ceste inegalité, ce qui m'a fait premierement douter, si cela n'estoit pas la cause de la deuxiesme inegalité incognue, que Ptolemée a remarqué. Mais pour estre plus ferme en cecy, j'ay pensé plus avant à la chose, marquant une figure comme s'ensuit :

Soit

Soit  $ABC$  l'écœntrique de la terre ;  $D$  son centre,  $E$  le Soleil, par lesquels est mené le diamètre  $ADEC$ , ainsi que  $C$  est perigée,  $A$  apogée, & la terre soit en  $A$ . Puis prolongeant  $DA$  jusques en  $F$ , & entre  $A$  &  $F$  ayant posé le point  $G$ , je descriis sur iceluy, comme centre, le deferant lunaire  $FH$ , duquel  $F$  est apogée :



Mais d'autant que le mouvement du mesme apogée, ne cause aucune alteration à ce que nous voulons dire, pource qu'il est sans inégalité, je prens que le deferant lunaire n'aye aucun mouvement, mais que le moyen apogée comme  $F$ , demeure tousiours en la ligne menée du centre  $D$  par la terre. Ce qu'estant ainsi, soit la terre avec le deferant lunaire parvenuë de  $A$  en  $B$ , alors son moyen apogée (suivant le posé) sera en la ligne prolongée  $DB$ , comme soit en  $I$ , puis menée de  $E$  par  $B$ , jusques au deferant lunaire la ligne  $E B K$ , tellement que  $K$  signifie l'apogée, & l'angle  $E B D$ , ou  $I B K$  l'apophèrese de la terre  $B$ , & partant aussi de l'entier deferant lunaire, & par consequent du my-apogée  $I$ , lequel est veu en un autre lieu de  $E$ , que par  $D$ ; maintenant on demande si le mesme apogée  $I$ , avec la venuë de la terre de  $A$  en  $B$ , n'a reçu aucune inégalité par l'écœntrique de la terre? Or tout bien posé, on voit qu'il y a différence, & diversité touchant le lieu du spectateur, que si c'est au Soleil  $E$ , comme centre de l'ecliptique, alors l'apogée  $I$  sera veu avoir eu de là une inégalité; & d'autant qu'il n'est pas question du lieu du spectateur en  $E$ , mais de la terre  $B$ ; alors le point  $K$  montre la longitude apparante de la terre, comme ainsi soit que la ligne  $E B K$  vienne de  $E$  centre de l'ecliptique, tellement que si le my-apogée estoit veu là, il auroit reçu une inégalité en la venuë de la terre de  $A$  en  $B$ , assavoir l'angle  $I B K$ ; mais il est veu en  $I$ , autant plus avancé qu'emporte l'angle  $K B I$ , & partant par la venue de la terre de  $A$  en  $B$ , il aura autant couru en apparence en l'ecliptique, que peut emporter l'arc  $A B$ , ou l'angle  $A D B$ , qui est précisément autant que le cours propre de la terre sans aucune inégalité: joint que je vis pour lors, que combien que la terre & aussi le deferant de la Lune ayent la mesme inégalité qu'on attribue au Soleil en l'hypothese impropre, que nonobstant cela, l'apogée du deferant lunaire veu de la terre n'a pas ceste inégalité là, ce qui me mist lors hors de doute. Je trouvay aussi qu'il ne se trouvoit aucune différence en la position du mouvement propre de l'apogée de 52 ① 27 ② par jour,

contre l'ordre des signes, comme en l'onzieme proposition de ce troisieme livre, qui est en l'hypothese impropre 6 ①, 41 ② selon l'ordre des signes, par l'onzieme proposition du premier livre: Semblablement qu'il ne se trouvoit aucune difference en posant le cours propre des nœuds par jour de 1 deg. 2, 19, contre l'ordre des signes, comme en l'onzieme proposition de ce troisieme livre, qui est en l'hypothese impropre de 3 ③ 11 ④ contre l'ordre des signes aussi, par l'onzieme proposition du premier livre.

Mais combien que les choses susdites m'estoyent ainsi cognues, il n'apparoissoit pas clairement, que je peusse tirer de là, la convenance du cours de la Lune es deux hypotheses, sans autre declaration; tellement qu'à ceste fin, je fis la 12 proposition.

Tiercement, cecy m'est advenu en l'ordonnance des cours des autres cinq planetes, assavoir de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure; qu'il estoit manifeste qu'en la computation des lieux des planetes en l'impropre hypothese, que l'on mene diverses lignes de l'écœntrique du Soleil, c'est à dire de la terre, aux autres points necessaires, comme en la figure de la 15 proposition les lignes  $AR$ ,  $AT$ , de la terre fixe  $A$ ; & par consequent on pourroit penser qu'en la supputation des lieux des planetes en la propre hypothese, que telles lignes, comme  $KX$  &  $KV$ , ne devroyent pas estre menées de  $K$ , mais de  $C$  ecœntrique du deferant terrestre, qui est le Soleil fixe, puis que tel lieu tient tel rang en la propre hypothese, comme la terre fixe en l'impropre; joint qu'il me sembloit aussi que cela requeroit demonstration.

Quatriesmement, on peut encor bien joindre à cecy le grand changement qu'il advient, en ce qu'en l'hypothese propre on oste l'epicycle, disant que c'est le cours de la terre qui cause ceste apparence, & qu'on place la planete où estoit le centre de l'epicycle.

De toutes ces choses, il ne m'a pas semblé estre à propos de tirer conclusion de convenance sans en faire demonstration, ce qui a esté la certitude de ceux qui l'ont fait par cy-devant. Mais touchant que Copernique n'en a rien escrit, combien que ce qu'il en dit, est certain; comme de supputer le cours de la Lune en l'hypothese propre, comme en l'impropre, sans recevoir alteration quelconque du cours de la terre; d'avantage es autres planetes, de ne pas mener les lignes susdites, du Soleil comme centre du monde, mais du centre du deferant de la terre: de tout cela on peut juger de deux choses l'une; la premiere, ou qu'il n'a pas trouvé la chose si estrange que moy, mais si aisée qu'il n'estoit pas grand besoing à son advis d'en faire aucune mention; ou bien qu'il a trouvé des livres des anciens, touchant la terre mobile, là où les raisons n'estoyent pas deduites de ce que dessus, & qu'il les a aussi delaisées, en mettant son livre en lumiere.

Or que ce soit l'une ou l'autre, tousiours si c'est la premiere, aucuns seront esmeus de prendre garde, à chercher un chemin plus court; afin de ne pas declarer par un long chemin ce qu'on pourroit faire par un plus court; & si c'est la seconde qu'il ayt trouvé des livres des anciens, cela sera un argument, que si on cerchoit es bibliothèques, qu'on en pourroit peut estre encor trouver d'autres, & par ce moyen avoir occasion de rechercher les livres des anciens avec plus de diligence qu'on n'a fait.

Conclusion. Nous avons donc déclaré pourquoy a esté demonstré es 8, 12, 15 & 17 propositions, que les planetes sont veues avoir mesmes longitudes apparantes

res & mesmes distances de la terre en l'une & l'autre hypothese, avec leurs circonstances, selon le requis.

PROPOSITION XIX.

**D**éclarer en quelle hypothese, assavoir en l'impropre, qui est de la terre immobile, ou en la propre, qui est de la terre mobile; il semble estre le plus commode de faire les computations de la longitude des planetes.

Au livre precedent ayant décrit le cours des planetes par les Ephemerides observées, & au deuxiesme par operation Mathématique, tous deux fondés sur l'impropre hypothese, & puis suivant mon dessein décrivant ce troisieme fondé sur la propre; tellement qu'on pourroit objecter, que puis qu'on sçavoit que l'autre estoit impropre hypothese, pourquoy elle n'estoit obmise sans y perdre temps, mais plustost dès le commencement decrire la propre: là dessus je responds generalement, que j'estime la cognoissance de l'une & de l'autre fort necessaire; car par exemple, puis qu'il a esté démontré qu'elles conviennent, il ne sera de besoing de decrire des propositions nouvelles en la propre, touchant l'invention de la longitude des planetes, equations des jours, conjunctions, oppositions, eclipses, &c. lesquelles sont ja descrites en l'impropre; voire que mon opinion est de faire toutes les supputations en general par l'hypothese impropre, comme plus commodement.

Car par exemple, si quelqu'un commandant de remettre un fardeau, lequel estoit dans un batteau vogant, dix pieds plus en arriere; & qu'on le vienne mettre voirement dix pieds plus derriere, ne plus ne moins que si le batteau estoit ferme; car autrement il le faudroit mettre plus loing, autant que le cours du batteau emporte entre le temps du commandement, & l'execution qui pourroit estre, je prens 1000 pieds d'avantage, & partant au lieu de 10 pieds en arriere le faudroit reculer de 1010 pieds, qui seroit peut estre hors le batteau dans l'eau; ce qui n'estant pas selon l'intention du commandeur, s'ensuit qu'il est plus commode en tel accident de parler & faire selon l'apparant, qu'autrement; assavoir selon l'immobilité apparante de la matiere interieure du navire. Mais s'il estoit question, non pas de transporter un fardeau dedans le navire, mais de transposer un pau dedans l'eau, fiché au fond, assavoir de 10 pieds plus en arriere d'un certain lieu du navire, duquel il est à l'endroit, alors on entend la chose proprement, soit que le navire ayt changé de lieu ou non. Tellement qu'entre les hommes il y a deux manieres de faire & parler, l'une fondée sur l'apparence, l'autre sur le propre, ou la chose mesme; dequelles on doit choisir celle qui est la plus facile: ce qu'estant concedé, il semble qu'il soit besoing icy en l'Astronomie de donner à la pensée un fondement des deux hypotheses, assavoir de l'apparante & de la vraie, comme la plus grande commodité & facilité le requiert: l'apparante quant aux rudimens, & à la calculation, car les noms (en ceste matiere de la terre mobile) sont aussi bien usurpez comme si elle estoit fixe; veu que les elevations des estoiles, leur lever, & coucher, &c.sembleroyent estre trop difficiles de les prendre proprement; mesme Copernique ne s'en est servi, combien que son intention totale soit fondée en l'hypothese de terre mobile; tout de mesme qu'au navire susdit il estoit plus expedient de parler & entendre selon l'apparence, que non pas selon le propre; & icy semblablement est plus convenable à nous qui sommes sur la terre, de la prendre pour fixe, plustost qu'autrement. Au contraire estant question du cours

en latitude de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure, comme on verra cy-apres, la chose exige (de mesme que le pau fiché hors le navire cy-dessus) de faire la calculation selon l'hypothese propre, veu que par là, on a le requis avec plus de cognoissance & facilité: joint & que la calculation sur l'impropre est tirée d'icelle selon la maniere que je demonstreray cy-apres.

Voilà donc mon opinion, laquelle j'ay suivie en ceste matiere, que si on en trouve de plus pregnantes, par lesquelles l'autre voye soit plus expediente, il sera bon de les suivre.

Jusques icy du mouvement en longitude des planetes: s'ensuit de leurs cours en latitude.

DU COURS EN LATITUDE.

CINQUIESME DISTINCTION DU TROISIEME LIVRE,

Du mouvement en latitude des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, selon l'hypothese de terre mobile.

SOMMAIRE DE CESTE CINQUIESME DISTINCTION.

*D'autant que la terre mobile, & le Soleil fixe, sont posez estre dans l'ecliptique sans latitude, & que le cours en latitude de la Lune, décrit au deuxiesme livre commençant à la 34 proposition en l'hypothese impropre, n'a aucune difference qui aye besoing de declaration, avec celle de l'hypothese propre, ainsi que presentement n'en sera parlé; mais seulement des cinq autres planetes, comme s'ensuit.*

*Tout ainsi que les anciens ont commencé leurs descriptions du cours en longitude, par les observations de chacune planete en un temps connu, afin de tirer des regles generales de là, à la cognoissance de leurs cours pour le temps à venir; de mesme aussi l'ordre naturel requiert le semblable, à la description du cours en latitude, joint & que je commenceray par là, la description particuliere de chacune planete, seulement je descriray des regles formées sur le cours de Saturne dès le commencement, pource qu'elles servent aussi aux autres, comme sera mentionné où il en sera de besoing, desquelles regles y en aura six.*

*La premiere, qui est la vingtiesme en l'ordre, est la description des observations de Ptolemée, de la latitude apparante de Saturne, servant aux regles generales de la propriété de son cours en latitude.*

*La deuxiesme, la 21 en l'ordre, pour trouver l'argument des deux poinçts des deux latitudes majeures du deferant de Saturne, avec les moindres distançes du deferant de la terre aux deux poinçts susdits: Aussi la longueur de la ligne totale d'un poinçt desdites latitudes*

*majeu-*

majeures jusqu'à l'autre, en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient 10000, par voye Mathématique, fondée sur l'hypothese propre.

La troisieme, qui est la vingt-deuxiesme en l'ordre, est pour trouver la latitude du deferant de Saturne: & combien aussi c'est, que des nœuds sont distans du centre du deferant terrestre en mesmes parties & par mesme voye que dessus est dit.

La quatrieme, estant la vingt-troisieme en l'ordre, pour trouver l'argument des deux poinçts extremes des nœuds, & des deux poinçts extremes de latitude en la voye de Saturne: Aussi la ligne du centre du deferant de Saturne, perpendiculaire sur la ligne des nœuds en telles parties, & par telle voye, comme a esté dit cy-dessus.

La cinquieme, qui est la vingt-quatrieme en l'ordre, pour trouver la longueur de la ligne perpendiculaire sur le plan de l'ecliptique, d'un poinçt donné au deferant de Saturne, en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient 10000, par voye Mathématique, en l'hypothese propre.

La sixiesme, qui est la vingt-cinquieme en l'ordre, pour trouver la latitude apparante de Saturne, en un temps donné, par voye Mathématique, en l'hypothese propre.

Puis suivra l'avertissement susdit des autres planetes, sans en former aucune proposition.

#### PREMIÈREMENT DU COURS EN LATITUDE DE SATVRNE.

##### PROPOSITION XX.

**D**Escrire les observations de Ptolemée de la latitude apparante de Saturne, servant aux regles generales de la proprieté de son cours en latitude.

##### ARTICLE I.

Pource que mon opinion est que jadis chez les anciens y a eu une plus grande cognoissance du cours en longitude des planetes avec l'hypothese de terre mobile; parquoy j'estime aussi que cela estant, que leurs cours en latitude ne leur a pas esté moins cognu, veu que si on y veut prendre garde un peu de pres, la chose se montre assez d'elle-mesme, tellement que je ne pense pas que Ptolemée en ayt esté le premier observateur, mais que devant luy on y a fait des grandes recherches, & reduit le tout en bonne forme; toutefois les mesmes estans tombées entre ses mains, & non en d'autres qu'on sçache, nous recevrons de luy en gré son diligent labour, sans lequel on ne pourroit maintenant qu'avec beaucoup de travail, parvenir à la description de ce traitté, veu le peu d'observateurs d'aujourd'huy. Or pour venir à la chose, je dis ainsi: comme lors qu'on cherche la qualité de la declinaison apparante du Soleil, & l'apparante latitude de la Lune, on tasche d'avoir du commencement sa plus grande declinaison soit boreale ou australe; afin de parvenir par là, à la cognoissance des lieux des equinoxes, & choses semblables; de mesme Ptolemée, en l'observation des qualitez du mouvement de Saturne en latitude apparante, a tasché premierement de cognoistre les plus grandes latitudes,

comme la boreale de 3 deg. 2 (ainsi est-elle en sa table) advenant tousiours lors que le centre de son epicycle apparoist estre 50 deg. devant l'apogée de son deferant, assavoir en l'ecliptique 183 deg. & Saturne au perigée de l'epicycle: Mais estant hors ledit perigée la latitude ou inclination boreale estoit pour lors moindre, & au moins lors qu'il estoit en l'apogée; car combien qu'il n'ayt peu par effect voir cela, veu qu'alors Saturne estoit pres du Soleil, il la remarqué pourtant par conjecture de l'amoindrissement journalier, qu'il observoit advenir en ses apparitions extremes.

##### ARTICLE II.

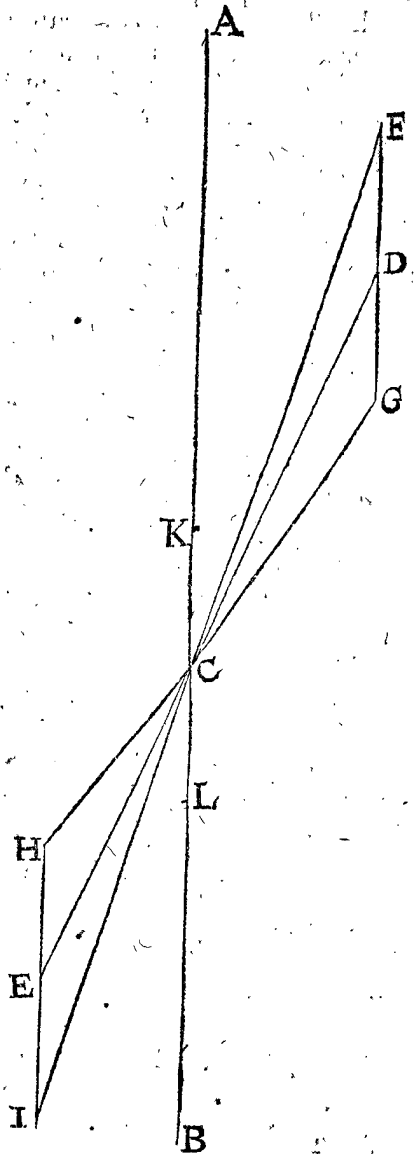
Du costé austral, la majeure inclinaison estoit de 3 deg. 5 (qui se faisoit lors que le centre de son epicycle estoit à l'opposite du susdit 183 deg. assavoir au 3 deg. de l'ecliptique, & Saturne au perigée de son epicycle: Mais estant esloigné dudit perigée; alors son inclination australe estoit moindre ceste fois là, & au moins estant à l'apogée.

##### ARTICLE III.

Jusqu'icy a esté dit des qualitez de Saturne, estant le centre de son epicycle à la majeure inclinaison de son deferant, mais estant en l'un des nœuds, il trouvoit que Saturne estoit tousiours dans le plan de l'ecliptique sans latitude, en quel lieu de l'epicycle il puisse estre.

##### ARTICLE IV.

La cause plus apparante que Ptolemée ayt peu trouver



touchant ce mouvement lent, pour en faire une theorie fondamentale, à calculer la latitude de Saturne au temps

temps à venir, est telle que s'ensuit, comme on peut voir en son treizieme livre 3 chapitre.

Soit AB le plan de l'ecliptique veu de costé, & C la terre au centre, par lequel est menée la voye DE, tirant CD vers le costé septentrional de l'ecliptique au 183 deg. comme au premier article; tellement que les deux angles ACD, BCE signifient la deviation de la voye, & en son extremité D vers le septentrion, comme centre, est décrit un epicycle FG, quasi parallele à l'ecliptique AB; F apogée & G perigée, desquels soyent menées deux lignes GC, EC. Je dis quasi parallele, à cause que la difference est fort petite, assavoir 2 deg. 4 ①; car il trouve l'angle ACD de 2 deg. 26 ①, & CDG de 4 degr. 30 ①, lesquels devroyent estre egaux si lesdites lignes estoient paralleles. D'avantage Saturne estant au perigée G de son epicycle, alors la deviation de l'ecliptique sera l'angle ACG, trouvé au plus de 3 deg 2 ①, comme a esté dit au premier article. Mais hors le perigée, comme en D ou en F, la deviation septentrionale estoit pour lors moindre, & au moins estant en F; car ACF est moindre à ACD, & semblablement au costé meridional HI, epicycle veu de costé quasi parallele à AB; & sa majeure deviation estoit, estant en son perigée H, c'est l'angle BCH, 3 deg. 5 ①, comme a esté dit au deuxiesme article, & en autre lieu, comme en E ou en I, elle estoit moindre, assavoir à la moindre estant en son apogée I.

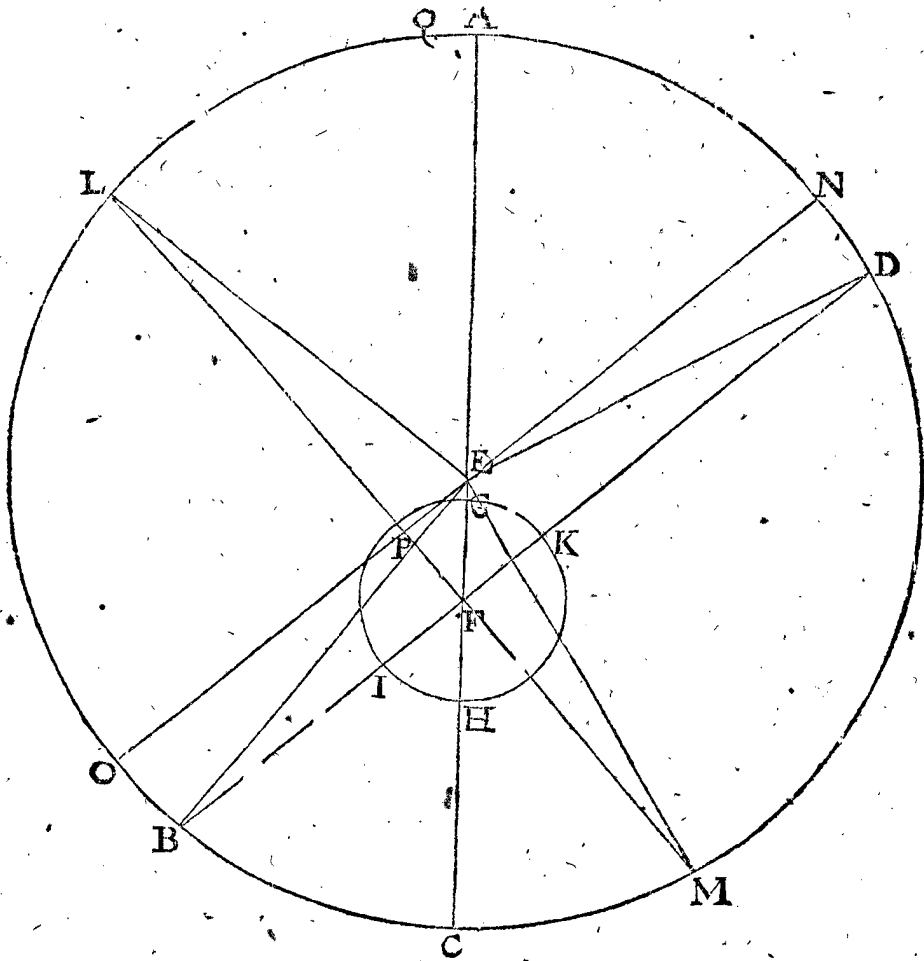
Ces deux proprieté de la deviation, lors que l'epicycle est aux extremité D ou E, estant esclarcies; l'autre descrite au troisieme article est assez manifeste, lors que l'epicycle est en C, Ptolemée dit que venant là, il est entierement au plan de AB, comme est KL; & là dessus a-il fondé ses propositions, tables, & supputations: ce que j'eusse mis icy, n'eust esté que je trouvoy puis apres la raison de cecy, comme on verra cy-dessous, me contentant maintenant d'avoir déclaré ce que Ptolemée en dit, apres avoir fait ses deligentes observations.

Conclusion. Nous avons donc décrit les observations de Ptolemée, &c.

PROPOSITION XXI.

**T**rouver les argumens des deux poinçts de majeure deviation apparante du deferant de Saturne, avec les moindres distances d'iceux poinçts, au deferant terrestre. Aussi la longueur de la ligne entiere, depuis l'un des poinçts de la majeure deviation jusques à l'autre en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient 10000, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre.

Le donné. Soit ABCD la voye de Saturne, & E son centre, F le centre du deferant terrestre GH, puis mené le diametre du deferant de Saturne AC par iceux poinçts F, E, alors A sera l'apogée sous le 233. de l'ecliptique, par la 13 proposition de ce troisieme livre; &



d'autant que par le premier article de la 20 proposition la majeure deviation septentrionale de Saturne advient lors qu'il apparoit estre 50 deg. devant le 233 deg. de l'ecliptique; soit menée donc par F la ligne BFD, coupant le deferant terrestre en I & K, tellement que l'angle AFD soit les mesmes 50 deg. ainsi D, B, seront les deux poinçts du deferant de Saturne, où il peut estre

veu en ses majeures deviations de l'ecliptique, & ce des deux poinçts K & I.

Le requis. Il faut trouver l'argument des deux poinçts B, D, qui sont les arcs AB & ABD, aussi les deux moindres distances KD, IB d'iceux poinçts au deferant terrestre, & la longueur de la ligne entiere, d'un poinçt de la majeure deviation jusques à l'autre, en

dd telles

telles parties que le raid du deferant terrestre en contient 10000.

*Preparation.* Soyent menées EB, ED.

CONSTRUCTION.

Le triangle EFD a trois termes connus, comme l'eccentricité EF 5256, le raid ED 92308, par la recapitulation de la 13 proposition, & l'angle EFD 50 degrez par l'hypothese: par lesquels sera trouvé l'angle EDF de 2 deg. 30.

Lequel adjousté à l'angle AFD 50 deg. viendra pour l'angle AED, ou l'arc AD, 52 deg. 30.

Mais l'apogée A est le commencement du deferant; parquoy AD, 52 deg. 30, osté du tout 360 deg. restera pour l'argument requis, du point D (de la majeure deviation septentrionale) c'est l'angle ABD 307 deg. 30.

Et le costé FD sera trouvé de 95610, duquel osté le raid FK 10000, restera la moindre distance requise KD depuis le point apparant de la majeure deviation septentrionale D jusques au deferant terrestre 85610.

De mesme au triangle EFB on trouvera l'angle EBF de 2 deg. 30.

Lequel osté de BFC 50 deg. (egal à AFD) restera pour l'angle CEB 47 deg. 30.

Le mesme osté du demicercle ABC restera pour l'argument requis du point de la majeure deviation australe apparante B, qui est l'arc AB, 132 deg. 30.

Et le costé FB sera trouvé de 88849, duquel osté FI, 10000, restera pour la moindre distance requise IB, du deferant terrestre jusques au point de la majeure deviation australe apparante B 78849.

Pour avoir la longueur de BD, il appert qu'icelle se trouvera estre la somme de BI 78849, IK 20000, & KD 85610, qui est 184459.

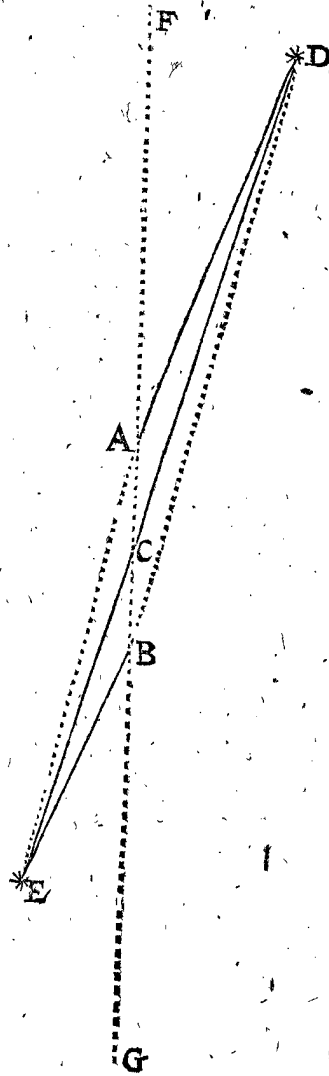
Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé les arguments des deux points, &c.

PROPOSITION XXII.

**T**rouver la deviation du deferant de Saturne à l'ecliptique. Avec la distance de la section de l'ecliptique, au centre du deferant terrestre, en telles parties que le raid dudit deferant terrestre en contient 10000, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre.

*Le donné.* Soit AB, le profil du deferant terrestre; icy egal au diametre de celuy de la precedente proposition IK; C centre, puis soit menée DE, egale à DB en la precedente, faisant 1844959, & ceste CD egale à la precedente FD, ceste CE à la precedente FB, lesquelles se coupent l'une l'autre en C ou environ, ainsi que l'angle de deviation des deux plans est ACD, & AD; soit la ligne de la terre en A jusques au point de la deviation extreme septentrionale du deferant de Saturne, faisant par la 21 proposition 85610, qui est la ligne KD: Pareillement soit BE la ligne de la terre en B, jusques au point de la deviation extreme meridionale du deferant de Saturne E, faisant par la susdite 21 proposition, 78849 qui est là FB; & prolongée



AB de part & d'autre en F, G; alors AF & BG seront au plan de l'ecliptique, & l'angle FAD fera la majeure latitude boreale de Saturne, faisant par le cinquieme article de la 20 proposition 3 deg. 2, mais la majeure latitude australe GBE fait par le deuxiesme article de ladite 20 proposition 3 deg. 5.

*Le requis.* Il faut trouver la deviation du deferant de Saturne de l'ecliptique ACD, aussi la distance de la section de l'ecliptique, au centre C du deferant terrestre AB.

CONSTRUCTION.

Le quadrangle ABDE croisé a cinq termes connus, savoir le costé AB diametre du deferant terrestre 20000: AD 85610, BE 78849, l'angle DAB 176 deg. 58, car autant restera il ostant FAD 3 deg. 2 du demicercle, &

l'angle EBA 176 deg. 55 (adjoint de GBE 3 deg. 5) notez aussi que pour plus grande facilité sont encor connus trois autres termes, comme DE, ligne entre les deux points des extremes latitudes de Saturne, faisant par la 21 proposition de ce troisieme livre, 1844959, la ligne AE 98849, comme egale à AB 20000, & BE 78849 ensemble: D'avantage la ligne BD 105610, est egale à AB 20000 & AD 85610 ensemble: avec lesquels on trouvera l'angle ACD, pour la deviation requise du deferant de Saturne de 2 deg. 43 au lieu duquel Ptolemée trouve à taston 2 deg. 26, en son troisieme chap. du treizieme livre.

Touchant la distance de la section de l'ecliptique du centre du deferant terrestre C, elle est trouvée suffisamment estre en iceluy, car entre diverses assomptions des termes, par lesquels l'operation peut estre faite, il m'advint par ceux que je pris, l'angle ADC de 19, avec quoy le triangle DAC, a ses trois termes, comme les angles ADC, DCA, & le costé AD, & je trouvoy la ligne AC de 10294, qui est trop de 294, devant estre 10000, pour parfaite; mais il differe si peu, que prenant l'angle ADC de 18, au lieu des 19, il venoit pour AC 9732, ce qui est 268 trop peu; ainsi que l'on peu tenir la section de l'ecliptique passer par le centre C; accordant avec la supputation que Ptolemée a fait sur sa theorie, où elle passe par la terre immobile, veu que c'est de mesme que le centre du deferant terrestre, comme je l'ay amplement déclaré en la 18 proposition de ce troisieme livre.

Notez encore, qu'on peut operer autrement que cy-dessus en trouvant prenaierement la ligne CD, (c'est du centre du deferant terrestre jusques à Saturne en un lieu



lieu donné en son deferant) par le sixiesme article de la 15 proposition de ce troisieme livre; car étant connue, le triangle ADC aura trois termes connus, comme CD, AD, & l'angle ACD, par lesquels les inconnus seront notifiez.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la déviation du deferant de Saturne, &c.

*Note, contenant la declaration que le cours en latitude de Saturne, donne certain tesmoignage du mouvement de la terre.*

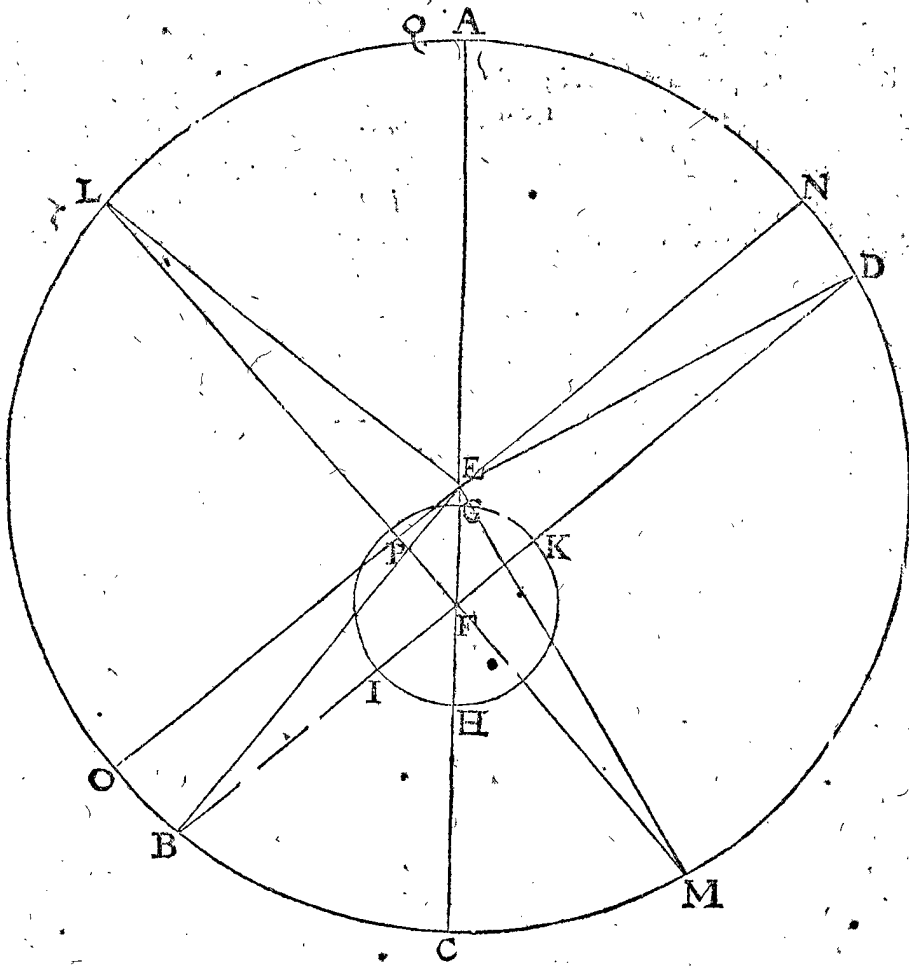
Lors qu'en l'hypothese de terre immobile on dit que le centre de l'epicycle de Saturne est en la section de l'ecliptique, on le trouve tousiours par experience au plan de l'ecliptique sans latitude, en quel lieu il puisse être dans son epicycle, par le troisieme article de la 20 proposition: ce qu'estant trouvé digne d'admiration, Ptolemée y a projecté une telle theorie comme a esté dit en la mesme 20 proposition: mais par l'hypothese de terre mobile, on voit que cela doit être necessairement par le simple tournoyement du ciel de Saturne sur son axe, sans y finger rien de nouveau; voire qu'on devroit

plustost trouver étrange & admirer le contraire, s'il advenoit autrement; car par exemple, si Saturne venoit de E, jusques à ce qu'il soit en la section de l'ecliptique devant C, alors il sera au plan de l'ecliptique, & puis que la terre y est tousiours aussi, assavoir en l'ecliptique; de là s'ensuit qu'en quelque lieu que la terre soit en son deferant, qu'alors Saturne est veu être en l'ecliptique, & non dehors: Et ainsi le mouvement de la terre est si apparant que l'on peut tenir pour peu expérimentez ceux qui le nient.

PROPOSITION XXIII.

**T**rouver l'argument des deux points extremes de la section de l'ecliptique, & des deux points extremes de la déviation du deferant de Saturne; aussi la ligne du centre du deferant de Saturne; tombant à angles droits sur la section de l'ecliptique en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient 10000, par voye Mathématique, fondée sur l'hypothese ptope.

*Le donné.* Veu que pour declarer mon dessein, il faudroit marquer icy encore une fois la figure de la 21 proposition, pour y joindre quant & quant ce qui est de besoing à ceste proposition, parquoy j'uséray de la susdite figure, comme s'ensuit, veu que la section de l'ecli-



CONSTRUCTION.

De l'angle droit LFD, ostant AFD 50 deg. par le premier article de la 20 proposition, restera pour l'angle LFE 40 deg. Le triangle LFE a trois termes connus, assavoir LE comme raid du deferant 92308, l'eccentricité EF 5256, par la recapitulation de la 12 proposition de ce troisieme livre, & l'angle LFE 40 deg. premier en l'ordre: on trouvera l'angle FLE de 2 deg. 6. Lequel

ptique passe par le centre du deferant terrestre, suivant le contenu de la 22 proposition: je mene donc par F, centre susdit, la ligne LM section de l'ecliptique perpendiculaire sur DB, & de ses points extremes L, M, je mene les deux lignes LE & ME: & par le point E le diametre NO parallele à DB, coupant LM en P. *Le requis.* Il faut trouver les arguments de L, M, points extremes de la section de l'ecliptique LM; pareillement l'argument des N, O, qui sont points extremes de la déviation du deferant de Saturne, & EP longueur de la ligne du centre du deferant de Saturne perpendiculaire sur LM section de l'ecliptique.

Lequel adjousté aux susdits 40 deg. de LFE viendra pour l'angle AEL, ou l'arc AL, argument requis d'un des poincts de la section de l'ecliptique L

42 deg. 6.

Mais pour trouver l'argument de l'autre poinct M, on voit que l'angle FME est egal à FLE, qui sera donc de 2 deg. 6 lequel osté de CFM, 40 deg. comme opposite de LFE, premier en l'ordre, restera pour FEM, ou CEM, ou l'arc CM 37 deg. 54. auquel adjousté le demicercle ABC 180 deg. viendra pour l'argument requis du poinct M

217 deg. 54.

Et pour trouver l'argument des deux poincts extremes de la deviation du deferant de Saturne C. (qui ne sont pas les poincts B, D, pour cause notoire, combien que Saturne est veu de la terre en la plus grande latitude apparante, mais N, O) je dis ainsi: veu que l'angle EDF fait 2 deg. 30, par la 21 proposition, & que NED est egal à iceluy, pource que ED est entre les deux paralleles EN, FD, alors l'angle END, ou l'arc DN fera 2 deg. 30, lequel adjousté à l'argument du poinct D, faisant par la 21 proposi. 307 deg. 30, viendra pour l'argument requis du poinct N

310 deg. 130 deg.

Et O poinct opposite d'iceluy sera au Pour trouver maintenant la ligne EP, le triangle ELP a trois termes connus, comme le raid EL 92308 (par la recapitulation de la 13 proposition de ce troisieme

livre) l'angle ELP 2 deg. 6, deuxiesme en l'ordre, & l'angle P, droit; par lesquels on trouvera EP de

3378.

Dont la demonsturation est manifeste.

*Conclusion.* Nous auons donc trouvé les arguments des deux poincts extremes, &c.

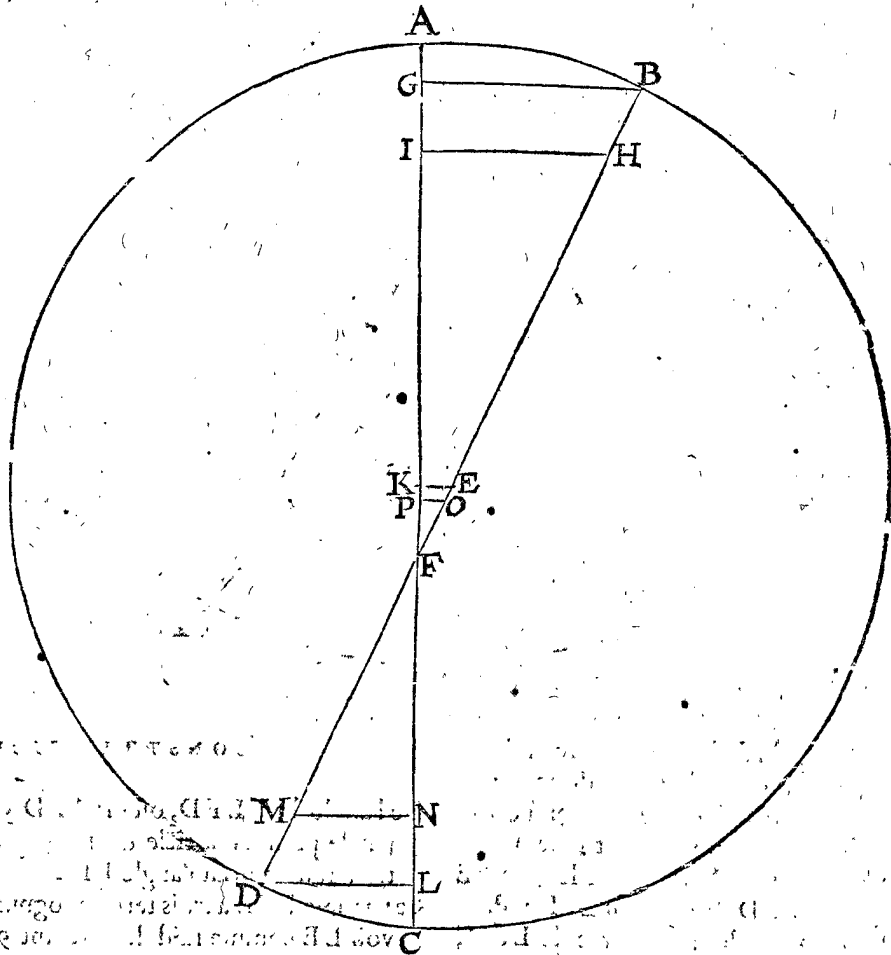
COROLLAIRE.

Il appert que Saturne en son deferant doit toujours estre meridional du 42 deg. 6, troisieme en l'ordre (qui est de L par B à M en la 21 propos.) mais du 217 deg. 54, quatriesme en l'ordre, jusques au 42 deg. 6, qui est de M par A à L, doit toujours estre septentrional: Car il faut remarquer que l'arc susdit de L par B à M, faisant 217 deg. 54, est marqué en la figure de la 22 propos. par la ligne CF, veu de costé: ce qu'estant ainsi, Saturne ne pourra pas (en CE de la 22 prop.) estre en tel lieu, qu'estant veu de la terre, il puisse apparostre autrement qu'au costé meridional de l'ecliptique FG, en quel lieu qu'il puisse estre en son deferant AB; & semblablement il ne peut estre en tel lieu (en CD de la 22 prop. signifiant l'arc MAL de la 21 prop.) qu'estant veu de la terre, il puisse apparostre autrement qu'au costé septentrional de l'ecliptique FG, en quel lieu qu'il puisse estre en son deferant AB.

PROPOSITION XXIV.

**T**rouver la longueur de la ligne perpendiculaire, d'un poinct donné au deferant de Saturne, sur le plan de l'ecliptique, en telles parties que le raid du deferant terrestre en fait 10000, par voye Mathematique fondée, sur l'hypothese de terre mobile.

*Le donné.* Soit ABCD le ciel de Saturne, E son centre, par lequel est menée BED (de la qualité de



NEO en la figure de la 21 propos.) denotant le deferant de Saturne veu de costé, ou soit le point F denotant la section de l'ecliptique veu de costé, ainsi que EF (egal

à EP de la 22 propos.) est la ligne qui tombe perpendiculairement du centre du deferant de Saturne sur la section de l'ecliptique, faisant 3378 par la 23 prop. puis menée

menée par F la ligne droite AFC, denorant le plan de l'ecliptique veu aussi de costé, & l'angle BFA, estant la deviation des plans du deferant & de l'ecliptique, fait par la 22 prop. du 3 liv. 2 deg. 43 ①.

CONSTRUCTION.

EXEMPLE I.

Premièrement supposant qu'il faille trouver icy la longueur de la ligne BG, laquelle tombe perpendiculairement sur le plan de l'ecliptique AC du point B de majeure deviation. Pour y parvenir je dis que le raid du deferant EB est 92308 (par la recapitulation de la 33 prop. du 3 liv.) & FE 3378, leur somme pour FB est 95686, ainsi que le triangle BFG a trois termes connus, assavoir le costé FB 95686, l'angle F 2 deg. 43 ①, & l'angle G droit par le donné, par lesquels on trouvera BG estre de 4535.

EXEMPLE II.

Soit qu'il faille trouver HI, venant du 30 deg. du deferant à compter depuis le point de la majeure deviation B; mais veu que telle ligne est égale à celle qui tombe du raid du deferant EB, du point H, extrémité du verset BH de 30 degr. soit donc prise EB pour raid du deferant, ou EH fera sinus de 60 deg. complement du susdit 30 deg. faisant 8660; parquoy je dis, EB estant 10000, alors EH sera 8660, combien donnera EB estant posé de 92308? viendra pour EH 79939, auquel adjouste EF faisant par l'hypothese 3378, viendra pour FH 83317, ainsi que le triangle HFI a 3 termes connus, comme FH 83317, F 2 deg. 43 ① & I droit: par lesquels on trouvera HI estre de 3949, & appert que HI vient du 340 deg. du deferant de Saturne; veu que ce B, est marqué N en la 21 prop. estant au deferant au 310 deg. par la 23 prop. auquel adjouste 30 deg. viendra comme devant 340 deg.

Notez maintenant que comme on a trouvé HI entre E & B, ou au demicercle EB, ainsi en fera-on au mesme demicercle où ce puisse estre.

EXEMPLE III.

Soit qu'on vueille trouver EK venant du 90 deg. du deferant à compter du point de l'extreme deviation D: ce qui est facile, estant EF 3378, par l'hypothese, & ainsi le triangle EFK a 3 termes connus, comme EF 3378; F 2 deg. 43 ①, & K droit: parquoy EK se trouvera estre 160; ayant donc fait tel progrès au demicercle EB, nous en ferons autant au demicercle ED.

EXEMPLE IV.

Soit qu'il faille trouver DL perpendiculaire sur l'ecliptique AC, du point D de majeure deviation australe, on otera FE 3378 de ED 92308, restera 88930 pour FD, ainsi que le triangle DFL a 3 termes connus, comme FD 88930, F 2 deg. 43 ①, & L droit: tellement qu'on trouvera DL de 4215, pour le requis.

EXEMPLE V.

Soit qu'il faille trouver MN, venant du 30 deg. du deferant, à compter du point D extreme deviation, & veu que telle ligne est égale à celle qui vient du raid du deferant, de M extrémité du verset de 30 deg. DM, soit posée ED comme raid du deferant, donc EM fera sinus de 60 deg. (complement des 30 deg.) 8660: donc ED faisant 10000, EM fera 8660, combien EM, lors que ED est posé de 92308? fait EM 79939, duquel osté EF 3378, restera FM 76561; ainsi que le triangle

MFN a 3 termes connus, comme FM 76561, l'angle F, 2 deg. 43 ①, & N droit: par lesquels on trouvera NM pour la ligne requise 3629.

Notez maintenant que de mesme qu'on a trouvé MN entre F, D; ainsi seront trouvées en tout autre lieu entre les mesmes F, D.

EXEMPLE VI.

Que si on veut trouver la ligne OP, venant du 89 deg. du deferant à compter du point de l'extreme deviation D; laquelle ligne est égale à celle qui vient du point O au raid du deferant ED, comme extrémité du verset DO de 89 deg. soit donc prise ED pour le raid du deferant, où EO sera sinus de 1 degré (complement de 89 deg. qui est 175: Parquoy je dis, ED estant 10000, EO sera 175, que fera-elle estant ED posée de 92308? viendra pour EO 1615, laquelle ostée de EF 3378 par l'hypothese, restera OF 1763; tellement que le triangle OPF a 3 termes connus, comme FO 1763, l'angle F 2 deg. 43 ①, & P droit: par lesquels on aura OP 84 pour la requise.

Et de mesme qu'on a trouvé OP entre E, F, ainsi trouvera-on tout autre entre les mesmes.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la longueur, &c.

COROLLAIRE.

Il appert comment on pourra faire une table pour trouver facilement la ligne requise du deferant de Saturne, perpendiculaire sur le plan de l'ecliptique, & ce de degré en degré, commençant à l'apogée: comme par exemple, pour trouver la ligne qui vient du deferant de Saturne au 1 degré, prenant la figure de la 21 prop. où soit marqué le point Q, ainsi que de l'apogée A à Q soit 1 degré, d'où s'ensuit que NQ sera 51 deg. (car l'argument de N fait 310 deg par la 23 prop. dont l'apotome circulaire est 50 deg. pour NA, auquel adjouste AQ 1 deg. viendra, comme dessus, 51 deg.) donc par la 24 prop. on trouvera la perpendiculaire du 51 deg. à compter de B, (comme a esté fait devant de la perpend. HI de 30 deg.) on aura donc ainsi le requis, pour ce que ceste ligne tombera du 1 deg. du deferant de Saturne, & ainsi des autres.

Notez encor que lors que ces choses ne seroient pas faites par exemple, mais pour servir à avoir la latitude pour l'advenir, qu'alors il sera besoing d'avoir par experience la longitude apparante de l'apogée; où il est pour le present: Aussi comment la section de l'ecliptique s'est meü depuis le temps de Ptolemée (duquel j'ay pris les observations par exemple, pour les causes declarées en leur lieu) car les escrivains des Ephemerides, prennent que le cours de la section de l'ecliptique de Saturne soit egal avec celui de l'apogée du deferant, tousiours 50 deg. l'un de l'autre, mais il faudroit des nouvelles observations là dessus; car si les cours de l'apogée & section de l'ecliptique de Saturne sont divers, comme il advient à la Lune, ce seroit la cause pourquoy on ne trouve en effect sa latitude, comme elle resulte de la supputation des Ephemerides.

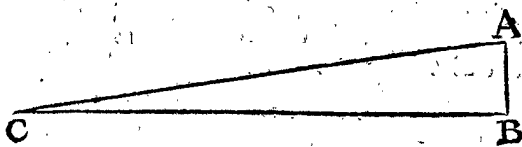
PROPOSITION XXV.

**T**rouver la latitude apparante de Saturne, au temps donné, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre.

Le donné. Soit Saturne au temps donné au 340 deg. de son deferant, où la ligne d'iceluy perpendiculaire sur le plan de l'ecliptique sera 3949, par la 24 prop. au 2 exemple: & la distance à la terre soit, je pose 8000,

dd 3 trou-

trouvée par la maniere declarée au 6 article de la 15 prop. de ce 3 livre, estant là, la ligne XV.



*Le requis.* Il faut trouver par iceux la latitude apparente de Saturne.

*Preparation.* Je marque le triangle rectangle ABC, B est l'angle droit, le costé AB les 3949 donnez, & AC les 80000.

#### CONSTRUCTION.

Le triangle ABC a 3 termes connus, comme a esté dit à la preparation, par lesquels on trouvera l'angle ACB de 2 deg. 50 ① pour la latitude requise. Or pour sçavoir si elle est septentrionale ou meridionale, son argument le montre; car il appert par la 23 proposition, qu'iceluy estant entre le 44 degr. 12 ① & le 215 degr. 48 ①, elle sera meridionale; mais du reste elle sera septentrionale, comme en ce 340 deg. Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la latitude, &c.

#### NOTEZ.

D'autant que la regle des 6 propositions précédentes de la latitude de Saturne est commune aux autres quatre planetes Jupiter, Mars, Venus & Mercure, je ne formeray aucunes propositions particulieres pour elles, comme il a esté aussi dit au Sommaire de ceste cinquiesme distinction, mais seulement je parleray de ce qui a besoing d'avertance, comme s'ensuit.

#### MAINTENANT DE LA LATITUDE DE JUPITER.

*Ptolemée* la trouvée de mesme qualité, que celle de Saturne, & particulièrement comme s'ensuit.

Premierement sa latitude majeure septentrionale estoit de 2 deg. 4 ①, advenant tousiours lors que le centre de l'epicycle estoit 20 deg. devant l'apogée de son deferant, assavoir sous le 141 deg. de l'ecliptique, & Jupiter au perigée de son epicycle; mais estant hors le perigée; sa latitude septentrionale estoit pour ceste fois-la moindre, & au moins lors qu'il estoit ainsi en son apogée.

Secondement, il trouvoit en la partie australe la latitude majeure estre de 2 deg. 8 ①, advenant tousiours lors que le centre de son epicycle estoit sous le point opposite du susdit 141 deg. c'est sous le 321 deg. de l'ecliptique, & Jupiter au perigée de son epicycle: Mais estant hors du perigée, sa latitude australe estoit moindre pour ceste fois-la, & au moins lors qu'on le trouvoit estre en l'apogée.

Tiercement, estant le centre de son epicycle en une des extremités de la section de l'ecliptique, il trouvoit que Jupiter estoit, comme a aussi esté dit de Saturne, tousiours au plan de l'ecliptique sans latitude, en quel lieu il puisse estre en son epicycle.

La theorie que *Ptolemée* établit sur l'hypothese de terre immobile, est tout de mesme qualité que celle de Saturne, & partant ce seroit chose superflue d'en faire reiteration icy: comme aussi celle que j'ay emmenée cy-devant sur l'autre hypothese.

#### MAINTENANT DE LA LATITUDE DE MARS.

*Ptolemée* la trouvée estre de mesme qualité en tout que celle de Saturne.

Premierement, sa majeure latitude en la partie septentrionale de 4 deg. 21 ①, advenant tousiours lors que le centre de son epicycle estoit à l'apogée de son deferant (lequel par la recapitulation de la 13 proposition estoit en l'ecliptique au 115 deg. 30 ①) & Mars au perigée de l'epicycle: mais estant hors le perigée, sa latitude septentrionale estoit pour lors moindre, & au moins estant ainsi à l'apogée.

Secondement, il trouvoit la majeure latitude en la partie australe de 7 deg. 7 ①, advenant tousiours lors que le centre de son epicycle estoit au perigée de son deferant à l'opposite du susdit 115 deg. 30 ①, c'est sous le 295 deg. 30 ① de l'ecliptique, & Mars au perigée de son epicycle: Mais estant hors le perigée sa latitude australe estoit moindre pour ceste fois-la, & au moins le trouvant ainsi en son apogée.

Tiercement, estant le centre de l'epicycle en l'une extremité de la section de l'ecliptique, il trouvoit Mars, comme aussi il a esté dit de Saturne, tousiours au plan de l'ecliptique, en quel lieu il soit dans son epicycle.

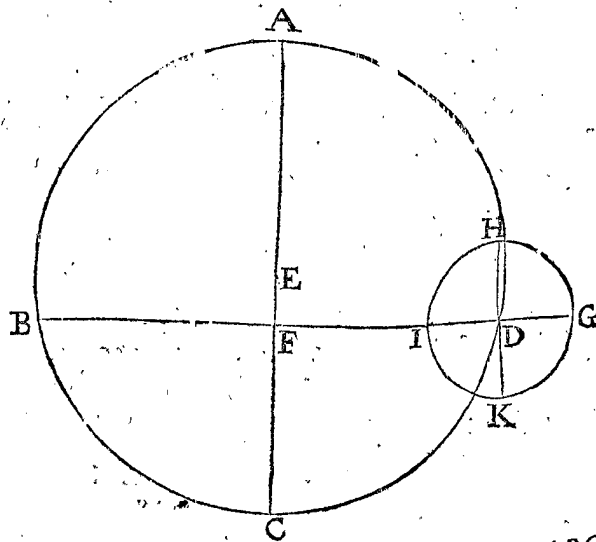
La theorie faite par *Ptolemée* est du tout de mesme qualité que celle de Saturne, tant en son hypothese; que nous en la propre: & partant inutile icy. Toutefois je diray cecy qu'en ceste construction il y a plus de brevete qu'en celle-la, pource que l'extreme latitude de Mars advient en l'apogée & perigée de son deferant, comme dit est; car d'autant que la ligne entre les mesmes deux points est connuë par la recapitulation de la 13 proposition de ce troisieme livre, où le raid du deferant de Mars est de 15190, lequel pris deux fois viendra pour la mesme ligne 30380, laquelle il ne faudra pas chercher selon la maniere de la 21 proposition, ny aussi comme en la 23 proposition, les arguments des deux points extremes de deviation du deferant de Mars, veu qu'iceux sont l'apogée & perigée.

#### MAINTENANT DE LA LATITUDE DE MERCURE.

##### ARTICLE I.

*Contenant les observations de Ptolemée touchant le cours de Mercure.*

Pour declarer plus proprement les observations de *Ptolemée*, de la qualité du cours en latitude de Mercure,



avec la somme de sa theorie estable dessus: Soit ABC le deferant de l'epicycle, E centre, F la terre, par laquelle

quelle & E est menée CFEA, A apogée, C perigée, & menée par F, la ligne BFD perpend. à AC, les points B, D; denoteront les 90 deg. & 270 deg. du deferant; & combien qu'il y a autant de difference que l'eccentricité y cause, toutefois nous les prendrons aussi tels, pource que Ptolemée le fait ainsi: & sur D, comme centre; décrit l'epicycle GHIK, duquel l'apogée G, perigée I, & moyennes eslongations H, K, entre lesquels 4 points sont marquez les 2 diametres IG, HK.

Ce qu'estant ainsi, Ptolemée a observé que la majeure latitude de Mercure estoit de 4 deg. 5 ① en la partie australe, advenant toujours lors que le centre de son epicycle estoit 90 deg. de l'apogée de son deferant: tant d'un costé, que de l'autre, c'est es 90 deg. en B, & 270 deg. en D, (lequel 90 deg. est sous le 280 deg. de l'ecliptique par la recapitulation de la 13 prop. de ce 3 livre, l'apogée sous le 190 deg. de l'ecliptique) & Mercure au perigée de l'epicycle I: Mais hors le perigée, alors pour ceste fois-la, sa latitude australe estoit moindre; & au moins, estant ainsi en l'apogée G. La raison pourquoy les latitudes susdites adviennent egales, lors que le centre d'epicycle est en D, ou B, appert en la figure; pource que la ligne de la terre F à D, est egale à la ligne de F à B. Car de là s'ensuit que le centre d'epicycle estant en B, les apogée & perigée sont veus de la terre F, en telle disposition qu'estant en D.

Secondement, il trouvoit qu'au costé septentrional, la majeure latitude estoit de 1 degr. 45 ②, advenant toujours lors que le centre d'epicycle estoit 90 deg. de l'apogée de son deferant, tant d'un costé que d'autre, & Mercure au perigée de son epicycle, mais estant dehors le perigée, sa latitude boreale estoit pour lors moindre, & au moindre lors qu'on le trouvoit ainsi en son apogée.

## ARTICLE II.

Contenant la theorie de Ptolemée, tirée de l'observation precedente du 1 Article.

Veü que les observations precedentes de Ptolemée peuvent encor estre declarées plus amplement par la theorie qu'il a establie dessus, j'en deduiray sommairement le contenu, comme s'ensuit.

D'autant que les deux points du deferant d'epicycle, lesquels peuvent estre veus de la terre en la latitude majeure sont B, D, il s'ensuivroit de là que la commune section de l'ecliptique & dudit deferant, doit estre perpend. à BD; & pource que Ptolemée, se proposoit es cours en latitude des planetes qu'elle passe par la terre F; donc selon cest ordre, la ligne AFC seroit la section de l'ecliptique, & partant le centre d'epicycle estant en A ou C, & Mercure en l'apogée ou perigée de l'epicycle, il devra estre veü de la terre F, au plan de l'ecliptique sans latitude: Mais l'experience luy monstrant le contraire, car il trouvoit sa latitude de 45 ③ vers le midy: Tellement qu'il ordonna autrement la theorie de Mercure que des 3 planetes superieures (pour ceste raison, & jointement d'une autre qui sera deduite en l'appendice du cours en latitude, en l'hyp. impropre:) comme s'ensuit: Il a dit, BD passant par 2 points de l'extreme deviation, estre la commune section de l'ecliptique & du deferant d'epicycle, contre la regle naturelle: Mais d'autre part a donné au deferant, & à l'epicycle quelques 3 mouvements estranges, fardez, refingez, & bien vacilles, lesquels sont nommez deviation, declinaison, & reflexion, pour les distinguer l'un de l'autre, par lesquels il est parvenu à son desseing, & seront

maintenant declarez par les definitions que Purbachius en a doctement donné, que j'ay tiré de luy.

Pour commencer par la Deviation, il faut sçavoir que Ptolemée a dit, le deferant se mouvoit en ventillon de part & d'autre, sur l'axe BD, appellant tel mouvement deviation; ainsi que le centre de l'epicycle estant en B ou D, alors il n'y a aucune deviation, mais le plan du deferant est entierement au plan de l'ecliptique: Mais ledit centre party de B, ou D, le deferant commence à devoyer toujours vers le midy, laquelle deviation augmente continuellement jusques à ce que le centre de l'epicycle soit parvenu à l'apogée A, ou au perigée C; car alors la deviation est au plus, & est de 45 ④ susmentionné, laquelle amoindroit puis apres, jusques à ce que le centre est parvenu en B ou D, où c'est qu'autrefois n'y a nulle deviation. Et appert d'icy que le mouvement, que le centre d'epicycle reçoit de la deviation, n'advient jamais au costé septentrional.

Touchant la Declinaison, il faut sçavoir que le plan de l'epicycle se destourne de celui de son deferant en deux manieres. Premièrement, par declinaison sur le diametre HK, passant par les moyennes distances H, K: & advient par ce mouvement que l'apogée G, du diametre IG, se destourne du deferant d'un costé, & I perigée de l'autre, tellement qu'il y a une telle regle en ce mouvement: Lors que le centre de l'epicycle, comme D, est en l'apogée A, ledit diametre IG est au plan du deferant; Mais se departant, le centre de A, alors l'apogée de l'epicycle decline vers midy, & le perigée vers septentrion, laquelle declinaison s'augmente jusques à ce que le centre d'epicycle parvienne en la moyenne distance B, où le diametre IG decline au plus, puis amoindrit de là en avant, jusques à ce que le centre d'epicycle est en C perigée, là où il n'a derechef nulle declinaison; puis de là, se mouvant vers D (moyenne distance) l'apogée, comme G, commence à decliner du plan du deferant vers le septentrion, & le perigée, comme I, vers le midy, s'augmentant ladite declinaison jusques à ce que le centre d'epicycle soit en D, où la declinaison est au plus: puis de là amoindrit jusques à ce que le centre parvienne en A, là où, comme devant, le diametre IG n'a nulle declinaison, & est au plan du deferant, & toujours ainsi: d'où appert que la deviation du deferant estant au plus, alors l'epicycle n'a nulle declinaison, mais le deferant n'ayant nulle deviation, alors l'epicycle est en sa majeure declinaison.

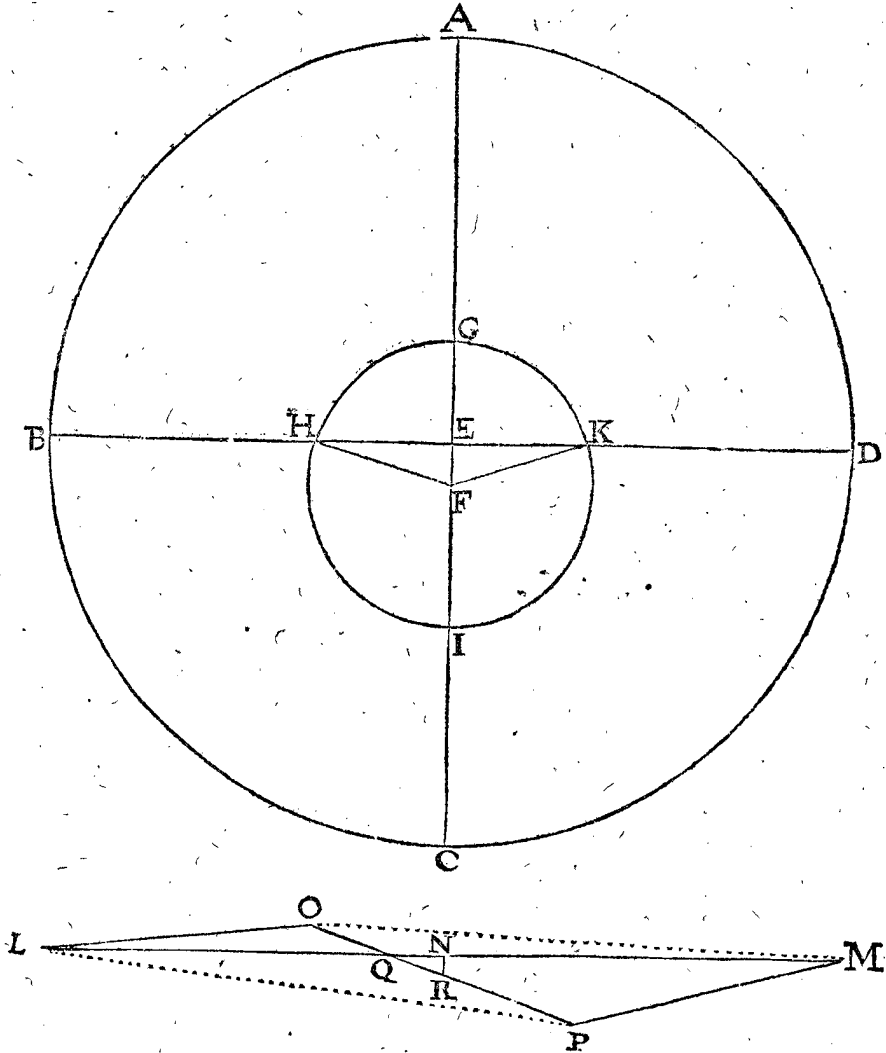
Reste encore la Reflexion, qui est de l'epicycle, lequel se fait sur l'axe IG (en mouvement de ventillon, comme les autres, par dessus celui qu'il reçoit sur l'axe HK, ainsi qu'il a esté dit, entre l'apogée & perigée de l'epicycle, assez bien accordant à celui qui se fait en l'aiguille ayantée, à deux axes perpendicles l'un sur l'autre: Or par ce mouvement, advient que le diametre HK coupe le plan du deferant en la ligne IG, comme commune section, tellement que la gauche moitié de l'epicycle en l'un des costez du deferant, fait decliner l'autre moitié dextre du plan dudit deferant. La maniere comment ce diametre se devoie est telle: Lors que le centre d'epicycle est en la moyenne distance D, ledit diametre HK ne decline du deferant ABCD, ains est au plan d'iceluy: Mais ledit centre se mouvant de D vers l'apogée A; alors la gauche moitié du diametre HD commence à decliner (ce que nous appellerons de son nom par distinction *reflechir*, comme il a esté dit) vers le Zud, l'autre moitié vers le Nord, laquelle reflexion s'augmente continuellement jusques à ce que le centre d'epicycle est parvenu en A, où il est

en sa plus grande reflexion ; puis en progrediant vers B, commence à diminuer sa reflexion jusques à n'en avoir plus estant en B ; d'avantage progrediant vers C perigée, alors la susdite partie gauche HD commence de-rechef à reflexchir vers le Nord, & augmente tellement, qu'elle est en sa majeure reflexion, estant le centre d'epicycle en C, & de là en avant diminue jusques à ce que venant en D, il n'a nulle reflexion, & ainsi poursuit comme dessus a esté dit : D'icy appert qu'au point du deferant, où l'epicycle n'a nulle *Deviation*, là mesme se fait la plus grande reflexion.

## ARTICLE III.

Contenant la declaration du cours en latitude de Mercure en l'hypothese de terre mobile.

Ayant cy-devant escrit les observations de *Prolemée* au premier article, & pour plus ample declaration au deuxiesme sa theorie, par lesquels on pourroit bien comprendre les mesmes en l'hypothese propre, suivant la regle generale precedente ; toutefois pource que la configuration des planetes inferieures est dans le deferant de la terre, & se fait autrement qu'au dehors, &



pource qu'aussi le deferant de Mercure ne passe par le centre du deferant terrestre, ce qu'aucuns trouveroyent necessaire d'estre particulierement declare, à ceste fin soit ABCD le deferant terrestre, E son centre, GHIK deferant de Mercure, & F son centre, par lesquels centres soit menée AC, & par E la ligne BD à angles droits sur AC ; alors I le point plus esloigné de E, & G le plus pres ; d'avantage d'autant que *Prolemée* a trouvé la majeure latitude de Mercure tousiours advenir lors que le centre d'epicycle est pres les moyennes distances ; il s'ensuit qu'en l'hypothese propre, que la dite majeure latitude est tousiours veüe, lors que Mercure est es moyennes distances de son deferant H, K, & la terre en B ou D ; or H, & K estans les deux points, lesquels acquierent au deferant de Mercure la majeure declinaison qu'on peut voir du deferant terrestre, nous dirons donc que la commune section de ces deux points doit estre perpendiculaire à BD, c'est en GI, ou parallele à icelle, & non en HK, comme *Prolemée* pose : Mais pour trouver maintenant où la mesme section d'ecliptique advient, & la declinaison du dese-

rant de Mercure du plan de l'ecliptique, comme a esté fait es propositions 21 & 22 de Saturne, je cherche la longueur de HK premierement ainsi ; le triangle EKF a trois termes cognus, assavoir le raid du deferant Mercurial FK 3572, EF 947, par la recapitulation de la 13 proposition de ce troisieme livre, & E droit : par lesquels EK sera trouvée estre de 3444.

Encor autant pour EK, viendra pour HK requise 6888.

Et de ED 10000 ostée EK 3444, premier en l'ordre, restera pour KD, aussi pour HB 6556.

Ce qu'estant ainsi cognu, je fais une autre figure, comme on a fait de Saturne en la 22 proposition, ostant premierement LM, comme deferant terrestre veu de costé, egal à BD 20000, posant N au milieu de LM, comme centre d'iceluy ; & mene OP de 6888 egale à HK, deuxiesme en l'ordre, coupant LM en Q ; puis LO egale à HB 6556, troisieme en l'ordre ; pareillement MP egale à KD aussi 6556 ; & dis que l'angle OLQ est de 1 deg. 45 <sup>①</sup>, & PMQ 4 deg. 5 <sup>①</sup>, suivant l'obser-

L'observation du premier article : ainsi le quadrilatere troisé LOMP aura cinq termes connus, LM 20000, LO 6556, MP 6556, l'angle OLQ 1 deg. 45 ①, & PMQ 4 deg. 5 ①, par le donné : Et pour plus grande commodité est aussi connu tant OP 6888, que PL 13444 (comme egale assez pres de OP 6888 & OL 6556 ensemble) & OM autant : par lesquels on trouvera l'angle OQL pour la declinaison requise du deferant de Mercure à l'ecliptique de 5 deg. 32 ①. Et la ligne QM de 11364, de laquelle soustrait MN 10000 restera pour la ligne, depuis la section d'ecliptique Q jusqu'au centre du deferant terrestre N 1364.

Jusqu'icy a esté décrit ce que je voulois declarer en particulier de Mercure; touchant les autres accidens, comme il a esté fait en la 6 proposition du mouvement en latitude de Saturne, nous les tiendrons comme regles generales convenantes aussi à Mercure, & aux autres planetes.

Quant aux concordances & differences de ceste position du cours en latitude de Mercure avec celle de Ptolemée il en sera parlé en l'appendice suivante.

### MAINTENANT DE LA LATITUDE DE VENUS.

Ptolemée a observé la propriété du cours en latitude de Venus, & la trouvé convenir du tout avec celle de Mercure, & particulierement comme s'ensuit.

Premierement sa latitude majeure estoit au costé septentrional de 6 deg. 22 ①, advenant tousiours lors que le centre de son epicycle estoit 90 deg. de l'apogée de son deferant, tant d'un costé que d'autre, assavoir aussi bien au 270 deg. qu'au 90 (lequel 90 deg. est sous le 145 deg. de l'ecliptique par la recapitulation de la 13 proposition de ce troisieme livre, veu que l'apogée est sous le 55 deg. de l'ecliptique) & Venus au perigée de son epicycle; Mais estant hors le perigée, sa latitude septentrionale estoit pour lors moindre, & à la moindre estant ainsi en son apogée.

Secondement, il trouvoit qu'au costé meridional sa majeure latitude estoit de 1 deg. 21 ① advenant tousiours lors que le centre de son epicycle estoit 90 deg. de l'apogée de son deferant, tant d'un costé que d'autre, & Venus au perigée d'epicycle; mais estant hors le perigée, sa latitude meridionale estoit pour ceste foismoinde, & à la moindre, lors qu'on la trouvoit ainsi en son apogée.

La theorie que Ptolemée a ordonné sur cecy en l'hypothese impropre, avec ses deviations, declinaisons, reflexions, & autres proprietes, est du tout pareille à celle de Mercure, tellement qu'il semble inutile de la repeter icy : Et puis que la theorie sur l'hypothese propre est aussi pareille à celle de Saturne & Mercure, semblablement il ne sera besoing de la repeter icy.

Touchant les convenances & differences de ceste hypothese avec celle de Ptolemée quant au cours de longitude de Venus, nous en parlerons en l'adjonction suivante en l'hypothese impropre.

### ADJONCTION

Du cours en latitude des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

### SOMMAIRE DE CESTE ADJONCTION.

Il a esté dit en la 19 proposition du troisieme livre, qu'il estoit plus commode de faire ses cal-

culations du cours en longitude des planetes en l'hypothese impropre, qu'en la propre; semblablement on pourroit dire le mesme du cours en latitude, & que l'ordre naturel requierroit que ceste appendice soit colloqué non icy, mais au deuxiesme livre en l'hypothese de terre immobile, comme a esté fait avec le cours en latitude de la Lune là mesme. Pour ressondre, il faut sçavoir que puis que la cognoissance fondamentale est tirée du cours en latitude de l'hypothese propre, laquelle alors n'estoit encore descrite, ny ne falloitt selon mon dessein; il appert qu'elle ne pouvoit avoir son lieu pour lors : mais le mesme cours en latitude estant déclaré au troisieme livre, nous en pourrons tirer ce qu'il sera de besoing icy.

Le mesme appendice aura 6 propositions, assavoir quatre theoremes & deux problemes.

Dont la première, que les cercles des deux planetes inferieures Venus & Mercure, appelez despositeurs de terre immobile, deferans d'epicycle, sont epicycles; & ce qu'ils appellent epicycles sont deferans d'epicycle.

La deuxiesme, que le plan des epicycles des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure en l'hypothese de terre immobile, est tousiours parallele au plan de l'ecliptique.

La troisieme, qu'en deux cercles paralleles & egaux, l'un plus haut que l'autre, que la ligne entre le centre de l'inferieur, & un point en la circonference du superieur, est egale & parallele à la ligne entre son point homologue opposite de l'inferieur, & le centre du superieur.

La quatrieme, que les planetes en l'hypothese impropre reçoivent la mesme latitude apparence, qu'ils ont en l'hypothese propre.

La cinquieme, estant donnée la majeure latitude septentrionale & meridionale d'une planete, trouver la deviation de son deferant de l'ecliptique : aussi la distance entre la section d'ecliptique & la terre, par voye Mathematique fondée sur l'impropre hypothese.

La sixiesme, pour trouver la latitude apparence d'une planete sur un temps donné, par voye Mathematique fondée sur l'hypothese impropre.

### THEOREME. PROPOSITION I.

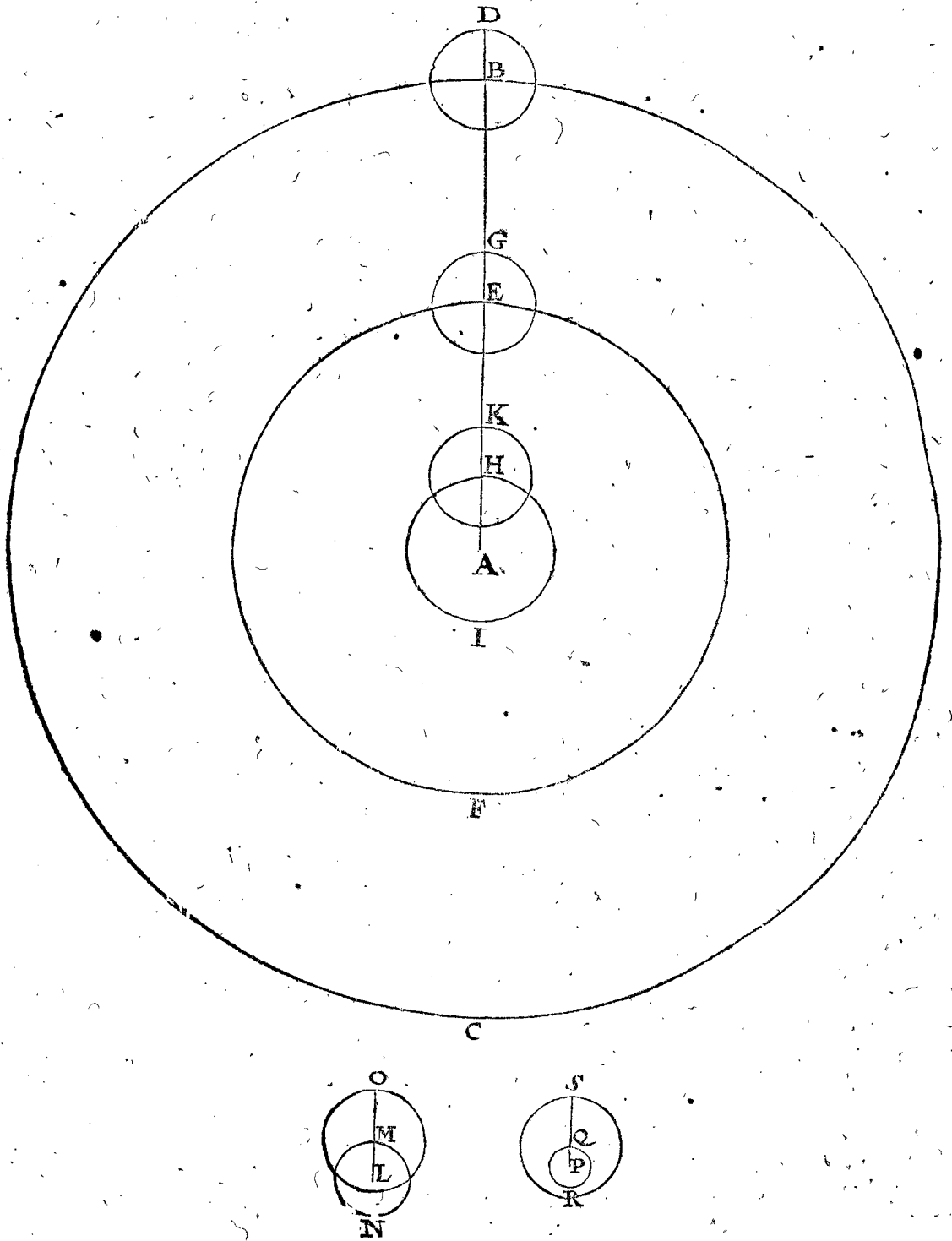
Les cercles des deux planetes inferieures Venus & Mercure, lesquels sont appelez deferans d'epicycle par les suppositeurs de terre immobile, sont epicycles : & ce qu'ils appellent epicycles, sont deferans d'epicycle.

Il est manifeste par la precedente hypothese de terre immobile, que les epicycles des trois planetes superieures en l'hypothese impropre ne sont pas essentiels, ains fingez estre egaux au deferant de la terre; mais il en va autrement des deux planetes inferieures : car ce qu'on appelle epicycle de Venus, & aussi de Mercure n'est pas fingé, ny egal au deferant terrestre, mais à proprement parler,

parler, c'est leur voye mesme, & en l'hypothese impropre, suivant l'ordre des trois superieures, devroyent estre nommez deferans d'epicycle: Parquoy voulant que la regle precedente du cours en longitude des superieures en l'impropre hypothese, soit commune aux deux inferieures, il faudroit dire là de mesme façon, assavoir nommer deferant d'epicycle le moindre, qui est proprement deferant d'epicycle, & epicycle le grand, qui est fingé estre egal au deferant terrestre: car faisant ainsi qu'es superieures, la regle sera commune. Mais

pour en parler plus amplement, il appert que puis que les epicycles de chacune planete sont egaux au deferant terrestre, qu'ils doivent estre egaux entr'eux, d'où s'ensuit que les voyes des planetes inferieures comparées à leurs epicycles, seront moindres que les voyes des superieures.

Soit par exemple en la premiere suivante figure descrite le cercle B C sur le centre A, pour deferant d'epicycle de Saturne, duquel le raid A B fait par la recapitulation de la 13 proposition du troisieme livre, 92308, & sur



B centre, l'epicycle, duquel D B le raid est egal au raid du deferant terrestre 10000.

Secondement, soit descrite le cercle E F sur le centre A pour le deferant d'epicycle de Jupiter, duquel le raid A E fait par la recapitulation de la 13 proposition du troisieme livre, 52174, & sur E centre, l'epicycle, duquel E G le raid soit 10000.

Tiercement, soit descrite le cercle H I deferant d'epi-

cycle de Mars, sur le centre A, duquel le raid fait 15190 par la recapitulation de la 13 proposition du troisieme livre, & sur H, comme centre soit descrite l'epicycle, duquel le raid H K face 10000.

Quartement sur L centre soit descrite le cercle M N, comme deferant d'epicycle de Venus M L, son raid de 7194, par la recapitulation de la 13 proposition du troisieme livre, & sur M, comme centre, l'epicycle, duquel



quel MO est le raid de 10000, lequel epicycle comprend en soy le centre du deferant d'epicycle L, autrement que pas une des trois autres susdites figures : toutefois il appert que la regle du cours en longitude, est generale pour toutes quatre.

Quintement, sur le centre P décrit le deferant d'epicycle de Mercure QR, son raid PQ; par la recapitulation de la 13 proposition, sera 3572, & sur le centre Q l'epicycle, duquel QS est le raid 10000, lequel comprend le deferant d'epicycle QR entierement, autrement que non pas une d'entre les quatre figures precedentes; toutefois il appert que la regle du cours en longitude sera generale pour toutes cinq, sans ceste intrication contraire, qui se rencontre en faisant autrement. Ceste mauvaise coustume a ses causes manifestes, car puis que les premiers observateurs n'avoient aucune cognoissance du mouvement de la terre, ils ne pouvoient pas mieux escrire que ce qu'ils voyoyent en apparence. Encor faut-il remarquer que la regle du cours en latitude (aussi bien que de celuy en longitude) en l'hypothese de terre ferme, est par cecy generale de tous costez, comme on verra au theoreme suivant.

*Conclusion.* Les cercles donc des deux planetes inferieures Venus & Mercure, &c.

## THEOREME. PROPOSITION II.

**L**es plans des epicycles des cinq planetes, Saturne, Iupiter, Mars, Venus, & Mercure, sont en l'hypothese impropre toujours paralleles au plan de l'ecliptique.

Puis que l'epicycle est fingé estre egal au deferant terrestre, & que la planete est supposée faire en iceluy un cours en longitude, egal & semblable à celuy de la terre en sa voye; s'ensuit suffisamment de là que ces deux cercles doivent estre posez ou concedes paralleles, veu qu'autrement il n'y auroit nul semblable cours en longitude parfait, toutefois puis que ceste parallelité se peut demonstrier par la precedente, je la descriray comme s'ensuit, choisissant à ceste fin la figure de la 15 proposition du troisieme livre. Premièrement, par la regle generale descrite en la vingt-deuxiesme proposition du troisieme livre, est cogneuë la grandeur de la latitude de Mars au point N, veuë de la terre mobile O, mais autant qu'elle doit estre, autant doit aussi estre la latitude de Mars, au point I en l'hypothese de terre ferme, veuë de A: Et suit puis que AI est egale à ON, que la ligne de I perpendiculaire sur le plan de l'ecliptique, doit estre egale à la ligne de N perpendiculaire sur le plan de l'ecliptique.

Secondement, je dis qu'autant sera la longueur de N jusques au plan de l'ecliptique, veuë de la terre mobile en P, que la ligne de F jusques au plan de l'ecliptique, veuë de la terre ferme A, pource que AF est egale à PN.

Mais chacune des deux lignes de F & N, perpendiculaire sur le plan de l'ecliptique, il faut que les memes deux lignes de F & N perpendiculaires sur le plan de l'ecliptique, soyent egales, & par consequent le raid entier IF de l'epicycle sera parallele au plan de l'ecliptique. Et sur le mesme pied se pourra manifestement demonstrier que le raid par H, perpendiculaire sur FI (si elle estoit menée) seroit aussi parallele au plan de l'ecliptique; car si on mene par le point K un diametre perpendiculaire à OP, & qu'on prenne la terre mobile estre en l'une extremite d'iceluy (ce qui est delaisé pour cause de briefveté) la demonstration seroit comme devant: Or si les diametres FI, & par H estoient menez, comme dit est, & estoient paralleles à

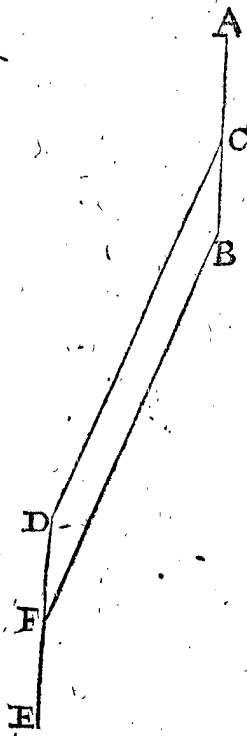
l'ecliptique, il s'ensuit que le plan entier de l'epicycle FI, sera parallele au plan de l'ecliptique. Et comme est la demonstration, estant l'epicycle avec son centre en H, de mesme sera en tout autre lieu la demonstration semblablement: D'avantage comme ceste demonstration a esté faite sur la figure de la 15 proposition, servant aux trois planetes superieures, semblablement se fera elle avec la figure de la 16 proposition, servant pour les inferieures.

*Conclusion.* Le plan donc de l'epicycle des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure est toujours parallele à l'ecliptique en l'hypothese impropre. Ce qu'il falloit demonstrier.

## THEOREME. PROPOSITION III.

**E**stans deux cercles paralleles & egaux, l'un plus haut que l'autre; la ligne entre le centre de l'inferieur & un point en la circonference de l'autre, sera egale & parallele à la ligne d'entre le centre du superieur, & un point homologue & opposite à l'autre, à la circonference de l'inferieur.

*Le donné.* Soyent AB, & DE les cercles egaux & paralleles veu de costé, C centre du superieur, F de l'inferieur, & en iceux deux points homologues & opposites D, B.



*Le requis.* Il faut demonstrier que DC sera egale & parallele à FB; desquelles choses la demonstration est manifeste.

## THEOREME. PROPOSITION IV.

**L**es planetes reçoivent en l'hypothese de terre immobile, la mesme latitude apparante, qu'en celle de terre mobile.

Veue que le Soleil ou la terre n'ont aucune latitude, il ne sera besoing d'en parler: Quant à la latitude de la Lune, il appert assez es precedentes, tellement que maintenant nous n'avons à parler que des cinq autres.

*Le donné.* Soit AB l'ecliptique veuë de costé, comme aussi les autres cercles, CD deferant de la terre, E son centre, par lequel en la premiere figure soit menée FG voye de planete, & en la deuxiesme figure (qui est pour les

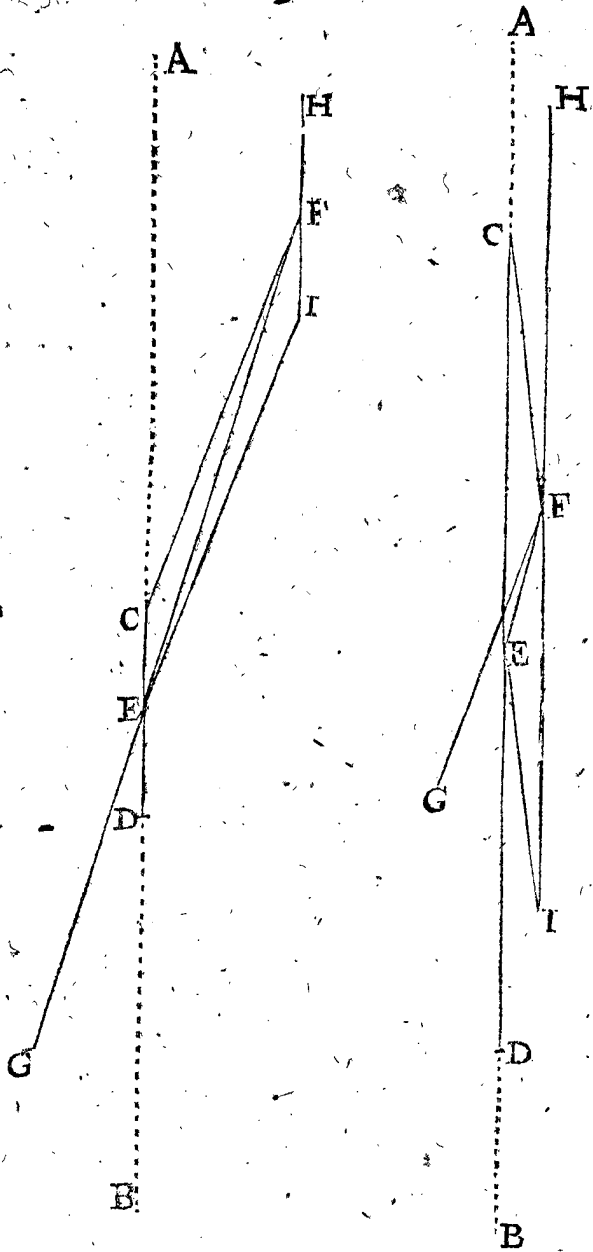
les deux inferieures, la premiere pour les trois superieures) soit FG passant non pas par E, estant la planete, je prens au point superieur F, & la terre en sa voye au point superieur C. Et ayant jusques icy fait la delineation de l'hypothese de terre mobile, je commenceray maintenant celle de l'hypothese de terre fixe. A ceste fin je prens le centre de la voye terrestre E pour la terre

HI, leurs moitez EC, FI auront les mesmes qualitez, & par consequent aussi CF, EI: parquoy l'angle AEI latitude apparente de la planete, veu de la terre fixe E, fera egal a l'angle ACF qui est la latitude apparente de la planete veu de la terre mobile C: Et ainsi qu'il a esté icy demonsté, lors que la terre & la planete sont es points superieurs de leurs voyes, ainsi en sera la demonstration es autres points.

*Conclusion.* Les planetes donc reçoivent en l'hypothese de terre immobile, la mesme latitude apparente, qu'en celle de la terre mobile.

1. FIGURE.

2. FIGURE.



mesme, car en telle supposition elle en reviendra là, par la 15 proposition du troisieme livre, & FG, qui estoit premierement voye de planete, je la prens maintenant pour deferant d'epicycle: D'avantage puis qu'on a posé que la planete est au point superieur F de sa voye, il faut que l'epicycle, soit iceluy HI, aye son centre en F, aussi egal & parallele à la voye terrestre CD par la precedente. D'avantage pource que la terre mobile estoit posée en C, la planete se posera en I, comme point homologue & opposé à C: Dont la raison appert en la 15 proposition du troisieme livre.

*Le requis.* Il faut demonsté que la planete en I, en l'hypothese de la terre fixe en E, a la mesme latitude apparente, qu'elle a en F en l'hypothese de terre mobile en C.

*Preparation.* Soyent menées les deux lignes EI, CF.

*Demonstration.* Veü que CD est égale & parallele à

HI, leurs moitez EC, FI auront les mesmes qualitez, & par consequent aussi CF, EI: parquoy l'angle AEI latitude apparente de la planete, veu de la terre fixe E, fera egal a l'angle ACF qui est la latitude apparente de la planete veu de la terre mobile C: Et ainsi qu'il a esté icy demonsté, lors que la terre & la planete sont es points superieurs de leurs voyes, ainsi en sera la demonstration es autres points.

PROPOSITION V.

**E**stant donnée la majeure latitude boreale ou australe d'une planete, trouver la deviation de sa voye de l'ecliptique: aussi quelle distance y a de la section de l'ecliptique à la terre, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre fixe.

1 Exemple des trois planetes superieures.

*Le donné.* Soit AB l'ecliptique veu de costé, son centre C, la terre fixe, par lequel soit mené le deferant d'epicycle de Saturne, DE, tirant CD vers le costé septentrional, & CE vers le meridional, ainsi que les deux angles ACD, BCE denotent la deviation du deferant d'epicycle, & par son point extreme D vers le nord soit, comme centre, décrit l'epicycle FG, parallele à l'ecliptique AB, duquel soit F apogée, G perigée, dont soit menée la ligne GC, & que l'angle ACG face, comme dessus a esté trouvé en l'observation de la 20 proposition du troisieme livre, assavoir 3 deg. 20'. Semblablement sur l'extreme point E vers le zud, comme centre, soit décrit l'epicycle HI parallele à l'ecliptique AB, son apogée I, & perigée H; duquel est menée la ligne HC, & l'angle BCH soit, comme a esté trouvé en la premiere observation susdite de la 20 proposition du troisieme livre, de 3 deg. 50'.

*Le requis.* Il faut trouver la deviation du deferant DE de l'ecliptique, qui est l'angle ACD.

OPERATION.

Le triangle CDG a trois termes connus, comme DG 10000 par l'hypothese, CG autant que faisoit la ligne depuis la terre jusques au perigée de l'epicycle au temps de l'observation, laquelle par le corollaire de la 13 proposition du troisieme livre, est connue en general, & particulierement en la 21 proposition du troisieme livre, de 88718, ou autrement pour avoir plus de facilité on prendra la ligne CD, faisant assez pres 10000 d'avantage, assavoir 98718, & l'angle DGC 176 deg. 58', comme estant egal à l'angle GCB, lequel est adjoinct de la majeure latitude connue ACG 3 deg. 20', par lesquels on trouvera CDG de 2 deg. 43' aussi pour ACD deviation requise du deferant à l'ecliptique, convenant avec les 2 deg. 43', trouvez en la 22 proposition du troisieme livre, faisant mesme operation de l'autre costé, cherchant l'angle BCE, disant à ceste fin: Le triangle CHE a trois termes connus, assavoir EH 10000, par le posé, CH 75210, par le corollaire de la 13 proposition du troisieme livre,

vre, & l'angle H 176 deg. 55 ①, comme egal à ACH  
 adjoinct à la majeure latitude connue 3 deg. 5 ①. Par  
 lesquels cherchant l'angle HEC, sera trouvé de 2 deg.  
 43 ①, aussi pour BCE egal au fufdit ACD aussi de

part HEI : car le triangle CDG est egal & semblable  
 au triangle DCK, de mefme est auffi CEH avec  
 ECL; d'où s'enfuit que telle deviation, comme de  
 CD, trouvée par les termes connus du triangle DCK,  
 de mefme sera trouvée par les trois termes connus du  
 triangle CDG: le semblable se devra entendre des deux  
 autres triangles; D'avantage comme a esté donné exem-  
 ple de Saturne, le mefme s'entendra des deux autres,  
 Jupiter & Mars.

2 Exemple des deux planetes inferieures.

Combien que les lettres en la figure de ce second  
 exemple soient de mefme signification que celles du  
 premier, & qu'on pourroit presumer que le desseing de  
 cestuy-cy est assez notoire par celuy du premier, toute-  
 fois voyant la diversité ex-  
 terieure de la figure; assa-  
 voir qu'icy le deferant d'e-  
 picycle est plus petit que  
 l'epicycle, là où au premier  
 exemple il estoit plus grád,  
 & par dessus tout cela que  
 ce deferant ne passe par la  
 terre, j'en descriray ce  
 deuxiesme exemple.

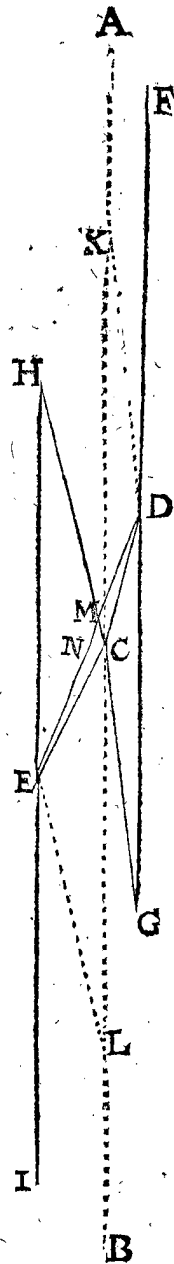
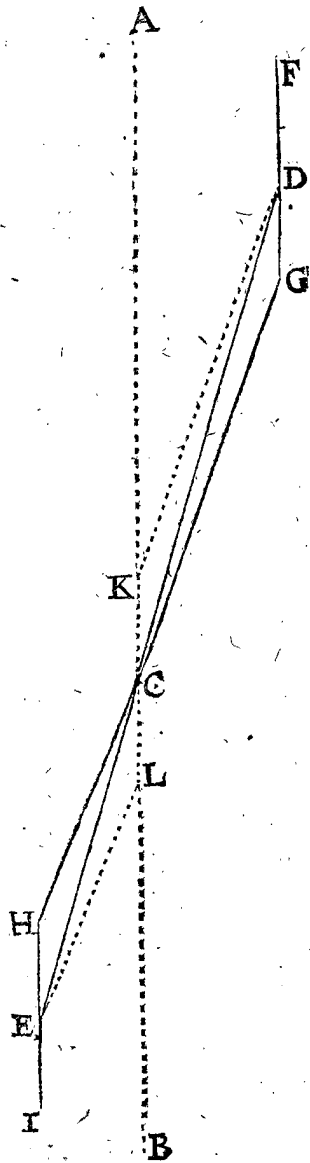
Le donné. Soyent les par-  
 ties de la figure suivante  
 ABCDEFGHIKL de  
 Mercure avec telle signifi-  
 cation que celle du pre-  
 mier exemple, qui estoit  
 de Saturne, differant seule-  
 ment en ce que ce deferant  
 DE, trouvé selon la ma-  
 niere de l'operation du  
 premier exemple, ne passe  
 par la terre C, mais coupe  
 l'ecliptique en M: L'autre  
 que l'epicycle de Saturne  
 estoit beaucoup plus petit  
 que son deferant, & icy  
 plus grand de beaucoup,  
 assavoir FG en telle raison  
 à DE, comme en la figure  
 de la premiere proposition  
 de ceste Adjonction la li-  
 gne PQ à QR; d'avanta-  
 ge l'angle BCG fait 1 deg.  
 45 ①, & ACH 4 deg. 5 ①,  
 comme a esté trouvé en  
 l'observation de la latitude  
 de Mercure derriere la 25  
 proposition du troisieme  
 livre.

Le requis. Il faut trouver  
 la deviation du deferant  
 DE, qui est l'angle AMD.

OPERATION.

Par les trois termes connus du triangle DCG  
 on trouvera l'angle  
 Et l'angle  
 Auquel adjouste l'angle  
 Viendra l'angle  
 Son adjoinct est  
 Avec l'angle donné  
 Viendra l'angle

CDG.  
 DCG.  
 BCG.  
 BCD.  
 DCK.  
 KCH.  
 DCH.  
 Par



1 deg. 43, tellement qu'à ce compte GH passera par la  
 terre fixe C: Mais si telle egalité ne s'estoit rencontrée,  
 comme il advient és deux planetes inferieures, alors on  
 suivroit la maniere du deuxiesme exemple suivant.

NOTE I.

Il faut aussi sçavoir que la deviation du deferant de Sa-  
 turne à l'ecliptique en l'hypothese impropre peut estre  
 autrement, laquelle je descriray quant & quant, pource  
 quelle declare la communion des deux hypotheses.  
 Soit menée DK egale & parallele à GC: de mefme  
 EL egale & parallele à HC, alors le quadrilatre croi-  
 sé KDEL sera egal & semblable au quadrilatre croi-  
 sé ADEB de la 22 proposition du troisieme livre, par-  
 quoy on trouvera la deviation du deferant CD de l'e-  
 cliptique, selon la maniere de la 22 proposition, & on  
 aura le requis, qui doit necessairement accorder avec  
 la conclusion de la precedente premiere operation. Et  
 appert manifestement par cecy comment la figure de  
 l'hypothese propre, assavoir le quadrangle croi-  
 sé KDEL, avec le deferant de la terre KL, amene mes-  
 me conclusion que la figure de l'hypothese de terre im-  
 mobile C, & son epicycle d'une part GDF, & d'autre

Par les trois termes cognus du triangle ECH on trouvera, selon la maniere du premier exemple, l'angle

Lequel avec DCH, septiesme en l'ordre, viendra

Le triangle DCE a trois termes cognus, comme l'angle DCE neufiesme en l'ordre, & les deux lignes CD, CE de la terre au centre de l'epicycle, cognues par le corollaire de la 13 proposition du troisieme livre, par lesquels on trouvera l'angle

Auquel adjousté CDG, premier en l'ordre, viendra EDG, ou MDG, lequel estant egal à AMD, pource que MD, est entre les paralleles KM, DG; donc la deviation requise sera connue

Il appert comment on trouvera la longueur de MC, qui est autant que la section de l'ecliptique est distante de la terre: car le triangle DCM, a trois termes cognus, comme l'angle CDM (qui est CDE, huitiesme en l'ordre) puis MCD egal à CDG, premier en l'ordre; pource que CD est entre les deux paralleles KC, DG; finalement le costé CD, par lesquels on trouvera la ligne

Il faut aussi remarquer que la deviation du deferant d'epicycle de Mercure, de l'ecliptique peut estre trouvée encor autrement, laquelle je descriray icy; pource qu'elle declare encore plus appertement la communauté des deux hypotheses. Soit donc menée DK parallele & egale à GC: aussi EL parallele & egale à HC; le quadrangle croisé KDEL est egal & semblable à celui du troisieme article de la latitude de Mercure, derriere la 25 proposition du troisieme livre, LOMP, par lequel cherchant la deviation du deferant d'epicycle MD de l'ecliptique, selon la maniere dudit troisieme article, ce qui viendra sera le requis, qui est necessairement egal à la conclusion de la premiere operation precedente. Et appert en cecy clairement comment les figures des deux hypotheses amènent mesme conclusion, comme a aussi esté dit plus amplement derriere le premier exemple.

Or tout ainsi que Mercure a esté icy en exemple, il appert qu'il en sera de mesme de l'autre, à savoir Venus.

Conclusion. Estant donc donnée, &c.

#### PROPOSITION VI.

**T**rouver la latitude apparante d'une planete sur un temps donné, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre fixe.

Pour trouver le requis, nous trouverons premiere-ment la ligne de la planete en l'epicycle, perpendiculaire sur l'ecliptique. Comme par exemple, en la figure de la cinquiesme propos. de ceste Adjonction la ligne imaginée de F, perpend. sur le plan de l'ecliptique AB; Mais telle ligne est en tout lieu de l'epicycle, egalé à celle du centre d'epicycle, comme D perpend. à BA; pource que DF est parallele à AB, & partant l'on trouvera toujours ceste-cy au lieu de celle-là: ce que faisant, on ne trouvera pas que la maniere de l'invention d'icelle aye difference à l'invention de semblable ligne en l'hypothese propre, descrite en la 24 propos. du 3 livre. La cause de ceste egalité est encore d'autant plus notoire en ce qu'en l'hypothese propre, la planete vient au lieu du centre de l'epicycle en l'impropre. Or estant telle ligne ainsi connue, & joignant cela, par le coroll.

de la 13 prop. du 3 livre, la ligne de la terre fixée à la planete, alors le triangle rectangle (compris de ces deux lignes, & la troisieme hypothenuse) a 3 termes cognus, avec lesquels se trouvera la latitude requise, comme en la 25 prop. du 3 livre en l'hypothese propre, tellement qu'il seroit inutile de redire la mesme tout du long.

Conclusion. Nous avons donc trouvé, &c.

Collection d'aucunes convenances & disconvenances entre la description du cours en la latitude de ceste Adjonction, d'avec celle qui est descrite par Ptolemée.

Tout ainsi qu'en la description precedente, il m'est advenu de rencontrer de la discrepancy entre icelle, & celle de Ptolemée, il m'a semblé bon de les colliger icy, plustost que les avoir entremeslé avec les documens precedens, tellement que j'en formeray les Articles suivans.

#### ARTICLE I.

D'autant que la cause du mouvement en latitude des planetes est tirée de l'hypothese propre, qui semble avoir esté incognue du temps de Ptolemée, toutefois il a atteint le but de bien pres en la theorie des 3 superieures, posant l'epicycle cependant qu'il se meut, quasi toujours parallele à l'ecliptique; car s'il l'eust posé y estre parallele, comme il a esté démontré devoir estre en la 2 propos. de ceste Adjonction (il n'y a difference que de 2 deg. 4 <sup>①</sup> au cours de Saturne, comme appert en son 13 livre 3 chapitre, que l'angle formé de l'epicycle & du deferant, est plus grand, tout au plus, que celui du deferant avec l'ecliptique: En Jupiter seulement de 1 degr. 6 <sup>①</sup>; en Mars de 1 degr. 15 <sup>①</sup>, voire mesme l'epicycle estant en l'ecliptique, convenoit avec iceluy du tout sans couper suivant sa position, comme aussi doit advenir selon la parfaite theorie) ainsi que l'incertaine operation faite à taston, à la recherche de la deviation des deferans d'epicycle, descrite au susdit 3 chapitre, n'est aucunement necessaire, & conviendroient les autres computations des latitudes des planetes avec celle-cy, sans differer du reste, comme il sera dit au deuxiesme article suivant.

#### ARTICLE II.

La table de Ptolemée du cours en latitude de Saturne en la 5 prop. du 13 livre, ne semble pas avoir assez grande convenance avec sa theorie: car pour en parler plus amplement, il faut sçavoir qu'en la 4 prop. dudit 13 livre, il prend la deviation du deferant d'epicycle de l'ecliptique (marquée par l'angle ACD en la 1 fig. de la 5 prop. de ceste Adjonction) de

L'angle CDG de 4 deg. 30.

Le my-adjoint d'iceluy fait pour CDF 175 deg. 30.

Que si de la terre C, à l'apogée de l'epicycle F, (estant son centre en l'apogée de son deferant D,) estoit menée la ligne CF, elle feroit par la recapitulation de la 13 proposition du troisieme livre

Ainsi que le triangle CDF auroit trois termes cognus, comme l'angle CDF 175 deg. 30 <sup>①</sup>, troisieme en l'ordre, DF 10000, & CF 108718, par lesquels on trouveroit l'angle DCF de 25 <sup>①</sup>.

Lequel osté de l'angle ACD 2 degr. 26 <sup>①</sup>, premier en l'ordre, restera pour l'angle ACF 2 deg. 1 <sup>①</sup>.

Et autant devroit estre la latitude de Saturne, suivant la theorie de Ptolemée, estant en l'apogée de son epicy-

epicycle F, & le centre d'epicycle en l'apogée du deferant D. Mais suivant l'usage de sa table fuidite il seroit pour lors sans latitude, tellement que ces tables different d'autant de sa theorie.

Et faisant de mesme de l'autre costé, lors que Saturne est en l'apogée de son epicycle I, on trouvera sa latitude de 1 deg. 58 ①, auquel lieu, suivant sa table, seroit encor sans latitude. Tellement que sadite table n'accorde pas bien avec sa theorie : & de mesme en faut-il entendre de ses tables & theories de Jupiter & Mars : Or la quantité de ces latitudes en l'hypothese propre est manifeste en la 25 proposition du troisieme livre.

## ARTICLE III.

Il a esté dit au premier article que Ptolemée avoit atteint bien pres de la vraye theorie es trois planetes superieures, posant leurs epicycles assez pres d'estre paralleles à l'ecliptique; mais il n'en a pas fait ainsi es deux planetes inferieures, car il ne pouvoit pas tirer telle theorie de ses observations, comme des trois superieures. Il semble que la cause principale qui l'en a empêché, soit pour deux raisons : dont la premiere est, que ce qu'il prenoit pour epicycle de Mercure ne l'estoit pas, par la 1 proposition de ceste Adjonction, mais plus petit qu'il ne falloit; ainsi qu'en le supposant estre quasi parallele à l'ecliptique, comme es autres trois epicycles superieurs, cela ne convenoit pas avec l'experience des observations : car c'estoit l'autre plus grand cercle qu'il falloit prendre à ceste fin. L'autre raison, assavoir qui le faisoit conclurre un mouvement de ventillon au deferant d'epicycle, & prendre la section de l'ecliptique en un costé contraire, semble estre celle-cy. Il s'est imaginé que toutes les sections des deferans & de l'ecliptique passioient par la terre : comme par exemple, le deferant d'epicycle DE qui en la figure de la 5 proposition de ceste Adjonction coupe proprement l'ecliptique en M, il la pose passer par la terre fixe C; surquoy donc formant les computations, il s'est ensuiivy que lors qu'il pensoit que le centre d'epicycle fut parvenu de D à C, & pourtant devoir estre en l'ecliptique AB sans latitude, il l'a trouvé par effe & estre dehors en N (entant que DN soit marquée egale à DC) avec autant de latitude que cause la distance de C à N, lequel erreur l'a fait finger le ventillonnement du deferant, décrit au deuxieme article de la latitude de Mercure derriere la 25 proposition du troisieme livre.

## ARTICLE IV.

Mais veu que Ptolemée dit avoir trouvé par observation le susdit ventillonnement en Mercure de C à N, de 45 ①, nous rechercherons comment cela s'accorde avec celle-cy : A ceste fin je dis que la distance de C à N est monstrée par la ligne NR, en la figure du troisieme article du cours de Mercure derriere la 25 proposition du troisieme livre : duquel je trouve la longitude ainsi : le triangle QNR a trois termes connus, assavoir l'angle Q, 5 deg. 32 ①, comme egal à OQL, par le susdit troisieme article, quatrieme en l'ordre, QN 1364, par le cinquieme en l'ordre dudit article, & l'angle N droit, par lesquels on trouve NR de 132.

Que si Ptolemée eust déclaré en quel lieu estoit le Soleil au temps de son observation, lors qu'il trouvoit la deviation de 45 ①, par lequel nous trouverions en l'hypothese propre, le lieu de la terre, alors nous pourrions rechercher ceste convenance avec tant plus de cer-

titude; ce qui n'estant ainsi, nous chercherons les deux extremes deviations pour voir si les 45 ① peuvent advenir entre icelles, comme s'ensuit.

Faisant NR 132, comme dit est, & qu'on y adjoigne la plus grande distance de Mercure à la terre (par le moyen de la 25 proposition du troisieme livre) faisant par la recapitulation de la 13 proposition du troisieme livre, 14519, alors par regle generale de la mesme 25 proposition, se trouvera que la latitude de Mercure est de 31 ① : Or entre 1 deg. 21 ① (sur la moindre distance 5481) & 31 ① les susdits 45 ① de l'observation se trouvent; tellement que nous eussions peu voir la convenance plus parfaitement, si la ligne de Mercure à la terre eust esté cognue.

Touchant la deviation de Venus que Ptolemée pose de 10 ①, elle seroit trouvée estre au moins de 20 ①, selon la precedente maniere de Mercure; quoy que c'en soit on en pourroit juger plus precisement, si on en faisoit de nouvelles observations.

*Epilogue du cours en latitude.*

Jusqu'à icy a esté traité du cours en latitude des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, autant que mon dessein le requeroit; partant je pense qu'il ne le faudra tenir pour un mouvement incognu, comme on a fait; estant apparant qu'il doit recevoir telle diversité de necessité, par le cours de la terre, & que le ciel de chacune planete se meut uniformement sur son axe, sans feindre d'autres mouvements non naturels, & qu'on pourra delaisser ces envelopes & temps-perdu, aussi qu'on s'exercera en ces choses apres beaucoup plus de cognoissance.

## APPENDICE

D E

## L'ASTRONOMIE,

Des mouvemens incognus des planetes, observez par Ptolemée : & de la theorie formée là dessus tant d'iceluy, que de Copernique.

## SOMMAIRE DE CEST

APPENDICE.

Ptolemée ayant receu la description de l'Astronomie sur l'hypothese impropre, simplement comme il a esté déclaré cy-devant, il a observé le cours & les lieux des planetes tres-diligemment, pour voir comment elles accordoyent avec iceluy. La description du cours du Soleil (de laquelle Hyparque doutoit) luy a semblé bonne, mais non pas des six autres planetes : car combien qu'elle accordast quant aux periodes & revolutions de beaucoup d'années, neantmoins en moindre temps, elle discor- doit; tellement qu'il en décrit sa theorie, laquelle il mesle entre les cours simples susdits, en l'hypothese de terre immobile. Copernique aussi en a fait de mesme puis apres, entre meslant sa theorie en sa description sur l'hypothese de terre mobile. Mais d'autant qu'on ne voit pas que ces regles accordent avec l'experience, & partant que ces mouvemens semblent en-

*cor incognus, ce qui est cause que je les ay separés des connus cy-devant, tant en l'une qu'en l'autre hypothese: Or afin qu'on sçache en quelle maniere a esté ceste separation, j'en ay fait cest Appendice, qui aura 13 propositions, desquelles les sept sont de la theorie adjoustée de Ptolemée; assavoir les cinq premieres de la Lune; la sixiesme de Saturne, Iupiter, Mars & Venus: la septiesme de Mercure: les six autres sont de la theorie adjoustée de Copernique; assavoir la huitiesme de la Lune, la neufiesme de Saturne, Iupiter & Mars, la dixiesme de Venus, l'onziésme & douziésme de Mercure, la treisiesme est un narré du mouvement incognu des estoiles fixes, & de la declinaison incognue de l'ecliptique.*

PREMIEREMENT LA THEORIE  
des planetes adjoustée de Ptolemée en  
l'hypothese de terre fixe.

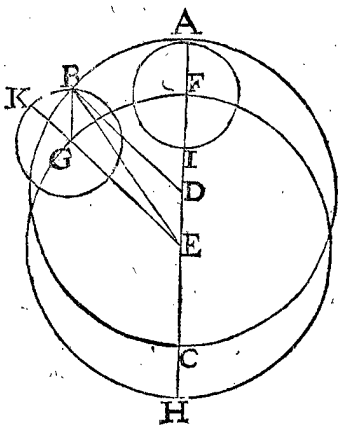
PROPOSITION I.

**E**stant une planete posée en un eccentricque, ou autrement en un epicycle, duquel le raid est egal à l'eccentricité de cest eccentricque, & cest epicycle en un concentrique, egal en grandeur & cours à l'eccentricque, & le cours de la planete en l'epicycle, egal au cours de l'epicycle au concentrique, toutefois du costé contraire: ces deux positions donnent un mesme lieu à la planete.

Veü que la position de la Lune en un eccentricque, selon la maniere descrite és deux livres precedens, & par consequent ce qui semble estre approprié en la nature, luy donne un mesme lieu que feroit un concentrique selon ceste proposition, que Ptolemée choisit pour declarer plus proprement sa deuxiesme inegalité, laquelle je descriroy icy ayant preallablement démontré ceste proposition, comme aussi il a fait en son quatriésme livre au cinquiesme chapitre.

*Le donné.* Soit pour premiere position l'eccentricque ABC, denotant la voyé de la planete, D son centre, E la terre fixe, le poinct A soit la planete premierement en l'apogée, laquelle puis apres a fait un cours de A en B, qui est aussi l'angle ADB.

Soit maintenant pour seconde position descrit sur E centre, le cercle concentrique FGH egal à ABC, & sur F, & raid FA (laquelle ligne est egale à ED) soit



descrit l'epicycle AI, duquel l'apogée A, lequel epicycle soit parvenu de F en G, ainsi que le cours FG, ou

l'angle FEG soit egal au cours de la premiere position ADB, & menée EG produite en K, apogée de l'epicycle; duquel cependant la planete s'est departie vers B, (contre l'ordre premier de F vers G,) faisant un arc semblable à FG, & menée GB qui sera parallele & egale à AF ou DE.

*Le requis.* Il faut demonstrier que la planete en ces deux positions viendra en un mesme poinct B. Dont la demonstration est manifeste, puis que BDEG est un parallelogramme, d'autant que les angles BDA, GEF & KGB sont egaux.

*Conclusion.* Estant donc posée une planete, &c.

NOTEZ.

Qu'encore que ceste maniere monstre aussi le vray lieu de la Lune, qu'il semble toutefois qu'on ne la doive practiquer, en partie pource que les mesmes macules de la Lune, lesquelles sont toujours tournées vers le Globe terrestre, tesmoignent icelle ne se mouvoir en un epicycle; & pource aussi que ce qu'on peut faire avec un cercle, est plus clair que par deux; comme aussi Ptolemée fait en la description du cours du Soleil, & Copernique en la revolution de la terre: ce que Ptolemée eust aussi suivy au cours de la Lune, n'estoit qu'il dit au quatriésme livre cinquiesme chap. que par la position de l'epicycle, il demonstre plus proprement son dessein touchant la deuxiesme inegalité suivante.

PROPOSITION II.

**D**eclarer ce qui a meu Ptolemée à la recherche de sa deuxiesme inegalité de la Lune, touchant aussi la qualité de la theorie qu'il en a fait.

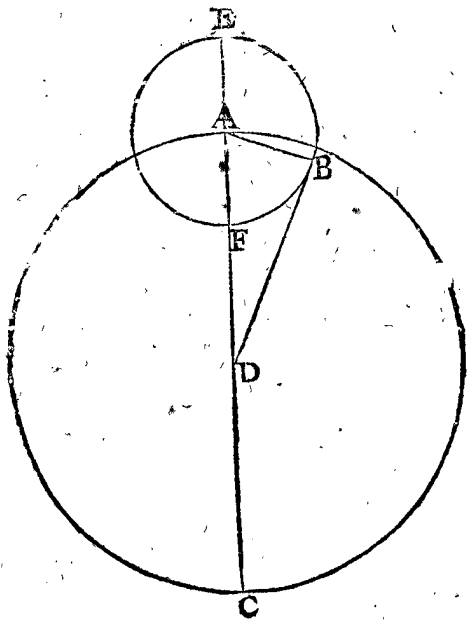
Ptolemée en sa recherche tres-diligente de l'apparant longitude de la Lune, l'ayant souventesfois trouvé differer d'avec les regles cy-devant escrites, lesquelles il avoit receu de ses devanciers, ce qu'il nomme premiere inegalité, & les ayant recorrygé à son plaisir, y a joint une deuxiesme inegalité. Par exemple, il a trouvé que ses extremes prostaphereses en conjonction & opposition du Soleil estoient toujours de 5 deg. comme la 30 proposition du deuxiesme livre amene quant & soy la premiere inegalité, mais hors les mesmes y avoit de la difference, & ce au plus aux quartiers, où elle pouvoit avenir de 7 deg. 40' (1), qui est 2 deg. 40' (2) plus que l'autre; & d'autant pouvoit-on trouver de faute és lieux futurs de la Lune, prenant garde en calculant, seulement sur la premiere inegalité. Et pour declarer la cause qu'il dit estre de ceste difference, il faut sçavoir preallablement, que (comme il en parle au quatriésme livre chap. 5.) pour exposer au mieüx son dessein, il a pris premierement la position de la Lune n'estre en une voye eccentricque, comme nous avons descrit cy-devant, mais en une concentrique, c'est à dire se mouvoir en un epicycle concentrique, c'est en un epicycle, & iceluy en une voye concentrique, selon la maniere descrite en la premiere proposition de cest Appendice.

Soit pour plus ample declaration ABC un deferrant d'epicycle concentrique, D centre, epicycle EBF, & A son centre, aussi l'angle ADB majeure prostapherese de 5 deg. comme elle est trouvée és conjonctions & oppositions: Mais si les cieüx de la Lune estoient tels, on trouveroit toujours la prostapherese de mesme, ce qui discorderoit d'avec les observations susdites, ainsi que Ptolemée a posé la cause de telle difference, comme

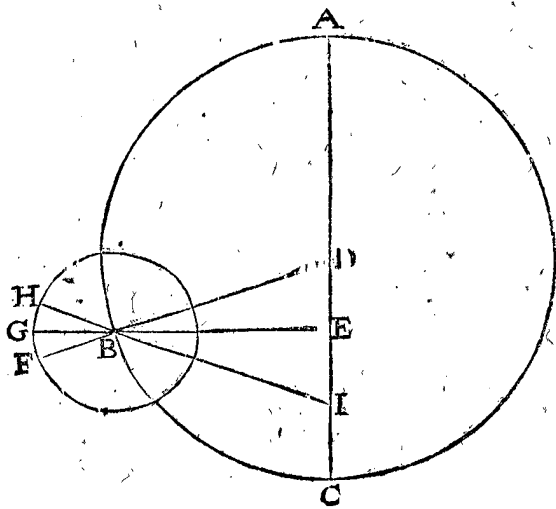
comme s'ensuit : veu que la prostapherefe ADB és quadratures se trouvet de 7 deg. 40 ①, qui est de

à l'apogée G; & selon l'experience, je prens, en H, ainsi il a mené la ligne HB jusqu'en I, au raid DC, tellement que par les nombres (comme on verra en la quatriesme proposition) il a trouvé que EI estoit éga-

1. FIGURE.

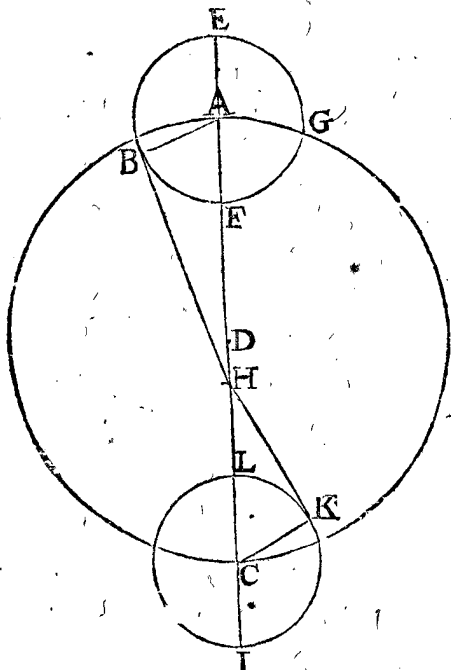


3. FIGURE.



2 deg. 40 ① d'avantage, il faut que l'epicycle soit plus prochain de la terre que non pas és conjonctions; tellement que la Lune allant dans l'epicycle, alors l'epicycle doit aller dans un eccentrique, comme en ceste deuxiesme figure, où la terre H n'est au centre d'iceluy D, où menée HB touchant l'epicycle, lequel est en l'apogée de l'eccentrique, comme il advient és conjonctions & oppositions, & au perigée en C és quadra-

2. FIGURE.



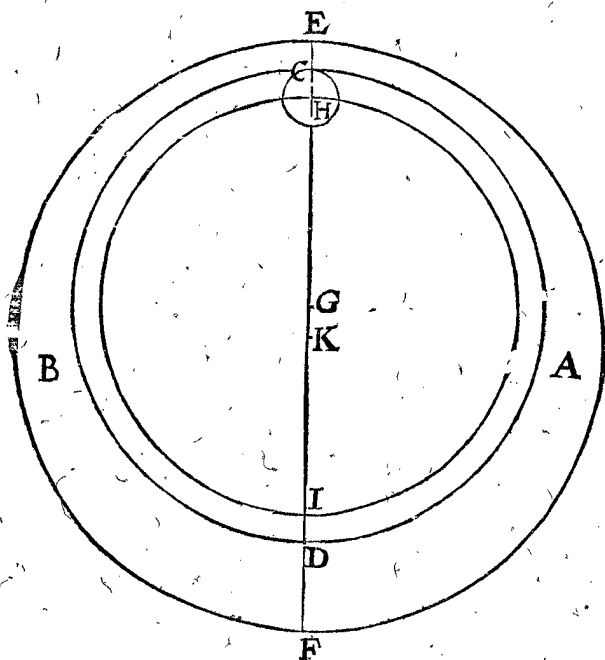
le à DE; ce point I est nommé par Ptolemée point d'inegalité, (& Purbache le nomme point diametralement opposé au centre de l'eccentrique) lequel est tel que son apogée H est le point auquel on doit commencer à compter le cours de la Lune en l'epicycle, & non pas de F; ce que faisant, Ptolemée dit qu'on trouve par la calculation fondée sur telle position, toujours la longitude apparante de la Lune en son vray lieu, avec condition toutefois qu'on concede ces trois choses: Premièrement, que le centre d'epicycle B se meut uniformement veu du centre de la terre E; d'où s'ensuit qu'il tourne difformement veu du centre D; ou bien, ce qui est le mesme, qu'il ne va pas uniformement le long de la circonference de l'eccentrique ABC: Secondement, que la Lune tourne en l'epicycle uniformement veu du point d'inegalité I, & partant difformement veu du centre D; ou bien, ce qui est le mesme, qu'elle se meut tantost plus lentement, tantost plus viste en l'epicycle: Tiercement, que le centre d'epicycle B tourne deux fois en chacune moyenne lunaison, tellement qu'és moyennes conjonctions & oppositions il est toujours en l'apogée A, & és quadratures moyennes au perigée C: Mais voicy comment tel mouvement advient.

Affavoir que le deferant d'epicycle avec son epicycle est porté dans un orbe qu'ils appellent deferant d'apogée de l'eccentrique de la Lune, lequel est denoté par un plan compris entre deux cercles; dont l'un, affavoir l'interieur, est décrit sur le centre du deferant d'epicycle par l'apogée de l'epicycle; l'autre qui est dessus, est décrit sur le centre de la terre: Et tourne contre le propre mouvement du Soleil, en telle maniere qu'autant que le centre de l'epicycle du Soleil moyen decline d'un costé, autant en fait-il decliner apparemment l'apogée du deferant d'epicycle de l'autre costé au mesme temps; avecquoy il passe en toutes les moyennes conjonctions & oppositions par le centre d'epicycle, au plus loing du centre de la terre: Mais en toutes les quadratures au plus pres: Et faut qu'ainsi le centre d'epicycle rencontre deux fois l'apogée de son deferant en chaque moyenne lunaison.

tures; & ainsi l'angle AHB fait 5 deg. mais CHK 7 deg. 40 ① (on verra à la fin de ceste proposition la cause de sa position.) Or en ceste maniere estoit bien sauvée ceste difference, mais hors de ces points n'accordoit avec la regle: parquoy faisant de nouveau ceste troisieme figure, où l'epicycle est en B au premier demicercle, & menant les lignes DBF, EB G, F sera l'apogée de D, & G de E; or suivant le posé precedent, la Lune devant estre veuë de E, par exemple,

Soit pour plus ample declaration en ceste quatriesme figure, AB un plan compris entre deux cercles CD, EF, le centre de CD est G, sur lequel est

descrie le deferant d'epicycle HI, le centre de E F est K: D'avantage CD est le deferant de la voye d'epicycle, & tourne (c'est assavoir avec le plan annulaire entier AB) contre l'ordre des signes, c'est de C vers A: Ce



deferant de la voye d'epicycle, dirige l'epicycle ainsi que son centre H est au plus loing du centre de la terre K, en toutes les moyennes conjunctions & oppositions, mais es quadratures au plus pres: ce qui est encor plus intelligible lors que l'on distingue ces cercles particulierement en diverses pieces mobiles, l'une sur l'autre; où l'on voit encore que le point K demeurant ferme, le point G descrie un cercle alentour.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré la cause qui a meu Ptolemée à la recherche de sa deuxiesme inegalité de la Lune, avec la qualité de sa theorie en general, selon le requis.

## N O T E Z.

La qualité de la theorie de Ptolemée estant descrite jusqu'icy sans nombres, nous viendrons à l'invention des nombres, es 3, 4, & 5 propositions suivantes.

## P R O P O S I T I O N III.

**T**rouver le raid de la voye d'epicycle de la Lune, l'eccentricité, aussi la majeure & moindre distance de la Lune, en telles parties que la ligne de la terre jusques à l'apogée de la voye d'epicycle en fait 60, par operation fondée sur la theorie adjoustée de Ptolemée.

*Le donné.* Soit en la deuxiesme figure de la 2 proposition l'angle AHB de 5 deg. & CHK de 7 deg. 40 ①, avec les mesmes expositions qui sont là mesme deduites.

*Le requis.* Il faut trouver le raid AD, l'eccentricité DH, aussi la majeure distance de la Lune HE, & la moindre HL, en telles parties que la ligne HA de la terre H, à l'apogée A de la voye fait 60.

## C O N S T R U C T I O N.

Le triangle HKC a trois termes connus, assavoir CK raid d'epicycle, faisant par la 5 proposition du quatriesme livre de Ptolemée, assavoir 5 parties 13 ①. L'angle HKC droit, & l'angle CHK de 7 deg. 40 ①, par le donné: par lesquels cherché le costé HC, se trouvera de 39 part. 22 ①.

Auquel adjousté AH 60 parties par le donné, viendra pour l'entier diametre AC 99 part. 22 ①. Sa moitié pour DC raid de la voye d'epicycle requis 49 part. 41 ①. Duquel osté HC 39 parties 22 ①, premier en l'ordre, restera pour l'eccentricité requise DH, 10 part. 19 ①. à AH 60 part. adjousté le raid d'epicycle AE 5 part. 13 ①, viendra pour HE majeure distance requise 65 part. 13 ①. Et de HC 39 part. 22 ①, premier en l'ordre, osté le raid d'epicycle CL 5 part. 13 ①, restera pour HL moindre distance requise 34 part. 9 ①. Dont la demonstration est manifeste par l'operation. *Conclusion.* Nous avons donc trouvé le raid, &c.

## N O T E Z.

Que la raison de la majeure à la moindre distance, est suivant ceste theorie adjoustée de Ptolemée, comme de HE 65 part. 13 ①, cinquieme en l'ordre, à HL 34 part. 9 ①, sixiesme en l'ordre: laquelle raison n'estant evidente au changement du diametre visuel de la Lune, il est certain, comme nous avons dit cy-devant, que la raison des distances ne sera telle en effect, & que la theorie de la premiere inegalité, suivant la description de Ptolemée au 6 chap. de son quatriesme livre, est plus certaine en cecy, assavoir de 65 part. 13 ① à 54 part. 47 ①.

## P R O P O S I T I O N IV.

**T**rouver la ligne de la terre au point d'inegalité, en telles parties, que la ligne de la terre à l'apogée de la voye de l'epicycle de la Lune en fait 60, par operation fondée sur la theorie adjoustée de Ptolemée.

*Le donné.* Ptolemée a pris au 5 chap. de son 4 livre l'observation du lieu de la Lune faite par Hyarque, laquelle estoit hors de conjunction, opposition & quadrature moyenne, ou pour dire autrement, estant le centre de l'epicycle hors l'apogée, & perigée de sa voye, assavoir lors que l'arc du Soleil moyen à la Lune moyenne, est gaing moyen de Lune, de 45 deg. 15.

Et trouvant alors le moyen mouvement de la Lune en l'epicycle de 333 deg. 12.

Lequel lieu, donne prosthese (comme il sera declaré en la construction suivante) si on fait le calcul tel que l'apogée de l'epicycle soit veu de la terre, de 2 deg. 32.

Mais l'arc apparant entre le vray Soleil & Lune, mesuré en effect par Hyarque, fut trouvé estre prosthese, seulement de 1 deg. 26.

Laquelle diversité estant telle, Ptolemée vint à rechercher & calculer la longueur de la ligne entre la terre & le point d'inegalité, duquel a esté parlé à la troisieme figure de la deuxiesme proposition en general: Nous declarerons ceste recherche, & calculation en 2 parties, dont la premiere sera de l'invention du susdit 2 deg. 32 ①, troisieme en l'ordre: la seconde partie sera prise au lieu d'iceluy à 1 deg. 26 ①, quatriesme en l'ordre; par lequel finalement on trouvera que la ligne entre la terre, & le point d'inegalité fait 10 part. 19 ①, egale à l'eccentricité, qui fait aussi autant par la 3 propos. de cest Appendice.

## P r e p a r a t i o n d e l a p r e m i e r e p a r t i e.

Soit ABC voye d'epicycle, D son centre, E la terre, ou eccentre, duquel menée EB, ainsi que AEB face 90 deg.



90 deg 30 ①, estant le double du gain de Lune, 1 en l'ordre: on prend le double, pource que le centre de l'epicycle rencontre deux fois l'apogée d'une conjonction moyenne en l'autre, par la declaration qui en est faite en la quatriesme figure de la 2 prop. Soit l'epicycle FG descript sur B, & menée DBF, F sera apogée de

de mesme que de G à H y avoit premierement 333 deg 12 ①, ainsi aussi y aura autant de K à I: & mene KB la prolongeant jusqu'au diametre en L.

*Le requis de la deuxiesme partie.*

Il faut trouver maintenant la ligne EL.

*Construction de la deuxiesme partie.*

Le triangle EBI ayant 3 termes connus, comme l'angle BEI, 26 deg ①, par la preparation de ceste deuxiesme partie, le costé EB 48 part. 31 ①, par le premier en l'ordre de la construction de la premiere partie, & BI raid de 5 part. 15 ①, on trouvera l'angle IBE de 165 deg. 13; Son adjoint pour IBG, ou arc IG, 14 deg. 47. Le mesme osté de IK apotome de cercle de 333 deg. 12 ①, qui est 26 deg. 48. Restera pour l'arc GK, ou angle GBK, ou l'angle EBL, 12 deg. 1. Le triangle BEL a 3 termes connus, comme font l'angle BEL 89 deg. 30 ②, comme apotome de l'angle BEA, faisant par la preparation de la 1 partie 90 deg. 30 ①; puis l'angle EBL 12 deg. 1 ①, quatriesme en l'ordre, & le costé BE 48 parties 31 ①; premier en l'ordre de la construction de la premiere partie, par lesquels on trouvera le costé requis EL de 10 part. 19 ①.

Lequel nombre estant egal à l'eccentricité DE, qui a esté calculée à la 3 proposition: Ptolemée dit aussi que cecy advient en tout lieu où le centre de l'epicycle se trouve en la voye; tellement qu'il conclud que K est toujours le centre, duquel il faut commencer à compter le cours de la Lune en l'epicycle.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé, &c.

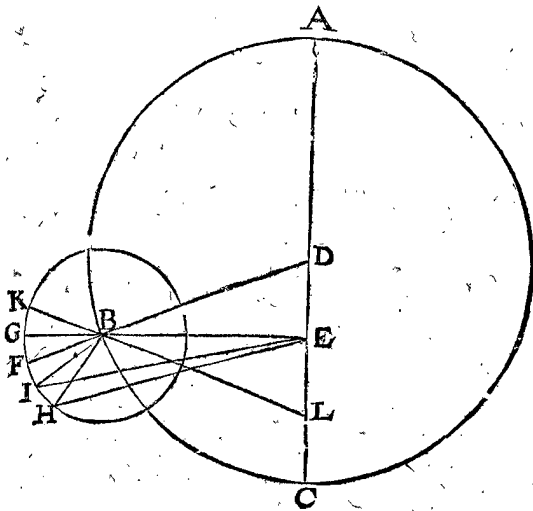
PROPOSITION V.

**T**rouver en un temps donné la prostapherefe de la Lune, par operation fondée sur la theorie adjoustée de Ptolemée.

*Le donné.* Soit un temps auquel la longitude de la Lune en l'epicycle soit de 333 deg. 12 ①, & le my-gain de Lune de 45 deg. 15 ②.

*Le requis.* Il faut trouver la prostapherefe de la Lune, fondée sur la Theorie adjoustée de Ptolemée.

*Preparation.* Soit ABC voye d'epicycle, D son centre eccentre, ou la terre E, de laquelle menée la ligne



D, appellé point de concavité par Purbachius, pource qu'il descript l'interieure concavité du deferant de la voye d'epicycle. Soit puis apres de E par B menée EBG, G sera apogée de la terre E; puis soit H la Lune, de laquelle le moyen mouvement en l'epicycle faisoit par l'hypothese, deuxiesme en l'ordre, 333 deg. 12 ①, que je compte de l'apogée G contre l'ordre des signes jusqu'en H, & mene HE.

*Le requis de la premiere partie.*

Il faut trouver l'angle de la prosthese BEH.

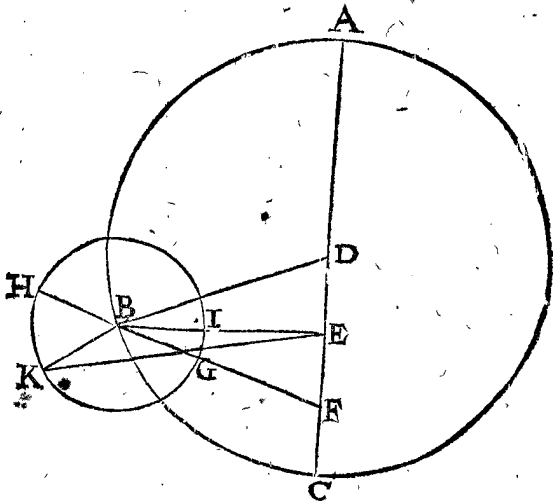
*Construction de la premiere partie.*

Le triangle DEB a trois termes connus, l'angle DEB 90 deg. 30 ①, par la preparation, l'eccentricité DE 10 part. 19 ①, par la 3 propof. DB raid de la voye d'epicycle 49 deg. 41 ①, par la mesme 3 prop. par lesquels on trouvera EB de 48 part. 31 ②.

Le triangle BEH a 3 termes connus, assavoir le costé EB 48 part. 31 ① precedent, BH 5 part. 15 ①, par la 5 prop. du 5 livre de Ptolemée (il est bien vray qu'en la 3 propof. precedente estoit prise de 5 part. 13 ①, mais nous suivons du tout le posté de Ptolemée) & l'angle HBE 153 deg. 12 ① (car GH fait 333 deg. 12 ①, reste pour HG, ou l'angle HBG 26 deg. 48 ①, son adjoint est pour IBE 153 deg. 12 ①, comme devant) par lesquels on trouvera l'angle requis BEH de 2 deg. 33 ①, mais soit selon Ptolemée, 2 deg. 32 ①.

*Preparation de la deuxiesme partie.*

Cest angle BEH estant trouvé de 2 deg. 32 ①, lequel ne devoit estre que de 1 deg. 26 ①, comme il a esté dit cy-devant; alors Ptolemée argumente, que puis que l'angle BEH est trop grand, que la Lune ne fera en effect en H, mais plus vers G: soit en I, & menée EI, alors l'angle BEI fera le susdit 1 deg. 26 ①. Ce qu'estant ainsi, G ne pourra pas estre l'apogée moyen, d'où l'on doit compter le cours de la Lune en l'epicycle, comme a esté fait devant, mais autant plus par delà G, comme de H à I; soit K ainsi que GK soit egale à HI; parquoy



EB, ainsi que l'angle AEB soit 90 deg. 30 ①, double du gain de Lune 45 deg. 15 ① donné: On prend icy le double,

double, pource que le centre de l'epicycle rencontre deux fois l'apogée d'une conjunction moyenne à l'autre, par la declaration qui en a esté faite en la quatriesme figure de la 2 proposition de cest Appendice, & F est le point d'inegalité : D'avantage soit GHI epicycle sur le centre B, coupant E B en I, & menée FGBH coupant l'epicycle en G & H; alors G signifie le perigée moyen, H l'apogée moyen : Et le point K soit la Lune, ainsi que l'arc HIGK soit les 333 deg. 12 ① donnez : Et finalement menées EK, BK, tellement que l'angle BEK signifie la prosthese de la Lune.

*Le requis.* Il faut trouver l'angle BEK.

CONSTRUCTION.

Le triangle DEB a trois termes connus, comme l'angle E 90 deg. 30 ①, l'eccentricité DE 10 part. 19 ①, par la 3 proposition de cest Appendice, DB raid de la voye d'epicycle 49 part. 41 ①, par la mesme 3 proposition, par lesquels EB sera trouvée de

48 part. 31.

Le triangle EBF a trois termes connus, EB precedente de 48 part. 31 ①, EF 10 part. 19 ①, par la 3 proposition de cest Appendice, & l'angle E 89 deg. 30 ①, adjoinct du donné DEB 90 deg. 30 ①, par lesquels l'angle B se trouvera estre de

12 deg. 1.

De l'arc HIGK 333 deg. 12 ①, osté HG 180 deg. restera GK, ou l'angle GBK,

153 deg. 12.

Auquel adjousté EBF 12 degr. 1 ① susdit, vient pour l'angle EBK

165 deg. 13.

Le triangle EBK a trois termes donnez, assavoir l'angle EBK 165 deg. 13 ①, quatriesme en l'ordre, EB 48 part. 31 ①, premier en l'ordre, & BK raid d'epicycle

5 part. 15 ① : par lesquels cherché l'angle requis de la prosthese BEK, viendra 1 deg. 25 ①, soit de

1 deg. 26.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé en un temps donné, &c.

COROLLAIRE.

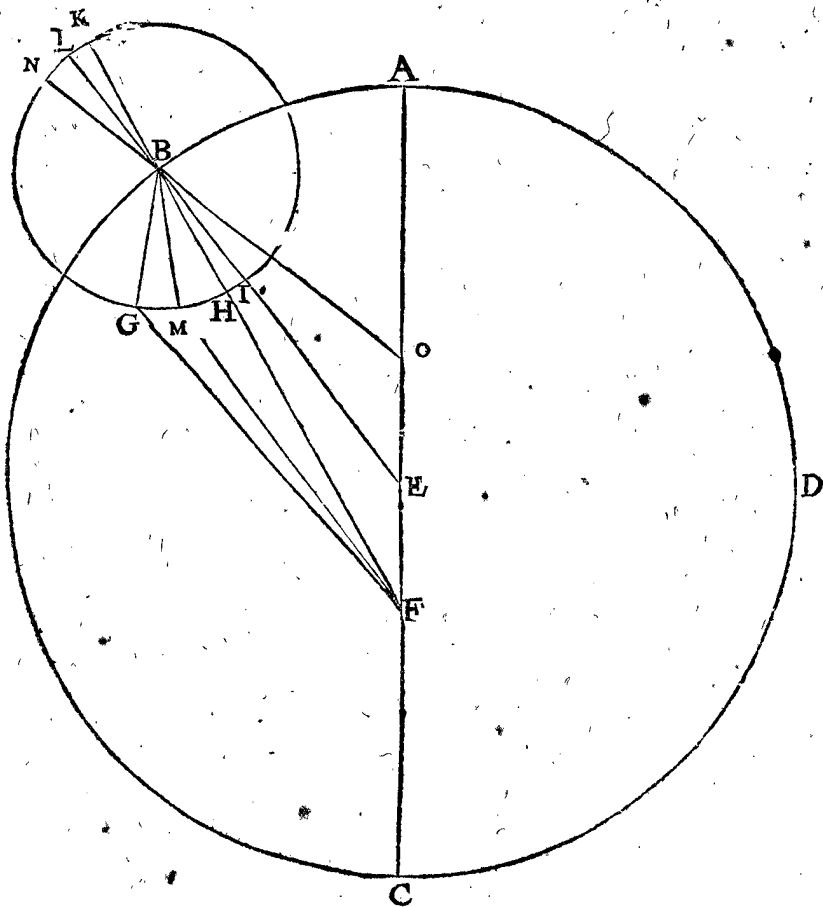
Par ceste invention de la prostapheresé appert comment on trouvera la longitude apparante de la Lune en un temps donné, car joignant la prostapheresé à la longitude moyenne de la lune on aura le requis : Notez aussi que *Ptolemée* & autres en ont fait des tables, pour trouver le tout avec plus de facilité, que nous delaissons icy sans les descrire, veu qu'elles n'appartiennent à la declaration de la deuxiesme inegalité, laquelle nous avons expliqué jusques icy selon nostre dessein, nous viendrons à la deuxiesme inegalité des 5 autres planetes.

PROPOSITION VI.

**D**Eclarer sommairement la theorie adjoustée de *Ptolemée* touchant le cours en longitude de Saturne, Jupiter, Mars & Venus.

D'autant que nous prenons icy pour connus les simples cours de ces planetes, comme ils sont venus entre les mains de *Ptolemée*, veu qu'ils ont esté inferez au premier & 2 livre, alors la description de la deuxiesme inegalité en sera d'autant plus facile & briefve.

Il faut sçavoir preallablement qu'il trouvoit la longitude apparante de ces quatre planetes, és conjunctions & oppositions du Soleil moyen, lors que le centre d'epicycle estoit en l'apogée ou perigée de la voye, toujours comme la calculation du cours simple, qui luy estoit tombée entre les mains, car il trouvoit & calculoit les eccentricitez & les raids des epicycles de chacune planete, & ainsi rencontroit de la diversité hormis és lieux susdits.



Pour donc venir à la chose, soit ABCD la voye d'epicycle, E centre, A apogée, F l'eccentre ou la terre,

B centre de l'epicycle GHIK, & menées de E & F par B, les lignes EL, FK, coupant l'epicycle en I; ainsi que

que H est le perigée, K apogée, I moyen perigée, L moyen apogée: Davantage je prens que la Planete, selon la calculation du deuxiesme livre, (c'est suivant le cours simple, comme *Ptolemée* la premierement receu) doive estre en G, tellement que la longitude moyenne d'epicycle LG face 150 deg. & sa distance apparante de l'apogée A vue de la terre F, doive avoir esté l'angle AFG: Mais il a trouvé un tel angle par effect, comme je prens AFM, joint que la planete en l'epicycle estoit essentiellement en M, & non pas en G selon la calculation.

De cecy il a argumenté, que puis que de la planete jusqu'à l'apogée moyen il y doit avoir 150 deg. comme a esté posé premierement l'arc LG, & que la planete en l'epicycle est d'autant plus loing de G; que G jusqu'à M, partant le my-apogée doit aussi estre autant plus loing de L; & soit en N, tellement que NM est 150 deg. aussi bien que LG.

Or N étant pris pour le my-apogée, duquel on commence à compter le moyen mouvement de la planete, il a mené de N par B une ligne droite, coupant le diamètre AC en O; & trouvé que EO est egale à EF, non seulement en cest exemple, mais aussi en tout autre en quel lieu de l'epicycle la planete soit, & le centre de l'epicycle en sa voye puisse estre: Tellement qu'il a donné à O le nom de point d'inegalité (*Purbache* l'appelle le centre de l'equant) auquel supposant que l'œil soit, alors on voit que l'epicycle dans sa voye & la planete en l'epicycle tournent uniformement: d'où s'ensuit que les points susdits B & M, sont veus se mouvoir

irregulierement du centre E; ou bien que l'epicycle dans sa voye & la planete dans l'epicycle se meuvent tantost plus viste, tantost plus lentement, contre l'ordre naturel ordinaire, & suivant telle hypothese trouvant la prosthaphere, & la longitude apparante, en cela consiste l'invention des susdits de *Ptolemée*, de laquelle il en a formé une theorie qu'il a adjousté à la description qu'il a receue de ses devanciers.

*Conclusion.* Nous avons donc déclaré le sommaire, &c.

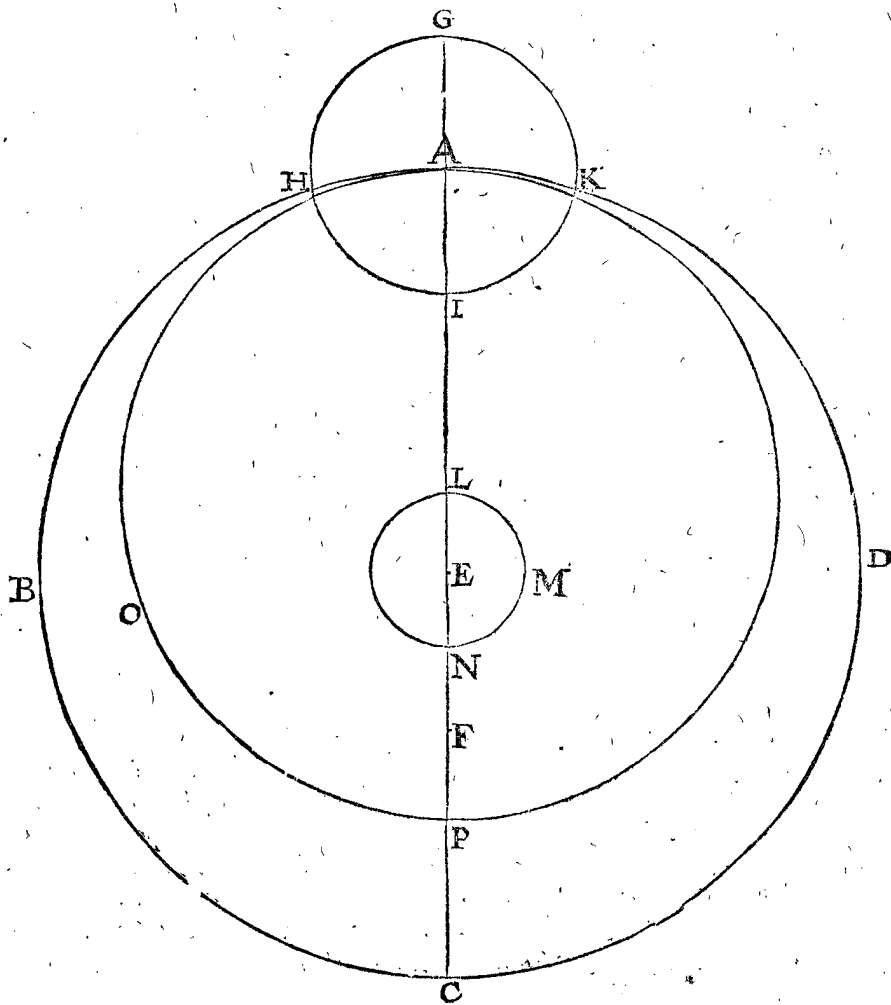
PROPOSITION VII.

**D**éclarer sommairement la theorie du cours en longitude de *Mercuré*, adjoustée par *Ptolemée*.

Encore bien que *Ptolemée* ayt observé souvente fois les lieux de *Mercuré*, & joignant cela ait pris garde aux observations de ses devanciers: il a trouvé que ladite planete en faisant une revolution venoit à chacune d'icelles deux fois au plus pres de la terre (comme aussi la Lune, laquelle il dit venir deux fois au perigée en chacune lunaison) ce qui advient lors que le centre de son epicycle estoit en apparence 120 degr. de part & d'autre de l'apogée apparant, qu'il trouvoit au 190 deg. de l'ecliptique. La cause de cecy est, à ce qu'il dit, que le centre de l'epicycle en chacun des 2 lieux susdits, vient au plus pres de la terre: ce qu'estant dit en general, nous viendrons à la declaration particuliere de son opinion.

Soit en la premiere figure suivante ABCD la voye d'epicycle, E son centre, A, l'apogée; l'ecentre ou la terre F, l'epicycle GHIK sur le centre A, son apogée

I. FIGURE.



G, perigée I, & soit *Mercuré* à l'apogée G, & le tout pris selon la simple maniere comme *Ptolemée* la receut de ses devanciers, & descrite au deuxiesme livre, à la-

quelle *Ptolemée* ne trouva aucune faute; car avec cecy il a cherché en son neuvesime livre chapitre 8, la raison de l'eccentricité & du raid de l'epicycle, au raid de la voye

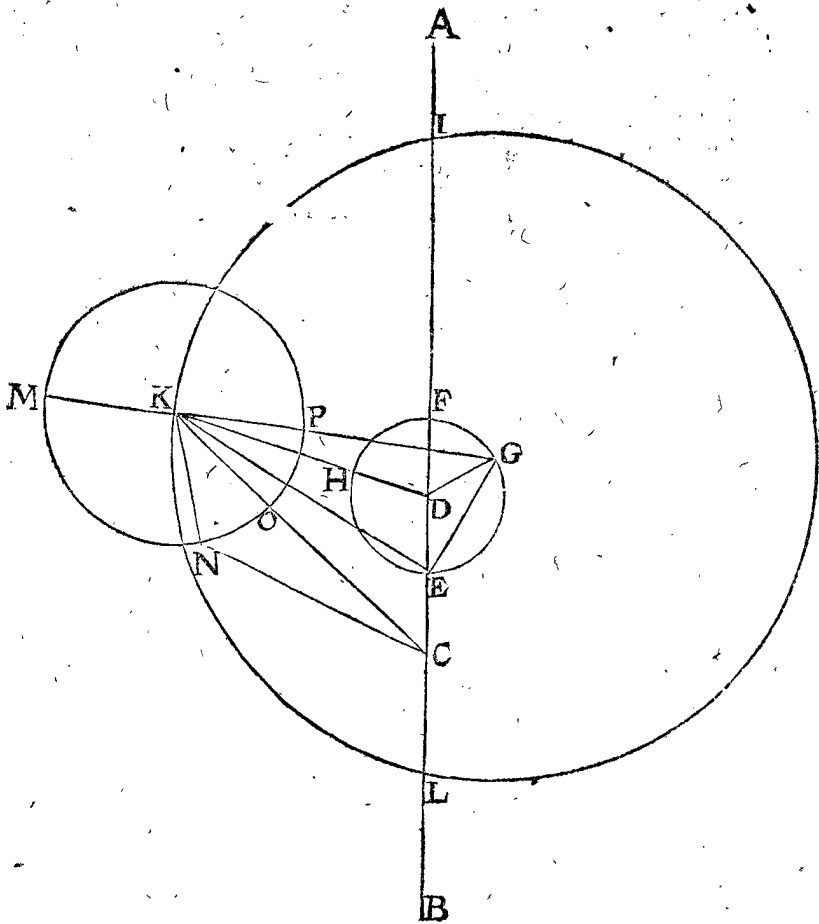
voye d'epicycle: Mais Mercure estant hors l'apogée ou perigée de l'epicycle; ou le centre de l'epicycle hors l'apogée ou perigée de sa voye, alors il a trouvé de la différence: ce que *Ptolemée* raccommode apres plusieurs rastonnemens & recherches, au 9 chap. de son neuvieme livre, & la remet en forme de theorie, comme s'ensuit. Il a descrit sur E centre de la voye, un petit cercle LMN coupant AC en L & N; EN estant le diametre d'iceluy petit cercle la moitié de l'eccentricité EF, icy il a pris L pour centre de la voye de l'epicycle, combien que ce soit proprement E en ceste figure, & dit que le mesme centre L tourne en un cercle de L vers M contre l'ordre des signes, faisant là dedans un tour, en mesme temps que le centre de l'epicycle fait un tour en sa voye, de l'autre costé selon l'ordre des signes, c'est de A vers B, & ainsi portant quant & soy la voye entiere de l'epicycle.

Mais veu que AL est prise icy pour le raid de la voye de ceste theorie adjoustée de *Ptolemée*, alors la circonférence de la mesme voye soit moindre à ABCD, selon la position du mouvement simple, comme *Ptolemée* le reçoit: parquoy sur L, comme centre, soit descrit la

voye de l'epicycle de la theorie de *Ptolemée* AOP, & combien qu'elle soit moindre à la premiere, toutesfois la distance de la terre F à A est la mesme, & par consequent demeure aussi le mesme diametre visuel de l'epicycle: Et lors que le centre de la voye L sera passé de L par M à N, alors selon ceste hypothese, le centre A sera parvenu à l'autre costé en C; & ainsi la distance de la terre F, au centre de l'epicycle, & par consequent le diametre visuel de l'epicycle sera aussi le mesme, le tout selon le cours simple comme *Ptolemée* le reçoit: Tellement que ceste theorie de *Ptolemée* ne donne aucune alteration, en la recherche susdite de la raison de l'eccentricité, & raid d'epicycle, à la ligne entre la terre & l'apogée.

Ceste qualité ainsi declarée, estant le centre d'epicycle au point A au plus loing de la terre, ou à son opposé C, nous viendrons à la declaration d'iceluy centre d'epicycle estant en un autre lieu, je prens de 60 degrez, distant de l'apogée A par son moyen mouvement, & Mercure au 100 degre en son epicycle. A ceste fin soit en ceste seconde figure la ligne AB par l'apogée A (lequel est colloqué par *Ptolemée* au 190 deg. de

2. FIGURE.



l'ecliptique) son point opposé soit B, la terre C; D le centre du petit cercle FGEH, (au lieu du petit cercle LNM de la figure precedente) son apogée F, E perigée, & DE raid egal à EG, puis soit le point G, tellement que l'arc de F à G contre l'ordre des signes, soit 60 deg. & soit le deferant IKL sur le centre G & menée DK, ainsi que l'angle ADK soit egal à FDG 60 degrez, assavoir de I à K, selon l'ordre des signes, comme F à G au contraire; car l'hypothese susdite exige cela ainsi. Puis sur K centre soit descrit l'epicycle MNOP, & menée GK produite en M, my-apogée d'epicycle, puis N soit le lieu de Mercure, faisant l'arc MN 100

deg. & menées KN, NC, & CK coupant l'epicycle en O, item EK, EG, DK, DG: finalement prenons que l'epicycle soit coupé de GK en P, my-apogée.

Notez que *Ptolemée* a posé que le centre de l'epicycle K se meut également, veu de E; & par consequent inégalement, veu du centre du deferant: Mais si l'œil estoit au centre du deferant G, que de là Mercure seroit veu se mouvoir également: tellement que son mouvement en l'epicycle sera egal & naturel. Voila la maniere de la theorie adjoustée de *Ptolemée*, pour trouver la prostapherese de Mercure, & de là la longitude en l'ecliptique.

Jusqu'icy

Jusqu'icy a esté traité de la Theorie adjoustée de *Prolemée*, touchant le mouvement en longitude des planetes; Et quant à la latitude nous en avons parlé assez suffisamment au traité precedent.

DE LA THEORIE ADJOSTEE de *COPERNIQUE*, en l'hypothese de terre mobile.

PROPOSITION VIII.

**D**éclarer sommairement la theorie de la Lune adjoustée de *Copernique*.

Après que *Copernique* eust pris les epoches & lieux de la Lune annotez de *Prolemée*, les acceptant pour yrays fondemens, idoines à establir sa theorie; toutefois il ne trouva pas qu'en la theorie adjoustée de *Prolemée*, ce soit bien suivre la nature d'attribuer à la Lune l'inegalité de mouvement en son epicycle, & de l'epicycle au deferant: que ceste trop grande aproximation de la Lune à la terre estoit contre l'experience; puis que le diametre visuel de la Lune n'augmentoit ny ne diminueoit selon ceste constitution: Et partant en a fait une autre en lieu d'icelle, où le plus remarquable est, qu'il veut bien que la majeure prostapherese és conjunctions & oppositions moyennes soit de 5 deg. & és quadratures moyennes observées de *Prolemée*, esté quelquefois parvenue jusqu'à 7 deg. 40' ①, comme il a esté dit cy-dessus, dont il dit que la cause est telle: Soit le deferant de la Lune AB, son centre la terre C, & DEF epicycle où la Lune se meut selon la simple hypothese des anciens, dont, A le centre, & menée D AFC, aussi la touchante CE, & que l'angle ACE face 5 deg. comme on a dit cy-devant, puis CG, ainsi que ACG soit de 7 deg. 40' ① apheretique, faisant un cercle EG touchant les deux lignes CE, CG, puis menée AEHG: or que

attribuoient à la Lune devant l'hypothese de *Prolemée*. D'où s'ensuit que la Lune estant en une moyenne conjunction au point E au plus pres de A, elle y sera aux suivantes, voire en toutes les oppositions moyennes, derechef au mesme point pres de A; (combien que ce puisse estre en un autre endroit de l'epicycle DEF) car puis que la Lune moyenne gagne un demicercle entre les moyennes conjunctions & oppositions, sur lequel temps par l'hypothese, la Lune parcourt dans le petit cercle deux fois autant, qui sera donc un cercle entier; & partant en moyenne opposition elle sera derechef au point dans le petit cercle, qui est le plus pres de A.

De mesme sera-elle en toutes les conjunctions moyennes au mesme point, c'est aussi tousiours dans la circonference DEF; partant la majeure prostapherese és moyennes conjunctions & oppositions, aussi és eclipses de Lune & du Soleil, ne peut pas estre trouvée au dessus 5 deg.

D'avantage és my-quadratures elle doit suivant l'hypothese estre au petit cercle au plus loing de A, qui est G: car puis que la Lune gagne un quart de cercle depuis la moyenne conjunction jusqu'à la moyenne quadrature, auquel temps la Lune court au double dans le petit cercle, qui est un demicercle, il faut, comme a esté dit, que la Lune soit en G, qui est au plus loing de A; ainsi que la majeure prostapherese fait 7 deg. 40' ①, & de mesme en faut-il sousentendre en l'autre demicercle, pour la prostaphese, comme icy dans le demicercle DEF pour l'apherese: Mais le petit cercle estant parvenu dessus D, comme en I, alors ny en moyenne conjunction ou opposition n'advient aucune prostapherese: pource que la Lune est en D, & de mesme és quadratures moyennes, veu que la Lune est en K, & autant en peut-on dire quand le petit cercle est en F: Tellement que selon ceste position *Copernique* escrit que la Lune se trouve de tout costé en son lieu opportun.

Quant à la raison des lignes en ceste position, *Copernique* les calcule ainsi.

Le triangle AEC a trois termes connus, assavoir l'angle ACE 5 deg. la ligne AC 10000, & l'angle AEC droit: par lesquels on trouvera AE raid de l'epicycle de 872, mais soit selon *Copernique*,

860.

Le triangle ECG a trois termes connus, comme l'angle ECG 2 deg. 40' ①, & le costé EC 10000 (egal assez pres à CA) & l'angle GEC droit, par lesquels le diametre EG se trouvera estre de 466, mais soit selon *Copernique*,

474.

Samoitie pour le raid EH

237.

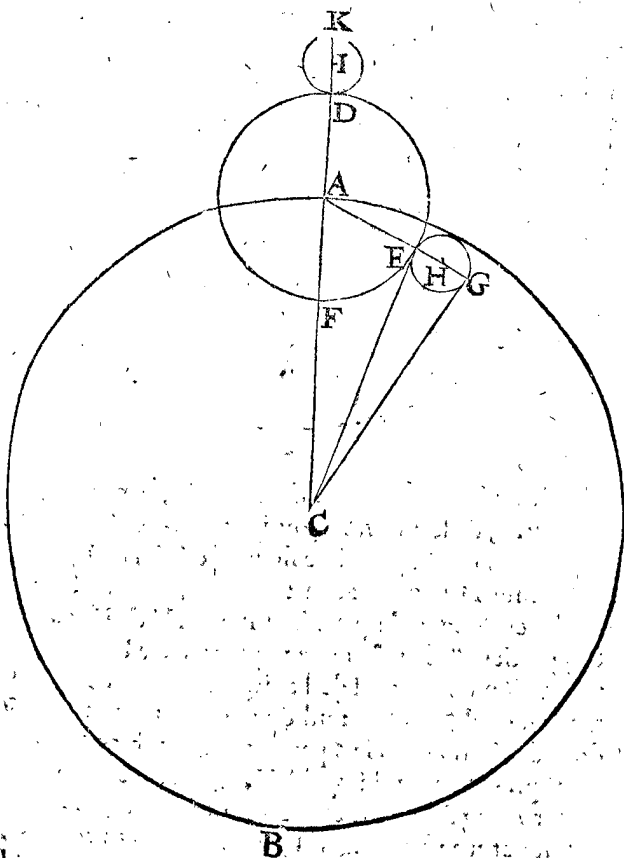
à CA 10000 adjousté AD 860, comme egal assez pres à AE, premier en l'ordre, & encor adjousté DK 474, comme egal à EG, deuxiesme en l'ordre, vient pour CK majeure distance de la Lune à la terre

11334.

De CA 10000 osté AF 860, comme egale à AE, premier en l'ordre, & encor 474 pour le diametre du petit cercle estant en F, restera pour la moindre distance de la Lune à la terre

8666.

Tellement que la majeure distance à la moindre est en telle raison que 11334 à 8666, ce qui ne donne pas si grande difference au diametre visuel de la Lune, que les termes de *Prolemée* en la 3 proposition de cest Appendice, de 65 part. 13 ① à 34 part. 9 ①; qui est comme



le mouvement de la Lune en ce cercler soit double au my-gain de Lune, & du centre H, circuisant iceluy de mesme que le mouvement tres-simple que les anciens

me 57 ① à 30 ① (moindre diametre visuel de la Lune) comme on peut voir en la 6 proposition du deuxiesme livre : Mais selon Copernique, c'est seulement 39 ① ; car ses termes sont comme 39 ① à 30 ①, ce qui est encor 3 ① d'avantage qu'en la simple position que Ptolemée receut, qui n'estoit que 36 ①, qui convient comme on dit avec l'experience, veu qu'en la recapitulation de la 13 proposition du troisieme livre ; 445 à 531, est comme 30 ① à 36 ① ; tellement que Copernique a touché en cela le but plus pres que Ptolemée.

Secondement Copernique n'a aucun mouvement irregulier avec son petit cercle, comme Ptolemée.

Quant aux convenances avec l'experience, les positions de Copernique & Ptolemée donnent une mesme solution en toutes les conjunctions & oppositions moyennes, & aussi es quadratures moyennes, esquelles la Lune est en la moyenne distance de l'epicycle, car alors la prosthaphere se fait 7 deg. 40 ① en l'une & l'autre maniere ; mais hors ces lieux, lesdites positions reçoivent differéce.

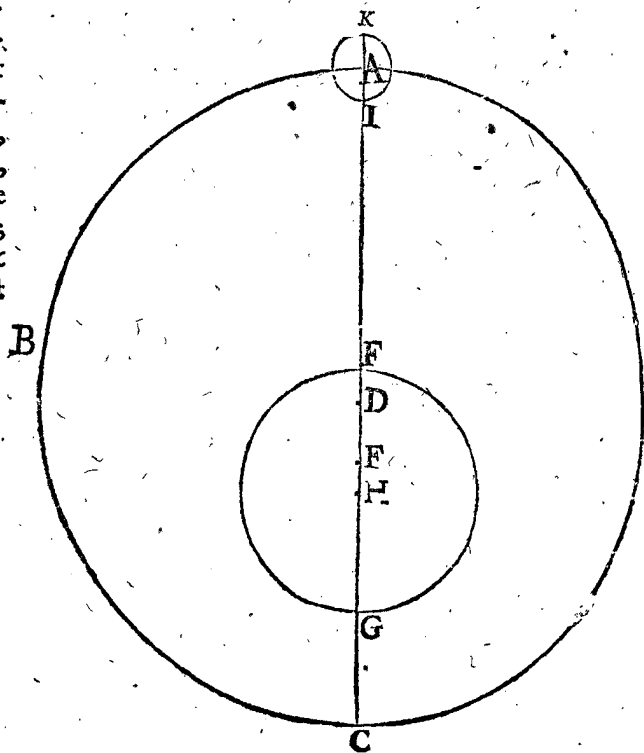
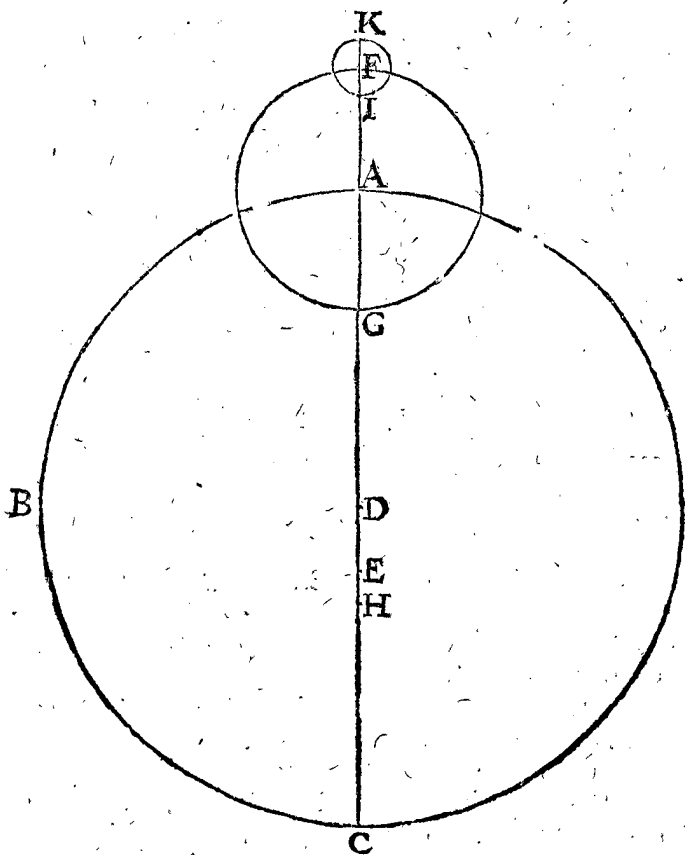
Conclusion. Nous avons donc déclaré sommairement, &c.

PROPOSITION IX.

**D**Eclarer sommairement la theorie adjoustée de Copernique, du mouvement en longitude de Saturne, Jupiter & Mars.

Copernique ayant supposé que les observations de Ptolemée estoient bien faites, en la description des lieux de Saturne, Jupiter & Mars, mais voyant qu'il ordonoit en sa theorie des mouvemens irreguliers aux epicycles, & en leurs voyes, comme a esté dit en la 6 proposition de cest Appendice ; il en a mis d'autres en leur place ainsi : Soit ABC voye d'epicycle des trois supérieures, je prens de Saturne, D centre, E la terre fixe, par laquelle est menée AC, ainsi que A est l'apogée, C perigée, DE eccentricité de 3 part. 25 ①, selon le calcul de Ptolemée, en telles parties que DA en fait 60 ; puis soit l'epicycle FG sur A, duquel F est l'apogée, & G perigée, & la planete soit en l'apogée F : ce qui est

tonnemens, y a adjoint d'abondant un autre petit epicycle, prenant pour foy la ligne entre la terre & le point d'inegalité, qui est de 6 part. 50 ① ( au 5 chap. de l'onzieme livre de Ptolemée, ) de telles que la voye d'epicycle en fait 60, au lieu de laquelle raison Copernique prend 1139 à 10000, au 5 chap. du cinquiesme livre : Et de cest 1139 (ligne entre la terre & le point d'inegalité) ostant le quart, qui est 285, reste 854, lequel il a marqué de D à H, prenant le mesme H maintenant pour la terre, au lieu de E : D'avantage il prit aussi le tiers de DH 854, qui est EH, faisant 285, le mettant de Fen I, sur laquelle FI, comme raid, est décrit un epicycle IK, prenant la planete estre au perigée I, au temps de sa moyenne conjunction avec le Soleil moyen, & ayant un cours selon l'ordre des signes de I vers K egal au cours du centre de l'epicycle A vers B : Mais estant la planete en ceste moyenne conjunction au perigée du petit cercle I, il appert qu'en toutes les moyennes conjunctions il doit estre là ; & en K en toutes les moyennes oppositions ; aussi en toutes les quadratures es moyennes distances, ce qui convenoit avec la longitude de Saturne, selon son opinion. Or pource que son intention n'estoit pas de descrire cecy que par l'hypothese de terre immobile, il a changé la figure, descrivant sur un point, comme H, la voye de la terre egal à l'epicycle susdit, & sur l'apogée de la voye de planete un petit cercle egal à l'autre, posant que la planete s'y



mouve ; assavoir soit ABC autrefois un eccentric, D centre, & le point E soit icy en telle distance de D, comme en l'autre premiere figure il estoit de D, puis soit décrit sur H la voye de la terre FG, estant H distant de D ; comme en la premiere figure, H de D, assavoir 854 parties, & le raid de la voye terrestre HG face autant comme là le raid de l'epicycle AG 1083 ( car autant vient-il, disant, raid de voye d'epicycle 60 part. donne raid d'epicycle 6 part. 30 ①, combien 10000 ? ) puis apres avec le raid egal à HE, décrit le petit cercle IK sur A, egal au petit cercle IK de la premiere figure, & soit Saturne au perigée I, avec un cours comme en l'autre premiere figure, de I vers K. Ceste figure en l'hypothese de terre mobile, fait recevoir à la planete la mesme longitude apparante qu'en l'autre hypothese en

jusqu'icy selon la simple position, comme Ptolemée la receut, tellement que Copernique apres plusieurs ras-

en l'autre premiere figure, ce que j'eusse demonsté, n'estoit que le tout est assez clair par la 15 proposition du 3 livre. prenant aussi garde à l'incertitude du fondement sur lequel il semble que ceste figure est fondée, je l'ay delaissee sans telle demonstration, pour eviter prolixité.

Notez aussi que j'ay dit cy-devant que Copernique a posé le petit cercle en l'epicycle, premierement en l'hypothese de terre immobile, ce que j'ay dit pour declarer mon dessein en brief; car telle chose n'apparoist pas par ses escrits, & qu'on peut bien conceder cela.

Par ceste theorie susdite, Copernique dit que la planete se trouve tousiours en son vray lieu.

Notez aussi qu'il appert cy-dessus, que la theorie de Copernique est un meslange de son invention avec celle de Ptolemée: veu que la ligne de laquelle il prend les trois quarts est en usage dans Ptolemée.

Touchant la recherche de la longitude apparante de la planete suivant ceste theorie, il est manifeste qu'en la deuxiesme figure, on trouvera la longitude apparante du centre du petit cercle, selon la maniere comme en la 15 proposition du troisieme livre au 6 article, & encore y joindre la prostaphere, que la planete acquiert par le petit cercle; car ce qui en viendra fera le requis: Or ce que nous avons dit de Saturne, s'entendra aussi de Jupiter & Mars.

Conclusion. Nous avons donc declare, &c.

PROPOSITION X.

Declarer sommairement la theorie adjoustée de Copernique, du mouvement en longitude de Venus.

Veue que Venus en l'hypothese de terre mobile se meut tellement en sa voye, laquelle est dans la voye de la terre, comme les trois planetes superieures en leurs voyes, qui sont hors de celle de la terre; tellement que l'opinion de Copernique seroit assez suffisamment connue par les precedentes, lors qu'on descriroit le petit cercle sur la voye de Venus dans la voye de la terre: mais d'autant qu'il estime estre plus clair de faire tourner le centre de la voye de Venus en un petit cercle, egal à celuy lequel on feroit autrement sur la voye, comme a esté dit, pour ceste cause je la declareray presentement. Soit ABC la voye terrestre, son centre D, faisant DA raid 10000, & E est le lieu où le centre de la voye de Venus a esté trouvé, suivant la computation fondée sur

marqué le point F, ainsi que EF soit egale à ED, signifiant ledit point F le centre de la voye de Venus, sur lequel est icelle voye de Venus GH de l'intervalle de EG 7194: Puis soit I au milieu de EF, comme centre, décrit le petit cercle EF, où le centre de la voye GH tourne, deux fois aussi visté que la terre, aussi selon l'ordre des signes; tellement que quand la terre est en l'apogée A, ou perigée C, alors le centre de la voye GH est en E: mais la terre étant en l'une des moyennes distances, comme en B, ledit centre est tousiours en F, & en telle maniere dit Copernique, que Venus est trouvée en son vray lieu.

Conclusion. Nous avons donc declare, &c.

NOTEZ.

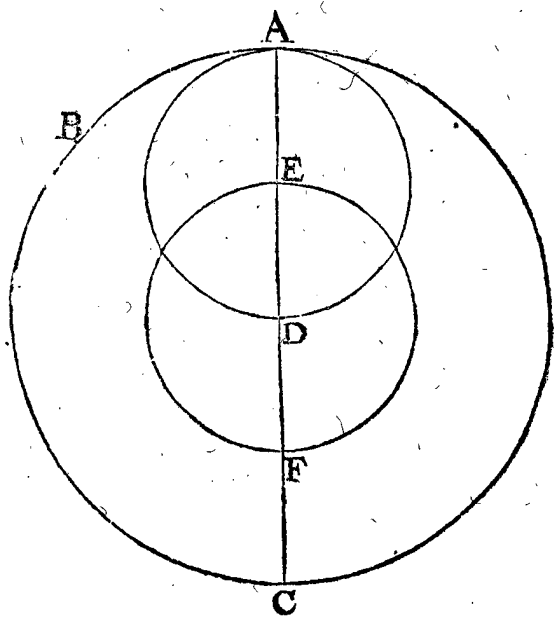
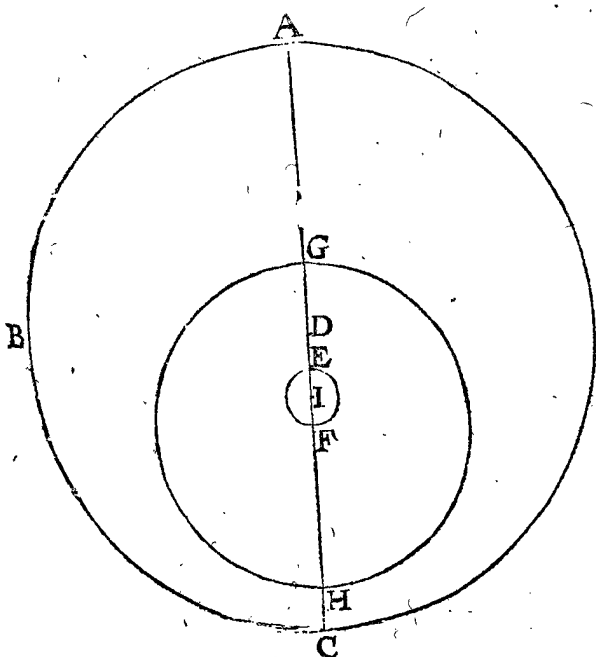
Copernique au 25 chap. de son cinquieme livre, ayant veu qu'il estoit necessaire selon sa theorie, que Mercure se pourmenast en une ligne droite, sans toutefois vouloir admettre aucune irregularité en ses mouvements, il exposa quant & quant au 4 chap. de son troisieme livre, que cela se pouvoit faire par l'aide de quelques cercles, & ce particulièrement en un theoreme, lequel nous descrivons icy servant à la 12 proposition. De ces cercles en traite aussi Proclus commentateur des Elements d'Euclides.

THEOREME. PROPOSITION XI.

Estans descrites deux cercles concentriques premier & second de diametres en raison double, & décrit un troisieme egal au moindre deuxiesme, ayant son centre à la circonference dudit moindre, & ayant un cours double au deuxiesme son egal, mais d'un autre costé; chaque point de la circonference du troisieme décrit une ligne droite, qui est diametre du premier majeur.

Le donné. Soient trois cercles, dont le premier majeur ABC & le deuxiesme EF concentriques, ayent les diametres en raison double, & le tiers AD (egal au deuxiesme EF) décrit sur un centre en la circonference

I. FIGURE.



de EF, ayant son cours (de A vers le costé droit) double à celuy de EF (vers le gauche) & soit pris un point A en la circonference du troisieme AD.

Le requis. Il faut demonstrier que le point A dans le troisieme cercle AD, décrit une ligne droite AC diametre du premier cercle ABC.

Preparation. Soit le point E du deuxiesme cercle EF en la premiere figure parvenu de E en G, vers le

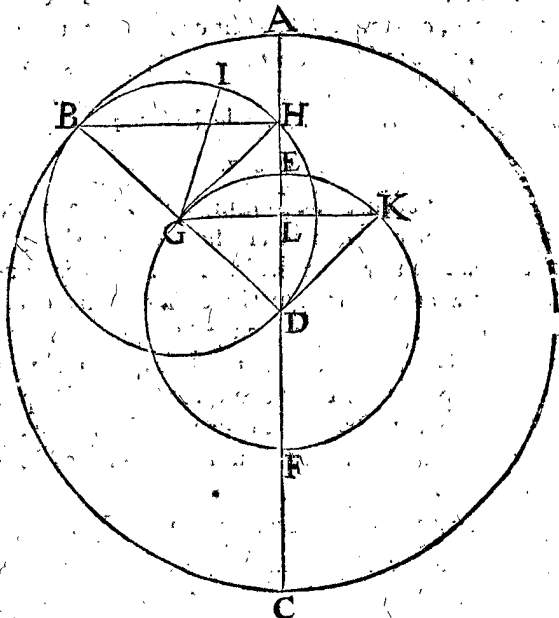
ff costé

la simple position que Ptolemée receut, où l'eccentricité DE faisoit 208: Mais selon la theorie de Copernique soit

costé fenestre, comme en la deuxiesme figure, ainsi que le point du troisieme cercle plus esloigné de D ( que nous nommerons apogée A;) soit parvenu en B, en ceste deuxiesme figure: Cependant le point qui est au 3 sera porté de B en H vers le costé dextre, ainsi que selon l'hypothese BH soit double à GE; & menée GH.

*Demonst.* D'autant que l'arc BH est double à EG, alors

2. FIGURE.



l'angle BGH sera double à l'angle BDE: Or dans le troisieme cercle BHD, l'angle du centre BGH estant

double a un angle BDE en la circonference, ils aironit circonferencés egales pour bases; & puis qu'elles commencent en B toutes deux, & sont vers un mesme costé I, alors elles se termineront en un mesme point: mais BH se termine en H, donc H sera dans DE prolongée, & ainsi se démontrera que le point pris au troisieme cercle sera tousiours dans AC en quel lieu que ledit troisieme cercle soit parvenu.

*Conclusion.* Estans donc décrits, &c.

COROLLAIRE.

La ligne BH est tousiours perpendiculaire à AC, pource que l'angle est droit BHD dans le demicercle: Ce qu'estant ainsi, en un temps donné l'arc AB sera aussi donné, & partant AH son verset, par l'usage des tables des sinus, & par H est denoté Mercure, tellement que son lieu est cognu en AC au temps donné.

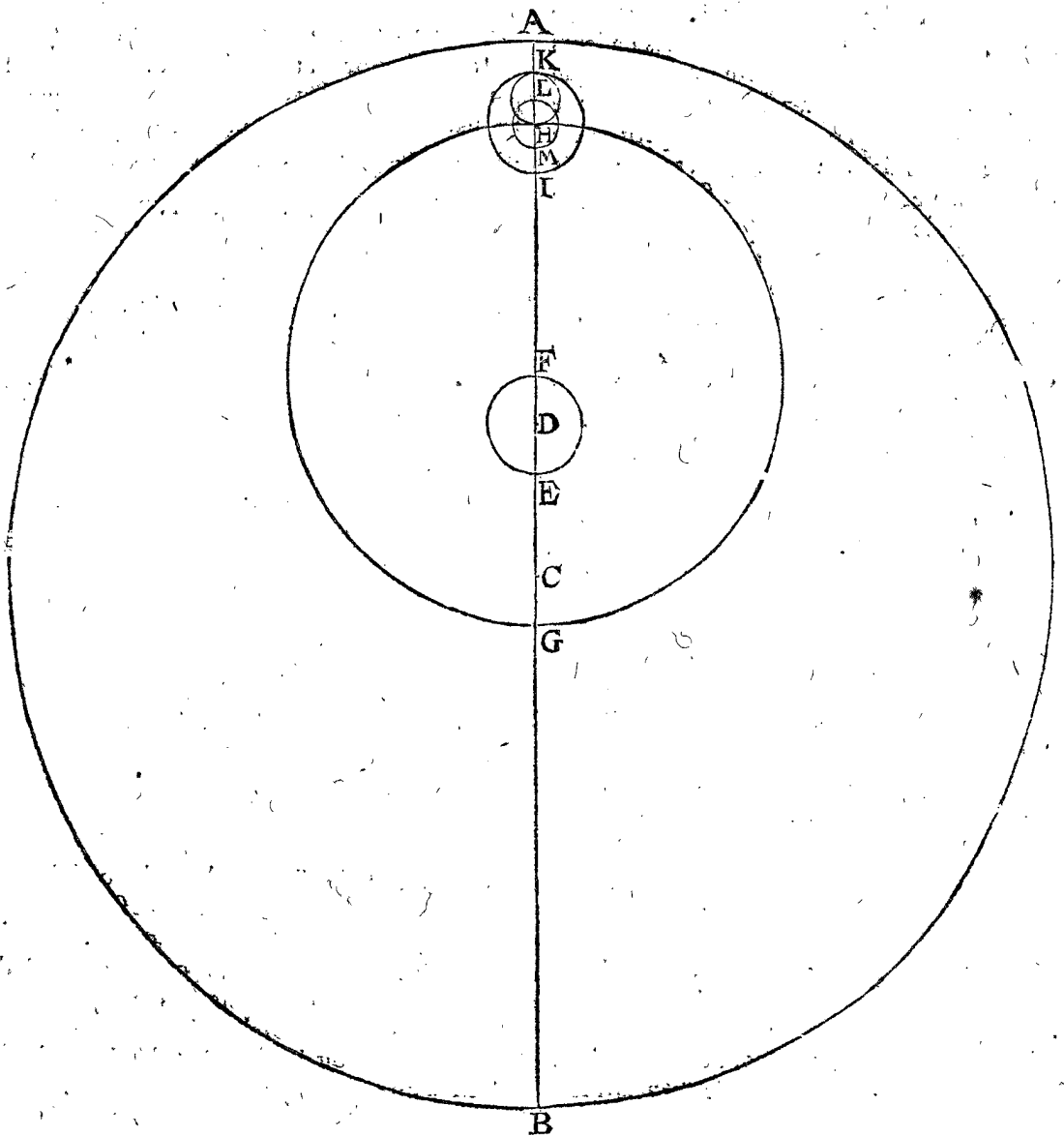
ALB. GIRARD.

Stevin a fait la demonstration cy-dessus un peu oblique, & celle du precedent corollaire trop prolixee avec les lignes inutiles de BI, GK, KD: dequoy je ne me suis servy cy-dessus.

PROPOSITION XII.

**D**Éclarer sommairement la theorie du cours en longitude de Mercure, adjousteé par Copernique.

Soit AB voye terrestre, C son centre, AB diametre, ecentricité DC, trouuée selon la simple position que Ptolemée reçeut premierement de 947 parties, desquelles AC en fait 10000: & sur D centre, d'un intervalle





egal au tiers de DC soit décrit le petit cercle FE, F sera apogée, & E perigée, veus de C, & sur F, comme centre, soit décrite la voye d'epicycle GH, sur l'apogée de laquelle H, comme centre, soit fait l'epicycle IK, & un autre dedans LM concentrique à KI ayant pour son diametre la moitié de KI, & sur L, comme centre, soit décrit un autre cercle egal à LM, tel que KH, où se trouve estre Mercure : Ce qu'estant ainsi, F centre de HG fait par an deux tours, dont l'un est causé de la voye terrestre, l'autre de soy, tous deux selon l'ordre des signes : Le centre L du cercle KH est ferme dans la circonference de LM, y estant porté contre l'ordre des signes, faisant par an un circuit : Le cours de Mercure en KH est selon l'ordre des signes, egal au cours susdit de F, assavoir faisant par an deux tours : d'où s'ensuit que Mercure se pourmene dans le diametre KI sans en sortir, par le theoreme precedent. D'avantage s'ensuit que la terre estant en A, ou B, il faudra que le centre de HG soit tousiours en F, qui est l'apogée du cercle EF au regard de C; mais la terre estant és moyennes longitudes, c'est 90 deg. de A ou B, alors le susdit centre de HG sera tousiours en E, qui est perigée de EF, au regard de C, ce qui advient d'une maniere contraire à celle de Venus. D'avantage s'ensuit aussi que Mercure se pourmenant dans IK, fera tousiours au perigée I, lors que la terre est en A, ou B; mais à l'apogée K estant la terre és moyennes distances : Et par cecy advient que le centre de HG, comme F, au cercle EF, & Mercure au diametre IK font par an chacun deux tours : Cependant le propre mouvement de l'epicycle IK, ou de la ligne FH, au cercle HG, fait uniformement un tour en 88 jours. Et ainsi dit Copernique que Mercure est trouvé en son lieu comme il faut par telle figure.

## PROPOSITION XIII.

**N**Arration du cours incognu des estoilles : & de la déclinaison incognue de l'ecliptique.

Les estoilles fixes sont dites avoir un cours incognu, en un temps plus viste que l'autre, car encore qu'on les trouvaît tousiours equidistantes l'une de l'autre, toutefois leur Globe se meut d'Occident vers l'Orient, ainsi que sa longitude qui commence en la section vernal, devient continuellement plus grande, estant accreue depuis Ptolemée jusqu'à present plus de 21 degrez : mais suivant l'experience faite depuis, on trouve ce mouvement fort desreglé, l'une fois plus viste que l'autre; voire, comme quelques uns estiment, aucunes fois retrograder. Plusieurs, comme Thebit, les Alfonsois, Purbachius, Copernique, Jean Venere, en ont formé diverses theories, chacun à sa poste. Mais pour en dire mon opinion, il faut noter que les estoilles ont plus grande refraction en un pays qu'en l'autre, comme vers les poles, plus que vers l'equinoctial, dequoy nous en avons plusieurs exemples fort remarquables & experimentés és voyages & navigations renommées de Guillaume Barenfen avec les siens en la Nouvelle Zemble, où l'elevation est de 76 degrez, esquels le Soleil apparut descendre sous l'horizon le 4 Novembre 1596, qu'ils devoient ja avoir perdu dès le premier; tellement qu'il leur apparoissoit plus haut qu'il n'estoit proprement, ou avoit 1 deg. 9 <sup>①</sup> de refraction, comme chacun peut calculer : mais 81 jours apres, qui est le 24 Janvier 1597, le bord du Soleil leur apparut derechef, qui ne devoit estre (n'eust esté la refraction) qu'au 9 Fevrier suivant; tellement qu'il se demonstroit plus haut qu'il n'estoit par refraction 5 degrez, beaucoup plus grande que la

premiere, dont la cause a esté cognue au fameux Observateur & Mathematicien renommé Philippe Lansberge, lequel avoit eu plusieurs doutes touchant les diversitez des refractions, car combien que le Soleil fust és points equidistans du Solsice d'hyver, comme je prens de 50 ou 56 degrez devant & apres, toutefois il ne les a pas trouvez de mesme hauteur sur l'horizon, mais plus en la derniere observation qu'en la premiere, estimant que ceste faute ne procedoit pas de la refraction : Mais le susdit exemple de la Nouvelle Zemble luy estant notifié, il a conclud que la cause estoit, & selon mon opinion par bonne raison, que les froides humiditez d'hyver en Fevrier, estoient plus espesses & aqueuses, que non pas és mois plus chauds d'Octobre fin de l'esté precedent. Or les refractions de la Nouvelle Zemble estant si grandes, & en autres lieux où l'on a fait des observations, comme en Prusse, Allemagne, Espagne, Italie, Egypte, aussi grandes que la Boreality y peut estre; & qui plus est, en un mesme lieu plus grandes en une saison qu'en l'autre, sans que les Escrivains des susdites theories y aient prins garde : on peut conclurre de là, que l'inegalité qu'ils ont trouvée, n'est pas venuë de l'inegalité du cours des estoilles, car quand bien mesme ils auroient trouvé de l'egalité, si est-ce qu'on la devroit estimer inegale, à cause de la refraction : Et pour plus ample confirmation de cecy, on remarque premierement que des observations d'Egypte, on a trouvé le cours egal à 100 ans 1 deg. jusques à 432 ans de long; secondement que l'inegalité en vitesse de mouvement, est jugée des observations faites par apres en des pays plus septentrionaux, ce qui fait soupçonner qu'on n'a pas tenu bon compte des refractions qui en peuvent estre la cause, en tout ou en partie : & soit qu'on prenne l'un des deux, les theories susdites ne se trouvent pas bien fondées, que si ces escrivains eussent suffisamment pris garde à ceste diversité de refractions qu'ils ne les eussent pas descrites ainsi : ce qui est cause que je les delaisse, estimant qu'il faudroit des plus grandes certitudes devant qu'ordonner quelque theorie là dessus. A ceste fin seroit bon de faire faire des observations en Alexandria en Egypte, où sont faites les premieres, assavoir quand c'est que le Soleil entre és equinoxes, avec ses plus grandes déclinaisons, & puis confronter ces observations avec les nostres qui sont plus septentrionales, faites au mesme temps.

Jusqu'icy a esté parlé du mouvement incognu des estoilles fixes : Quant à celuy des planetes, desquelles il a esté traité en cest Appendice, j'estime que les observations de Ptolemée, sur lesquelles on a fondé ces theories, sont incertaines : car combien qu'il y ait symbolisé un travail fort louable, toutefois d'autant qu'elles sont faites par un petit instrument de cuivre, construit de plusieurs anneaux, chacun tournant sur son axe, ainsi qu'on pouvoit avoir tousiours l'ecliptique parallele au celeste, & qu'il avoit des pinulles par lesquelles on regardoit au travers les estoilles, plus large que les estoilles n'apparoissoient, & qu'il est notoire à ceux qui se servent de tels instruments annelez tant polis & bien faits qu'on voudra, combien vaciles & incertains sont leurs experiments, (sans comparaison beaucoup plus que ceux de Tycho Brahe) comme Ptolemée mesme en parle souventefois : on ne se doit donc gueres arrester sur telles observations, mais bien sur celles qui sont faites par la hauteur des estoilles, par leurs distances l'une de l'autre, & ce avec des instruments plus grands, & finalement par bonnes & vallables computations és triangles plans & spheriques.

ALB. GIRARD.

Encor y avoit-il quelques incertitudes és observations de *Ptolemée*, quant à la longitude apparante des planetes, pource que les lieux des estoiles fixes n'estoyent descrits en moindre mesure que de 10<sup>①</sup>, comme appert en ses tablez. D'avantage des hyperboliques & incroyables mouvemens, & innaturels, comme tesmoignent encor les diametres visuels qu'on peut voir és planetes, nommément à Mars, & à la Lune, lesquels ne viennent pas si pres de la terre, comme veut la theorie, ainsi que nous en avons parlé ailleurs plus amplement.

Et sans cela se trouvent encor les tesmoignages de divers observateurs, comme de *Regiomonte*, *Bernard Galterus*, & *Purbachius*, qu'on voit imprimez, tellement qu'on ne trouve pas de concordance entre l'experience & la theorie: toutes lesquelles choses bien considerées, on ne voit pas comment les planetes ont quelque cours incognu, où s'il y en a, c'est que nous n'avons pas assez de cognoissance de leur qualité; tellement que si quelqu'un en vouloit faire quelque nouvelle & mieux reglée theorie, il devoit preallablement faire bonne provision d'observations suffisantes, & tres-bien faites pour pouvoir servir de fondemens sans soupçon. Toutefois ayant declaré mon opinion, je delaisse à chacun librement la sienne.

*Conclusion.* Nous avons donc fait narration du cours incognu des estoiles, & de la declinaison incognue de l'ecliptique, selon le requis.

J'ay trouvé bon de faire suivre la table cy-dessous, à cause de la convenance de la matiere.

*Albategne*, *Wernerus*, *Copernique*, & autres ont trouvé que ce mouvement incognu des estoiles fixes, estoit fort divers, assavoir 1 degré en longitude en 100 ans, d'autres dans 66; 61, &c. comme *Tycho Brahe* en 70 ans 7 mois, non seulement pour ce temps present, mais pour l'advenir comme il dit.

Chronologie des Astronomes.

| <i>Ans devant<br/>la nativité<br/>de Christ.</i> |                      | <i>Spica vir-<br/>ginis.</i> |
|--|----------------------|------------------------------|
| 293  | <i>Timochare</i>     | M.                           |
| 281  | <i>Timeon</i>        | 21. 20.                      |
| 127  | <i>Hyparque.</i>     | 21. 30.                      |
| <i>Ans apres la<br/>nativité de<br/>Christ.</i>  |                      |                              |
| 99   | <i>Menelaus</i>      | 26. 15.                      |
| 139  | <i>Ptolemée</i>      | 26. 40.                      |
| 886  | <i>Albategne</i>     | M.                           |
| 1504   | <i>Bernard Galt.</i> | 16. 40.                      |
| 1514   | <i>Joh. Werner</i>   | 16. 55.                      |
| 1525   | <i>Copernic</i>      | 17. 3.                       |
| 1585   | <i>Ticho Brahe</i>   | 18. 3.                       |

*Fin de l'Astronomie.*





# TROISIÈME VOLUME

TRAITANT

DE LA PRACTIQUE

# DE GEOMETRIE.

ARGUMENT.

**C**omme j'avois intention d'écrire une Pratique de Geometrie pour l'exercice de SON EXCELLENCE (laquelle puis apres fut par luy corrigée & augmentée, comme il apparoit cy apres) je consideray la communion entre grandeur & nombre estre telle, que ce qu'on fait par l'un, le mesme se peut faire aussi par l'autre : Parquoy je me suis proposé de suivre en icelle Pratique de Geometrie un ordre semblable à celui dont se servent plusieurs en l'Arithmetique. Mais comment ? Premièrement on y apprend à faire des lettres. Secondement à prononcer ou cognoistre leur valeur, comme ce 7 valoir sept, ce 26 vingt-six. Au troisieme les quatre generales especes, comme Adjoûter, Soustraire, Multiplier & Diviser. Au quatrieme la regle de proportion. Au cinquieme la regle de partition proportionnelle. Au sixieme la conversion des rompus à un nominateur commun, par lequel ils se preparent pour operer avec iceux, comme l'on fait avec des nombres entiers. Lequel ordre selon le commun jugement estant naturel & commode aux nombres, on acquiert par iceluy un fondement general pour despescher plusieurs questions d'Arithmetique que nous rencontrons souvent. Nous suivrons le semblable avec grandeur en ceste Pratique de Geometrie, estimant ainsi en peu d'écriture comprendre beaucoup de matiere, & mettre un fondement general, par lequel celui qui l'entendra pourra despescher plusieurs questions Mathematiques qui se rencontrent es affaires humaines. Nous descrirons donc premièrement la fabrique, ou maniere de marquer des grandeurs. Secondement la maniere pour exprimer ou cognoistre leur valeur, comme par mesurer trouver leur contenu. Au troisieme les quatre especes generales, comme Adjoûter, Soustraire, Multiplier & Diviser. Au quatrieme la regle de proportion. Au cinquieme la regle de section proportionnelle. Au sixieme la conversion, à sçavoir dissemblables grandeurs en semblables, pour operer par icelles comme on fait par des grandeurs semblables, en descrivant six livres particuliers. Et d'autant que la grandeur a trois especes, ligne, plan & corps, chaque livre aura trois parties. La premiere des lignes. La deuxiesme des plans. La troisieme des corps, & chaque partie aura ses propositions necessaires. Appliquant là où les circonstances le requierent, joignant les operations Mathematiques par grandeurs, encores leurs operations par nombres, lesquelles en la Pratique (ce qui soit dit icy une fois pour tout) sont plus certaines que les Mathematiques par les grandeurs mesmes. Encore que les Mathematiques soyent ordinairement cause & fondement pourquoy l'operation se forme par nombres.

AU LECTEUR.

**E**u que nous avons icy proposé de descrire la Pratique de Geometrie, entre laquelle & la theorique ou elemens, on fait distinction, & que le lieu des definitions est plus propre aux elemens: nous ne descrivons point icy les definitions des grandeurs, mais les prenons par les elemens (comme d'Euclide ou semblables) pour cogneués, ou qu'il les faut tirer de là. Encores, veu que quelques operations suivantes se feront par la disme: il est besoing que ceux qui les veulent entendre ayent cognoissance de la mesme disme. Laquelle se void à la fin de l'Arithmetique cy-devant. Quant à la facilité qui en est causée, elle se trouve par effect telle, comme il est mentionné en la preface de la mesme. Ce que tesmoignant SON EXCELLENCE (comme y estant versée d'une maniere plus que vulgaire) a dit par plusieurs fois qu'il se trouve telle commodité & certitude, que les operations qu'elle en avoit facilement expédié, ne se pourroyent accomplir par operations en

nombres rompus sans fascheux labeur, plus grand peut estre qu'il ne feroit utile d'y employer de temps.

ALB. GIRARD.

Cy-devant, à la fin des triangles spheriques, je promis de mettre icy une annotation, comme lieu plus propre, avec ce dont il me souvint pour lors: C'est qu'en la Geometrie, nul n'a encor descrit combien il y a de subjects, pource aussi qu'ils estoient en partie incognus, quant à leurs dimensions jusques à nous: s'ensuit donc que la Geometrie a 6 subjects qui ne sont que 5 quantitez, à cause que le point n'en a point: & en y a trois principaux & 2 moins principaux.

Les 6 subjects de la Geometrie.

|                      |                    |
|----------------------|--------------------|
| Le point.            |                    |
| La ligne.            | premier principal. |
| L'angle superficiel. |                    |
| La superficie.       | second principal.  |
| L'angle solide.      |                    |
| Le solide, ou corps. | tiers principal.   |

PREMIER LIVRE  
DE LA  
PRACTIQUE DE GEOMETRIE,  
De la Description des grandeurs.

PREMIERE PARTIE DU PREMIER  
LIVRE DE LA DESCRIPTION  
DES LIGNES.

PROPOSITION I.

**M** Arquer des lignes droites.

**L** Es lignes droites se marquent en la pratique par divers moyens, selon les circonstances, dont les trois plus renommées que nous rencontrons maintenant se marquent premierement avec une regle droite : Secondement avec le cordeau : Tiercement avec les rayons.



2. Exemple des lignes droites marquées avec le cordeau.

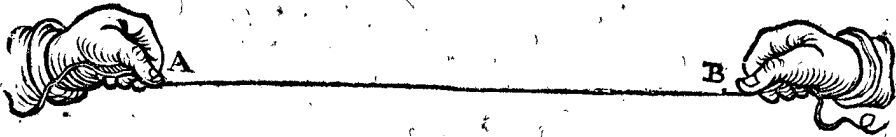
*Le donné.* Soient A, B, deux points.

*Le requis.* Il faut tirer de l'un à l'autre une ligne droite avec un cordeau, qui est une petite corde frottée avec de la croye, laquelle estant tendue & tirée, tellement qu'elle frappe contre le fond, y marque avec peu de peine une fort droite ligne; De ceste maniere les Char-

pentiers entre autres s'en servent ordinairement pour marquer leurs ouvrages, aussi les scieurs de bois afin de couper droitement les arbres tant droits que tortus.

CONSTRUCTION.

Je prens le susdit cordeau frotté de croye CD, le tendant aux deux bouts par les points A, B, & le tire puis apres comme la corde d'un arc, & j'ay la droite ligne requise AB.



3. Exemple des lignes droites marquées par rayons.

*Le donné.* Soient A, B, deux perches en campagne.

*Le requis.* Il faut marquer de l'une à l'autre par l'aide des rayons une ligne droite en terre, à sçavoir une raye gravée environ de la profondeur & largeur d'un demi-pied, ce qu'on appelle proprement en Hollande *Kielspit*, servant pour separer des heritages, & marquer la largeur des fossez, formes de boulevards, fortifications &

semblables choses; On se sert aussi de lignes imaginées en ces rayons sans raye, en la pratique de Geometrie, comme nous en parlerons plus proprement au second livre.

CONSTRUCTION.

L'operateur se tenant aupres de l'une ou l'autre marque A, B, fait mettre par quelque coadjuteur un baston droit ou quelque marque entre le susdit A, B, au lieu de C, tellement qu'icelui operateur voye les trois ba-



stons ou marques A, C, B, en un mesme rayon: La maniere pour y mettre le baston C est telle: S'il faut qu'il soit mis vers le costé dextre ou fenestre, l'operateur fait signe vers le costé dextre, ou fenestre, avec la main; ou bien si le coadjuteur qui met la marque estoit si loing de luy qu'il ne peust bien veoir le signe de la main, il fait signe avec un mouchoir, chapeau ou semblable chose: Le baston C estant ainsi sur sa vraye place, il fait signe avec sa main ou autre chose de haut en bas, pour

dire qu'il faut que le coadjuteur y fiche le baston ferme, & bien droit: tous lesquels signes susdits il faut que le coadjuteur entende premierement.

Ce qui a esté dit ici se faire par l'aide d'un qui pose la marque, se peut faire plus aisement quand la commodité de la place le permet, par l'operateur tout seul, en ceste façon: Il s'en va de B vers D, mettant là une marque, tellement qu'il void toutes les trois marques D, B, A en un mesme rayon.

Il y a encore une maniere pour mettre la marque entre A & B en sa place, sans qu'il soit befoing de se servir d'une autre personne, à sçavoir sans planter le baston C ou D, & cela par l'aide de la croix arpentique, qui est un instrument tel que la figure suivante le demontre, duquel, d'autant qu'on s'en servira aussi en la pratique suivante, nous declarerons ici les qualitez: A sçavoir qu'il a un baston long d'environ cinq pieds, avec une pointe de fer au bout, pour le ficher droit en terre: Sur le mesme baston se marquent d'un costé autant de pieds avec des poulces, & sur un autre costé autant de ① & ② qu'il peut comprendre, servans pour mesurer par iceux exactement les longueurs qui ne viennent point justement à des verges. Sur le susdit baston y a une plate ordinairement de cuivre, large environ de 8 ou 10 poulces, sur laquelle sont tirées deux lignes sur les points au milieu des costez de la plate, & s'entrecoupan-tes au centre de la plate en angle droit; tellement que ces deux lignes font une croix rectangulaire, dont se servent les Arpenteurs, d'où vient que cet instrument s'appelle croix arpentique: Aux quatre bouts de ces deux lignes se mettent des pinnules avec des petites visieres pour voir au travers; ou sans visieres montrant avec leur costé extreme, ou autrement étant ces pinnules fort menuës, faisant la demonstration avec leur propre milieu, qui s'appellent généralement dioptries ou pinnules. Aucuns marquent aussi sur la plate un cercle, avec ses 360 degrez, sur quoy tourne une regle fiduciale, mettant aussi au milieu une aiguille marine. Maintenant pour mettre par le moyen de la croix arpentique, la marque C en sa place, l'operateur la fiche entre les deux marques A, B, la mettant & remettant jusques à tant qu'il voye par le milieu des deux visieres l'une & l'autre marque; car alors la croix arpentique est en sa vraye place, pour y mettre une marque: Toutesfois les deux precedentes manieres, comme l'experience tesmoigne, sont les plus seures. Quant à ce que quelqu'un pourroit demander pourquoy on ne se tient à la maniere meilleure? On respond là dessus qu'on se peut servir de chaque maniere selon la commodité des circonstances, car aucunesfois il n'y a point de lieu propre en D, pour y mettre une marque de quelque empeschement d'eau, bastiments, arbres, ou choses semblables; aucunesfois il y a de l'empeschement entre deux, & point dehors. Ailleurs il advient qu'on n'a personne avec foy pour poser une marque: Aucunesfois que l'extreme droiture n'y est pas requise: comme par exemple, pour mesurer des longues lignes droites sur la terre, combien que la marque du milieu soit un pied ou deux hors du rayon, cela ne peut apporter en la mesure difference d'importance. Mais quand c'est pour trouver la perpendiculaire d'un triangle, & le mesurer, ou pour separer des heritages, alors il faut plus de certitude, comme il sera plus amplement declaré en son lieu, tellement que, comme il a esté dit ci dessus, on pourra suivre la maniere, qui sera la plus propre selon la disposition des circonstances.



Mais quand de A jusques à B il y a si loing qu'on ne peut voir de l'une à l'autre marque, mais bien d'environ le milieu (là où on ne se peut servir de la susdite seconde maniere, car si on ne peut voir de A jusques à B beaucoup moins jusques à D) on fiche alors environ le milieu une marque ou marques, s'aidant avec cela. Et afin qu'en mettant les marques du milieu, on puisse voir de l'une à l'autre marque extreme, on envoie une personne au lieu d'icelle marque invisible, là où son corps mesme sert de marque, ou autrement on prend une longue perche avec un chapeau, bouchon de paille, une branche d'arbre, ou autre marque visible dessus, & demeure là si long temps, ou il tient la marque debout jusques à ce que les marques du milieu soyent posées.

Cecy étant fait, à sçavoir, la marque C ou D étant ainsi dedans le rayon de A B, la raye de A jusques à B se fait ainsi: On prend une corde fort longue que je pose venir de A jusques à E. Mais pour mettre le bout E au rayon de A B, on le trouve, là où on voit accorder C sur B; Puis apres faisant la raye tout du long de la corde tendue, la ligne de A jusques à E est faite, & procedant ainsi on vient jusques à B, bien entendu que quand on est passé la marque C, on se sert des autres deux marques C, A pour venir tout droit vers B. Mais s'il y avoit une marque, comme D, on se pourroit toujours servir des deux mesmes marques, comme B, D.

*Conclusion.* Nous avons donc marqué des lignes droites, selon le requis.

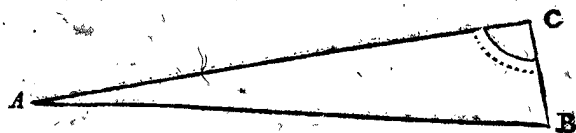
NOTEZ.

Comme SON EXCELLENCE vid, qu'au commun usage de la description actuelle des lignes droites en terre il y avoit quelques imperfections, il me commanda de mettre par memoire la correction d'icelles comme s'ensuit.

Premierement s'il advient que celui qui tient la marque ne la pose pas du tout à angle droit sur l'horizon, & que le bout d'enhaut incline un pied d'un ou d'autre costé, ce qui peut faire errer l'operateur, visant au bout d'enhaut. Mais veu que celui qui tient la marque, ne la peut mettre parfaitement droit à l'œil, on prendra là où l'extreme perfection est requise, une perche droite avec son perpendiculaire y joint, & par ce moyen on le posera toujours droit asseurement.

Au second, il est advenu que SON EXCELLENCE logeant son armée, desiroit une ligne droite entre deux certaines marques, lesquelles combien qu'on y eust mis des hautes perches on ne pouvoit voir de l'une à l'autre, à cause de l'empeschement des hayes & arbres entre deux. Or pour declarer la chose par exemple; soyent les deux marques A, B, & consideré qu'on ne peut voir de A jusques à B, à cela il a ordonné ceste maniere:

On ira de A vers B à rastons, toutesfois le plus droit devers B qu'on pourra, & toujours sur une ligne droite, par l'aide des marques qu'on met aussi souvent que la chose le requiert. Doncques s'il advient que finalement on arrive droit sur B, la ligne marquée est la requise. Mais si on ne vient point à B, ains joignant com-



me en C, on mesure CB avec la grandeur de l'angle C, ff 4 l'angle

& AC est mesuré en venant de A vers C, tellement, que le triangle ABC a trois termes connus, par iceux l'angle A cherché, se trouve par la 6 proposition des triangles plats. Ce qui estant ainsi, on met la croix arpentique en A, & là dessus iceluy angle trouvé, puis apres l'opérateur regarde par deux des visieres sur la premiere marque laquelle tend vers C, & alors ce qu'il voit par les autres deux visieres il faut qu'il tende droit devers B; parquoy iceluy rayon suivy, on vient au point requis B. Ou autrement, si on ne vouloit prendre la peine de revenir derechef à A, on trouveroit au lieu de l'angle A, l'angle B, mettant la croix arpentique avec iceluy angle trouvé en B, regardant puis apres par deux des visieres vers C, & ce qu'il voit par les autres deux visieres il faut qu'il tende droitement vers A. Il est aussi à remarquer que l'angle C prins droit, quand on le peut avoir, produit quelque facilité à la computation.

Tierciement veu que la commodité de l'ouvrage requiert, qu'en fouissant la raye, on face toucher le dos de la pelle contre la corde tendue, le milieu de la raye n'est point la vraie ligne requise, mais le bord qui touche la mesme corde, parquoy quand on requiert l'extreme perfection il faut prendre garde à cela. Comme par exemple, quand entre deux rayes on veut signifier la largeur d'un fossé, il est convenable de fouir les deux rayes au costé de la corde qui tend vers le fossé qu'on veut faire.

PROPOSITION II.

**M** Arquer une ligne droite à angle droit sur une ligne droite donnée, & sur un point donné en icelle.

1 Exemple.

*Le donné.* Soit AB une droite ligne, & C un point en icelle.

*Le requis.* Il faut marquer une droite ligne à angle droit sur AB, & sur le point C.

CONSTRUCTION.

Je marque deux points D, E en la ligne AB également distants de C, & descrits sur D comme centre un arc FG, & avec la mesme longueur sur le point E l'arc HI, coupant FG en K, & tire puis apres la droite ligne KC que je dis estre la requise. Dont

la demonstration est faite en l'onzième proposition du premier livre d'Euclide.

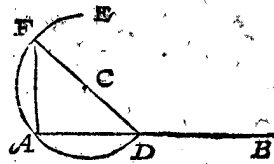
2 Exemple, qui peut venir à propos où le point donné est sur l'extremité de la ligne donnée.

*Le donné.* Soit AB une droite ligne, & le point en icelle A.

*Le requis.* Il faut marquer une droite ligne à angle droit sur AB, & sur le point A.

CONSTRUCTION.

Je mets le pied mobile du compas sur le point A, & le pied ferme hors de la ligne AB; comme par exemple au lieu du point C, descrivant sur iceluy com-



me centre, l'arc DAE, plus grand qu'un demicercle, je tire puis apres de D par C la droite ligne-DF, touchant l'arc en F, & finalement la ligne AF que je dis estre la requise.

DEMONSTRATION.

L'angle DAF estant dedans un demicercle, il faut qu'il soit droit par la 3 proposition du 3 livre d'Euclide, & consequemment AF est à angle droit sur AB.

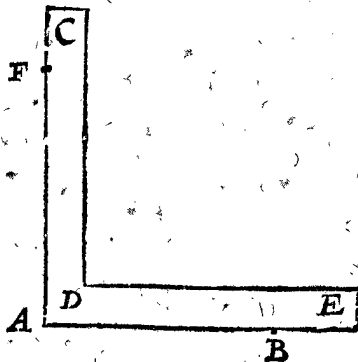
3 Exemple avec un esquiere.

*Le donné.* Soit AB une droite ligne, & le point en icelle A.

*Le requis.* Il faut marquer une droite ligne à angle droit sur AB, & sur le point A.

CONSTRUCTION.

Je prens un esquiere comme CDE, joignant l'angle D au point A, & le costé DE sur la ligne AB, tirant du long de l'autre costé DC la ligne AF que je dis estre la requise; dont la demonstration est notoire par le posé, veu que l'esquiere mesme se



prend pour rectangle.

4 Exemple avec la croix arpentique.

Les susdits exemples sont pour s'en servir sur du papier & autres petits plans egaux: Mais sur la terre les lignes rectangulaires se trouvent avec la croix arpentique, lesquelles operations nous rencontrons souvent en mesurant des terres: en marquant des forteresses & en plusieurs autres choses.

*Le donné.* Soient les points A, B, deux marques en la campagne, avec une ligne droite entre deux fouie en terre, ou imaginée seulement, comme il se fait souvent en la pratique, & soit C un point en icelle ligne.

*Le requis.* Il faut marquer une ligne droite de C à angle droit sur AB.

CONSTRUCTION.

L'opérateur met la croix arpentique à l'endroit de C, la tournant d'un costé & d'autre jusques à ce qu'il voye par deux

des visieres d'un costé la marque A, & de l'autre la marque B: Puis apres voyant par les deux autres visieres, il fait mettre par quelque autre personne une marque en son rayon, laquelle soit D, parquoy estant gravée ou imaginée en terre une ligne droite de C jusques à D, je di qu'elle est la requise: dont la demonstration est manifeste par le posé, veu que les rayons mesmes passent par les visieres, qui sont à angle droit l'un sur l'autre.

1 Exemple avec les trois nombres vulgaires, à sçavoir, trois, quatre, cinq,

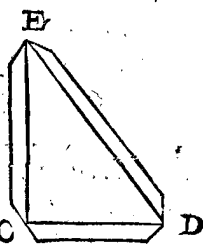
Il y a encores une cinquième maniere en usage, & laquelle est fort bonne, dont on se sert en campagne par faute de croix arpentique, qui se fait ainsi.

*Le donné.* Soient les points A, B, deux marques en campagne, avec une droite ligne entre deux fouie en terre, ou seulement imaginée, & C soit un point en icelle ligne.

*Le requis.* Il faut marquer une droite ligne de C à angle droit sur AB.

CONSTRUCTION.

On prend trois reigles droites de bois, plus elles sont longues, tant plus seur en provient l'ouvrage, comme CD, DE, CE, à sçavoir CD partie en trois parties éga-



les, CE en faisant quatre, ED cinq d'icelles, ces trois reigles mises ensemble comme un triangle, & tellement que le bout D vienne en la droite ligne CB, alors CE est la ligne requise à angle droit sur AB.

DEMONSTRATION.

Le carré de CD 3 faisant 9, avec le carré CE 4 faisant 16, font ensemble 25, qui estant égaux au carré de ED 5, il faut que l'angle C soit droit par la 47 proposition du 1 livre d'Euclide, & pource E C est à angle droit sur CD, & conséquemment sur AB.

*Conclusion.* Nous avons doncques marqué une ligne droite à angle droit sur une ligne droite donnée, & sur un point donné en icelle, selon le requis.

PROPOSITION III.

Marquer une ligne droite à angle droit sur une ligne droite infinie donnée, d'un point donné hors d'icelle.

1 Exemple.

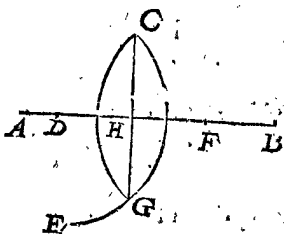
*Le donné.* Soit AB une ligne droite infinie, & C un point hors d'icelle.

*Le requis.* Il faut tirer du point C une ligne droite à angle droit sur AB.

CONSTRUCTION.

Je pose le pied mobile du compas sur C, le pied ferme quelque part dedans la ligne AB, ce qui soit en D, puis je descris l'arc CE: posant puis apres le pied mobile derechef en C,

& le pied ferme en la ligne AB, mais de l'autre costé de D, ce qui soit en F, je descris là dessus l'arc CG, coupant l'arc CE en G, & je tire puis apres la ligne CG, coupant AB en H: Ce qui estant ainsi, je di que la ligne CH est la requise à angle droit sur AB; dont la demonstration est faite en la 12 proposition du sixiesme livre d'Euclide.



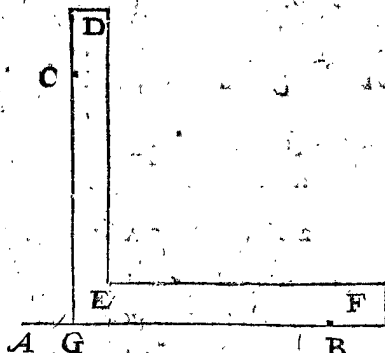
2 Exemple avec une equire.

*Le donné.* Soit AB une ligne droite, & C un point hors d'icelle.

*Le requis.* Il faut marquer une ligne droite de C à angle droit sur AB.

CONSTRUCTION.

Je prens une equire, comme DEF, & je joins le costé EF sur la ligne AB, le faisant couler au long d'icelle jusques à ce que le costé DE vienne sur le point C: ce qui estant ainsi, je tire une ligne le long du costé DE du point C jusques à G en la ligne AB, laquelle je dis estre la requise; Dont la demonstration est manifeste par le posé; veu que l'equire mesme se prend pour rectangle.



3 Exemple avec la croix arpentique.

*Le donné.* Soient les points A, B deux marques en la campagne, avec une droite ligne entre deux fouie, ou seulement imaginée, & C un point hors de la ligne AB.

*Le requis.* Il faut marquer une ligne droite de C à angle droit sur AB.

CONSTRUCTION.

L'opérateur met une marque au rayon des deux marques AB entre icelles ou dehors, soit entre deux comme D, & puis apres la croix arpentique au rayon de BD, comme au lieu de E, tellement qu'il voit par l'une paire des visieres convenir D sur B, & par l'autre paire des visieres la marque C; parquoy une ligne droite, comme de E jusques à C, estant fouie ou imaginée, je dis que c'est la requise, dont la demonstration est manifeste.

NOTEZ.

Que lors qu'on veut trouver le point E par la croix arpentique, sans mettre la marque comme D, selon ce qui a esté dit au 3 exemple de la 1 proposition de ce livre, le plus commode est de faire convenir toujours premierement la croix arpentique sur la ligne donnée AB, avant que de regarder apres la marque C: car faisant autrement, cela cause grand' doute, d'autant qu'on ne vient point ainsi aux deux lignes ensemble qu'avec une facheuse incertitude & à tastons.

*Conclusion.* Nous avons doncques marqué une ligne droite à angle droit sur une ligne droite infinie donnée, d'un point donné hors d'icelle, selon le requis.

PROPOSITION IV.

Marquer deux lignes qui font un angle égal à un angle donné.

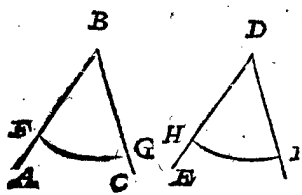
1 Exemple.

*Le donné.* Soit ABC un angle.

*Le requis.* Il faut marquer deux lignes faisant un angle égal à l'angle ABC.

CONSTRUCTION.

Je tire la ligne DE, & descris sur B comme centre, l'arc FG, entre les lignes BA, BC, & avec la même longueur BF, je descris l'arc HI égal à l'arc FG, puis apres je tire la ligne DI: ce qui estant ainsi, je dis que l'angle EDI est égal à l'angle ABC; Dont la demon-



stration est manifeste par la 33 proposition du sixiesme livre d'Euclide.

2 Exemple avec la croix arpentique.

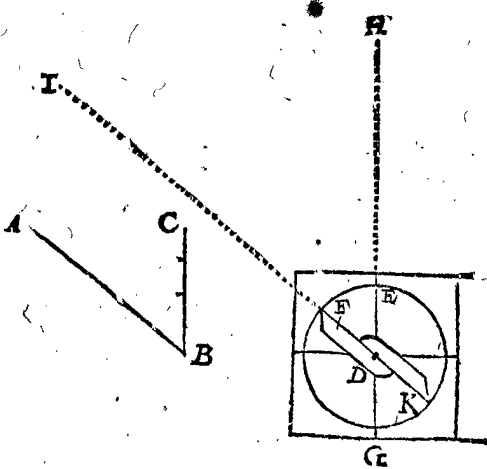
L'operation du premier exemple sert pour marquer sur du papier ou autres petits plans, mais en campagne elle se fait autrement, par la croix arpentique: dont nous parlerons maintenant.

*Le donné.* Soit ABC un angle comprenant 50 degrez; (mais la maniere de trouver la quantité des degrez d'un angle sera declarée au deuxiesme livre de la pratique de Geometrie.)

*Le requis.* Il faut marquer un angle en campagne, égal à l'angle ABC.

CONSTRUCTION.

Je prens une croix arpentique avec son cercle de degrez, dont le centre soit D, mettant entre une ligne DE, & la regle fiduciale DF 50 degrez, comme l'arc de E jusques à F, je mets puis apres une marque H au rayon, tendant par les visieres EG, mettant semblablement une marque L au rayon par les visieres de la ligne



fiduciale KF; ce qui estant ainsi, je di que l'angle compris entre les lignes souies ou imaginées DH, DI, comme l'angle HDI est le requis, égal à l'angle ABC. Dont la demonstration est manifeste par le posé; veu que les rayons mesmes tendent par les visieres, dont l'angle se prend de 50 degrez.

*Conclusion.* Nous avons donc marqué deux lignes, qui font un angle égal à un angle donné, selon le requis.

PROPOSITION V.

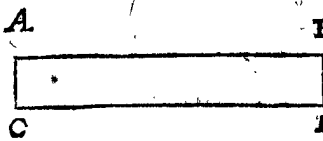
**P** Ar un point donné, à une ligne droite donnée, marquer une parallele.

*Le donné.* Soit AB une ligne droite, & C un point.

*Le requis.* Il faut par le point C marquer une parallele avec la ligne AB.

CONSTRUCTION.

Je tire AC & BD égale avec AC toutes deux à angle droit sur AB, puis apres CD, que je dis estre parallele avec AB, dont la demonstration se tire de la 31 proposition du 1 livre d'Euclide.



Quant à la designation des paralleles en campagne par la croix arpentique, veu que nous avons declaré cy-devant la maniere de marquer des lignes droites sur la campagne, & des rectangulaires sur icelles, elle est assez manifeste par le susdit.

*Conclusion.* Nous avons donc par un point donné à une ligne donnée marqué une parallele, selon le requis.

PROPOSITION VI.

**M** Arquer des circonferences de cercles.

La maniere de marquer des petites circonferences de cercles avec compas, ou outils à deux pieds, dont l'un demeure sur le centre, & l'autre tourne alentour, est si commune qu'elle n'a besoin de declaration. Quant aux plus grandes circonferences, voire si grandes qu'elles ne se puissent marquer par des outils à deux pieds, ou chenies tendues comme semidiametres; en cas que cela se rencontre, on le pourroit faire par rayons & marques, comme mettre des points en la circonference l'un joignant l'autre, également éloignez du centre, & en telle quantité, que l'arc entre deux soit presque égal à une ligne droite.

*Conclusion.* Nous avons donc marqué des circonferences de cercles, selon le requis.

PROPOSITION VII.

**E** N la circonference donnée du cercle, marquer son diametre.

*Le donné.* Soit ABCD la circonference d'un cercle.  
*Le requis.* Il faut marquer le diametre là dedans.

CONSTRUCTION.



Je tire quelque ligne droite dedans le cercle, comme DB, & par le milieu d'icelle la ligne CA à angle droit sur DB, laquelle CA est le diametre requis par la 1 proposition du troisieme livre d'Euclide.

*Conclusion.* Nous avons doncques marqué en la circonference donnée du cercle son diametre, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Par cecy est notoire comment se trouve le centre d'un cercle; car veu que AC est le diametre, il faut que le milieu d'iceluy, comme F, soit le centre du cercle.

PROPOSITION VIII.

**E** Stant donnée une partie de la circonference du cercle, parfaire toute la circonference.

*Le donné.* Soit ABC partie de la circonference d'un cercle.  
*Le requis.* Il faut parfaire l'entiere circonference.

CONSTRUCTION.

Je mets en l'arc donné quelques trois points, lesquels soyent D, B, E, & tire la ligne droite DB puis apres sur son milieu F, la ligne FG à angle droit sur DB, sem-



PROPOSITION IX.

Sur le plus grand & plus petit diamètre donné de l'ellipse, marquer sa circonférence.

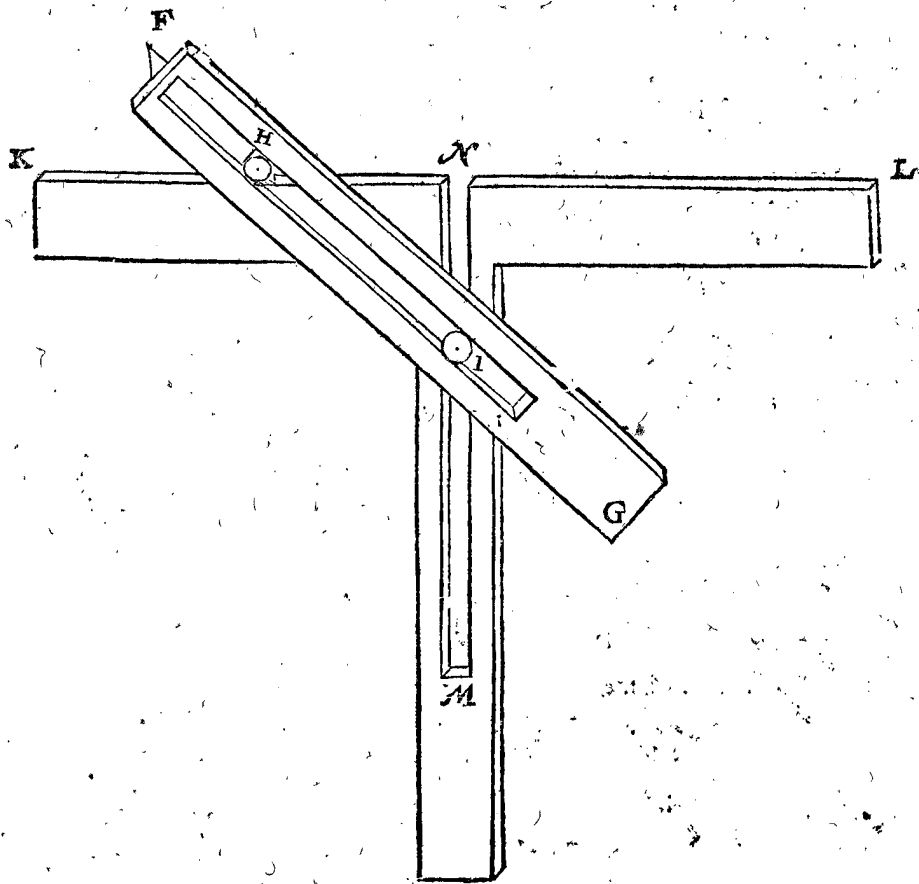
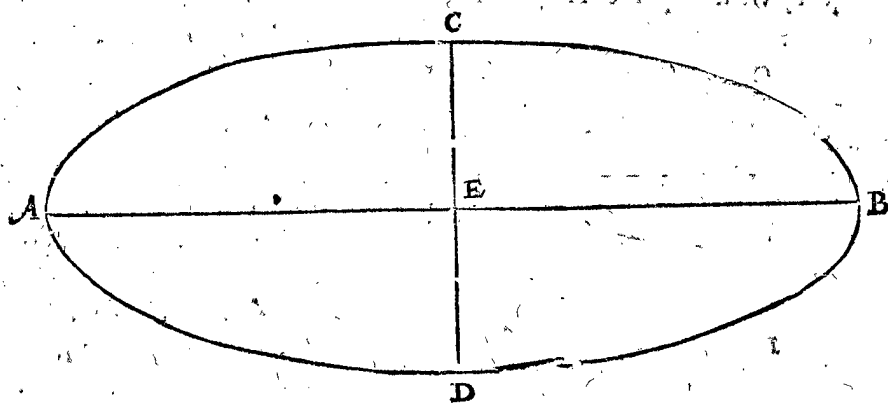
On se sert fort de ceste circonférence es instruments de l'astrolabe, & principalement de l'astrolabe general dont traite *Guido Vbalus*, comme aussi au fait des voustes es bastiments.

*Le donné.* Soit AB le plus grand diamètre, & CD le plus petit, s'entrecoupons en E.

*Le requis.* Il faut marquer là dessus la circonférence de l'ellipse.

CONSTRUCTION.

Comme avec le compas on décrit la circonférence du cercle, ainsi la circonférence de l'ellipse avec l'instrument ci joint, estant de ceste qualité FG est une



semblablement je tire BE, & sur son milieu H la ligne HI à angle droit sur BE, & touchant FG en I: Ce qui estant ainsi, I est centre de la circonférence requise, parquoy sur icelle décrit l'arc CKA, on a l'entiere circonférence requise ABCK; Dont la demonstration est manifeste par la 25 proposition du troisieme livre d'Euclide.

*Conclusion.* Estant donc donnée une partie de la circonférence du cercle, nous avons parfait l'entiere circonférence, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Par cecy est notoire comment on escrira la circonférence d'un cercle, par trois poinctz donnez qui ne sont point en une droite ligne.

regle mobile, avec une fente au milieu, en laquelle se mettent deux cylindres H, I, à vis; au bout auprès de F est un poinct dont on marque la circonférence; KL est une potence, aussi avec une fente MN. La circonférence de l'ellipse se fait ainsi avec cet instrument. La poincte du cylindre H se fiche aussi loing de la poincte F, comme de E jusques à C; & le cylindre I aussi loing d'icelle poincte F, que de E jusques à

A; puis apres on met la poincte F sur la poincte C, & le cylindre H sur le poinct N; tellement que la regle FG vient au milieu de la potence, convenant la ligne KL sur AB; puis apres on fait couler le cylindre H contre le costé KL; laissant le cylindre I prendre sa courbe dedans la fente MN. Ce qui estant ainsi, la poincte F décrit la moitié de la circonférence requise; & faisant le semblable de l'autre costé, on a l'entiere circonférence.

conference. Toutesfois c'est à sçavoir, si pour venir avec le cylindre H jusques au point B, s'il faut, venant apres de B, tourner une fois iceluy cylindre, car il est fait à cela.

La demonstration de cecy est faite, si je ne me trompe, par *Guido Vbaldus* en quelque livret que j'ay perdu.

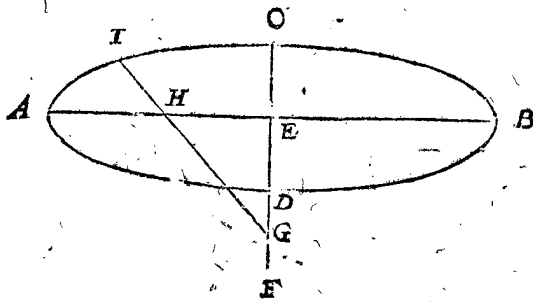
*Autre maniere d'operation.*

*Le donné.* Soit AB le plus grand, CD le plus petit diametre, s'entrecoupans en E.

*Le requis.* Il faut marquer là dessus la circonference de l'ellipse.

CONSTRUCTION.

Je produis CD jusques à F, tellement que CF est egale à EA, je prens puis apres avec le compas la longueur de EF, & mets l'un pied en EF, soit au point G, l'autre en EA, lequel y vient au point H; je pro-



duis puis apres GH jusques à I, tellement que HI soit egale à EC: Ce qui estant ainsi, I est un point tombant en la circonference de l'ellipse; parquoy ayant trouvé assez de tels points, afin que tirant des droites lignes de l'un à l'autre, elles n'ayent point de difference apparente de la vraye circonference, on a le requis, comme la circonference AICBD.

DEMONSTRATION.

Veux qu'en la premiere maniere de l'operation, la longueur FH de l'instrument y descrite, estoit egale à CE, & FI egale à AE, & qu'alors le point F estoit en la circonference de l'ellipse requise, il faut qu'en ceste seconde maniere d'operation le point I soit aussi en la circonference de l'ellipse requise, veu qu'icy la mesme raison d'operation a esté suivie. Car comme là FH estoit egale à la CE, ainsi IH à son CE, & comme là HI estoit egale à la difference entre le plus grand & le plus petit raid, ainsi est aussi ici HG egale à la difference entre le plus grand & le plus petit raid.

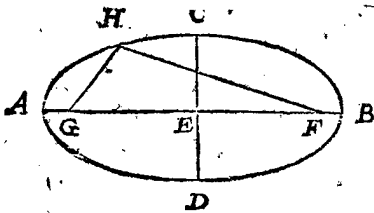
*Troisiesme maniere d'operation.*

*Le donné.* Soit AB le plus grand diametre, CD le plus petit, s'entrecoupans en E.

*Le requis.* Il faut marquer là dessus une circonference de l'ellipse.

CONSTRUCTION.

J'applique la longueur AE de D jusques à F, aussi de D jusques à G en la ligne AB, marquant les deux points extremes F, G, je prens puis apres un filet de la longueur de AB, fichant ses extremes aux points F, G; puis apres je



puis apres un filet de la longueur de AB, fichant ses extremes aux points F, G; puis apres je

mets une plume ou poinçon accommodé à cela, contre le filet à angle droit sur le plan, dans lequel la figure se marque. Je prens que ledit poinçon soit icy en H, tellement que les deux parties du filet GH, HF, soyent tenduës, puis apres le poinçon estant avancé de A par-dessus C jusques à B, (entant que le filet GHF demeure tousiours egalelement estendu, sans s'alonger ou raccourcir) on descrit ainsi la moitié de la circonference ACB.

Et semblable moitié circonference estant aussi descrite de l'autre costé comme BDA, on a le requis J'ay veu ceste maniere d'operation avec la demonstration descrite, si je ne me trompe, par *Guido Vbaldus* au susdit livret perdu, auquel il declaroit encore l'avoir trouvé en quelques vieux manuscrits.

ALB. GIRARD.

Elle est tirée de la 53 propos. du 3 livre des Elemens Coniques d'Appollone Pergée.

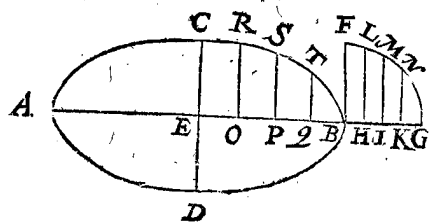
*Quatriesme maniere d'operation.*

*Le donné.* Soit AB le plus grand diametre, CD le plus petit, s'entrecoupans en E.

*Le requis.* Il faut marquer là dessus la circonference de l'ellipse.

CONSTRUCTION.

Je tire BF à angle droit sur AB, & egale à EC, & produis aussi AB plus outre jusques à G, descrivant là dessus le quart de cercle BFG; Je divise puis apres BG en quelques parties egales, soit en quatre, aux lieux de H, I, K, tirant



H, I, K, tirant HL, IM, KN paralleles avec BF, & tellement que les extremittez L, M, N viennent dedas l'arc FG. Je divise en apres EB en au-

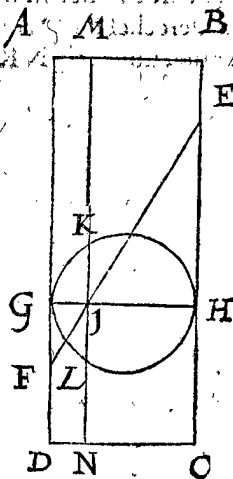
tant de parties egales, que BG a esté divisé, à sçavoir en quatre, aux lieux de O, P, Q: tirant apres OR egale à HL, & PS egale à IM, aussi QT egale à KN, & toutes trois paralleles avec EC. Ce qui estant ainsi, les trois points R, S, T, viennent en la circonference requise. Parquoy si on eust divisé BG & EB en plus de parties egales que de quatre, tellement que la ligne droite entre deux points n'aye point de difference nuisante de son arc, on pourroit alors tirer des lignes de point en point, ou bien par chaques trois points tirer des arcs, selon la doctrine de la consequence de la 8 proposition, & on auroit le quart de la circonference requise, achevant les autres trois quarts de la mesme façon.

*Preparation.* Soit ABCD un cylindre, le diametre de la base duquel soit DC: Cè cylindre soit tranché avec un plan EF à angle oblique sur l'extreme ligne AD, lequel plan EF, comme il est déclaré au premier livre de *Serenus*, est une ellipse; le plus grand diametre de laquelle EF, & le plus petit une ligne egale à CD. Derechef soit le cylindre tranché avec un plan GH parallele à la base, & la section sera un cercle, lequel estant veu au coin fera la ligne GH, tranchant EF en I; tellement que IF vaut le quart de EF, & sera aussi le mesme GH le diametre dudit cercle. Sur ce diametre GH soit descrit le cercle GKHL à angle droit sur la base DC, & aussi sur l'ellipse EF. Puis soit MN un plan veu

veu par le coin prolongé par le point L, à angle droit sur le cercle GKHL.

DEMONSTRATION.

Puis que GF est parallele avec EH, s'ensuit que le triangle GFF sera egal au triangle HIE; & pour cela, comme FI à IE, ainsi GI à IH; mais FI est un tiers de IE, ou un quart de FE par la preparation; pour-



tant GI est aussi un tiers de IH; ou bien un quart de GH. Puis la ligne IL est egale à la ligne dans le plan de l'ellipse de I jusques à la circonference de l'ellipse, (car le diametre GH demeurant ferme, & le cercle estant sur cela tourné jusques à ce qu'il soit parallele avec la base du cylindre, il est notoire que IL est la mesme à ladite ligne) parquoy quand on décrit un cercle sur la ligne egale au plus petit diametre d'un cylindre (comme on fait en ceste operation) & quand on tire sur le quart de cela une ligne à angle droit à la circonference, & qu'apres on tire pareillement une semblable ligne à angle droit sur le plus grand diametre de ladite ellipse, il est necessaire que l'extreme point d'icelle vienne dans la circonference de l'ellipse. Et combien que cecy ne soit démontré que sur les quarts du diametre, il est notoire qu'il en est de mesme de toutes ses autres parties; parquoy tous les points ainsi trouvez tombent en la circonference de l'ellipse.

Conclusion. Nous avons doncques marqué sur le plus grand & plus petit diametre donné de l'ellipse sa circonference, selon le requis.

NOTEZ.

En marquant la section du cone on peut faire encores une cinquiesme maniere d'operation, dont nous parlerons en la 12 proposition.

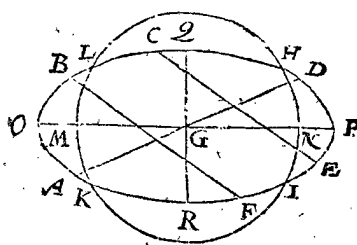
PROPOSITION X.

EN la circonference donnée d'une ellipse, marquer le plus grand & le plus petit diametre.

Le donné. Soit ABCD la circonference d'une ellipse.  
Le requis. Il faut marquer là dedans le plus grand & plus petit diametre.

CONSTRUCTION.

Je tire dedans la circonference donnée quelques deux paralleles, soyent CE, BF, & par leur milieu la ligne droite AD, laquelle estant un diametre, il faut que son milieu G soit le centre de l'ellipse: Mais elle n'est point necessairement le plus grand ou plus petit diametre: Maintenant pour trouver iceluy, je descriis sur le centre G,



avec le semidiametre, comme il advient, un cercle HIKL, coupant l'ellipse aux quatre points H, I, K, L. Je tire puis apres par M milieu de l'arc KL, & par N milieu de l'arc HI, la ligne OP, pour plus grand diametre requis;

Et QR à angle droit sur OP, est le plus petit; dont la demonstration est manifeste par la construction.

Conclusion. Nous avons doncques marqué en la circonference donnée d'une ellipse, le plus grand & plus petit diametre, selon le requis.

CONSEQUENCE I.

Par cecy est notoire comment se trouve le centre de la circonference de l'ellipse.

PROPOSITION XI.

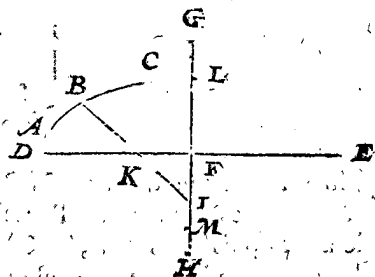
Estant donnée une partie de la circonference de l'ellipse, & le plus grand ou le plus petit diametre: Marquer le diametre defaillant.

Le donné. Soit l'arc ABC partie de la circonference d'une ellipse, & DE le plus grand diametre.

Le requis. Il faut marquer le plus petit diametre.

CONSTRUCTION.

Je tire par le point F milieu de DE, la ligne droite GH à angle droit sur DE, appliquant puis apres la longueur DF de quelque point de l'arc donné, soit de B, jusques en la ligne FH; laquelle longueur je prens tomber de B jusques à I, & je tire BI coupant DF en K; puis apres je marque la longueur BK en la ligne FG, laquelle je prens tomber de F jusques à L; je mets puis apres en la ligne FH le point M, tellement que FM est egale à FL: ce qui estant ainsi, LM est le plus petit diametre requis. Dont la demonstration se tire de la deuxiesme maniere d'operation de la 9 proposition.



Conclusion. Estant doncques donnée une partie de la circonference de l'ellipse, & le plus grand ou le plus petit diametre, nous avons marqué le diametre defaillant, selon le requis.

CONSEQUENCE II.

Par une operation à rebours de la precedente est aussi notoire comment on marquera le plus grand diametre d'une partie donnée de la circonference, & du plus petit diametre donné. Soit par exemple ABC la partie donnée, & LM le plus petit diametre. Pour marquer par cecy le plus grand diametre, je tire par le point F milieu de LM, la ligne droite infinie DE, à angle droit sur LM, appliquant puis apres la longueur LF, de quelque point de l'arc donné, soit de B jusques en la ligne DE, laquelle longueur je prens tomber de B jusques à K; je produis en apres BK jusques à ce qu'elle touche LM, ce qui soit en I; puis apres je marque la longueur BI en la ligne infinie FD, laquelle je prens tomber de F jusques à D, puis je mets en l'infinie FE le point E, tellement que FE est egale à FD: ce qui estant ainsi, DE est manifestement le plus grand diametre requis.

CONSEQUENCE II.

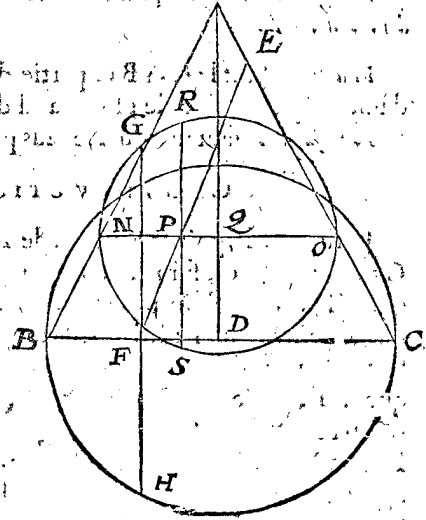
Par le precedent est notoire comment on pourra parfaire l'entiere circonference de l'ellipse par un arc donné & le plus grand ou plus petit diametre.

PROPOSITION XII.

Marquer la circonférence de la section du cone.

*Le donné.* Soit ABC un cone, dont le diametre de la base BC, & l'axe AD, laquelle est coupée avec un plan EF à angle droit sur le plan ABC, compris entre les costez & diametre de la base du cone.

*Le requis.* Il faut marquer la circonférence de la section d'un cone, egale & semblable avec celle qui est en iceluy plan coupant.



le point P, à angle droit sur NO. Apres je marque dedans la ligne IK le point T, tellement que IT est egale à EP, puis apres TV, TX à angle droit sur IK, & chacune egale à PS. Ce qu'estant ainsi, I est le sommet de la section du cone requis, LM la base, & V, X les points en la circonférence, parquoy ayant trouvé assez de tels points, afin que les lignes droites de l'un à l'autre, n'ayent point de différence remarquable de la vraie circonférence, on a le requis, comme la circonférence de la section du cone LVIXM.

DEMONSTRATION.

Le cercle BGC est egal à la base du cone, & GH à la base de la section du cone, ainsi est aussi LM avec GH par l'operation; Pourtant les deux points extremes L, M sont en la circonférence de la section du cone. Or ce qui a esté démontré icy du cone ABC, s'entend aussi du cone ANO; car la base de la section d'iceluy cone est aussi egale à RS, & consequemment à VX; parquoy V, X, sont points en la circonférence de la section du cone. Et le semblable sera aussi démontré de tous points ainsi trouvez, hors desquels consistant la circonférence LVIXM, elle est la requise.

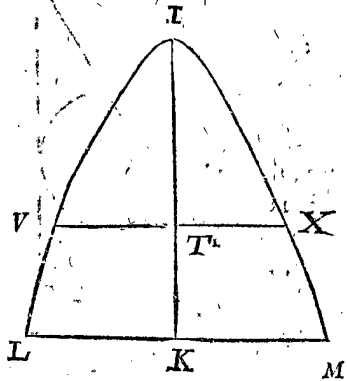
*Conclusion.* Nous avons doncques marqué la circonférence de la section du cone, selon le requis.

NOTEZ.

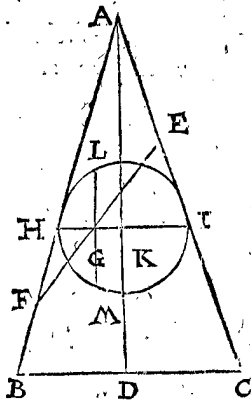
Quand la ligne EF est plus esloignée de la ligne AB au bout F; qu'au bout E, alors la section du cone s'appelle hyperbole. Mais y estant plus pres, c'est un cercle ou ellipse. La ligne EF estant parallele avec AB, la section s'appelle parabole. Mais l'operation de toutes sections est semblable à la precedente. C'est assavoir quand la section du cone devient une ellipse, on trouve son plus long & plus court diametre ainsi. Soit ABC un cone, dont l'axe AD, lequel soit tellement

CONSTRUCTION.

Je descris sur D comme centre, & avec DB comme raid, le cercle BGCH, tirant là dedans GH par le point F à angle droit sur BC, puis apres IK egale à EF, & KL, KM à angle droit sur IK, & chacune egale à FH; Puis apres au triangle ABC quelque ligne NO parallele avec BC, & coupant EF, où il advient comme en P, & AD en Q, descendant derechef sur Q comme centre, & avec QN comme raid, un cercle NROS, tirant là dedans RS par



coupé, que EF signifie le plus long diametre. Pour avoir maintenant le plus court, je marque le point G, milieu de EF, & tire HI parallele avec BC, coupant l'axe en K; je descris sur K comme centre, avec KH raid, le cercle HLIM, & en iceluy la ligne droite LGM parallele avec AD, laquelle soit necessairement la longueur du plus court diametre, à cause des raisons declarées en la precedente demonstration; parquoy quand on marque la circonférence d'une ellipse,



dont le plus grand diametre est egal à EF, & le plus petit egal à LM, selon la maniere de la 9 proposition, on a le requis.

PROPOSITION XIII.

Marquer la circonférence d'une section d'une spherode donnée.

*Le donné.* Soit ABCD une spherode, dont le plus grand axe est AC, & coupé avec un plan BD, à angle droit sur le plan ABCD.

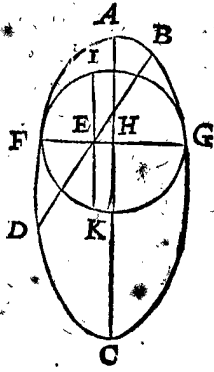
*Le requis.* Il faut marquer la circonférence de la section, egale & semblable avec celle qui consiste en ce plan coupant.

CONSTRUCTION.

Je marque le point E au milieu de BD, je tire puis apres la ligne FG à angle droit sur AC, finissant de deux costez en la circonférence donnée, & coupant AC en H: Je descris puis apres sur le point H comme centre, le cercle FIGK, tirant en iceluy IK par le point

point E à angle droit sur FG. Ce qu'estant ainsi, DB est le plus grand diametre, & IK le plus petit de la circonférence requise de la spheroidé; ce qui estant toujours un cercle, ou comme icy en ceste figure une ellipse, il n'y reste qu'à marquer sur deux diametres egaux à DB, IK une ellipse, selon la maniere de la 9 proposition, qui soit L, & on a le requis. Dont la demonstration est semblable à celle de la precedente 12 proposition.

*Conclusion.* Nous avons donc marqué la circonférence d'une section spheroidale, selon le requis.



PROPOSITION XIV.

**M** Arquer une ligne spirale sur une premiere ligne donnée.

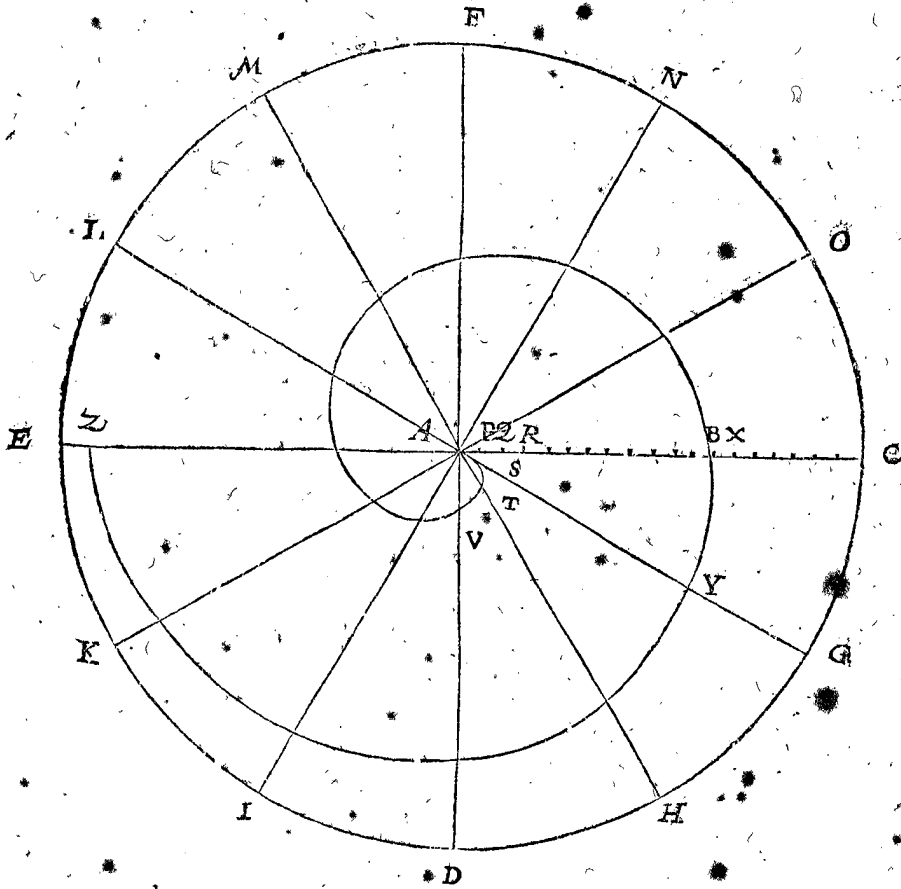
Vitruve décrit au troisieme chapitre de son troisieme livre la maniere de marquer une ligne spirale, toutesfois nostre intention n'est point d'imiter icy telle figure; mais de suivre la definition d'Archimede: Et cela à cause des speculations geometriques, qui se trouvent en icelle, comme il apparoitra en son lieu cy-apres.

*Le donné.* Soit AB une premiere ligne.

*Le requis.* Il faut marquer une ligne spirale, dont la premiere ligne soit AB.

CONSTRUCTION.

Je décris sur le point A comme centre, la circonférence de quelque cercle CDEF, laquelle je divise en quelques parties egales, je prend pour exemple en 12;



aux points C; G, H, D, I, K, E, L, M, F, N, O; Je tire puis apres EC, LG, MH, FD, NI, OK, qui s'entrecoupent toutes au centre A: apres en autant de parties que la circonférence est divisée, en autant divisay-je aussi la ligne AC, à sçavoir en 12, comme aux points P, Q, R, & semblables: Je marque puis apres la longueur AP de A jusques à S, en la ligne AG; & la longueur de AQ, je l'applique de A jusques à T, en la ligne AH, je mets semblablement la longueur AR de A jusques à V, en la ligne AD: Et faisant le semblable avec les autres points jusques à ce qu'on vienne à B, adonc tous les points A, S, T, V, B, avec des semblables, sont en la circonférence de la ligne spirale requise. Pour avoir maintenant la partie de la ligne spirale AST, laquelle differera fort peu de la vraye, on trouve un point sur lequel on met le pied ferme du compas, tellement que le pied mobile tend par les trois points A, S, T, & faisant le semblable avec encores trois autres points, & cela aussi souvent qu'on vienne jusques

à B, on a la premiere circonférence. Mais si on veut décrire la ligne spirale plus avant, on marque de B vers C le point X, tellement que BX est egale à AP, appliquant puis apres la longueur AX de A jusques à Y en la ligne AG: Et faisant le semblable avec les autres, on fait autant de tours de lignes spirales qu'on veut. Notez encores que comme le cercle CDEF est icy divisé en 12, ainsi le peut-on diviser en 24 ou 48, ou plusieurs autres parties egales, & adonc l'opération en sera plus certaine. La demonstration de cecy est fondée sur la definition du plan de la ligne spirale d'Archimede.

*Conclusion.* Nous avons doncques marqué une ligne spirale sur une premiere ligne donnée, selon le requis.

PROPOSITION XV.

**M** Arquer une ligne semblable à une ligne courbe donnée, de qualité indefinie.

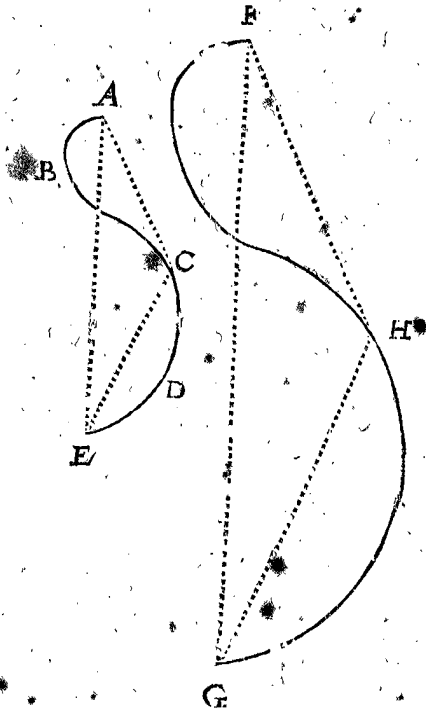
*Le donné.* Soit ABCDE une ligne courbe de forme irreguliere, n'estant point de la qualité de quelques

unes des précédentes, mais indéfinie; apres F, G foyent deux points homologues avec les points A, E.

*Le requis.* Il faut tirer une ligne de F jusques à G, semblable à la ligne ABCDE.

**CONSTRUCTION.**

Je presuppõe premierement que la ligne droite occulte ou imaginée de F jusques à G, soit parallele avec



l'occulte ou imaginée de A jusques à E; car si elle n'estoit pas donnée parallele, on la pourroit remettre ainsi: Je

marque puis apres en la ligne donnée quelque point où que ce soit, comme C, tirant les deux lignes occultes AC, CE, puis apres l'infinie occulte FH parallele avec AC, & une ligne de D parallele avec EC, rencontrant l'infinie en H: ce qu'estant ainsi, H est un point en la ligne requise, homologue avec C en la donnée. Or comme icy, le point H est trouvé, ainsi trouvera-on beaucoup d'autres points, & tant que les lignes droites tirées de l'un à l'autre, n'ayent point de difference remarquable des courbes, lesquelles devroyent proprement estre telles: Ce qui estant ainsi, on a la ligne requise FHG.

**DEMONSTRATION.**

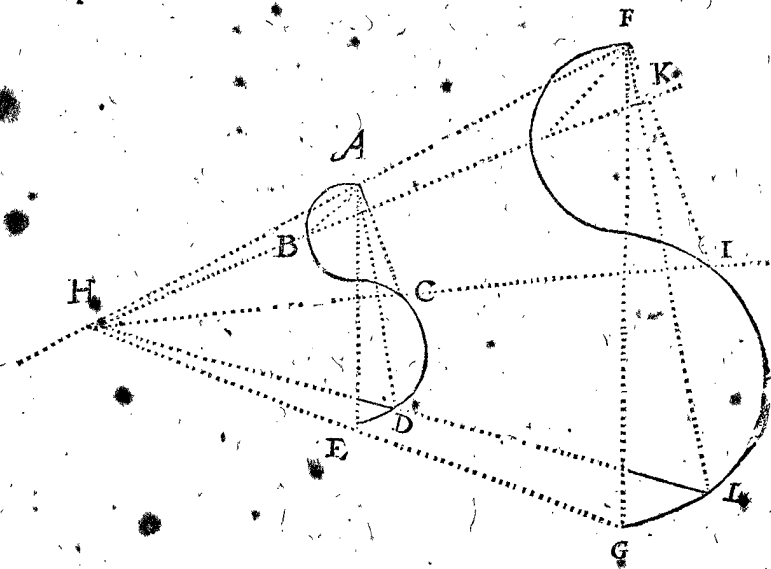
Que H soit un point homologue avec C, appert en la 18 proposition du sixiesme livre d'Euclide, par où le reste est notoire.

*Autre maniere d'operation.*

A ceçy SON EXCELLENCE a encores trouvé & fait annoter une autre maniere d'operation, en tirant certaines lignes d'un point hors de la figure. Laquelle pour declarer par exemple, soit encore ABCDE une ligne courbe comme dessus, F, G deux points homologues, avec les points A, E, derechef ainsi posés, que la ligne imaginée de F jusques à G soit parallele avec l'imaginée de A jusques à E.

**CONSTRUCTION.**

Je tire par les deux points homologues F, A, une ligne droite infinie FAH, semblablement une autre ligne droite par les deux points homologues G, E, rencontrant l'infinie en H. Posé le cas maintenant



qu'en la ligne requise de F jusques à G, je vueille trouver un point homologue avec C, je tire par C la ligne infinie HI, puis apres AC, & hors du point F une parallele avec icelle AC, rencontrant l'infinie en H: Ce qu'estant ainsi, I est un point en la ligne requise, homologue avec C en la donnée. Or comme icy est trouvé le point I, on trouvera ainsi plusieurs autres points, comme par exemple K, L, homologues avec B, D, & autres semblables, jusques à tant que les lignes droites de l'un à l'autre, n'ayent aucune apparente ou empeschante difference des courbes, lesquelles seroyent proprement telles; & on a le requis. La facilité de l'operation qui en provient, est qu'en toutes lignes infinies tirées de H par la ligne donnée où il soit, on a toujours un point homologue requis, avec le point de la com-

mune section de la ligne courbe donnée & infinie. Dont la demonstration est comme au precedent.

*Conclusion.* Nous avons doncques marqué une ligne semblable avec une ligne courbe donnée, de qualité indéfinie, selon le requis.

**SECONDE PARTIE DU PREMIER**

**LIVRE DE LA DESCRIPTION  
DES SUPERFICES.**

**PROPOSITION XVI.**

**M** Arquer des plans rectilignes de forme requise.

**NOTEZ.**

\* Veü que la description des plans de villes, forteresses, campagnes, & paisages est un des points principaux, & à

& à quoy SON EXCELLENCE a pris garde es mathematiques, en quoy aussi elle s'est exercé diligemment & plus que le vulgaire, comme estant chose utile entre autres aux fortifications & assiegemens de villes, & que joignant cela ceste proposition sert de general subject, sur lequel telle matiere se fonde; nous avons eu egard à cela, & en avons descrit des exemples (ainsi qu'ils ont esté depechez par SON EXCELLENCE, tant mechaniquement en campagne, que mathematiquement sur le papier) en plus grande quantité & plus distinctement que nous n'eussions fait. Or pour comprendre icy brièvement l'ordre d'iceux exemples comme en un argument, il faut sçavoir que la description des plans rectilignes de forme requise, selon nostre intention, se fait de deux façons; l'une mathematiquement avec pures grandeurs, l'autre mechaniquement meslée de nombres. Les exemples de la façon mathematique, sont premierement sur le papier d'un triangle, & plan rectiligne; Secondement sur terre du petit en grand, puis apres du grand en petit. La description mechanique se fait par assomption d'angles droits, ou d'angles incertains. En l'assomption d'angles droits se rencontrent des exemples en triangles, qui sont rectangulaires, ou obliquangulaires, & en plans rectilignes, se fait par assomption des angles incertains, se fait par assomption d'angles internes tirez selon quelque regle, & par angles externes.

Desquelles diversitez on peut es descriptions que nous rencontrons, choisir la plus comode, selon les circonstances. Et pour plus ample declaration, nous ramentevrons les susdites distinctions en façon de table, comme cy-dessous.

|   |   |                       |                        |
|---|---|-----------------------|------------------------|
| La description des plans rectilignes, se fait icy | mathematiquement avec pures grandeurs sur | papier d'un           | triangle au 1 exemple. |
|   |   |                       | plan rectiligne au 2.  |
|   | terre du                                  | petit en grand au 3.  |                        |
|   |   | grand en petit au 4.  |                        |
| mechaniquement par nombres, avec assomption de    | rectangles en un                          | triangle              | à angle droit au 5.    |
|   |   |                       | à angle oblique au 6.  |
|   | angles incertains                         | plan rectiligne au 7. | internes au 8.         |
|   |   |                       | externes au 9.         |

PREMIEREMENT DE LA MANIERE MATHEMATIQUE.

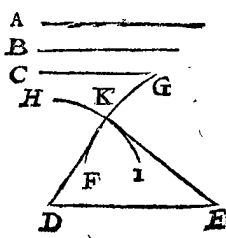
1 Exemple sur le papier, d'un triangle qui soit marqué de trois lignes droites egales à trois lignes droites données; à condition que chaque deux lignes ensemble soyent plus grandes que la troisieme.

Le donné. Soyent A, B, C trois lignes droites, dont chaque deux sont plus grandes que la troisieme, car autrement il seroit impossible d'en faire un triangle.

Le requis. Il faut marquer un triangle de trois lignes droites egales aux données.

CONSTRUCTION.

Je tire la ligne DE egale à une des trois, comme à A, apres je prens la longueur avec le compas de B, & descris avec iceluy sur le point E comme centre, l'arc FG assez grand; puis apres je prens avec le mesme compas la



longueur de C, en descrivant sur D comme centre, l'arc HI, coupant FG en K. & tire DK, EK. Ce qu'estant ainsi, je dis que KDE est le triangle requis: dont la demonstration est faite en la 22 proposition du premier livre d'Euclide.

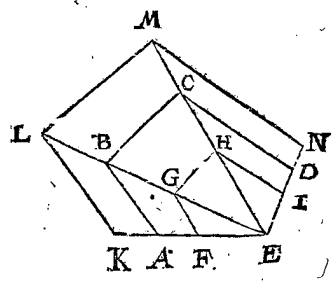
2 Exemple d'un plan rectiligne comme il advient.

Le donné. Soit ABCDE un plan, & EF un costé homologue avec AE.

Le requis. Il faut marquer un plan sur EF, semblable à ABCDE.

CONSTRUCTION.

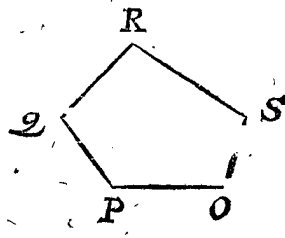
Je divise le pentagone en ses triangles avec les lignes EB, EC, puis je tire FG parallele avec AB, & ainsi que le point G soit en la ligne EB, semblablement GH parallele avec BC, & tellement que le point H soit en la ligne EC, finalement HI parallele avec CD, & tellement que le point I soit en la ligne ED: Ce qui estant ainsi, je dis que le pentagone FGHI est le plan requis, semblable à ABCDE, sur le costé EF homologue avec EA. Le susdit exemple est marqué du grand en petit. Mais si on le vouloit du petit en grand, comme si l'homologue du plan requis avec AE estoit plus grand qu'iceluy AE, comme par exemple EK, la maniere de l'operation est comme dessus; car on tireroit alors KL, LM, MN, homologues avec les susdites AB, BC, CD, hors de la figure ABCDE, tellement que le plan requis seroit KLMNE: Dont la demonstration est manifeste par la 18 proposition du sixiesme livre d'Euclide.



NOTEZ.

La ligne EF qui doit estre homologue avec EA, estoit icy mise en la mesme EA, mais si elle en estoit dehors, comme par exemple ceste OP, on marqueroit alors dedans la ligne EA la ligne EF, egale à OP, trouvant le pentagone FGHIe comme dessus.

Mais pour trouver alors un autre semblable pentagone sur OP, on tireroit (si on ne le vouloit faire en perçant le papier) PQ egal à FG, & l'angle OPQ egal à l'angle EFG; & faisant le semblable avec les autres costez & angles, on a le pentagone requis.



3 Exemple du petit en grand.

Le donné. Soit ABCD un papier quarré, & là dessus un plan rectiligne EFGH, & une ligne sur la terre depuis le susdit G jusques à I.

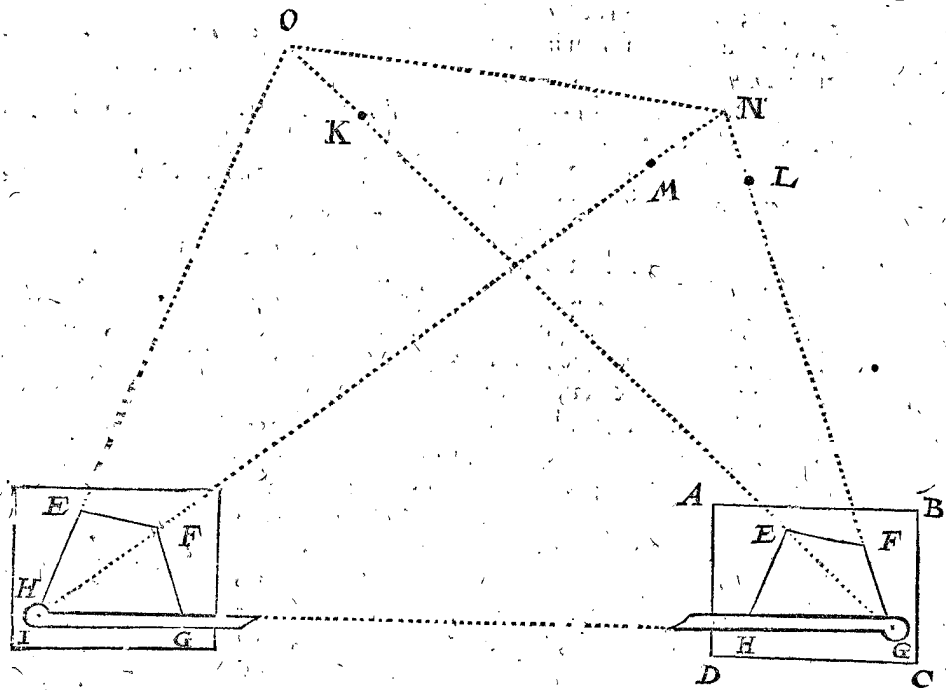
Le requis. Il faut marquer un semblable plan sur la campagne, tellement que GI soit homologue avec GH.

CONSTRUCTION.

Je mets le point G du quadrangle EFGH, sur le point G de la ligne GI en campagne, & par l'aide de la regle fiduciale j'applique GH sur la ligne en campagne

pagne GI; je tourne puis apres icelle regle fiduciale mouvant sur le point G, jusques à ce qu'elle soit dessus le point E, & fais mettre au rayon de G dessus E quelque marque, comme K; & semblablement une marque L dessus le point F. Venant puis apres avec le papier

à l'endroit de I de la seconde station, je mets le point H du quadrangle HEFG, sur le point I, & par l'aide de la regle fiduciale, j'applique derechef HG du papier, sur la ligne en campagne IG, je tourne puis apres icelle regle fiduciale mouvant sur le point I, jusques à



ce qu'elle convienne dessus F, & fais au rayon de I dessus F pour mettre quelque marque, comme M, puis apres je viens au lieu de N, & mets là une marque, en sorte que je la voye en une ligne droite avec les deux marques I, M, en la ligne aussi des deux marques L, G. Ce qu'estant ainsi, j'oste les deux marques L, M, afin de ne point causer d'erreur, & le point N me signifie le point homologue avec F, & de mesme façon je trouve le point O homologue avec E, tellement que le quadrangle GION compris par lignes rayées en terre, ou seulement par rayons imaginez de l'une marque jusques à l'autre, est le plan requis, dont la demonstration sera comme la precedente.

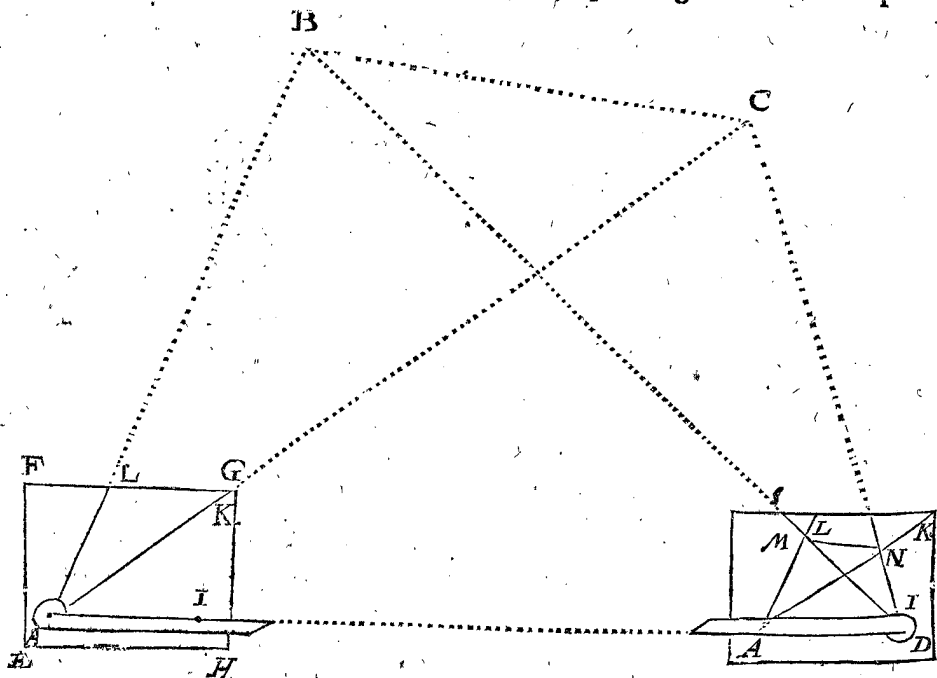
4 Exemple du grand en petit.

*Le donné.* Soient A, B, C, D quatre marques, comme tours ou signes sur la terre, comprenant un quadrangle, & EFGH un papier, avec une ligne sur iceluy AI.

*Le requis.* Il faut marquer un semblable plan sur le papier, tellement que AI soit homologue avec AD.

CONSTRUCTION.

Tournant la regle fiduciale sur le point A, je fais convenir AI avec AD, puis je tourne encores icelle regle fiduciale devers C, & tire au long d'icelle la ligne AK; puis apres je tourne la regle fiduciale jusques à B, & marque la ligne AL. Venant puis apres avec le pa-



pier au lieu de D de la seconde station, je mets le point I de la ligne IA sur le point D, & par l'aide de la ligne fiduciale, j'applique la ligne IA du papier, sur la ligne DA en terre; je tourne puis apres icelle regle fi-

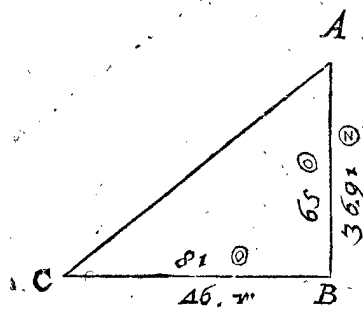
duciale, mouvant sur le point D, jusques à ce que je voye la marque B, & du long de la regle fiduciale je tire une ligne, laquelle coupe la ligne DL au point M. Iceluy point M est homologue avec le point B: je tourne



tourne puis apres la règle fiduciaire jusques à ce que je voye la marque C, & tire du long de la règle fiduciaire une ligne, laquelle coupe la ligne AK au point N: iceluy point est homologue avec le point C, parquoy tirée la ligne MN, je dis que AMNI est le quadrangle requis; dont la demonstration est comme la precedente.

NOTEZ.

Que par ceste maniere on pourra facilement faire le plan d'un païsage, comme de villes, villages, maisons, & autres choses semblables qui se presentent à la veüe, c'est assavoir: trouvant des points qui soyent homologues avec toutes les marques d'alentour, & cela seulement par deux stations; car comme icy les deux points B, C sont marquez par devant, ainsi on peut trouver des semblables points sur les mesmes deux stations par derriere.



S'ENSUIT LA MANIERE MECHANIQUE PAR NOMBRES:

Et premierement de la description des plans par l'assomption d'angles droits.

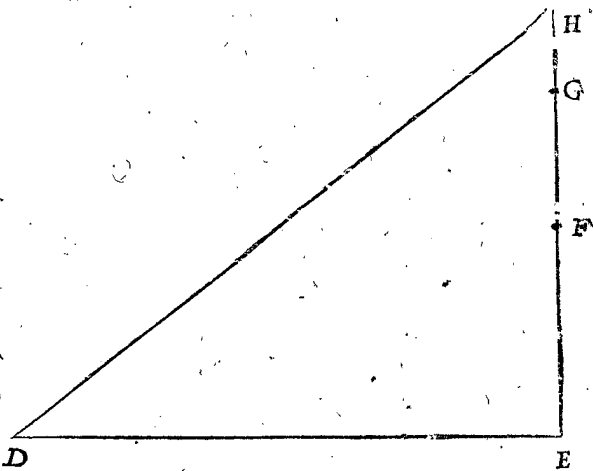
5 Exemple d'un triangle rectangle.

*Le donné.* Soit ABC un triangle en petit sur le papier, dont l'angle B est droit, & soit DE une ligne sur la terre longue de 46 verges.

*Le requis.* Il faut marquer un semblable triangle sur terre, tellement que DE soit homologue avec CB.

CONSTRUCTION.

Je mesure sur une eschelle le costé BC, le trouvant, je prens, de 81<sup>o</sup>, & AB 65<sup>o</sup>, escrivant chaque nombre à son costé, comme il appert en la figure. Puis apres je dis, CB 81<sup>o</sup>, donnent BA 65<sup>o</sup>, combien DE



46 verges? vient pour le costé homologue avec BA 3691<sup>o</sup>, que je mets à la figure dessous les 65<sup>o</sup>, & les 46 verges dessous les 81<sup>o</sup>, comme il appert; tellement que les nombres extérieurs signifient les costés de la figure requise. Avec ce papier je viens au lieu en campagne, mettant sur le point E une croix d'arpenteur, & voyant par les visieres de l'un costé la marque D, je fay mettre au rayon des autres visieres quelque marque comme F, & encores une comme G, pour aller droit en mesurant: Je mesure puis apres de E vers G 3691<sup>o</sup>, lesquelles parviennent, je prens, jusques à H. Cecy estant ainsi, je dis que le triangle sur la terre HED est le requis.

*Preuve.* Je mesure CA sur l'eschelle, je la trouve par exemple de 10387<sup>o</sup>, je dis puis apres, CB 81<sup>o</sup>, donnent CA 10387<sup>o</sup>, combien DE 46 verges? vient pour DH 5899<sup>o</sup>: Parquoy quand on mesure iceluy DH, il le faudroit trouver d'icelle longueur: Autrement (d'autant que c'est un triangle rectangle) on pourroit adjoûter le carré de DE 46 verges, faisant 2116<sup>o</sup>, au carré de EH 3691<sup>o</sup>, faisant 13643481<sup>o</sup>, ensemble 34783481<sup>o</sup>, dont la racine quarrée pour DH, fait

comme dessus 5899<sup>o</sup>. Et par ainsi on pourra faire de semblables preuves sur les exemples suivans.

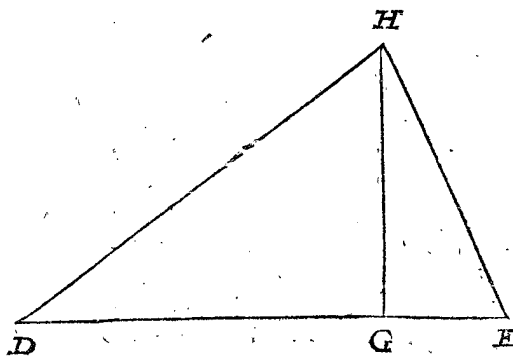
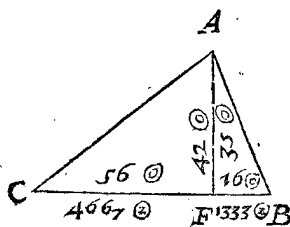
NOTEZ.

En ce cinquiesme exemple nous avons touché de quelque maniere de mesurer des lignes, comme nous ferons aussi aux exemples suivans de ceste proposition: Sur quoy quelqu'un pourroit dire que ce n'est pas le lieu de mesurer en ce premier livre de la description, mais que cela se feroit plus commodement & proprement au second livre suivant, où aussi il est parlé expressement de la chose. Sur cecy on respond, que ceste description ne se peut faire sans mesurer, ni telle maniere de mesurer sans description; & que pourtant nous sommes contraints de toucher premierement quelque mot de l'une sans avoir expliqué l'autre.

6 Exemple d'un triangle comme il advient.

*Le donné.* Soit ABC un triangle en petit sur le papier, & DE une ligne sur terre longue de 60 verges.

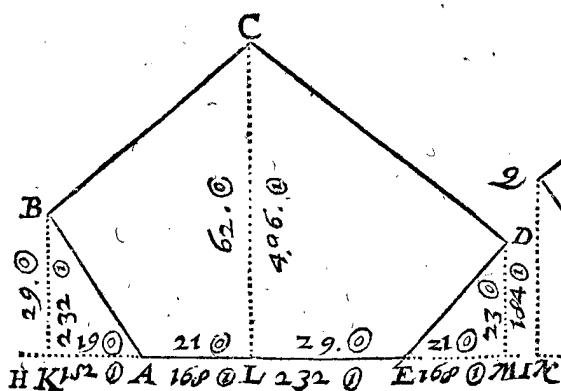
*Le requis.* Il faut marquer un semblable triangle sur terre, tellement que DE soit homologue avec CB.



CONSTRUCTION.

Je tire AF à angle droit sur l'homologue avec DE, qui est sur CB, puis je mesure CF, sur l'eschelle, la trouvant, je prens, de 56 ②, FB 16 ②, AF 42 ②, lesquels nombres j'escris chacun sur sa ligne. Je dis puis apres, CB 72 ②, donne CF 56 ②, combien DE 60 verges? vient pour l'homologue avec CF 4667 ③: Et ainsi viendra pour l'homologue avec FB 1333 ③, & pour l'homologue avec AF 35 ③ ou verges, que je mets toutes sur le papier en leur place dedans la figure, comme il appert.

Avec ce papier je viens au lieu en campagne, mesurant de D vers E 4667 ③, lesquelles viennent, je prens, depuis D jusques à G: Puis apres je mets la marque H, tellement que GH fait 35 verges, & qu'elle vienne à angle droit sur DG, selon la maniere qui a esté dite au 5 exemple: ce qui estant ainsi, HED est le triangle requis.



vient pour l'homologue avec KA 152 ①, que j'escris dessous la mesme ligne KA: Apres, AE 50 ②, donne AL 21, combien FG 40 verges? vient pour l'homologue avec AL 168 ③, que j'escris sous icelle AL: Et faisant le semblable avec tous les autres, les nombres viennent comme on voit à la figure: Avec ce papier je viens au lieu en campagne, mesurant de F jusques à N 152 ① (pourveu que N vienne en une ligne droite, ou rayon, en laquelle sont les marques F, G,) Puis apres de F jusques à O 168 ③, & veu que FG fait 40 verges, il faut necessairement que OG soit long de 232 ③: puis apres GP 168 ③, apres NQ 232 ③, OR 496 ③, PS 184 ③, toutes trois à angle droit sur NP. Ce qui estant ainsi, le pentagone FQRS est le plan requis.

NOTEZ.

Combien que la description des plans reguliers sur terre (à sçavoir, dont les costez & angles sont d'egale grandeur, qu'on appelle aussi equilateraux au circle inscriptibles) se puisse faire par la precedente regle generale; toutesfois puis que les lignes tombantes là dedans, ont une mesme raison à leurs costez en tous semblables plans, leurs longueurs se peuvent trouver sans eschelle, à sçavoir par la table des sinus, dont nous parlerons quelque peu, & ce d'autant que telles figures sont fort usitées en la description des forteresses de ce temps. Soit pour exemple ABCDE un pentagone regulier en petit sur le papier, qu'on veut imiter en grand sur terre, les lignes venant en iceluy, selon la precedente operation necessaires, sont FA, AG, GE, EH, & les trois BF, CG, DH, à angle droit sur FH. Pour trou-

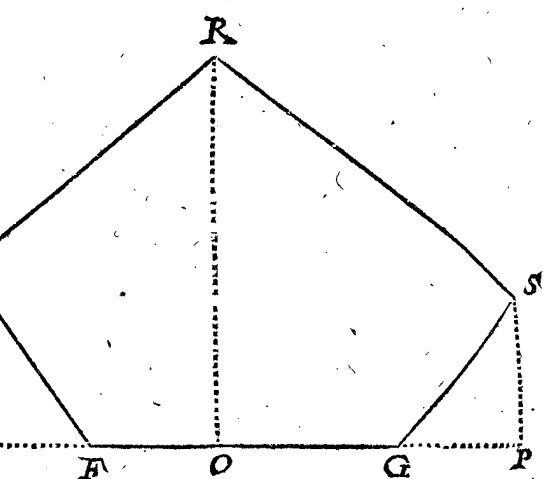
7 Exemple d'un plan rectiligne comme il advient.

Le donné. Soit ABCDE un plan rectiligne en petit sur le papier de telle figure qu'il advient, & FG une ligne sur terre longue de 40 verges.

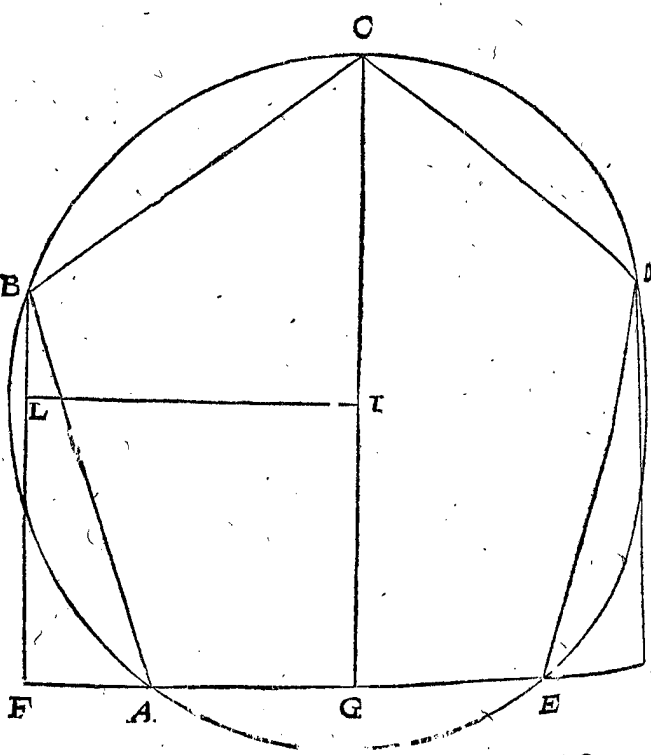
Le requis. Il faut marquer un semblable plan sur terre, tellement que FG soit homologue avec AE.

CONSTRUCTION.

Je prolonge l'homologue avec FG, comme AE, des deux costez assez avant; comme jusques à H, I, & tire sur HI à angle droit BK, CL, DM, je mesure puis apres sur l'eschelle les lignes KA, AL, LE, EM, BK, CL, DM, les trouvant, je prens, de 19 ②, 21 ②, 29 ②, 21 ②, 29 ②, 62 ②, 23 ②, lesquels nombres j'escris chacun sur sa ligne, comme il appert: Je dis puis apres, AE 50 ②, donne KA 19 ②, combien FG 40 verges?



ver maintenant par la table des sinus leurs raisons, on dit que AG est sinus de 36 deg. faisant (en la table dont le semidiametre 10000000) 5877852: FG egal au sinus



de 72 deg. faisant 9510565, d'iceux soustrait AG 5877852, demeure pour FA 3632713: CG consiste hors du semidiametre CI faisant 10000000, avec IG egal

egal au sinus de 54 deg. faisant 8090170, ensemble pour CG 18090170. Pour trouver maintenant BF, je tire KI à angle droit sur CG, & coupant BF en L: Ce qui estant ainsi, CK est un arc de 90 deg. & BC de 72, iceux soustraits des 90, reste KB 18 deg. dont le sinus BL fait 3090170, à iceux adjouste LF, egal à IG 8090170, font ensemble pour BF 11180340. Apres, veu que GE, EH, DH sont egaux à AG, AF, BF, les lignes sont aussi cognuës. Et semblable fera la procedure es autres plans reguliers.

*Le requis.* Il faut marquer par assumption d'angles internes, un semblable plan sur terre, tellement que FG soit homologue avec AE.

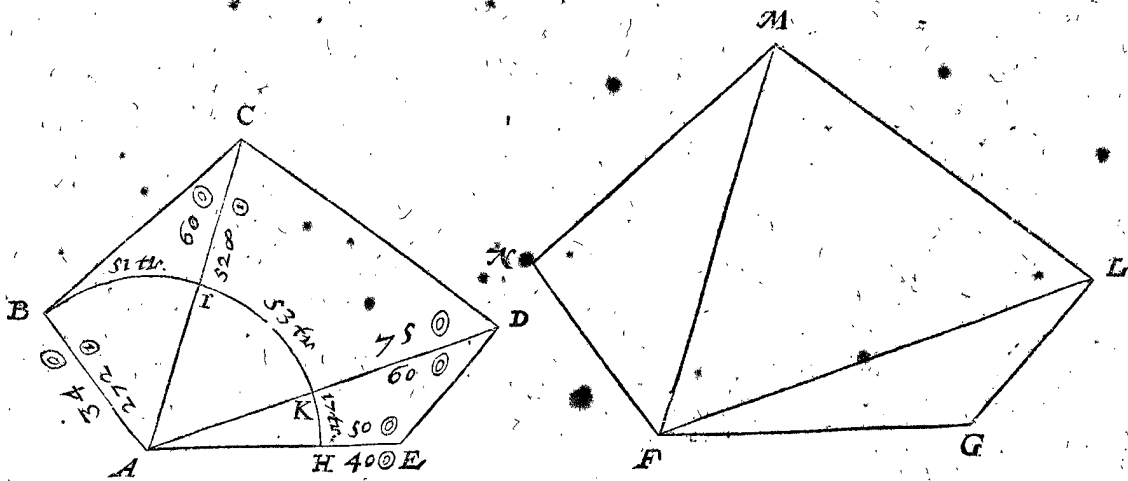
CONSTRUCTION.

Je tire des lignes hors de quelque angle à tous les autres angles, comme AD, AC, & mesure AE, AD, AC, AB, sur quelque eschelle, les trouvant, je prens de 50 ②, 75 ②, 66 ②, 34 ②, que je mets chacun sur la ligne, & dessous AE les 40 verges. Je dis puis apres, AE 50 ②, donne AD 75 ②, combien FG 40 ②? vient pour l'homologue avec AD 60 ②, que j'escris sous iceluy AD: Et faisant le semblable avec les autres, les nombres viennent comme on voit à la figure: Je descris puis apres sur A comme centre, quelque arc dedans la figure, comme BH, coupant AC en I, AD en K, AE en H; je mesure puis apres avec un cercle gradé la grandeur de l'angle EAD, ou l'arc HK, le trouvant, je prens, de 17 deg. Semblablement de l'angle DAC,

S'ENSUIT LA DESCRIPTION DES PLANS PAR L'ASSOMPTION D'ANGLES INTERNES.

§ Exemple.

*Le donné.* Soit ABCDE un plan rectiligne en petit sur le papier de telle forme qu'il advient, & FG une ligne sur terre longue de 40 verges.

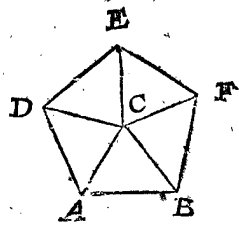


ou de l'arc KI de 53 deg. & de l'angle CAB, ou de l'arc IB de 51 deg. que j'escris chacun sur son arc. Avec ce papier je viens au lieu sur la campagne; mettant le centre d'un cercle gradé, qui est ordinairement joint à la croix arpentique, sur le point F, & faisant un angle GFL de 17 deg. sur GF, comme l'arc HK le montre, je mesure au rayon fenestre FL 60 verges qui sont dessous AD, lesquelles viennent, je prens, de F jusques à L. Faisant semblablement avec les autres deux costez FM, FN, j'ay le plan requis sur terre FNMLG.

susdits EAD, DAC, CAB, sont egaux par la 21 proposition du troisieme livre d'Euclide, il faut que chacun face la troisieme partie des susdits 108 deg. qui est 36 deg.

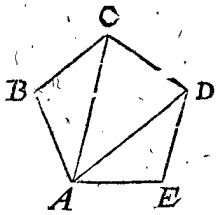
NOTEZ III.

Les plans rectilignes reguliers se peuvent aussi commodement marquer sur terre par angles internes s'assemblans sur le centre. Soit pour exemple AB autresfois une ligne sur la campagne longue de 60 verges, sur laquelle il faut marquer un pentagone regulier, tellement que AB soit un des costez. Premièrement je voy que la ligne du centre comme C, jusques à A, avec la ligne AB, doit comprendre un angle contenant (pour les raisons declarées à la 2 marque) la moitié de 108 deg. à sçavoir 54 deg. apres il faut que AC soit long de 5104 ② (car comme on trouve par la table des sinus, AB a telle raison à AC, que 11755704 à 10000000, parquoy disant 11755704 done 10000000, combien AB 60 verges? vient pour AC comme dessus 5104 ②.) Puis apres le centre du cercle gradé de l'instrument posé sur C, & marqué l'angle ACD de 72 deg. & au rayon CD mesure 5104 ②; le semblable se fait aussi de C jusques à E, & de C jusques à F; on a le pentagone regulier requis ADEFB, sur le costé donné AB.



NOTEZ I.  
Nous avons parlé cy-dessus de l'invention de l'angle BAC avec un cercle gradé: Mais comment il se trouve aussi par les trois costez cognus d'un triangle, est manifeste par la 8 proposition du livre des triangles plats.

NOTEZ II.  
Aux plans reguliers tels angles sont tousiours d'egale grandeur, & cognus; Soit pour exemple ABCDE un pentagone regulier: pour trouver icy la grandeur de chaque angle des trois EAD, DAC, CAB, je dis ainsi: Les cinq angles du pentagone font ensemble 540 deg. par la 1 proposition de l'application des polygones plats au deuxiesme livre de la Cosmographie: La cinquiesme partie d'iceux est 108 deg. pour un angle, comme EAB: Et veu que les trois angles



S'ENSUIT LA DESCRIPTION DES PLANS PAR ASSOMPTION D'ANGLES EXTERIEURS.

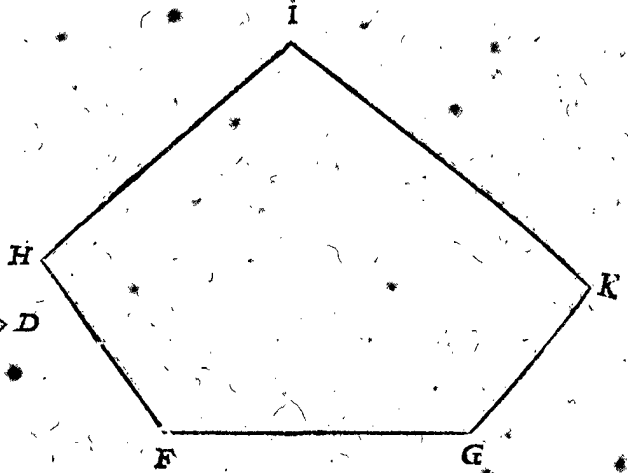
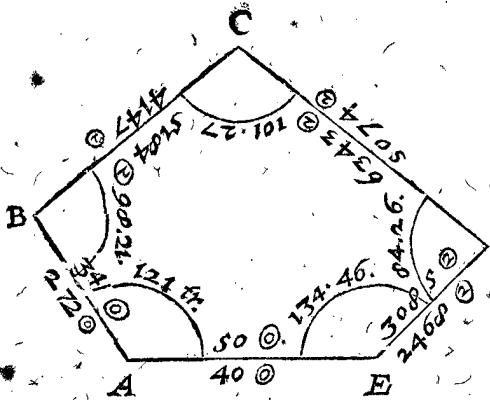
CONSTRUCTION:

9 Exemple.

*Le donné.* Soit A B C D E un plan rectiligne en petit sur le papier, de telle forme qu'il advient, & F G une ligne sur terre de 40 verges.

*Le requis.* Il faut marquer par assumption d'angles extérieurs un semblable plan sur terre, tellement que F G soit homologue avec A E.

Je mesure sur une eschelle les deux costez A E, A B, les trouvant, je prens, de 50  $\odot$ , & 34  $\odot$ ; parquoy je dis, A E 50  $\odot$ , donne A B 34  $\odot$ , combien F G 40 verges vient pour l'homologue requise avec A B 272  $\odot$ . Et de mesme façon je trouve les nombres des autres trois lignes B C, C D, D E, ensemble les nombres de leurs homologues requises, les marquant chacun dessous la ligne, comme on voit en la figure. Puis apres je descriis sur chaque angle son arc, mesurant le comprins des degrez d'iceluy, comme l'arc de l'angle A, de



121 deg. & ainsi des autres comme la figure le demonstre. Avec ce papier je viens au lieu en campagne, mettant le centre du cercle gradé, qui est ordinairement joint à la croix arpentique, sur le point F; & faisant sur G F un angle G F H de 121 deg. comme l'arc tiré sur A le monstre; je mesure au rayon F H les 272  $\odot$ , qui sont dessous A B, lesquels viennent, je prens, de F jusques à H. Puis faisant le semblable avec les autres angles & costez, j'ay le plan requis sur terre F H' I K G.

*La preuve* de telle operation se peut faire en ceste façon: Premièrement les angles estant mesurez & marquez sur le papier, il faut par la premiere proposition de l'application des polygones plats, qu'ils facent ensemble 540 deg. ce qui se trouve aussi ainsi avec ces pentagones; car venant autrement, on a failli: Secondement, les trois marques H, I, K, estant mises sur la campagne, comme dessus, il faut qu'alors l'angle K soit egal à l'angle D, à sçavoir de 84 deg. 26  $\odot$ , & la ligne K G aussi longue que la note dessous E D, qui est 2468  $\odot$ ; car venant autrement, il y a faute en l'operation, ou sur le papier, ou sur la terre, ou sur tous deux.

*Conclusion.* Nous avons doncques marqué des plans rectilignes de forme requise, selon le requis.

NOTE I.

Posé le cas que ceste figure donnée A B C D E soit egale & semblable avec la figure A B C D E du 8 exemple, il faut que les angles & costez soyent aussi grands qu'ils ont esté mis icy, car nous les avons compté ainsi par les regles des triangles plats.

NOTE II.

Nous ne mettons point icy d'exemple des plans reguliers, car puis que tous les angles & costez externes sont egaux, l'operation en est aisée & manifeste.

NOTE III.

S'il falloit marquer une petite figure hors d'une grande par assumption d'angles internes ou externes, telle operation est presque semblable par la precedente, de sorte qu'elle n'a point affaire d'exemples particuliers.

NOTE IV.

Quant à la description de cercles, ellipses, sections de cones, plans de lignes spirales, il n'est pas besoing que nous la declarions icy, car leurs circonferences marquées à la premiere partie de la description des lignes, comprennent leurs superficies.

NOTE V.

S'il y avoit à marquer un plan semblable à un plan donné, ayant des costez courbes de forme indefinite, veu que la description d'iceux costez est declarée en la 15 proposition, la description de tel plan est manifeste.

TROISIEME PARTIE

DU PREMIER LIVRE,

De la description des corps.

N Otre dessein est de descrire icy la maniere de marquer des corps, la fabrique desquels, pour venir à mesure, requiert une toute autre doctrine que celle qui se fait à la volée selon l'imagination des manouvriers. A cecy nous choisirons la description des corps planes, ou comprins en plans de forme requise: Les cinq corps reguliers, ensemble leurs accourcissements, venans à certaine symmetrie: aussi la sphere.

PROPOSITION XVII.

M Arquer un corps plane de forme requise.

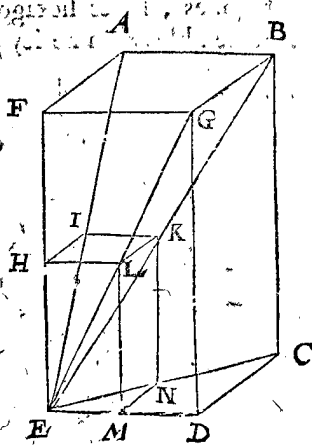
*Le donné.* Soit A B C D E F G un corps plane, je prens un pilier quarré, & E H une ligne.

*Le requis.* Il faut marquer un semblable corps, tellement que E H soit parallele avec E F.

CONSTRUCTION MATHEMATIQUE.

Je tire de l'angle E des lignes à tous les autres angles nécessaires A, B, G, C; puis apres H I parallele avec F A, & I K avec A B, & K L avec B G, puis la ligne H L; apres

après  $LM$  parallèle avec  $HE$ ,  $MN$  avec  $DC$ , & finalement  $NK$ . Pourveu que les points  $I, K, L, M, N$ , viennent en leurs lignes deus cōme la figure le montre: ce qui est ar ainsi,  $IKNMEHL$  est le corps requis.

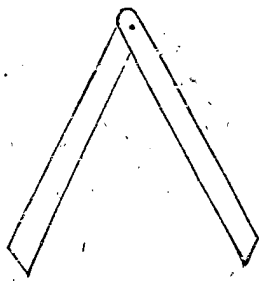


CONSTRUCTION MECHANIQUE.

L'exemple mis cy-dessus consiste plus en speculation ( dont l'usage a lieu au second & sixiesme livre de la dimension & de la conuersion ) qu'en operation-mechanique. De laquelle pour parler maintenant, c'est que pour contrefaire un grand corps de semblable forme en petit, cōme pour représenter quelque grand bastiment en petit; ou au contraire un petit en grand, on procede ordinairement ainsi; Soit le grand corps  $ABCDEFGH$  à représenter en petit, avec de la terre à potier, de la cire, du bois, ou autre matiere, tellement que la ligne homologue avec  $EF$  soit egale à  $EH$ : On mesure  $EF$  avec la mesure de longueur, selon l'usage du país, & se trouve, je prens de 8 pieds,  $FG$  de 4 pieds. Ce qui est ar ainsi, on diuise une mesure de la longueur de  $EH$  en 8 parties egales, qu'on appelle la petite mesure, & si on y veut joindre tels pieds d'auantage, on le peut faire. Prenant doncques d'iceux quatre pieds, pour  $HL$  homologue avec  $FG$  qui a esté aussi trouuée de quatre pieds, on a la deue longueur pour  $HL$ : Et ainsi avec les autres; Pourveu que par l'aide de l'esquierre on mette les plans du petit corps à angle droit, comme font ceux du grand.

CONSEQUENCE.

Il est notoire que l'exemple icy mis d'un pilier quarre, s'entend ainsi avec tous corps plans, moyennant qu'en l'operation-mechanique pour marquer des angles obliques, on se serue au lieu de l'esquierre d'un instrument nommé en Hollande par les charpentiers, *Leugensyvee*, semblable à la figure icy jointte, lequel s'ouure & se ferme cōme un compas, pour former des angles aigus & obtus aussi bien que droits.



Conclusion. Nous auons donc marqué un corps plane de forme requise, selon le requis.

PROPOSITION XVIII.

Marquer les cinq corps reguliers.

Les corps comprins entierement sous plans semblables & egaux, s'appellent corps reguliers, lesquels, comme les plans reguliers se peuvent descrire dedans le cercle, ainsi ceux-cy dedans la sphere: Et se demontre que de tels il ne s'en trouue que cinq. Il est bien vray que certaine section d'iceux produit diuers corps (lesquels seront declarez en la suivante proposition) qui ont grande regularité: Premierement, qu'ils se peuvent descrire dedans la sphere. Secondement, qu'ils ont tous leurs

costez egaux. Pour le troisieme, que tous plans semblables d'un corps sont egaux, & tous egaux semblables. Pour le quatrieme, qu'entre tous plans egaux opposites se trouuent des axes egaux. Pour le cinquieme, qu'on trouue tous plans equilateraux & equiangles. Pour le sixiesme, que les plans ont une qualite homologue agreable à la veue. Toutesfois puis que quelques plans d'un tel corps sont dissemblables, on ne les compte point, suivant la definition des corps reguliers, pour reguliers. Leur plus grand usage semble seruir d'ornement. Les anciens faisoient des dez des reguliers, ce que quelques uns de ce temps imitent. encotes; Ils marquent aussi des horologes sur diuers plans, qui à l'horizon propose peuvent recevoir la lieue du Soleil.

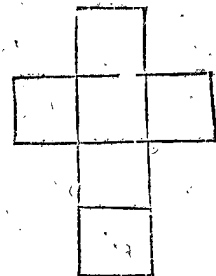
On prend ordinairement pour former ces corps quelque matiere platte, comme papier collé, du cuivre plat, ou chose semblable, dont on fait autant de plans qu'il faut que le corps en contienne; lesquels joints par ordre & attachez ensemble comme il appartient, on a des corps creux, selon le requis. Ou autrement on les fait de matiere entierement solide.

Or pour parler premierement de la premiere maniere, nous commencerons avec le tetrahedre.

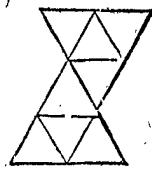
On prend donc quatre triangles de matiere comme dessus, lesquels joints ensemble, comme cy joignant; & iceux pliez comme il appartient, font le corps de quatre faces, dit tetrahedre, qui est une espeece de pyramide.



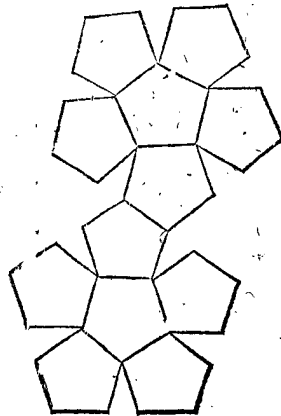
Six quarez joints ensemble, comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font le corps à six faces, dit exahedre, qui est un cube.

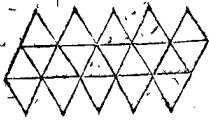


Huiet triangles joints ensemble, comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font le corps à huit faces, dit octahedre.



Douze petagones joints ensemble, comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font le corps à douze faces, dit dodecahedre.





Vingt triangles joints ensemble comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font le corps à vingt faces, dit icosaedre.

Quant à la maniere de former tels corps reguliers de matiere solide; estant faits de creux de plans pliez comme dessus, on les peut alors contrefaire avec matiere solide par la maniere des corps plans de la 17 proposition.

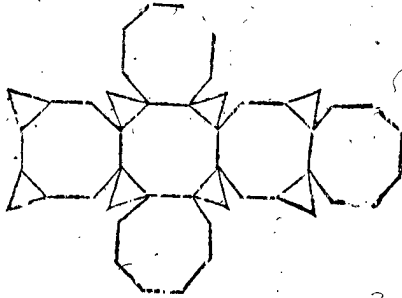
Conclusion. Nous avons donc marqué les cinq corps reguliers, selon le requis.

PROPOSITION XIX.

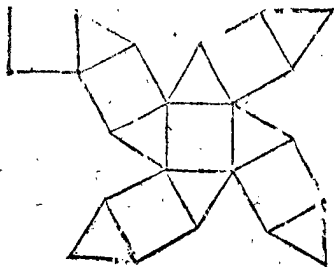
**M** Arquer les corps reguliers coupez.



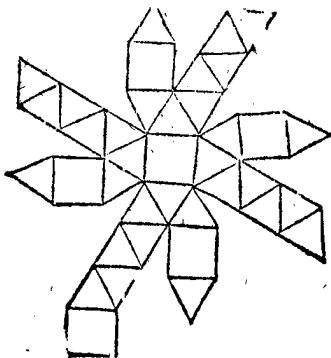
Quatre hexagones & quatre triangles joints ensemble, comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font le tetraedre coupé par les troisiemes parties des costez.



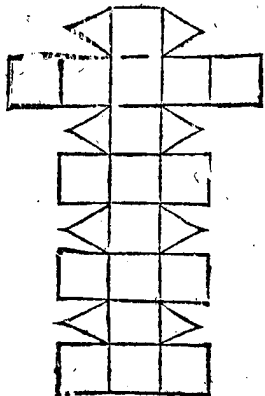
Six octagones & 8 triangles joints ensemble, comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font l'exahedre coupé par les troisiemes parties des costez.



Six quadrangles & huit triangles joints ensemble, come icy joignant, & pliez selon le requis, font l'exahedre coupé par le milieu des costez.

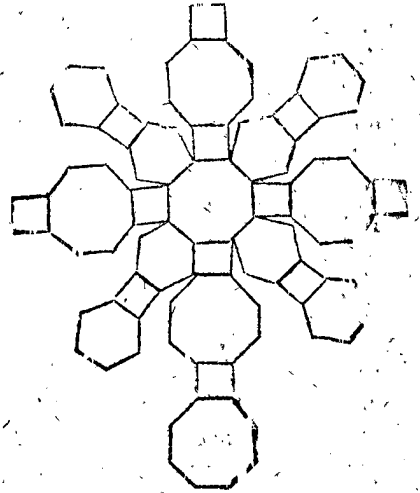


Six quadrangles & 32 triangles joints ensemble, come icy joignant, & pliez selon le requis, font l'exahedre coupé sur une troisieme maniere.

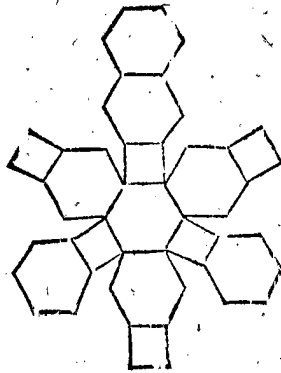


18 quadrangles & huit triangles joints ensemble, come icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font l'exahedre coupé sur une quatrieme maniere.

Six octagones, huit hexagones & 12 quadrangles joints ensemble, comme icy joignant, & pliez apres

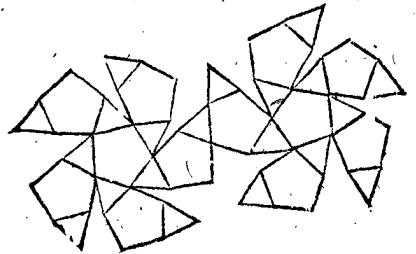


selon qu'il appartient, font l'exahedre coupé sur une cinquieme maniere.



Six quadrangles & huit hexagones joints ensemble, comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font l'octahedre coupé par les troisiemes parties des costez.

Douze pentagones & vingt triangles joints ensemble, comme icy joignant, & pliez selon le requis, font



le dodecahedre coupé par le milieu des costez, ou autrement l'icosaedre coupé par le milieu des costez, car ils produisent tous deux semblables corps.

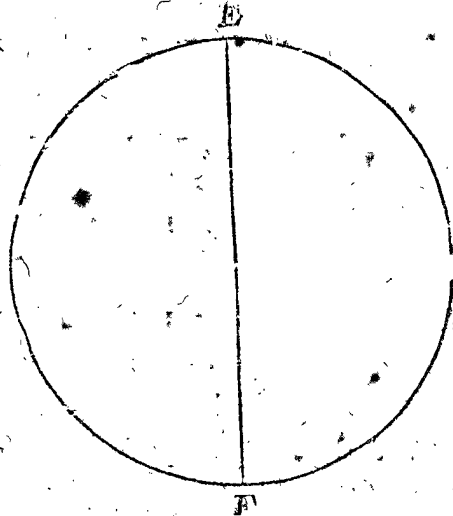
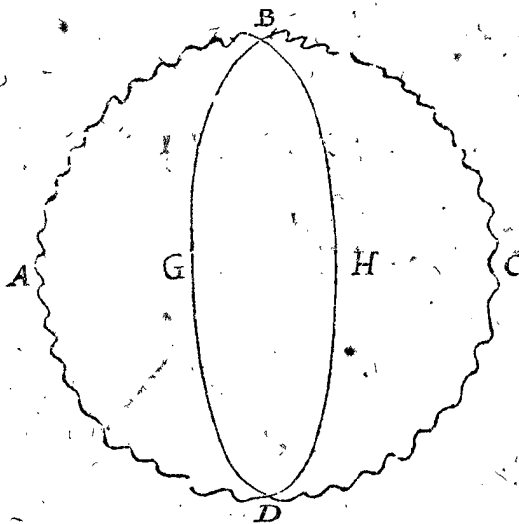
Conclusion. Nous avons donc marqué les corps reguliers coupez, selon le requis.

PROPOSITION XX.

**M** Arquer une sphere.

Le donné. Soit ABCD une piece de bois difforme, & EF un cercle, dont le diametre EF.

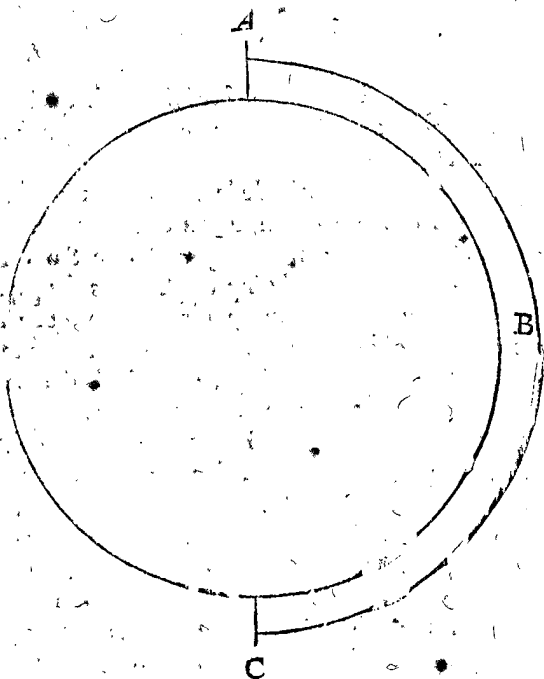
Le requis. Il faut d'iceluy bois ABCD faire une sphere, dont le plus grand cercle soit egal au cercle EF.



CONSTRUCTION.

La sphere se peut former en deux manieres vulgai-

fait commodement ainsi : On tourne premierement (tournant le bois sur quelques deux points, comme par exemple A, C, qui s'accordent sur les deux pinnules du banc du tourneur) un cercle comme BGDH, aussi profond que son axe soit egal au diametre EF, qui se mesure avec le compas à jambes courbes que les tourneurs ont à telle fin : Puis on divise le susdit cercle BGDH en quatre ou six parties egales, & en choisissant deux points opposites, comme par exemple B, D, on les applique sur les deux pinnules du banc du tourneur : Apres toute matiere superflue estant ostée en tournant, jusques à ce que le cercle BGDH soit precisement emporté, sans qu'il y en demeure aucun signe, ny qu'il en soit plus osté que le cercle, on a la sphere requise.



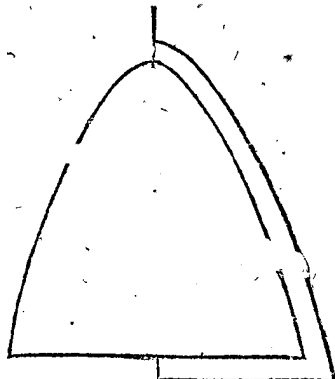
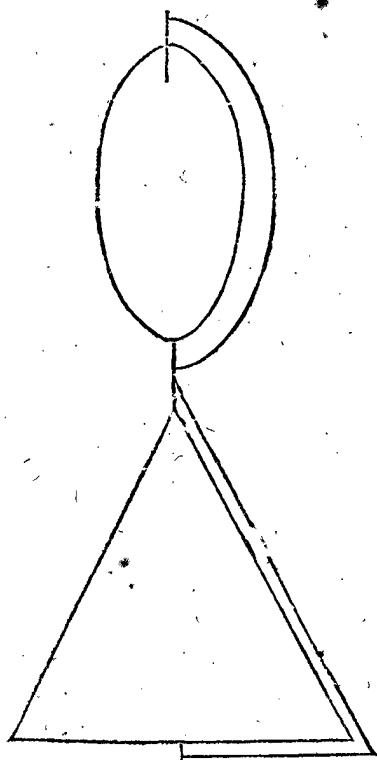
Mais les grandes spheres qui ne se peuvent tourner sur un banc, se forment commodement avec un patron, comme ABC, tournant sur les deux points A, C, comme poles : Puis on remplit par tout ce qu'il y a de vuide au demicercle, ou bien on oste tout ce qu'il y a de superflu.

Conclusion. Nous avons donc formé la sphere, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Par ce que dessus on peut entendre comment les Spheroides, Cones, & Conoides se peuvent former par patrons, dont nous mettons seulement icy les formes, sans en descrire des propositions particulieres.

res, comme en petit sur un banc de tourneur, & en grand avec un patron. Sur le banc de tourneur elle se



DEUXIÈME LIVRE  
DE LA  
PRACTIQUE DE GEOMETRIE,  
De la Mesure des grandeurs.

PREMIERE PARTIE,  
DU SECOND LIVRE,

De la mesure des lignes.

**L**A mesure des lignes selon ce present dessein, se fait de trois façons : Premièrement par mesure appliquée : Secondement par rayons visuels : Tiercement par autres lignes cognues : Desquelles différences nous descrirons diverses propositions : & premierement,

DE LA MESURE DES LIGNES PAR  
MESURE APPLIQUEE.

PROPOSITION I.

**M**esurer une ligne droite par mesure appliquée.

Nostre dessein est de descrire icy ce mesurement en petit avec des eschelles, comme sur du papier, ou petits plans ; & en grand, comme sur la campagne, avec des chaines : ce que nous ferons en deux exemples.

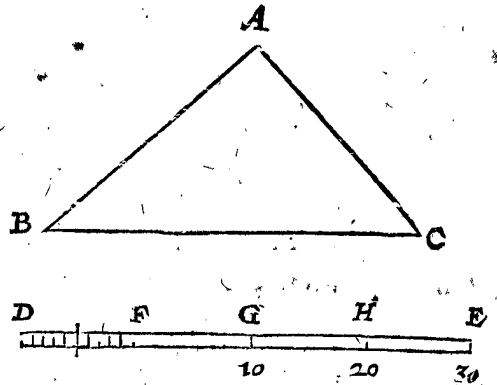
1 Exemple de la mesure en petit avec  
des eschelles.

*Le donné.* Soient AB, BC, CA, trois lignes du triangle ABC, & DE une eschelle : De laquelle pour declarer la qualité, il faut sçavoir que ceux qui marquent les massonneries, bastiments, forteresses, cartes marines, terrestres, & semblables, y appliquent ordinairement une mesure, comme DE, laquelle pour sa similitude avec une eschelle, s'appelle aussi du mesme nom. Et quand ses parties ne signifient point de certains pieds, verges, lieues ou choses semblables, alors on les appelle en general degrez, à cause de leur ressemblance avec des degrez. Soit doncques chaque partie depuis D jusques à F un pied, tellement que DF face 10 pieds ; semblablement FG, GH, HE, chacune aussi 10 pieds, & consequemment (comme les nombres y appliquez le demonstrent) FH 20, FE 30, & ainsi d'autres semblables, si l'eschelle estoit plus longue.

*Le requis.* Il faut mesurer combien de pieds chaque ligne du triangle ABC est longue.

CONSTRUCTION.

Je prens avec un compas la longueur AB, mettant l'un pied sur un des poincts F, G, H, ou E, à sçavoir ainsi que l'autre pied vienne entre les poincts D, F, ou sur un des deux. Posé doncques que l'un pied mis sur H, l'autre vienne au quatriesme point de F vers D, ce que le



nombre dessous H me demonstre faire 20, lesquels avec les autres 4 font 24 ; Et les autres lignes estant mesurees ainsi, on a le requis.

Jusques icy a esté parlé de la commune maniere de l'eschelle ; Mais afin que nous en declarions encores quelque commodité ; il faut sçavoir que SON EXCELLENCE en la mesure des lignes & plans sur papier, aussi des corps en petit, pour operer par la disme, qui est par nombres entiers sans rompus, s'est accoustumé d'appeller les longueurs, comme FG, GH, HE, commencemens, qui sont ①, tellement que FE fait trois commencemens, & les parties DF primes, comme ② ; c'est assavoir qu'au lieu des degrez, il met dix poincts si proches l'un de l'autre qu'on les peut discerner par la veüe : Et si le compas en mesurant tombe au milieu entre deux poincts, pour icelle moitié se comptent 5 ③ ; Mais si la veüe peut juger sur la troisieme partie de 1 ④, on escrit pour cela 3 ⑤, ou 4 ⑥, selon l'apparence, & ainsi d'autres partitions, par lesquelles SON EXCELLENCE a fait divers mesuremens de grandeurs, comme les suivans, avec tant de commodité, facilité & certitude, que les preuves d'iceux ne lui donnoyent pas peu de contentement.

CONSEQUENCE.

Par ce que nous avons dit icy de la mesure des costez du triangle, tout se qui se mesure par mesure appetisee, ou avec des eschelles, est assez notoire.

2 Exemple de la mesure des lignes en grand avec  
des chaines & verges.

*Le donné.* Soient les deux poincts A, B, deux marques sur terre, dont la distance doit estre mesurée avec une chaine.

CONSTRUCTION.

C'est une chose fort usitée entre plusieurs Arpenteurs d'avoir une chaine de fer ou de cuivre (afin qu'elle

ne s'allonge, comme font les cordes) longue ordinairement de cinq verges, dont les chainons se joignent selon l'opinion d'un chacun : Mais afin de mettre quelque exemple pour ceux qui n'ont point veu telles chaines, je descriray icy une façon qui est en usage, laquelle

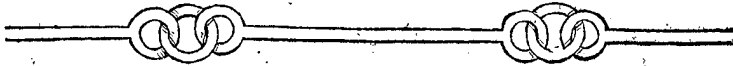
je ne trouve mauvaise, comme la figure suivante le demonstre, signifiant un chainon avec encores deux bouts de chainons joints ensemble avec un petit anneau, estant iceluy anneau & les bouts des chainons par où il passe bien soudez. Il faut sçavoir aussi que chaque chainon



chânon depuis le milieu de l'un petit anneau jusques au milieu de l'autre, fera long justement d'un pied, mais de verge en verge il y a pour distinction un anneau plus grand que les autres. Une telle chaîne est légère &

forte, & ne s'embrouille pas facilement; & quand on ne s'en sert point, elle se peut plier commodement de la longueur d'un pied.

Quant à la verge, elle est en Hollande de 12 pieds,



& chaque pied de 12 poulces, dont les trois, qui sont le quart d'un pied mesure de *Rijnlandt*, sont de ceste longueur.

Joignant ces 12 pieds & poulces qui sont marquez sur l'un costé de la verge, un autre costé se divise encores en 10 parties égales que nous appellons primes, & chaque prime encore en 10 qui sont secondes,

L'usage de la susdite chaîne & verge est tel: Pour aller droit de A jusques à B, on met une marque au milieu, comme C au rayon des marques A, B, selon la doctrine de la 7 proposition du premier livre, puis apres l'Arpenteur va devant avec un bout de la chaîne, & fait suivre un autre avec l'autre bout, & fiche à chaque longueur de la chaîne, moyennement tenduë, un petit baston, ou cheville, long environ d'un pied ou plus, selon que la chose le requiert, à cause des hautes herbes ou semblable empeschement, à laquelle cheville celui qui suit estant venu, il l'arrache, & l'emporte avec soy. L'Arpenteur a quelquefois de telles chevilles jusques à cinq, quelquefois jusques à dix; puis on prend garde combien de fois elles ont esté rapportées, car chaque fois de cinq fait 25 verges, ou de dix 50 verges. Posé donc que cinq chevilles, en mesurant ceste longueur de A B, ayent esté rapportées cinq fois, il y aura de A jusques à B 125 verges. Et s'il y restoit quelque chose ne montant pas à la longueur d'une chaîne, cela se mesure avec la verge: comme pour exemple, restant encores 2 verges, 7 ① 6 ②, la ligne entiere seroit de 127 verges, 7 ① 6 ②; ou si on veut exprimer les paritions de la verge par pieds & poulces, on le peut faire aussi.

S'ENSUIT LA MESURE DES LIGNES PAR RAYONS.

Veux qu'il y a une commune maniere de mesurer sans aller au long de la ligne ou chemin, dont on veut co-

gnostre la longueur, à sçavoir par rayons, lesquelles longueurs on appelle d'un mot usité longueurs inaccesibles, nous en toucherons un mot. A ceste fin on prepare des instrumens mathematiques, les noms desquels combien qu'ils soyent divers, comme Planimetre, Scale altimetre, Quadran geometrique avec la regle fiduciale, Quadran geometrique avec le perpendiculaire, Rayon geometrique, Holometre, Triquetre, & plusieurs autres, toutesfois ils sont tous des triangles, lesquels par un ou plusieurs costez mobiles se changent diversément en triangles semblables aux grands triangles mesurables, tellement que l'usage de l'un estant bien entendu, il donne assez de cognoissance de tous. Cецy considéré, nous choisirons icy au lieu de plusieurs le Triquetre. Et puis que plusieurs personnes çonjoignent diversément les parties d'iceluy, chacun selon qu'il luy semble le plus commode à l'usage, leur donnant à chaeune un nom, selon qu'il estime que la chose le requiert, j'en diray aussi mon opinion, & retenant ce nom commun Triquetre, je declareray la forme & disposition des parties, comme il a esté fait pour SON EXCELLENCE & autres.

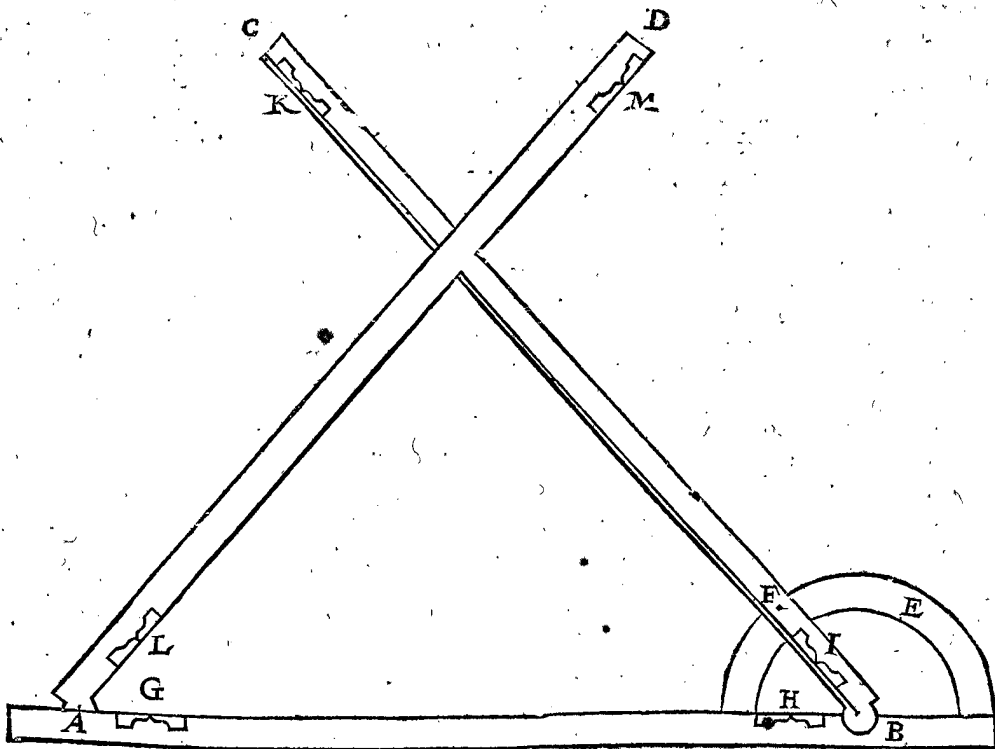
DECLARATION DE LA QUALITE DV TRIQUETRE.

A B, B C, A D sont en la figure suivante trois verges: A B s'appelle base, B C verge dextre, A D verge fenestre.

L'axe aupres de B, sur lequel tourne la verge dextre, s'appelle axe dextre, l'autre aupres de A, axe fenestre.

Le demy anneau E avec ces 180 deg. est pour y attacher la verge dextre avec un vis aupres de F, tellement que l'angle ABC demeure ferme en telle position qu'on le desire.

La verge fenestre A D se coule avec un petit coureur dedans la base A B, là où on la veut avoir, en telle sorte

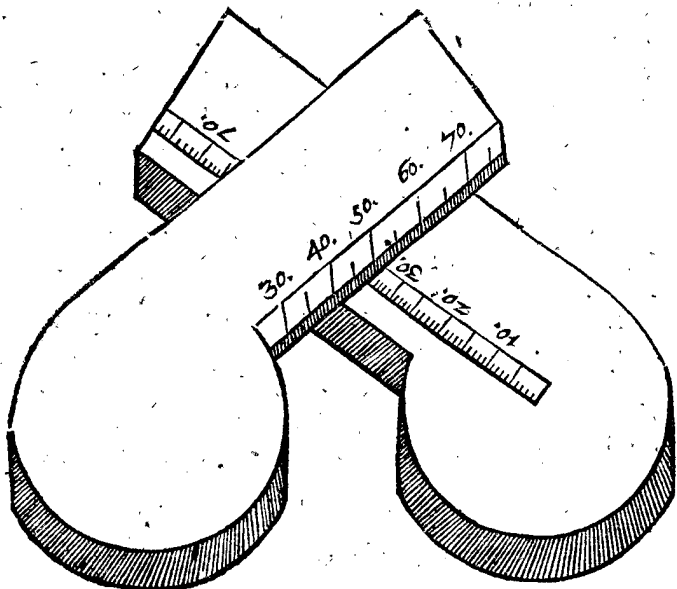


que le centre de l'axe fenestre convienne toujours sur le bord de la base, contre les bouts des degrez marquez sur icelle, car la mesme base a en soy une concavité, dedans laquelle la teste de la verge fenestre coulé avec le petit courreur.

La base AB est aussi espesse que les autres deux verges ensemble, & encores d'autant plus que l'espaisseur du bord sous lequel coule le courreur: Tellement que la verge fenestre, quand on ne se sert point de l'instrument, se peut mettre sur la verge dextre, pour le transporter commodement d'une place à autre.

Il y a encores un esquiere (dont l'usage apparoitra en son lieu) lequel quand on ne se sert point de l'instrument, se met en la concavité, dedans laquelle coule le courreur.

Toutes les trois verges & esquiere se divisent en parties egales aussi pres l'une de l'autre que la veüe les peut discerner commodement, comme il se voit cy-dessous en forme plus grande. L'experience montre qu'ainsi sur un pied de *Rijnlandt* on peut mettre quatre cents points ou partitions visibles: J'ay prins chaque verge longue environ de trois pieds de *Rijnlandt*: Et pour les rendre plus legeres, la verge dextre & verge fenestre sont creusées par dedans.



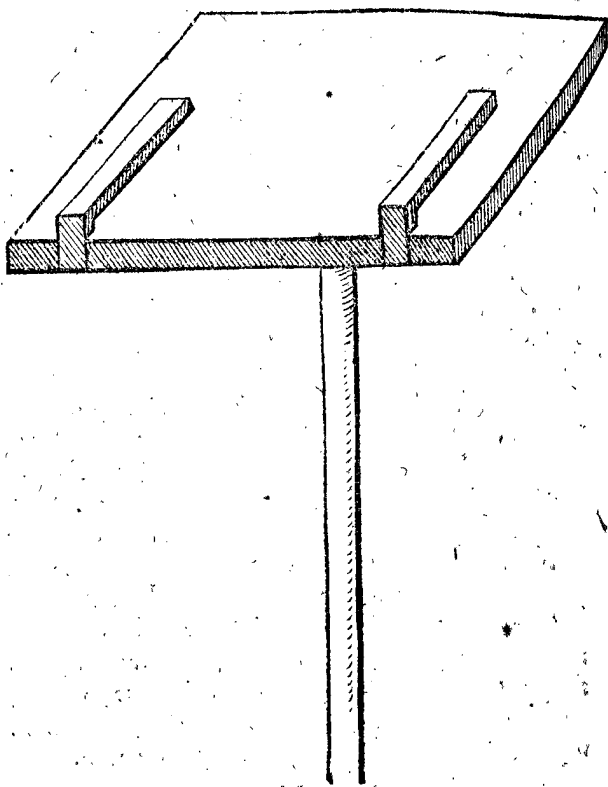
Les verges, afin d'operer seurement, doivent estre fort droites; on ne les fait point apprester avec la lime, mais rabotter par un menuisier aussi droites, que l'une estant mise contre l'autre, elles se touchent par tout; car le cuivre s'accomode bien au rabot.

Chaque verge a deux visieres, comme au lieu de G, H, I, K, L, M, lesquelles estant abaissées, viennent en egale superficie avec la superficie des verges, ayant chacune les partitions qui y viennent dessus, & pour les mettre debout, elles tournent sur certaines carnières dedans les verges, jusques à ce qu'elles soyent à angle droit sur icelles: Et sont aussi limées & creusées d'un costé, afin de ne s'abuser en l'usage, comme il pourroit advenir si elles estoient droites, prennant la veüe sur des costez impropres.

Ce triquetre se met en l'operation sur un instrument semblable à celuy qui suit cy-apres, lequel est une planche quarrée large environ d'un pied, fiché sur un baston, comme ordinairement le plan de la croix Arpentique: Et a deux crochets, sous lesquels on peut remettre le triquetre avant & arriere d'un & d'autre, & puis le fiché: Laquelle maniere est plus commode en l'usage,

que d'attacher le triquetre au baston, d'autant qu'on peut ainsi plus justement appliquer l'axe de la verge dextre & fenestre sur le point de la premiere & seconde position, sans qu'il faille remettre souvent le pied deça, delà, comme il faudroit faire, faisant autrement: Toutes lesquelles choses se pourront plus clairement entendre par les exemples suivans.

Pour parler maintenant succinctement de la matiere, on tient que le laton est le plus commode pour la plupart des instrumens mathematiques: & combien que l'or soit plus beau, il est plus flexible & se courbe aisement. Outre cela quelque instrument d'or ou d'argent, bien fait est en danger d'estre rompu en temps de ne-



cessité pour s'en aider: le fer s'enrouille; le plomb & l'estain sont trop mols: quant au bois il n'est pas propre pour des choses qui doivent demeurer droites & en mesme estat, d'autant qu'il se courbe au Soleil, & qu'en temps humide il s'enfle, & referre si fort quelques parties qui doivent couler ou tourner, que malaisément les peut on remuer, lesquelles au contraire en temps sec, sortent & tombent d'elles mesmes: Tellement qu'il semble que ce n'est point sans cause (comme il a esté dit dessus) qu'on tient le laton pour la plus propre matiere; & ce d'autant plus, pource que ceux qui desirent l'ornement, le peuvent dorer à peu de despens.

Ayant donc jusques icy déclaré la qualité du triquetre, nous viendrons à l'usage.

#### PROPOSITION II.

Par rayons visuels mesurer des longueurs horizontales inaccessibleles.

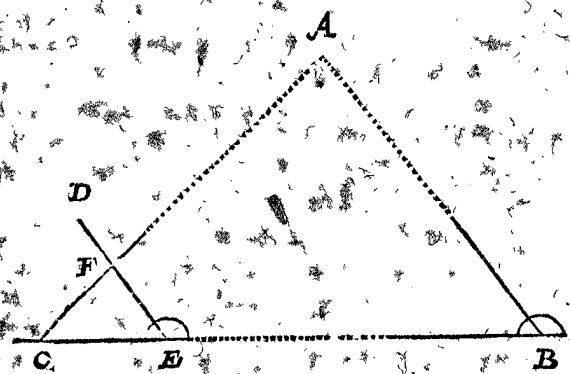
1 Exemple d'une longueur mesurable entre l'Arpenteur, & une marque inaccessible, mesurée avec le triquetre.

Le donné. Soit AB une longueur inaccessible parallele de l'horizon.

Le requis. On veut sçavoir de quelle longueur elle est, sans aller de la marque B jusques à A.

CONSTRUCTION.

On doit premièrement ſçavoir, qu'il faut deux divers lieux ſur leſquels on ſe tiene en l'operation, qu'on appelle ſtations, les meſmes deux ſtations il faut qu'elles facent un triangle avec le poinct A: à ceſte fin je mets l'axe dextre du triquetre (dont on ſe ſert touſiours en la premiere ſtation) ſur le poinct B, comme premiere ſtation. Je regarde puis apres vers le coſté ſeſtre par les viſieres de la baſe quelque marque qui y eſt, ou que j'y fais mettre pour y prendre ma deuxieſme ſtation, comme la marque C, & la baſe demeurant alors ainſi immobile, je tourne la verge dextre devers A, juſques à ce que par les viſieres d'icelle je voye la marque A: Ce qui eſtant ainſi, je ſerre la verge dextre avec le vis bien ferme ſur le demi cercle, tellement que l'angle qu'elle fait avec la baſe, demeure le meſme. Je porte puis apres le triquetre à la deuxieſme ſtation C, & en venant je meſure la longueur BC, que je trouve par exemple de 150 verges. J'adjouſte puis apres l'axe ſeſtre droit ſur le poinct de la marque C; & demeurant le ſuſdit angle de la baſe & de la verge dextre, qui ſoit icy DEC touſiours le meſme: Je remets puis apres la verge ſeſtre, je prens, ſur 1000 de la baſe, à ſçavoir ſur un lieu commode, tellement que puis apres on en a un grand & remarquable triangle: Apres je tourne la baſe vers la marque B de la premiere ſtation (pourveu que l'axe ſeſtre demeure ſur le poinct de la marque C) juſques à ce que je voye par la viſiere d'icelle la marque B. Or la baſe & la verge dextre demeurant ainſi immobile, je tourne la verge ſeſtre juſques à ce que je voye par les viſieres d'icelle la marque A, & alors la verge dextre ſe coupe de la ſeſtre au poinct F; tellement que FE fait,



je prens, 700. Ce qui eſtant ainſi, le petit triangle CEF eſt ſemblable au grand triangle CBA, car FE eſt parallele avec AB: Parquoy je dis, CE 1000 donne EF 700, combien CB 150 verges? (il a eſté meſuré autant en venant comme il eſt dit deſſus) vient pour la longueur requiſe de BA 105 verges.

DEMONSTRATION.

Le petit triangle CEF eſt ſemblable au grand triangle CBA, parquoy leurs coſtez EC, EF, homologues avec BC, BA ſont proportionaux: parquoy comme EC 1000, à EF 700, ainſi BC 150 verges, à BA 105 verges: BA doncques fait 105 verges.

NOTES.

Si on vouloit ſçavoir enſemble la longueur de C juſques à A, on prendroit garde ſur les parties de la verge ſeſtre entre C & F: Prenant doncques qu'il y ait 800, je dis, CE 1000, donne CF 800, combien CB 150 verges? vient pour CA 120 verges.

Si on eut voulu trouver la longueur AB ſans faire aucun compte, on eut remis le pole de la verge ſeſtre

ſur 150 de la baſe, & alors les parties meſmes de la verge dextre ſans tenir aucun compte ſignifieront autant de verges. Mais ainſi on ne peut avoir les plus grands triangles qui peuvent venir ſur le triquetre, par où l'iffuë eſt plus incertaine: Parquoy qui veut operer plus ſeulement, prendra les plus grands triangles, leſquels il peut avoir commodement ſur le triquetre, & chercher le requis par regle de trois comme deſſus.

Si la verge ſeſtre en la mettant vers A, ne pouvoit toucher la verge dextre, on l'avancera auſſi pres de la dextre juſques à ce qu'elle la puiſſe toucher.

Quand la verge dextre eſt adjouſté en la premiere ſtation ſur A, ſi alors on vouloit joindre enſemble icelle verge & la baſe, ſans y viret la verge dextre contre le demi cercle, & ſans eſtre contraint de garder l'angle trouvé, comme DEC, en icelle poſition; ce qui vient à propos; & eſt requis quand on veut trouver diverſes longueurs en allant ſeulement une fois vers la deuxieſme ſtation, dont nous parlerons incontinent. Au ſecond, les ſtations qui ſont loing l'une de l'autre, comme de trois ou quatre heures de chemin, ce qui advient en la deſcription des cartes geographiques, là où il ſeroit moleſte de porter ſi loing iceluy angle ſans le changer: Auſſi pour voir ſi un angle ainſi transporté n'eſt pas changé, ou ſemblable: On ſe peut ſervir de deux diverſes manieres pour faire telle choſe: l'une, il faut prendre garde ſur quel degré & parties du degré qui ſont au demi cercle, vient la verge dextre en la premiere ſtation, la mettant derechef là deſſus quand on vient à la ſeconde. L'autre maniere qu'on peut tenir pour plus ſeuere encores, eſt telle: Pour trouver derechef entierement l'angle B, quand on vient au lieu de la ſeconde ſtation C, on mettra quelque poinct de la verge ſeſtre, je prens le 800, ſur quelque poinct de la verge dextre, où il peut venir commodement, par exemple ſur le 700, je voy auſſi ſous quel poinct de la baſe vient le centre de l'axe ſeſtre, je prens ſur le 900, leſquels nombres on mettra tous trois par memoire, car eſtant venu au lieu de la deuxieſme ſtation, & rejoignant les poinctſ derechef ainſi, on a le premier angle.

Si avec deux ſtations ſeulement on vouloit trouver diverſes longueurs, tant par derriere que par devant, la maniere de l'operation eſt manifeſte par le precedent.

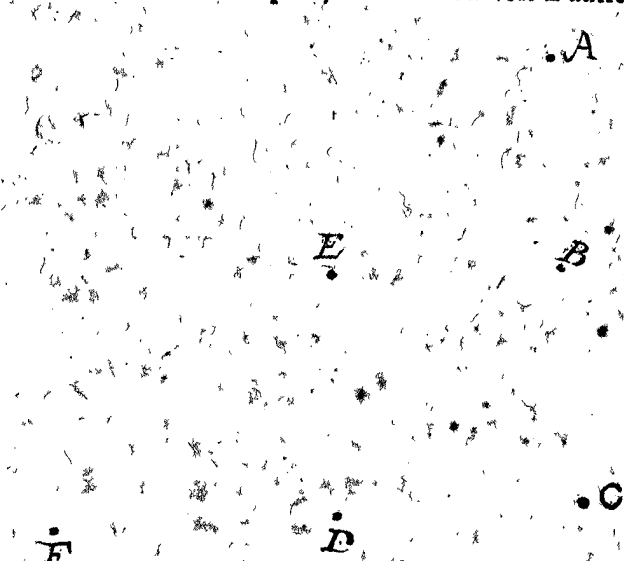
2 Exemple par computations de triangles plats.

Pourcé que SON EXCELLENCE prend un ſingulier plaisir au tres-admirable, grand & commun uſage des triangles plats & ſpheriques en beaucoup d'operations mathematiques qui ſe rencontrent, il a fait joindre icy ceſt exemple & quelques ſuivans: Soit encores à meſurer la longueur inacceſſible AB: Pour ceſte fin je prens quelque instrument, par lequel on meſure ſeulement les degrez d'un angle propoſé, comme une croix d'Arpenteur, avec ſa regle fiduciale, ou autre ſemblable: Par cela trouvée la grandeur des deux angles ABC, ACB, & eſtant meſurée la ligne entre les deux ſtations B, C, le triangle ABC a trois termes connus, avec cela trouvé le coſté requis AB par la 4 proposition des triangles plats. Encores y a-il icy à conſiderer, que tant ſelon l'autre maniere avec le triquetre, que ſelon ceſte-cy, qu'il faut qu'il y aye le compte d'une regle de trois.

Autre exemple ſans instrument mathematique.

Soit à meſurer la longueur inacceſſible depuis A juſques à B: Pour y parvenir je mets en B une marque, & meſure de B juſques à C quelque ligne, auſſi longue,

ou plus longue plustost, que AB, si le lieu le permet, que plus courte : Soit de 20 verges, puis je mets en C une marque, entant que C, B, A, soyent en un droit rayon : je mesure puis apres de C jusques à D autresfois 20 verges, mettant à D une marque, & tellement que CD vienne presque à angle droit sur AC, puis apres de D jusques à E derechef 20 verges, mettant une marque en E, & tellement qu'à l'œil DE soit presque parallele avec BC : Puis apres je mesure de B vers E autres-



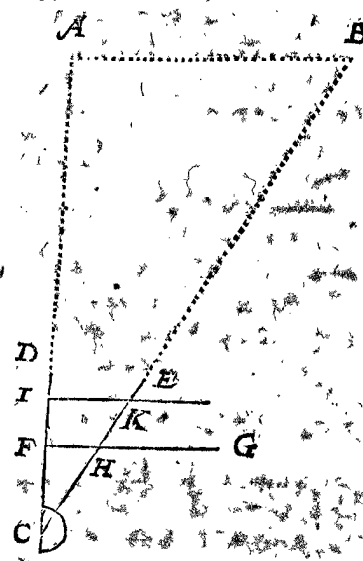
fois 20 verges, lesquelles si elles tomboient par accident justement sur E, ce qui advient rarement, on laisse la marque E en sa place, mais y ayant un peu de difference, on la met autant en attiere ou avant que la mesure requiert : Finalement je mets la marque F en telle sorte, qu'elle soit droitement au rayon FEA, & aussi au rayon FDC : Cecy estant ainsi, je mesure FD; & dis, FD donne DE 20 verges, combien EB 20 verges? Ce qui en provient est pour la requise BA : Pource que le triangle FDE est semblable au triangle EBA, pourtant les deux costez FD, DE, sont proportionaux avec leurs homologues EB, BA.

3 Exemple d'une longueur mesurable entre deux marques inaccesibles.

Le donne. Soit AB une longueur inaccesible.  
Le requis. On veut sçavoir quelle longueur elle a sans venir à aucune des marques A, B.

CONSTRUCTION.

Je mets en quelque lieu commode un point comme C, & mesure combien il est distant de A & B; & trouve, je prens, par le premier exemple, CA 500 pieds, CB 600 pieds, lesquelles deux longueurs estant cognues, je mets l'axe dextre sur le point C, la base CD vers A, & la verge dextre CE vers B, je recule puis apres la verge senestre FG, tellement qu'entre l'axe senestre F & l'axe dextre C sont 5000 ①; je mets puis apres icelle verge senestre sur les 600 ① H, de la verge dextre



CE: Ce qui estant ainsi, de F jusques à H sont, je prens, 300 ①, par où je conclus que AB fait 300 pieds. Mais si pour plus grande certitude on veut prendre un plus grand triangle que CFH, on peut faire venir le centre de l'axe senestre F plus devers D, je prens, sur 800 ② comme jusques à I, & dire CA 500 pieds donnent CB 600 pieds, combien 800 ②?, vient 960 ② parquoy de C vers E, & comptant autant de ②, lesquels viennent, je prens, jusques à K, & la verge senestre mise de I jusques à K, les partitions IK sont adonc je prens, 480 ②: Pour sçavoir maintenant combien de pieds elles signifient, je dis CI 800 ②, donnent IK 480 ②, combien CA 500? vient pour AB 300 pieds. Ou autrement CK 960 ② donnent IK 480 ②, combien CB 600 pieds? vient pour AB comme dessus 300 pieds.

DEMONSTRATION.

Veü que IC a telle raison à KC, comme AC à AB, & que l'angle ICK & ACB est tout un mesme, les deux triangles ICK, ACB sont semblables, & leurs costez homologues proportionaux, à sçavoir comme CI 800 ②, à IK 480 ②, ainsi CA 500 pieds, à AB 300 pieds.

NOTEZ.

Si on veut depescher ce troisieme exemple par computations des triangles plats, on trouve les deux lignes AC, & BC, par le premier exemple, & l'angle ACB se cognoist actuellement au lieu de C: Tellement que le triangle ABC a trois termes cognus, avec lesquels perche le costé incognu AB, il se trouve par la 6 proposition des triangles plats.

Conclusion. Nous avons donc mesuré par rayons visuels des longueurs horizontales inaccesibles, selon le requis.

PROPOSITION III.

Mesurer par rayons visuels des hauteurs & profondeurs inaccesibles.

1 Exemple de la mesure des hauteurs à angle droit sur l'horizon.

Le donne. Soit AB une hauteur inaccesible à angle droit sur l'horizon.

Le requis. On veut sçavoir de combien de pieds AB est long, par rayons visuels avec le triquetre.

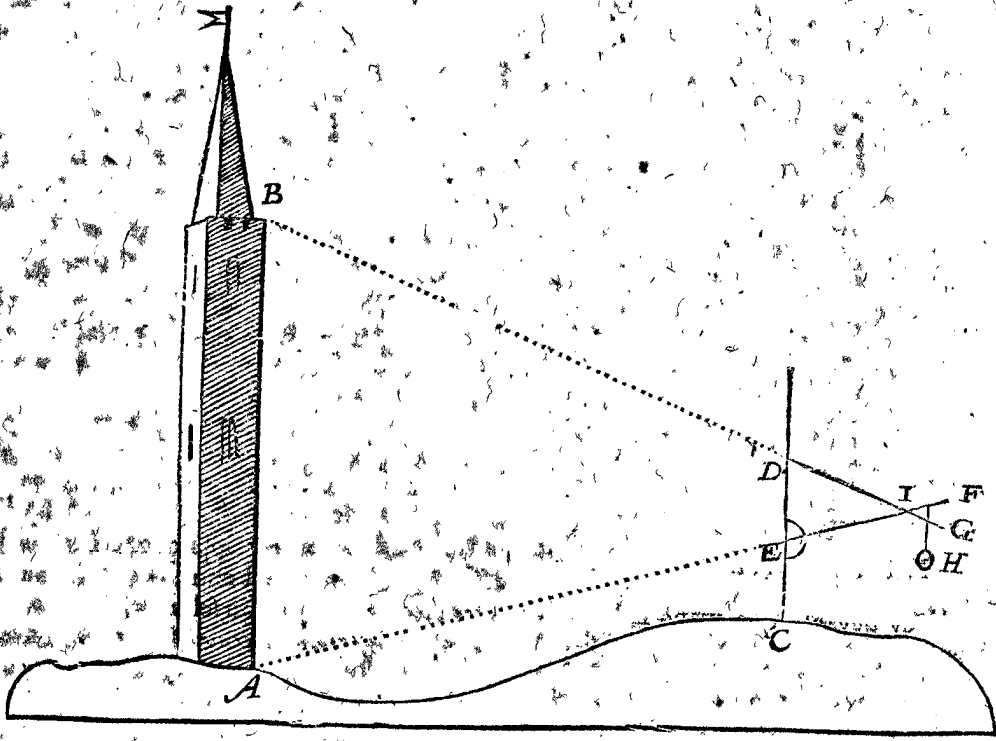
CONSTRUCTION.

Je mets en quelque lieu commode comme C, la base droitement debout par un perpendiculaire: Je voy puis apres par les visieres de la verge dextre EF le point A, & je fiche là icelle verge ferme avec le vis contre le demicercle, j'esleve puis apres la verge senestre DG aussi haut, que par ses visieres je voye le point B: Mais afin qu'icelle verge DG demeure à chaque fois ferme là où on la met, il y a au bout d'icelle un perpendiculaire, comme H; tellement qu'avec le fil faisant un tour dessus la verge dextre, elle tient la verge senestre en telle place qu'on la met. La verge senestre DG estant ainsi qu'on void au travers de ses visieres le point B, & par les visieres de la verge dextre le point A, elles s'entrecoüpent l'une l'autre, je prens, au point I: Ce qui estant ainsi, je mesure la longueur de I jusques à A, avec une mesure, comme une chaîne ou verge, si j'y puis venir; mais si pour quelque empeschement d'eau, maisons, ennemis, ou choses semblables on ne pouvoit mesurer ainsi la longueur de I jusques à A, on la trouvera par une seconde

seconde itation, selon la doctrine de la 2<sup>e</sup> proposition: icelle se trouve, je prens, de 275 pieds. Je voy puis apres combien il y a de degrez sur la verge EF, de E jusques à I se trouvent, je prens, 1100 ⊙, & sur la base entre E & D, 800 ⊙; pourtant je dis IE 1100 ⊙ donnent ED 800 ⊙, combien IA 275 pieds? vient pour la hauteur de A jusques à B, ou ce qui est le mesme pour la profondeur de B jusques à A, 200 pieds.

DEMONSTRATION.

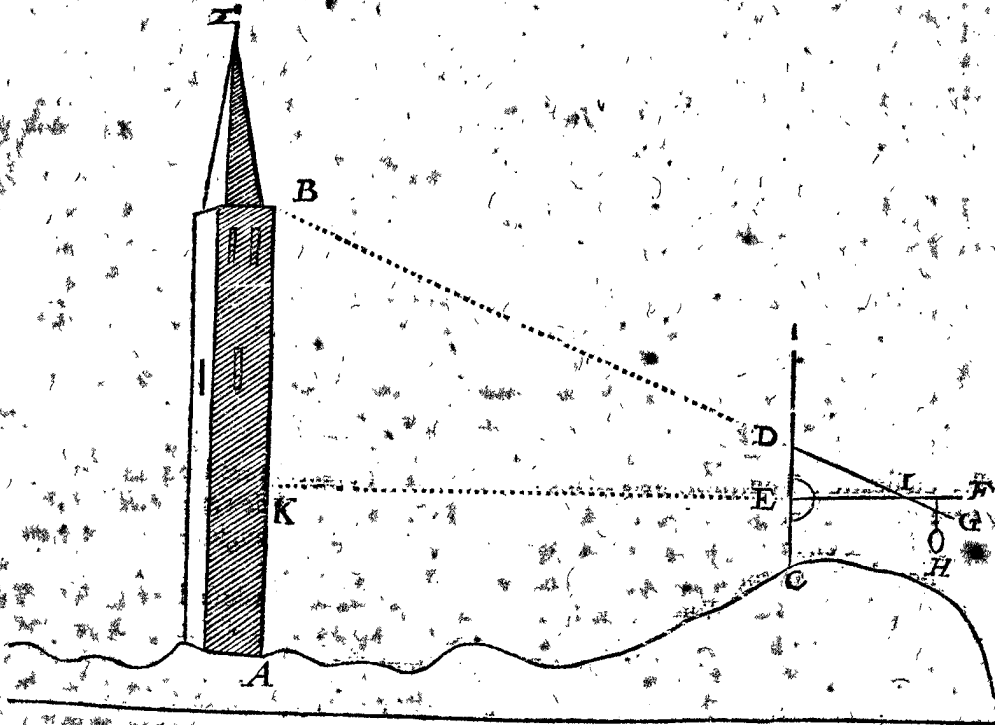
Veut que AB & ED sont toutes deux à angle droit sur l'horizon, on les tient en tels exemples mechaniques pour paralleles ( je dis en tels exemples mechaniques, car à proprement parler, & selon la maniere theorique, elles ne le sont point, d'autant qu'estant assez produites, elles s'assemblent au centre de la terre, & s'appro-



chent consequemment plus pres en bas qu'en haut) parquoy le triangle DEI est semblable au triangle BAI: & par consequent comme IE 1100 ⊙, à ED 800 ⊙, ainsi IA 275 pieds, à AB 200 pieds; AB doncques fait 200 pieds.

NOTEZ I.

Si on veut sçavoir de combien le point B est plus haut que le point I; On mettra la verge dextre à angle droit sur la base, & le point qu'on voit convenir alors



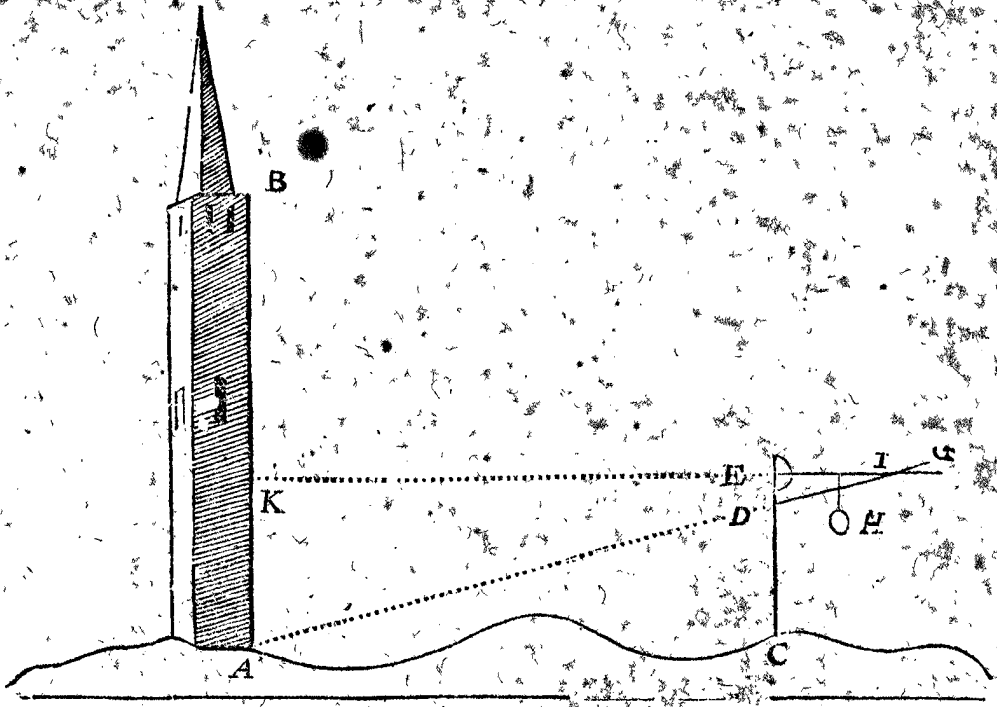
en la ligne AB par les visieres de la verge EF, ce que je prens estre K, est en la mesme hauteur de E: Parquoy ayant trouvé selon la doctrine du premier exem-

ple, la longueur KB, comme la figure d'iceluy le montre, on parvient au requis.

## NOTEZ II.

Mais pour trouver la profondeur  $KA$ , on mènera la verge droit en haut, la mettant à angle droit sur la base,

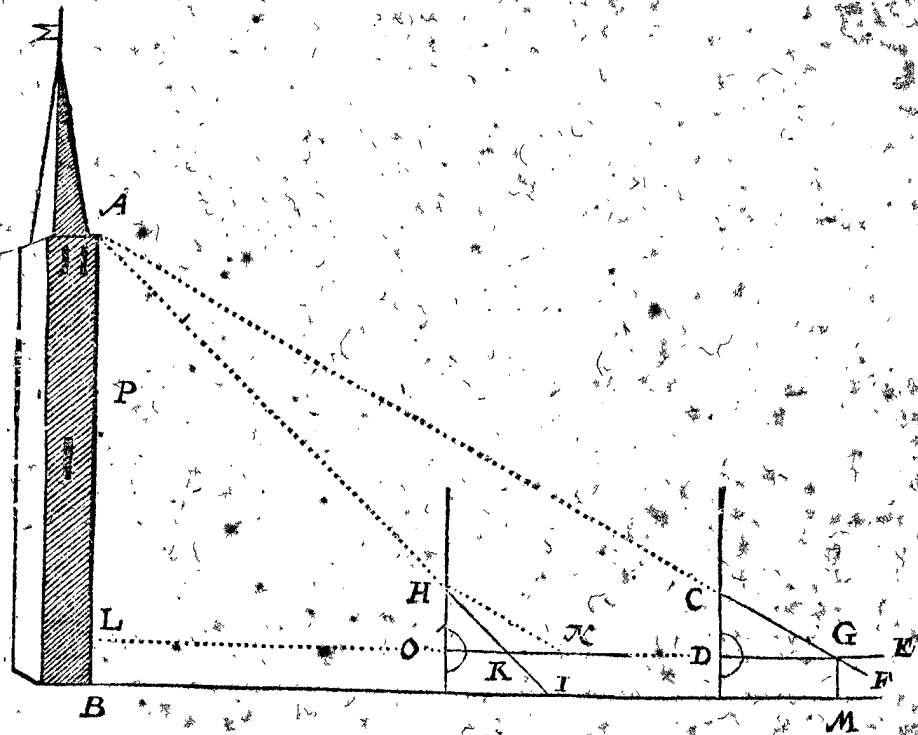
& puis en faisant selon la precedente doctrine, & comme la figure suivante le demontre encores plus apertement, on parvient au requis.



## NOTEZ III.

Nous avons dit cy-devant, que quand la longueur entre le Mesureur & la hauteur mesurable, ne se peut

mesurer par mesure y appliquée, à cause de quelque empeschement qui est entre deux, qu'on la trouvera par une seconde station selon la doctrine de la 2 proposition, laquelle seconde station il faudroit prendre



de costé fenestre ou dextre : Toutesfois veu qu'il y a une autre maniere plus aisée pour mesurer la hauteur par deux stations, qui sont en mesme plan avec la longueur mesurable, nous la declarerons.

*Le donné.* Soit encores à telle fin  $AB$  une hauteur inaccessible à angle droit sur l'horizon.

*Le requis.* On veut sçavoir de combien de pieds  $AB$  est long.

## CONSTRUCTION.

Je mets la base  $CD$  tout droit debout, & la verge dextre  $DE$  là dessus à angle droit.

comme devant, apres l'axe fenestre  $C$  si haut & si eloigné de l'axe dextre  $D$ , que j'aye un grand triangle, ce qui peut advenir, je prens, sur

Puis apres ayant regardé sur la verge fenestre  $CF$ , le sommet  $A$ , elle coupe  $DE$  en  $G$ , je prens, sur

Je viens puis apres à la deuxiesme station, que je prens en telle sorte, qu'elle soit avec la premiere & la hauteur mesurable en un mesme plan ou rayon visuel, tellement aussi que la verge dextre vienne en

550 ⊙

1000 ⊙

la mes-

la même hauteur comme devant, & laissant les deux poles l'une de l'autre en la même longueur de 550<sup>o</sup>, premier en l'ordre, je voy autrefois le sommet A sur la verge fenestre HI, laquelle coupe alors la verge dextre en K, je prens, sur

560<sup>o</sup>.

Iceux soustraicts de 1000<sup>o</sup>, deuxiesme en l'ordre, reste

440<sup>o</sup>.

Je mesure puis apres la longueur entre les deux stations GK, la trouvant, je prens, de

40 pieds.

Je dis puis apres 440<sup>o</sup>, quatriesme en l'ordre, donne CD 550<sup>o</sup> premier en l'ordre, combien GK 40 pieds, cinquiesme en l'ordre? vient AL

50 pieds.

Et y adjoustant la hauteur GM, egale à LB, faisant, je prens,

5 pieds.

Vient pour la hauteur requise AB

55 pieds.

*Preparation.* Soit tiré HN sur les susdits 1000<sup>o</sup> de la verge dextre, qui est parallele avec CG, ou avec AG, & soit O le pole de la verge dextre de la deuxiesme station.

## DEMONSTRATION.

Veux que HN est parallele avec AG par la preparation, & HK en AK, le petit triangle HKN est semblable au grand AKG, & consequemment (veux que HO est aussi parallele avec AL) l'entier petit triangle HON, semblable avec le grand entier ALG, dont les lignes KN, HQ, estant avec KG, AL homologues, KN 440<sup>o</sup> à telle raison à HO 550<sup>o</sup>, comme KG 40 pieds à AL 50 pieds: AL doncques fait 50 pieds, qui avec les 5 LB font 55 pieds pour AB.

## NOTEZ.

La raison pourquoy on ne peut trouver selon ceste plus courte maniere d'operation les longueurs horizontales, comme celles de la 2 proposition, est que la hauteur requise, comme AB, est icy toujours parallele avec la base du triquetre; car elles sont toutes deux à angle droit sur l'horizon: Mais en la longueur horizontale, la longueur mesurable n'est que parallele avec la base par accident, dont le Mesureur n'a ny cognoissance ny certitude, si ce n'estoit que le lieu permist de faire ce que nous dirons maintenant. Soyent A, P deux marques sur la campagne, & posé le cas que le lieu me permette de pouvoir venir au rayon de AP, comme au lieu de L: Ce qui estant ainsi, on prendra au rayon LE à angle droit sur AL, deux stations, comme au lieu de G & K, appliquant le triquetre comme il y est, à sçavoir avec la base vers le mesurable, & à angle droit sur LE, le reste comme dessus; car comme ceste figure marquée sur du papier, soit qu'elle se tienne debout, ou qu'elle gise plate sur l'horizon, a tout une même raison; ainsi le plan dedans lequel s' imagine la mesure sur la campagne, s'il vient à angle droit sur l'horizon, ou non, a les mêmes speculations.

Notez qu'encore bien qu'il soit libre de prendre la deuxiesme station plus pres ou plus loing du mesurable que la premiere; toutesfois il est meilleur de prendre icelle deuxiesme station plus pres, comme il a esté fait dessus, à cause qu'ainsi en la premiere station on peut prendre le plus grand triangle qui peut venir sur le triquetre, ce qui autrement ne viendroit pas ainsi.

S'il y avoit une hauteur à mesurer, dont le point inferieur fust plus haut que la veuë du Mesureur, comme je prens la hauteur AP, on trouveroit premierement la hauteur AL, comme dessus, puis apres de même façon

PL, laquelle soustraite de AL, reste la requise AP: Par le contraire d'iceluy se peut aussi entendre comment on fera quand le plus haut point de la longueur mesurable est plus bas que la veuë du Mesureur.

## 2 Exemple par computation des triangles plats.

Soit encore icy requise la hauteur KB de la figure en la premiere note: à ceste fin on mesure avec quelque instrument commode à cela l'angle BIK, apres l'angle BK I est droit, & le costé IK mesuré: Tellement que le triangle BK I a trois termes cognus, avec iceux cherché la requise BK, elle se trouve par la 4 proposition des triangles plats.

Et comme on a trouvé icy, par computation des triangles plats, la hauteur BK, ainsi il est notoire comment se trouvera la profondeur KA en la deuxiesme note.

Mais ceste profondeur KA de la deuxiesme note adjoustée à la hauteur KB de la premiere note, il est notoire comment on trouve par computation des triangles plats la hauteur AB de la premiere figure du premier exemple.

Pour avoir maintenant, par computation des triangles plats, la hauteur LA en la figure de la troisieme note, à iceux sont trouvez deux angles AGK, AKG, du triangle AKG, estant complement de demicercle de l'angle trouvé AKL, & le costé GK est mesuré actuellement; de sorte que le triangle AKG a trois termes cognus, avec lesquels cherché la ligne AK, elle se trouve par la 4 proposition des triangles plats: Icelle estant trouvée, le triangle AKL a trois termes cognus, à sçavoir joignant le costé AK, encores l'angle AKL, & l'angle droit AKL, avec iceux cherché le costé requis LA, il se trouve par la 3 proposition des triangles plats.

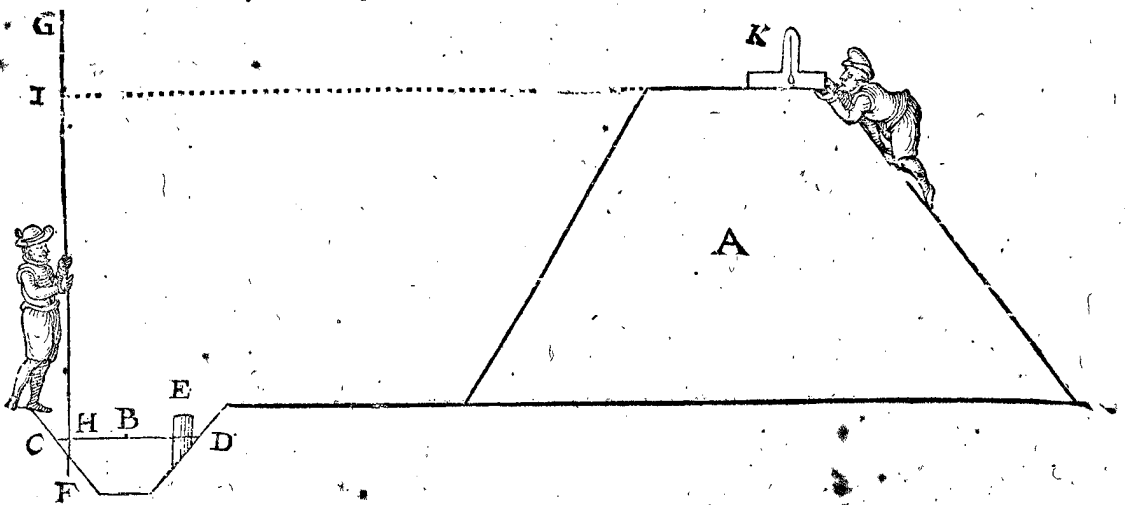
## 3 Exemple de la maniere usitée pour mesurer les digues &amp; remparts.

Il advient souvent aux pais diguez, & aussi en des forts, qu'il est necessaire de sçavoir la hauteur des digues, remparts, & boulevards, tant en la continuelle reparation, qu'en l'approbation quand ils sont nouvellement faits. Or puis que nous traitons icy de la mesure des hauteurs, nous declarerons aussi la maniere dont on se sert en Hollande, à cause qu'elle contient quelque commodité & facilité. Soit à icelle fin A, une digue ou rempart, B le fossé, CD la superieure superficie de l'eau du fossé, E un pieu, sur lequel on compte la hauteur de la digue, estant, je prens, un pied hors de l'eau lors qu'on veut mesurer la hauteur de la digue: Et faut que la digue soit par tout haute, je prens, de 15 pieds au dessus du susdit pieu.

Or pour mesurer ceste hauteur commodément, on prend un long baston comme FG, mettant une marque H pres du bout d' enbas environ un pied ou demi pied dessus F, puis apres on mesure de H jusques à I 16 pieds (à sçavoir 15 pour la hauteur de la digue, & un pied que le pieu est hors de l'eau) coupant en I une crenne, & mettant quelque marque visible là dessus comme un mouchoir entortillé, attaché en forme d'anneau qu'on peut hauffer & baisser: Apres quelqu'un met ce baston FG au bord du fossé aussi avant en terre, que la marque H touche l'eau: Puis apres il y a une autre personne sur la digue avec le triquetre K, dont la verge dextre est fichée à angle droit sur la base contre le demicercle, & par l'aide d'un perpendiculaire il le met à angle droit sur l'horizon, puis apres il voit au long des visieres de la base, s'il voit convenir avec cela la marque I,

que I, la digue a en iceluy endroit sa deuë hauteur: Mais si elle y estoit plus basse, & qu'on voulut sçavoir de combien, alors l'autre personne remuë la marque I

plus bas & plus haut jusques à ce qu'elle accorde avec le rayon, & d'autant qu'on voit alors la marque I baissée, il faut que la digue en cest endroit soit haussée d'autant.



Or doncques veu que l'eau d'iceluy fossé est également haute par tout, (si ce n'est lors qu'il fait fort grand vent, ce qu'il faut bien considerer en tel affaire) on trouve par ce moyen en tous lieux avec peu de peine grande certitude, & bien commodement la deuë hauteur de la digue pour l'entretenir.

Notez encores qu'au lieu du triquetre que nous avons mis par exemple, on se sert ordinairement d'un esquierre à plomb, ou autrement d'un cercle pendant avec la regle fiduciale mise parallele de l'horizon, par lequel la maniere de l'operation est tout de mesme: mais il faut icy encor noter, que la hauteur de l'œil jusques à la digue doit estre soustraite de la mesure trouvée.

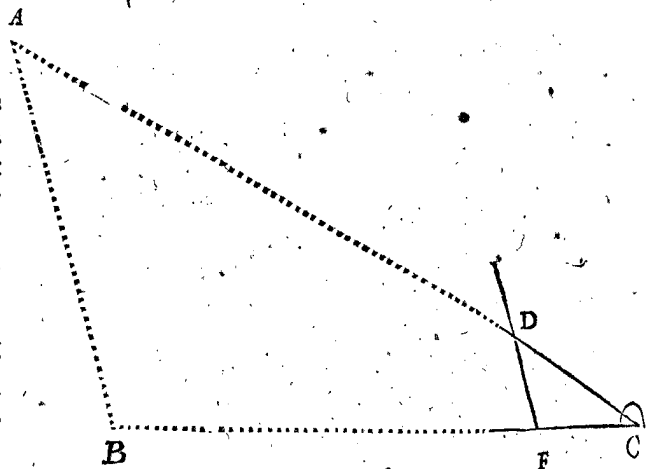
Il est aussi en usage de prendre la hauteur I sans aucun instrument, à sçavoir qu'au long du sommet de la digue on voit convenir ceste marque I avecques l'apparente conjunction du ciel & de la terre, ce qu'on appelle en ce pais la marque celeste; il faut sçavoir toutesfois qu'on ne se sert de telle marque celeste, que là où la terre d'alentour, aussi loing que la veuë s'estend, est du tout platte, ou bien de l'eau, sans montagnes, arbres, ou elevation, en quoy pour des raisons cogneuës la regle n'aueroit point lieu.

Mais SON EXCELLENCE voulant voir si en ceste maniere il y a parfaite certitude, pour rechercher telle chose, il l'esprouva par plusieurs exemples: Mais veu que ces exemples semblent plus proprement membres de la Geographie, ils sont appliquez en la Geographie, là où il appert qu'en des grandes hauteurs, & lieux fort esloignez, il y a grande difference entre la mesure par la susdite marque celeste, & l'autre maniere.

#### 4 Exemple de la mesure des hauteurs à angle oblique sur l'horizon.

Les exemples de la 2 proposition ont esté des longueurs mesurables horizontales, & de ceste 3 proposition jusques icy des hauteurs à angle droit sur l'horizon: Mais pour parler aussi de celles qui sont à angle oblique sur l'horizon, il faut sçavoir que la maniere de les mesurer est semblable à celle des longueurs horizontales du 1 exemple; car le plan tendant par les trois points (à sçavoir des deux stations & le mesurable) s'il est parallele de l'horizon ou non, cela ne cause

point de changement en la mesure: Toutesfois afin d'en dire quelque chose par exemple, soit AB une longueur à angle oblique sur l'horizon ainsi qu'il advient.



Pour la cognoistre, soit C la premiere station, & par quelque autre deuxiesme station CB se trouve long, par exemple, de 180 pieds, CA de 240 pieds. Je prens puis apres l'angle ACB entre la verge dextre CD & la base CF, apres je prens l'extremite de la verge dextre, sur quoy la verge fenestre peut commodement faire un triangle, ce qui vient, par exemple, sur D de la verge dextre, tellement que CD fait 120°. Puis apres je dis, CA 240 pieds, donnent CB 180 pieds, combien CD 120° vient 90°: Parquoy prenant sur la base 90°, comme de C jusques à F; & sur le mesme point F appliqué l'axe fenestre, & la verge fenestre apportée de F jusques à D, alors FD se trouve long, je prens, de 60°. Maintenant je dis CF 90°, donnent FD 60°, combien CB 180 pieds? vient pour la requise AB 120 pieds: Ou autrement on pourroit dire CD 120°, donnent DF 60°, combien CA 240 pieds? vient pour AB, comme dessus, 120 pieds: Dont la demonstration est manifeste, car veu qu'il faut que FD soit parallele avec BA, le triangle DFC est semblable avec ABC, & leurs costez homologues sont proportionaux.

*Conclusion.* Nous avons doncques mesuré par rayons visuels des hauteurs & profondeurs inaccessibles, selon le requis.



SENSUIT LA MESURE DES  
LIGNES PAR D'AUTRES  
LIGNES COGNUES.

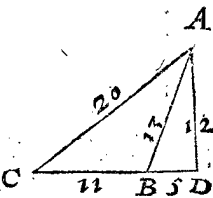
DEMONSTRATION.

Les deux quarez AB, BC sont ensemble autant plus grands que le quarré de AC, comme deux fois le rectangle compris sous CB & BD, par la 13 proposition du deuxiesme livre d'Euclide. Mais iceux deux quarez sont ensemble 210 plus grands que le quarré de AC, comme il appert au cinquieme en l'ordre; pourtant deux rectangles compris sous CB & BD sont ensemble 210, & consequemment un angle droit compris sous CB & BD fait la moitié de 210, qui est 105: Mais l'un costé d'iceluy angle droit, comme BC, est cognu, faisant 21; parquoy divisé, 105 par 21, le quotient 5 est pour l'autre costé BD. Le reste de l'operation est manifeste.

Veü qu'au livre des triangles plats est declarée la regle generale de l'invention de trois termes incognus d'un plan rectiligne par les autres cognus, nous ne descrivons point icy d'exemples de lignes, qui selon ceste maniere se trouvent, par d'autres lignes & angles donnez. Mais veü qu'en la mesure par deux stations, nous rencontrons six certaines lignes, dont par cinq cognües on trouve la sixiesme incognüe, nous en parlerons en la 5 proposition, descriptant premierement la 4 proposition traitant de l'invention de la perpendiculaire, & de leurs deux bases de perpendiculaire, car combien que cela mesme soit compris en partie en la 8 proposition des triangles plats; toutesfois puis que la perpendiculaire se tire là par regle generale tousiours sur le plus long costé, & qu'icy elle se peut rencontrer tombant sur les autres costez, nous en descrivons la 4 proposition suivante.

2 Exemple où la perpendiculaire tombe hors du triangle.

Le donné: Soit ABC un triangle dont le costé AB fait 13, BC 11, AC 20, là où est tirée la perpendiculaire AD tombant hors le triangle sur la produite CB, faisant deux bases de perpendiculaire DC, DB.



Le requis. Il faut trouver combien font les deux bases de perpendiculaire DC, DB, ensemble la perpendiculaire AD.

Notez encor que les operations suivantes la 5 proposition different des operations par triangles plats en cela, qu'elles peuvent en leurs solutions estre entierement accomplies par nombres radicaux, ce qui aux autres n'advient pas ordinairement ainsi.

PROPOSITION IV.

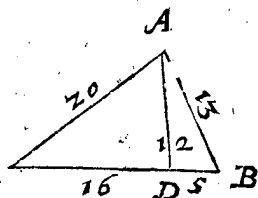
CONSTRUCTION.

Par les trois costez cognus d'un triangle, trouver les deux bases de perpendiculaire, & la perpendiculaire.

1 Exemple où la perpendiculaire tombe dedans le triangle.

|   |      |
|---|------|
| Le quarré de la base CB 11 est  | 121. |
| Adjouste le quarré du plus petit costé des autres deux, comme AB 13, faisant  | 169. |
| Font ensemble   | 290. |
| Iceux soustraits du quarré du plus grand costé AC 20 faisant  | 400. |
| Reste   | 110. |
| La moitié   | 55.  |
| Iceux divisez par la base CB 11, vient pour la plus petite base de la perpendiculaire requise BD  | 5.   |
| Iceux adjoustez à CB 11, vient pour la plus grande base de la perpendiculaire requise DC  | 16.  |
| Mais puis que ADC est un triangle rectangle, dont les deux costez AC, CD sont cognus le troisieme costé AD, qui est la perpendiculaire requise, se cognoist par la 47 proposition du premier livre d'Euclide, laquelle fera | 12.  |

Le donné. Soit ABC un triangle dont le costé AB fait 13, BC 21, AC 20, auquel est tirée la perpendiculaire AD, tombant dedans le triangle sur la base BC, la divisant aux bases de perpendiculaire DC, DB, lesquelles nous appellons bases de perpendiculaire, d'autant que ce sont deux bases sur lesquelles repose la perpendiculaire: Euclide en la 12 & 13 proposition de son deuxiesme livre, ne leur donne pas de propre nom defini, mais quelques autres les ont appellé en Latin casus.



Le requis. Il faut trouver combien font les bases de perpendiculaire DB, DC, ensemble la perpendiculaire AD.

CONSTRUCTION.

DEMONSTRATION.

|  |      |
|--|------|
| Le quarré de la base CB 21 est   | 441. |
| Adjouste le quarré du costé dextre AB 13 faisant   | 169. |
| Font ensemble  | 610. |
| D'iceux soustrait le quarré du costé senestre AC 20 faisant  | 400. |
| Reste  | 210. |
| La moitié  | 105. |
| Iceux divisez par CB 21, vient pour la base de perpendiculaire dextre requise DB   | 5.   |
| Iceux soustraits de CB 21, reste pour la base de perpendiculaire senestre requise DC   | 16.  |
| Mais puis que ADC est un triangle rectangle, dont les deux costez AC, CD sont cognus, le troisieme costé AD, qui est la perpendiculaire requise, se cognoist par la 47 proposition du premier livre d'Euclide, laquelle fera | 12.  |

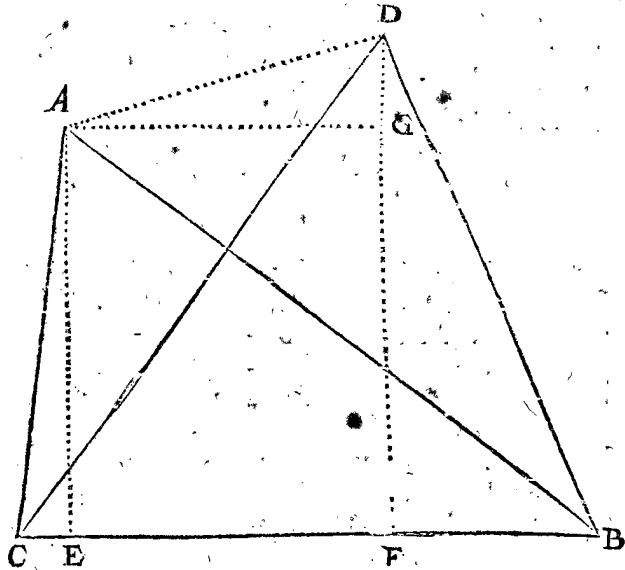
Le quarré de AB avec le quarré de BC est autant plus petit que le quarré de AC, comme deux fois le rectangle compris sous CB & BD par la 12 proposition du deuxiesme livre d'Euclide. Mais iceux deux quarez sont ensemble 110 plus petits que le quarré de AC, comme il appert au cinquieme en l'ordre; parquoy deux rectangles, chacun compris sous CB & BD font 110, & consequemment un rectangle compris sous CB & BD fait la moitié de 110, qui est 55: Mais l'un costé d'iceluy rectangle, comme BC, est cognu, faisant 11; parquoy divisé 55 par 11, le quotient 5 est pour l'autre costé BD. Le reste de l'operation est manifeste.

Conclusion. Nous avons doncques par les trois costez cognus d'un triangle, trouvé les deux bases de perpendiculaire, & la perpendiculaire, selon le requis.

PROPOSITION V.

Estant cognees les cinq lignes tombantes en la mesure des distances de deux poincts par deux stations : Trouver par nombres la longueur entre les deux poincts mesurables.

Le donne. Soit A l'un poinct mesurable, B & C deux stations, D l'autre poinct mesurable, & leurs cinq lignes, comme des deux triangles ABC, DBC, sur une mesme base commune BC sont cognees, à sçavoir BC



mesurée actuellement avec mesure y appliquée, & trouvée de 1400 ; les autres quatre ont esté cognees par l'operation du triquetre, ou autre instrument mechnique, à sçavoir AB, 1615, AC 975, DC 1500, DB 1300.

Le requis. Il faut trouver par nombres la longueur entre les deux poincts mesurables A, D.

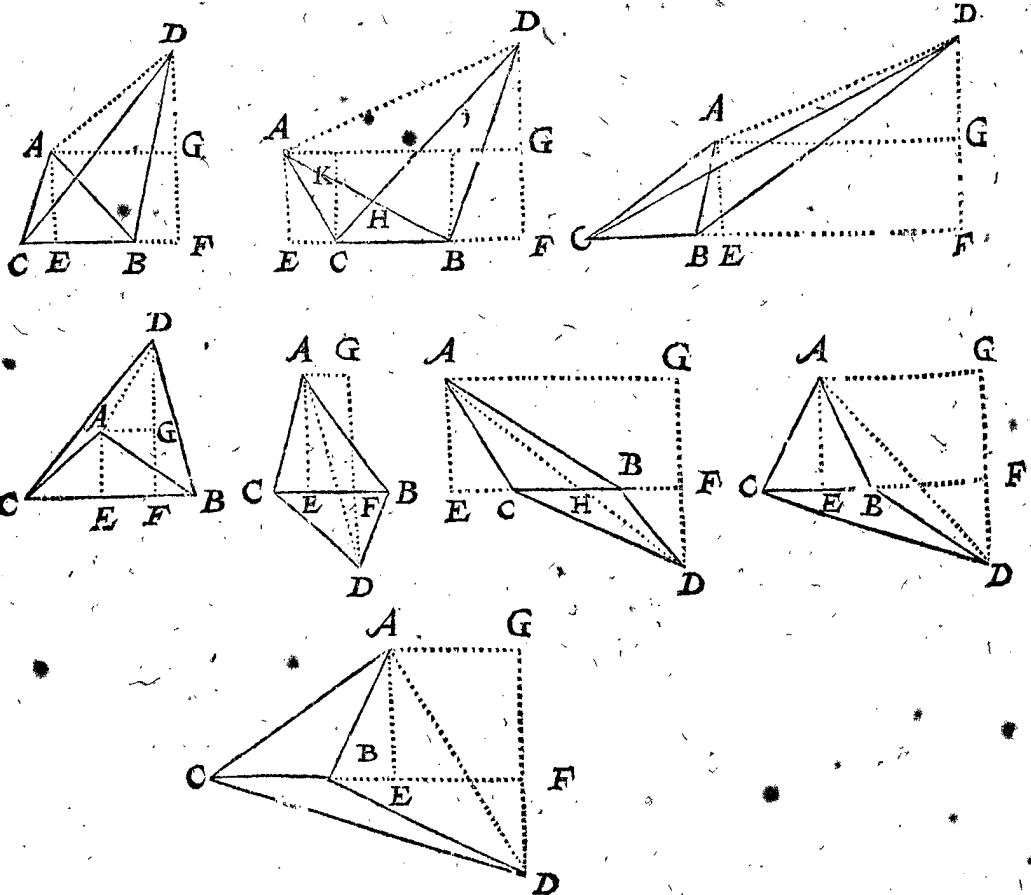
Preparation. Soit tiré AB à angle droit sur DF.

CONSTRUCTION.

Veux que les trois costez du triangle ABC me sont cognez par le donne, je cherche avec iceux la base de perpendiculaire EB, & la perpendiculaire AE, se trouve par la 4 proposition, à sçavoir la base de perpendiculaire EB de 1292. Et la perpendiculaire AE, ce qui est aussi pour EF de 969. Derechef veux que les trois costez du triangle DBC me sont cognez par le donne, je cherche avec iceux la base de perpendiculaire FB, & la perpendiculaire DF, que je trouve par la 4 proposition, à sçavoir la base de perpendiculaire FB, de 500. Et la perpendiculaire DF de 1200. FB 500 troisieme en l'ordre, soustrait de EB 1292 premier en l'ordre, reste pour EF, ce qui est aussi pour AG 792. FG 969 deuxiesme en l'ordre, soustrait de DF 1200 quatriesme en l'ordre, reste pour DG 231. AGC est un triangle droit en G, avec deux costez cognez, à sçavoir AG 792 cinquieme en l'ordre, & DG 231 sixiesme en l'ordre, avec iceux je cherche l'hypothense AD, adjoustant les deux quarrés de AG, DG, & tirant hors de la somme la racinè quarrée, vient pour la longueur requise AD 825.

CONSEQUENCE I.

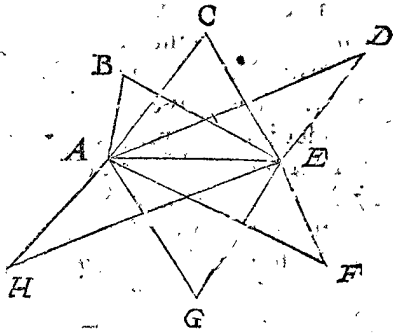
Par ce que nous avons dit icy, est aussi manifeste, que si les deux perpendiculaires AE, DF tomboient selon



quelqu'une des manieres marquées cy-dessus, que la ligne AD devient cogne par tout, & cela selon la precedente maniere d'operation, moyennant qu'on adjouste & soustraye par tout comme il appartient.

CONSEQUENCE II.

Par le précédent est manifeste que si toutes les lignes de ceste figure ABCDEFGH estoient cognuës, que par là se cognoistroyent les lignes qui ne sont pas marquées; comme BC, CD, DF, FG, GH, HB: car prenant AE comme base, sur laquelle viennent les deux triangles ABE, ACE, on trouve BC, & aussi les lignes de chacun des points B, C, D, F, G, H, à tous les autres. Semblablement prenant AE pour base, sur laquelle viennent les deux triangles ABE, ADE, on trouve BD, & ainsi avec les autres. Par cecy est notoire que si les points B, C, D, F, G, H, signifioient des villes, villages, ou tours, qui par les deux stations A, E auroient esté transportés de la campagne & décrits en façon de carte sur du papier, comment on trouveroit par nombres la longueur de l'un à l'autre.



CONSEQUENCE III.

Il appert aussi, comment en tout quadrangle avec quatre costez cognus, & avec deux lignes entre les angles opposites, dont l'une est cognuë, on trouvera où icelles deux lignes s'entrecourent. Soit par exemple ABCD la cinquième ou sixième figure de la première conséquence, je prens la sixième figure, un quadrangle avec des costez cognus, dont les deux lignes entre les angles opposites sont AD, CB s'entrecourent en H, desquelles lignes CB est cognuë: On demande où tombe le point H, à sçavoir de quelle longueur est HD, HA, HB, HC? Pour y parvenir on peut proceder ainsi: AD se trouve comme dessus, apres veu que le triangle DGA est semblable au triangle DFH, je dis, le nombre de DG, donne le nombre de DA, que donne le nombre de DF? vient le nombre de la requise HD: Iceluy soustrait de la cognuë DA, reste la requise HA: Apres je dis, le nombre de DG, donne le nombre de GA, que donne le nombre de DF? vient le nombre de FH: d'iceluy soustrait le nombre de BF, reste le nombre de la requise HB: Iceluy soustrait du nombre de CB, reste la requise HC.

Pour trouver où s'entrecourent deux lignes, comme AB, CD, de quelqu'une des trois premières figures de la première conséquence, je prens de la deuxième figure au point H, à sçavoir de quelle longueur sont HC, HD, HB, HA: Je tire les deux lignes BI, CK, à angle droit sur EF: disant puis apres, la cognuë CF, donne la cognuë FD, combien CB? & vient BI cognuë. Semblablement la cognuë BE, donne la cognuë EA, combien BC? & vient CK cognuë. Apres veu qu'icelle CK est parallele avec IB, le triangle KHC est semblable au triangle BHI, & leurs costez homologues proportionaux: Parquoy comme KC à IB, ainsi CH à HI, & KH à HB. Cecy estant ainsi, je divise le nombre de CI en deux parties en telle raison l'un à l'autre, comme le moindre nombre de KC, au plus grand IB, & la moindre partie de CI est pour la partie HC requise vers le plus petit costé KC.

Iceluy nombre de HC soustrait de la cognuë CD, reste le nombre de la requise HD.

Semblablement je divise le nombre de BK en deux parties, en telle raison l'un à l'autre comme le plus

grand nombre de IB, au plus petit KC, & la plus grande partie de BK, est pour la partie HB requise vers le plus grand costé IB.

NOTEZ.

Veü que la cognoissance de quelques qualitez de la hache, nous conduisent aussi à quelques regles générales, par lesquelles se cognoissent quelques autres lignes, nous en parlerons à la proposition suivante; déclarant premièrement qu'on nomme icy hache ce que les Latins appellent mensa; pource que le quadrangle avec deux costez paralleles & deux costez non paralleles (considerant les haches & tables comme elles se font à présent) ressemble mieux une hache qu'une table.

PROPOSITION VI.

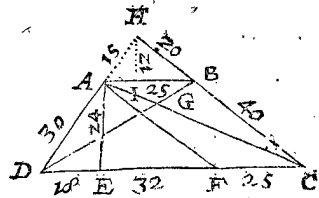
Estant donnée une hache avec quatre costez cognus: Trouver sa perpendiculaire de l'un des paralleles sur l'autre.

Le donné. Soit ABCD une hache, dont AB 25, BC 40, CD 75, DA 30, & la perpendiculaire de AB sur sa parallele DC soit AE.

Le requis. Il faut trouver la longueur de AE.

CONSTRUCTION.

Je tire AF parallele avec BC, tellement que FC estant egale avec AB fait 25, iceux soustraits de DC 75, reste pour DF 50: Apres, AF estant egale avec BC 40, il faut qu'elle face aussi 40: Le triangle donc ADF a trois costez cognus, dont la requise perpendiculaire AE se trouve par la 4 proposition de 24: Dont la demonstration est assez manifeste par l'operation.



Conclusion. Estant doncques donnée une hache avec quatre costez cognus, nous avons trouvé la perpendiculaire de l'un des paralleles sur l'autre, selon le requis.

CONSEQUENCE I.

Il est notoire comment on trouvera les lignes entre les angles opposites comme AC, BD, carestans cognus les deux costez AD 30, & AE 24 du triangle rectangle AED, s'enfuit que DE fait 18, iceux soustraits de DC 75, reste pour EC 57: Or donc estant cognu AE 24, & EC 57 du triangle rectangle AEC, la requise AC devient cognuë, & se trouve longue de  $\sqrt{3825}$ , ou 61.85. Et se trouve par mesme raison la ligne BD de l'autre costé.

CONSEQUENCE II.

On peut sçavoir aisement où tombe la commune section G des deux lignes AC, BD, parce que comme la cognuë AB, à la cognuë DC, ainsi AG, à GC, & BG, à GD; d'autant que ce sont costez homologues de deux triangles semblables AGB, CGD.

CONSEQUENCE III.

Si on produit DA, CB, jusques à ce qu'elles s'assemblent en H, elles font sur la base AB un triangle HAB, lequel avec le trapeze ABCD faisant un triangle HDC, auquel nous donnons un nom propre, pour ce qui en fera dit cy-apres, l'appellant triangle de complement de la hache, ce qui vaut autant qu'accomplissement de ce qui manque pour reduire la hache à un triangle. Les costez HA, HB, & perpendiculaire HI d'iceluy triangle de complement se trouvent ainsi: Veü que ADF, HAB sont deux triangles semblables, & que pourtant

ils ont leurs costez homologues proportionaux : Je dis, D.F 50, donne AD 30, combien AB 25? vient pour HI 15. Derechef D.F 50, donne AF 40, combien AB 25? vient pour HB 20. Finalement D.F 50, donne A.E 24, combien AB 25? vient pour HI 12.

PROPOSITION VII.

**E**stant connu le costé d'un plan regulier : Trouver la ligne du centre à un angle.

NOTEZ.

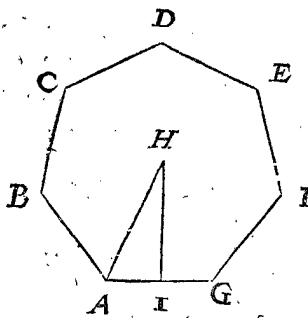
Il y a bien des solutions parfaites sans avoir recours à la construction des tables des sinus, & cela pour aucunes circonferences regulieres, comme du triangle, quadrangle, & pentagone, avec toutes cordes qui proviennent de leur addition, soustraction, mediation & duplication. Mais puis que nous en avons proprement traité ailleurs, à sçavoir en la fabrique d'icelles tables des sinus, nous ne parlerons pas icy de ceste matiere, ains nous descrirons seulement la regle generale de toutes figures regulieres, par l'aide des tables des sinus, comme s'en suit.

*Le donné.* Soit ABCDEFG un polygone regulier, à sçavoir un heptagone, dont l'un costé, comme A G, fait 6, & la ligne du centre H jusques à un angle soit HA.

*Le requis.* On veut sçavoir combien fait H A.

CONSTRUCTION.

Si on descrivoit un cercle alentour de l'heptagone donné, A.G fera trouvée la corde de l'arc de la septiesme partie de la circonference ; parquoy je divise 360 deg.



par 7, & vient 51 deg.  $25\frac{5}{7}$  ①, la moitié est 25 deg.  $42\frac{6}{7}$  ①, dont le sinus (ayant le semidiametre 10000000) se trouve de 4338838, le double faisant 8677676 est pour A.G; tellement que comme 8677676 au sinus entier 10000000, ainsi A.G à A.H. Parquoy je

dis 8677676 donne 10000000, combien A.H? vient pour la requise A.H  $\frac{67933244}{8677676}$ ; dont la demonstration est manifeste par l'operation.

*Conclusion.* Estant donc connu le costé d'un plan regulier, nous avons trouvé la ligne du centre à un angle, selon le requis.

CONSEQUENCE I.

Par un chemin rebours au precedent il est manifeste comment par A.H connu on trouvera A.G.

CONSEQUENCE II.

La perpendiculaire H.I se cognoist aussi, & cela de deux façons : Premierement, d'autant que les deux costez A.H, A.I du triangle rectangle H.I sont connus. Secondement, par les tables des sinus, car estant A.I sinus de 25 degr.  $42\frac{6}{7}$  ①, H.I est sinus de son arc de complement.

Les precedentes propositions ont esté des lignes droites, les suivantes seront de la circonference des cercles.

PROPOSITION VIII.

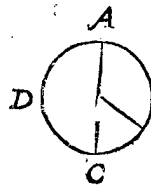
**P**ar le diametre du cercle connu, trouver la circonference.

*Le donné.* Soit ABCD la circonference d'un cercle, dont le diametre A.C fait 12.

*Le requis.* Il faut trouver la circonference ABCD.

Si on vouloit mesurer cest arc avec mesure y appliquée, on la pourroit prendre si petite que sa longueur comparée à l'arc accordant avec iceluy, n'ayt pas de difference visible. Or puis que ce n'est pas icy nostre dessein de mesurer ainsi, mais de trouver la longueur par lignes circonstantes, nous parlerons de ceste dernière maniere. Veux que la raison du diametre à la circonference n'est pas encore parfaitement trouvée, il se faut aider icy en la pratique d'operation fondée sur imperfection. Archimede a prins ceste raison imparfaite de 7 à 22, & a demonstré que lors qu'on met 1 pour le diametre, que la circonference est plus courte que  $3\frac{1}{7}$ , mais plus longue que  $3\frac{1}{7}$ , qui est par rompus avec un mesme nominateur, plus court que  $3\frac{7}{297}$ , plus long que  $3\frac{70}{497}$ , ou plus court que  $\frac{1362}{497}$ , plus long que  $\frac{1361}{497}$ . Joignant cela, il y a pour ceux qui desirent une plus juste computation, un rapprochement infini, de sorte que la difference du vray sera moindre qu'aucun nombre defini, tant petit qu'il soit; Le tres-docte *Adrianus Romanus in Idea Mathematica* a calculé ceste raison ainsi: Faisant le diametre 10000000000000000, la circonference est plus courte que 31415926535897931, plus longue que 31415926535897930. Maistre *Ludolf* de Cologne comptant encores plus avant, a prins le diametre sur 1000000000000000000, & avec cela a trouvé la circonference plus courte que 314159265358979323847, & plus longue que 314159265358979323846, lesquels susdits comptes ils ont fait, sans les avoir pris l'un de l'autre. Mais puis que la raison de 7 à 22 est plus proche que l'autre de 497 à 1561, & assez pres à ce qui est requis en beaucoup d'affaires vulgaires qui se rencontrent en la pratique, nous depescherons par icelle les exemples suivans à cause de briefveté: celui qui demande une computation plus proche, peut suivre la raison plus exacte.

CONSTRUCTION:



7 donnent 22, combien A.C 12? vient pour la circonference requise  $37\frac{2}{7}$ . La demonstration en est faite au livre de la dimension du cercle *B d'Archimede*.

*Conclusion.* Nous avons doncques par le diametre du cercle connu, trouvé la circonference, selon le requis.

CONSEQUENCE I.

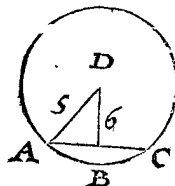
Par ceste 8 proposition il est manifeste que par raison reverse de la susdite, comme de 22 à 7, on peut par la circonference connue, trouver le diametre incognu.

CONSEQUENCE II.

Il est aussi manifeste comment on trouvera une partie exprimée de la circonference. Comme par exemple soit A.B un arc de 120 deg. pour trouver sa longueur je dis, 360 deg. donnent  $37\frac{2}{7}$ , combien 120 deg.? vient pour A.B  $12\frac{4}{7}$ . Ou si on avoit dit que A.B fait les  $\frac{2}{3}$  du cercle, on prendroit alors les  $\frac{2}{3}$  de  $37\frac{2}{7}$ .

PROPOSITION IX.

**E**stant connue la corde d'un arc & le semidiametre de son cercle : Trouver iceluy arc.



*Le donné.* Soit A.B.C un arc dont la corde A.C fait 6, & le semidiametre de son cercle A.D 5.

*Le requis.* Il faut trouver la longueur de l'arc A.B.C.

CONSTRUCTION.

CONSEQUENCE.

Faisant AD 5, l'entiere circonference, qui est 360 deg. fait par la 8 proposition de ce livre

31 $\frac{3}{7}$ .

Par cecy est notoire comment on trouvera Arithmetiquement la longueur du semidiametre, pour en descrire un cercle tendant par trois points donnez n'estans point en ligne droite.

Maintenant il faut trouver quelle partie est l'arc ABC du cercle entier, à sçavoir combien de deg. comprend ABC. Or pour y parvenir je dis, AD 5, donne AC 6, combien le sinus entier 10000000?

12000000.

La moitié est

6000000.

Dont l'arc es tables

36 deg. 52 ①.

Le double pour ABC

73 deg. 44 ①.

Maintenant je dis, 360 deg. donne 31 $\frac{3}{7}$ , premier en l'ordre, combien 73 deg. 44 ①, cinquiesme en l'ordre? vient pour l'arc requis ABC

$\frac{6608}{15120}$ .

Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estant donc cognuë la corde d'un arc, & le semidiametre de son cercle; nous avons trouvé iceluy arc, selon le requis.

CONSEQUENCE.

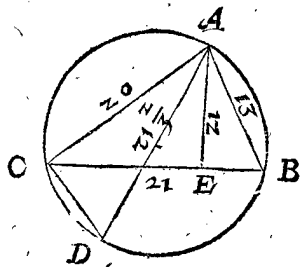
Il est manifeste par raison reverse comment avec l'arc cognu, & sa corde cognuë, on trouvera le semidiametre de leur cercle, comment aussi par l'arc cognu & le semidiametre de son cercle, on trouvera la corde.

PROPOSITION X.

Estans cognus les trois costez d'un triangle: Trouver le diametre de leur cercle circonscriptible.

Le donne. Soit ABC un triangle, dont le costé AB fait 13, AC 20, CB 21, & soit CABD le cercle circonscriptible, dont AD soit le diametre.

Le requis. Il faut trouver quelle longueur a AD.



CONSTRUCTION.

Je cherche par la 4 proposition de ce livre la perpendiculaire d'un angle à son costé opposite, ce qui soit AE sur CB, & la trouve de 12. Puis apres je dis, la perpendiculaire AE 12, donne le costé dextre ou le costé fenestre, soit le costé dextre AB 13, combien l'autre costé AC 20? vient pour le diametre requis

12.

21 $\frac{2}{3}$ .

DEMONSTRATION.

Veü que les deux angles ABC, ADC des deux triangles ABC, ADC, comprennent tous deux un mesme arc de la circonference AC, ils sont egaux. Apres, l'angle AEB est droit par la construction, & ACD aussi droit, comme estant au demicercle, & consequemment leurs troisiemes angles sont aussi egaux; parquoy iceux deux triangles ABE, ADC sont semblables, & pource aussi leurs costez homologues proportionaux, à sçavoir comme AE à AB, ainsi AC à AD, sur quoy la susdite operation est clairement fondée.

Conclusion. Estans donc cognus les trois costez d'un triangle, nous avons trouvé le diametre de son cercle circonscriptible, selon le requis.

SECONDE PARTIE

DV SECOND LIVRE,

De la mesure des superficies.

Nostre mesurement propose des superficies sera des plans qui sont rectilignes & curvilignes, comme cercles & ellipses, & puis apres des superficies spheriques.

PROPOSITION XI.

Mesurer un plan rectiligne donne.

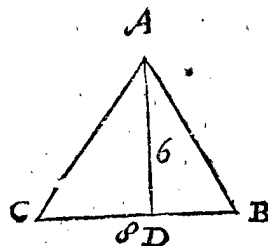
1 Exemple de la maniere de mesurer un triangle.

Le donne. Soit ABC un triangle.

Le requis. Il faut trouver son contenu.

CONSTRUCTION.

Je mesure quelque costé comme BC, qui se trouve, je prens de 8, & tire AD perpendiculaire sur iceluy BC, que je trouve de 6, lesquels multipliez par 4, moitié de CB, vient pour le plan requis 24; dont la demonstration est manifeste par la 41 proposition du premier livre d'Euclide.

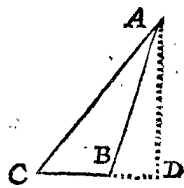


Mais qui voudroit avoir quelque certaine preuve de cecy, il pourroit tirer de l'angle B une perpendiculaire sur AC, la multipliant par la moitié de la base AC; car ainsi on voit comment s'accordent les diverses operations.

NOTEZ.

Que nous avons cy-dessus multiplié la perpendiculaire AD avec la moitié de la base CB: Mais on peut aussi multiplier autrement la moitié de la perpendiculaire qui est 3, par l'entiere base 8, & vient aussi 24. Ou autrement dire 6 fois 8 sont 48, dont la moitié est comme devant 24. Et telle moitié se peut prendre plus commodement de deux lignes dont l'une a un nombre pair, pour eviter l'operation en rompus.

En cas que la perpendiculaire de l'angle vers la base tombast hors le triangle, alors on peut prendre la perpendiculaire de l'angle sur la base produite, la multipliant par la moitié de la base. Comme par exemple, ayant à mesurer le triangle ABC, dont la perpendiculaire de l'angle A sur la produite CB soit AD, la longueur d'icelle multipliée par la moitié de CB, donne le contenu du triangle ABC.



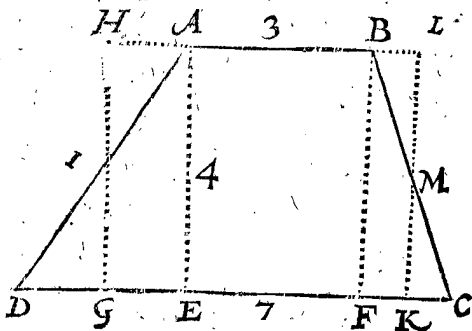
2 Exemple de la maniere de mesurer une hache.

Le donne. Soit ABCD une hache dont les deux costez paralleles sont AB, CD.

Le requis. Il faut trouver le contenu d'icelle.

CONSTRUCTION.

On pourroit partir la hache en deux triangles avec une ligne de A jusqu'à C, ou de B jusques à D, mesurant chacun d'iceux selon la maniere du premier exemple, & la somme de ces deux triangles seroit le requis : Mais veu qu'elle se peut mesurer par une voye plus courre, nous la declarerons comme s'ensuit : Je mesure les deux costez paralleles, & trouve AB, je prens, de 3, & CD de 7, lesquels font ensemble 10, dont la moitié 5, multipliée par la perpendiculaire AE faisant je prens 4, vient pour le plan requis de la hache ABCD 20.



Préparation. Soit tiré BF à angle droit sur DC, puis apres soit mis le point G au milieu de DE, & soit tirée GH egale & parallele avec EA, coupant AD en I, puis apres HA : Semblablement soit mis au milieu de FC le point K, & tirée KL egale & parallele avec FB, coupant BC en M, puis apres LB.

DEMONSTRATION.

Veue que le triangle IAH est egal au triangle IDG, & le triangle MBL egal au triangle MKC, le rectangle HLKG est egal à la hache ABCD, & HL est egale à la moitié des deux lignes DC, AB : Parquoy le rectangle compris sous AE, ou sous HG, & la moitié des deux costez paralleles de la hache, est toujours egal à la hache : Et pource le plan est ainsi trouvé en l'operation pour la grandeur requise de la hache ABCD.

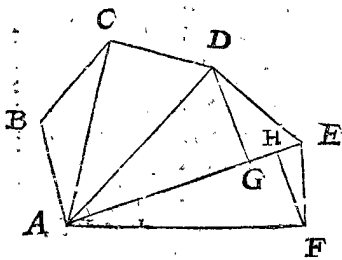
3 Exemple de la maniere de mesurer un plan rectiligne comme il advient, par division en triangles.

Le donné. Soit ABCDE un plan rectiligne, comme un hexagone, de telle forme qu'il advient.

Le requis. Il faut trouver son contenu.

CONSTRUCTION.

Je tire les trois lignes AC, AD, AE, partissantes l'hexagone en quatre triangles : Je mesure puis apres chaque triangle selon la doctrine du premier exemple, & la somme des quatre triangles est le requis. Notez



encore que pour briefveté on peut assembler deux perpendiculaires qui tombent sur une mesme base, & en multiplier la moitié de la base. Comme par exemple, pour trouver par une multiplication les deux triangles ensemble AED, AEF, je mesure la perpendiculaire DG, laquelle se trouve de 4, & FH de trois, lesquelles puis qu'elles tombent toutes deux sur une mesme base AE, je les assemble, & elles font 7, avec cela multipliée la moitié

de la base AE, faisant je prens 5, vient pour le contenu des deux susdits triangles 35. Le mesme se peut faire avec les autres deux triangles, assemblant puis apres les deux quadrangles trouvez ADEF, ADCB ; dont la demonstration est manifeste.

4 Exemple de la maniere de mesurer un plan rectiligne par computation de triangles plats.

Il advient en mesurant actuellement la terre, qu'on ne peut mesurer la longueur d'aucunes lignes necessaires à la computation, selon la maniere du 3 exemple, à cause d'empeschemens d'eau, maisons, ou choses semblables. Il arrive aussi que quelques autres lignes se peuvent bien mesurer, mais il faut que la construction soit despéchée par computation de triangles plats, dont nous parlerons maintenant, mettant un exemple, que SON EXCELLENCE a marqué, fort justement mesuré & compté, comme s'ensuit.

Le donné. Soit ABCDE un plan rectiligne, à sçavoir un pentagone de telle forme qu'il advient.

Le requis. Il faut trouver le contenu d'iceluy.

CONSTRUCTION.

Posé le cas qu'à cause de quelque empeschement sur terre on ne puisse mesurer les lignes interieures, comme AC, AD, avec les perpendiculaires y tombant dessus, mais bien les costez extérieurs, qui sont trouvez comme les nombres y appliquez le montrent. Apres, supposant que de la marque A je puisse voir jusques aux autres quatre marques B, C, D, E, pour trouver là dessus les trois angles BAC, CAD, DAE, chacun de telle grandeur comme elle y est marquée : Cecy estant ainsi, l'Arpenteur peut compter le contenu de ce plan, sans en avoir autre cognoissance, de ceste façon ; Premierement, pour mesurer le plan du triangle ABC, je tire BF à angle droit sur AC, & j'ay au triangle ABF trois termes connus ; à sçavoir l'angle FAB 47 deg. l'angle BFA droit, & le costé AB de 954 ②.

Avec cecy cherché le costé BF, il se trouve par la 4 proposition des triangles plats de 698 ②. Et FA de 650 ②.

Cecy estant ainsi, le triangle BFC a trois termes connus, à sçavoir BC 97 ①, BF 698 ②, & l'angle BFC droit : avec iceux cherché le costé FC, se trouve par la 5 proposition des triangles plats de 674 ③.

A iceux adjousté 650 ② deuxiesme en l'ordre, vient pour AC 1324 ②.

La moitié d'iceux multipliée par la perpendiculaire BF 698 ② premier en l'ordre, vient pour le plan du triangle ABC 4621 ②.

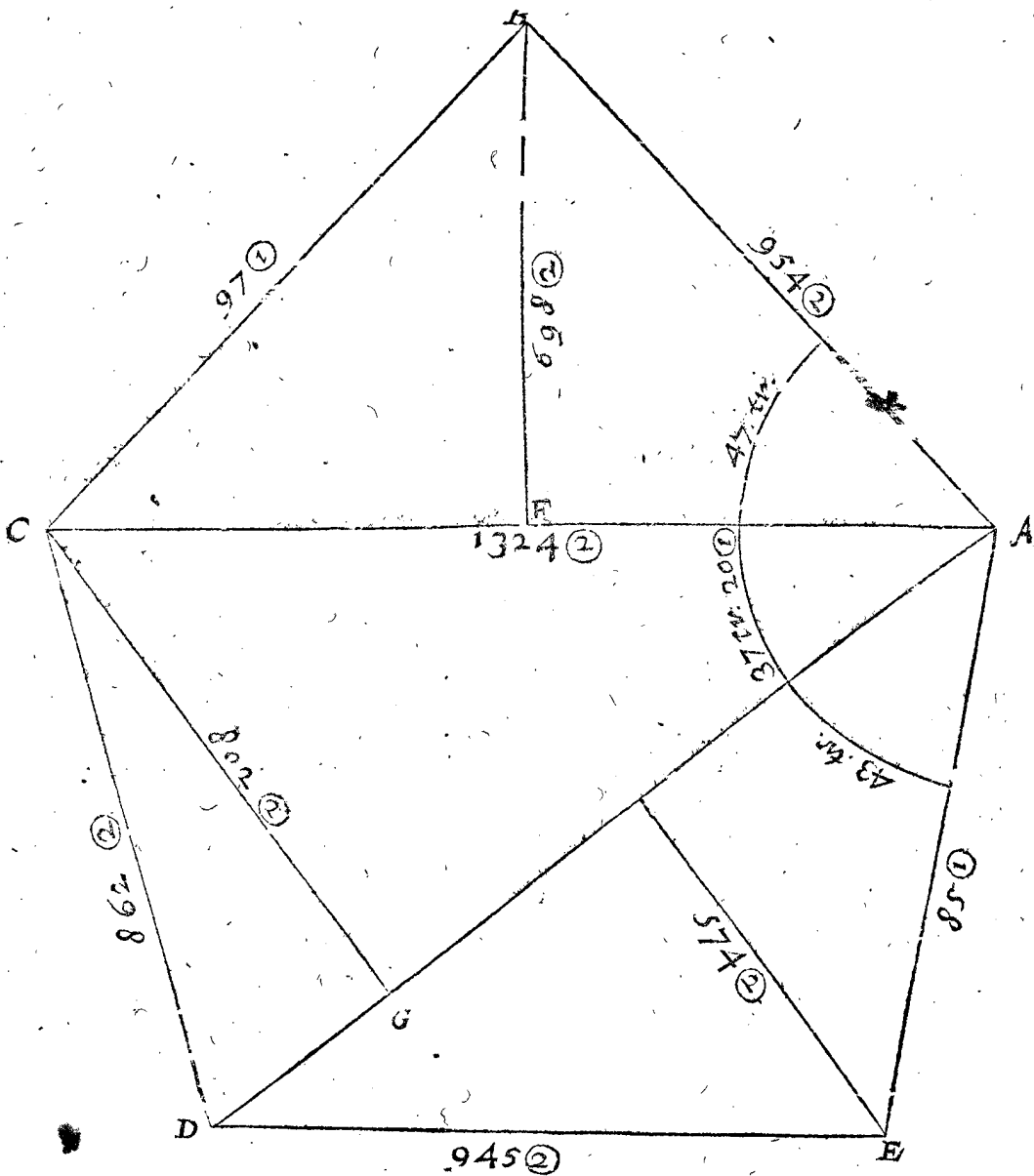
Pour mesurer maintenant le plan du triangle ACD, je tire CG à angle droit sur DA, & j'ay au triangle ACG trois termes connus, à sçavoir l'angle GAC de 37 deg. 20 ①, CG A droit, & le costé AC 1324 ② quatriesme en l'ordre, continuant avec cecy & avec le reste, comme on a fait dessus avec le triangle ABC, on trouvera le plan du triangle ACD de 5518 ②.

Et faisant le semblable avec le triangle ADE, il sera trouvé de 333 ①.

Et adjoustez ces trois triangles, cinquieme, sixiesme, & septiesme en l'ordre, à sçavoir 4621 ②, 5518 ②, 333 ①, font pour le plan requis du pentagone ABCDE 13469 ③.

Dont la demonstration est notoire par l'operation.

NOTE I.



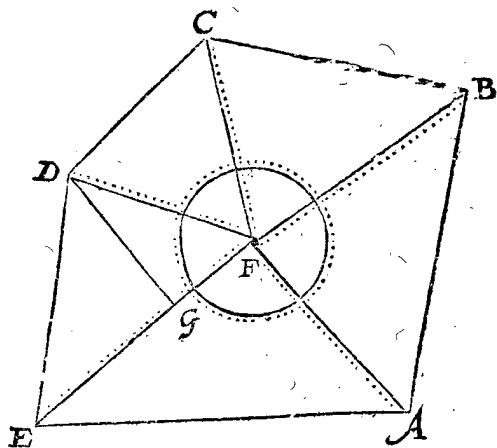
NOTEZ I.

S'il eut arrivé que de la marque A, on n'eut peu voir jusques aux autres quatre marques B, C, D, E, pour trouver les trois angles BAC, CAD, DAE; mais qu'on eut bien peu prendre la grandeur des cinq angles extérieurs A, B, C, D, E, il est notoire qu'avec cela par computation des triangles plats, on eut aussi trouvé le requis; car iceluy triangle ABC auroit trois termes connus, à sçavoir les deux costez AB, BC, avec le costé AC, & la perpendiculaire BF, par lequel se trouve le plan du triangle ABC. Pour trouver puis apres le plan du triangle ACD, on soustrairait le susdit angle requis BCA, de l'angle mesuré BCD, le reste est pour l'angle ACD du triangle ACD, qui a aussi alors trois termes connus, à sçavoir au mesme angle ACD encores les deux costez CA, CD; avec lequel procedant comme on a fait avec le triangle ABC, & faisant aussi le semblable avec le triangle ADE, tout le plan se cognoit comme devant.

NOTEZ II.

Il pourroit advenir qu'on ne pourroit pas voir d'une de ces cinq marques A, B, C, D, E, jusques à toutes les autres, mais bien de quelque sixiesme mise environ au milieu de la campagne. Comme, je prens en ce pentagone ABCDE soit mise une sixiesme marque F, d'où on peut voir les autres cinq, & mesurer les cinq lignes

FA, FB, FC, FD, FE, avecles cinq angles AFB, BFC, CFD, DFE, EFA: Ce qui estant ainsi, chaque triangle a trois termes connus, avec lesquels se trouve la perpen-

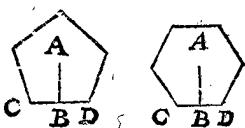
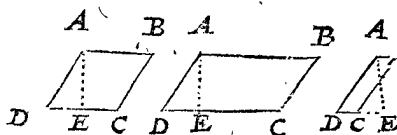
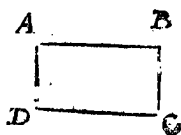


diculaire de chacun en chaque triangle, comme DG au triangle DFE, seulement par une multiplication sans division; d'autant qu'en la regle de proportion le premier des trois termes fait toujours 100000, laquelle perpendiculaire estant trouvée, & multipliée par la moitié de la base, on a le plan d'iceluy triangle, & tels cinq triangles ensemble font l'entier plan requis.

NOTEZ III.

En ce 3 & 4 exemple sont descrites comme des regles

generales pour mesurer tous plans rectilignes par division en triangles, mais en des certaines especes il ya des chemins plus courts, desquels quand il vient à propos on se peut servir comme s'ensuit :



de la figure A, jusques au milieu d'un des costez comme CD, par la moitié de la circonference, ou l'entiere circonference par la moitié de AB. Mais l'invention de la ligne AB en chaque figure reguliere par la cognuë CD, est declarée en la 7 proposition de ce livre.

5 Exemple de la maniere de mesurer un plan rectiligne comme il advient par division en haches.

Le donné. Soit ABCDEFG un plan rectiligne, lequel on veut mesurer par division en haches avec lignes paralleles de la ligne HI.

Le requis. Il faut trouver par telle maniere de mesurer le contenu du plan donné.

CONSTRUCTION.

Je tire des lignes paralleles avec HI hors de tous les angles d'où elles peuvent venir, lesquelles coupent le plan, comme GK, BL, FM, CN, EO, qui divisent la

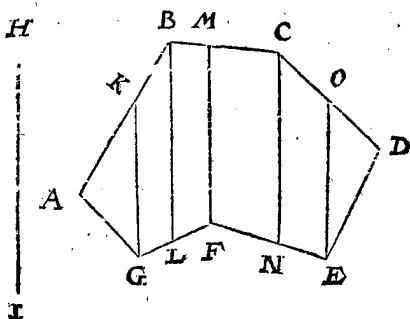


figure donnée en quatre haches & deux triangles, parquoy les deux triangles mesurés selon la maniere du premier exemple, & les haches selon la maniere du deuxiesme exemple, la somme de tous est manifestement le plan requis, tellement qu'il n'en faut pas faire de demonstration.

Premierement, le quarré, comme A, se trouve multipliant un costé en soy.

Au second, le rectángle, comme ABCD, se trouve multipliant la largeur par la longueur, qui est AB par AD.

Au troisieme, le rhób & rhomboide, comme ABCD, se trouvent multipliant la base DC par une perpendiculaire là dessus, comme AE.

Au quatriesme, les polygones reguliers, comme A, se trouvent multipliant la ligne AB du centre

Ceste division en haches vient souvent à propos pour partir des terres en certaines portions, lesquelles on veut separer avec lignes paralleles: Mais la maniere de trouver telles portions, chacune de grandeur requise, sera declarée en son lieu en la 13 proposition du cinquieme livre de la section proportionelle des grandeurs.

Quelqu'un pourroit dire maintenant qu'entre les haches, lesquelles se divisent par lignes droites, se pourroient trouver des figures, lesquelles ne seroient point haches, mais par accident quarrés, rhombs ou rhomboides: Ce qui advenant, on se pourra servir toutesfois de la precedente regle des haches, car la moitié de deux costez paralleles qui sont egaux, est un d'iceux paralleles, lequel multiplié par la perpendiculaire donne comme en la hache le contenu du plan.

Conclusion. Nous avons donc mesuré un plan rectiligne, selon le requis.

PROPOSITION XII.

Estant donné le diametre d'un cercle; Trouver la superficie.

Le donné. Soit ABCD un cercle dont le centre est E, & le diametre BD fait 12.

Le requis. Il faut trouver la grandeur du plan.

CONSTRUCTION.

Je trouve la circonference par la 8 proposition de ce deuxiesme livre de  $37\frac{5}{7}$  (car disant 7 donne 22, combien 12? vient comme dessus  $37\frac{5}{7}$ )

la moitié d'iceux, comme  $18\frac{6}{7}$ , multipliée par le semidiametre 6, vient pour le plan requis du cercle  $113\frac{1}{7}$ . La demonstration en est manifeste par la 1 proposition de la dimension du cercle d'Archimede.

Conclusion. Nous avons donc mesuré un cercle donné, selon le requis.

PROPOSITION XIII.

Mesurer un secteur de cercle.

Au cercle se font deux sections diverses & renommées, l'une avec deux semidiametres, dont une partie s'appelle partie semidiametrale, l'autre avec une corde, qui s'appelle partie cordale. Il est vray que pour cela on dit en Latin *sector* & *sectio*, qui signifie coupeur & coupure, mais la distinction ne me semble assez propre, c'est assavoir pour celuy qui en meilleur langage a donné premierement les noms aux choses; car autrement il faut ceder beaucoup à la coustume. Quant à la mesure de la partie semidiametrale, nous la declarerons en ceste proposition, & de la partie cordale nous la descriurons en la suivante.

Le donné. Soit ABC la partie semidiametrale, dont le semidiametre AB fait 6, & l'arc BC 8.

Le requis. Il faut trouver le plan.

CONSTRUCTION.

Je multiplie la moitié de l'arc CB comme 4, par AB 6, vient pour le plan requis 24;

dont la demonstration est manifeste; parce que le cercle entier est egal au produit du semidiametre, & de la moitié de la circonference, par la susdite demonstration d'Archimede; & qu'outre cela, comme l'arc du cercle à l'entiere circonference, ainsi la partie diametrale au cercle entier.





*Conclusion.* Nous avons donc mesuré une partie semidiametrale donnée du cercle, selon le requis.

**NOTEZ.**

Comme se mesure ceste partie semidiametrale A C B plus petite que le demicercle, ainsi se mesure aussi la plus grande partie A C D B, car la moitié de l'arc C D B multiplié par le semidiametre, donne la partie semidiametrale requise.

**PROPOSITION XIV.**

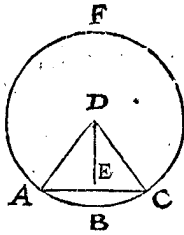
**M**esurer une partie cordale donnée du cercle.

*Le donné.* Soit A B C la partie cordale, dont l'arc A B C est long  $6\frac{6608}{1120}$ , & la corde A C 6.

*Le requis.* Il faut trouver le plan de la partie cordale A B C.

**CONSTRUCTION.**

Je trouve le centre D du cercle entier, puis apres la longueur du semidiametre A D, qui sera par la 8 proposition de 5, & la perpendiculaire D E (pource que les deux costez A D 5, A E 3 du triangle rectangle D E A sont connus) de 4. Cецy étant ainsi, la partie semidiametrale D A B C fait par la 13 proposition  $16\frac{3}{4}$ , d'iceux soustrait le triangle D A C, faisant par la 11 proposition de ce livre 12, reste pour la partie cordale requise  $4\frac{3}{4}$ . Dont la demonstration est manifeste par l'operation.



*Conclusion.* Nous avons donc mesuré une partie cordale donnée du cercle, selon le requis.

**CONSEQUENCE I.**

L'exemple cy-dessus est de la partie cordale A B C plus petite que le demicercle, par lequel est notoire l'invention de la partie cordale A F C plus grande que le demicercle, car à la partie semidiametrale D A F C, adjouste le triangle A D C, on a le requis.

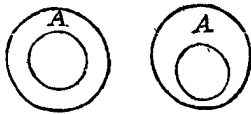
**CONSEQUENCE II.**

Si on avoit à mesurer une partie du cercle, comme icy joignant la partie A B C, on mesurera la partie cordale C B, selon la doctrine de ceste proposition, adjoustant à icelle le triangle rectiligne C B A, & on aura le requis.



**CONSEQUENCE III.**

Pour mesurer un anneau, comme A, à sçavoir le plan compris entre les deux circonferences, on mesure premierement le plus grand cercle, d'iceluy soustrait le plus petit, il est notoire que le reste sera l'anneau requis.



**PROPOSITION XV.**

**M**esurer une ellipse donnée.

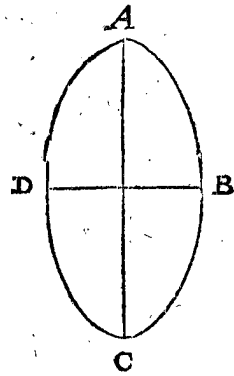
*Le donné.* Soit A B C D une ellipse, dont le plus grand diametre A C fait 12, & le plus petit D B 6.

*Le requis.* Il faut trouver la superficie.

**CONSTRUCTION.**

Je trouve le plan d'un cercle dont le diametre A C 12, lequel par la 12 proposition de ce livre fait  $113\frac{1}{7}$

Je dis puis apres A C 12, donne D B 6, combien  $113\frac{1}{7}$  vient pour le plan requis de l'ellipse  $56\frac{4}{7}$ . On peut aussi commencer autrement avec le plus petit diametre D B, ainsi; Je trouve le plan d'un cercle, dont le diametre D B 6, fait  $28\frac{2}{7}$ : Je dis puis apres D B 6, donne A C 12, combien  $28\frac{2}{7}$  vient pour le plan requis de l'ellipse comme dessus  $56\frac{4}{7}$ . La demonstration en est manifeste par la 6 proposition du livre des conoïdes & spheroides d'Archimede.



*Conclusion.* Nous avons doncques mesuré une ellipse, selon le requis.

**PROPOSITION XVI.**

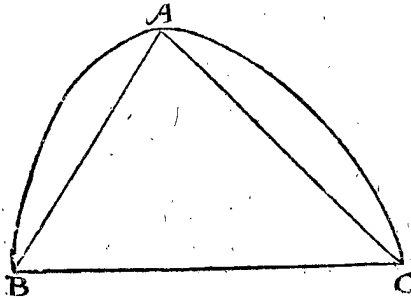
**M**esurer le plan d'une parabole donnée.

*Le donné.* Soit A B C une parabole, dont le sommet soit A, & la base B C.

*Le requis.* Il faut trouver le plan.

**CONSTRUCTION.**

Je tire A B, A C, & mesure puis apres le triangle A B C, le trouvant, je prens, de 30, à cela par regle ge-



nerale son tiers comme 10, fait pour le plan requis de la parabole 40. Dont la demonstration est manifeste par la 24 proposition de la quadrature de la parabole d'Archimede, lequel demonstre là, que la superficie de la parabole est sesquiterce au triangle inscrit, ayant mesme hauteur & mesme base.

*Conclusion.* Nous avons doncques mesuré le plan d'une parabole donnée, selon le requis.

**PROPOSITION XVII. ALB. GIRARD.**

**M**esurer une partie de parabole entre deux paralleles.

*Le donné.* Soyent les deux paralleles B, C, entre lesquelles est comprise la parabole, & D la superficie du trapeze rectiligne inscrit.

*Le requis.* Il faut trouver la superficie de la partie de la parabole.

*Construction.* Le carré de (B+C) me donne le carré de (B+C) moins le rectangle de B, C, combien 4 fois D? viendra 3 fois le requis; Dont la demonstration est manifeste par la construction.

**PROPOSITION XVIII.**

**M**esurer un plan spiral donné consistant en une ou plusieurs revolutions entieres.

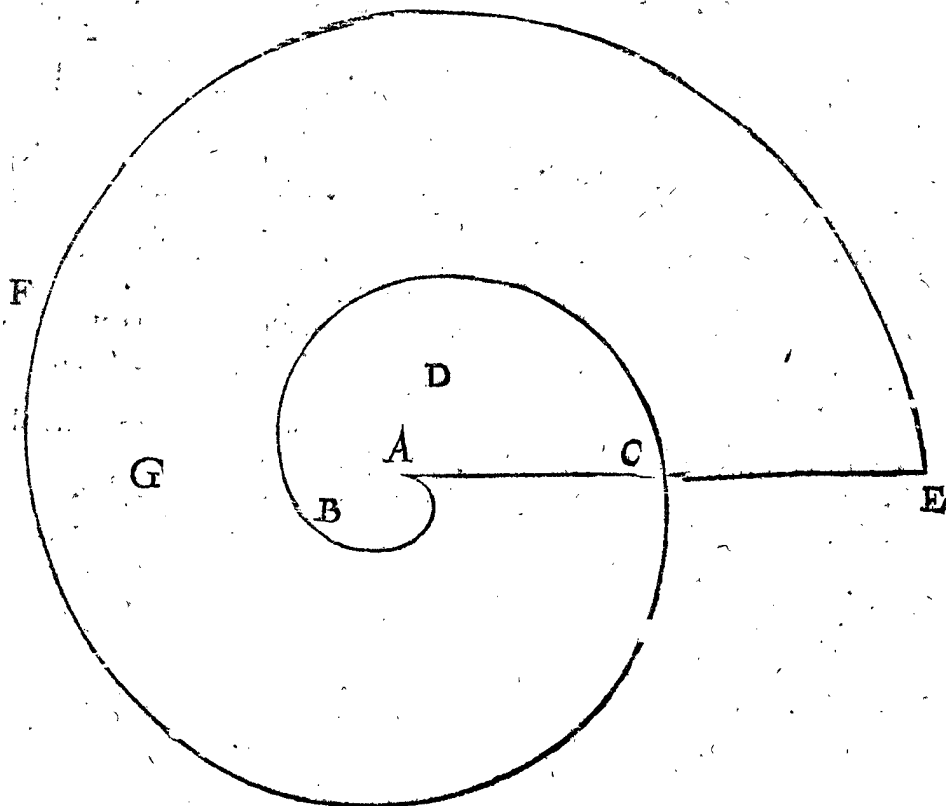
*Le donné.* Soit A B C la premiere revolution d'une spirale, dont la premiere ligne A C, & le plan compris en iceluy soit D.

*Le requis.* Il faut trouver iceluy plan D.

## CONSTRUCTION.

Je mesure la premiere ligne AC, la trouvant, je prens, de 21: la mesme considerée comme pour semidiametre d'un cercle, je cherche de quelle grandeur seroit le plan du cercle y décrit, laquelle se trouve par la 12 proposition de 1386: desquels prenant tousiours le tiers, vient pour le plan requis D 462.

Mais si on avoit à mesurer plusieurs revolutions, il faut sçavoir que le plan spiral deuxiesme est six fois aussi grand que le premier; & le troisieme 12 fois aussi grand que le premier; le quatrieme 18 fois aussi grand que le premier, & ainsi des autres jusques à l'infini, augmentant tousiours de 6 pour chaque tour, par lequel chaque plan devient connu.



Soit par exemple CE la deuxiesme ligne; & le deuxiesme tour de la circonference soit CFE, & le deuxiesme plan qui est compris entre la premiere & deuxiesme revolution soit G. Or suivant la susdite regle generale, le plan G fait 6 fois autant que le plan D, qui est 6 fois 462, qui font pour le deuxiesme plan 2772; A ceux adjousté le premier plan D 462, font ensemble pour le plan entier 3234.

Mais s'il y avoit un troisieme tour, suivant la precedente regle il feroit 12 fois 462, qui est 5544, à celales autres deux tours faisans comme devant 3234, feroient ensemble pour l'entier 8778, & ainsi des autres: Dont la demonstration est faite en la 27 proposition du livre des spirales d'Archimede.

Conclusion. Nous avons donc mesuré un plan spiral donné, consistant en une ou plusieurs revolutions entieres.

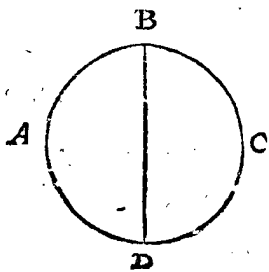
## PROPOSITION XIX.

Mesurer une superficie spherique donnée.

Le donné. Soit ABCD une sphere, dont l'axe BD fait 12.

Le requis. Il faut trouver sa superficie.

## CONSTRUCTION.



Je multiplie BD 12 avec la circonference ABCD, laquelle par la 8 proposition de ce livre fera  $37\frac{3}{7}$ ; vient pour la superficie spherique requise  $452\frac{4}{7}$ ; Dont la demonstration est manifeste par la 30 proposition du livre de la sphere & cylindre d'Archimede.

Conclusion. Nous avons donc mesuré une superficie spherique donnée, selon le requis.

## PROPOSITION XX.

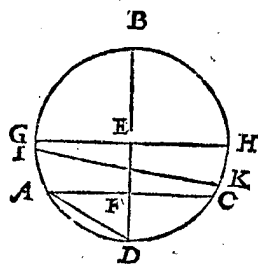
Mesurer la superficie courbe de la partie d'une sphere, coupée de la sphere entiere avec un plan.

Le donné. Soit ABCD une sphere, dont le centre soit E, & l'axe BD fait 12, d'icelle sphere soit coupée avec un plan AC à angle droit sur l'axe BD, la partie spherique ACD, & la partie de l'axe y contenuë comme FD, soit longue de 3.

Le requis. Il faut trouver la superficie de la partie de la sphere ACD.

## CONSTRUCTION.

Je tire, ou imagine, la ligne AD, & la mesurant, elle



se trouve, je prens, de 6 pieds: Je voy puis apres de quelle grandeur est un cercle dont le semidiametre fait 6 pieds, & se trouve par la 12 proposition de  $112\frac{1}{2}$ . Et de telle grandeur est la superficie courbe de la partie de la sphere ACD.

La demonstration en est faite en la 40 & 41 proposition du livre de la sphere & cylindre d'Archimede.

## CONSEQUENCE I.

Il est notoire par ce que dessus, que si on vouloit avoir la superficie de la plus grande partie ABC, qu'il faudroit alors multiplier l'entiere circonference  $37\frac{3}{7}$ , par la partie de l'axe y contenuë, comme FE 9; car ce qui en provient, comme  $339\frac{3}{7}$ , est le requis.

CON-

CONSEQUENCE II.

Si la sphere estoit coupée par deux plans paralleles, la superficie spherique, de la partie de la sphere entre deux, est aussi connuë. Soit par exemple GH un plan coupant l'axe BD par le centre E, & parallele avec le plan AC. Pour trouver maintenant la superficie spherique GHCA, on multiplie la circonference du plus grand cercle, par la partie de l'axe y contenuë, comme par EF, vient  $113\frac{1}{7}$ , tellement que la ceinture GHCA, & la superficie de la partie spherique en cest exemple ADC sont de mesme grandeur.

CONSEQUENCE III.

Mais si les deux plans coupans n'estoient point paralleles, comme IK avec AC, on trouve premierement la superficie spherique de la plus grande partie IADCK selon la regle generale; d'icelle soustraite la superficie spherique de la plus petite partie ADC, le reste est le requis.

CONSEQUENCE IV.

On pourroit encores icy descrire des propositions de la mesure des superficies courbes des cylindres & cones: Mais veu que la superficie courbe du cylindre se mesure comme un rectangle plat, dont la longueur est la hauteur du cylindre, & la largeur la circonference de la base, nous passerons outre pour briefveté. Le semblable se doit aussi entendre de la superficie courbe du cone, laquelle se mesure comme la partie semidiametrale d'un cercle, selon la doctrine de la 13 proposition de ce livre, car la superficie du cone estant deployée ou estenduë, devient telle forme: Parquoy multipliée la moitié de la circonference de la base du cone, par la ligne du sommet jusques à la mesme circonference, ce qui en provient est le requis.

Ou bien si en la mesure de la superficie courbe du cylindre, & superficie courbe du cone, on vouloit suivre l'invention d'Archimede à la 32 proposition du premier livre de la sphere & cylindre, on fera ainsi: On trouvera pour mesurer la superficie courbe du cylindre, la ligne moyenne proportionnelle entre la hauteur du cylindre & le diametre de sa base, mesurant puis apres de quelle grandeur est le cercle décrit avec icelle moyenne proportionnelle comme semidiametre, car avec cela on a aussi la grandeur de la superficie courbe du cylindre. Mais pour mesurer la superficie courbe du cone selon l'invention susdite d'Archimede, on trouvera la moyenne proportionnelle entre le costé du cone & le semidiametre de sa base; mesurant puis apres de quelle grandeur est le cercle décrit avec icelle moyenne proportionnelle comme semidiametre, car avec cela on a aussi la grandeur de la superficie courbe du cone. Mais pour mesurer la superficie courbe du cone accourci selon l'invention d'Archimede, on trouvera la moyenne proportionnelle entre le costé du cone accourci, & une ligne egale au semidiametre de la base avec le semidiametre du couvercle, mesurant puis apres de quelle grandeur est le cercle décrit avec icelle moyenne proportionnelle comme semidiametre, car avec cela on a aussi la grandeur de la superficie courbe du cone accourci.

PROPOSITION XXI.

Mesurer une piece de terre selon la maniere des Arpenteurs.

Nous avons décrit jusques icy la maniere de mesurer des superficies servant en general pour superficies de toutes matieres: Mais veu que l'arpentage des terres est une des principales mesures, & qui est fort practi-

quée entre les hommes, en laquelle aussi SON EXCELLENCE s'est voulu exercer actuellement, nous en dirons encores quelque chose de particulier.

Le donné. Soient A, B, C trois poincts ou marques sur la terre, entre lesquels s'imaginent trois lignes droites de l'une à l'autre.

Le requis. Il faut trouver la grandeur de la terre comprise entre les susdites lignes droites.

CONSTRUCTION.

Pour poser les trois marques à A, B, C, apres pour aller droit en mesurant, avec d'autres circonstances requises, on verra & suivra ce qui en a esté dit au troisieme exemple de la 1 proposition du premier livre; Et on mesurera un des trois costez, je prens BC, selon la maniere du deuxieme exemple de la 1 proposition du deuxieme livre; & suivant cela BC se trouve, je prens, de 1267 ①: Apres pour trouver le poinct D, duquel la ligne imaginée jusques à A, tombe à angle droit sur BC, on verra ce qui en est dit au quatrieme exemple de la 2 proposition du premier livre. & la mesurant comme devant, elle se trouve, je prens, de 536 ①; par la moitié

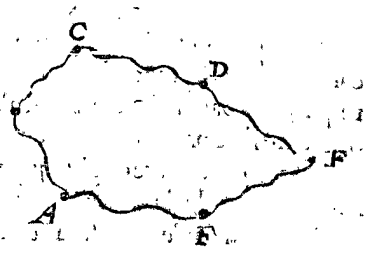


d'icelles, qui est 268 ①, multipliant les susdites 1267 ①, vient 3395 verges 5 ①, 6 ②. Or comptant à la maniere d'Hollande 600 verges pour l'arpent, iceluy triangle sera de 5 arpents 395 verges, 5 ①, 6 ②. Mais si on vouloit exprimer les 5 ① 6 ② par pieds & poulces selon la maniere du pais, on regardera sur la verge à quoy ils se peuvent rapporter, ce qui doit estre à 6 pieds  $8\frac{1}{3}$  poulces. Et semblable sera la procedure de tous triangles esquels se divisent les plans rectilignes.

Mais il y a icy à noter que les susdits 6 pieds  $8\frac{1}{3}$  poulces, ne sont pas 6 pieds quarrez & 8 poulces quarrez, mais une ceinture de terre longue d'une verge, large de 6 pieds  $8\frac{1}{3}$  poulces: car puis que l'entiere verge quarrée est longue de 12 pieds, faisant 144 pieds quarrés, il faut que la moitié d'une telle verge de 6 pieds face 72 pieds quarrés. Et pour ceste cause les Arpenteurs font distinction entre pieds de ceinture & pieds quarrés.

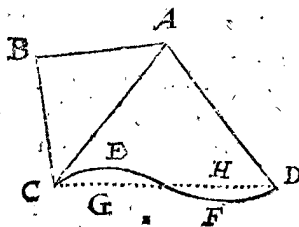
Autre exemple de parties de terre comprises de lignes courbes irregulieres.

Pour mesurer des terres comprises entre lignes courbes & irregulieres, comme il advient souvent en la pratique de mesurer les terres, on mettant de marques en la circonference, B que l'obliquité comprise entre deux marques, ne cause aucune difference d'importance: Puis



apres

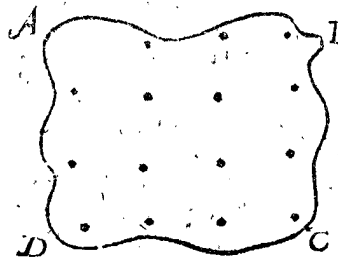
apres on mesure la figure comme un plan rectiligne avec autant d'angles qu'il y a de marques. Comme il se peut voir par exemple en la figure A B C D E F. Si la chose requeroit une plus exacte computation, on y pourroit mettre plus de marques, mais si elle ne la requeroit si exacte, on en peut mettre moins; Car il faut icy considerer que les choses de peu d'importance en l'arpentage se peuvent faire à tastons, ou selon le jugement de l'œil. Ce que pour declarer encores plus amplement par exemple, estant à mesurer un quadrangle



A B C D, dont un costé C E F D n'est pas droit, mais estant tirée ou imaginée une ligne droite C D, la ligne courbe a quelque obliquité interne vers E, & derechef une obliquité externe vers F; toutesfois si la terre entre E G estoit fort petite, & au jugement de l'œil aussi grande que celle d'entre F H, tellement qu'aurant qu'on perdroit d'un costé, on en gagneroit autant de l'autre: En tel accident la ligne droite C D se prend pour troisieme costé du triangle A C D, lequel se mesure selon telle position, car si on vouloit tout faire exactement, on prendroit souvent plus de peine qu'il ne seroit besoin d'y employer. Mais si la terre comprise entre la susdite E G, H F estoit trop grande, & requeroit plus de certitude que celle qui s'observe ainsi à l'œil, on mettra plusieurs marques en la ligne courbe comme devant, tant qu'il en est nécessaire.

### 3 Exemple de la maniere de mesurer les pais montagneux.

Soit par A B C D signifié la circonference du pied ou base d'une montagne. Or veü que la superficie courbe élevée d'icelle montagne estant sur ladite base, est toute autre & plus grande que le plan compris en une circonference comme



A B C D, il se faut servir icy d'une autre façon de mesurer; ce qui se peut faire en mettant diverses marques sur la montagne, lesquelles sont icy signifiées par des points y compris, lesquels on met aussi pres ou aussi loing l'un de l'autre que la chose le requiert, à sçavoir si pres que chaque superficie courbe comprise entre quatre marques n'ait point de difference nuisante d'un plan; car alors mesuré chacun de ces quadrangles & autres parties comme plans, & iceux adjoustez ensemble, on a le requis.

*Conclusion.* Nous avons donc mesuré une piece de terre selon la maniere des Arpenteurs, comme il estoit requis.

#### NOTEZ I.

Veü qu'il peut facilement advenir qu'en mesurant on prend tres-soigneusement garde à des choses qui ne requierent pas si grande certitude. Et qu'au contraire on ne mesure pas assez exactement des choses, lesquelles toutefois requierent plus juste mesure, nous en ferons quelque declaration comme s'ensuit.

Combien qu'en mesurant un triangle sur la campagne, la perpendiculaire, comme je prens l'imaginée

A D au premier exemple de ceste proposition, ne tombe point du tout à angle droit sur la base B C, ce qui est peu de chose, moyennant qu'elle finisse en la ligne D C. Soit par exemple A D la vraye perpendiculaire, & A E un peu dehors, mais D tombant en la ligne B C, on voit que la longueur A E n'a point de difference importante de la longueur A D: Et pour en parler par exemple, si on prend A D sur 100 verges, encore que D E soit alors d'une verge entiere, (je laisse un pied ou deux) A E ne sera pas d'un pouce plus long que A D; car par les deux costez A D, D E de l'angle droit du triangle A D E, cherché l'hypothénuse A E, elle se trouve à peu pres de 100 verges &  $\frac{1}{288} \frac{3}{31}$  pouces. Parquoy il n'est pas necessaire de se travailler beaucoup pour compasser cecy si exactement sur terre. Mais la croix arpentique, où le point comme E, n'estant pas justement en la ligne B C, alors la perpendiculaire abusée à la vraye, sera comme la superficie abusée à la vraye, par la 1 proposition du 6 livre d'Euclide. Parquoy il faut prendre garde de mettre bien justement la croix arpentique en la susdite base B C, ce qui se peut faire facilement & fort precisement par l'aide d'une marque, comme F, mise en la ligne B C, comme il a esté dit plus amplement en pareil cas au troisieme exemple de la 3 proposition du premier livre.

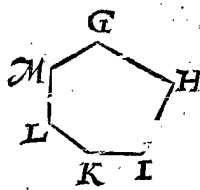
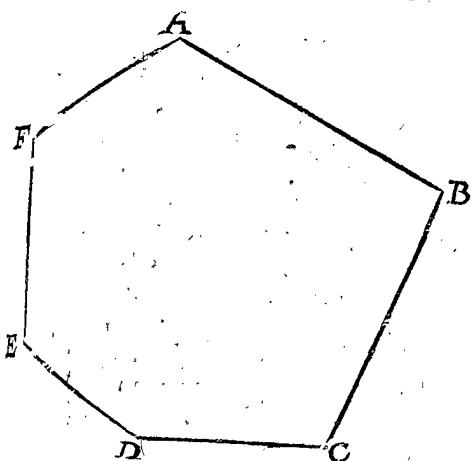
Secondement en mesurant des terres fort longues & estroites, il faut prendre garde de plus pres en mesurant le plus court costé, qu'en mesurant le plus long; car un pied manqué là, cause plus de differend au plan que d'avoir manqué d'un pied au plus long costé. Ce que pour declarer par exemple: Soit une piece de terre rectiligne longue de 800 pieds, & large de 10 pieds seulement, le plan sera de 8000 pieds quarrés. Or posé le cas qu'en mesurant le plus long costé, qui est proprement de 800 pieds, on ait manqué d'un pied, le prenant de 799 pieds, lesquels multipliez par la largeur 10 pieds, vient le plan 7990 pieds, lequel proprement devant estre de 8000, on aura manqué de 10 pieds: Mais si en mesurant le plus court costé, qui est proprement de 10 pieds, on avoit manqué d'un pied, le prenant de 9 pieds, iceux multipliez par la longueur 800 pieds, vient le plan de 7200 pieds, ce qui estant proprement 8000 pieds, il y a faute de 800 pieds. Un pied doncques sur le plus long costé cause faute au plan seulement de 10 pieds, mais un pied sur le plus court costé, cause faute au plan de 800 pieds. Et pource il est convenable, comme nous avons dit, de prendre garde de plus pres en mesurant, au plus court costé, à sçavoir es terres fort longues & estroites.

On pourra entendre par cest exemple d'un quadrangle rectangle, qu'en la mesure du triangle, il faut prendre garde de plus pres quand on mesure la plus courte ligne des deux, à sçavoir la perpendiculaire & la base; car par la multiplication d'icelles se trouve aussi le plan du triangle.

#### NOTEZ II.

On peut encore trouver le contenu d'une campagne sans la mesurer, ou au moins en mesurant une ligne seulement, mettant la forme de la campagne comprise entre certains termes sur le papier, selon la maniere du quatrieme exemple de la 16 proposition du premier livre. Ceste pourtraicture estant puis apres mesurée avec la petite mesure, on dit finalement par une regle generale inventée à telle fin par SON EXCELLENCE: Le quarré d'un costé donne ce plan trouvé sur le papier, combien le quarré de son costé homologe mesuré sur la ter-

la terre, & ce qui en provient est le requis. Pour declarer cecy un peu plus clairement par exemple, soit ABCDEF une piece de terre à mesurer. De ceste campagne soit marqué en petit sur le papier le plan GHIKLM semblable à ABCDEF, & cela par la maniere de la 16 proposition du premier livre.



Ceste figure GHIKLM estant mesurée sur le papier selon la maniere de la 11 proposition, se trouve je prens de 423567 ②.  
 Cecy estant ainsi, je choisiss quelque costé, comme je prens GH, & le trouve par exemple de 546 ①, dont le quarré 298116 ②.  
 Je mesure puis apres sur la terre le costé homologue avec GH, qui est AB, le trouvant, je prens de 142 verges 7 ① 5 ②, dont le quarré 2037756 ③.  
 Je dis puis apres, le quarré de GH 298116 ② deuxiesme en l'ordre, donne le quarré de AB 2037756 ③ troisieme en l'ordre, combien 423567 ② premier en l'ordre, vient pour le plan requis de ABCDEF 2895270 ③.  
 Qui est 28952 verges 7 ①, faisant 48 arpents, & 152 verges 8 ②/3 pieds de ceinture.

DEMONSTRATION.

Les plans semblables sont en raison doublée de leurs costez homologues par la 20 proposition du sixiesme livre d'Euclide : Mais les-deux quarrés des-deux costez AB, GH estant semblables, ils sont en raison doublée d'iceux costez ; Et comme ces deux quarrés sont l'un à l'autre, ainsi par l'operation les deux plans ; parquoy ces deux plans ont raison doublée de leurs costez homologues : Et pourtant le plan GHIKLM estant bien mesuré, il faut que le plan ABCDEF soit aussi bien mesuré. Il est bien vray que telle operation a plus de certitude du grand au petit, que du petit au grand, comme icy : toutesfois formant la figure sur le papier aussi grande qu'il le pourra commodement permettre, & en faisant l'operation curieusement avec de bons instruments, on s'en pourroit servir au besoing.

TROISIEME PARTIE

DV SECOND LIVRE,

De la mesure des corps.

Nostre dessein en ceste mesure des corps est de mesurer des piliers, pyramides, corps plans en general, & spheriques.

PROPOSITION XXII.

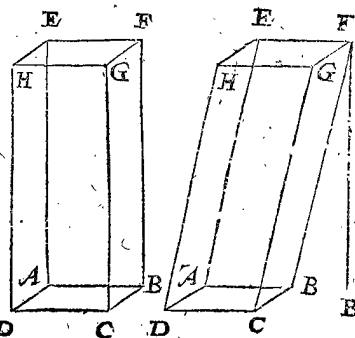
Mesurer un pilier donné.

Le donné. Soit ABCDEFGH un pilier quarré, dont la base ABCD fait 9, & la hauteur BF 8.

Le requis. Il faut trouver son contenu.

CONSTRUCTION.

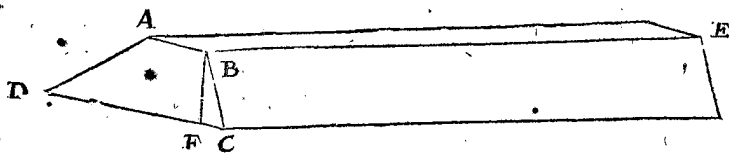
Je multiplie la base ABCD 9, par la hauteur BF 8, vient pour le contenu requis du pilier 72.



NOTEZ.

Ce que nous avons dit icy du pilier dont la base est un quarré, s'entendra ainsi aussi de tous : Car la base estant un triangle, polygone, cercle, figure reguliere ou irreguliere, dont les plans se trouvent par la deuxiesme partie de ce deuxiesme livre, on les multiplie tousiours par la hauteur.

Une digue ou rempart, dont le mesurement se rencontre assez souvent es pais diguez & fortifications, se considere en le mesurant comme un pilier gisant, dont la base est une hache ; parquoy son mesurement suit la regle generale : Soit par exemple ABCDE une digue, laquelle prise pour un pilier gisant, la hache ABCD signifiera la base du pilier, & FB à angle droit sur DC soit la hauteur de la digue, BE la longueur. Or prenant que DC face 36 pieds, AB 12, & FB 15, BE 100, la hache fera grande de 360 pieds par la quatriesme distinction de la 11 proposition du deuxiesme livre, iceux multipliez par la longueur BE 100, vient pour le requis 36000 pieds cubiques : dont la demonstration est manifeste.



Conclusion. Nous avons donc mesuré un pilier donné, selon le requis.

PROPOSITION XXIII.

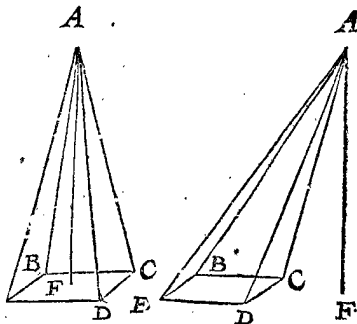
Mesurer une pyramide donnée.

Le donné. Soit ABCDE une pyramide, dont la base BCDE est un quarré faisant 9, & la hauteur FA 8.

Le requis. Il faut trouver le contenu.

CONSTRUCTION.

Je multiplie la base BCDE 9 par la hauteur FA 8, vient 72, dont le tiers est 24 pour le contenu requis de la pyramide.



NOTEZ.

Ce qui a esté dit icy d'une pyramide dont la base est un quarré, s'entendra aussi ainsi de toutes autres ; car la base estant un triangle, polygone, cercle, figure reguliere ou irreguliere, (dont le contenu se trouve par la deuxiesme partie de ce deuxiesme livre) on la multiplie tousiours par la hauteur ou perpendiculaire,

laire, prenant le tiers de ce qui en provient; dont la demonstration est manifeste par la 7 proposition du douzieme livre d'Euclide.

*Conclusion.* Nous avons donc mesuré une pyramide donnée, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Il est notoire, que multipliée la base d'un cone par la hauteur, & prenant le tiers du produit, qu'alors on aura le contenu du cone comme de la pyramide.

PROPOSITION XXIV.

Mesurer un corps comprins en plans de telle forme comme il advient.

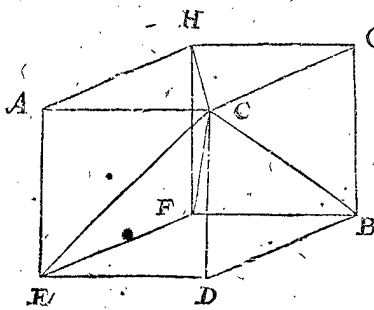
I Exemple.

*Le donné.* Soit premierement AB un cube, duquel les six quarez sont ACDE, EDBF, FBGH, GHAC, CGBD, AHFE, dont chaque costé fait 3.

*Le requis.* Il faut trouver le contenu du cube selon la regle generale de mesurer tous corps comprins en plans.

CONSTRUCTION.

Il faut sçavoir que comme un plan polygone rectiligne se divise par lignes tendantes d'un angle aux autres angles, en autant de triangles qu'il y a de costez, moins les costez dont est fait iceluy angle: Ainsi se divise un corps plane ou comprins en plans par lignes tendantes d'un angle corporel, à tous les autres angles corporels, en autant de pyramides qu'il y a de plans, moins ceux dont est fait iceluy angle. Prenons par exemple au cube, l'angle corporel C pour sommet commun de la pyramide, & tirons ou imaginons-nous encore quatre lignes, comme CE, CH, CB, CF, par icelles le cube est divisé en trois



pyramides, comme CEDBF, CAEFH, CHF BG, dont le sommet commun est C: Parquoy, comme nous avons dit cy-dessus, ce corps plane est par ce moyen divisé en autant de pyramides qu'il y a de plans, moins ceux dont est fait iceluy angle corporel C, à sçavoir trois, nommement CAHG, CGBD, CDEA, lesquels soustraits des six plans, restent encores trois plans pour bases des trois pyramides, comme EDBF, AEFH, HFBG. Or donc ce corps estant ainsi divisé en ses trois pyramides, chacune sera mesurée selon la doctrine de la 22 proposition, de ceste façon: Premierement pour mesurer la pyramide CEDBF, je multiplie ED 3 en foy, vient pour la base EDBF 9, iceux multipliez avec leur hauteur DC 3, vient 27, dont la troisieme partie pour la pyramide CEDBF fera 9. Et faisant le semblable avec la pyramide CAEFH, multipliant la base AEFH par sa hauteur CA, & la base HFBG de la pyramide CHBG aussi par sa hauteur CG, on trouvera chaque pyramide, comme les autres, de 9, lesquelles trois pyramides font ensemble 27 pour le requis.

*La demonstration* est, que toutes les parties sont égales à leur entier. Et la preuve, que le cube donné mesuré comme pilier, (lequel aussi en est une certaine espece) selon la doctrine de la 21 proposition, se trouve aussi de 27.

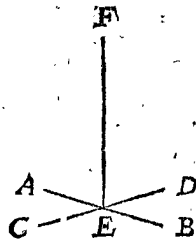
Or l'exemple que nous avons mis icy d'un corps regulier pour plus facile declaration, s'entend ainsi de

tous corps planes tels qu'ils soient: car comme il a esté dit cy-devant, ils se peuvent diviser en autant de pyramides qu'il y a de plans, moins ceux dont est fait iceluy angle; lesquelles pyramides toutes ensemble ont un commun sommet, excepté quelque figure dont nous parlerons à la fin de ceste proposition.

2 Exemple.

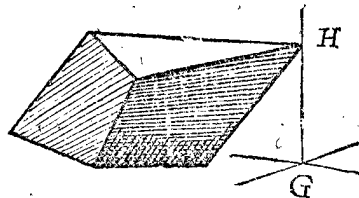
La perpendiculaire ou hauteur de la pyramide au premier exemple estoit fort aisée à trouver, voire congné par le donné. Mais veu qu'és corps irreguliers elle tombe aussi bien dehors que dedans le corps, nous ferons quelque declaration de l'invention d'icelle.

On prendra à ceste fin quelque matiere propre pour faire une croix, comme ABCD, & une regle EF à angle droit sur la mesme croix,

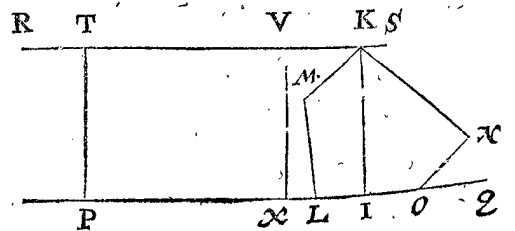


tellement qu'estant mise sur un pavé plat, la regle EF sera à angle droit sur iceluy plan. Pour trouver maintenant avec cecy telles perpendiculaires ou hauteurs de pyramides, il faut sçavoir premierement que le corps mesurable est ou mobile, à sçavoir qu'on le peut tourner & retourner, & mettre dessous telle base qu'on veut; ou immobile, de sorte qu'il faut qu'il demeure sur la base sur laquelle il est posé. S'il est mobile on le mettra sur une table égale, ou sur un plan egal avec la base en bas d'ot on veut

mesurer la pyramide: Sialors la perpendiculaire tóbe hors le corps, on mettra le susdit instrument sur la table sur laquelle repose le corps, & on le joindra au sommet commun, comme il se peut voir en ceste figure; Puis apres ayant mesuré la longueur comme GH, on a la hauteur cherchée de la pyramide, laquelle estant ainsi trouvée, on tournera le corps sur la base d'une autre pyramide, mesurant alors sa perpendiculaire comme devant.



Mais si la perpendiculaire cherchée tomboit dedans le corps, comme cy-dessus IK perpendiculaire du corps LMKNO, avec le plan LO sur la table ou plan PQ, on prendra une regle platte & droite RS, la mettant

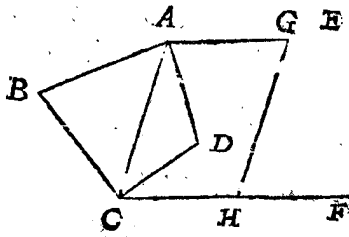


sur le point K, tellement que les lignes TP & VX, (lesquelles se soustendent à angle droit sur les plans) sont égales, car la longueur d'icelles est aussi la longueur de la cherchée IK. Faisant doncques le mesme aussi souvent que le corps a de bases mesurables de pyramides (ce sont, comme il a esté dit dessus, tous les plans extérieurs, excepté ceux qui aydent à faire l'angle du sommet commun, car des pyramides ne peuvent tomber sur iceux) on trouve toutes les perpendiculaires requises.

Mais

Mais si le corps estoit immobile, & s'il falloit qu'il demeurast sur la base, on mettra contre les bases des autres pyramides une planche platte, s'en servant comme de la susdite table ou pavé sur quoy repose le corps, trouvant là dessus la perpendiculaire ou hauteur de la pyramide comme devant.

Après il faut encores considerer cecy : S'il falloit mesurer la base d'une pyramide, sur laquelle repose un corps immobile, là où on ne puisse voir les lignes, qui divisent le plan en ses triangles necessaires à la mesure. La maniere pour y parvenir entre autres peut estre telle: Soit ABCD une base invisible, sur laquelle se repose un corps, dont on desire la longueur de la ligne AC. Pour y parvenir, je tire sur la table du poinct A, la ligne AE, & CF, parallele avec icelle : Je

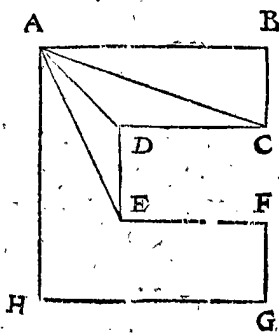


prés puis apres avec le compas quelque longueur en la ligne AE, comme AG, mettant aussi telle longueur en la ligne CF, laquelle tombe, je prens de C jusques à H, & je tire GH, laquelle doit estre egale avec AC, pource qu'avec icelle AC elle est parallele entre deux paralleles : Parquoy GH estant mesurée, on a aussi la longueur requise AC.

Mais pour ne se point abuser quand on mesure, & afin qu'on cognoisse tousiours le sommet commun, & qu'on ne prenne l'un pour l'autre, & aussi qu'on discerne bien les plans mesurables, de ceux qui ne seront pas mesurés, on fera premierement sur le sommet commun une marque avec de la croye ou de l'encre, selon le sujet. Puis apres on verra de quels plans & de combien de plans est composé l'angle corporel du sommet commun, leur mettant aussi une marque, comme une croix, ou quelque chose semblable : Ce qui estant ainsi, tous les plans qui n'ont point de marque, servent pour bases mesurables de la pyramide : Parquoy un de ces plans estant mesuré, on mettra son contenu là dessus, & apres on mesurera sa pyramide, car par là on verra tousiours quels plans sont de peschez ou ceux qui seront encores à de pescher.

SON EXCELLENCE s'est voulu exercer actuellement en ceste maniere de mesurer les corps planes irreguliers (laquelle j'estime nouvelle) & l'a trouvé commode. La cause qui le mouvoit à cela, estoit que voyant qu'il y a une regle generale de la mesure des plans rectilignes, il estimoit par là qu'il y en devoit aussi avoir une des corps planes : De laquelle procedure naturelle pour ouvrir le chemin, nous en avons fait la susdite proposition.

Nous avons dit cy-devant que le corps plane se divise en pyramides, lesquelles ont toutes ensemble un sommet commun, mais qu'il y a quelques figures esquelles la regle souffre exception: Ce que pour declarer premierement par similitude avec un plan rectiligne, soit ABCDEFGH un plan avec huit costez, où l'on voit que du poinct A jusques aux trois angles C, D, E, se peuvent tirer des lignes, lesquelles dans le plan donné descrivent



quelques triangles, mais que de A aux deux angles F, G, on ne peut tirer telles lignes, d'autant qu'elles sortiroient hors de la figure donnée, & causeroient des triangles qui ne seroient point partie du plan donné. Ce que nous avons dit icy de l'angle A, le semblable advient à tous autres, à sçavoir qu'il est impossible que d'un angle lon puisse tirer des lignes à tous les autres angles sans sortir hors de la figure donnée : Parquoy qui voudroit diviser un tel plan en ses triangles, il faudroit que pour le moins il mit deux angles communs. Par cecy nous voulons declarer que le semblable advenant aux corps planes, il faudra prendre plus d'un sommet commun des pyramides.

*Conclusion.* Nous avons donc mesuré un corps compris en plans de forme comme il advient, selon le requis.

PROPOSITION XXV.

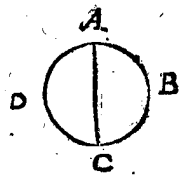
Mesurer une sphere donnée.

*Le donné.* Soit ABCD une sphere, dont l'axe AC fait 12.

*Le requis.* Il faut trouver sa grandeur.

CONSTRUCTION.

Je trouve la superficie spherique par la 18 proposition de ce deuxiesme livre de  $452\frac{4}{7}$ , iceux multipliez avec la moitié de l'axe 6, vient  $2715\frac{3}{7}$ , dont la troisieme partie par regle generale est  $905\frac{1}{7}$  pour le requis : Dont la demonstration est manifeste par la 32 proposition du premier livre de la sphere & cylindre d'Archimede.



*Conclusion.* Nous avons donc mesuré une sphere donnée, selon le requis.

PROPOSITION XXVI.

Mesurer une section semidiametrale donnée de la sphere.

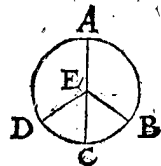
Nous appellons section semidiametrale de la sphere, ce qui est limité par la revolution du semidiametre fermé au centre, & descrivant un cercle en la superficie de la sphere.

*Le donné.* Soit ABCD une sphere dont le centre E, & l'axe AC, & soit EDCB la section semidiametrale, tellement que l'arc DCB fait 120 deg. ou  $\frac{2}{3}$  du cercle majeur.

*Le requis.* Il faut trouver la grandeur de la section semidiametrale EDCB.

CONSTRUCTION.

Elle est tout de mesme en la partie qu'en l'entier : Je trouve la superficie spherique DCB, selon la doctrine de la 18 proposition de ce deuxiesme livre, de  $113\frac{1}{7}$ ; icelle multipliee avec 6 du semidiametre, vient  $678\frac{6}{7}$ , duquel la troisieme partie est pour le requis  $226\frac{2}{7}$ . Dont la demonstration est manifeste par la 42 proposition du premier livre de la sphere & cylindre d'Archimede.



PROPOSITION XXVII.

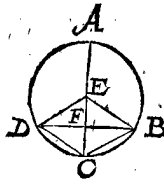
Mesurer une partie spherale, laquelle avec un plan est coupée de la sphere entiere.

*Le donné.* Soit ABCD une sphere, dont le centre E, & l'axe AC fait 12, d'icelle sphere soit coupée avec un plan à angle droit sur l'axe AC la partie BCD, coupant l'axe AC en F, tellement que FC face 3.

*Le requis.* Il faut trouver la grandeur de la partie BCD.

CONSTRUCTION.

Veux que AC fait 12, & FC 3, doncques EA fait 6, & FA 9; parquoy disant AF 9 donne FA avec AE ensemble 15, combien le cone DCB  $\frac{12 \cdot 9}{7}$ ? (nous ferons cy-dessous le calcul d'iceluy cone en brieuf) vient pour la partie spherale requise  $141\frac{3}{7}$ . Dont la demonstration est faite en la 2<sup>e</sup> proposition du deuxiesme livre de la sphere & cylindre d'Archimede.

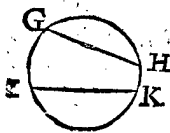


Le compte du susdit cone est tel: Veux que les deux costez DE 6, EF 3, du triangle rectangle EFD sont connus, par là se cognoist le troisieme DF, & se trouve de  $\sqrt{27}$ : Mais DF faisant autant, comme semidiametre de la base du cone DCB, dont la hauteur CF 3, s'enfuit par la susdite 22 proposition de ce livre qu'iceluy cone fait  $\frac{12 \cdot 9}{7}$  comme devant.

Mais, suivant la susdite demonstration d'Archimede, pour faire encore preuve par autre maniere d'operation vulgaire, ains un peu plus longue que la precedente, on fait comme s'enfuit: Je trouve la grandeur de la section semidiametrale EDCB par la 25 proposition de  $226\frac{2}{7}$ , d'icelle soustrait le cone EDB, faisant comme devant  $\frac{12 \cdot 9}{7}$ , reste pour la partie spherale requise, comme en la premiere operation,  $141\frac{3}{7}$ .

CONSEQUENCE.

S'il y avoit à mesurer une partie spherale entre les plans GH, IK on trouve premiere-ment la grandeur de la plus grande partie cordale GILKH, de laquelle soustrait la grandeur de la plus petite partie cordale ILK, le reste est le requis.



*Conclusion.* Nous avons donc mesuré une partie spherale, laquelle avec un plan est coupée de la sphere entiere, selon le requis.

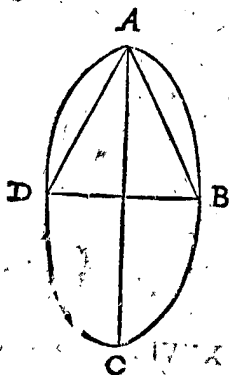
PROPOSITION XXVIII.

Mesurer une spherode donnée.

*Le donnée.* Soit ABCD une spherode, dont le plus grand diametre AC fait 12, & DB 6.

*Le requis.* Il faut trouver sa grandeur.

CONSTRUCTION.



Je tire les lignes droites AD, AB, & trouve la grandeur du cone ADB, par la consequence de la 22 proposit. de ce deuxiesme livre, de  $56\frac{4}{7}$ ; dont le double  $113\frac{1}{7}$  est pour la moitié de la spherode entiere requise la spherode entiere requise fait  $226\frac{2}{7}$ . La demonstration en est faite es 29 & 30 propositions des conoides & spherodes d'Archimede.

*Conclusion.* Nous avons donc mesuré une spherode donnée, selon le requis.

née, selon le requis.

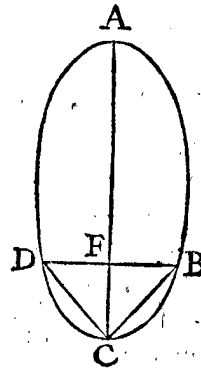
PROPOSITION XXIX.

Mesurer une partie grande, ou petite, ou demye d'une spherode, laquelle est coupée avec un plan de la spherode entiere.

*Le donné.* Soit ABCD une spherode, dont le centre soit E, de laquelle est coupée avec un plan la partie DCB, dont l'axe CF fait 3, lequel axe produit jusques à la fin soit CA faisant 12, & DB diametre de la base de la partie de la spherode fait 5.

*Le requis.* Il faut trouver la grandeur de la partie de la spherode DCB.

CONSTRUCTION.



Veux que AC fait 12, & FC 3, doncques EA fait 6, & FA 9; parquoy je dis, AF 9, donne FA avec AE ensemble 15, combien le cone DCB  $19\frac{9}{14}$ ? (il fait autant par la 22 proposition de ce livre) vient pour la partie de la spherode de requise DCB  $32\frac{3}{14}$ . Dont la demonstration est manifeste par la 31 proposition des conoides & spherodes d'Archimede.

*Conclusion.* Nous avons donc mesuré une partie grande, ou petite, ou demye d'une spherode, laquelle est coupée avec un plan de la spherode entiere, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Si la section DB n'estoit pas à angle droit sur le plus grand axe, comme cy-dessus, mais qu'un plus petit axe tendist par son centre, il est manifeste que la susdite regle y aura aussi lieu.

PROPOSITION XXX.

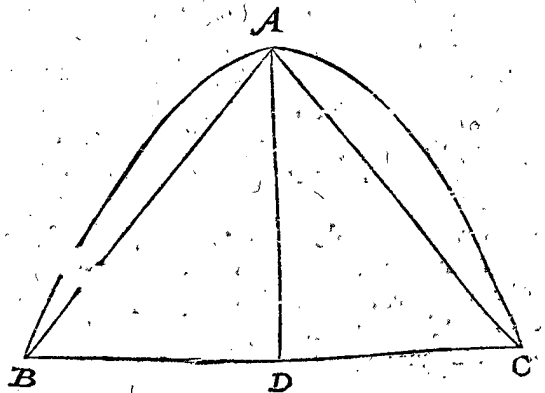
Mesurer un corps parabolique donné.

*Le donné.* Soit ABC le conoide parabolique, dont le diametre de la base BC fait 10, & la hauteur AD 6.

*Le requis.* Il faut trouver sa grandeur.

CONSTRUCTION.

Je tire AB, AC, & mesure le cone ABC par la consequence de la 22 proposition de ce deuxiesme livre,



le trouvant de  $157\frac{1}{7}$ , à cela toujours sa moitié comme  $78\frac{4}{7}$ , vient pour la grandeur requise du conoide ABC  $235\frac{4}{7}$ . Dont la demonstration est manifeste par la 23 proposition du livre des conoides & spherodes d'Archimede.

*Conclusion.* Nous avons donc mesuré un conoide parabolique donné, selon le requis.



PROPOSITION XXXI. ALB. GIRARD.

Mesurer un conoïde parabolique tronqué d'un plan parallele à la base.

Le donné. Soient B & C, les deux superficies paralleles du couvercle & de la base, & D la perpendiculaire qui est entre deux.

Le requis. Il faut trouver sa solidité.

Construction. D (B+C) est le double de la solidité du conoïde tronqué : Dont la demonstration est manifeste, pource que les cylindres inscrits & circonscrits au conoïde parabolique sont en mesme raison que les parallelogrammes aux triangles, tant inscrits que circonscrits.

Conclusion. Nous avons donc trouvé la solidité du conoïde tronqué, selon le requis.

PROPOSITION XXXII. ALB. GIRARD.

Mesurer un corps hyperbolique donné.

ALBERT GIRARD. J'ay adjousté ceste proposition, afin que rien ne manquast icy de la mesure de la troisieme section conique tournée, qui est le conoïde hyperbolique.

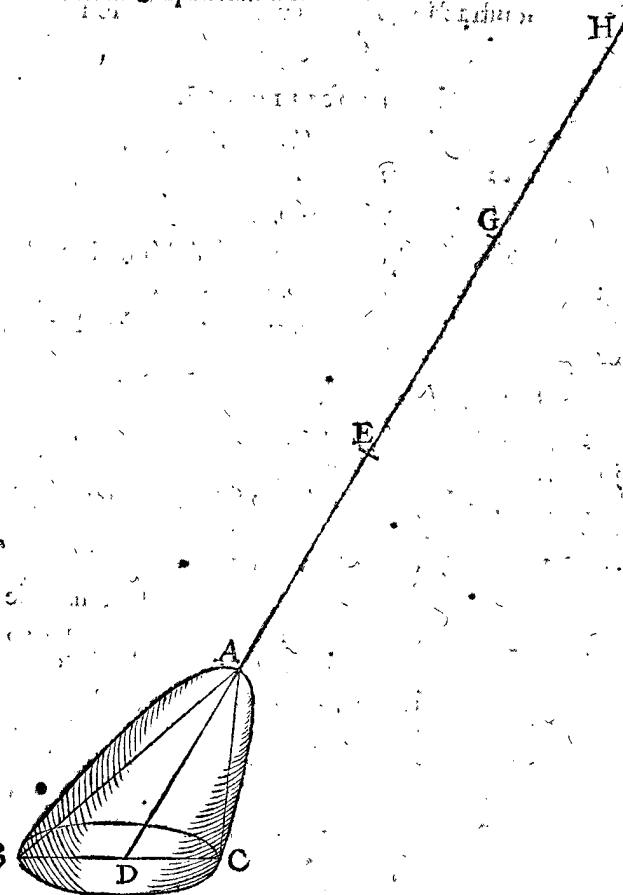
Le donné. Soit ABC une portion d'un conoïde hyperbolique, (estant coupé obliquement sur l'axe) dont la section BC sera ellipse, & soit la superficie 20, & AD diametre de concavité 7, mais la perpendiculaire de A sur la base BC, soit 6; soit aussi AG 16, qui est la transverse ou diametre de convexité (car c'est le diametre aussi des opposites) E centre des opposites au milieu de AG.

Le requis. Il faut trouver sa solidité.

CONSTRUCTION.

Ayant prolongé AG jusques à H, ainsi que GH soit egale à GE, alors AE, EG, GH seront egales; la portion du cone ABC, B (sur la mesme base BC elliptique, & mesme sommet A) sera 40; car la hauteur est 6 : On dira donc  $\frac{GD}{23}$  donne DH 31, combien 40 le cone inscrit ? viendra  $53\frac{1}{3}$  pour la so-

lidité de la portion du conoïde hyperbolique ABC, la construction sera semblable, lors qu'il est coupé à angles droits sur l'axe; dont la demonstration se tire des 27 & 28 propositions du livre des Conoïdes & Spheroides d'Archimedes.



Conclusion. Nous avons donc mesuré un corps hyperbolique, selon le requis.

Fin du deuxiesme livre de la Geometrie.

TROISIEME LIVRE  
DE LA

PRACTIQUE DE GEOMETRIE,

Des quatre Conjugaisons, comme Addition, Soustraction, Multiplication, & Division des grandeurs.

Les quatre especes proposées en ce troisieme livre, ne seront que des grandeurs semblables données, desquelles les requises sont aussi semblables aux données. Quant aux dissemblables, qui se rencontrent aussi en effect; leur conversion en semblables s'enseignera au sixiesme livre; parquoy la regle sera generale sur toutes: Comme aussi en l'Arithmetique par nombres, là où les rompus se reduisent à un nominateur commun, pour operer avec iceluy comme avec les entiers.

Mais avant que de commencer nous ferons quelque advertissement de certain doute qu'on pourroit proposer: A sçavoir que diverses grandeurs qui seront icy données sur le papier, ne s'adjoustant point si proprement que la somme consiste des mesmes grandeurs données, comme il semble toutesfois que les propositions le requierent, y adjoustant encores qu'Euclide & autres Mathematiciens renommez n'ont pas usé de telle façon de parler. A cecy on respond que le semblable est commun en l'Arithmetique, dont nous suivons l'ordre: Comme par exemple, quelqu'un voulant assembler 4 & 3, dit qu'ils font ensemble 7, lequel 7 toutesfois ne consiste point hors des essentiels 4 & 3 donnez, veu que les mesmes 4 & 3 sont demeurez en leur lieu. Parquoy si on vouloit parler icy du tout proprement, il ne faudroit point dire de l'addition des nombres donnez, ains, selon la maniere d'Euclide, de l'invention d'un nombre egal aux nombres donnez. Mais puis qu'une si grande propriété seroit fort facheuse tant en l'Arithmetique, & aux autres trois especes restantes, qu'en l'Addition, ceste maniere sera permise par bonne raison, quoy qu'elle soit un peu plus impropre en la susdite Arithmetique, à cause de la facilité qui en provient. Et le mesme se doit icy entendre en la pratique de Geometrie, d'autant plus que quelques Mathematiciens se servent d'une telle maniere de parler, mesmes aux grandeurs, comme disant (en la vieille question) de la duplication du cube, ce qui n'est autre chose que de trouver un cube double à un cube donné. Pourtant aussi nous nous avions proposé de faire cest advertissement.

PREMIERE PARTIE  
DU TROISIEME LIVRE,

Des quatre conjugaisons, comme Addition,  
Soustraction, Multiplication, & Division  
des lignes.

PROPOSITION I.

Estant données des lignes semblables à adjouster, trouver leur  
somme en une semblable ligne.

NOTEZ.

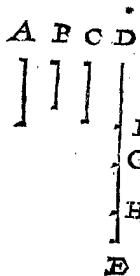
Veü que nous rencontrons en l'Arithmetique les  
quatre especes en entier & en rompu, nous imiterons  
le semblable és grandeurs, mettant divers exemples en  
chaque proposition.

1 Exemple de lignes droites en entier.

Le donné. Soient A, B, C, trois lignes droites à ad-  
jouster.

Le requis. Il faut trouver leur somme en une ligne  
droite.

CONSTRUCTION.



Je tire l'infinie DE, & prens sur le  
compas la longueur de la ligne A,  
l'appliquant en la ligne DE, de D  
jusques à F; puis apres la longueur B  
de F jusques à G, & la longueur C de  
G jusques à H. Ce qui estant ainsi,  
la ligne DH est la somme requise;  
dont la demonstration est manifeste  
par l'operation.

Autre operation par nombres.

Je mesure A, la trouvant je prens de 11 pieds, B de  
7 pieds, C de 9 pieds; Iceux adjoustez font 27: Par-  
quoy tirant une ligne, comme DH, longue de 27 pieds,  
on a le requis.

2 Exemple de lignes droites en rompu.

Soit requise la somme des  $\frac{2}{3}$  de la ligne A,  
avec les  $\frac{3}{4}$  de la ligne B.

CONSTRUCTION.

Je mesure A, & la trouve je prens de 11 pieds,  
dont les  $\frac{2}{3}$  font 7 33 ②  
Et B de 7 pieds, dont les  $\frac{3}{4}$  font 5 20 ②.  
Somme 12 53 ②.

Parquoy ayant tiré une ligne aussi longue, laquelle  
soit I, on a le requis; dont la demonstration est mani-  
feste par l'operation.

NOTEZ.

On pourroit demander si toutes lignes droites se peu-  
vent appeller semblables, comme elles ont esté dites  
cy-dessus. Ma raison affirmative est telle:

Arcs comprenans angles egaux, s'appellent lignes  
semblables, mais arcs semblables peuvent estre estendus  
moins & moins obliques jusques à l'infini, tellement  
que leur difference de lignes droites soit plus petite  
qu'aucune ligne posée, demeurans toutesfois arcs &  
lignes semblables: Ce qui estant ainsi, pourquoy est-ce  
que la dernière extension en une ligne droite feroit per-  
dre le nom de semblable? Il ne semble point que la  
raison le vueille.

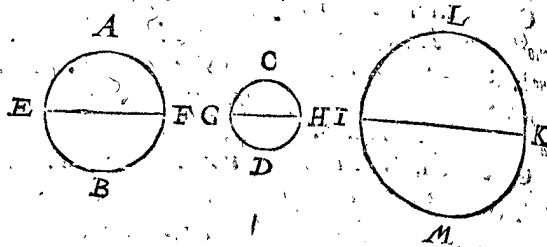
3 Exemple de lignes courbes.

Le donné. Soient A B, C D les circonferences de  
deux cercles,

Le requis. Il faut trouver leur somme en la circonfé-  
rence d'un cercle.

CONSTRUCTION.

Je marque aux circonferences données deux lignes  
droites homologues, comme leurs diametres: Celle de  
A B soit EF, & de C D soit GH: Je tire puis apres IK,



egale à EF avec GH, je descriis sur icelle, comme dia-  
metre, la circonference ILKM, que je dis la somme  
requisse.

DEMONSTRATION.

Comme le diametre EF, à la circonference EAFB,  
ainsi GH à GCHD, ainsi aussi IK à ILKM: Et par  
raison conjointe, comme EF avec GH, à EAFB  
avec GCHD, ainsi IK à ILKM: Mais EF avec GH  
font ensemble egaux à IK par la construction; parquoy  
EAFB & GCHD font ensemble egaux à ILKM, &  
consequemment la circonference ILKM est la somme  
requisse des deux autres.

Autre operation par nombres.

Je mesure EF, la trouvant je prens de 11 pieds, &  
GH de 7, qui font ensemble 18; parquoy tirant une  
ligne longue de 18 pieds, comme IK, & descriptant là  
dessus comme diametre, une circonference ILKM, elle  
est la somme requise, dont la demonstration est mani-  
feste par la precedente demonstration.

CONSEQUENCE.

Les figures de ceste proposition sont mises icy com-  
me lignes dedans un plan, toutesfois il est manifeste que  
la regle est generale sur toutes lignes semblables telles  
qu'elles soient, descrites tant en superficies courbes  
qu'en plans. Ce qui s'entend aussi ainsi és trois pro-  
positions qui suivent immediatement.

Conclusion. Estant donc données des lignes sembla-  
bles à adjouster, nous avons trouvé leur somme en une  
semblable ligne, selon le requis.

PROPOSITION II.

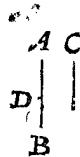
Estant donnée une ligne avec une semblable ligne à soustraire,  
trouver le reste en une ligne semblable.

1 Exemple de lignes droites en entier.

Le donné. Soit AB une ligne droite, & C la ligne à  
soustraire.

Le requis. Il faut trouver leur reste en une ligne droite.

CONSTRUCTION.



Je prens sur le compas la longueur  
de C, l'appliquant en la ligne AB de A  
jusques à D: Ce qui estant ainsi, DB  
est le reste requis, dont la demonstra-  
tion est manifeste par la construction.

Autre operation par nombres.

Je mesure AB, & la trouve je prens de 11 pieds, & C  
de 7 pieds, lesquels soustraits des 11 restent 4: Parquoy  
ayant tiré une ligne longue de 4 pieds, comme DB, on  
a le requis.

2 Exemple de lignes droites en rompu.

Soient à soustraire les  $\frac{2}{4}$  de la ligne C; des  $\frac{3}{4}$  de la ligne AB.

CONSTRUCTION.

Je mesure AB, & la trouve je prens de 11 pieds, dont les  $\frac{3}{4}$  font 825 ②.  
Puis apres C de 7 pieds, dont les  $\frac{2}{4}$  font 280 ②.

Lesquels soustraits du premier en l'ordre, reste 545 ②.  
Parquoy ayant tiré une ligne de telle longueur, on a le reste requis; dont la demonstration est manifeste par la construction.

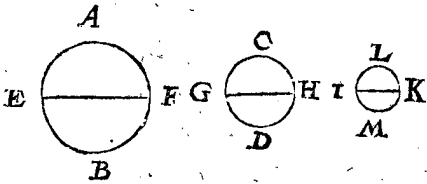
3 Exemple de lignes courbes.

Le donné. Soit la circonference du cercle AB une ligne courbe, & la circonference CD celle qui est à soustraire.

Le requis. Il faut trouver leur reste en la circonference d'un cercle.

CONSTRUCTION.

Je marque aux circonférences données deux droites lignes homologues, comme je prens leurs diametres: Celle de AB soit EF, & de CD soit GH. Puis apres tirant IK égale au sur plus de EF par dessus GH, je descris sur icelle comme diametre la circonference ILKM, que je dis le reste requis.



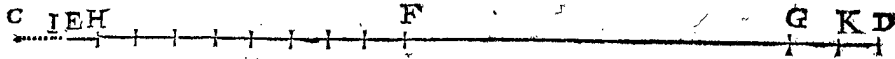
DEMONSTRATION.

Comme le diametre EF, à la circonference EAFB, ainsi GH à GCHD; ainsi aussi IK à ILKM: & par raison reverse, comme EF moins GH, à EAFB moins GCHD, ainsi IK, à ILKM: Mais EF moins GH, est égale à IK par la construction; parquoy EAFB moins GCHD est égale à ILKM, & consequemment ILKM est le reste requis.

Autre operation par nombres.

Je mesure EF, la trouvant je prens de 11 pieds, & GH de 7, lesquels soustraits de 11 reste 4: parquoy tirant une ligne longue de 4 pieds, comme IK, & là des-

A-B



Par la susdite decuple augmentation la procedure generalé de toutes est notoire, car pour avoir des milliers on ouvreroit le compas sur dix fois cent, & ainsi consequemment avec les suivans.

Autre operation par nombres.

Je mesure AB, & la trouve, je prens, de 3 pieds, iceux multipliez avec 213 vient 639, parquoy tirant une ligne longue de 639 pieds, on a le produit requis.

2 Exemple de lignes droites en rompu.

Soient à multiplier les  $\frac{3}{4}$  de la ligne AB, par  $\frac{5}{6}$ .

CONSTRUCTION.

Je mesure AB, & la trouve, je prens de 3 pieds, dont les  $\frac{3}{4}$  font  $\frac{9}{4}$ , icelles multipliées avec  $\frac{5}{6}$  vient 1875 ③; parquoy tirant une ligne de telle longueur on a le produit requis, dont la demonstration est manifeste par l'operation.

fus comme diametre descrivant une circonference ILKM, elle est le reste requis: dont la demonstration est manifeste par la demonstration precedente.

Conclusion. Estant donc donnée une ligne, avec une semblable ligne à soustraire; Nous avons trouvé le reste en une ligne semblable, selon le requis.

PROPOSITION III.

Estant donnée une ligne à multiplier, & un nombre multiplicateur: Trouver le produit en une ligne semblable à la donnée.

Nous avons démontré au 6 probleme de la premiere partie de nostre Practique d'Arithmetique que le multiplicateur ne peut estre que nombre, ce qui s'entend aussi ainsi du diviseur avec le quotient, qui est aussi toujours nombre.

1 Exemple de lignes droites en entier.

Le donné. Soit AB une ligne à multiplier, & 213 le multiplicateur.

Le requis. Il faut trouver le produit en une ligne droite.

NOTEZ.

Tout ainsi que la multiplication & division des nombres, se nomment abbreviations de l'addition & soustraction, le mesme se rencontre icy es grandeurs: car si quelqu'un vouloit adjouster 213 lignes égales à AB, selon la maniere de la 1 proposition de ce troisieme livre, il auroit le requis, mais l'operation suivante est plus courte; ce qui s'entendra aussi ainsi en la suivante multiplication & division des superficies & corps.

CONSTRUCTION.

Je tire la ligne infinie CD, & prens sur le compas la longueur AB, la mettant dix fois dedans la ligne CD, ce qui vient je prens de C jusques à E: J'ouvre puis apres le compas de C jusques à E, & mets cela dix fois en la ligne CD, ce qui vient jusques à F. Je prens puis apres sur le compas la longueur CF, l'appliquant de F jusques à G, tellement que CG fait 200. Maintenant pour avoir encores 13, HE signifie 10, parquoy de E vers C prenant encores trois parties, comme de E jusques à I, & alors le compas ouvert de H jusques à I, & icelle longueur appliquée de G jusques à K, la ligne CK est la requise, à sçavoir 213 fois aussi longue que AB; dont la demonstration est manifeste par l'operation.

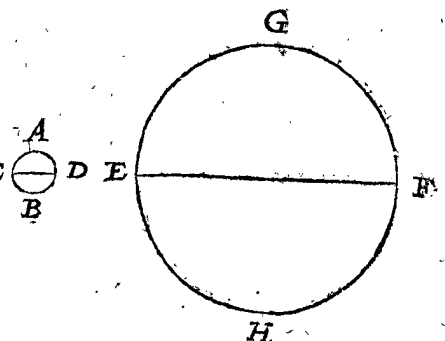
3 Exemple de lignes courbes.

Le donné. Soit la circonference du cercle AB une ligne courbe, & le multiplicateur 6.

Le requis. Il faut trouver le produit.

CONSTRUCTION.

Je marque en la circonference donnée quelque ligne droite, comme je prens le diametre CD, la multipliant par 6, selon la maniere du 1 exemple de



kk 3 ceste

ceste proposition, dont le produit soit la ligne droite EF, & je descris sur icelle comme diametre la circonference EGFH, que je dis le produit requis.

## DEMONSTRATION.

Comme le diametre EF, à la circonference EGFH, ainsi le diametre CD, à la circonference CADB : & par raison alterne, comme EF à CD, ainsi EGFH à CADB ; mais EF est 6 fois aussi long que CD par la construction, parquoy la circonference EGFH est six fois aussi longue que la circonference CADB.

*Autre operation par nombres.*

Posé que CD soit longue de 7 pieds, lesquels 6 fois font 42, parquoy tirant une ligne, comme EF, de 42 pieds, & là dessus descrivant la circonference EGFH, on a le produit requis ; dont la demonstration est manifeste par la precedente.

*Conclusion.* Estant donc donnée une ligne à multiplier, & un nombre multiplicateur, nous avons trouvé le produit en une ligne semblable à la donnée, selon le requis.

## PROPOSITION IV.

**E**stant donnée une ligne à diviser, & une ligne diviseur, trouver le quotient.

*1 Exemple de lignes droites en entier.*

*Le donné.* Soit CK au premier exemple de la 3 proposition de ce troisieme livre une ligne à diviser, & la ligne AB diviseur.

*Le requis.* Il faut trouver le quotient.

## CONSTRUCTION.

Je prens sur le compas la longueur AB, & la mets dix fois en la ligne CK, ce qui vient, je prens, de C jusques à E : J'ouvre puis apres le compas de C jusques à E, & la mets dix fois dedans la ligne CK, ce qui vient jusques à F : Je prens puis apres sur le compas la longueur CF, l'appliquant de F jusques à G ; tellement que CG fait 200, parquoy le quotient fait premierelement 200. Mais pour sçavoir maintenant combien il faut qu'il y vienne encores à cause de GK, je prens sur le compas la longueur d'icelle GK, la trouvant, je prens, venir de H jusques à I, faisant 13, lesquels avec les susdits 200 font 213 pour le quotient requis ; dont la demonstration est manifeste par la construction.

*Autre operation par nombres.*

Je mesure CK, & la trouve je prens de 639 pieds, & AB de trois pieds, par iceux divisez les 639, vient 213 ; & autant de fois est la ligne comme AB, en la ligne CK.

*2 Exemple de lignes droites en rompu.*

Soient à diviser les  $\frac{2}{3}$  de la ligne CK, au premier exemple de la 3 proposition de ce troisieme livre, par les  $\frac{3}{5}$  de la ligne AB.

## CONSTRUCTION.

Je mesure CK, la trouvant, je prens, de 213 pieds, dont les  $\frac{2}{3}$  font 142 : je mesure puis apres AB, la trouvant de 3 pieds, dont les  $\frac{3}{5}$  font  $\frac{9}{5}$  : Par iceux divisez les susdits 142, vient pour le quotient requis  $78\frac{8}{5}$  ; dont la demonstration est manifeste par l'operation.

*3 Exemple de lignes courbes.*

*Le donné.* Soit à diviser la circonference EGFH au troisieme exemple de la 3 proposition de ce troisieme livre, par la circonference CADB comme diviseur.

*Le requis.* Il faut trouver le quotient.

## CONSTRUCTION.

Je tire dans les circonférences données deux lignes droites homologues, comme les diametres EF, CD, & divisant EF par CD selon la maniere du premier exemple de ceste proposition, se trouve pour quotient je prens 6, que je dis le quotient requis des circonférences, dont la demonstration est manifeste par le revers de la demonstration de la multiplication.

*Autre operation par nombres.*

Je mesure la ligne droite EF, la trouvant, je prens, de 42 pieds, & CD de 7, par iceux divisez les 42, vient pour le quotient requis 6 : dont la demonstration est manifeste par le precedent.

*Conclusion.* Estant donc donnée une ligne à diviser, & une ligne diviseur, nous avons trouvé le quotient, selon le requis.

## SECONDE PARTIE

## DU TROISIEME LIVRE,

Des quatre conjugaisons, comme Addition, Soustraction, Multiplication & Division des superficies.

## NOTEZ.

Sur tout, qu'es quatre premieres propositions suivantes, pour briefveté nous marquerons les figures des superficies seulement des plans rectilignes, par où on entendra que la regle est generale de toutes superficies semblables, telles qu'elles soient, aussi bien courbilles & bossues que rectilignes & plattes.

## PROPOSITION V.

**E**stant données superficies semblables à adjoûter : Trouver leur somme en une semblable superficie.

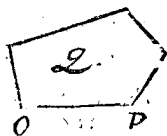
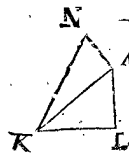
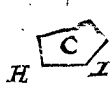
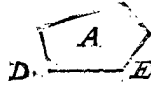
*1 Exemple en entier.*

*Le donné.* Soient A, B, C, trois superficies semblables, desquelles DE, FG, HI sont lignes homologues.

*Le requis.* Il faut trouver leur somme en une superficie semblable avec A.

## CONSTRUCTION.

Je tire KL egale avec DE, & LM à angle droit sur KL, & egale avec FG, apres KM, & là dessus à angle



droit MN egale avec HI, & tire KN. Puis apres OP egale avec KN, comme homologue avec DE, sur laquelle descrivant la superficie Q semblable à A, selon la doctrine de la 16 proposition du premier livre : Je dis qu'icelle superficie Q est la somme requise, à sçavoir egale aux trois A, B, C ; dont la demonstration est manifeste par la 31 proposition du sixieme livre d'Euclide.

ble à A, selon la doctrine de la 16 proposition du premier livre : Je dis qu'icelle superficie Q est la somme requise, à sçavoir egale aux trois A, B, C ; dont la demonstration est manifeste par la 31 proposition du sixieme livre d'Euclide.

*Autre operation par nombres.*

Je mesure les trois costez homologues, & trouve DE par exemple de 5, dont le carré

FG de 4, dont le carré

HI de 3, dont le carré

Somme

Dont la racine fait

25.

16.

9.

50.

707.

Par

Parquoy tirant une ligne longue de 707 ②, comme OP, homologue avec DE, & là dessus marquant une superficie, comme Q, semblable à A, on a le requis.

2 Exemple en rompu de l'invention de SON EXCELLENCE tiré de la 8 proposition suivante.

Soit requise la somme des  $\frac{2}{3}$  du plan A, avec le  $\frac{1}{2}$  de B, & le  $\frac{1}{3}$  de C.

CONSTRUCTION.

Je mesure les trois costez homologues, trouvant DE, je prens, de 5 pieds, le carré d'iceux fait 25, dont les  $\frac{2}{3}$  font 10.  
 EG de 4, desquels le carré 16, dont le  $\frac{1}{2}$  fait 8.  
 HI de 3, desquels le carré 9, dont le  $\frac{1}{3}$  fait 3.  
 Somme 21.  
 Dont la racine quarrée 458 ②.

Parquoy tirant une ligne longue de 458 ② pieds, comme homologue avec DE, & là dessus marquant une superficie semblable à A, on a le requis : Dont la demonstration se verra au susdit lieu, à sçavoir, en la 8 proposition.

Conclusion. Estant donc données superficies semblables à adjouster, nous avons trouvé leur somme en une semblable superficie, selon le requis.

PROPOSITION VI.

Estant donnée une superficie, avec une semblable superficie à soustraire : Trouver le reste en semblable superficie.

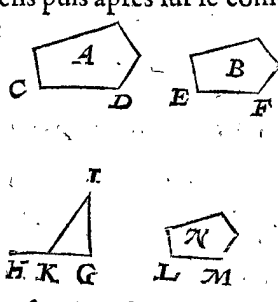
1 Exemple en entier.

Le donné. Soit A une superficie, & B une semblable superficie à soustraire, desquelles CD, EF sont costez homologues.

Le requis. Il faut trouver le reste en une superficie semblable à A.

CONSTRUCTION.

Je tire l'infinie GH, apres GI, à angle droit sur icelle GH, & egale avec EF : Je prens puis apres sur le compas la longueur CD, mettant l'un pied au point I, l'autre dedans la ligne GH, que je prens venir au point K : Je tire puis apres la ligne LM egale avec KG, comme homologue avec CD, descrivant là dessus la superficie N, semblable à A, ce que je dis le reste requis ; dont la demonstration se tire de la 31 proposition du sixiesme livre d'Euclide.



Autre operation par nombres.

Je mesure les deux costez homologues, trouvant CD, je prens, de 5 pieds, dont le carré 25.  
 Et EF de 4, dont le carré 16.  
 Lequel soustrait du premier en l'ordre, reste 9.  
 Dont la racine quarrée 3.

Parquoy tirant une ligne longue de 3 pieds, comme LM homologue avec CD, & là dessus marquant une superficie comme N semblable à A, on a le reste requis.

2 Exemple en rompu de l'invention de SON EXCELLENCE tiré de la 8 proposition suivante.

Soit des  $\frac{2}{3}$  de la superficie de A à soustraire le  $\frac{1}{2}$  de B.

CONSTRUCTION.

Je mesure les deux costez homologues, trouvant CD, je prens de 5 pieds, dont le carré 25, desquels les  $\frac{2}{3}$  font 10.  
 Et EF 4, dont le carré 16, desquels la moitié fait 8.  
 Lesquels soustraits du premier en l'ordre, reste 2.  
 Dont la racine quarrée 141 ②.

Parquoy tirant une ligne longue de 141 ② pieds, comme homologue avec CD, & là dessus marquant une superficie semblable à A, on a le reste requis : dont la demonstration se verra au lieu susdit, à sçavoir en la 8 proposition.

Conclusion. Estant donc donnée une superficie, & une superficie semblable à soustraire : Nous avons trouvé le reste en superficie semblable, selon le requis.

PROPOSITION VII.

Estant donnée une superficie à multiplier, & un nombre multiplicateur : Trouver leur produit en une superficie semblable à la donnée.

1 Exemple en entier.

Le donné. Soit A une superficie à multiplier, & le multiplicateur 10.

Le requis. Il faut trouver leur produit, qui est une superficie dix fois aussi grande que A, & semblable à icelle.

CONSTRUCTION.

Je tire la ligne BC dix fois aussi longue qu'aucun des costez de la superficie donnée, par exemple le costé DE :

Je trouve puis apres la ligne moyenne proportionnelle entre DE & BC par la 3 proposition du 4 livre, laquelle soit FG, sur icelle comme homologue avec DE je marque la superficie H semblable à A, que je dis le produit requis, à sçavoir dix fois aussi grande que la superficie A : dont la demonstration se tire de la 20 proposition du sixiesme livre d'Euclide.

NOTEZ.

Il est bien vray qu'on declare plus commodement les propositions presentes par la doctrine precedente que suivante : Toutesfois cela est advenu autrement en l'invention des lignes proportionnelles, tant icy qu'en quelques propositions de ce livre : Toutesfois si nous eussions mis le quatriesme livre devant le 3, nous eussions peu eviter telle chose, mais alors nous n'eussions pas suivi le susdit ordre general de l'Arithmetique, que nous nous avons proposé de suivre.

Autre operation par nombres.

Je mesure la ligne DE, la trouvant je prens de trois pieds, lesquels dix fois font 30 pieds : Entre ce 30 & 3 je trouve un nombre moyen proportionel, qui est 949 ② ; parquoy tirant une ligne de telle longueur comme FG, & là dessus marquant une superficie H semblable avec A, on a le produit requis.

Autre operation par nombres fondée sur la susdite invention de SON EXCELLENCE.

Soit encore la ligne DE de trois pieds, son quarré est 9.  
 Cela 10 fois vient 90.  
 Dont la racine quarrée 949 ②.

kk 4 Par-

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme FG homologue avec DE, & là dessus marquant une superficie H semblable à A, on a le produit requis.

2 Exemple en rompu.

Soient à multiplier les  $\frac{2}{3}$  de la superficie A, avec  $10\frac{1}{2}$ .

CONSTRUCTION.

Je mesure DE, & la trouve je prens de trois pieds, les  $\frac{2}{3}$  d'iceux comme 2, multipliez par  $10\frac{1}{2}$  font 21. Entre ces 21 & les susdits 3, je trouve un nombre moyen proportionel, qui est 794 (2); Parquoy tirant une ligne aussi longue, & là dessus marquant une superficie semblable à A, on a le produit requis.

Autre operation en rompu, fondée sur la susdite invention de SON EXCELLENCE.

Soient encores à multiplier les  $\frac{2}{3}$  de la superficie A, avec  $10\frac{1}{2}$ .

CONSTRUCTION.

Je mesure DE, la trouvant je prens de 3 pieds, le carré d'iceux fait 9 pieds, dont les  $\frac{2}{3}$  font 6. Iceux multipliez avec  $10\frac{1}{2}$  vient 63. Dont la racine carrée 794 (2).

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec DE, & là dessus marquant une superficie semblable à A, on a le produit requis.

CONSEQUENCE.

Quand on desire en l'Arithmetique quelque partie de quelque nombre rompu, comme par exemple les  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{2}{3}$ , on multiplie  $\frac{2}{3}$  avec  $\frac{2}{3}$ , & le produit est le requis: Ainsi aussi en la pratique de Geometrie, quand on desire quelque partie de la partie d'une superficie donnée, pourveu qu'elle soit semblable avec l'entier, par exemple les  $\frac{2}{3}$  des  $\frac{2}{3}$  de la superficie A: Il est notoire qu'on multipliera selon la maniere du susdit deuxiesme exemple, & que le produit sera le requis. La mesme consequence s'entendra aussi ainsi sur la multiplication des corps en la 11 proposition suivante.

Conclusion. Estant donc donnée une superficie à multiplier, & un nombre multiplicateur, nous avons trouvé leur produit en une superficie semblable à la donnée, selon le requis.

PROPOSITION VIII.

Estant donnée une superficie à diviser, & une semblable superficie diviseur: Trouver le quotient.

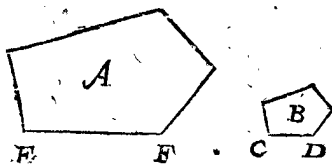
1 Exemple en entier.

Le donné. Soit A une superficie à diviser, & la superficie B semblable à A soit diviseur, dont le costé CD est homologue avec EF.

Le requis. Il faut trouver leur quotient, qui est, combien de fois une superficie comme B est comprinsé en la superficie A.

CONSTRUCTION.

Je trouve par la 2 proposition du quatriesme livre la troisieme proportionelle des deux EF, CD, laquelle



soit G: le voy puis apres combien de fois G est en EF, & se trouvé, je prens trois fois: Ce qui est ainsi,

je dis que 3 est le quotient requis, à sçavoir qu'une superficie comme B, est comprinsé 3 fois en la superficie A. La demonstration se tire de la 20 proposition du sixiesme livre d'Euclide.

Autre operation par nombres, selon la maniere de la precedente operation Mathematique.

Je mesure les deux costez homologues, trouvant je prens EF de 18. Et CD de 6. Je dis puis apres, 18 premier en l'ordre, donne 6 deuxiesme en l'ordre, combien les mesmes 6 vient 2. Par iceux divisez 18 premier en l'ordre, vient pour le quotient requis 9.

Autre operation selon l'invention de SON EXCELLENCE.

On divisera les quarezes des costez homologues l'un par l'autre, car le quotient donne aussi le requis: par exemple ayant divisé 324 (quarré de EF 18) par 36 (quarré de CD 6) vient comme dessus 9.

Origine de ceste operation.

SON EXCELLENCE considerant que les superficies semblables estoient en telle raison l'une à l'autre, que les quarezes de leurs costez homologues, concludoit par là que le quotient des quarezes de deux costez homologues, doit aussi estre le quotient des superficies.

SON EXCELLENCE ayant apperceu que ceste regle estoit fort generale, il despescha par icelle plusieurs operations avec une singuliere facilité, lesquelles seront descrites cy-apres chacune en son lieu.

2 Exemple en rompu selon la susdite invention de SON EXCELLENCE.

Soient à diviser les  $\frac{2}{3}$  de la superficie A, par les  $\frac{3}{4}$  de la superficie B.

CONSTRUCTION.

Je mesure deux costez homologues, trouvant EF je prens de 18, le quarré d'iceux 324, dont les  $\frac{2}{3}$  font 216. Et CD 6, le quarré d'iceux 36, dont les  $\frac{3}{4}$  font 27. Par iceux divisez les 216, vient pour le quotient requis 8. Dequoy la demonstration s'entend par la susdite origine.

Conclusion. Estant donc donnée une superficie à diviser, & une semblable superficie diviseur, nous avons trouvé le quotient, selon le requis.

TROISIEME PARTIE  
DU TROISIEME LIVRE,

Des quatre conjugaisons, comme Addition, Soustraction, Multiplication, & Division des corps.

NOUS descrirons pour briefveté, és quatre propositions suivantes, les figures seulement des corps planes, par où on entendra que la regle est generale de tous corps semblables, tels qu'ils soient, aussi bien creux & courbes que planes.

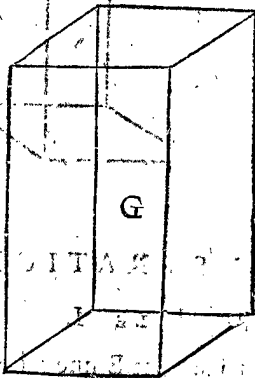
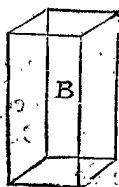
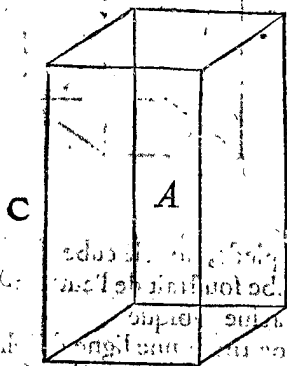
PROPOSITION IX.

Estant donnez des corps semblables à adjouster, Trouver leur somme en un corps à eux semblable.

1 Exemple en entier.

Le donné. Soient A, B, deux corps semblables à adjouster, dont les lignes homologues sont C, D.

Le requis. Il faut trouver leur somme en un corps semblable à A.



CONSTRUCTION.

Je trouve la quatriesme ligne proportionnelle E des deux C, D, par la consequence de la 1<sup>re</sup> proposition du quatriesme livre. Puis apres deux moyennes proportionnelles entre la ligne C & la ligne egale à C avec E par la 4<sup>me</sup> proposit. du quatriesme livre, desquelles deux lignes moyennes proportionnelles soit F la premiere. Sur icelle, comme homologue avec C, je marque le corps G semblable à A, lequel je dis la somme requise, à sçavoir egal aux deux A B.

DEMONSTRATION.

ARTICLE I.

La ligne C à E a une raison triplée de la ligne C à D par l'operation: parquoy comme la ligne C à E, ainsi le corps A au corps B; & par raison composée, comme les deux lignes C, E, à la ligne C, ainsi les deux corps A & B au corps A.

ARTICLE II.

La ligne C obtient à la ligne egale à C avec E une raison triplée de la ligne C à F par la construction: parquoy comme la ligne C, à C avec E, ainsi le corps A, au corps G. Et par raison reversee, comme les deux lignes C, E, à la ligne C, ainsi le corps G, au corps A. Mais la mesme raison des deux corps A & B ensemble au corps A, a esté demonstree au premier article; parquoy (car ceux-la, dont les raisons sont egales à un mesme, sont de necessité egaux entr'eux) le corps G est egal avec les deux corps A, B.

Autre operation par nombres selon la maniere de la precedente operation Mathematique.

Je mesure deux costez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4.  
Et D de 2.  
Le quatriesme nombre proportionel 4 premier en l'ordre, & 2 deuxiesme en l'ordre, est  $\frac{1}{2}$ .  
Iceluy avec 4 premier en l'ordre fait  $\frac{1}{4}$ .  
Je cherche puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 4 premier en l'ordre, &  $\frac{1}{4}$  quatriesme en l'ordre, qui est racine cubique de 72.  
Qui fait 416 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là dessus marquant un corps G semblable à A, on a la somme requise.

Autre operation par nombres selon l'invention de SON EXCELLENCE.

Je mesure deux costez homologues, comme par

exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, dont le cube 64.  
Et D de 2, dont le cube 8.  
Lesquels adjoustez aux autres, vient 72.  
Dont la racine cubique 416 ②.  
Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là dessus marquant un corps G semblable à A, on a la somme requise.

2. Exemple en rompu, ou l'invention de SON EXCELLENCE à lieu.

Soit requise la somme de  $\frac{3}{8}$  du corps A, avec  $\frac{1}{4}$  du corps B.  
Je mesure deux costez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, son cube fait 64, dont les  $\frac{3}{8}$  font 24.  
Et D de 2, le cube d'iceux 8, dont  $\frac{1}{4}$  fait 2.  
Somme 26.  
Dont la racine cubique 296 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec C, & là dessus marquant un corps semblable à A, on a la somme requise, dont la demonstration se tire de l'origine de la 8. proposition de ce livre.

Conclusion. Estant donc donnez des corps semblables à adjouster, nous avons trouvé leur somme en un corps à eux semblable, selon le requis.

PROPOSITION X.

Estant donné un corps, avec un semblable corps à soustraire, Trouver le reste en un semblable corps.

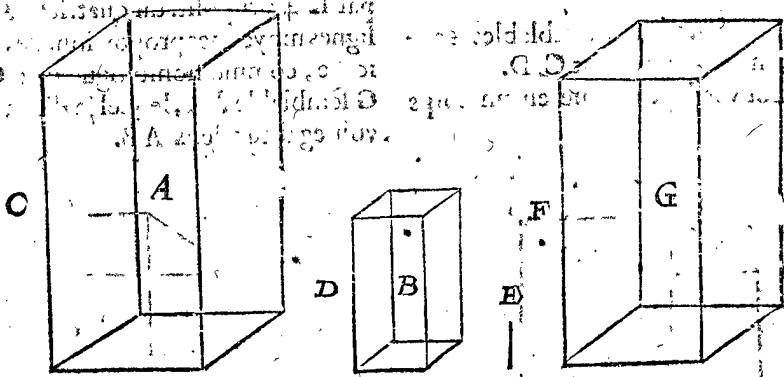
1 Exemple en entier.

Le donné. Soit A un corps, & B un semblable corps à soustraire, dont les lignes homologues soient C, D.

Le requis. Il faut trouver le reste en un corps semblable à A.

CONSTRUCTION.

Je trouve la quatrieme proportionnelle E des deux C, D; puis apres deux moyennes proportionnelles en-



tre la ligne C, & la ligne C moins E, desquelles deux moyennes proportionnelles la premiere soit F: Sur icelle, comme homologue avec C, je marque le corps G semblable à A, lequel je dis le reste requis.

DEMONSTRATION.

ARTICLE I.

La ligne C obtient à la ligne E une raison triplée de la ligne C à D par la construction: parquoy comme la ligne C à la ligne E, ainsi le corps A au corps B; & par raison disjointe, comme la ligne C moins la ligne E à la ligne C, ainsi le corps A moins le corps B au corps A.

ARTICLE II.

La ligne C obtient à la ligne C moins la ligne E une raison triplée de la ligne C à F par la construction: parquoy comme la ligne C à la ligne C moins la ligne E, ainsi le corps A au corps G; & par raison reversee, comme la ligne C moins la ligne E à la ligne C, ainsi le corps G au corps A. Mais la mesme raison du corps A moins le corps B au mesme corps A, a esté démontrée au premier article; parquoy (car ceux dont les raisons sont egales à un mesme, il faut qu'ils soient egaux) le corps G est egal au corps A moins le corps B, qui est, le corps B soustrait de A, le reste est un corps comme G.

*Autre operation par nombres selon la maniere de la precedente operation Mathematique.*

Je mesure deux costez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4. Et D de 2. Le quatrieme nombre proportionel de 4 premier en l'ordre, & 2 deuxiesme en l'ordre, est Iceux soustraits de 4 premier en l'ordre, reste Je cherche puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 4 premier en l'ordre, & 2 quatrieme en l'ordre, le mesme est racine cubique de Laquelle fait Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là dessus marquant un corps G semblable à A, on a le reste requis.

*Autre operation par nombres selon l'invention de SON EXCELLENCE.*

Je mesure deux costez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, dont le cube

Et D de 2 pieds, dont le cube Lequel cube soustrait de l'autre, reste Dont la racine cubique

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là dessus marquant un corps semblable à A, on a le reste requis.

2 Exemple en rompu, où l'invention de SON EXCELLENCE a lieu.

Soit des  $\frac{3}{8}$  du corps A, à soustraire  $\frac{1}{4}$  du corps B.

CONSTRUCTION.

Je mesure les deux costez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, le cube d'iceux est 64, dont les  $\frac{3}{8}$  font Et D de 2, le cube d'iceluy 8, dont  $\frac{1}{4}$  fait Lesquels soustraits de 24 premier en l'ordre, reste Dont la racine cubique

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec C, & là dessus marquant un corps semblable à A, on a le reste requis: Dont la demonstration se tire de l'origine de la 8 proposition de ce troisieme livre.

*Conclusion.* Estant donc donné un corps avec un semblable corps à soustraire, nous avons trouvé le reste en un semblable corps, selon le requis.

PROPOSITION XI.

Estant donné un corps à multiplier, & un nombre multiplicateur; Trouver le produit en un corps semblable au donné.

I Exemple en entier.

*Le donné.* Soit A le corps à multiplier, avec quelle ligne droite là dedans, comme B, & le multiplicateur 8.

*Le requis.* Il faut trouver le produit en un corps semblable à A, & 8 fois aussi grand.

CONSTRUCTION.

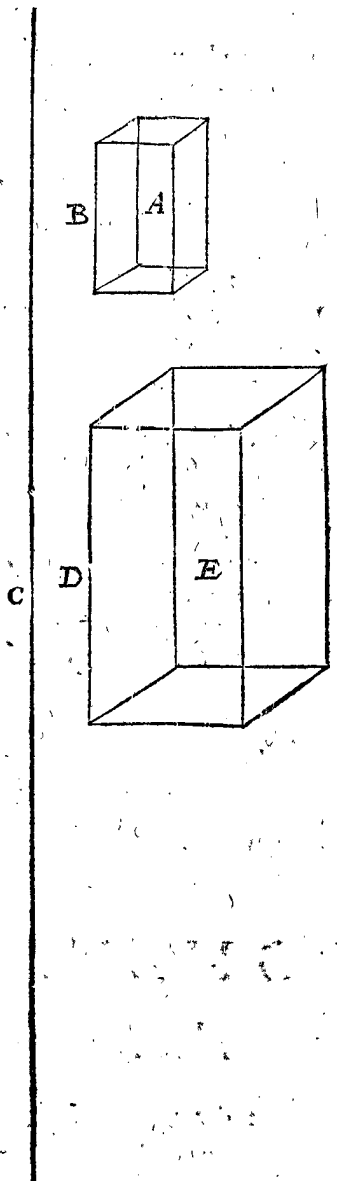
Je tire la ligne C, 8 fois aussi longue que la ligne B, pource que le multiplicateur donné est 8: Je trouve puis apres deux lignes moyennes proportionnelles par la 4 proposition du quatrieme livre, dont la premiere soit D: sur laquelle comme homologue avec B marquant le corps E semblable à A, je dis qu'il est le produit requis, à sçavoir 8 fois aussi grand que le corps A.

DEMON-



DEMONSTRATION.

La ligne B à C, a une raison triplée de la ligne B à D par la construction : Parquoy comme la ligne B à C,



ainsi le corps A à E : Et par raison reverse, comme la ligne C à B, ainsi le corps E à A. Mais la ligne C est 8 fois aussi grande que B, parquoy le corps E est 8 fois aussi grand que le corps A, ce qui est le produit requis.

Autre operation par nombres selon la maniere de la precedente operation Mathematique.

Je mesure la ligne B, la trouvant par exemple de 2. Iceux multipliez avec 8 vient

Je trouve puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 2 & 16, qui est

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme D homologue avec B, & là dessus marquant un corps semblable à A, on a le produit requis.

Autre operation par nombres fondée sur la susdite invention de SON EXCELLENCE.

Soit la ligne B encore 2 pieds, son cube est

Iceux 8 fois vient

Dont la racine cubique

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme D homologue avec B, & là dessus marquant un corps E semblable à A, on a le produit requis.

2 Exemple en rompu.

Soient à multiplier les  $\frac{2}{3}$  du corps A avec  $\frac{3}{4}$ .

CONSTRUCTION.

Je mesure la ligne B, la trouvant je prens de 2. Dont les  $\frac{2}{3}$  font

Iceux multipliez avec le multiplicateur donné  $\frac{3}{4}$ , vient

Je trouve puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 2 premier en l'ordre, & 1 troisieme en l'ordre, qui est racine cubique de

Laquelle fait 159 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec B, & là dessus marquant un corps semblable à A, on a le produit requis : Dont la demonstration est manifeste par le precedent.

Autre operation en rompu, fondée sur la susdite invention de SON EXCELLENCE.

Soient autrefois à multiplier les  $\frac{2}{3}$  du corps A, avec  $\frac{3}{4}$ .

CONSTRUCTION.

Je mesure la ligne B, la trouvant par exemple de 2, le cube d'iceux fait 8 pieds, dont les  $\frac{2}{3}$  font

Iceux  $\frac{3}{4}$  fois vient

Dont la racine cubique.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec B, & là dessus marquant un corps semblable à A, on a le produit requis.

Conclusion. Estant donc donné un corps à multiplier, & un nombre multiplicateur ; nous avons trouvé le produit en un corps semblable au donné, selon le requis.

PROPOSITION XII.

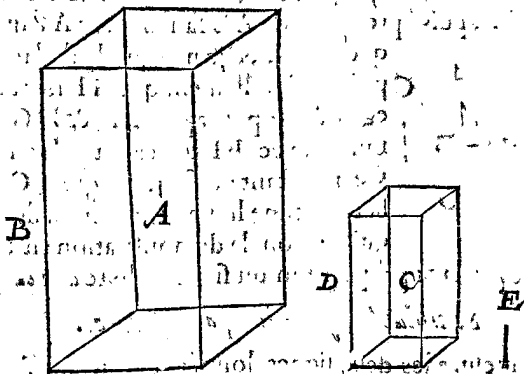
Estant donné un corps à diviser, & un semblable corps diviseur : Trouver le quotient.

Le donné. Soit A le corps à diviser, avec une ligne là dedans comme B, & le corps C semblable à A soit diviseur, avec une ligne là dedans, comme D homologue avec B.

Le requis. Il faut trouver le quotient, qui est, combien de fois un corps comme C est compris au corps A.

CONSTRUCTION.

Je trouve des deux lignes D, B, une quatrieme proportionelle par la conséquence de la 1 proposition du quatrieme livre, laquelle soit E : Je mesure puis apres combien de fois la ligne E est en B, & s'y trouve par



exemple 8 fois, par où je conclus que 8 est le quotient requis, c'est à dire qu'un corps comme C est compris 8 fois au corps A.

DEMONSTRATION.

La ligne B à E a une raison triplée de la ligne B à D par la construction ; parquoy comme la ligne B à E, ainsi le corps A à C : Mais la ligne B est 8 fois aussi grande que E, parquoy le corps A est 8 fois aussi grand que le corps C ; & conséquemment un corps comme C est 8 fois au corps A, & pource 8 est le quotient requis.

*Autre operation par nombres selon la maniere de la precedente operation Mathematique.*

Je mesure la ligne B, la trouvant je prens de Et D de 4.  
Je trouve puis apres le quatriesme nombre proportionel des deux 4 & 2, qui est 2.  
Par iceluy divisé 4 premier en l'ordre, vient pour le quotient requis. 8.

*Autre operation selon l'invention de SON EXCELLENCE.*

Je mesure deux costez homologues, comme par exemple B & D, trouvant B de 4 pieds, dont le cube fait 64.  
Et D de 2, dont le cube 8.  
Par iceux divisez les 64, vient pour le quotient requis 8.

*2 Exemple en rompu, ou l'invention de SON EXCELLENCE a lieu.*

Soient à diviser les  $\frac{2}{3}$  du corps A, par les  $\frac{3}{4}$  du corps C. CONSTRUCTION.

Je mesure deux costez homologues, comme par exemple B & D, trouvant B de 4 pieds, le cube d'iceux 64, dont les  $\frac{2}{3}$  font  $42\frac{2}{3}$ .  
Et D de 2, le cube d'iceux est 8, dont les  $\frac{3}{4}$  font  $6$ .  
Par iceux divisez les  $42\frac{2}{3}$ , vient pour le quotient requis  $7\frac{1}{9}$ .

L'origine de cecy est semblable à celle de la 8 proposition des superficies : car les corps semblables sont en telle raison entre eux, que les cubes de leurs costez homologues ; d'où s'enfuit qu'il faut que le quotient des cubes de deux costez homologues, soit aussi le quotient des corps.

*Conclusion.* Estant donc donné un corps à diviser, & un semblable corps diviseur ; Nous avons trouvé le quotient, selon le requis.

NOTEZ.

On pourroit encores desirer icy quelques exemples des quatre especes en grandeurs incommensurables ; Mais veu que nous en avons décrit ailleurs un traité particulier, qui se peut joindre à ces quatre especes, nous passerons outre.

*Fin du troisesme livre de la Geometrie.*

QUATRIESME LIVRE

DE LA

PRACTIQUE DE GEOMETRIE,

De la règle de Proportion des grandeurs.

PREMIERE PARTIE

DU QUATRIESME LIVRE,

De la règle de Proportion des lignes.

PROPOSITION I.

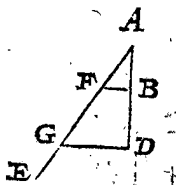
**E**stant données deux lignes droites : Trouver leur troisesme proportionelle.

*Le donné.* Soient AB & C deux lignes droites.

*Le requis.* Il faut trouver leur troisesme proportionelle.

CONSTRUCTION.

Je produis AB jusques à D, tellement que BD soit egale à C, puis apres l'infinie AE faisant avec AB quelque angle, & je marque là dedans le C point F, tellement que AF soit aussi egale à C ; puis apres BF, & DG parallele avec BF touchant en G.



Ce qui estant ainsi, je dis que FG est la troisesme ligne proportionelle requise : dont la demonstration est manifeste par la 11 proposition du sixiesme livre d'Euclide.

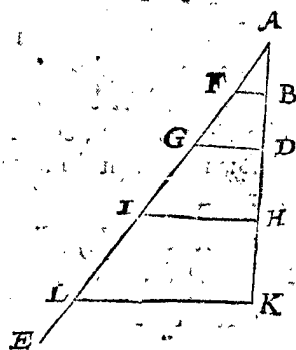
*Semblable operation par nombres.*

Je mesure les deux lignes données, trouvant AB je prens de 3 pieds, C de 4. Je dis puis apres, 3 donnent 4, combien les mesmes 4 ? Vient  $5\frac{1}{3}$  pieds : Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, on a la troisesme requise : dont la demonstration est manifeste par l'operation.

*Conclusion.* Estant doncques données deux lignes droites, nous avons trouvé leur troisesme proportionelle, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Il est notoire par le precedent comment on trouvera aussi à deux lignes données une quatriesme, cinquiesme, & autres suivantes jusques à l'infini. Soit à ceste fin remise la precedente figure ABCDEFG comme cy devant. Pour trouver maintenant, apres avoir trouvé la troisesme proportionelle FG, une quatriesme, je produis AD jusques à H, tellement que DH soit egale à FG ; puis apres HI parallele avec DG : ce qui estant ainsi, GI est la quatriesme ligne proportionelle requise : Pour avoir maintenant une cinquiesme, je produis AH jusques à K, tellement que HK soit



egale à GI ; Puis apres KL parallele à HI, & j'ay pour cinquiesme proportionelle IL ; Et ainsi infiniment avec les autres, tellement que AB, AF, FG, GI, IL sont cinq lignes en continue proportion : Dont aussi la construction en nombres est assez notoire par la precedente.

PRO-

PROPOSITION II.

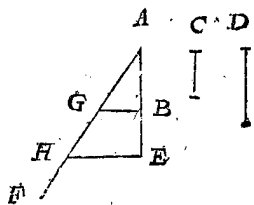
Estans données trois lignes droites : Trouver leur quatriesme proportionelle.

Le donné. Soient AB, C, D trois lignes droites.

Le requis. Il faut trouver leur quatriesme proportionelle.

CONSTRUCTION.

Je produis AB jusques à E, tellement que BE soit egale à C, puis apres l'infinie AF, faisant avec AB quel que angle ; puis je marque là dedans le point G, tellement que AG soit egale à D; puis apres BG, & EH parallele avec BG touchant GF en H : Ce qui estant ainsi, je dis que GH est la quatriesme ligne proportionelle requise ; dont la demonstration est faite en la 11<sup>me</sup> proposition du sixiesme livre d'Euclide.



Semblable operation par nombres.

Je mesure les trois lignes données, trouvant par exemple AB de 4, C de 3, D de 5 pieds : Je dis puis apres, 4 donnent 3, combien 5 ? viennent  $3\frac{5}{4}$ , ou  $3\frac{1}{4}$ . Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, on a la quatriesme requise : Dont la demonstration est assez manifeste par la construction.

Conclusion. Estans doncques données trois lignes droites, nous avons trouvé leur quatriesme proportionelle, selon le requis.

PROPOSITION III.

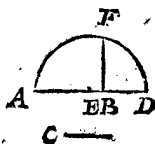
Estans données deux lignes droites : Trouver leur moyenne proportionelle.

Le donné. Soient AB & C deux lignes droites.

Le requis. Il faut trouver leur moyennè proportionelle.

CONSTRUCTION.

Je produis AB jusques à D, tellement que BD soit egale à C; je marque puis apres le point E au milieu de AD, descriptant là dessus le demicercle AFD, & tirant de B jusques à F en la circonference la ligne BF à angle droit sur AD : Ce qui estant ainsi, je dis que BF est la moyenne proportionelle requise entre AB & C; dont la demonstration est faite en la 13<sup>me</sup> proposition du sixiesme livre d'Euclide.



Semblable operation par nombres.

Je mesure les deux lignes données, trouvant je prens AB de 5, C de 3 : Je dis puis apres, 5 fois 3 sont 15, dont la racine quarrée est  $3\frac{7}{5}$  : Parquoy tirant une ligne aussi longue, on a la moyenne proportionelle requise : dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estans donc données deux lignes droites, nous avons trouvé leur moyenne proportionelle, selon le requis.

PROPOSITION IV.

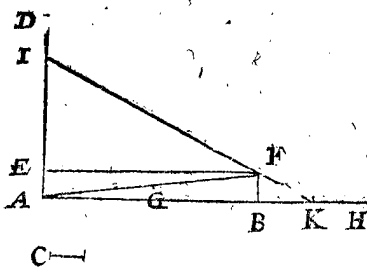
Estans données deux lignes droites : Trouver leurs deux moyennes proportionelles.

Le donné. Soient AB & C deux lignes droites.

Le requis. Il faut trouver leurs deux moyennes proportionelles.

CONSTRUCTION selon l'invention de Hero.

Je tire la ligne infinie AD à angle droit sur AB, & marque là dessus le point E, tellement que AE soit egale à C, apres BF egale & parallele avec AE, tirant EF & AF, dont le centre soit G : Je produis aussi AB infiniment comme AH : Je pote en apres le pied immobile du compas sur le point G, & avec le mobile je marque aux deux lignes infinies AD, AH, deux points I, K. Or pourveu que ces deux points viennent ainsi que la ligne



droite tirée de l'un point à l'autre tende par le point F, cela ira bien : mais autrement ; il faut estreindre ou ouvrir le compas, & mettre les points comme I, K, plus pres ou plus loing, jusques à ce qu'une telle ligne, comme IK, tende par le point F. Prenant donc que la ligne IK y passe, je dis que EI & BK sont les deux lignes moyennes proportionelles requises, tellement que AB, EI, BK, C sont en continuelle proportion: dont la demonstration est faite par Eutochius en l'explication du deuxiesme livre de la sphere & cylindre d'Archimede.

Semblable operation par nombres.

Je mesure les deux lignes données, trouvant je prens, AB de 16, C de 2, & cherche entre iceux deux nombres moyens proportionaux, selon la doctrine du 45<sup>me</sup> probleme de nostre Arithmetique Françoisé, les trouvant de 8 & 4 : Parquoy tirant deux lignes de telle longueur, on a le requis.

CONSEQUENCE.

Il est notoire comment on trouvera par l'aide des nombres plus de deux lignes moyennes proportionelles entre deux données ; car icelles lignes données estans mesurées, & trouvées entre leurs nombres autant de moyennes proportionelles qu'il en sera requis, selon la susdite doctrine du 45<sup>me</sup> probleme, on trouve les requises.

Mais pour trouver mathematiquement entre deux lignes données, deux ou plusieurs moyennes proportionelles, autant qu'on en requiert, l'instrument d'Eratosthenes deserit par le susdit Eutochius sert à cela.

Conclusion. Estans donc données deux lignes droites, nous avons trouvé leurs deux moyennes proportionelles, selon le requis.

SECONDE PARTIE  
DU QUATRIESME LIVRE,

De la Regle de proportion des superficies.

Combien que nous disions que ceste deuxiesme & troisieme partie soit de la regle de proportion des superficies & corps, toutefois la matiere requiert en quelques propositions que les superficies & corps soient quelquefois meslez tant de lignes que quelquefois de nombres.

PROPOSITION V.

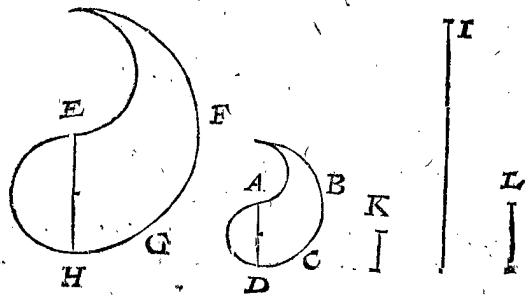
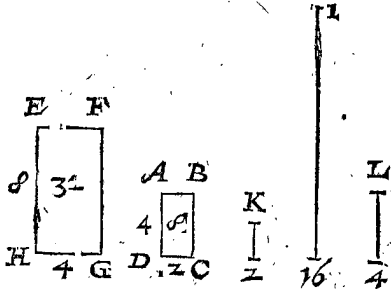
Estans données deux superficies semblables, & une ligne droite, Trouver une autre ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'une superficie à l'autre.

*Le donné.* Soient ABCD; EFGH deux superficies semblables, & I une ligne droite.

*Le requis.* Il faut trouver une autre ligne droite en telle raison à I, comme la superficie ABCD à EFGH.

CONSTRUCTION.

Je pose ou tire es superficies données quelques deux lignes droites homologues comme EH, AD, & trouve leur troisieme proportionelle, laquelle soit K: Puis



apres la quatrieme proportionelle des trois EH, K, I, laquelle soit L, que je dis estre la requise, à sçavoir que comme ABCD à EFGH, ainsi L à I.

DEMONSTRATION.

Veux que K est la troisieme proportionelle des deux lignes homologues EH, AD, par la construction. La superficie EFGH a telle raison par l'operation à la superficie ABCD, comme EH à K: Mais comme EH à K, ainsi I à L par la construction; parquoy comme EFGH à ABCD, ainsi I à L: & par raison reverse, L a telle raison à I, comme la superficie ABCD, à la superficie EFGH.

*Semblable operation par nombres.*

Je mesure AD, la trouvant, je prens, de 4 pieds, EH 8, I 16; Je trouve puis apres le troisieme nombre proportionel de EH 8, & AD 4, qui est 2 pour K. Je cherche apres le quatrieme nombre proportionel des trois EH 8, K 2, I 16, vient 4; Parquoy tirant une ligne, comme L, longue de 4 pieds, on a le requis.

PREUVE aux figures rectangulaires.

L'angle droit ABCD fait 8, & EFGH 32: Or comme 8 à 32, ainsi L 4 à I 16.

*Autre operation par nombres fondée sur la susdite invention de SON EXCELLENCE.*

Soit encore AD comme devant de 4 pieds, EH 8, & I 16; Cela estant ainsi, je dis, le carré de EH 8 faisant 64, donne le carré de AD 4, qui est 16, combien la ligne I 16: vient 4: Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme L, on a le requis.

*Conclusion.* Estans donc données deux superficies semblables, & une ligne droite; Nous avons trouvé une ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'une superficie à l'autre, selon le requis.

PROPOSITION VI.

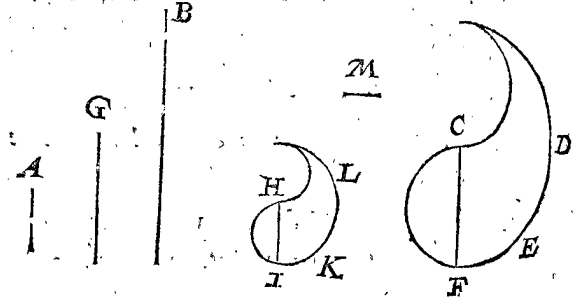
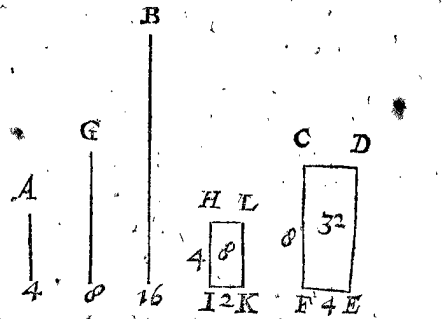
*Estans données deux lignes droites & une superficie; Trouver une semblable superficie en telle raison à la donnée comme l'une ligne à l'autre.*

*Le donné.* Soient A, B, deux lignes, & CDEF une superficie.

*Le requis.* Il faut trouver une autre superficie semblable à la superficie CDEF, & en telle raison à icelle superficie commé A à B.

CONSTRUCTION.

Je trouve par la troisieme proposition de ce quatrieme livre, la ligne moyenne proportionelle entre A & B, laquelle soit G: Je prens ou tire puis apres quelque ligne droite en la superficie donnée, comme CF, & trouve une quatrieme proportionelle des trois B, G, CF, laquelle soit HI, sur laquelle comme homologue avec CF marquant une superficie HIKL sem-



blable à CDEF, on a le requis; à sçavoir comme la ligne A à B, ainsi la superficie HIKL, à la superficie CDEF.

*Preparation.* Soit M une troisieme proportionelle des deux CF, HI.

DEMONSTRATION.

Veux que B a telle raison à G, comme CF à HI, & que A est une troisieme proportionelle des deux B, G, comme M est une troisieme proportionelle des deux CF, HI: Doncques B a telle raison à A, comme CF à M: Mais comme CF à M, ainsi la superficie CDEF à la superficie HIKL (parce que M est la troisieme proportionelle de ses costez homologues) parquoy la superficie CDEF est à la superficie HIKL, comme B à A; & par raison reverse, la superficie HIKL est trouvée en telle raison à CDEF, comme A à B.

*Semblable operation par nombres.*

Je mesure CF, la trouvant je prens de 8 pieds, A 4, B 16: Je trouve puis apres le nombre moyen proportionel entre A 4 & B 16, qui est 8 pour G. Je trouve encore le quatrieme nombre proportionel des trois B 16, G 8, CF 8, vient 4: Parquoy tirant une ligne HI longue de 4 pieds, & dessus icelle comme homologue à CF marquant le plan HIKL semblable à CDEF, on a le requis.

PREUVE aux figures rectangulaires.

L'angle droit HIKL faisant 8, est en telle raison à l'angle droit CDEF faisant 32, come la ligne A 4, à B 16.

*Autre*

Autre operation par nombres fondée sur la susdite invention de SON EXCELLENCE.

NOTEZ.

Soit CF comme cy-devant encore de 8 pieds, A 4, B 16. Cely estant ainsi, je dis, B 16, donne A 4, combien le carré de CF 8 faisant 64 ? vient 16, dont la racine quarrée est 4 : Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme HI homologuë avec CF, & là dessus marquant une superficie HIKL semblable à CDEF, on a le requis.

Conclusion. Estans donc données deux lignes droites & une superficie, nous avons trouvé une semblable superficie en telle raison à la donnée, comme l'une ligne à l'autre, selon le requis.

PROPOSITION VII.

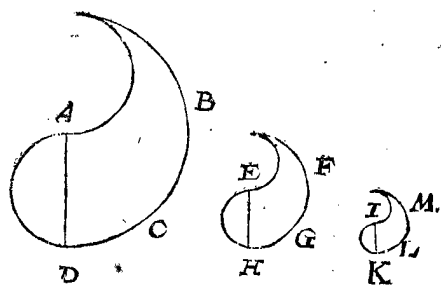
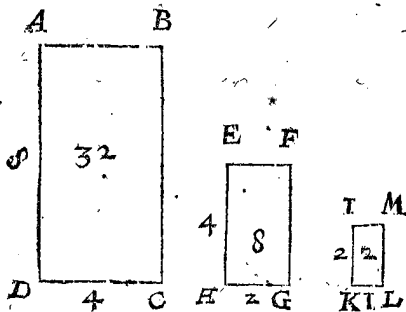
Estans données deux superficies semblables; Trouver leur troisieme semblable proportionelle.

Le donné. Soient ABCD, EFGH deux superficies semblables.

Le requis. Il faut trouver leur troisieme proportionelle.

CONSTRUCTION.

Je prens ou tire quelques deux lignes droites homologues, comme AD & EH, trouvant leur troisieme proportionelle IK, & sur icelle comme homologue



avec AD, je marque la superficie IKLM, que je dis estre la requise; dont la demonstration est manifeste par la 22 proposition du sixiesme livre d'Euclide.

Semblable operation par nombres.

Je mesure le costé AD, le trouvant je prens de 8 pieds, & son homologue de 4; Je dis puis apres, AD 8, donne EH 4, combien icelle EH 4 ? vient 2; Parquoy tirant une ligne de deux pieds, comme IK, & là dessus comme homologue avec AD marquant le plan IKLM semblable à ABCD, je dis qu'il est le requis.

PREUVE, aux figures rectangulaires.

ABCD fait 32, EFGH 8, IKLM 2, là où il appert que la superficie IKLM 2 est la troisieme superficie proportionelle des deux autres.

Conclusion. Estans donc données deux superficies semblables, nous avons trouvé leur troisieme semblable proportionelle, selon le requis.

Puis que ceste proposition est telle es superficies, que la 1 de ce livre es lignes, & qu'elle n'a point de difference en l'operation qui aye besoing de declaration; on fera aussi le mesme es 2, 3, & 4 propositions des lignes, desquelles on pourroit joindre icy pareillement des propositions des superficies, mais la chose estât assez claire, comme il a esté dit cy-dessus, nous passerons outre pour briefveré.

PROPOSITION VIII.

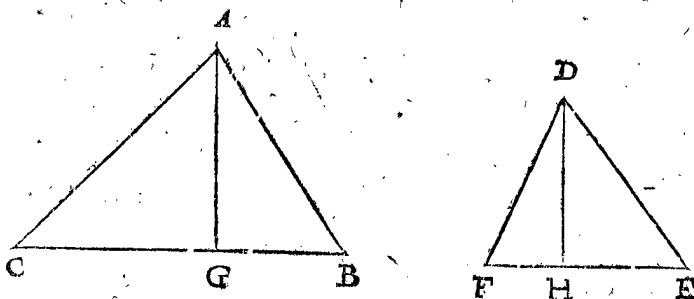
Estans donnez divers plans rectilignes dissemblables: Trouver autant de lignes droites en la mesme raison.

Le donné. Soient ABC & DEF deux triangles.

Le requis. Il faut trouver quelques deux lignes en la raison des triangles donnez.

CONSTRUCTION.

Je tife en chaque triangle une perpendiculaire d'un angle à son costé opposite, comme AG sur BC, & DH



sur EF: Puis je dis, la perpendiculaire AG, donne la perpendiculaire DH, que donnera la base EF ? vient par la 2 proposition du quatriesme livre, par exemple, la ligne I; Ce qui estant ainsi, je dis que l'autre base BC, est en telle raison à I, comme le triangle ABC, au triangle DEF; Dont la demonstration se tire de la 14 proposition du sixiesme livre d'Euclide.

CONSEQUENCE I.

Il est notoiré que s'il y avoit un troisieme triangle donné, qu'alors on trouveroit selon la maniere precedente une ligne en telle raison à BC, comme iceluy troisieme triangle au triangle ABC, & qu'alors les trois lignes seroient en telle raison comme les triangles donnez: Et semblable seroit la proceduré des tous les autres triangles qu'on pourroit donner.

CONSEQUENCE II.

Veü que les plans rectilignes polygones se peuvent partir en triangles, desquels triangles la raison se trouve en lignes come dessus, il s'en suit que les lignes adjouctées des triangles de l'un plan, seront aux lignes adjouctées des triangles de l'autre plan, en la raison des plans rectilignes donnez.

CONSEQUENCE III.

Si on donnoit deux plans rectilignes & une ligne droite, il est manifeste qu'on pourroit trouver une autre ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'un plan à l'autre: car ayant trouvé la raison des plans en deux lignes comme dessus, & d'iceux deux & de la troisieme donnée, trouvé la quatriesme proportionelle, par la 2 proposition de ce quatriesme livre, on a le requis.

Conclusion. Estans donc donnez divers plans rectilignes dissemblables, nous avons trouvé autant de lignes droites en la mesme raison, selon le requis.

TROISIÈME PARTIE

DU QUATRIÈME LIVRE,

De la règle de Proportion des corps.

PROPOSITION IX.

**E**stant donnés deux corps semblables, & une ligne droite: Trouver une autre ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'un corps à l'autre.

*Le donné.* Soient ABCD, EFGH deux corps semblables, & I une ligne droite.

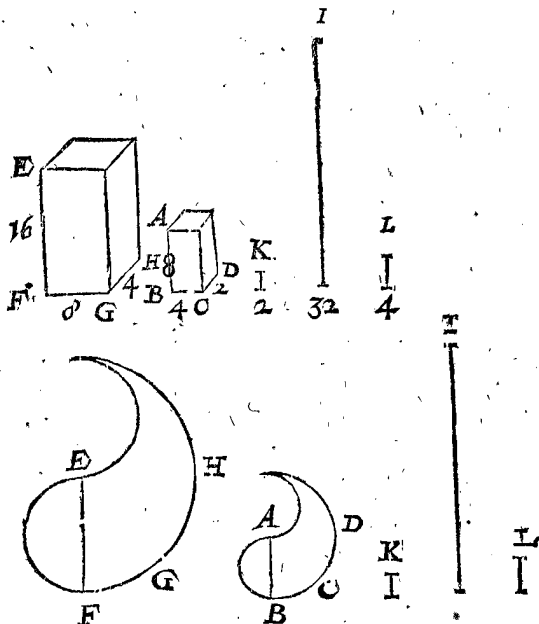
*Le requis.* Il faut trouver une autre ligne droite en telle raison à I, comme le corps ABCD à EFGH.

CONSTRUCTION.

Je prens ou tire au corps deux lignes droites homologues, comme EF, AB, & trouve leur quatrième proportionnelle, laquelle soit K, puis apres la quatrième proportionnelle des trois EF, K, I, qui soit L, laquelle je dis estre la requise; à sçavoir que comme ABCD à EFGH, ainsi L à I.

DEMONSTRATION.

Veü que K est la quatrième proportionnelle des deux lignes homologues EF, AB, par la construction; doncques le corps EFGH a telle raison au corps ABCD, comme EF à K. Mais comme EF à K, ainsi I à L par la construction; parquoy comme EFGH à ABCD,



ainsi I à L : & par raison reverse, L a telle raison à I, comme le corps ABCD au corps EFGH.

*Semblable operation par nombres.*

Je mesure les susdites lignes, & trouve AB 8, EF 16, I 32; Je trouve puis apres le quatrième nombre proportionnel des deux EF 16, & AB 8, ce qui est 2 pour K. Puis je cherche le quatrième nombre proportionnel des trois EF 16, K 2, I 32, vient 4; parquoy tirant une ligne comme L, longue de 4 pieds, on a le requis.

*PREUVE aux figures rectangulaires.*

ABCD fait 64, EFGH 512; & comme 64 à 512, ainsi 4 à 32.

*Autre operation par nombres fondée sur l'invention susdite de SON EXCELLENCE.*

Soit AB comme devant encore 8, EF 16, & I 32: Ce qui estant ainsi, je dis le cube de EF 16 faisant 4096,

donne le cube de AB 8 faisant 512, combien la ligne IH 32? vient 4. Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme L, on a la requise.

*Conclusion.* Estant donc donnés deux corps semblables, & une ligne droite, nous avons trouvé une ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'un corps à l'autre, selon le requis.

PROPOSITION X.

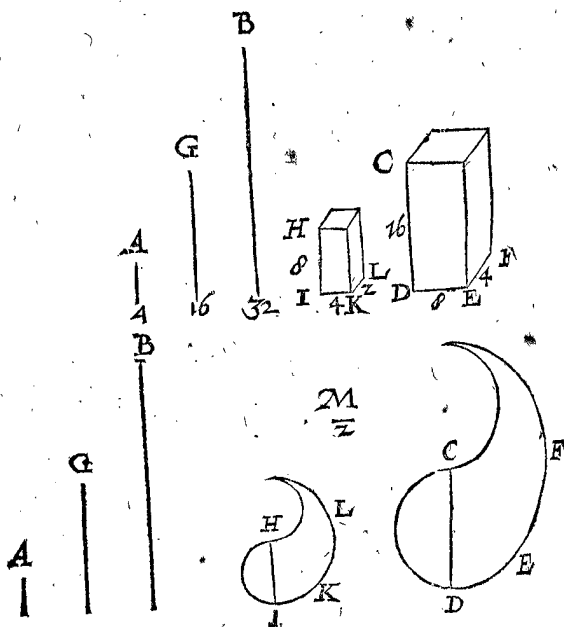
**E**stant données deux lignes droites, & un corps: Trouver un semblable corps en telle raison au donné, comme l'une ligne à l'autre.

*Le donné.* Soient A, B deux lignes, & CDEF un corps.

*Le requis.* Il faut trouver un autre corps semblable au corps CDEF, & en telle raison à iceluy, comme A à B.

CONSTRUCTION.

Je trouve la première des deux moyennes proportionnelles entre B & A, laquelle soit G: Je prens ou tire



puis apres quelque ligne droite au corps donné, comme CD, & trouve une quatrième proportionnelle des trois B, G, CD, laquelle soit HI, sur icelle comme homologue avec CD, marquant un corps HIKL semblable à CDEF, on a le requis.

*Preparation.* Soit M une quatrième proportionnelle aux deux CD, HI.

DEMONSTRATION.

Veü que B a telle raison à G, comme CD à HI, & que A est une quatrième proportionnelle des deux B, G, comme M est une quatrième proportionnelle des deux CD, HI, s'ensuit que B a telle raison à A, comme CD à M. Mais comme CD à M, ainsi le corps CDEF au corps HIKL (parce que M est la quatrième proportionnelle de leurs costez homologues) parquoy le corps CDEF est au corps HIKL, comme B à A, & par raison reverse le corps HIKL est trouvé en telle raison à CDEF, comme A à B.

*Semblable operation par nombres.*

Je mesure les susdites lignes comme s'ensuit; CD 16, A 4, B 32: Je trouve puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre B 32, & A 4, qui est 16 comme pour G: Je trouve puis apres un quatrième nombre proportionel des trois B 32, G 16, CD 16, vient 8. Parquoy tirant une ligne longue de 8 pieds,

8 pieds, comme HI, & là dessus comme homologue avec CD marquant le corps HIKL semblable à CDEF, on a le requis.

*PREUVE aux figures rectangulaires.*

Le corps CDEF fait 512, & HIKL 64, en telle raison à 512, comme A 4 à B 32.

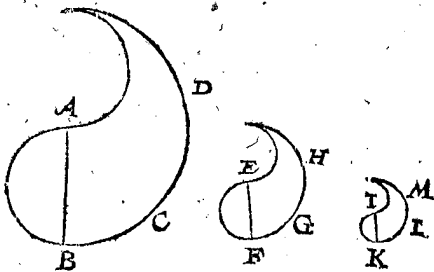
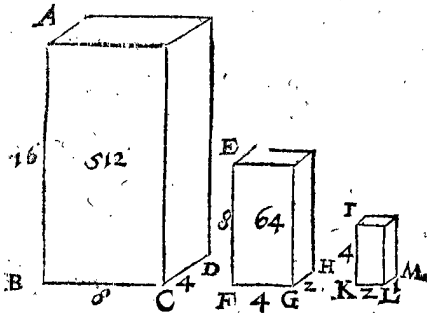
*Autre operation par nombres fondée sur la susdite invention de SON EXCELLENCE.*

Soit CD comme devant encore 16, A 4, B 32: Cecy estant ainsi, je dis, B 32, donne A 4, combien le cube de CD 16 faisant 4096? vient 512, dont la racine cubique est 8. Parquoy tirant une ligne de telle longueur comme HI homologue avec CD, & là dessus marquant un corps semblable à CDEF, on a le requis.

*Conclusion.* Estans donc données deux lignes droites, & un corps; Nous avons trouvé un semblable corps, en telle raison au donné, comme l'une ligne à l'autre, selon le requis.

PROPOSITION XI.

Estans donnés deux corps semblables; Trouver leur semblable troisieme proportionnel.



*Fin du quatriesme livre de la Geometrie.*

*Le donné.* Soient ABCD, EFGH, deux corps semblables.

*Le requis.* Il faut trouver leur troisieme proportionnel.

CONSTRUCTION.

Je prens où tire quelques deux lignes droites homologues, comme AB, EF, trouvant leur troisieme proportionnelle IK; & sur icelle comme homologue avec AB; je marque le corps IKLM, que je dis estre le requis; dont la demonstration est manifeste.

*Semblable operation par nombres.*

Je mesure le costé AB, le trouvant je prens de 16, & son homologue EF de 8, je trouve puis apres le troisieme nombre proportionnel de 16 & 8, qui fait 4: Parquoy tirant une ligne longue de 4 pieds, comme IK, & là dessus comme homologue avec AB marquant le corps IKLM, on a le requis: Dont la generale demonstration a esté faite cy-dessus.

*PREUVE aux figures rectangulaires.*

Soit BC 8, CD 4: Ce qui estant ainsi, il faut que FG face 4, GH 2, KL 2, LM 1. Parquoy le corps ABCD fait 512, EFGH 64, IKLM 8: Mais comme 512 à 64, ainsi les mesmes 64 à 8; IKLM donc faisant 8, est le troisieme corps proportionel requis.

*Conclusion.* Estans donc donnés deux corps semblables, nous leur avons trouvé un semblable troisieme proportionnel, selon le requis.

NOTEZ.

Puis que ceste proposition est telle es corps, que la 1 de ce livre es lignes, & qu'elle n'a point de difference en l'operation laquelle aye besoing de declaration, on fera aussi le semblable es 2, 3, & 4 propositions des lignes, desquelles on pourroit joindre icy pareillement des propositions des corps: mais, comme il a esté dit cy-dessus, la chose estant assez claire, nous passerons outre pour briefveté.

CINQUIESME LIVRE

DE LA

PRACTIQUE DE GEOMETRIE,

De la Section proportionnelle.

PREMIERE PARTIE

DU CINQUIESME LIVRE,

De la Section proportionnelle des lignes.

PROPOSITION I.

Retrancher d'une ligne droite la partie demandée.

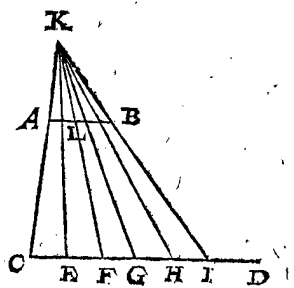
*Le donné.* Soit donnée la ligne AB.

*Le requis.* Il en faut retrancher les deux cinquiemes.

CONSTRUCTION.

Soit menée la ligne infinie CD, parallele à la donnée AB: puis retranchant de la ligne CD, cinq parties

egales à l'intervalle CE, pris à l'adventure, assavoir CE, EF, FG, GH, & HI, apres on tirera les lignes CA, IB, lesquelles estans produites se rencontrent en K. Si on en demâde donc  $\frac{2}{5}$ , menez une ligne droite du point de rencontre K, au point F, de la ligne CD, qui termine les  $\frac{2}{5}$  de la ligne CI, cette ligne coupera AB, au point L. Partant la



11 3      distan-

distance AL, feront les  $\frac{2}{3}$  demandées de la toute AB, comme il appert par la 9<sup>e</sup> proposi. du 6<sup>e</sup> livre d'Euclide.

## CONSEQUENCE.

Si on vouloit diviser la ligne AB, en cinq parties égales, il faudroit tirer des lignes droites de tous les points E, F, G, H, au point de rencontre K, car les lignes diviseroient AB, selon ce qu'on auroit demandé.

## NOTEZ.

La ligne prise CI, pouvoit estre moindre que la ligne donnée AB; & combien que mathematiquement ce soit une mesme chose, l'usage en sera plus asseuré de la prendre toujours plus grande que la donnée.

Nous avons dit que les lignes CA, IB, se rencontrent estant produites; mais quand mesmes elles ne se rencontreroient point, & qu'elles fussent paralleles, il appert en ce cas-la que les parties de la ligne AB, qu'on veut couper seroyent égales aux parties de la coupée CI, cecy se peut dire de la proposition suivante.

## Autre application des nombres.

La donnée AB soit de 4 pieds, les  $\frac{2}{3}$  d'icelle font  $\frac{8}{3}$  de pied, c'est à dire 160<sup>②</sup>, la ligne AL sera donc de tant pour les  $\frac{2}{3}$  qui en estoient demandées. La demonstration en est manifeste.

## NOTEZ.

Nous ne parlons point icy de la division des nombres radicaux, car nous en avons desia traité ailleurs: Il suffit d'en montrer l'usage par ces simples nombres que nous proposons.

## PROPOSITION II.

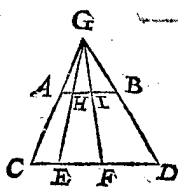
Couper semblablement une ligne droite donnée non coupée, à une ligne droite donnée, & coupée.

Le donné. Soit la non coupée AB, & la ligne coupée CD, aux points E & F, qui luy soit parallele.

Le requis. Il faut couper la ligne AB, en telle sorte que ses segments ayent telle raison entre eux, que les segments de la ligne CD, c'est à dire que les segments de AB, soyent proportionaux aux segments de CD.

## CONSTRUCTION.

Les lignes CA, DB, estans continuées se rencontrent en G: En outre les lignes GE, GF, coupent AB, aux points H & I; Je dis donc que la ligne AB, est coupée aux points H & I, en telle raison que la ligne donnée CD l'est aux points E & F. La demonstration en est apparente par la 10<sup>e</sup> proposition du sixiesme livre d'Euclide.



## Autre exemple par nombres.

Soit la ligne AB de 4 pieds, CE 2, EF 3, FD 4; divisant donc 4 en trois parties, en sorte qu'elles ayent mesme raison que 2, 3, 4, ce seront (par la 15<sup>e</sup> proposition de nostre Arithmetique Françoisse)  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{12}{9}$ ,  $\frac{16}{9}$ , c'est à dire en les reduisant aux dismes, 82<sup>②</sup>, 133<sup>②</sup>, 178<sup>②</sup>; Prenant donc de la ligne AB du point A, au point H 88<sup>②</sup>, & du point H au point I 133<sup>②</sup>, & du point I au point B 178<sup>②</sup>, toute la ligne AB sera coupée en mesme raison que la ligne coupée CD. La demonstration est manifeste, comme nous avons dit.

Conclusion. Partant nous avons coupé semblablement une ligne droite donnée non coupée, à une ligne droite donnée, & coupée; comme on avoit demandé,

## PROPOSITION III.

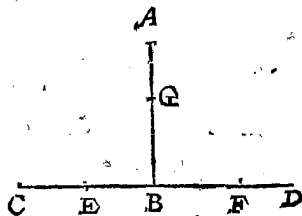
Couper une ligne droite donnée en la moyenne, & extreme raison.

Le donné. Soit la ligne donnée AB.

Le requis. Il faut couper en la moyenne, & extreme raison: c'est à dire que la toute ait telle raison à son plus grand segment, comme son plus grand segment au moindre.

## CONSTRUCTION.

Soit faite la ligne BC égale à la donnée AB, & perpendiculaire sur icelle; puis soit prolongée CB infiniment comme en D, puis divisez BC en deux également au point E, & de l'intervalle EA soit retranché EF, de la ligne ED; apres soit derechef retranché BG, égal à BF: Maintenant je dis que la ligne AB est coupée en la moyenne & extreme raison: c'est à dire que la toute AB a telle raison à son plus grand segment BG; comme le plus grand segment BG au moindre segment GA. Voyez en la demonstration en la 30<sup>e</sup> proposition du sixiesme livre d'Euclide.



## Semblable application des nombres.

La ligne AB soit 2, sa moitié 1 sera pour EB, mais posant AB 2, & EB 1, la droite AE sera  $\sqrt{5}$  duquel ostant 1, le reste  $\sqrt{5}-1$  sera pour BF: Si on en retranche donc autant du point B vers A en G, on aura satisfait à la question.

## Ou bien par l'Algebre, ou Analytique.

Le plus grand segment soit 1<sup>①</sup>.  
Le moindre sera 2-1<sup>①</sup>.  
Lesquels 2, 1<sup>①</sup>, 2-1<sup>①</sup> seront continuellement proportionaux & le quarré fait du nombre du milieu, assavoir de 1<sup>①</sup>.  
Sera égal au rectangle fait des extremes 4-2<sup>①</sup>.  
Et à rebours fera 1<sup>②</sup> égal à -2<sup>①</sup> + 4: & par la 68<sup>e</sup> proposition de nostre susdite Arithmetique, ce que nous avons pris pour le plus grand segment BG, vaudra  $\sqrt{5}-1$ , comme auparavant.

Examen. Ostant BG  $\sqrt{5}-1$  de AB, restera le moindre segment GA 3- $\sqrt{5}$ : & comme 2, à  $\sqrt{5}-1$ , ainsi  $\sqrt{5}-1$ , à 3- $\sqrt{5}$ . Et en les reduisant aux dismes, on trouvera BG 124<sup>②</sup>, & AG 76<sup>②</sup>.

Conclusion. Nous avons donc coupé la ligne droite donnée en la moyenne, & extreme raison; ce qu'il falloit faire.

## PROPOSITION IV.

Diviser mechaniquement la circonference d'un cercle en tant de parties égales qu'on voudra.

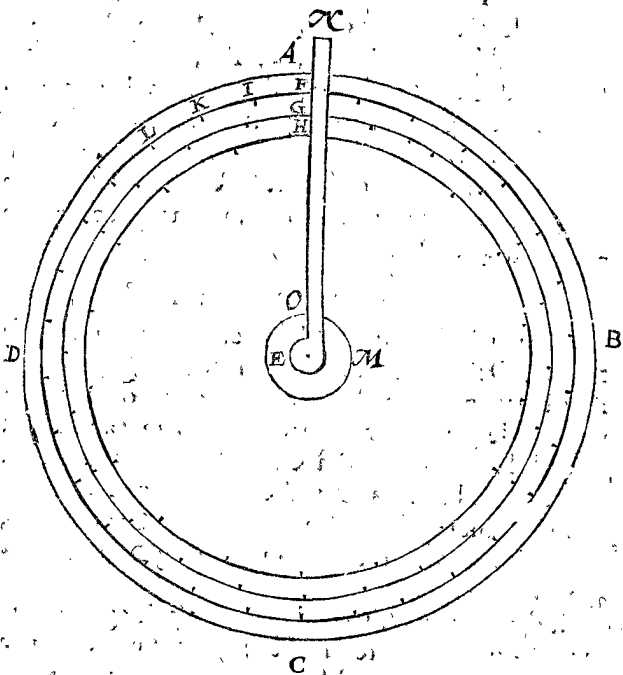
On peut diviser Geometriquement la circonference d'un cercle en plusieurs parties égales (lesquelles servent à la composition de certaines regles Mathematiques) comme en 3, 4, 5, & autres arcs, qui se peuvent trouver en les adjoustant, soustrayant, ny-partissant, & doublant continuellement: mais pource qu'on le fait plus exactement es canons de la fabrique des triangles, nous n'en parlerons pas d'avantage, & retournerons aux divisions mechaniques.

Les Horologeurs ont besoing de diviser, & edenter les rouës de leurs petites montres par distances égales; mais



mais pource qu'il est fort difficile, & quelquesfois impossible de le faire avec un compas, ils se servent de ce moyen icy; prenans une plaque de cuivre bien arondie, comme montre la suivante figure ABCD, de laquelle E est le centre; le diametre AC ayant de long 12, ou 14 travers de doigts, puis du mesme centre E ils descrivent quelques circonferences, comme F, G, H, les divisant apres en autant de parties egales qu'il est de besoing pour le nombre des dents de leurs rouës: comme par exemple, la circonference F en 30 parties egales aux poinçts I, K, L, & les autres suivantes qui leur sont egales.

Si on veut donc de la petite plaque M faire une rouë, de laquelle le tour doit estre divisé en 30 parties egales; & pour ce faire promptement, & fort exactement, on collera la petite plaque sur la grande, en sorte que leurs centres soyent en un mesme poinçt, ce qui se fera en y passant une aiguille, & tout à l'entour se tournera la



regle EN, laquelle estant posée sur le poinçt F, on marquera la coche O avec un burin ou aiguille sur la rouë M en serrant fort ladite regle, & continuant ainsi de marquer tout à l'entour, suivant les poinçts I, K, L & les suivans, tout le tour de la petite plaque sera divisé en 30 parties egales, comme on avoit demandé, & cela si également, comme j'ay dit; car encores qu'on se fust trompé de largeur d'un cheveu plus ou moins en la circonference F, I, K, L, ceste faute se trouve du tout insensible en la petite plaque, où rouë M.

Par ce moyen les Mathématiciens pourront avec grande facilité descrire les Horologes, Planispheres, & quarts de cercles.

NOTEZ.

Nous ne parlons pas icy de la monochorde, pource que nous luy avons assigné lieu en la theorie de la Musique; & ce d'autant plus que nostre advis sur ce subiect est du tout different de celuy des anciens Grecs.

SECONDE PARTIE  
DU CINQUIESME LIVRE,

De la Section proportionnelle des superficies.

La section, ou division des figures desrites sur une superficie (de laquelle le plus grand usage est la distri-

bution des champs en telles parties qu'on les peut demander) sera, ou de plans rectilignes, ou de superficies spheriques: Les plans rectilignes sont diviséz en trois manieres; assavoir par une ligne droite menée d'un poinçt pris dans le circuit de la figure, ou hors de la figure, ou par une ligne menée parallele à une autre ligne donnée; laquelle diversité nous avons entrepris d'expliquer par plusieurs problemes. Et premierement,

DE LA SECTION, OU DIVISION DES  
plans rectilignes quels qu'ils soyent, d'un poinçt  
donné en son circuit.

PROPOSITION V.

D'un triangle donné couper la partie demandée par une ligne droite menée de l'un de ses angles de quelque costé qu'on voudra.

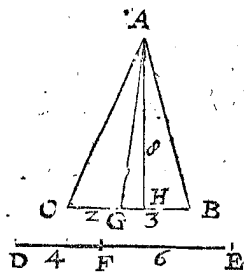
1 Exemple.

Le donné. Soit donné le triangle ABC, & la ligne droite DE coupée en F.

Le requis. Il faut mener une ligne droite de l'angle A, laquelle coupe le triangle en telle sorte que le segment vers l'angle C ait telle raison au reste, que la ligne DF à la ligne FE.

CONSTRUCTION.

Coupez le costé opposé à l'angle duquel on veut mener la ligne droite, selon la raison donnée par la deuxiesme proposition, comme CB en G, & qu'il y aye telle raison de CG à GB, que de DF à FE. Ce qu'estant fait, & estant menée la droite AG, je dis que la raison du triangle AGC au triangle AGB, est la mesme que DF à FE; comme il appert par la 1 proposition du fixiesme livre d'Euclide.



Semblable application des nombres.

DF soit 4, FE 6, & CB 5, lequel estant divisé en deux segments, l'un desquels ait telle raison à l'autre que 4 à 6, ce seront 2 & 3: Ayant donc retranché 2 de C vers G, la ligne AG coupera le triangle comme on avoit demandé.

Examen. La perpendiculaire AH soit de 8 pieds; le triangle ABC en contiendra 20, AGC 8, AGB 12, lesquels adjoustez ensemble font 20, comme auparavant: & comme DF 4 à FE 6, ainsi AGC 8 à AGB 12.

2 Exemple.

Le donné. Soit le triangle ABC, du premier exemple.

Le requis. Duquel il faille retrancher une partie vers C, qui contienne 8 pieds: (il faut toutesfois prendre un contenu moindre que celuy de tout le triangle incognu) par une ligne droite menée du sommet A vers la base BC.

CONSTRUCTION.

La perpendiculaire AH fera trouvée de 8. Le double du contenu demandé est 16. Lequel estant divisé par la perpendiculaire 8 donne 2.

Donc apres avoir mesuré de C vers B 2 pieds, comme CG, & estant menée la ligne AG, on aura ce qu'on avoit demandé. La demonstration est, que le triangle AGC est de 8 pieds, par la 13 proposition du deuxiesme livre.

*Conclusion.* Partant nous avons retranché la partie demandée d'un triangle donné par une ligne droite menée de l'un de ses angles, & du costé qu'on a desiré: ce qui avoit esté demandé.

## PROPOSITION VI.

**C**ouper d'un triangle donné par une ligne droite menée d'un point donné en l'un de ses costez, une partie du costé qu'on voudra, selon une raison donnée.

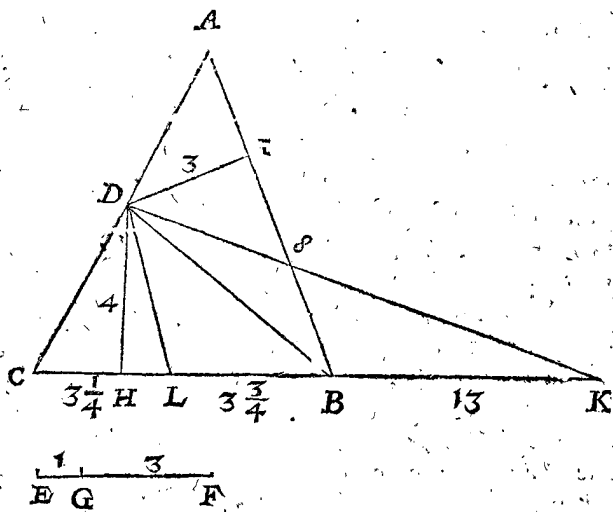
## 1 Exemple.

*Le donné.* Soit le triangle ABC, & le point D dans le costé AC, & la ligne EF coupée en G.

*Le requis.* Il faut mener du point D une ligne droite, laquelle retranche du costé de C une partie du triangle ABC, qui ait telle raison au reste que EG à GF.

## CONSTRUCTION.

Après avoir mené les perpendiculaires, assavoir DH sur CB, & DI sur AB, trouvez (par la 2 proposition du quatriesme livre) la quatriesme proportionnelle aux trois lignes DH, DI, AB, qui est BK: après coupez CK en L,



selon la raison donnée (par la 2 proposition) en sorte qu'il y ait telle raison de CL à LK, que de EG à GF: Que le point L soit au costé donné CB, & soit menée la ligne droite DL, elle fera les segments du triangle selon la raison donnée, qui est comme EG à GF, ainsi DCL à DLBA.

*Préparation.* Soyent menées les lignes droites DB, DK.

## DEMONSTRATION.

Puis que BK base du triangle DBK, est la quatriesme proportionnelle des trois lignes droites, dont la premiere est DH, hauteur du triangle DBK; la seconde est DI, hauteur du triangle DBA; & la troisieme AB: Le triangle DBK sera donc egal au triangle DBA, & en adjoustant à l'un & à l'autre, le triangle DLB, le trapeze DLBA, sera egal au triangle DLK; partant la raison de DLC au triangle DLK, est la mesme du triangle DLC, au trapeze DLBA: Mais comme le triangle DLC au triangle DLK, ainsi CL à LK; ainsi aussi EG à GF, comme donc EG à GF, ainsi le triangle DLC au trapeze DLBA.

*Semblable construction quant aux nombres.*

Premierement on trouvera DH 4 pieds, DI 3, AB 8, CB 7, EG 1, GF 3; alors dites, comme DH 4, à DI 3, ainsi AB 8, à BK A laquelle adjoustant CB 7, la somme donnera pour CK

Lesquels estans divisez selon la raison des segments de EG 1, à GF 3, viendra pour le premier, assavoir CL

Retranchant donc du point C en L autant de pieds, & menant la ligne DL, on aura le segment requis.

*Examen.* Puis que DH est de 4 parties, & CL  $3\frac{1}{4}$ , le contenu du triangle DCL sera  $6\frac{1}{2}$ ; & le trapeze DLBA trois fois autant, assavoir  $19\frac{1}{2}$ : Pour preuve de quoy on fera ainsi, CL  $3\frac{1}{4}$  osté de CB 7, restera LB  $3\frac{3}{4}$  base du triangle DLB, duquel la hauteur DH vaudra 4. Donc l'aire du triangle DLB sera  $7\frac{1}{2}$ , à laquelle adjoustant le triangle DAB 12, (car le plan fait de la base AB 8, & de la hauteur DI 3 est autant) fera  $19\frac{1}{2}$  pour l'aire, ou contenu du trapeze DLBA: ce qui s'accorde avec la supposition.

*Autre application des nombres.*

Retenant la susdite grandeur des lignes, l'aire du triangle DBC contiendra 14, DBA 12, & leur somme est tout le triangle ABC 26: Lequel estant divisé selon la raison donnée de EG 1, à GF 3, donnera pour le premier segment  $6\frac{1}{2}$ ; ostant donc  $6\frac{1}{2}$  par la 5 proposition du triangle DBC 14, on trouvera comme devant que la ligne CL sera de  $3\frac{1}{4}$ , on retranchera donc CL, de telle longueur, de la ligne CK, & la ligne droite DL coupera la partie demandée: L'examen de laquelle a esté fait cy-dessus.

## CONSEQUENCE.

Si la partie demandée  $6\frac{1}{2}$  eust esté plus grande que le triangle DBC, alors la ligne DL, qui divise le triangle se fust terminée au costé AB: Et en ce cas on dira ainsi; puis que le segment fait vers C doit avoir au reste du triangle la raison de EG à GF, aussi le segment vers A aura au reste la raison contraire, assavoir de FG à GE; & en imitant la precedente construction Geometrique, ou Arithmetique, on coupera le triangle selon la raison donnée.

Et si d'avanture le triangle DBC estoit egal au contenu  $6\frac{1}{2}$  qu'on doit retrancher; alors menant la ligne DB du point donné à l'angle opposé, elle couperoit le triangle, selon le requis.

## 2 Exemple.

*Le donné.* Soit proposé le mesme triangle ABC.

*Le requis.* Duquel il faille vers C retrancher une partie contenant  $6\frac{1}{2}$ , par une ligne droite menée du point D, (mais il faut qu'elle soit moindre que l'aire de tout le triangle.)

## CONSTRUCTION.

La perpendiculaire DH sur BC soit  
Le double de l'aire donnée  $6\frac{1}{2}$  est  
Lesquels divisez par 4 font  
Soit autant mesuré de C en L, & menée la ligne DL,  
alors le triangle DLC contiendra  $6\frac{1}{2}$ , comme  
on l'avoit demandé.

## CONSEQUENCE.

Si la partie demandée estoit plus grande que le triangle DBC, il faudroit retrancher du triangle ADB vers B une partie egale à l'excez, par lequel le contenu de l'aire donnée surpasse ledit triangle DBC.

*Conclusion.* Partant nous avons retranché d'un triangle donné, par une ligne droite menée d'un point donné en l'un de ses costez, une partie du costé qu'on a voulu, selon une raison donnée: ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION VII.

*Semblable application des nombres.*

**R**etrancher d'une figure plane rectiligne donnée une partie vers le costé qu'on voudra, selon une raison donnée par une ligne droite menée d'un point pris en son circuit : à condition qu'elle ne face que deux segments de la figure rectiligne donnée.

Mesurez les lignes droites susdites, comme aussi les triangles, & soyent les lignes

|       |      |
|-------|------|
| HK    | 40.  |
| KI    | 10.  |
| <hr/> |      |
| GAF   | 38.  |
| GFE   | 364. |
| GED   | 390. |
| GDC   | 666. |
| GBC   | 85.  |

Les triangles

Le contenu de l'aire de la figure hexagonale ABCDEF sera 1543.

Lequel contenu estant divisé selon la raison donnée de HK 40 à KI 10 fera le segment requis vers A  $123\frac{4}{5}$  : Mais d'autant que des trois triangles GAF 38, GFE 364, GED 390, la somme GDEFA 792, est moindre que la partie demandée  $123\frac{4}{5}$  soustrayez par la 5 proposition du triangle GDC 666, l'excez  $442\frac{2}{5}$ , par lequel le segment requis surpasse le contenu du quadrangle ; c'est à dire que l'excez DGS contienne  $442\frac{2}{5}$  : Alors le segment qui est vers A, assavoir l'hexagone GBCEFA vaudra  $123\frac{4}{5}$ , & le reste GSCB  $308\frac{3}{5}$ , lesquels sont entre eux selon la raison donnée de 1 à 4.

*Conclusion.* Partant nous avons retranché d'une figure rectiligne donnée, par une ligne menée d'un point donné en l'un de ses costez, le segment requis, vers la partie demandée. Ce qu'il falloit faire.

DE LA SECTION DES PLANS RECTILIGNES par une ligne droite menée d'un point donné hors iceux.

**J**'Estime que ces quatre subtiles & ingenieuses propositions, par lesquelles on peut dissoudre, & exposer ceste sorte de section, a esté incognü aux Grecs ; Mais quelques cahiers qui avoyent esté composez au siecle sage, estans tombez entre les mains de *Jean Baptiste Benit* (qui les propose theorematiquement, mais nous les avons mis en pratique, & demonstrez) ou entre les mains de *Nicolas Tartalia*, qui aussi les explique au premier livre de sa quatriesme partie : Et entreprenant d'y deduire par ordre la section des figures planes, il la propose par un point donné en son circuit, ou hors d'iceluy, comme aussi d'un point donné en la figure, & ce d'autant qu'on en a le plus affaire pour la division des champs. Il appert que ces gens-la ont fort travaillé sur ceste matiere ; en ce que *Baptiste Benit* a écrit sur ce probleme, qui a esté mis en avant par un autre, lequel aussi fut proposé en une dispute publique par *Cardan*, & *Louys de Ferrare*, auparavant *Tartalia*, comme il le dit luy-mesme. l'en cognoy quelques uns, lesquels, avant mesmes avoir sceu que ceux-cy eussent dissout ces problemes, y avoyent desja travaillé, du nombre desquels j'estois.

C'est pourquoy il est vray-semblable que les inventeurs de toutes les sciences, & ces personnages du siecle sage n'ont point ignoré cest utile probleme, ou l'ont cognu à tout le moins en partie.

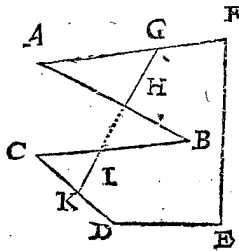
PROPOSITION VIII.

**D**'Un triangle donné oster telle partie & de quelque costé qu'on voudra par une ligne droite menée d'un point donné hors iceluy.

*Le donné.* Soit le triangle ABC, & le point D donné hors iceluy, & la ligne droite FE coupée au point G.

Le re-

On ne demande icy sinon deux segments ; car les figures planes qui ont les angles creux, ou concaves peuvent estre coupez en plusieurs segments par une mesme ligne droite, comme en la presente figure ABCDEF, de laquelle l'angle renversé, & concave est ABC, & la ligne droite GHK passant par les jambes dudit angle creux, coupe le rectiligne proposé en trois segments selon la raison donnée, c'est à dire que les deux triangles AGH & CIK, ont telle raison au segment HGFEDKIB, qui reste, que celle qui aura esté proposée. Je doute si ceste sorte de section ait esté jadis cognü au siecle sage : elle ne l'a esté de personne jusques à present, que je sçache. Nous en parlerons cy-apres en son lieu quand nous traiterons de choses semblables.

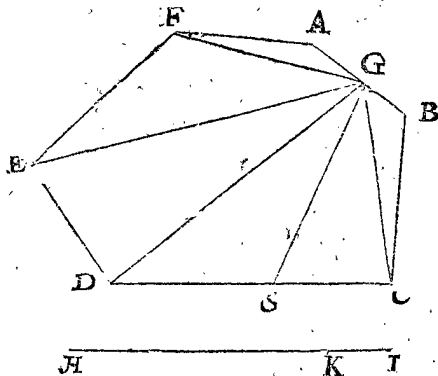


*Le donné.* Soit la figure plane rectiligne ABCDEF, & le point G en son costé AB, & la ligne HI coupée en K, selon la raison donnée.

*Le requis.* Il faut du point donné G mener une ligne droite, laquelle coupe la figure rectiligne proposée en telle sorte, que le segment vers A ait au restant la raison de HK à KI.

CONSTRUCTION.

Menés du point donné les quatre lignes droites GF, GE, GD, GC, lesquelles coupent la figure en cinq triangles GAF, GFE, GED, GDC, GCD : Apres, par la 8 proposition du quatriesme livre, soyent mises



en une ligne droite les lignes LM, MN, NO, OP, PQ, lesquelles ayent telle raison entre elles, que les triangles de la figure, & en mesme ordre. En outre soit coupée la ligne LQ au point R, en sorte qu'il y ait telle raison de LR à RQ, que de la raison donnée de HK à KI, & si le point R se rencontre entre O & P (car OP represente la raison du triangle GDC) on coupera le costé DC en S de telle façon que les segments DS, SC soyent comme OR à RP, la ligne droite menée du point donné G au point S, coupera la figure rectiligne donnée selon la raison proposée ; ce sera donc comme HK à KI, ainsi la figure GSDEFA à la figure GSCD. La demonstration en est evidente par la proposition precedente.

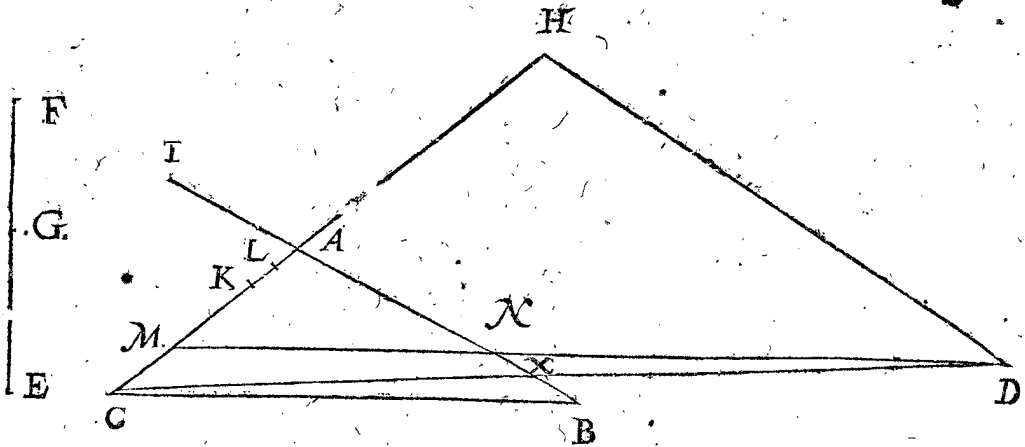
*Le requis.* Il faut mener une ligne droite du point D, laquelle coupe le triangle selon la raison donnée, assavoir que le segment vers A ait au reste telle raison que FG à GE.

## CONSTRUCTION.

## PARTIE I.

Prolongez CA, ou CB, infiniment: mais d'autant qu'on ne peut pas bien souvent prolonger les lignes tant qu'on voudroit, si on void que selon la raison don-

née la ligne droite menée du point D aille rencontrer CA, il la faut continuer, sinon, mais qu'elle rencontre CB, continuez la: Et si d'aventure on ne le pouvoit juger d'abord, alors menant la ligne droite DC du point donné à l'angle opposé, elle coupera le triangle donné ABC en deux segments, & le costé AB en X. Et si par hazard il y avoit telle raison de AX à XB, que la donnée de GF à GE (ce qui s'entend par la 2<sup>e</sup> proposition du quatriesme livre) alors DC sera la ligne droite requise, coupant le triangle ABC selon la raison don-



née: car comme AX à XB, ainsi le triangle ACX au triangle XCB: Mais si la raison de AX à XB est plus grande que la raison de FG à GE, alors AC (lequel aboutit au segment qui a plus grande raison) sera continué; mais si la raison estoit moindre, alors on produiroit CB. Or maintenant qu'elle soit plus grande, & soit continuée CA infiniment, la ligne droite menée du point D parallèle au costé AB, coupera le costé produit en H.

## PARTIE II.

Trouvez la quatriesme proportionnelle aux trois EF, FG, & BA, à laquelle soit faite égale AI, apres avoir prolongé BA.

## PARTIE III.

Comme DH à AI, ainsi CA à un autre: ce sera AK qu'on retranchera de A vers C.

## PARTIE IV.

Soit coupée en deux également AK au point L.

## PARTIE V.

Par la 3<sup>e</sup> proposition du quatriesme livre, soit trouvée la moyenne proportionnelle entre AL, & la ligne droite composée du double de AL & AH, c'est à dire de KH, soit la dite moyenne proportionnelle LM.

Si en suivant la premiere partie on trouve que LM passe au delà de C, ou que la ligne DM coupe tellement le costé AB, que le segment du costé de A ne soit pas triangle, il faudra recommencer de l'autre façon par la mesme premiere partie, en produisant le costé CB, au lieu de CA.

## PARTIE VI.

En fin soit menée DM coupant AB en N; ce qu'estant, je dis que le triangle ABC est coupé par la ligne droite DM, selon la raison donnée, assavoir comme ANM à MNBC, ainsi FG à EG.

## DEMONSTRATION.

Combien qu'il faille une assez longue demonstration pour une si courte fabrique, nous la reduirons en cinq

parties pour plus grand esclaircissement, & afin qu'on puisse mieux comprendre le cours de la demonstration, nous mettrons icy sommairement le but de chaque partie.

En la premiere partie nous monstrerons que le triangle ABC à telle raison au triangle ANM, que le rectangle fait de AC & AB, au rectangle fait de AM & AN.

En la seconde, que comme EF à FG, ainsi le rectangle fait de AB & AC, au rectangle fait de AC & AI.

En la troisieme, que le rectangle fait de HD & AK, est égal au rectangle fait de AC & AI.

En la quatrieme, que le rectangle fait de MA & AK, est égal au rectangle fait de KA & AH.

En la cinquiesme & derniere, que le rectangle fait de MA & AN, est égal au rectangle fait de HD & AK, & partant aussi au rectangle fait de AC & AI, par la troisieme partie: Mais par la seconde partie, comme EF à FG, ainsi le rectangle fait de AB & AC, au rectangle de AC & AI, c'est à dire MA & AN: ainsi aussi le triangle ABC au triangle ANM, par la premiere partie: & en mesme ordre, comme EF à FG, ainsi le triangle ABC au triangle ANM: & en divisant, comme EF moins FG, c'est à dire EG à FG, ainsi le triangle ABC moins ANM, c'est à dire le trapeze MNBC, au triangle ANM: ce qui avoit esté proposé. Ces choses estans ainsi exposées en general, nous dirons cy-apres plus proprement, & particulierement de chaque partie à part.

## PARTIE I.

Comme le rectangle de AC & AB au rectangle de AM & AN, ainsi le triangle ABC au triangle ANM; mais de peur de confondre la figure proposée d'une multitude de lignes, nous expliquerons cecy par ceste figure particuliere: Soit donc le triangle OPQ equilateral au donné ABC, auquel RS soit égale, & semblablement posée que la ligne MN; soit aussi menés QT égale & parallèle à OP, & RV à OS, & jointes par TP & VS. Partant comme le parallelogramme QOPT à QO, compris de QO & OP, au triangle OPQ la moitié; ainsi le parallelogramme ROSV, com-

compris de RO & de OS, au triangle OSR la moitié: Mais comme le parallelogramme de QO & OP au

qui est 1 ①, c'est à dire la ligne droite MA, dites 1 ② donne  $\frac{2}{3}$  ② +  $\frac{8}{3}$ , quoy 1 ①: par le moyen du 68 probleme de nostre Arithmetique Françoisé, ainsi La moitié de  $\frac{2}{3}$  ( ayant à son costé la marque ① )

vaut  
Son quarré  $\frac{1}{9}$   
Soit adjousté au nombre donné  $\frac{1}{9} + \frac{8}{3} = \frac{25}{9}$   
Le tout fera  $\frac{25}{9}$   
Le costé duquel quarré  $\frac{5}{3}$

Estant adjousté à  $\frac{1}{3}$ , selon cest ordre, on aura premierement pour la vailleur de 1 ①, c'est à dire de la droite AM 2.

Mais si on en oste  $\frac{2}{3}$ , le reste sera pour le nombre second  $\frac{4}{3}$  pour KM, avec AM 2 feront  $\frac{8}{3}$ : ce qu'il falloit faire.

Mais l'operation Geometrique peut estre derivée de l'origine des nombres par l'Algebre, en examinant diligemment la vailleur de 1 ①.

Ainsi, la moitié de KA, assavoir LA, vaut  
Son quarré  $\frac{1}{9}$

Auquel estant adjousté le rectangle compris de AH 4 & de AK  $\frac{2}{3}$ , assavoir  
Le tout fera  $\frac{2\frac{2}{3}}{9} = \frac{8}{9}$   
Lequel estant reduit en quarré, son costé sera  $\frac{2\frac{2}{3}}{3} = \frac{8}{9}$

Auquel costé trouvé estant adjoustée AL  $\frac{2}{3}$ , selon cest ordre la premiere somme sera AM 2.  
EKM fera en suite  $\frac{4}{3}$

Toutesfois en la cinquiesme partie de la construction il n'a pas esté de besoing d'examiner si curieusement par operation Algebrique, comme aussi Geometrique, que le quarré LA soit adjousté au rectangle de AH & AK; puis apres leur somme reduite en quarré, & en fin la ligne AL soit adjoustée au costé de ce quarré: Car puis que AK, qui est la hauteur de l'autre rectangle est toujours double de la hauteur AH du rectangle restant, le rectangle donc fait de AL & du double de la ligne AH, sera egal aux deux autres rectangles ensemble; par lequel estant construit le quarré de la moyenne proportionnelle trouvée entre les costez dudit rectangle ( assavoir entre AL, & la droite faite de AL, & du double de AH, comme il a esté fait en la construction de la quatriesme partie ) donnera plus commodement la ligne AM. Et ainsi le rectangle de MA, MK, est egal au rectangle de AK, AH, comme il l'a fallu montrer. Et d'autant que l'operation Algebrique est demonstrée en son lieu Geometriquement; aussi ceste construction Geometrique sera demonstrée, Geometriquement.

PARTIE V.

D'autant que le rectangle de MA, MK, est egal au rectangle de AK, AH, leurs costez seront reciproquement proportionnaux, c'est à dire, comme AH à MA, ainsi MK à AK: & en composant,

Comme AH & AM, c'est à dire MH,

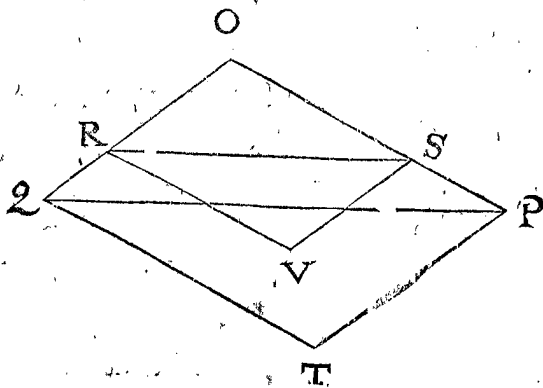
à MA;  
Ainsi MK & KA, c'est à dire AM,  
à KA.

Et d'autant que HD, AN, sont paralleles, ce sera au triangle HDM,

Comme MH à MA, ainsi DH à NA.

Mais d'autant que la raison de DH à AN, & de AM à KA est la mesme que celle de MH à MA: il s'en suit que MA, KA, DH, AN, sont proportionnelles.

Partant le rectangle fait des extremes MA, AN, sera egal au rectangle fait des entre-moyennes KA, DH: mais le rectangle de KA, DH, est egal au rectangle de



parallelogrāme de RO & OS, ainsi le rectangle de QO & OP, au rectangle de RO & OS: & par equation, comme le rectangle de QO & OP au rectangle de RO & OS, ainsi le triangle OPQ au triangle OSR. Mais le rectangle de AC & AB, est egal au rectangle de OQ & OP; & le rectangle de AM & AN est egal au rectangle de OR & OS: D'avantage le triangle ABC est egal au triangle OPQ, & le triangle AMN au triangle OSR. Partant comme le rectangle de AC & AB, au rectangle de AM & AN, ainsi le triangle ABC au triangle AMN.

PARTIE II.

Les deux rectangles, l'un compris de AB & AC, l'autre de AI & AC, à cause de leur commune hauteur AC, auront telle raison entre eux que leurs bases BA à AI. Mais comme BA à AI, ainsi EF à FG, par la deuxiesme partie de la construction: Partant comme le rectangle de AB & AC, au rectangle de AI & AC; ainsi la ligne droite EF à FG.

PARTIE III.

AK est la troisieme proportionnelle aux trois HD, HI, CA, par la troisieme partie de la construction: Parquoy le rectangle compris des extremes HD & AK est egal au rectangle compris des moyennes AI, CA.

PARTIE IV.

Estant parvenus jusques icy, il falloit trouver la ligne droite AM, afin que le rectangle de AM & MK fust egal au rectangle de AH & AK. Il m'est venu en la pensée en escrivant cecy une voye Geometrique fort courte, mais tirée de l'Algebre, laquelle est telle: Premierement en exprimant le triangle donné par nombres, posant AB de 4, AC 3, AH 4, HD 8, EF 9, FG 4; Donc par la seconde, & troisieme partie de la construction KA sera trouvé de  $\frac{2}{3}$  ( car comme EF 9 à FG 4, ainsi AB 4 à AI  $\frac{16}{9}$ : & alors comme DH 8 à AI  $\frac{16}{9}$ , ainsi AC 3 à AK  $\frac{2}{3}$  ) & pour ceste cause MK  $\frac{2}{3}$  est moindre que MA. Et pour trouver la ligne droite MA, afin que le rectangle compris d'icelle & de MK ( laquelle estant de  $\frac{2}{3}$  comme il a esté dit, est moindre que MA ) soit egal au rectangle  $\frac{8}{3}$ , compris des costez AH 4 & AK  $\frac{2}{3}$ , je propose ainsi par nombres ceste question.

Trouver deux nombres, le plus grand desquels excède le moindre de  $\frac{2}{3}$ , & que leur produit soit  $\frac{8}{3}$ .

Soit donc le plus grand nombre requis pour MA 1 ①, partant le second seroit 1 ① -  $\frac{2}{3}$ , leur somme est 1 ② -  $\frac{2}{3}$  ① egale à  $\frac{8}{3}$ : Soit adjousté à l'un & l'autre +  $\frac{2}{3}$  ①, le tout 1 ② sera egal au tout  $\frac{8}{3} + \frac{2}{3}$  ①, par equation: Mais afin de trouver la valeur d'un costé,

de AC, AI, par la troisieme partie. Donc le rectangle de MA, AN, est egal au rectangle de AC, AI.

Mais comme la droite EF à FG; ainsi par la deuxieme partie, le rectangle de AC, AB, au rectangle de AC, AI, c'est à dire au rectangle de MA, AN.

Mais comme le rectangle de AC, AB, au rectangle de MA, AN, ainsi le triangle ABC au triangle ANM, par la premiere partie: s'ensuit donc par equation, que comme EF à GF, ainsi le triangle ABC au triangle ANM: Et en divisant, comme EF moins GF, c'est à dire EG à GF, ainsi le triangle ABC moins le triangle ANM, c'est à dire le quadrangle MNBC, au triangle ANM: ce qu'il a fallu demonstrier.

#### Second usage quant aux nombres.

*Le donné.* Au mesme triangle ABC soit donné le point D hors le triangle, & la raison des segments, comme EG à FG: & que AB soit de trois parties, AC de 3, EG 5, FG 4; & la ligne CA continuée infiniment soit coupée au point H, par la ligne DH menée parallèle au costé AB, & que AH estant de 4, DH soit de 6.

*Le requis.* On cherche le point M, lequel soit autant esloigné de A dans le costé AB, que la ligne menée de D à M, face que le quadrangle MNBC aye telle raison au triangle ANM, que la ligne EG 5, à FG 4.

#### CONSTRUCTION.

Comme EF 9, somme de 5 & de 4, à FG 4, ainsi

BA 4 à

Comme DH 8, à  $\frac{16}{9}$  premier en cest ordre, ainsi

CA 3 à

La moitié duquel est

Avec lequel adjoustant le double de AH 4, le tout sera

Le plan fait d'iceluy & de  $\frac{1}{3}$  troisieme en cest ordre, est

Le costé de ce carré est

Auquel estant adjouste  $\frac{1}{3}$  troisieme en cest ordre, le tout est

Partant si on retranche de A vers C, 2 desdites parties, assavoir AM; & estant menée la ligne DM, laquelle coupera la ligne AB au point N, on aura satisfait à la proposition: La demonstration de laquelle est evidente par le premier exemple.

*Conclusion.* Partant nous avons retranché d'un triangle donné la partie requise & du costé qu'on a voulu, par une ligne droite menée d'un point donné hors la figure. Ce qu'il falloit faire.

#### PROPOSITION IX.

**R**etrancher d'un triangle donné un segment, qui soit possible vers la partie qu'on voudra, par une ligne droite passant par un point donné dans la figure.

Il a esté besoing de ceste determinaison, afin qu'on demande tel segment qu'il se puisse faire; car les lignes droites passant par un point donné dans la figure coupent son aire en deux segments, la raison desquels est déterminée, la plus grande ne pouvant estre excédée, ny la plus petite amoindrie; afin que tous les espaces qui sont plus peris, ou plus grands que le susdit, soyent reputez n'avoir nulle explication. Car ceste sorte de section ne peut estre augmentée infiniment, ny aussi infiniment diminuée; mais est terminée par certains limites: & pour plus grande assurance nous l'esclaircirons par un ou deux exemples. Un parallelogramme ne peut estre divisé qu'en deux également par les lignes droites passant par le centre du parallelogramme: si on propo-

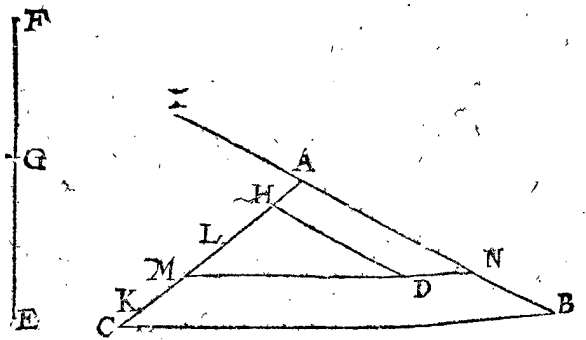
soit donc d'en retrancher une tierce partie par une ligne passant par le centre, la chose seroit impossible. Semblablement la ligne droite passant par le centre de gravité d'un triangle (or pour trouver l'équilibre d'un plan il luy faut attribuer de la pesanteur) coupe le triangle en la plus grande inégalité, comme 4 à 9, & en la moindre, comme 5 à 9; & ainsi en suite se fait la moindre ou plus grande inégalité, selon la diverse situation de la partie demandée: c'est pourquoy le segment qu'on desire estre retranché, doit estre possible, comme nous avons dit dès le commencement.

*Le donné.* Soit le triangle ABC, le point donné en iceluy D, & la droite EF, coupée au point G.

*Le requis.* Il faut couper le triangle donné par une ligne droite passant par le point D, en deux segments, en telle sorte que l'espace vers A aye au reste la raison qui est possible, assavoir de FG à EG.

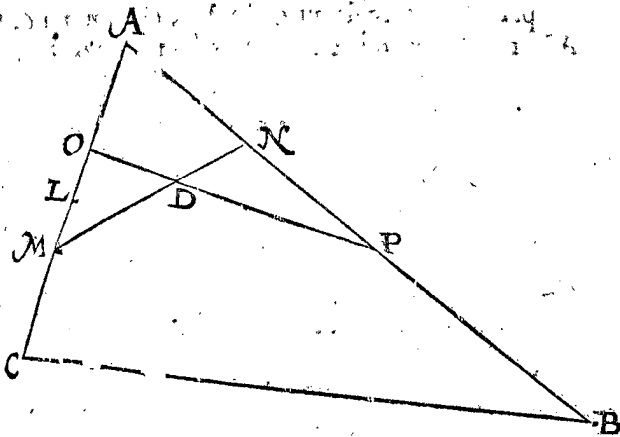
#### CONSTRUCTION.

Soit icy menée la ligne DH, comme en la 8 proposition du point donné D, & parallèle à BA, rencontrant le costé CA: le reste de l'operation est tout semblable à l'operation de la 8 proposition, excepté qu'il faut icy dire en la cinquieme partie, que la ligne soit ostée du double, & il a esté dit en l'autre, qu'elle soit adjouste au double. Comme par exemple, en la cinquieme partie de la construction precedente on cherchoit la moyenne proportionnelle entre AL, & la droite faite de AL, & de deux fois AH: Mais icy on cherche la moyenne proportionnelle entre AL, & la double de AH moins AL. La cause en sera facilement trouvée par la perquisition Algebratique de ce probleme, auquel 1 ② est fait egal à 1 ① - ②; & au probleme precedent, 1 ② estoit fait egal à ① + ②: Partant il n'est icy besoing d'aucune nouvelle operation Algebratique, ny Geometrique, & ce d'autant plus que les lettres, & caracteres de ceste figure, s'accordent avec ceux de la precedente.



D'avantage il y a icy premierement à remarquer, que la longueur de la ligne droite LM (laquelle est constituée vers C) peut aussi estre designée vers A, & si le terme est donné vers A, & que la ligne passant par le point D, coupe le costé AB, la solution en sera double: Mais afin que cecy apparaisse plus distinctement, qu'en la figure proposée, soit le triangle icy joint ABC, & le point donné en iceluy D, auquel aussi soit premierement posée LM vers C: Apres soit transposée de L en O, sous condition que la droite passant du point O, par le point D, aille rencontrer le costé AB au point P; comme aussi la ligne MD produite, coupe le mesme costé AB en N. Ce qu'estant ainsi les triangles ANM & APO seront egaux, comme aussi les deux triangles ODM & NDP: par ainsi la solution sera ambigue, comme nous avons dit dès le commencement, si celui qui propose la question, ne determine

mine lequel des deux il desire. Or la cause de ceste douteuse determinaison depend du tout de la solution de l'equation Algebraique, laquelle est double, comme on le peut appercevoir par la quatriesme partie de la construction.



Secondement, puis qu'il n'y a que deux poinçts dans le costé AC, assavoir M & O, & aussi que dans le costé AB (auquel on a mené du poinçt D une parallele) n'y a poinçt d'autres poinçts que N & P, desquels les lignes requises passent par le poinçt donné D: Il s'ensuit de là, que si la ligne menée du poinçt O, passant par D, ne coupe pas le costé AB entre ses termes A & B, il n'y a pas double determinaison; voire mesmes aucune, si la ligne menée de O, par D, ne rencontre le costé AB. Cest pourquoy si on ordonne que la ligne DH soit menée parallele au costé AB, (comme il a esté fait en la premiere partie de ceste proposition) & que les poinçts N & P ne tombent point dans le costé AB, il sera inu-

tile de reitérer l'operation en menant la parallele DH au costé AC, comme on avoit fait en la premiere partie du premier exemple: car si on ne trouve ce qu'on cherche en l'un des costez, il ne sera non plus en l'autre: & au contraire les lignes droites terminées en l'un des costez, lesquelles retranchent un espace qui se puisse faire, seront aussi terminées en l'autre costé.

En fin ce seroit chose superflue d'en mettre icy l'operation par nombres, veu le peu de difference qu'il y a entre celle-cy & la precedente; laquelle difference est en la cinquiesme partie. Partant nous laisserons cela là, & proposerons la section du quadrangle.

PROPOSITION X.

D'un quadrangle rectiligne donné retrancher un espace requis vers telle partie qu'on voudra, par une ligne droite menée d'un poinçt donné hors iceluy.

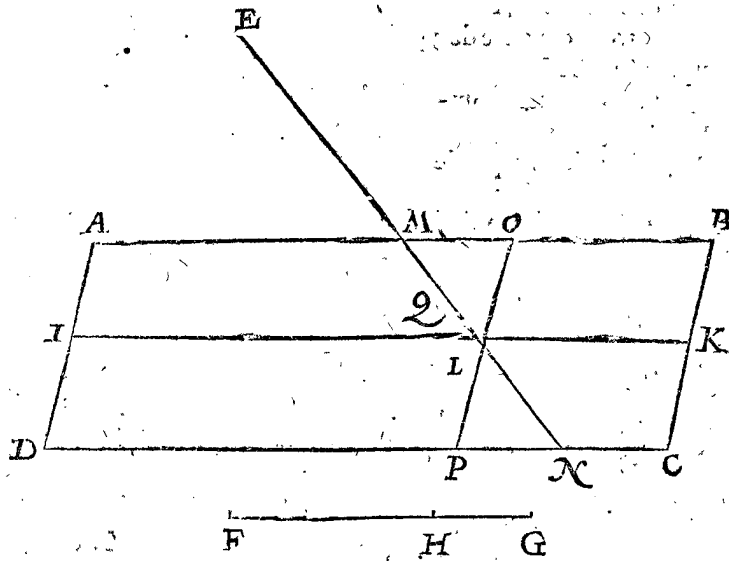
1 Exemple d'un parallelogramme auquel la ligne droite coupant les costez paralleles, retranche d'iceluy une partie selon la raison donnée.

Le donné. Soit le parallelogramme ABCD, le poinçt donné E hors iceluy, & la ligne droite FG, coupée au poinçt H.

Lerequis. Il faut mener une ligne droite du poinçt E, laquelle coupe le quadrangle donné, en sorte que le segment vers B, aye au restant telle raison, que GH à FH.

CONSTRUCTION.

Soit menée la ligne IK, laquelle coupe en deux également les costez paralleles AD & BC: Puis dites, comme FG à GH, ainsi IK à KL, laquelle soit retranchée de K vers I en L; la ligne droite menée du poinçt



donné E, passant par L coupant les costez paralleles AB & DC aux poinçts M & N; retranchera du parallelogramme la partie MBCN, laquelle aura telle raison au reste AMND, que celle qui a esté proposée: Mais si la ligne EL rencontroit le costé adjacent BC, on fera ainsi qu'il est montré cy-apres au quatriesme exemple suivant.

Preparation. Soit menée la ligne OP, parallele à BC, passant par le poinçt L.

DEMONSTRATION.

Par la construction, comme FG à GH, ainsi IK à LK; & en divisant, comme FH à HG, ainsi IL à LK; c'est à dire à cause de la parallele OP, ainsi DP à PC; ainsi aussi le parallelogramme AOPD à OBCP; mais

le triangle MLO est egal au triangle PLN, par la 4 & 15 proposition du premier livre d'Euclide: Partant ces triangles egaux estans adjouitez au commun rectiligne AMLPD, les tous AMND & AOPD seront egaux; parquoy il y aura telle raison du rectiligne AMND au rectiligne MBCN, que de la ligne FH à GH. Ce qu'il a fallu demonstret.

Si le poinçt estoit donné dans la figure, comme le poinçt Q en la ligne MN, l'operation en est de mesme qu'en la precedente: car étant menée la ligne QL, elle retranchera le segment requis.

2 Exemple par nombres.

Le donné. Soit un autre quadrangle ABCD, & le poinçt E donné hors iceluy: D'avantage soit la ligne FG cou-

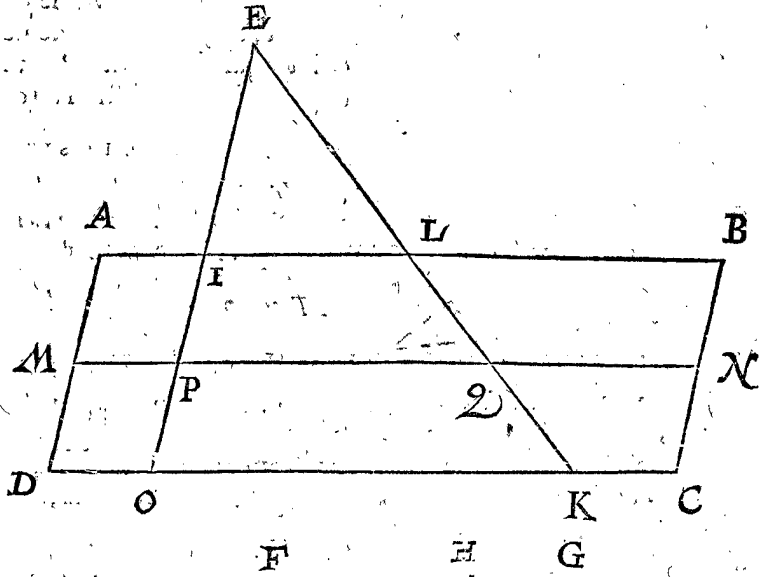
FG coupée en H, que AB soit 6, AD 2, FH 2, GH 1; & afin de déterminer la situation du point E, la ligne droite EI, menée parallèle à AD, coupant AB en I, face EI 2, & IA 1.

*Le requis.* Il faut exprimer par nombres la distance de D à K, dans le costé DC, comme aussi la distance de AL au costé AB, en telle sorte que la ligne droite passant par les trois points E, L, K, face que le recti-

ligne ALKD aye telle raison au rectiligne LBCK, que la ligne FH 2, à GH 1.

CONSTRUCTION.

Soit menée la ligne MN, coupant en deux également les costez opposés AD, BC; & d'autant qu'elle est parallèle & égale au costé AB, elle vaudra 6, & AM 1, d'autant que c'est la moitié du costé AD. Par-



tant la ligne parallèle EI, estant continuée jusques en O, coupera MN en P: apres dites, comme FG 3 à GH 1, ainsi MN 6 à NQ

Secondement, comme EP 3, à PQ 3, ainsi EO 4, à OK

A laquelle adjoustant DO, égale à AI 1. Leur somme sera la longueur de la ligne DK 5.

Par semblable raison AL se trouvera estre de 3; car comme EP 3, à PQ 3, ainsi EI 2, à IL

A laquelle adjoustant AI 2, leur somme sera comme nous avons dit pour AL 3.

La demonstration de ce cy est evidente par le premier exemple.

On operera de la mesme sorte quand le point sera donné dans la figure.

3 Exemple de la section de quelque quadrangle que ce soit, où la ligne coupant la figure, coupe deux costez oppozés.

*Le donné.* Soit donné le quadrangle ABCD, tel qu'il puisse estre, le point E hors iceluy, & la raison donnée de FG à GH.

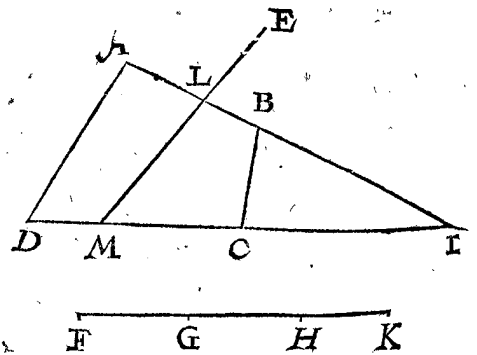
*Le requis.* Il faut mener une ligne droite du point donné E, coupant une partie du quadrangle vers A, ayant telle raison au reste que FG à GH.

CONSTRUCTION.

Les deux costez qui ne sont pas paralleles estans continués se rencontreront en I, & on dira par la 8 proposition du quatriesme livre, come le quadrangle ABCD au triangle BCI, ainsi la ligne FH à HK: Apres retranchez ( par la 8 proposition ) par une ligne droite menée du point donné E du triangle ADI un segment vers I, lequel aye telle raison au reste que KG à GF, & que ceste ligne soit ELM, coupant les deux costez opposés AB & DC.

Si ladite ligne coupante passoit par les costez aboutissans à mesme point, il faudroit suivre l'opération du quatriesme exemple suivant. Ces choses estans ainsi

faites, je dis que la ligne droite ELM divise le quadrangle donné en deux segments, assavoir ALMD & LBCM, lesquels ont telle raison l'un à l'autre, que la ligne FG à la ligne GH.



DEMONSTRATION.

Puis que ABCD est à IBC, comme FH à HK: Et comme ALMD à ILM, ainsi FG est à GK, par la construction: En divisant donc ALMD sera à LBCM, comme FG à GH. Ce qu'il a fallu démonstrer.

NOTEZ.

Si le point donné estoit dans la figure ABCD, ou devoit estre enclos par la continuation des costez qui se peuvent rencontrer, alors on se servira de la 8 ou 9 proposition pour avoir la section requise,

4 Exemple de la section de quelconque quadrangle, auquel la ligne coupante traverse deux costez aboutissans à mesme point.

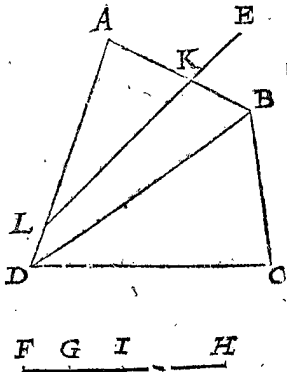
*Le donné.* Soit donné le quadrangle ABCD quelconque qu'il puisse estre; le point E hors iceluy, & la raison de FG à GH.

*Le requis.* Il faut mener une ligne droite du point E, laquelle coupe le quadrangle donné en telle sorte que le segment vers I ayt à l'espace restant la raison de FG à GH.

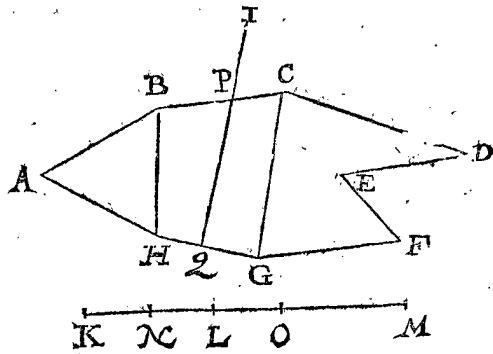


CONSTRUCTION.

Si on considère l'opération du troisieme exemple, on reconnoitra que la ligne coupante, ne devant pas passer au travers des costez opposez, mais de ceux qui aboutissent à mesme point, on doit ainsi faire : Menez la diagonale BD, & dites par la 8 proposition du quatrieme livre, comme le quadrangle ABCD au triangle ABD, ainsi FH à FI: Apres par la 8 proposition je mene la droite EKL du point donné E, laquelle retranche du triangle ABD un segment vers A, lequel a telle raison au reste du mesme triangle que FG à GI; ainsi le costé AB sera traversé par la ligne coupante au point K, & le costé AD en L. Ce qu'estant ainsi fait, je dis que la ligne EKL coupe le quadrilatre proposé en sorte que l'espace AKL a telle raison à KBCDL, que la ligne FG à GH.



avoir le triangle ABH, le quadrangle BCGH, & le pentagone CDEFG. Apres coupez la ligne KM (par



la 8 proposition du quatrieme livre) es points N & O, en telle raison que les segments du rectiligne proposé, aavoir que telle qu'est la raison de ABH, BCGH, CDEFG, telle aussi soit la raison des lignes KN, NO, OM; & que NO soit le terme proportionnel au quadrangle BCGH, dans lequel est le point donné L. Soit divisé l'espace BCGH, par la 10 proposition, du point donné hors I, par la ligne IPQ, laquelle coupe le costé BC en P, & HG en Q; & que comme N est à LO, ainsi BPQH soit à PCGQ. Ce qu'estant ainsi fait, je dis que ABPQH, a telle raison à PCDEFGQ, que la donnée de KL à LM, comme il avoit esté demandé. La demonstration en est semblable à celle du troisieme exemple de la 10 proposition.

DEMONSTRATION.

Comme FI à IH, ainsi par construction ABD à BCD: & comme FG à GI, ainsi aussi par construction AKL à KBDL; & en composant, comme FG à GI avec IH, ainsi ALK à KBDL avec BCD, c'est à dire, comme FG à GH, ainsi AKL à KBCDL. Ce qu'il a fallu demonstret.

NOTEZ.

Si le point donné estoit dans le quadrangle ABCD, il est manifeste qu'on peut faire ladite section par le moyen de la 9 proposition.

Conclusion. Partant nous avons coupé un quadrangle donné, selon une raison donnée, par une ligne droite menée d'un point donné hors iceluy. Ce qui avoit esté demandé.

PROPOSITION XI.

Retrancher d'un plan rectiligne donné tel segment qu'on voudra vers la partie demandée, par une ligne droite menée d'un point donné hors iceluy; & que ladite figure soit divisée en deux segments tant seulement.

NOTEZ.

Il faut entendre ceste determinaison, aavoir que la figure donnée soit seulement coupée en deux parties, ainsi qu'il a esté exposé en la 7 proposition.

Le donné. Soit donnée quelconque figure rectiligne ABCDEFGH, le point donné I hors icelle, & la raison de l'espace retranché au restant, soit comme KL à LM.

Le requis. Il faut mener du point donné I une ligne droite, laquelle coupe le rectiligne donné en telle sorte, que la partie retranchée vers A aye telle raison à celle qui reste, comme KL à LM.

CONSTRUCTION.

On considerera premierement en quels points la ligne menée du point I doit couper le circuit de la figure, & si on ne le pouvoit juger d'abord, il se faudra servir du moyen qui en a esté proposé es precedentes; mais si ladite ligne coupante coupe les costez (comme par exemple) BC & HG, menez les lignes BH, CG, par lesquelles la figure proposée est divisée en 3 segments,

NOTEZ.

Si le point estoit donné dans la figure, on pourra venir à bout de ce qu'on desire par le moyen de ce qui a esté dit cy-devant.

Conclusion. Partant nous avons retranché d'un plan rectiligne donné tel segment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par une ligne droite menée d'un point donné hors iceluy, laquelle a divisé la figure en deux segments tant seulement. Ce qu'il a fallu faire.

DE LA SECTION DES PLANS PAR une ligne droite menée parallele à une autre ligne donnée.

PROPOSITION XII.

D'un triangle donné retrancher tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, en sorte que la ligne coupante soit parallele à une autre ligne donnée.

1 Exemple.

Le donné. Soit le triangle ABC, & la ligne droite DE, coupée en F.

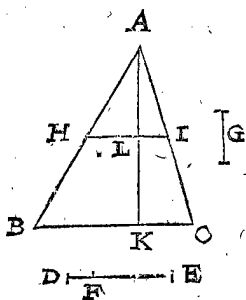
Le requis. Il faut retrancher du triangle ABC un segment vers A, lequel aye telle raison au reste, que la ligne DF à FE, à ceste condition que la coupante soit parallele au costé CB.

CONSTRUCTION.

Trouvez aux trois lignes DE, DF, AB, la quatrieme proportionnelle G; apres soit trouvée la moyenne proportionnelle entre AB & G, puis retranchez AH du costé AB, qui luy soit egale, & menez du point H la ligne HI, parallele à BC, laquelle coupera le triangle donné selon la raison donnée, & comme DF est à FE, ainsi le segment AHI est à HICB.

DEMONSTRATION.

Puis que la ligne G est la troisieme proportionnelle par construction aux deux AB, AH, la ligne AB sera en raison doublée à G, assavoir la raison de AB à AH: Et partant comme AB à G, ainsi le triangle ABC au triangle AHI; mais comme AB à G, ainsi par construction DE à DF. Donc par equation de raisons, comme DE à DF, ainsi ABC à AHI: & par la converse, comme DF à DE, ainsi AHI à ABC: & en divisant, comme DF à DE moins DF, c'est à dire FE, ainsi AHI à ABC moins le mesme AHI, c'est à dire HICB.



*Semblable usage quant aux nombres.*

La ligne DE soit 4, DF 1, AB 8; apres, comme DE 4, à DF 1, ainsi AB 8 à 2. Le nombre moyen proportionnel entre 2, & AB 8, est 4.

Partant estant mesuré 4 pieds de A vers H, assavoir AH, & menée la ligne HI, parallele à BC, on aura satisfait au requis.

*Preparation.* Soit menée une perpendiculaire de A sur la base BC, assavoir AK, coupant la parallele HI en L, & soit AK de 7 parties, & BC de 6.

*Examen.* Puis que AK est de 7 pieds, & BC de 6 par construction, tout le triangle ABC sera 21. D'avantage, puis que AH est 4, HB 4, BC 6, la quatrieme proportionnelle AL sera de  $3\frac{1}{2}$ ; Or HI est de 3, par consequent le triangle AHI sera  $5\frac{1}{4}$ , lesquels ostez du triangle ABC 21, le rectiligne restant HICB sera de  $15\frac{3}{4}$ , lesquels ont à  $5\frac{1}{4}$  telle raison, que FE 3, à DF 1.

*Autre usage des nombres inventé par SON EXCELLENCE.*

Les quarez des costez AB, AH, sont en la raison donnée de ED 4, à FD 1: Partant, comme 4 à 1, ainsi le carré de AB 64, à qui? vient 16, pour le carré de AH; le costé duquel, assavoir AH, vaudra 4. Il faut donc que la ligne retranchée du point A vers B en H, soit d'autant à l'extremité, de laquelle la ligne menée parallele à BC fera la section requise.

*Autre usage des nombres procedant de l'Algebre.*

On desire la quatrieme partie du triangle ABC vers A, soit  $5\frac{1}{4}$  la quatrieme partie de son aire: mesurant donc la base BC, qu'elle soit de 6, & la perpendiculaire AK 17; apres soucrivez 7 sous 6 des mesmes parties, ainsi  $\frac{6}{7}$ , par lesquels divisant le contenu de l'aire donnée  $5\frac{1}{4}$ , qui est  $10\frac{1}{2}$ , le quotient vient  $4\frac{2}{4}$ , le costé duquel carré est  $3\frac{1}{2}$ ; retranchant donc de A vers K en L  $3\frac{1}{2}$ , la ligne menée parallele à BC, passant par L satisfera à la question.

Car puis que l'aire du triangle AHI  $5\frac{1}{4}$ , est egale au plan fait de la perpendiculaire AL, & de la moitié de la base HI, aussi AL est à HI, comme AK 7 à BC 6. Je propose donc ce probleme.

*Trouver deux nombres ayans telle raison l'un à l'autre que 6 à 7, & que leur somme soit  $10\frac{1}{2}$ .*

Ceste briefve perquisition Algebraique monstrera la cause & origine de l'operation precedente.

CONSEQUENCE I.

Si on demandoit que le segment vers BC eust telle raison au segment restant vers A, que FE à FD, il faudroit renverser la raison telle qu'on la demande, assavoir que le segment vers A ait au reste telle raison, que FD à FE, & en imitant l'operation precedente on diffoudra le probleme.

CONSEQUENCE II.

Encores qu'on demande tant seulement le segment vers BC, on mesurera tout le triangle ABC, duquel on soustrayera le segment requis, apres faites l'operation comme si on avoit demandé le segment vers A, & cela comme cy-devant. En ceste sorte, qu'il soit requis de retrancher du triangle ABC  $15\frac{3}{4}$ , on trouvera le triangle entier ABC 21, desquels ostant  $15\frac{3}{4}$ , restera  $5\frac{1}{4}$ , lesquels retranchez vers A, comme il a esté desja dit, on aura ce qu'on a désiré.

*Conclusion.* Partant nous avons retranché d'un triangle donné tel segment qu'on a voulu vers la partie demandée, la ligne coupante ayant esté menée parallele à quelconque ligne proposée. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XIII.

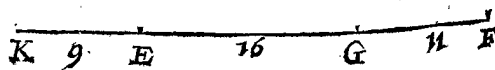
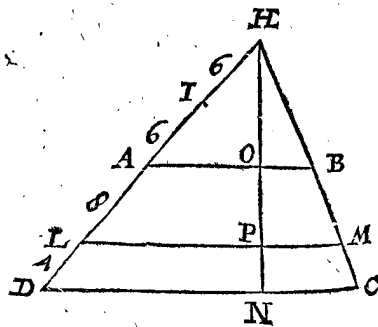
**R**etrancher d'un trapeze donné tel segment qu'on voudra, vers la partie requise, par une ligne droite menée parallele aux costez paralleles du trapeze.

*Le donné.* Soit le trapeze ABCD, duquel les costez AB & DC, sont paralleles, & la ligne EF coupée en G.

*Le requis.* Il faut retrancher du trapeze ABCD un segment vers AB, lequel aye telle raison au reste que EG à GF, & que la ligne coupante soit parallele au costé AB.

CONSTRUCTION.

Soyent produites les lignes opposées non paralleles DA & CB, lesquelles se rencontreront en H, & que HI soit la troisieme proportionnelle aux deux HD, HA: Puis soit trouvée la quatrieme proportionnelle



EK aux trois DI, IH, FE; apres coupez du triangle HDC, par la 12 proposition, le segment LMBA vers A, en sorte que la ligne coupante LM soit parallele au costé AB, & qu'il aye telle raison au reste, que EG à GF.

DEMONSTRATION.

Puis que HI est la troisieme proportionnelle par construction aux deux HD, HA, les triangles semblables HDC, HAB, à cause de la ligne parallele AB, auront telle raison entre eux, que HD à HI: & en divisant, comme le triangle HDC moins le triangle HAB, c'est à dire le trapeze ABCD, au triangle HAB; ainsi HD moins HI, c'est à dire DI à HI: mais comme DI à HI, ainsi par construction FE à EK. Partant

Partant comme FE à EK, ainsi le trapeze ABCD, au triangle HAB: Mais tout ainsi que KG à GF, ainsi le triangle HLM au quadrangle LMCD; car par construction la ligne droite LM coupe le triangle HDC, comme KF coupée en G: Partant KE, EG, GF seront proportionnelles en cest ordre, comme les segments de tout le triangle, assavoir HAB, LMBA, LMCD: C'est pourquoy LMBA est à LMCD, comme EG à GF.

*Semblable usage des nombres.*

Soit cy-dessous exposée par nombres la longueur des lignes

|    |     |
|----|-----|
| HD | 24. |
| HA | 12. |
| AB | 12. |
| EF | 27. |
| EG | 16. |
| GF | 11. |

On dira ainsi, comme HD 24 à HA 12, ainsi HA 12, à quoy? on trouvera que HI, selon ces mesmes parties vaudra

Laquelle soustraite de HD 24, le reste sera pour DI

Après, comme DI 18 à IH 6, ainsi EF 27 à EK A laquelle adjoustant EG 16, la somme sera pour KG

Après cherchez par la 12 proposition, la longueur de la ligne HL, afin que le triangle HDC soit coupé vers H, selon la raison donnée de KG 25, à GF 11, & que la coupante LM soit menée parallele au costé AB, ladite ligne HL sera trouvée selon les mesmes parties de

Partant pour trouver le point L soit mesuré 20 du point H en L, ou bien (d'autant que l'operation a esté faite sans nombres, il n'a point esté de besoing de descrire le triangle AHB) mesurez de D vers H en L 4 pieds (car autant en reste, si on soustrait 20 de HD 24) la ligne droite LM menée parallele à AB retranchera le segment requis.

*Examen.* La perpendiculaire HN sur DC, laquelle coupe la ligne AB en O, & LM en P, soit trouvée de 18 pieds. Partant NO soit 9, OP 6, PN 3; & telle raison qu'ont les lignes DH 24, DA 12, AL 8, LD 4, telle l'auront aussi au mesme ordre NH 18, NO 9, OP 6, PN 3; D'avantage LM vaut 20, DC 24: car comme HA 12 à AB 12, ainsi HL 20 à LM 20; ainsi aussi HD 24 à DC 24: ce qu'estant ainsi fait, le segment LMBA vaudra 96, & LMCD 66, par la 11 proposition du deuxiesme livre, la raison desquels est comme EG 16 à GF 11.

*Autre maniere pour l'usage des nombres.*

On trouvera la ligne AB 12 parties, DC 24, ON 9: Partant l'aire du trapeze, par la 11 proposition du deuxiesme livre, sera de

Lesquels estans divisez selon la raison donnée de EG 16 à GF 11, on trouvera le segment supérieur qu'il faut retrancher vers A, de

A quoy adjoustant le complément du trapeze HAB, lequel par la troisieme consequence de la 6 proposition du deuxiesme livre (en laquelle est enseigné le moyen de trouver la perpendiculaire HO) sera trouvé de

Leur somme sera Estant donc autant retranché de l'aire du triangle HDC, par la 12 proposition, on trouvera que la ligne HP contient de pieds

Et la ligne LM menée parallele à AB passant par le point P, retranchera le segment requis.

*Examen.* Soustrayez HP 15 de HN 18, reste pour PN 3, lesquels ostez de NO 9, reste pour OP 6. Partant le rectiligne LMBA contiendra 96, LMCD 66, la raison desquels est comme EG 16 à GF 11.

CONSEQUENCE I.

Si l'eust fallu retrancher le segment requis vers DC, & que la raison qu'il eust eu au reste, eust esté comme EG à GF, il eust fallu se servir de la raison reverse, assavoir que le segment qui eust esté vers A, eust eu au reste la raison de FG à GE.

CONSEQUENCE II.

Si aussi on eust voulu retrancher du trapeze proposé certain nombre de pieds quarréz (lequel eust toutesfois esté moindre que le contenu de son aire) il eust fallu mesurer l'aire de tout le trapeze, & d'icelle soustraire la partie demandée, laquelle eust esté au reste selon la raison donnée: En imitant l'operation precedente on diffoudra le probleme.

*Conclusion.* Parquoy nous avons retranché d'un trapeze donné tel segment qu'on a voulu vers la partie requise, par une ligne droite menée parallele aux costez paralleles du trapeze.

PROPOSITION XIV.

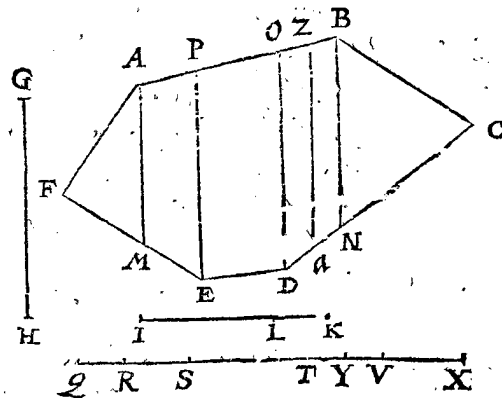
**R**etrancher d'un plan rectiligne donné tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, par une ligne droite parallele à quelconque ligne proposée.

*Le donné.* Soit l'hexagone ABCDEF, la ligne droite GH, & une autre ligne IK, coupée en L, selon la raison donnée.

*Le requis.* Il faut retrancher de l'hexagone proposé vers F un segment, lequel aye telle raison au reste que IL à LK, & que la ligne coupante soit menée parallele à la proposée GH.

CONSTRUCTION.

Soyent tirées toutes les lignes des angles, lesquelles peuvent estre menées paralleles à la donnée GH, qui tombent dans la figure, comme de A, B, D, E, les lignes AM, BN, DO, EP, lesquelles comprennent seulement avec les costez de la figure proposée des triangles, ou quadrangles. Puis soyent trouvées les cinq lignes droites QR, RS, ST, TV, VX, par la 8 proposition du quatriesme livre, entre lesquelles y aye



telle raison, & en mesme ordre, que des plans AFM, AMEP, PEDO, ODNB, BCN. Après coupez la ligne QX en Y, en telle sorte qu'il y ayt telle raison

mm 3 de

de IL à LK, que de QY à YX : mais le point Y tombe dans la ligne TV, laquelle est proportionnelle au trapeze ODNB : soit donc ledit trapeze coupé par la ligne droite Za, parallele à la proposée GH, en sorte qu'il y aye telle raison des segments que de TY à YV. Je dis donc que le rectiligne Za DEFA a telle raison au rectiligne Za CB, que la raison donnée de IL à KL : la demonstration de cecy est evidente par les precedentes. Et l'usage des nombres s'accorde entierement avec celui des susdites operations.

## CONSEQUENCE.

Il appert par la section du champ proposé ABCDEF, faite de la ligne parallele Za, qu'on peut distribuer, & diviser quelque champ que ce soit en parties egales ou inegales, telles qu'on desirera, par une ligne parallele à quelqu'un de ses limites : Car tout ainsi qu'icy le point Y tombe entre T & V, ainsi le point d'une autre section tombera en un autre lieu, & par ce moyen on coupera aussi semblablement le plan qui luy est proportionnel.

*Conclusion.* Partant nous avons retranché d'un plan rectiligne donné tel segment qu'on a voulu vers la partie demandée par une ligne droite parallele à quelconque ligne proposée. Ce qu'il a fallu faire.

## PROPOSITION XV.

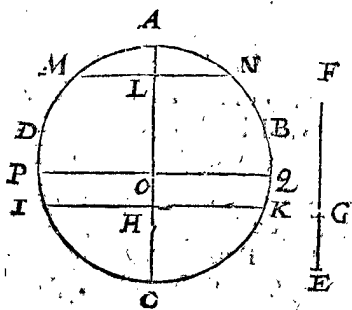
**R**etrancher d'un plan spherique donné tel segment qu'on voudra vers la partie requise.

*Le donné.* Soit AC l'axe de la sphere ABCD, & la ligne EF coupée en G.

*Le requis.* Il faut retrancher du plan spherique d'icelle sphere un segment vers C, lequel aye telle raison au reste que EG à GF.

## CONSTRUCTION.

Coupez l'axe AC (par la deuxiesme proposition)



en H, en sorte qu'il y ait telle raison des segments CH à HA, que EG à GF : puis estant mené le plan IK passant par H, & perpendiculaire à l'axe AC, il coupera le plan spherique, tellement que

le segment spherique IKC vers C, aura telle raison au restant IAK, que la raison donnée de EG à GF.

## DEMONSTRATION.

Les sections des plans spheriques ont telle raison entre eux que leurs axes, comme il appert en Archimede touchant la sphere & le cylindre.

Partant comme CH à HA, ainsi la section ICK à la section IAK : mais comme CH à HA, ainsi par construction EG à GF : & aussi en mesme ordre, comme EG à GF, ainsi la section de la superficie spherique ICK à la section IAK.

*Semblable usage quant aux nombres.*

L'axe AC soit de 12 pieds, EG 2, GF 4, afin que la raison de l'un des segments soit à l'autre, comme 2 à 4 : Partant divisez AC 12 en deux segments ayans entre eux la raison de EG 2, à GF 4, viendra pour le moindre segment 4 : mesurés donc autant de pieds de C vers A en H, le plan passant par le point H, & perpendiculaire à l'axe AC, retranchera le segment requis ICK.

*Examen.* Toute la superficie spherique par la 18 proposition du deuxiesme livre sera  $452\frac{4}{7}$  ; & le segment ICK  $150\frac{6}{7}$ , lesquels ostez du plan spherique entier  $452\frac{4}{7}$ , restera  $301\frac{2}{7}$  pour l'autre segment IAK, auquel le plan ICK  $150\frac{6}{7}$  est, comme EG 2 à GF 4.

## CONSEQUENCE.

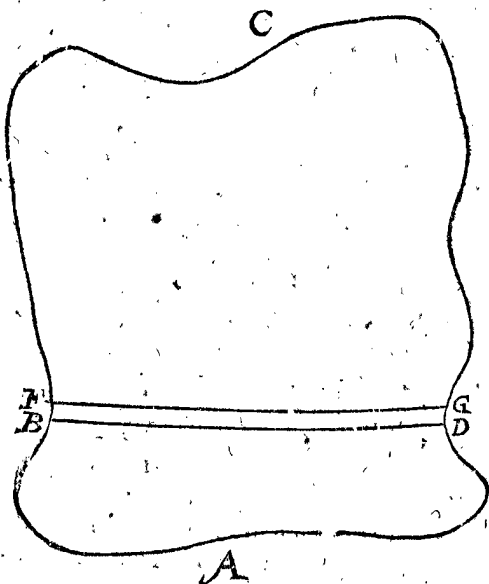
On peut cognoistre d'icy qu'il est facile de retrancher de la section d'un plan spherique donné telle partie qu'on voudra, comme si on vouloit couper la cinquieme partie de la section IAK, soit divisé l'axe de ladite section en cinq parties egales, l'une desquelles soit AL, le plan MN mené par L perpendiculaire à son axe retranchera le plan requis MAN.

Si on ayroit mieux la cinquieme partie de l'axe AH de H en O, le plan PQ passant par O, perpendiculaire sur l'axe retranchera la zone PQKI, egale à la cinquieme partie : La demonstration en estant evidente.

*Conclusion.* Partant nous avons retranché d'un plan spherique donné tel segment qu'on a voulu vers la partie requise.

## NOTEZ.

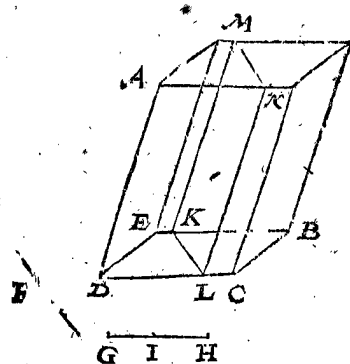
Si on demandoit un segment de quelque superficie raboteuse, comme celle des champs qui sont sur les collines, on ne le pourroit pas faire par une ligne droite parallele à une autre ; car les lignes descrites sur ces sortes de superficies sont recourbées & tortuées : Toutesfois les Arpenteurs & Geometres terminent ces champs-là par le moyen d'une ligne, le plan de laquelle est perpendiculaire sur l'horizon. Or on peut trouver ceste section par le moyen de plusieurs bastons fichez en terre en ligne droite, ayant la veüe pour guide, produisant ladite ligne par dessus les fossez & tranchées, en posant les bastons en lieux où on les puisse plus commodement voir & distinguer. Pour plus grande intelligence & éclaircissement, soit le champ ABCD sur une montagne,



duquel on veut retrancher la quatrieme partie par un plan perpendiculaire sur l'horizon, & parallele à la ligne pro-

proposée E, il faudra en premier lieu mesurer (par le troisieme exemple de la 20 proposition du deuxiesme livre) tout le champ raboteux proposé, distribué en toutes les parties (comme on le trouvera plus à propos) l'aire duquel soit par exemple de 100 arpens, la quatrieme partie en sera donc 25 arpens, lesquels il faut retrancher vers A. Et afin de ce faire, retranchez à peu près 25 arpens vers la partie requise, marquant la ligne coupante par bastons & picquets. Puis mesurant derechef l'aire de la partie retranchée BDA, & si on trouve qu'elle contienne 25 arpens, on a ce qu'on demande; Mais si on s'est trompé en excès, ou au défaut d'un arpent, il faudra faire l'autre ligne FG, parallele à DB: & pour mieux dire, on menera un plan par FG, coupant perpendiculairement l'horizon, étant parallele au plan passant par BD, qui coupe aussi l'horizon perpendiculairement, l'aire comprise entre iceux contenant un arpent: Mais afin qu'on puisse prendre assez précisément la largeur de ceste longue zone de terre de hauteur inegale, on mesurera la longueur DB, laquelle soit trouvée de 300 perches, par lesquelles divisant 600 perches, lesquelles sont le contenu de l'aire d'un arpent, le quotient donnera 2 perches pour la largeur requise, laquelle fera ladite zone FGDB, fort près égale à un arpent; & le segment FGA contiendra en son aire autant qu'on avoit demandé. Si on desire toutesfois un calcul plus exacte, on remesurera derechef ledit arpent, & s'il y a encore quelque difference, contenant plus ou moins, on en retranchera, ou adjoustera autant. Et s'il en falloit retrancher un segment par un plan perpendiculaire sur l'horizon passant par un point donné en son circuit, comme la quatrieme partie de la superficie ABCD, par le point F, on retranchera à peu près comme auparavant ladite quatrieme partie de la superficie proposée, par une ligne imaginée, comme de F en D: Apres on mesurera derechef le contenu de l'aire du segment, lequel étant trouvé moindre de  $\frac{1}{2}$  arpent que la quatrieme partie requise, on menera la ligne FG, donnant au triangle FDG le contenu de  $\frac{1}{2}$  arpent. Et pour le trouver plus facilement, le double de demy arpent, c'est à dire 1 arpent vaut 600 perches, lesquelles divisées par la longueur FD 300 perches, le quotient donnera la longueur de laquelle la ligne requise FG doit estre esloignée du point D.

reste KLCB, que GI à IH: Puis coupez le prisme proposé par le plan MNLK, parallele à l'axe, ou au costé AB, qui est la mesme chose: Je dis que le segment KLNMEDA est en telle raison au reste KLNMB, que la ligne GI à IH.



DEMONSTRATION.

Car puis que les deux segments de ce prisme sont de mesme hauteur, ils seront entre eux comme leurs bases; mais leurs bases par construction sont selon la raison donnée de GI à IH, partant les segments seront aussi entre eux en telle raison. Nous n'adjousterons point icy l'usage des nombres puis que l'operation en est evidente par les precedentes.

Conclusion. Parquoy nous avons coupé d'un prisme donné tel segment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan parallele à l'axe, en sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la base a esté parallele à une ligne donnée. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XVII.

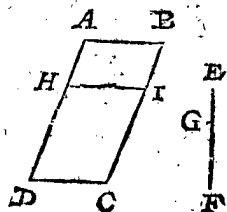
**R**etrancher d'un prisme donné tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée par un plan parallele à la base.

Le donné. Soit le prisme ABCD, la base duquel soit quelconque rectiligne qu'on voudra, & la ligne EF coupée en G.

Le requis. Il faut retrancher de ce prisme un segment vers AB, par un plan parallele à la base, ayant telle raison au reste que EG à GF.

CONSTRUCTION.

Coupez AD en H, en sorte que AH soit à HD, comme EG à GF: Apres menez le plan HI, par H parallele à la base BC: Je dis que HIBA est à HICD, comme EG à GF.



DEMONSTRATION.

Comme AH à HD, ainsi HIBA à HICD: car les prismes ayans mesme base sont l'un à l'autre comme leur hauteur: mais comme HA à HD, ainsi par construction est EG à GF; Partant comme EG à GF, ainsi le segment HIBA à HICD. Nous ne donnons non plus icy aucune operation de nombres, d'autant que cecy est assez evident par la construction Geometrique.

Conclusion. Parquoy nous avons retranché d'un prisme donné tel segment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan mené parallele à la base.

PROPOSITION XVIII.

**R**etrancher d'une pyramide donnée tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, par un plan passant par le sommet d'icelle; en telle sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de sa base soit parallele à une ligne droite donnée.

Le donné. Soit A le sommet de la pyramide ABCDE, & BCDE sa base, la ligne droite F, & l'autre ligne GH, coupée en I.

Le requis. Il faut retrancher de ceste pyramide un segment vers D, par un plan passant par le sommet A, lequel

TROISIEME PARTIE

DV CINQUIESME LIVRE,

De la Section proportionnelle des Solides.

PROPOSITION XVI.

**C**ouper d'un prisme donné tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, par un plan parallele à son axe; en sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la base, soit parallele à une ligne donnée.

Le donné. Soit la base BCDE du prisme donné AB, la ligne F, & l'autre ligne GH, coupée au point I.

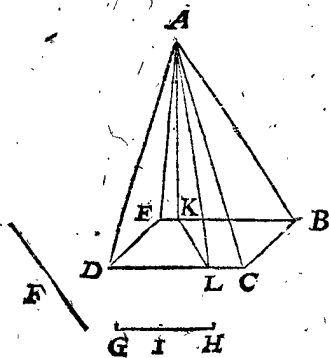
Le requis. Il faut retrancher du prisme AB un segment vers D, par un plan parallele à l'axe, en sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la base soit parallele à la ligne F, & que ledit segment aye telle raison au reste, que GI à IH.

CONSTRUCTION.

Coupez la base BCDE, par la ligne KL, parallele à F, en sorte que le segment KLE aye telle raison au

lequel aye telle raison au reste que GI à IH, en sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la base de la pyramide soit parallele à la ligne droite donnée F.

## CONSTRUCTION.



Coupez la base BCDE, par la ligne KL, parallele à F: en sorte que KLDE soit à KLCE, comme GI à IH: puis coupez la pyramide par le plan AKL. Maintenant je dis que le segment AKLDE est à AKLCE en mesme raison, que la donnée de GI à IH.

## DEMONSTRATION.

D'autant que les deux pyramides sont de mesme hauteur, elles seront l'une à l'autre comme leurs bases: mais leurs bases sont en telle raison que GI à IH, les pyramides le seront donc aussi. Il n'est point besoin qu'on face l'operation des nombres, cecy estant assez manifeste par ce qui precede.

*Conclusion.* Partant nous avons retranché d'une pyramide donnée tel segment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan passant par le sommet d'icelle, en telle sorte que la commune coupure du plan retranchant & de la base a esté parallele à une ligne droite donnée.

## PROPOSITION XIX.

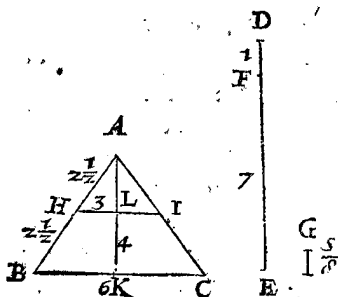
**R**etrancher d'une pyramide donnée tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, par un plan parallele à sa base.

*Le donné.* Soit la pyramide ABC, ayant pour base quelconque rectiligne que ce soit; & la ligne DE coupée en F.

*Le requis.* Il faut retrancher de la pyramide ABC, un segment vers A, par un plan parallele à sa base, lequel aye telle raison au reste, que DF à FE.

## CONSTRUCTION.

Soit la ligne G quatriesme proportionnelle aux trois autres DE, DF, AB: puis soit AH marquée au costé AB, premiere des deux moyennes continuellement proportionnelles entre AB la premiere, & G la dernière: le plan HI mené parallele à la base BC coupera la pyramide donnée, selon la raison donnée; affavoir comme AHI à HICB ainsi DF à FE.



lon la raison donnée; affavoir comme AHI à HICB ainsi DF à FE.

## DEMONSTRATION.

Puis que par construction G est la quatriesme proportionnelle aux deux AB, AH, la raison de AB à G fera triple de celle qu'elle a à AH, en sorte que comme AB à G, ainsi la pyramide ABC à la pyramide AHI, qui luy est semblable: mais AB a telle raison à G, que DE à DF, par la construction. C'est pourquoy, comme DE à DF, ainsi ABC à AHI: & en raison reverse,

comme DF à DE, ainsi AHI à ABC: & en divisant, DF est à DE moins DF, c'est à dire FE; comme le solide AHI à ABC moins le solide AHI, c'est à dire à HICB.

*Semblable usage quant aux nombres.*

La ligne DE soit en parties

DF  
AB

Je dis, comme 8, premier en cest ordre, à 1 le second, ainsi le troisieme 5, à quoy? vient G

Le premier nombre des moyens continuellement proportionaux entre le troisieme 5, & le quatrieme  $\frac{1}{8}$  en cest ordre est

La ligne droite de A vers B de  $2\frac{1}{2}$  pieds soit AH, le plan HI mené parallele à la base BC, retranchera le segment requis.

*Preparation.* Soit la perpendiculaire AK menée du sommet A, sur la base BC, coupée par le plan HI en L, & que la toute AK soit de 4 pieds, & le costé de la base (laquelle nous supposons estre carrée) BC soit de 6.

*Examen.* Parce que AK vaut 4, & BC 6, par construction; le carré qui est la base de la pyramide donnée vaudra 36, & la pyramide 48. D'avantage puis que AH vaut  $2\frac{1}{2}$ , HB autant, & le costé BC 6, AL vaudra 2, & HI 3, le quarré duquel sera 9 pour la base de la pyramide AHI, & ladite pyramide contiendra 6, laquelle soustraite de la pyramide ABC, c'est à dire de 48, restera 42 pour HICB, auxquels sont 6, comme DF 1, à EF 7.

*Autre usage des nombres inventé par SON EXCELLENCE.*

Les cubes des costez AB, AH, sont comme ED 8, à FD 1, d'où on dira, comme 8 à 1, ainsi le cube 125 du costé AB, à quoy? vient  $15\frac{5}{8}$  pour le cube du costé AH, & le costé AH fera  $2\frac{1}{2}$ . Si on prend donc un tel espace de A vers B, terminé en H, & estant apres mené le plan HI parallele à la base BC, on aura ce qu'on desire.

## CONSEQUENCE I.

Si on veut retrancher certain nombre de pieds cubiques vers A, sans donner aucune raison entre le segment requis & son reste: On mesurera premiere-ment la pyramide, apres estant donnée la quantité des pieds qu'on en veut retrancher, on verra quelle raison ils ont au total, & on achevera l'operation comme il a esté enseigné cy-dessus.

## CONSEQUENCE II.

Si on veut retrancher la partie demandée vers BC, laquelle eust au reste vers A telle raison que la donnée de DF à FE, il faudra faire l'operation comme si on avoit demandé que le segment vers A eust telle raison au reste vers BC, comme EF à FD.

*Conclusion.* Partant nous avons retranché d'une pyramide donnée tel segment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan mené parallele à sa base.

## PROPOSITION XX.

**R**etrancher d'une sphere donnée tel secteur qu'on voudra.

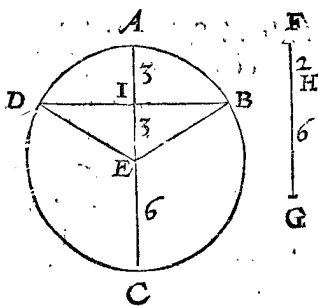
*Le donné.* Soit AC l'axe de la sphere ABCD, son centre E, & la ligne FG coupée en H.

*Le requis.* Il faut retrancher de la sphere proposée un secteur, lequel aye telle raison au reste, que FH à HG.

CON-

CONSTRUCTION.

Coupez AC en I, comme FH à HG, ainsi AI soit à IC: puis soit menée la droite DB, laquelle se termine de costé & d'autre à la circonference, & qu'elle soit perpendiculaire à l'axe AC: apres soyent menez les deux demy-diametres ED, EB. Maintenant je dis que EDAB est le secteur requis, ayant telle raison au reste EDCB, que FH à HG.



la longueur de AC 12, selon la raison donnée de FH 2 à HG 6, & on trouvera le susdit segment estre de 3. On mesurera donc de telle distance de A vers C, terminant en I, par lequel point faisant passer la ligne DB, perpendiculaire sur AC; puis estans menez les demy-diametres ED, EB, alors EDAB sera le secteur requis.

*Examen.* Toute la solidité de la sphere est de  $905\frac{1}{7}$ , par la 24 proposition du deuxiesme livre; le segment DEBA fera de  $226\frac{2}{7}$ , lesquels soustraits de  $905\frac{1}{7}$ , restera  $678\frac{6}{7}$  pour le segment EDCB, lequel a telle raison à  $226\frac{2}{7}$ , que la ligne GH 6, à FH 2.

*Conclusion.* Partant nous avons retranché d'une sphere donnée tel secteur qu'on a voulu. Ce qu'il a fallu faire.

DEMONSTRATION.

Comme AI à IC, ainsi FH à HG; par la construction: mais comme AI à IC, ainsi la superficie spherique DAB, à la superficie spherique DCB: mais le secteur EDAB est au secteur EDCB, comme la superficie spherique DAB, à la superficie spherique DCB: Partant comme FH à HG, ainsi le secteur EDAB au secteur EDCB.

*Semblable usage des nombres.*

Soit AC de 12 parties, FH 2, HG 6; puis coupez

NOTEZ.

Si on vouloit retrancher d'un solide irregulier donné un segment, par un plan mené parallele à un autre plan donné: Il faudra imiter la façon d'operer qui a esté tenuë cy-dessus en la note de la 16 proposition de ce cinquiesme livre, en la section d'un champ raboteux, en retranchant à peu pres le segment requis; & si apres avoir remesuré ledit segment, on le trouve excéder ou defaillir de ce qui avoit esté proposé, autant en retranchera-on ou adjoustera au mesme segment par un plan mené parallele au donné.

*Fin du cinquiesme livre de la Geometrie.*

SIXIESME LIVRE

DE LA

PRACTIQUE DE GEOMETRIE,

De la Transformation des grandeurs en semblables figures à d'autres données.

**T**out ainsi que nous avons parlé au troiesme livre de la Numeration, Addition, Soustraction, Multiplication, & Division des grandeurs, non pour estre adjoustées à d'autres données, mais pour en trouver d'autres, lesquelles leur soyent egales en grandeur. Il faut icy entendre le mesme, assavoir, que la figure donnée sera transformée en une autre: car c'est la mesme chose qu'ès nombres où on en propose deux parties n'ayans pas mesme denominateur, lesquelles sont reduictes à mesme denomination: laquelle chose étant de bien près examinée, on cognoistra que c'est proprement trouver aux parties proposées, d'autres qui leur soyent egales ayans mesme nom: Ainsi on ne convertit pas les grandeurs données en d'autres; mais on décrit des grandeurs egales d'une autre forme, ce qu'on appelle Transformation: Comme aussi se doit entendre quand on parle communement de la quadrature du Cercle, Parabole, Spirale, & Lune: Ce qui ne veut dire autre chose, que de trouver un quarré egal à un cercle, ou autres de ces figures données.

PREMIERE PARTIE

DU SIXIESME LIVRE,

De la Transformation des lignes.

PROPOSITION I.

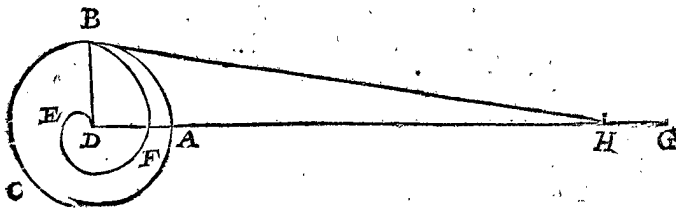
**D**écrire une ligne droite egale à la circonference d'un cercle donné.

*Le donné.* Soit la circonference du cercle ABC, duquel D est le centre, & DB le demy-diametre.

*Le requis.* Il faut décrire une ligne droite egale à ladite circonference.

CONSTRUCTION.

Descrivez la premiere revolution d'une spirale DEF, sur le demy-diametre DB, sur lequel soit menée



perpendiculaire la ligne DG, & produite infiniment: Apres

Après on mènera BH, touchant en B le commencement de la circonférence de spirale, laquelle estant continuée coupera la perpendiculaire DG en H. Je dis donc que la ligne droite DH est égale à la circonférence du cercle ABC, comme il est démontré par Archimède en sa 18 proposition de la spirale.

## NOTEZ.

Combien que ceste construction soit appuyée de bonnes & valables raisons en la Theorie, on ne la peut pas toutesfois mettre en pratique à cause de l'incertitude de la revolution de la spirale: Mais en suivant Archimède, nous avons icy mis ceste proposition avec deux autres suivantes semblables, pour la memoire de celui qui les a inventées & démontrées.

*Autre usage des nombres.*

Si la raison de la circonférence au diamètre, comme 22 à 7 (laquelle est toutesfois usitée) estoit véritable, il est évident qu'on pourroit par ce moyen mesurer une ligne droite égale à la circonférence d'un cercle donné.

*Conclusion.* Partant nous avons trouvé une ligne droite égale à la circonférence d'un cercle donné.

## CONSEQUENCE.

Par la converse de ceste proposition on peut décrire une circonférence de cercle égale à une ligne droite donnée.

## PROPOSITION II.

**D**écrire une ligne droite égale à un arc de cercle donné.

*Le donné.* Soit l'arc ABC décrit du centre D, ayant pour demy-diametre DA.

*Le requis.* Il faut trouver une ligne droite égale audit arc.

## CONSTRUCTION.

Achevez la circonférence du cercle de l'arc donné ABC, dans lequel on décrira la première revolution d'une spirale DEA, laquelle coupera DC en E: puis soit décrite la circonférence du centre D, & de l'intervalle DE, elle coupera le demy-diametre DA en G: En fin soit menée la ligne DH, perpendiculaire sur le demy-diametre DC, & produite infiniment, la ligne droite EI, touchant la spirale, la coupera en I, à laquelle on mènera CK, parallele coupant aussi DH en K. Je dis donc que DK est la ligne droite requise égale à l'arc donné ABC.

## DEMONSTRATION.

Comme DE à DC, ainsi l'arc GFE à l'arc ABC: & comme DE à DC, ainsi DI à DK. Parquoy comme DI à DK, ainsi l'arc GFE à l'arc ABC: mais DI (par la 21 proposition d'Archimède de la spirale) est égale à l'arc GFE. Donc DK sera égal à l'arc ABC.

## CONSEQUENCE.

Par la converse de l'operation de ceste proposition, on pourra décrire un arc de cercle égal à une ligne droite donnée.

## PROPOSITION III.

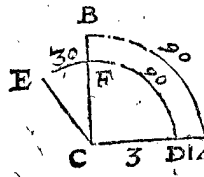
**E**stant donnée une ligne droite, & la raison d'un arc à toute la circonférence de son cercle, décrire un autre arc de l'intervalle de la ligne donnée égal au donné.

*Le donné.* Soit l'arc AB de 90 degrez, le demy-diametre duquel soit CA, sur lequel soit marquée quelque ligne que ce soit, comme CD.

*Le requis.* Il faut décrire de l'intervalle CD, comme demy-diametre, un arc égal au donné AB.

## CONSTRUCTION.

Par proportion on dira, comme CD à CA, ainsi AB de 90 degrez, à quoy? qu'il vienne 120 degrez: En décrivant donc de l'intervalle CD, comme demy-diametre, un arc de 120 degrez, comme DE, il sera égal à l'arc donné AB.



## DEMONSTRATION.

Si l'arc DE, & la ligne CB, s'entrecourent en F, les arcs FD, & BA seront proportionnaux à la circonférence de leurs cercles (d'autant que ACB, ou DCF, font un mesme angle au centre) & d'autant que AB est de 90 degrez, l'un & l'autre sera le quart de la circonférence du cercle, & le secteur ABC sera semblable au secteur DFC. Partant leurs costez semblablement posez CA, CD, AB, DF, seront proportionnaux; & la difference DA, entre les demy-diametres CA, CD, sera à CD, comme la difference des arcs AB & DF, à l'arc DF. Mais comme DA à CD, ainsi EF à DF, (car par construction comme CD est à CA, ainsi 90 degrez font à 120 degrez: mais DF vaut 90 degrez, & DE 120 degrez) partant comme CD à CA, ainsi DF à DE: & en divisant, comme CA moins CD, c'est à dire DA, à CD, ainsi DE moins DF, c'est à dire EF, à DF: & EF sera la difference entre les arcs AB, DF. Partant EF, FD ensemble, c'est à dire l'arc DE, sera égal à l'arc AB.

*Semblable usage quant aux nombres.*

Le demy-diametre CD soit de 3 parties, & CA 4; selon la proportion CD 3, à CA 4, l'arc AB de 90 degrez, à quoy? viennent 120 degrez: Donc de l'intervalle CD, comme demy-diametre, décrivant un arc de 120 degrez, lequel soit DE, on aura satisfait au probleme.

On ne peut point examiner cecy exactement, à cause de l'incertitude de la raison du demy-diametre à la circonférence: C'est pourquoy nous l'avons démontré par la voye Mathématique, laquelle est assurée.

## CONSEQUENCE.

Mais si le demy-diametre proposé estoit si petit, qu'il fallut la circonférence toute entiere, voire de plusieurs cercles qui luy fussent égaux, pour égaler l'arc donné AB, on le pourra aussi aisement faire que la precedente: comme si CA estoit de 10, & CD 1, il eust ainsi fallu dire à la construction, comme CD 1, à CA 10, ainsi AB 90 degrez à 900 degrez, lesquels vallent deux circonférences entieres de cercle & encores 180 degrez. Partant il faut décrire de l'intervalle CD, comme demy-diametre, deux circonférences de cercles & 180 deg. & elles seroyent égales à l'arc proposé. De là s'ensuit aussi qu'estant donné le diamètre d'un arc, & deux circonférences, avec un arc de 180 degrez; on peut trouver un arc qui leur sera égal. On peut de ce que dessus tirer



tirer aussi d'autres conséquences semblables, qui en dépendent.

*Conclusion.* Partant étant donnée une ligne droite, & la raison d'un arc à toute la circonférence de son cercle; nous avons décrit un autre arc de l'intervalle de la ligne donnée, égal au donné. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION IV.

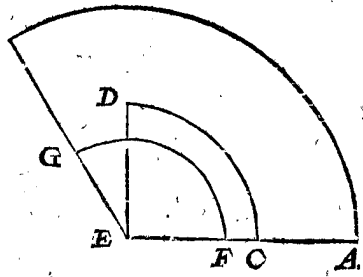
Étant données deux arcs dissemblables, & la raison d'iceux à leurs circonférences étant connue, trouver un troisième arc égal à l'un, & semblable à l'autre.

*Le donné.* Soient les deux arcs AB 120 degrés, CD 90 degrés, ayans pour mesme centre le point E; le demy-diametre de l'un soit EA, & de l'autre EC, & que EA soit le plus grand.

*Le requis.* Il faut décrire un troisième arc égal à l'arc CD, & semblable à AB, c'est à dire que l'arc AB, & celui qu'on cherche soient tous deux proportionaux à leurs propres circonférences.

CONSTRUCTION.

Soit menée la ligne EB, & dites, comme AB 120 degrés, à CD 90 degrés, ainsi EC à EF, duquel intervalle, & du centre E étant décrit l'arc FG terminé par les deux demy-diametres EA, EB, il fera égal à l'arc CD, & semblable à l'arc AB.



DEMONSTRATION.

D'autant que l'angle GEF, ou BEA, a les arcs FG, AB, soutendus, lesquels segments seront semblables à leurs circonférences: D'avantage puis que EF est à EC, comme 90 degrés de CD, aux 120 degrés de FG: par construction donc FG sera égal à CD, par ce qui a été démontré en la 3 proposition: Il est aussi évident que l'opération des nombres de ladite 3 proposition est semblable à celle-cy.

*Conclusion.* Partant étant données deux arcs dissemblables; & la raison d'iceux à leurs circonférences étant connue; nous avons trouvé un troisième arc égal à l'un & semblable à l'autre. Ce qu'il falloit faire.

SECONDE PARTIE

DV SIXIESME LIVRE,

De la Transformation des figures décrites sur la superficie.

PROPOSITION V.

Écrire un parallélogramme rectangle de telle longueur qu'on voudra, égal à un autre rectangle donné.

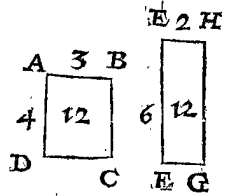
*Le donné.* Soit le rectangle ABCD, & la ligne EF.

*Le requis.* Trouvez un rectangle égal au donné ABCD, ayant pour l'un de ses costez la ligne donnée EF.

CONSTRUCTION.

Trouvez la quatrième proportionnelle FG aux trois lignes EF, AB, AD, de laquelle & de la première

re EF, on fera le rectangle EFGH, lequel sera égal au donné: comme démontre Euclide en la 14 proposition de son sixiesme livre.



Semblable usage des nombres.

EF soit de 6 pieds, AB 3, AD 4: on dira donc, comme EF 6 à AB 3, ainsi AD 4 à EG 2; parquoy menant FG perpendiculaire sur l'extrémité de EF, & étant achevé le parallélogramme, on aura ce qu'on avoit demandé.

*Examen.* L'un & l'autre desdits rectangles contient 12 par l'onzième proposition du deuxième livre.

*Conclusion.* Partant nous avons décrit un parallélogramme rectangle de la longueur qu'on a voulu, égal à un autre rectangle donné.

SON EXCELLENCE a voulu que cecy fust joint à la proposition précédente.

L'aire ABCD 12, il n'importe qu'elle soit plane, sphérique, ou d'autre forme, étant divisée par le costé EF, donnera pour le costé EH 2, desquelles construisant un rectangle, il contiendra autant que la figure donnée.

PROPOSITION VI.

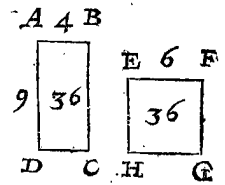
Écrire un carré égal à un rectangle donné.

*Le donné.* Soit le rectangle ABCD.

*Le requis.* Il faut trouver un carré qui luy soit égal.

CONSTRUCTION.

Soit trouvée la moyenne proportionnelle EF, entre les costez AB & AD, par la 3 proposition du quatrième livre; sa puissance, c'est à dire le carré de ladite ligne EF, sera égal au rectangle, comme il appert par la 14 proposition du deuxième livre d'Euclide.



Semblable usage des nombres.

AB soit de 4 pieds, AD de 9, le nombre continuellement moyen proportionnel est 6. Donc le carré fait de la ligne EF de 6 pieds, sera égal au rectangle donné EFGH.

*Examen.* Par la 11 proposition du deuxième livre ils sont trouvez égaux, car tant l'aire ABCD, que EFGH, contient 36.

*Conclusion.* Partant nous avons trouvé un carré égal à un rectangle donné. Ce qu'il a fallu faire.

PROPOSITION VII.

Écrire un parallélogramme rectangle de telle longueur qu'on voudra, égal à un triangle donné.

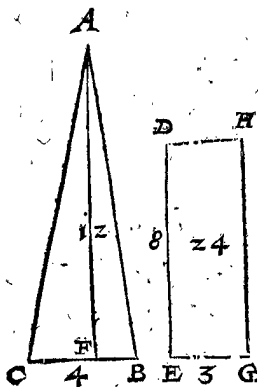
*Le donné.* Soit le triangle ABC, & la ligne droite DE.

*Le requis.* Il faut appliquer sur la ligne donnée DE, un parallélogramme rectangle, égal au triangle donné ABC.

CONSTRUCTION.

Soit menée la perpendiculaire AF, de quelconque angle du triangle sur la base opposée, comme sur BC;

Puis



Puis soit trouvée la quatrième proportionnelle EG aux trois lignes DE, à la moitié de la base BC, & à la perpendiculaire AF: avec laquelle & la donnée DE, on décrira le rectangle DEGH, égal au triangle donné, comme il est enseigné en la 44 proposition du premier livre d'Euclide.

*Semblable usage des nombres.*

DE soit de 8 pieds, la moitié de la base CB 2, & AF 12: on dira comme DE 8, à la moitié de CB 2, ainsi AF 12, à EG 3: laquelle étant menée à angles droits sur DE, & achevant le rectangle DEGH, il sera égal au triangle donné.

*Examen.* Par la 11 proposition du deuxième livre, tant l'aire du triangle, que du quadrangle contient 24.

*Conclusion.* Partant nous avons décrit un parallélogramme rectangle de telle longueur qu'on a voulu, égal à un triangle donné; comme on demandoit.

PROPOSITION VIII.

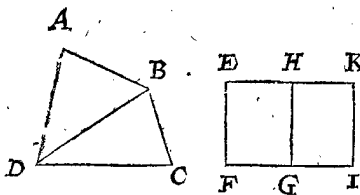
Descrire un parallélogramme rectangle de telle longueur qu'on voudra, égal à un quadrangle donné.

*Le donné.* Soit le quadrangle ABCD, & la ligne droite EF.

*Le requis.* Il faut trouver un parallélogramme rectangle de la longueur de la ligne EF, égal au rectiligne ABCD.

CONSTRUCTION.

Soit coupé le quadrangle donné en deux triangles ABD, & BCD, par la diagonale DB: puis par la



7 proposition. soit fait le rectangle EFGH, égal au triangle BDC, sur la ligne EF, comme aussi le parallélogramme rectangle HGKI, égal au triangle ABD, sur la ligne HG. Je dis donc que le rectangle EFIK est égal au quadrilatere ABCD, comme il est démontré par la 45 proposition du premier livre d'Euclide. L'operation Arithmetique en est evidente par celle de la 7 proposition precedente.

*Conclusion.* Partant nous avons décrit un parallélogramme rectangle, de telle longueur qu'on a voulu égal à un quadrangle donné. Ce qu'il a fallu faire.

CONSEQUENCE.

Par cecy on peut facilement appercevoir comment on réduit la raison des plans rectilignes en lignes droites. Comme par exemple, soit le mesme quadrilatere, auquel on cherche la raison du triangle ABD, au triangle BCD, ils seront réduits en parallélogrammes rectangles de mesme hauteur, les bases desquels FG & GI, seront en telle raison entre elles que les triangles BCD & ABD: Si aussi on demandoit par lignes la raison de tout le quadrilatere ABCD, à quelque autre multilatere que ce soit, il faudroit pareillement réduire l'un & l'autre en parallélogrammes de mesme hauteur, comme EF: ainsi leurs bases seront en telle raison entre elles, que les figures mesmes: & la base FI auroit telle raison, à la base de l'autre rectangle, comme le quadrangle ABCD à l'autre multilatere proposé.

PROPOSITION IX.

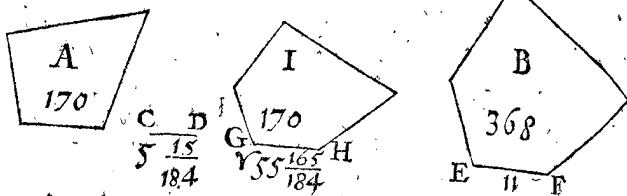
Etans donnez deux rectilignes dissemblables, en descrire un troisieme semblable à l'un, & egal à l'autre.

*Le donné.* Soient les deux rectilignes dissemblables A & B.

*Le requis.* Il faut descrire un troisieme rectiligne egal à A, & semblable à B.

CONSTRUCTION.

Soient réduits en parallélogrammes de mesme hauteur les deux rectilignes donnez A & B, par la 8 proposition. Puis dites, par la 2 proposition. du 4 livre, comme la base du



rectangle egal au rectiligne B, à la base du second rectangle formé egal au rectiligne A; ainsi quelconque costé qu'on voudra du rectiligne B, comme EF, à CD: En fin soit trouvée la moyenne proportionnelle GH, entre EF & CD, sur laquelle comme costé proportionnel à EF, on décrira le rectiligne I, semblable au rectiligne B, alors on aura le requis.

DEMONSTRATION.

Car puis que par construction GH est moyenne proportionnelle entre EF & CD, les trois lignes EF, GH, CD; seront continuellement proportionnelles; & comme la premiere EF, à la dernière CD, ainsi la figure descrite sur la premiere EF, à la figure I, qui luy a esté descrite semblable sur GH, comme costé proportionnel: Mais comme EF à CD, ainsi par construction le rectiligne B au rectiligne A: donc les rectilignes A & I auront mesme raison au rectiligne B. Partant les rectilignes A & I seront egaux entre eux.

*Semblable usage des nombres.*

Soit le contenu du plan rectiligne B en pieds quarez 368.  
Et A 170.

Le costé de la figure B quel qu'il soit, comme EF, auquel on en veut trouver un semblable, contient de pieds 11.

Puis dites 368 premier nombre en cest ordre, donne 170 le second, combien 11 le troisieme? vient 55 165/184.

Après soit trouvé entre 11 troisieme en cest ordre, & 55 165/184 le quatrieme, le nombre moyen proportionnel 55 165/184.

En fin soit décrit le rectiligne I, semblable au donné B, sur la ligne GH, la longueur de laquelle est ledit nombre moyen proportionnel 55 165/184, & on aura le requis.

*Examen.* Puis que les plans semblables sont entre eux en raison doublée de leurs costez proportionaux, on dira ainsi: Comme le carré de la ligne droite EF 121 à 55 165/184, carré du costé GH; ainsi le rectiligne B 368 au rectiligne I 170, egal au rectiligne A.

*Semblable usage expliqué par la fraction dixiesme.*

Soit derechef le contenu du plan B en pieds quarez 368.  
Et

Et le plan A de 170. Et tel costé qu'on voudra, comme EF, de la figure B, qu'on veut imiter

On dira donc, comme 368 premier nombre, à 170 second, ainsi le troisieme 11, à 508 ②. Apres soit trouvé entre 11 & 508 ②, le nombre moyen proportionnel 748 ②.

La ligne GH contiendra donc autant de pieds, sur laquelle, comme costé proportionnel à EF, on descriera la figure I; & ainsi on aura satisfait à la question.

Examen. Car puis que les plans semblables ont telle raison entre eux, que les quarrés de leurs costez proportionaux, dites comme 121 quarré de EF, au quarré de GH 559504 ④, ainsi le plan B 368, aux 170 pieds quarrés & 16 ②, c'est à dire 170  $\frac{4}{25}$  pieds pour le plan I, & il ne falloit seulement que 170 pieds, & il se trouve de plus  $\frac{4}{25}$ ; c'est pourquoy on ne se contentera pas d'aller jusques aux secondes seulement, mais bien jusques aux ③. ou ④, selon qu'on le jugera à propos pour trouver le nombre plus juste.

*Autre usage plus court inventé par SON EXCELLENCE, & exprimé par nombres.*

Comme B 368, au quarré du costé EF 121, ainsi A 170, au quarré 558967 ④, le costé duquel est 748 ②: D'autant donc sera la ligne GH, sur laquelle comme costé proportionnel à EF, on descriera le rectiligne I semblable à B, & alors on aura ce qu'on avoit demandé.

Conclusion. Partant estans donnez deux rectilignes dissemblables, nous en avons décrit un troisieme semblable à l'un, & egal à l'autre.

PROPOSITION X.

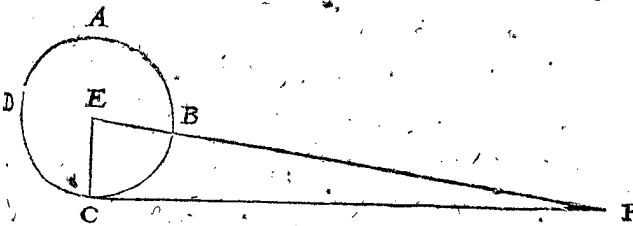
Descrire un triangle egal à un cercle donné.

Le donné. Soit le cercle ABCD, duquel E soit le centre, & AC le diametre.

Le requis. Il faut trouver un triangle egal au cercle donné.

CONSTRUCTION.

Soit élevée la perpendiculaire CF sur l'extremité du diametre AC, laquelle soit egale à la circonference du cercle ABCD: puis soit menée la ligne droite EF du centre E à l'extremité F, le triangle ECF sera egal



au cercle donné ABCD, comme Archimede demonstre en la 1<sup>re</sup> proposition de la mesure du cercle.

*Semblable usage des nombres.*

Le demy-diametre EC soit de 7 pieds; donc par la 8<sup>e</sup> proposition du deuxiesme livre, la circonference ABCD sera de 44: Partant on menera la ligne CF de 44 pieds de long, à angles droits sur l'extremité du demy-diametre EC: puis apres menant la ligne EC, on aura le triangle demandé EFC.

Examen. L'aire du cercle ABCD, & celle du triangle EFC, contient chacune 154, par les 11 & 12 propositions du deuxiesme livre.

Conclusion. Partant nous avons décrit un triangle egal à un cercle donné: Ce qu'il a fallu faire.

CONSEQUENCE.

On pourra aussi faire un cercle egal à un triangle donné: car estant proposé quelque triangle que ce soit, on le fera semblable au triangle ECF, & son plus petit costé sera le demy-diametre du cercle requis.

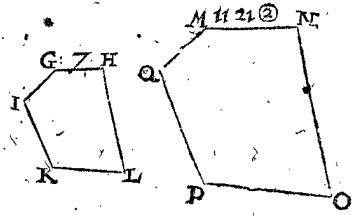
*2<sup>e</sup> Exemple inventé par SON EXCELLENCE, & par luy exprimé en nombres, estant donné quelque rectiligne que ce soit.*

Le donné. Soit le précédent cercle ABCD, & le rectiligne GHLKI, quel qu'il puisse estre contenant 60, duquel le costé GH est de 7 parties.

Le requis. Il faut descrire un rectiligne semblable au proposé GIKLH, & egal au cercle ABCD cy-dessus proposé.

CONSTRUCTION.

Tout ainsi que le plan GIKLH 60 est au quarré du costé GH 49, ainsi le cercle ABCD 154, à quoy? vient le quarré 1257667 ④, le costé duquel est 1121 ②: Partant on fera la ligne MN de telle longueur, estant proportionnelle au costé GH, sur laquelle on descriera le rectiligne MNOPQ, semblable au donné GHLKI, & on aura satisfait au requis.



PROPOSITION XI.

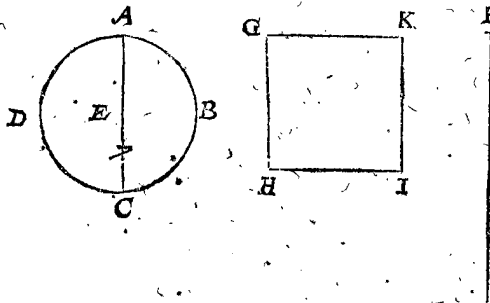
Descrire un quarré egal à un cercle donné.

Le donné. Soit le cercle ABCD, son centre E, son diametre AC.

Le requis. Il faut descrire un quarré egal à ce cercle.

CONSTRUCTION.

Soit faite la ligne droite F egale à la circonference du cercle ABCD, la ligne GH moyenne proportion-



nelle entre F & le demy-diametre sera le costé du quarré GHIK, egal au cercle donné.

DEMONSTRATION.

Puis que le cercle ABCD est egal au triangle ayant pour base une ligne egale à la circonference, & pour hauteur le demy-diametre du cercle, le mesme cercle sera egal au rectangle fait du demy-diametre & de la moitié de la circonference: Et par consequent aussi au quarré fait de la ligne moyenne proportionnelle entre les costez dudit rectangle.

*Semblable usage des nombres.*

AC soit de 14 pieds; toute la circonference ABCD sera donc de 44, sa moitié 22, entre laquelle & EC, le nombre moyen proportionnel sera  $\sqrt{154}$ : Partant luy faisant egale la ligne GH, son quarré GHIK sera egal au cercle donné.

*Autrement & plus aisement.*

L'aire du cercle  $ABCD$  soit trouvée de 154, le costé de ce carré fera 1241 ②; Estant donc décrit le carré  $GHIK$ ; son costé  $GH$  de ceste longueur, on aura le requis.

*Examen.* L'aire tant du cercle, que du carré, contient 154, ce qu'il falloit.

*Conclusion.* Partant nous avons décrit un carré égal à un cercle donné. Comme on avoit demandé.

#### CONSEQUENCE.

Par la converse de ceste proposition, on pourra décrire un cercle égal à un carré donné: car toute aire de carré estant toujours divisée par 22, donnera le demy-diamètre du cercle qui luy sera égal.

#### PROPOSITION XII.

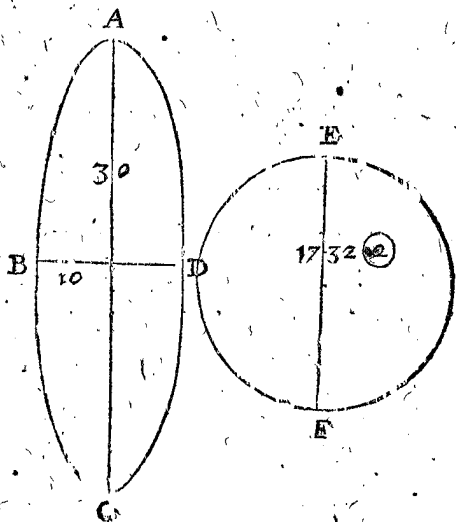
**T**rouver un cercle égal à une ellipse donnée.

*Le donné.* Soit l'ellipse  $ABCD$ , de laquelle  $AC$  est le grand diamètre, &  $DB$  le petit.

*Le requis.* Il faut décrire un cercle égal à l'ellipse donnée.

#### CONSTRUCTION.

La moyenne proportionnelle  $EF$ , entre  $AC$  &  $DB$ , sera le diamètre du cercle égal à l'ellipse donnée: Ce qui



est démontré par *Archimede* en sa 6 proposition des Conoïdes & Spheroides.

*Semblable usage des nombres.*

Le grand diamètre  $AC$  soit de 30 pieds, & le moindre  $DB$  de 10: le moyen proportionnel entr'eux sera  $\sqrt{300}$ , ou, ce qui est la mesme chose, 1732 ②; D'autant donc doit estre le diamètre  $EF$  du cercle égal à l'ellipse donnée.

*Examen.* Car l'aire de l'un & l'autre exprimée par nombres, se trouvera estre de 23572 ②, par les 12 & 15 propositions du deuxiesme livre.

*Conclusion.* Partant nous avons trouvé un cercle égal à une ellipse donnée: Ce qu'il falloit faire.

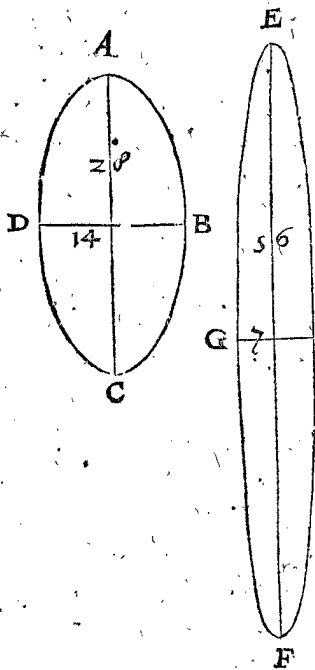
#### PROPOSITION XIII.

**D**écrire sur un grand ou petit diamètre donné une ellipse égale à une ellipse donnée.

*Le donné.* Soit l'ellipse  $ABCD$ , de laquelle le grand diamètre est  $AC$ , & le petit  $DB$ ; Soit aussi la ligne  $EF$ , pour décrire sur icelle, comme grand ou petit diamètre, une ellipse égale à la donnée.

*Le requis.* Il faut sur  $EF$  décrire une ellipse égale à la donnée  $ABCD$ .

#### CONSTRUCTION.



Trouvez la quatriesme proportionnelle  $GH$ , aux trois  $EF, AC, DB$ , par la deuxiesme proposition du quatriesme livre: Puis décrivez l'ellipse sur les deux diamètres  $EF$  le grand, &  $GH$  le petit, on aura ce qu'on demande: comme il appert par la 15 proposition du deuxiesme livre.

*Semblable usage quant aux nombres.*

$EF$  soit de 56 pieds,  $AC$  de 28,  $DB$  de 14: on dira donc, comme 56 à 28, ainsi 14 à 7: donnant donc une telle longueur à la ligne  $GH$ , pour estre le petit dia-

mètre, &  $EF$  le grand, on fera l'ellipse requise  $EFGH$ .

*Examen.* L'une & l'autre ellipse contient 308, par la 15 proposition du deuxiesme livre.

*Conclusion.* Parquoy nous avons décrit sur un grand, ou petit diamètre donné une ellipse égale à une ellipse donnée.

#### CONSEQUENCE.

Si au lieu de l'ellipse  $ABCD$ , on eust donné un cercle, il eust fallu suivre l'opération de la proposition précédente, & alors les deux diamètres  $AC$  &  $DB$  eussent esté égaux. Partant on eut dit, comme  $EF$  à  $AC$ , ainsi  $DB$  à un quatriesme terme: Ou bien (ce qui est la mesme chose) la troisieme proportionnelle à  $EF$ , & au diamètre du cercle donné.

#### PROPOSITION XIV.

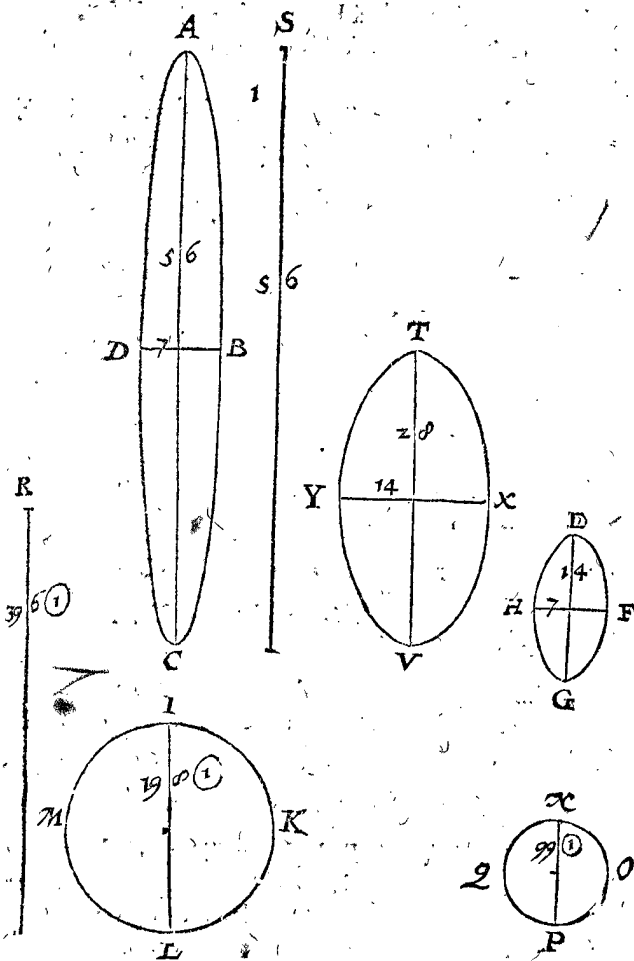
**E**stant données deux ellipses dissemblables, en décrire une troisieme égale à l'une, & semblable à l'autre.

*Le donné.* Soient les deux ellipses dissemblables  $ABCD$  &  $EFGH$ , desquelles les grands diamètres soient  $AC, EG$ , & les petits  $DB, HF$ .

*Le requis.* Il faut décrire une ellipse égale à  $ABCD$ , & semblable à  $EFGH$ .

#### CONSTRUCTION.

Soit transformée l'ellipse  $ABCD$  en cercle, qui luy soit égal, par la 12 proposition, comme le present  $IKLM$ , le diamètre duquel est  $IL$ : Soit pareillement transformée l'ellipse  $EFGH$  au cercle  $NOPQ$ , lequel luy soit égal, le diamètre duquel est  $NP$ . Puis on dira, comme  $NP$  à  $IL$ , ainsi  $IL$  à  $R$ : Apres comme  $NP$  à  $R$ , ainsi  $EG$  à  $S$ . En fin soit trouvée  $TV$  moyenne proportionnelle entre  $S$  &  $EG$ , laquelle estant le terme proportionnel à  $EG$ , on décrira l'ellipse  $TXVY$ , semblable à la donnée  $EFGH$ , ainsi on aura ce qui avoit esté demandé. La démonstration



D'avantage, comme 99 ① second en cest ordre, à 396 ② le troisieme, ainsi EG 14, à quoy? vient pour S 56.  
 En fin le nombre moyen proportionnel entre 56 le quatrieme en cest ordre, & EG 14, est 28.  
 Estant donc menée la ligne TV de telle longueur, laquelle est proportionnelle à EG, & descrivint sur icelle l'ellipse TXVY, on aura ce qu'on demandoit.  
*Examen.* L'aire, ou contenu de l'une & l'autre ellipse se trouve estre de 308 pieds, par la 15 proposition du deuxiesme livre.

*Autre usage plus aisé, inventé & calculé par SON EXCELLENCE.*

Par la 15 proposition du deuxiesme livre, l'ellipse ABCD contient 308, & EFGH 77: Je dis donc, comme EFGH 77, à 196 quarré du costé EG, ainsi ABCD 308, au quarré 784, le costé duquel est 28, qui fera la longueur de la ligne TV proportionnelle à EG, sur laquelle descrivint l'ellipse TXVY semblable à la donnée EFGH, on aura dissout la question.

*Conclusion.* Partant estans données deux ellipses dissemblables, nous en avons descrit une troisieme egale à l'une, & semblable à l'autre. Ce qui avoit esté demandé.

CONSEQUENCE.

Si on eust donné un cercle au lieu de l'une des ellipses, il eust fallu se servir de la precedente operation: Car les diametres des cercles donnez, ont telle raison entre eux, que les diametres des ellipses.

PROPOSITION XV.

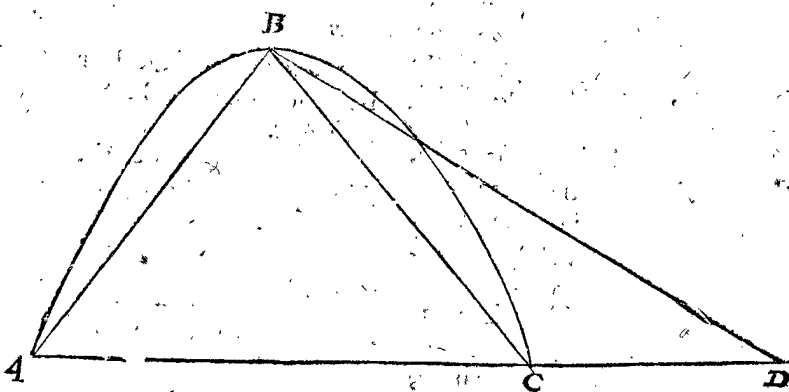
**T**rouver un triangle egal à une parabole donnée.

*Le donné.* Soit la parabole ABC le sommet d'icelle B, & sa base AC.

*Le requis.* Il faut descrire un triangle egal à la parabole ABC.

CONSTRUCTION.

Soit continuée sa base AC, en sorte que AD soit à AC en raison de 4 à 3: Puis estans menées les lignes droites BA, BD, on aura le triangle ABD, egal à la parabole proposée ABC.



DEMONSTRATION.

Car estant menée la ligne BC, la parabole ABC sera au triangle de mesme hauteur ABC, comme 4 à 3, par la 24 proposition d'Archimede touchant la quadrature de la parabole: Mais le triangle ABD est en telle raison au triangle ABC, assavoir de 4 à 3: Partant le triangle ABD est egal à la parabole ABC.

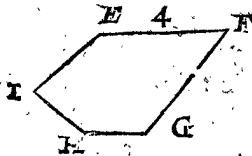
*Autre exemple inventé, & calculé par SON EXCELLENCE.*

*Le donné.* L'aire, ou contenu de la precedente parabole ABC, sera trouvé de 180 par la 16 proposition du deuxiesme livre: D'avantage soit donné le rectiligne EFGHI 20, duquel le costé EF soit 4.

*Le requis.* Il faut descrire un rectiligne semblable au donné EFGHI, & egal à la parabole ABC.

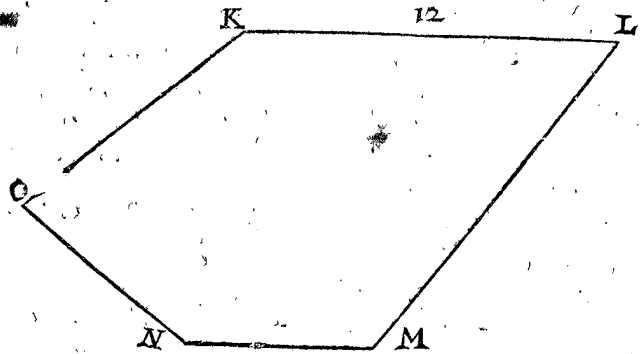
CONSTRUCTION.

Comme le plan rectiligne EFGHI, 20 au carré de FE 16, ainsi la parabole ABC 180, au carré 144, le costé duquel vaut 12, pour la longueur de la ligne



KL, proportionnelle à EF, sur laquelle descrivant le rectiligne KLMNO semblable au donné, on aura le requis.

Conclusion. Partant nous avons descrit un triangle egal à une parabole donnée. Ce qu'il falloit faire.



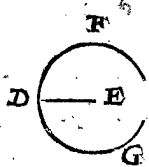
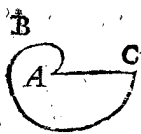
PROPOSITION XVI.

Trouver un cercle egal à une spirale donnée, d'une revolution ou de plusieurs.

Le donné. Soit ABC l'aire de la premiere conversion d'une spirale, de laquelle AC soit la premiere ligne, comme on appelle.

Le requis. Il faut descrire un cercle egal à ceste spirale.

CONSTRUCTION.



Soit trouvée la moyenne proportionnelle DE entre AC & sa tierce partie, de laquelle comme demy-diametre on descriera le cercle DFG, egal à la spirale.

DEMONSTRATION.

La premiere revolution de spirale de la premiere ligne AC contient la tierce partie de l'aire du cercle descrit par AC, comme demy-diametre, comme il appert par la 25<sup>e</sup> proposition d'Archimede de la spirale: Mais le cercle DFG est egal à ladite tierce partie, partant le cercle DFG fera aussi egal à l'aire de la spirale ABC.

Semblable usage des nombres.

Soit AC de 7 pieds, son produit par  $2\frac{2}{3}$  est  $16\frac{2}{3}$ , le costé de ce carré est  $\sqrt{16\frac{2}{3}}$ , ou bien  $404\text{ }^{\circ}$ , qui est la mesme chose: Estant donc descrit un cercle, le demy-diametre duquel, assavoir DE, soit de telle longueur, on aura ce qu'on demandoit.

Examen. Le cercle, duquel AC est le demy-diametre, contient  $5131\text{ }^{\circ}$ , qui est la troisieme partie de 154, & le contenu de la spirale est  $5133\text{ }^{\circ}$ , ce qui est assés juste: Mais qui le voudra avoir exactement, donnera à DE  $\sqrt{16\frac{2}{3}}$ .

On pourra donc trouver un cercle egal à quelconque revolution de spirale que ce soit: Archimede ayant démontré en la 17<sup>e</sup> proposition de son deuxiesme livre, que l'aire de la seconde conversion contient six fois celle de la premiere, la troisieme douze fois la premiere, la quatrieme dixhuit fois, & ainsi à l'infini en augmentant à chaque revolution six fois le contenu de la premiere. D'où appert la raison qu'il y a de quelque spirale que ce soit à son cercle: Ce que nous proposons seulement en general.

Conclusion. Partant nous avons trouvé un cercle egal à une revolution, ou plusieurs données de spirale. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XVII.

Descrire un cercle egal à la superficie d'une sphere.

Le donné. Soit la sphere ABCD, & son axe AC.

Le requis. Il faut descrire un cercle egal à la superficie de la sphere donnée.

CONSTRUCTION.

Descrivez le cercle E, le demy-diametre duquel soit egal à l'axe AC de la sphere donnée. Il fera egal à la superficie d'icelle, par la 31<sup>e</sup> proposition du premier livre d'Archimede de la sphere & du cylindre.



Semblable usage des nombres.

Soit l'axe AC de 14 pieds, descrivant donc le cercle E de tel intervalle, on aura le requis.

Examen. Car tant la superficie de la sphere ABCD, que du cercle E contient 616 pieds, par la 18<sup>e</sup> & 12<sup>e</sup> proposition du deuxiesme livre.

Conclusion. Partant nous avons descrit un cercle egal à la superficie d'une sphere. Ce qui estoit demandé.

PROPOSITION XVIII.

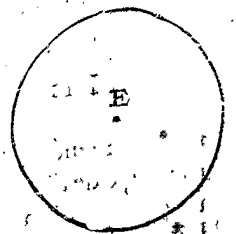
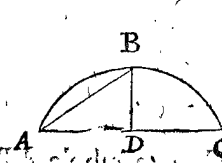
Trouver un cercle egal à la superficie spherique d'une section de sphere donnée.

Le donné. Soit la section de sphere ABC, son axe BD, son sommet B, & le diametre du cercle de sa base AC.

Le requis. Il faut descrire un cercle egal à la superficie spherique de la section donnée.

CONSTRUCTION.

Descrivez le cercle E, de l'intervalle AB, comme demy-diametre, & orraura ce qu'on demande, par la



40<sup>e</sup> & 41<sup>e</sup> proposition d'Archimede de la sphere & du cylindre.

Sem-

*Semblable usage quant aux nombres.*

Soit AB de 7 pieds, de l'intervalle duquel soit décrit le cercle E.

*Examen.* Car tant la superficie spherique de la section ABC, que du cercle E contient 154, par la 12 & 19 proposition du deuxiesme livre.

*Conclusion.* Partant nous avons décrit un cercle egal à la superficie spherique d'une section de sphere donnée, comme on l'avoit demandé.

PROPOSITION XIX.

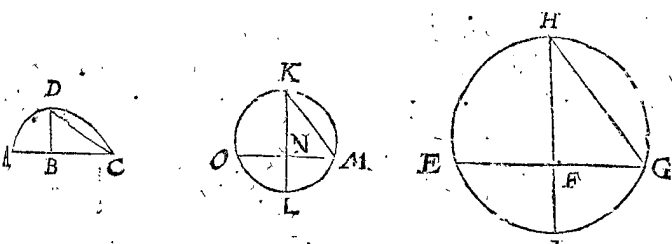
**E**stans données deux sections spheriques dissemblables, en trouver une autre egale à l'une, & semblable à l'autre.

*Le donné.* Soit la section spherique ABCD, son sommet D, son axe DB, & le diametre de sa base AC: Soit aussi l'autre section EFGH, son sommet H, son axe HF, & EG le diametre de sa base.

*Le requis.* Il faut descrire une section spherique egale à la donnée ABCD, & semblable à l'autre EFGH.

CONSTRUCTION.

Soit HI l'axe de tout le spherique, duquel HF n'est que partie; puis soyent menées les lignes CD & HG: après trouvez aux trois lignes GH, DC, & HI, la troisieme proportionnelle KL, de laquelle comme dia-



metre, soit décrit un cercle, dans lequel on inscrira la ligne KM egale à DC; & estant menée du point M, la ligne MN, perpendiculaire au diametre KL, laquelle soit produite & terminée en O, je dis que la section spherique ONMK est egale à ABCD, & semblable à EFGH. Ce qui est evident par la 6 proposition du deuxiesme livre d'Archimede de la sphere & du cylindre.

*Semblable usage des nombres.*

GH soit de 20 pieds, DC de 10, HI 25; ausquels trois soit trouvé le nombre troisieme proportionnel  $12\frac{1}{2}$ : Partant estant descrite la section spherique ONMK, semblable à la donnée EFGH, sur la ligne KL de  $12\frac{1}{2}$ , comme terme proportionnel à HI, on aura ce qu'on desire.

*Examen.* D'autant que KL est proportionnelle à HI, & KM à HG, on dira comme HI 25 à GH 20, ainsi KL  $12\frac{1}{2}$  à KM 10: & parce que KM vaut 10, la section spherique ONMK fera  $314\frac{2}{7}$ : & autant vaut la section ABCD, par la 19 proposition du deuxiesme livre.

*Autre usage quant aux nombres adjousté par SON EXCELLENCE.*

D'autant que GH est posé de 20 parties, & DC de 10, la section spherique EHG sera  $1257\frac{1}{2}$ , & ADC  $314\frac{2}{7}$ , par la 12 proposition du deuxiesme livre. C'est pourquoy on dira, EHG  $1257\frac{1}{2}$  donne le quarré de la droite AC 400, ADC  $314\frac{2}{7}$  donnera donc le quarré 100, duquel le costé est 10, pour KM, comme terme proportionnel à HG; & estant descrite la section OKM, semblable à la donnée EHG, on aura le requis.

*Conclusion.* Partant estans données deux dissemblables sections spheriques, nous en avons trouvé une troisieme egale à l'une, & semblable à l'autre.

PROPOSITION XX.

**T**rouver un cylindre, duquel la superficie convexe soit egale à une spherique donnée.

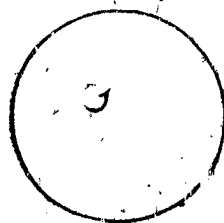
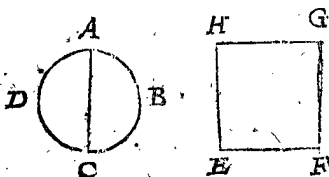
*Le donné.* Soit AC le diametre de la sphere ABCD.

*Le requis.* Il faut trouver un cylindre, duquel la superficie convexe soit egale à la spherique donnée.

CONSTRUCTION.

Descrivez le cylindre EFGH, duquel la hauteur & le diametre de sa base soit egale à l'axe de la sphere AC, la superficie convexe EFGH fera egale à celle de la sphere ABCD.

*Preparation.* Soit décrit le cercle I ayant son demy-diametre egal à l'axe AC, ou à HE, qui est la mesme chose.



DEMONSTRATION.

La superficie spherique ABCD est egale au cercle I; comme aussi la superficie convexe du cylindre EFGH, par la 13 proposition du premier livre d'Archimede de la sphere & du cylindre: Partant ladite superficie convexe du cylindre EFGH sera aussi egale à la spherique ABCD.

*Semblable usage quant aux nombres.*

L'axe AC soit de 14 pieds, & la hauteur du cylindre, comme aussi le diametre de sa base. Je dis donc que la superficie convexe du cylindre est egale à la spherique.

*Examen.* Si on reduit en plan la superficie convexe du cylindre, ce sera un rectangle de 14 pieds de large, comme EF, & de 44 de long: Mais ledit rectangle contient 616 pieds, autant pareillement contiendra la superficie spherique ABCD, par la 18 proposition du deuxiesme livre.

*Conclusion.* Partant nous avons trouvé un cylindre, duquel la superficie convexe est egale à celle d'une sphere donnée. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XXI.

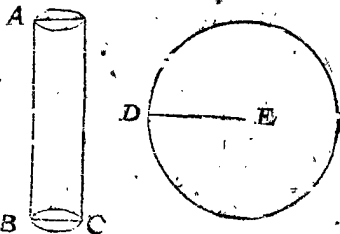
**D**escrire un cercle egal à la superficie convexe d'un cylindre donné.

*Le donné.* Soit le cylindre ABC, sa hauteur AB, & BC le diametre de sa base.

*Le requis.* Il faut trouver un cercle egal à la superficie convexe du cylindre proposé.

CONSTRUCTION.

Le cercle décrit par DE, comme demy-diametre, (moyenne proportionnelle entre AB & BC) donnera le requis: comme il appert par la 13 proposition du premier livre d'Archimede de la sphere & du cylindre.



*Semblable usage quant aux nombres.*

Soit AB de 28 pieds, BC de 7; le nombre moyen proportionnel entre 28 & 7, est 14: faisant donc de 14 pieds

14 pieds le demy-diametre du cercle DE, on aura ce qu'on cherche.

*Examen.* La superficie convexe du cylindre estant reduite en plan fera un parallelogramme, duquel la hauteur sera egale à AB, & la base egale à la circonference du cercle BC, c'est à dire de 22 pieds: Or l'aire de ce rectangle contient 616, consequemment aussi la superficie convexe du cylindre: Mais le cercle ayant 14 pieds de demy-diametre contiendra aussi 616, par la 12 proposition du deuxiesme livre.

*Cecy a esté adjousté de plus par SON  
EXCELLENCE.*

Combien que la maniere precedente soit plus courte que celle-cy, toutesfois ceste-cy est plus generale, & peut estre accommodée à quelque superficie que ce soit: combien qu'on pourroit donner icy plusieurs exemples de son theoreme general, il n'est pas necessaire neantmoins de se travailler l'esprit par divers enseignemens qu'on en pourroit bailler, mais a voulu seulement que ce qui s'uit, fut icy mis. Imaginez-vous quelque cercle que ce soit, comme par exemple un, duquel 7 soit le demy-diametre, & trouvez la raison qu'il y a de son contenu, assavoir 154, au quarré de son demy-diametre, qui est 49: \*Après dites (de quelque forme que puisse estre ABC 616) comme 154, au quarré 49, ainsi 616, au quarré 196, duquel le costé 14 denote la longueur du demy-diametre DE.

*Conclusion.* Partant nous avons trouvé un cercle egal à la superficie convexe d'un cylindre donné. Ce qu'on avoit demandé.

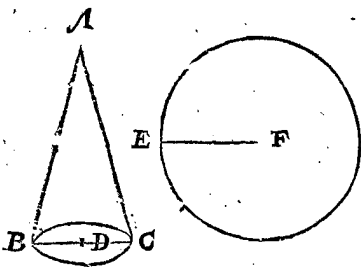
#### PROPOSITION XXII.

**D**escrire un cercle egal à la superficie convexe d'un cone donné.

*Le donné.* Soit le cone ABC, duquel AB soit le costé, le centre de sa base D, & BC le demy-diametre d'icelle.

*Le requis.* Il faut descrire un cercle egal à la superficie convexe du cone donné.

#### CONSTRUCTION.



Le cercle descript par le demy-diametre EF, moyen proportionnel entre AB & BD, sera le requis, comme *Archimede* demontre en la quatorziesme proposition de son premier livre de la sphere, & du cylindre.

*Semblable usage des nombres.*

Soit AB de 28 pieds, BD de 7, le nombre moyen proportionnel entre 28 & 7, est 14, pour la longueur du demy-diametre EF du cercle requis.

*Examen.* Si on reduit en plan la superficie convexe du cone, on verra que c'est le secteur d'un cercle, duquel AB de 28 est le demy-diametre, & l'arc d'iceluy egal à la circonference BC 44, sur laquelle le cone est assis: Mais tant l'aire plane de ce secteur, que la convexe du cone contient 616, autant aussi contiendra le cercle, duquel EF 14 est le demy-diametre.

*Conclusion.* Partant nous avons descript un cercle egal à la superficie convexe d'un cone donné: Ce qui avoit esté demandé.

#### PROPOSITION XXIII.

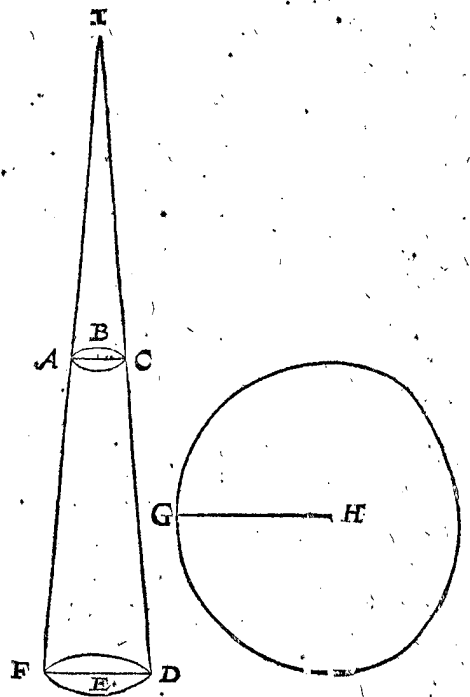
**T**rouver un cercle egal à la superficie convexe d'un cone tronqué.

*Le donné.* Soit ABCDEF le cone tronqué, duquel CD soit le costé, FE le demy-diametre de sa base inferieure, & AC le demy-diametre de la superieure.

*Le requis.* Il faut trouver un cercle egal à la superficie convexe du cone tronqué donné.

#### CONSTRUCTION.

Trouvez la ligne GH moyenne proportionnelle entre AF, & une ligne droite egale aux deux AB, FE,



de laquelle GH, comme demy-diametre, on descriera le cercle requis. Voyez la demonstration de cecy en la 16 proposition du deuxiesme livre d'*Archimede* de la sphere, & du cylindre.

*Semblable usage des nombres.*

Soit AF de 84 pieds, AB de 7, EF de 14: le nombre moyen proportionnel entre AF 84 & 21, lequel est composé de AB 7 & FE 14, ce sera 42: Descrivant donc un cercle, duquel le demy-diametre GH soit de 42 pieds, on aura ce qu'on cherche.

*Preparation pour l'examen.* Les costez AF & CD diametralement opposez, estans continuez se rencontreront en I, estant FID le cone entier.

*Examen.* Si on reduit en plan toute la superficie convexe du cone entier, ce sera le secteur d'un cercle, duquel IF 168 est le demy-diametre, par la 6 proposition du 2 livre, & l'arc de ce secteur sera la circonference FD, qui est de 88: Mais il en faut retrancher le moindre secteur, duquel IA 84, est le demy-diametre, & son arc la circonference AC, qui est de 44. Or le premier secteur, le plus grand contient 7392, duquel retranchant le contenu 1848 du moindre secteur, restera 5544 pour le contenu de la superficie convexe du cone tronqué: Mais le cercle du demy-diametre GH 44 contient autant, ils seront donc egaux.

*Conclusion.* Partant nous avons trouvé un cercle egal à la superficie convexe d'un cone tronqué donné: Ce qu'on demandoit.

TROIS-



TROISIÈME PARTIE

DU SIXIÈME LIVRE,

De la Transformation des Solides.

PROPOSITION XXIV.

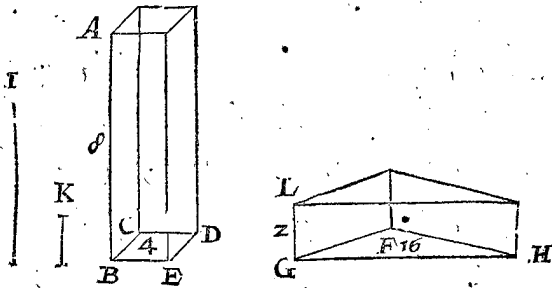
**D**écrire un prisme sur une base donnée, égal à un autre prisme donné.

*Le donné.* Soit le prisme ABCDE, duquel AB est la hauteur, & sa base quelque rectiligne que ce soit BCDE: Soit aussi proposée l'autre base FGH.

*Le requis.* Il faut décrire sur la base FGH, un prisme égal au donné ABCDE.

CONSTRUCTION.

Soit trouvée la raison des bases FGH & BCDE, en lignes droites, par la 8 proposition du 6 livre, soyent donc comme I à K: soit aussi la quatrième proportion-



nelle GL, aux trois lignes I, K, & AB: Si on décrit sur la base FGH, le prisme LGHF, de la hauteur de GL, on aura le requis; comme on peut voir par la 34 proposition de l'onzième livre d'Euclide: car les bases & hauteurs sont reciproques.

*Semblable usage des nombres.*

Soit la base FGH de 16 pieds, & BCDE de 4, la hauteur AB 8: ce qu'estant ainsi, je dis, comme 16 à 4, ainsi 8 à 2. Descrivant donc sur la base FGH le prisme, ayant pour la hauteur GL 2, on aura ce qu'on cherchoit.

*Examen.* Car par la 21 proposition du deuxième livre, la solidité de l'un & de l'autre est de 32.

*Conclusion.* Partant nous avons décrit un prisme sur une base donnée, égal à un autre prisme donné. Ce qu'il falloit faire.

CONSEQUENCE I.

Si on vouloit avoir un prisme d'une hauteur donnée, qui fut égal à un autre prisme donné, il faudra trouver la base du prisme requis en telle raison à la base du donné, qu'est la hauteur du prisme donné à la hauteur donnée du prisme qu'on cherche.

CONSEQUENCE II.

Il n'y a point de différence entre l'opération des pyramides, & celle-cy.

*Cecy a esté adjousté par SON EXCELLENCE.*

Si on donne que la solidité de ABCDE de quelque forme qu'elle puisse estre, & l'aire de la base FGH, soyent cogneus par nombres, divisez le nombre de la solidité ABCDE, par le nombre du contenu de la base cogneue, & on aura au quotient la hauteur du prisme qu'on cherche, égal au donné. Et au contraire, divisant la solidité par la hauteur donnée, le quotient donnera la base du prisme égal au donné.

PROPOSITION XXV.

**T**rouver un cube égal à un prisme donné.

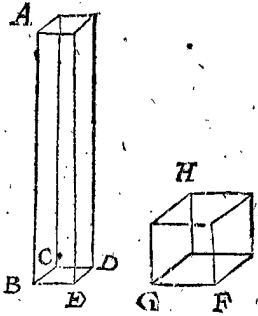
*Le donné.* Soit le prisme ABCDE, duquel AB est la hauteur; & sa base BCDE, que nous posons estre quarrée.

*Le requis.* Il faut décrire un cube égal au prisme donné.

CONSTRUCTION.

Si la base BCDE du prisme donné n'estoit pas quarrée, il la faudra transformer

en quarré, par la neuvesime proposition: Puis trouvez deux moyennes proportionnelles entre le costé du quarré, comme BE, (laquelle est toujours la premiere) & la hauteur AB: la premiere des deux moyennes soit FG, de laquelle descrivra le cube FGH il sera égal au prisme donné.



DEMONSTRATION.

Puis que les quatre lignes droites sont continuellement proportionnelles, ce sera comme le quarré de la premiere au quarré de la seconde, comme la premiere ligne à la troisieme, c'est à dire, la seconde à la quatrieme. Partant le parallepipede fait du quarré de la premiere & de la dernière ligne, sera égal au cube de la seconde, par la 34 proposition de l'onzième livre d'Euclide.

*Semblable usage des nombres.*

BE soit de 3 pieds, AB de 24, les deux moyennes continuellement proportionnelles entre elles sont 6 & 12: Si donc on décrit le cube FGH de FG 6, il sera égal au prisme donné.

*Examen.* La solidité de l'un & de l'autre est trouvée de 216, par la 23 proposition du deuxième livre.

*Conclusion.* Partant nous avons décrit un cube égal à un prisme donné. Ce qu'il falloit faire.

SON EXCELLENCE y a voulu adjouster cecy.

La solidité de ABCDE de quelque forme qu'elle puisse estre, estant cogneue par nombres; sa racine cubique donnera le costé, duquel descrivra un cube, il sera égal au solide proposé.

PROPOSITION XXVI.

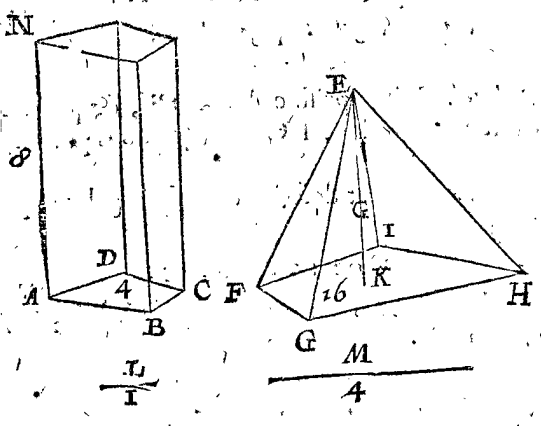
**D**écrire un prisme sur une base rectiligne donnée, égal à une pyramide aussi donnée.

*Le donné.* Soit la base rectiligne ABCD, & la pyramide EFGHI, de laquelle FGH est la base, & EK la hauteur.

*Le requis.* Il faut décrire un prisme sur la base donnée ABCD, égal à la pyramide donnée EFGHI.

CONSTRUCTION.

Soyent trouvées, par la 8 proposition, les deux lignes droites L & M, en telle raison que les bases ABCD & FGH: Puis dites, comme L à M, ainsi le tiers de la hauteur EK à AN hauteur du prisme requis. Alors descrivra le prisme NC sur la base ABCD, de la hauteur de AN, il sera égal à la pyramide donnée.



DEMONSTRATION.

Puis que la base, & hauteur du prisme sont reciproques à la base de la pyramide & au tiers de sa hauteur, le prisme sera egal à la pyramide.

Semblable usage des nombres.

Soit la base ABCD de 4 pieds, & FGHI de 16, EK de 6: Puis dites, comme 4 à 16, ainsi 2, qui est le tiers de la hauteur EK, à quoy? viendra 8 pour la hauteur AN. Descrivant donc le prisme NC sur la base ABCD, de telle hauteur, on aura ce qu'on desire.

Examen. Car par la 21 proposition du deuxiesme livre, tant la solidité de la pyramide, que celle du prisme contient 32.

Conclusion. Partant nous avons descrit un prisme sur une base rectiligne donnée, egal à une pyramide aussi donnée. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XXVII.

Descrire sur une base rectiligne donnée un prisme egal à un plan solide donné.

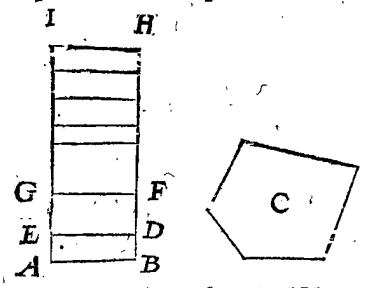
Le donné. Soit la base rectiligne AB, & le plan solide C.

Le requis. Il faut descrire sur la base AB un prisme egal au plan solide donné C.

CONSTRUCTION.

Divisez le plan solide C (par la 23 proposition du deuxiesme livre) en autant de pyramides qu'il est com-

posé, y en ayant autant que de faces, excepté celles par lesquelles est compris l'angle solide du sommet commun: Puis par la precedente 26 proposition on descrira le prisme ABDE, sur la base donnée AB, egal à l'une des pyramides coupées, & en continuant l'operation à chacune des pyramides, on aura le prisme ABHI, composé de prismes egaux à chaque pyramide, sur une mesme base, & egal au solide donné C. La demonstration en est assez evidente par la construction, où on peut aussi faire l'operation Arithmetique selon celle de la precedente 26 proposition.



Conclusion. Partant nous avons descrit sur une base rectiligne donnée un prisme egal à un plan solide donné. Ce qu'il a fallu faire.

CONSEQUENCE.

Il appert par cecy comment on reduit la raison des solides, en lignes droites. Comme par exemple, ayant reduit es prismes ABDE & EDFG, ayans mesme base, deux des pyramides qui composent le solide C, lesdites pyramides seront entre elles comme les hauteurs AE & EG: Si aussi on demandoit la raison du plan solide C, à quelque autre corps proposez ayant plusieurs faces, il faudra reduire l'un & l'autre solide en prismes ayans bases egales, & alors les hauteurs des prismes, seront entre elles en telle raison que les solides plans proposez.

PROPOSITION XXVIII.

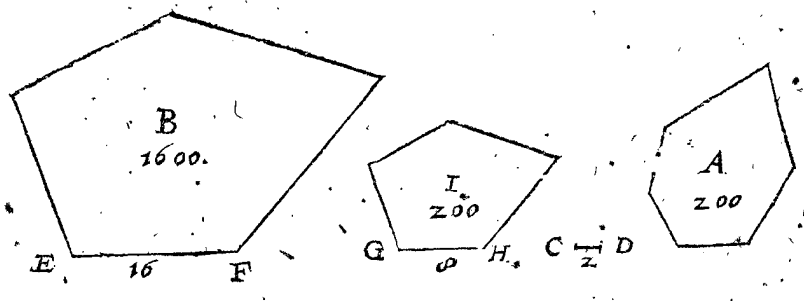
Estans proposez deux solides plans dissemblables, en trouver un troisieme egal à l'un des deux, & semblable à l'autre.

Le donné. Soient les deux solides A & B compris de faces planes.

Le requis. Il faut descrire un troisieme solide, egal à A & semblable à B.

CONSTRUCTION.

Dites par la 27 proposition, comme le solide qu'on veut imiter B, au solide A, ainsi le costé quelconque



de B, comme EF à CD: Puis soit GH la premiere des deux moyennes continuellement proportionnelles entre EF & CD, construisant donc sur GH (comme terme proportionnel à EF) le solide I semblable à B, on aura le requis.

DEMONSTRATION.

Puis que GH est par construction la premiere des deux moyennes continuellement proportionnelles entre EF & CD, ce sera comme EF premiere à CD quatriesme, ainsi le solide B fait sur la premiere EF, au solide I, qui luy est semblable, & descrit sur la secon-

de GH: Mais comme EF à CD, ainsi par construction le solide B, au solide A: Partant B a mesme raison à A, qu'à I: C'est pourquoy les solides A & I seront egaux entre eux.

Semblable usage des nombres.

Le solide B soit de 1600.  
Le solide A de 200.  
Et lequel des costez qu'on voudra du solide qu'on veut imiter, comme EF, soit de 16.  
On dira donc, comme 1600 premier en cest ordre, à 200 le second, ainsi 16 le troisieme à 2.  
En

En apres le premier moyen proportionnel entre 16 troisieme en cest ordre, & 2 le quatriesme, est 8.

La ligne GH fera donc de 8 (estant terme proportionnel au costé EF) sur laquelle on descrira le solide I, semblable à B, & on aura ce qu'on cherche.

*Examen.* Les solides semblables sont entre eux en raison triplée de leurs costez proportionaux : Donc comme le cube 4096 du costé EF 16, à 512 cube du costé GH 8, ainsi le solide B 1600, au solide I, qui luy est semblable & egal à A.

*Autre usage fort bref inventé par SON EXCELLENCE.*

Comme B 1600, au cube du costé EF 4096, ainsi A 200, au cube 512, duquel le costé cubique est 8 : Menant donc la ligne GH de ceste longueur, & descrivantsur icelle le solide I, semblable à B, comme sur le costé proportionnel à EF, on aura ce qu'on demandoit.

*Conclusion.* Partant estans donnez deux solides plans dissemblables, nous en avons trouvé un troisieme egal à l'un des deux, & semblable à l'autre. Ce qu'il avoit fallu faire.

PROPOSITION XXIX.

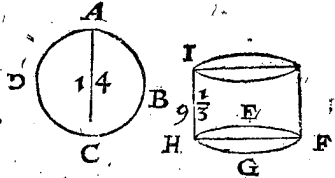
**T**rouver un cylindre egal à une sphere donnée.

*Le donné.* Soit la sphere ABCD, l'axe de laquelle est AC.

*Le requis.* Il faut trouver un cylindre qui luy soit egal.

CONSTRUCTION.

Soit fait le cercle EFGH, egal au plus grand cercle de la sphere donnée, pour estre la base du cylindre, & sa hauteur, assavoir HI estant faite egale aux  $\frac{2}{3}$  de l'axe AC, il sera egal à la sphere donnée ABCD, par la 32 proposition du premier livre d'Archimede de la sphere & du cylindre.



*Semblable usage des nombres.*

Soit AC de 14 pieds, les  $\frac{2}{3}$  sont  $9\frac{1}{3}$  : Partant si on descrit le cylindre, la base duquel EFGH soit egale au plus grand cercle de la sphere ABCD, & que sa hauteur HI soit de  $9\frac{1}{3}$ , on aura le requis.

*Examen.* Par la 24 proposition du deuxiesme livre, tant la sphere, que le cylindre, estant multipliée la hauteur par sa base, sont trouvez egaux : l'un & l'autre contenant  $1437\frac{1}{3}$  pieds cubiques.

PROPOSITION XXX.

**D**escrire sur un cercle donné, un cylindre, egal à une sphere donnée.

*Le donné.* Soit la sphere ABCD, son axe AC, & la base du cylindre EFGH.

*Le requis.* Il faut construire un cylindre sur la base EFGH, egal à la sphere donnée.

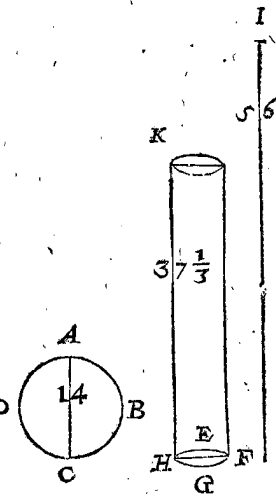
CONSTRUCTION.

Soit trouvée la ligne I quatriesme, continuellement proportionnelle aux deux HF, AC : Puis soit descrit

le cylindre sur la base donnée EFGH de la hauteur des  $\frac{2}{3}$  de la ligne I, & on aura ce qu'on avoit demandé : par la converse de la 1 proposition du deuxiesme livre d'Archimede de la sphere & du cylindre.

*Semblable usage des nombres.*

Soit HF de 7 pieds, AC de 14, le quatriesme nombre continuellement proportionnel à ces deux est 56, les deux tiers duquel valent  $37\frac{1}{3}$ . Partant descrivantsur la base EFGH, on aura le requis.



*Examen.* Par la 24 proposition du deuxiesme livre la solidité de la sphere sera trouvée de  $1437\frac{1}{3}$ , à laquelle est aussi egale celle du cylindre descrit sur la base donnée.

*Conclusion.* Partant nous avons descrit sur un cercle donné un cylindre egal à une sphere donnée.

SON EXCELLENCE a voulu que cecy y fut adjousté.

Le solide ABCD  $1437\frac{1}{3}$  de quelque forme qu'il soit, appliqué sur la base circulaire EFGH  $38\frac{1}{2}$ , donnera  $37\frac{1}{3}$  pour la hauteur du cylindre proposé egal à la sphere donnée.

CONSEQUENCE I.

Si on divise la solidité de la sphere donnée par l'aire du cercle donné EFGH, le double du quotient FI sera la hauteur d'un cone ayant pour base le cercle donné, egal à la sphere donnée.

CONSEQUENCE II.

On pourra reciproquement descrire une sphere egale à un cylindre donné : car estant donné le cylindre EFGHK on trouvera la ligne droite I sesquialtre à la hauteur HK : Alois la premiere des moyennes continuellement proportionnelles entre la premiere HF & la derniere I, assavoir AC, fera l'axe de la sphere requise.

CONSEQUENCE III.

En fin estant donnée la hauteur HK, on trouvera le cylindre egal à la sphere donnée : car estant trouvée la moyenne proportionnelle entre l'axe AC, & la ligne droite sesquialtre à la hauteur HK, on trouvera puis apres aussi la quatriesme proportionnelle à ladite moyenne trouvée, & à AC, assavoir HF, pour estre diametre de la base du cylindre requis.

PROPOSITION XXXI.

**T**rouver un cone egal à un cone conoïde rectangle donné.

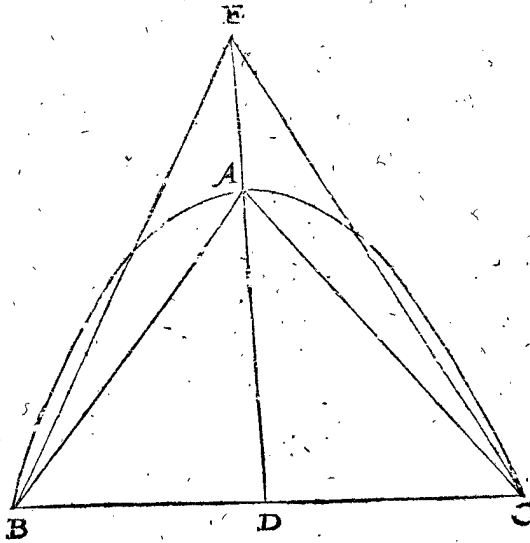
*Le donné.* Soit le cone conoïde rectangle ABC, duquel BC est la base, & son axe AD.

*Le requis.* Il faut trouver un cone qui luy soit egal.

CONSTRUCTION.

Soit continuée DA de sa moitié, assavoir jusques en E, le cone de la hauteur de DE, & ayant pour base la mesme AC sera le requis.

Preparation. Soient menées les lignes droites AB & AC.



DEMONSTRATION.

Le conoïde ABC est au cone qui luy est inscrit ABC, comme 3 à 2, par la 23 & 24 proposition d'Archimede des conoïdes & spheroides : mais le cone EBC est aussi par construction au cone ABC, comme 3 à 2. Donc le cone EBC sera egal au conoïde ABC.

Semblable usage des nombres.

Soit l'axe AD de 6 pieds, à laquelle estant adjoustée sa moitié feront 9. On fera donc DE de 9 pieds, & descrivant le cone EBC de ceste hauteur sur la mesme base BC, on aura ce qu'on demandoit.

Examen. Soit le diametre BC de 10 pieds, partant la solidité du conoïde ABC sera de  $23\frac{5}{7}$ , par la 27 proposition du deuxiesme livre, & par la 22, le cone EBC sera trouvé luy estre egal.

SON EXCELLENCE a voulu que cecy fut icy adjousté ; son usage n'est pas seulement pour ceste 31 proposition, mais aussi pour les suivantes 32, 33, & 34 propositions.

Divisez la solidité par la base, puis après triplez le quotient, & le produit sera la hauteur du cone requis.

Conclusion. Partant nous avons trouvé un cone, egal à un cone conoïde rectangle donné. Ce qu'on demandoit.

PROPOSITION XXXII.

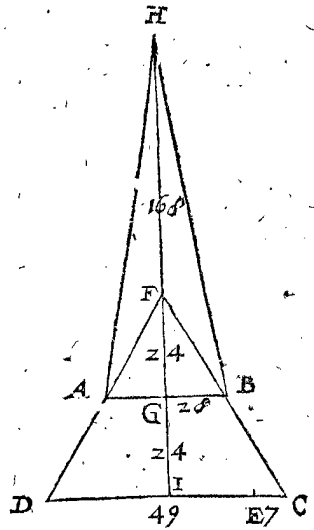
Trouver un cone egal à un cone tronqué donné

Le donné. Soit le cone tronqué ABCD, le diametre de sa base DC, & AB le diametre de la base du cone emporté.

Le requis. Il faut trouver un cone, egal au cone tronqué donné.

CONSTRUCTION.

Soit CE quatriesme proportionnelle aux deux données DC, AB. Apres soyent produits les deux costez DA, BC, ils se rencontreront en F, puis soit menée la perpendiculaire FG. Maintenant dites, comme CE à ED, ainsi FG à GH. Alors le cone HAB de la hauteur de GH, & ayant pour base AB, sera le requis.



DEMONSTRATION.

Puis que AB & CD sont les termes proportionaux des deux cones semblables FAB, FDC, auxquels AB & CD, la ligne CE est par construction quatriesme proportionnelle. Le cone FAB sera au cone FDC, comme la ligne EC à la ligne CD : & en divisant, comme EC à CD moins EC, ainsi le cone FAB au cone FDC moins le cone FAB, c'est à dire au cone tronqué ABCD : Mais comme CE à ED, ainsi GF à GH, ainsi aussi FAB à HAB. Partant le cone FAB aura mesme raison au cone tronqué ABCD, qu'au cone HAB ; pour ceste cause le cone HAB sera egal au cone tronqué ABCD.

Usage des nombres imitant l'operation Geometrique.

Le segment GI de la perpendiculaire FG continuée en I, soit de  
 DC 24.  
 AB 56.  
 Le nombre quatriesme proportionnel au second 28.  
 56 & troisieme 28, sera pour CE 7.  
 Lequel soustrait de 56 second en cest ordre, reste 49.  
 Mais posant AB, DC, GI, comme cy-dessus, on trouvera par la troisieme consequence de la 6 proposition du deuxiesme livre, que FG est 24.  
 Dites maintenant, comme 7 quatriesme en cest ordre, à 49 le cinquieme, ainsi 24 le sixiesme, à 168.  
 Descrivant donc un cone sur la base, de laquelle AB est le diametre, & sa hauteur de 168, il sera egal au cone tronqué ABCD.

Examen. Apres avoir multiplié la base du cone HAB, par le tiers de sa hauteur, on trouvera que sa solidité contient 34496, à laquelle est aussi egale la solidité du cone tronqué ABCD, apres avoir retranché le moindre cone FBA du plus grand FDC.

Autre usage des nombres plus court que le precedent.

Soyent GI, DC, & AB de telle grandeur qu'elles sont exposées cy-dessus, comme aussi GF de 24 pieds : Partant le cone entier FDC vaudra 39424, duquel ostant le moindre cone FBA 4928, restera 34496 pour la solidité du cone tronqué. Si on décrit donc un cone contenant autant, on aura ce qu'on desire.

Conclusion. Partant nous avons trouvé un cone egal à un cone tronqué donné : Ce qu'il avoit fallu faire.

PROPOSITION XXXIII.

de la hauteur de FH, & ayant pour base le cercle, duquel DB est le diametre, il sera egal à la section pro-

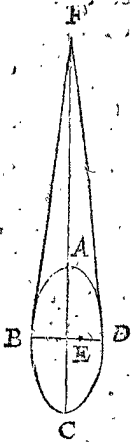
**T**rouver un cone egal à un spheroïde donné.

*Le donné.* Soit le spheroïde ABCD, duquel soit AC le grand diametre, & DB le petit qui luy est perpendiculaire, à la rencontre desquels soit le centre E.

*Le requis.* Il faut descrire un cone egal à ce spheroïde donné.

CONSTRUCTION.

Soit continuée EA jusques en F, en sorte que EF soit double du grand diametre AC, le cone FBD de la hauteur de FE, & ayant pour base le cercle, doit



BD est diametre, sera egal au spheroïde donné ABCD: comme il est demonsté en la 29 en 30 proposition d'Archimede au livre des Conoïdes & Spheroïdes.

*Vsage Arithmetique imitant la construction Geometrique.*

Soit trouvée AC de 28 pieds, BD de 14, le double de AC est 56, le cone FBD de ceste hauteur, ayant pour sa base le cercle, dont BD 14 est le diametre, sera le requis.

*Examen.* Par la 22 proposition du deuxiesme livre, on trouvera que le contenu solide dudit cone est de  $2874\frac{2}{3}$ , comme aussi la solidité du conoïde, par la 27 proposition du mesme livre.

*Conclusion.* Partant nous avons descrit un cone egal à un spheroïde donné, comme on l'avoit demandé.

CONSEQUENCE.

Il y a mesme raison de la sphere, que du spheroïde au cone; car le cone ayant pour base le plus grand cercle de la sphere, & pour hauteur deux fois son diametre, sera aussi egal à ladite sphere.

PROPOSITION XXXIV.

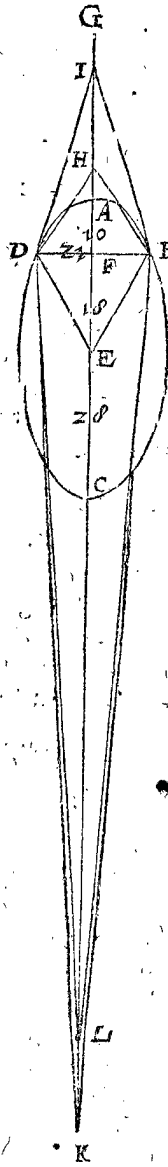
**D**escrire un cone egal à une section de conoïde.

*Le donné.* Soit E le centre du conoïde ABCD, duquel AC soit le grand axe, soit aussi la section de conoïde DBA, & son axe AF.

*Le requis.* Il faut descrire un cone egal à la section ADB.

CONSTRUCTION.

Soit continuée CA infiniment; puis aux trois lignes, la premiere desquelles soit CF, la seconde la composée de CF & CE, & la troisieme F, soit trouvée la quatrieme proportionnelle, à laquelle nous posons FH egale en la ligne infinie RG. En fin le cone HDB



posée, par la 31 proposition d'Archimede des conoïdes & spheroïdes: les choses semblables en dependent pareillement.

*Vsage des nombres imitant l'operation Geometrique.*

Soit CF de pieds 46.  
CE de 28.  
FA de 10.

Et dites, comme 46 premier en cest ordre, à 74 somme du premier & second, ainsi 10 le troisieme à  $16\frac{2}{3}$ .

D'autant sera FH hauteur du cone HDB, lequel estant descrit de ladite hauteur, & ayant pour base le cercle, dont DB est le diametre, on aura ce qu'on demandoit.

*Examen.* Soit le diametre DB de la base du cone HDB de 21 pieds, sa solidité sera trouvée de  $1858\frac{2}{3}$ , par la 22 proposition du deuxiesme livre, à laquelle sera trouvée egale la section donnée ADB, par la 28 proposition dudit deuxiesme livre.

*Conclusion.* Partant nous avons descrit un cone egal à une section conoïde donnée. Ce qu'il falloit faire.

NOTEZ.

On pourroit icy accumuler divers problemes, lesquels nous reduirons (pour eviter longueur) es consequences suivantes.

CON-

## CONSEQUENCE I.

Soit continuée FH jusques en I, égale à FE, alors le coné IDB sera égal au secteur de spherôide DEBA. Car les deux conés HDB & EDB ayans mesme base DB, sont comme leur hauteur : Or la hauteur IF du cone IDB, est égale aux hauteurs des deux autres conés; partant le cone IDB leur est aussi égal.

## CONSEQUENCE II.

Tout ainsi que le secteur DEBA est composé de la section DBA & du cone EDB, ainsi le grand secteur DEBC est fait de la section DBC, moins le cone EDB. Partant si on veut descrire un cone égal au secteur DEBC, il faudra premierement faire le cone DKB égal à la section DCB, duquel on otera DEB, c'est à dire qu'on retranchera de sa hauteur KL égale à EF, alors le cone DLB sera égal au secteur DEBC.

## CONSEQUENCE III.

D'autant que les spherôides & spherés sont comprises sous un certain genre, duquel les proprietés telles que nous les avons exposées, sont generales; c'est pourquoy il faut entendre ce que nous avons dit es consequences cy-dessus des spherôides, la mesme chose des spherés. On peut toutesfois transformer plus commo-

dement les secteurs des spherés en conés qui leur soyent égaux; car ayant trouvé par la 18 proposition un cercle égal à la superficie convexe d'une section de sphere donnée, & descrivint sur iceluy, comme sa base, un cone, duquel la hauteur soit l'axe de la section, on a ce qu'on desire.

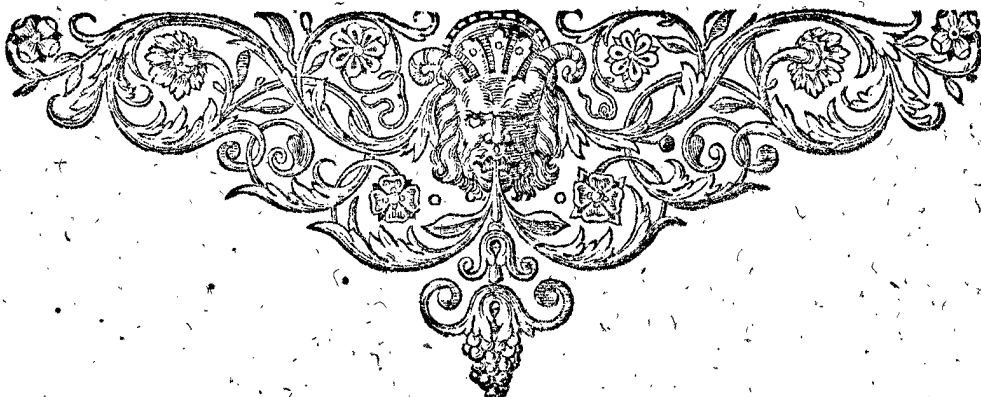
## CONSEQUENCE IV.

Les spherés, spherôides, cylindres, conés, conés tronquez, & conoïdes de conés rectangles, sont réduits en conés par ces problèmes, & au contraire les conés en l'une de ces figures qu'on voudra. On peut aussi promptement transformer les unes en autres formes. C'est pourquoy il suffit de les avoir designées & montrées comme au doigt, encorés que ces choses meritassent bien un grande suite de propositions.

## CONSEQUENCE V.

Nous avons figuré en la plus grande partie de ce sixiesme livre les axes des segments des conoïdes, des spherôides, des conés, des pyramides, & des cylindres, perpendiculaires sur leurs bases, encorés que ce ne soit pas chose du tout nécessaire; car nous entendons icy y comprendre les solides obliques. C'est pourquoy ayant traité des transformations de tant & de si diverses figures, nous mettrons icy

*La fin de la Pratique universelle de Geometrie.*





QUATRIESME VOLUME

Traitant de

L'ART PONDERAIRE,

Ou

DE LA STATIQUE.

Argument de ce present tome.

Combien que par cy-devant j'aye fait un traite de la Statique, & que SON EXCELLENCE aye trouve bon de se servir de ses propositions, en la pratique de divers subjects: voire mesme s'y soit tellement addonne, qu'apres avoir consulte les matieres qui doivent preceder selon l'ordre necessaire, il n'a pas seulement este cause des corrections de la premiere impression, mais aussi de quelques inventions, comme il apparoitra à l'Appendice suivant. Parquoy l'ayant mis entre ses Memoires Mathematiques, je l'ay redige en six livres, dont le premier est de la theorie de la Statique; Le second, de l'invention du centre de gravité: Le troisieme, de la Pratique: Le quatrieme, de la theorie de l'Hydrostatique: Le cinquieme, de la pratique d'icelle: Le sixieme, de l'Appendice.

PREMIER LIVRE

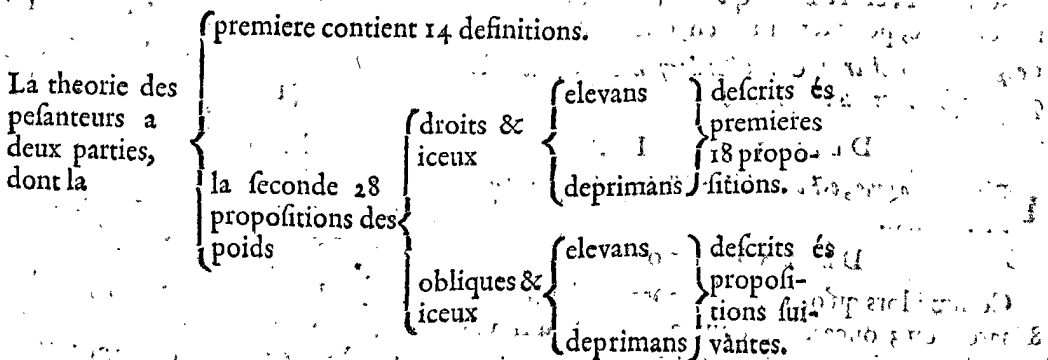
DE LA

STATIQUE,

Des Elemens de Statique.

ARGUMENT DU PREMIER LIVRE.

Les Elemens de Statique (lesquels traitent des pesanteurs entendues en l'idée estre sans matiere) se divisera en deux parties, dont l'une sera de 14 definitions, & la seconde de 28 propositions, de la qualité des poids, qui sont de deux sortes, comme droits & obliques. Les droits ont deux especes, assavoir elevans & deprimans, descrits es 18 premieres propositions. Les obliques sont aussi de deux especes, comme elevans & deprimans, descrits consecutivement, comme il se verra plus clairement en la table suivante.



Contenant  
Les Definitions.

## DEFINITION I.

**S**tatique, est une science qui declare les raisons, proportions, & qualitez des poids, & pesanteurs des corps.

## DECLARATION.

**T**out ainsi que la Geometrie considere les grandeurs des figures, & non pas leurs pesanteurs, les jugeant seulement egales, ou inegales, desquelles les grandeurs sont egales, ou inegales; De meisme la Statique considere leurs pesanteurs, & non pas leurs grandeurs; & les dit egales, ou inegales, lors que leurs pesanteurs sont egales ou inegales. D'avantage comme l'office de la Geometrie, est de traiter aussi de la raison, proportion, & affections des grandeurs; ainsi la Statique s'enquiert & declare la raison, proportion, & affections des pesanteurs: ce qui est icy nostre but, & où tend ce present traité.

## DEFINITION II.

**L**a pesanteur d'un corps, c'est la puissance qu'il a de descendre, au lieu propose.

## DECLARATION.

Pesanteur & legerete des corps, n'est pas de leur forme propre ny essentielle, mais le rapport qu'ils ont à un autre, dont nous remettons une plus ample declaration à une autre fois. Car il y a des corps, lesquels sont pesants en l'air, & legers en l'eau; & d'autres, qui legers en l'air sont pesants en d'autres lieux. Alors donc que nous dirons qu'une piece de bois pese 100 livres, nous entendrons que sa puissance de descendre au lieu donné est telle, c'est à dire, au lieu mesme où elle a esté pesée.

Le mesme s'entendra de la legerete des corps, laquelle est la puissance qu'ils ont de s'eslever enhaut; mais bien au lieu donné, car naturellement tout corps est pesant de soy.

## ALB. GIRARD.

Il seroit quasi besoing de reprendre icy tous nos devanciers, qui disent que la pesanteur tend en bas: Car telle est leur definition touchant la pesanteur, ce que je concede en particulier; mais quand ils parlent de pesanteur au genre supreme, ils en parlent comme enfans; tout ainsi que s'il n'y avoit d'autre matiere créée, que le Globe terrestre: Et que par exemple, entre tant de millions de matieres, qui sont disposées chacunes en leurs lieux, pres ou loing de nous, selon la sympathie ou antipatie qu'elles ont avec la terre; il n'y avoit en une chacune masse de matiere conjointe (comme un chacun astre est) nulle attraction de matiere en son lieu. La definition donc generale de la pesanteur est telle:

Pesanteur, est la force qu'une matiere demonstre à son obstacle, pour retourner en son lieu.

Ce que je demonstreray, & soustiendray en temps & lieu, à ceux qui ne le pourront pas comprendre.

## DEFINITION III.

**P**esanteur connue, est celle de laquelle le poids se peut exprimer certainement.

## DECLARATION.

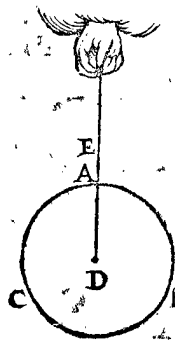
Comme lors qu'on dit qu'un corps pese 6 livres, ou 8 marcs, ou 3 onces, &c. pource qu'il est exprimé par des poids certains, telle pesanteur est dite connue.

## DEFINITION IV.

**C**entre de gravité, est celuy, auquel si on imagine le solide estre suspendu, il se tiendra en toutes les positions qu'on luy peut donner.

## DECLARATION.

Soit ABC un globe de matiere & pesanteur semblable de tout costé, suspendu en son centre D, par la ligne ED; il appert qu'il se tiendra en toute sorte de position qu'on le tournera; comme tournant B ou A



est, il y demeurera, & de mesme en tout autre lieu: autrement il faudroit que la matiere ne fut pas uniforme, mais plus pesante en un costé qu'en l'autre, contre l'hypothese, D donc sera le centre de gravité du globe ABC, selon ceste definition. Et par ainsi il faut entendre qu'il y a un centre de gravité en tous corps, tant reguliers ou irreguliers, que de matiere uniforme ou non, d'où le corps est suspendu, tient tel position qu'on veut. Et afin qu'on puisse mieux comprendre cecy, nous declarerons encor quelque autre propriété du centre de gravité. Le centre donc de gravité des figures ordonnées, comme Colonnes, Globes, Spheroides, & les cinq corps reguliers, &c. de matiere uniforme, est le mesme centre que celuy de leurs figures & grandeurs, qui s'appelle autrement centre Geometrique. Quant aux solides qui n'ont la matiere uniforme, il n'est pas necessaire qu'ils ayent ces deux centres en un mesme point. Et touchant les pyramides & autres figures irregulieres, elles n'ont pas de centre de figure ou de grandeur, ains seulement celuy de gravité: Il advient aussi en plusieurs corps que le centre de gravité est bien au dedans du corps, mais est hors de leur matiere & figure, comme es anneaux, crochets, vaisseaux & autres semblables.

Nous avons dit en la definition (si on imagine) pource qu'il faut admettre en la definition, ce qui declare le mieux qu'il est possible la nature du desiny: ce que Pappus definissant le centre de gravité, au huitiesme livre de ses collections, le fait commodement par le moyen de l'imagination. On le pourroit aussi definir comme s'en suit:

Centre de gravité d'un corps, est celuy par lequel tout plan divise le corps en deux parties equilibres.

Ce terme d'Equilibre sera desiny en l'onzieme definition.

## DEFINITION V.

**D**iametre de gravité d'un corps, est une ligne droite indefinie, passant de quel costé que ce puisse estre par le centre de gravité: Et tel diametre estant perpendiculaire à l'horizon, s'appelle perpendiculaire de gravité.

## DECLARATION.

Comme en la figure precedente, toutes les lignes indefinies passant par le centre de gravité D, sont autant de diametres de gravité; mais AD est seule perpendiculaire de gravité, comme si on vouloit dire, perpendiculaire passant par le centre de gravité, ou diametre de gravité perpendiculaire sur l'horizon.

## NOTEZ.

En la premiere impression Flamende, nous avons seulement parlé de la perpendiculaire de gravité, comme si cela eust peu suffire: mais ayant remarqué en l'ad-

jonction



jonction qui suit ces Elemens, combien il estoit necessaire de parler du diametre de gravité, non seulement perpendiculaire à l'horizon, mais de tout sens; cela mesme nous a poussé à faire la presente definition, y faisant difference comme du genre à l'espece; d'où aussi se verra la difference des 5 & 13 definitions de la premiere edition & de la presente.

DEFINITION VI.

**P**lan de gravité d'un corps, est un plan tel qu'il puisse estre, qui passe par le centre de gravité d'iceluy.

DECLARATION.

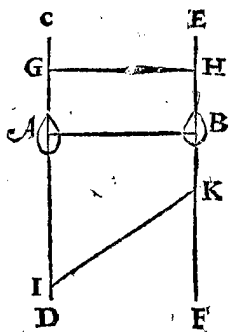
Comme un des plans tel qu'il puisse estre, qui passe par le centre D de la figure de la 4 definition s'appelle plan de gravité, & ainsi des autres.

DEFINITION VII.

**T**oute ligne droite, comprise entre deux perpendiculaires de gravité, nous la nommons verge, ou barre de gravité.

DECLARATION.

Soyent A & B deux corps, & leurs perpendicules de gravité CD, EF, entre lesquelles soyent menées quelques lignes, comme il advient GH, ou AB, ou bien IK, toute ligne tirée de mesme façon s'appelle verge ou barre de gravité des pesanteurs A, B, comme si c'estoit la verge ou barre d'une balance au dessous de l'examen.

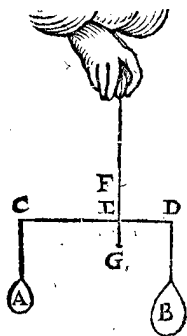


DEFINITION VIII.

**E**stant la verge ou barre divisée, (ayant les perpendicules de gravité,) où les corps se peuvent tenir en equilibrio, nous nommons les parties de la verge, rayons.

DECLARATION.

Soyent A, B, deux corps, & CD une verge divisée en E, par la perpendiculaire de gravité FG, où sont les deux pesanteurs pendantes en equilibrio, les deux parties de la verge CD, comme EC, ED sont nommées, rayons.



DEFINITION IX.

**E**T la perpendiculaire de gravité des deux pesanteurs est nommée Anse.

DECLARATION.

Comme FE, en la 8 definition, est nommée Anse.

DEFINITION X.

**E**T le point de l'anse, dans la barre, point stable.

DECLARATION.

Comme E, en la 8 definition, est appelé point stable.

DEFINITION XI.

**E**T les deux pesanteurs, sont nommées Equilibres, ou Contrepoids.

DECLARATION.

Comme A & B, en la 8 definition, soit que les pesanteurs soyent egales ou inegales, nous les nommons

equilibres; d'autant qu'elles se contrepesent l'une l'autre selon leur disposition: car A demontre autant de force à la verge CD, que B; & de mesme B autant que A, par l'ypothese.

Ceste equilibration doit estre necessairement entendue, & distinguée d'avec la propre equiponderance des pesanteurs, car il y a de la difference: comme, le poids qui est attaché au moindre & plus court costé de la Statere Romaine, est aucunesfois 10 fois plus pesant que l'autre, & toutefois ils semblent estre de pesanteur egale, mais ce n'est pas leur propre pesanteur seulement, mais aussi leur disposition.

DEFINITION XII.

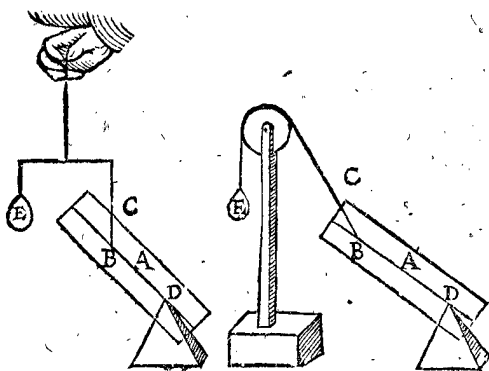
**L'**Elevant, c'est le poids qui cause l'elevation d'une pesanteur: & deprimant, c'est celuy qui cause la depression & abaissement d'une pesanteur.

DECLARATION.

Soit la colonne A la pesanteur, & BC la ligne qui la soutient ainsi, D le point où elle repose, & E le poids qui tient le corps solide en telle position. En

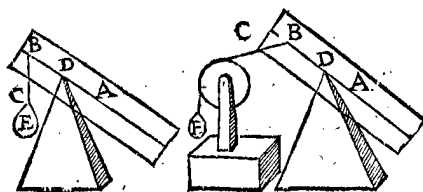
1. FORM.

2. FORM.



3. FORM.

4. FORM.



la premiere & deuxiesme figure E est elevant, à cause qu'il eleve le solide A, ou le tient elevé en telle disposition: Mais E es troisieme & quatriesme figure est deprimant, pource qu'il fait abaïsser le solide du costé qu'il est attaché, ou le tient en telle position.

DEFINITION XIII.

**E**T la ligne droite du solide haussé vers l'elevant, comprise entre un diametre de gravité, passant par le point stable & une parallele à iceluy diametre, nous la nommons elevation: Mais celle du solide abaïssé vers le deprimant, comprise aussi entre un diametre de gravité, passant par le point stable, & sa parallele, depression.

Comme la ligne droite CB en la 12 definition, comprise entre un diametre de gravité, qui passe par le point ferme, comme DB, & une parallele à iceluy BD, nous la nommons elevation en la premiere & deuxiesme figure, mais en la troisieme & quatriesme figure, depression.

DEFINITION XIV.

ET quand l'elevation ou depression est perpendiculaire à l'horizon, nous les nommons elevation droite, depression droite; & leurs poids, elevant droit, deprimant droit: mais estans obliques sur l'horizon, on les nomme alors elevation oblique, depression oblique; & leurs poids, elevant oblique, & deprimant oblique.

DECLARATION.

Comme l'elevation & depression CB, es premiere & troisieme figures de la 12 definition, d'autant qu'elles sont par l'hypothese perpendiculaires à l'horizon, nous les nommons elevation droite, & depression droite; & leurs poids E, elevant droit & deprimant droit: mais celles des deuxiesme & quatriesme figures sont obliques.

NOTEZ.

La figure de la colonne statique est la mesme que la Geometrique; & nous posons qu'elle soit de matiere uniforme, c'est à dire de tout costé de pesanteur egalle, & que sa base & couvercle soyent quarréz.

PETITIONS.

Combien que quelques principes soyent tres-cognus par les communes notions, n'ayans besoin de demonstrations; & les autres qui sont plus occultes, ne seriroient que de matiere aux repreneurs; afin donc d'eviter ces choses, & ces demonstrations trop simples, nous demanderons qu'on nous les concede.

PETITION I.

Que les pesanteurs egales aux rayons egaux soyent equilibres.

PETITION II.

Qu'aux lignes Mathematiques on puisse attacher ou poser telle pesanteur que ce soit, sans qu'elles puissent rompre, ou plier.

PETITION III.

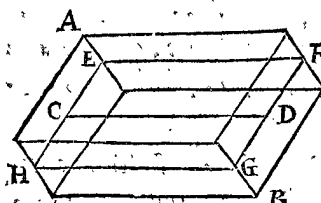
ET que la pesanteur, suspendue plus haut ou plus bas, demeure tousiours de mesme poids.

DECLARATION.

Comme la pesanteur A abaissée jusques en B, fait autant d'effort à CD en l'une place A, comme en B.

PETITION IV.

Que par le plan qui coupe la colonne le long de l'axe, on entende la colonne.



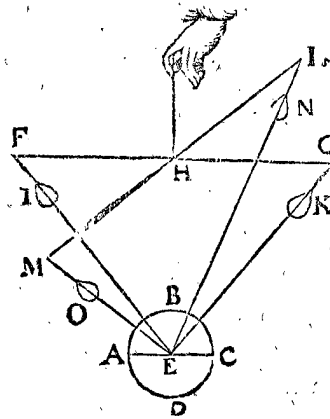
Comme estant AB une colonne, & CD l'axe, par le long de laquelle soit icelle colonne coupée par un plan EFGH, & le reste delaisé, prenant seulement ledit plan EFGH, on entende par cela la colonne.

PETITION V.

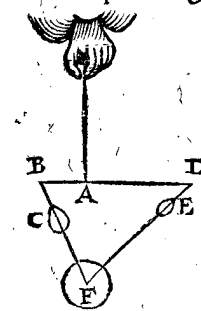
Toutes les lignes à plomb, (assavoir perpendiculaires à l'horizon) soyent prises pour paralleles.

DECLARATION.

La raison est telle: Soit ABCD le globe terrestre; E son centre, & AC horizon, FG une barre parallele à l'horizon AC, & ses rayons egaux FH, HG, & IK deux poids egaux; d'où appert que FI, GK ne seront paralleles, mais plus estroites par embas que par enhaut:



Soit FG tournée où est stable H: G venant en L & F en M; alors l'angle LME est plus pres de l'angle droit, que non pas MLE, d'où s'ensuit que O (comme il apparoitra à la 24 proposition suivante) selon la disposition sera plus pesant, que N. D'où s'ensuit aussi qu'entre toutes les figures solides, (prenant tout à la perfection Mathematique) il n'y auroit que le globe qui puisse estre suspendu par le centre de gravité, & tenir telle disposition qu'on voudroit: Ou par lequel les plans le divisent en parties equilibres; mais pour les diversites infinies de position, il y auroit aussi infinis centres de gravité. Aussi le plus pesant poids n'auroit pas telle raison au plus leger, que le grand rayon au petit; mais l'un seroit selon la position plus pesant, à cause que l'angle est plus grand & plus pres du droit que l'autre: Comme, soit AB le court rayon, & que C soit à E, comme DA à AB, & F centre de la terre; alors l'angle FBA est plus ouvert, & plus pres du droit que EDA: d'où s'ensuit (par la 24 proposition suivante) que C seroit plus pesant selon la position que E.



Tous ces inconvenients viennent de ce que FB, FD ne sont pas paralleles; ou FE, GE, en la premiere figure: Mais d'autant que ceste difference est si petite en ce que les hommes pratiquent, qu'on les peut bonnement tenir pour paralleles, car il faudroit que la barre BD aye quelques lieuës de long devant qu'on y remarque quelques minutes de difference es angles, & puis ce menu espluchement ne seroit gueres profitable à la chose, assavoir à la Statique-pratique; tellement qu'il vaut mieux le laisser.

SECONDE PARTIE

Des Propositions.

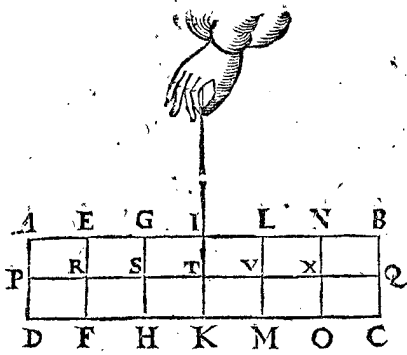
THEOREME I. PROPOSITION I.

DE deux pesanteurs equilibres, la plus pesante a telle raison à la plus leger, comme le long rayon au court.

1 Exemple.

Le donné. Soit ABCD une colonne pesante 6 lb, laquelle soit divisée en 6 parties egales, par plans paralleles à la base AD, comme EF, GH, IK, LM, NO, coupans l'axe PQ en R, S, T, V, X; Prenons ADML pour la plus pesante pesanteur, S est son centre de gravité; & LM CB pour la plus leger, & X centre de gravité: alors SX fera barre de ces parties par la 7 definition, & T centre de gravité de la colonne entiere, & T I

& T l'anse, d'où LMDA & LMCB pendent en equilibrium, TX le plus grand rayon, & TS le plus court rayon par la huitiesme definition.



*Le requis.* Il faut demonstrier que la pesanteur majeure LMDA est à la moindre LMCB, comme le long rayon TX, au plus court TS.

DEMONSTRATION.

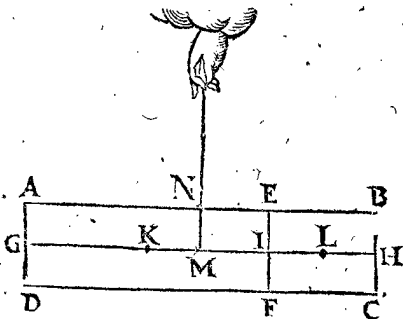
La majeure pesanteur LMDA pese 4 lb, & la moindre LMCB 2 lb; item le long rayon TX a telle raison au court TS, comme 2 à 1, selon le donné. Mais 4 à 2 est comme 2 à 1; donc comme la majeure pesanteur LMDA à la moindre LMCB, ainsi le long rayon TX au court TS.

Mais afin qu'on ne pense pas que cela soit ainsi par accident, nous en ferons une demonstration Mathematique, comme s'ensuit.

2 Exemple.

*Le donné.* Soit ABCD derechef une colonne, coupée par un plan EF parallele à AD, & coupant l'axe GH en I, & K soit le centre de gravité de la partie EFDA, au milieu de GI, & L de la partie EFCB, au milieu de IH; & du tout ABCD soit M au milieu de GH, & MN sera l'anse des parties EFDA & EFCB, d'où elles pendent en equilibrium.

1. DISPOSITION.



*Le requis.* Il faut demonstrier que comme le corps ou pesanteur (lesquels sont icy de mesme à cause de leur proportion, car comme le corps EFDA au corps EFCB, ainsi la pesanteur de celui-la, à celui-cy, d'autant que la colonne est de tout costé de pesanteur uniforme) de EFDA, à EFCB, ainsi le long rayon ML au plus court MK.

DEMONSTRATION.

ARTICLE I.

MH est egale à MG, par le donné; soit adjoustée KM; alors KH sera egale à MG & KM; osons de l'une GK & de l'autre KI, qui sont egales, resteront KM & KM egales à IH, ainsi KM & IH demeureront egales.

ARTICLE II.

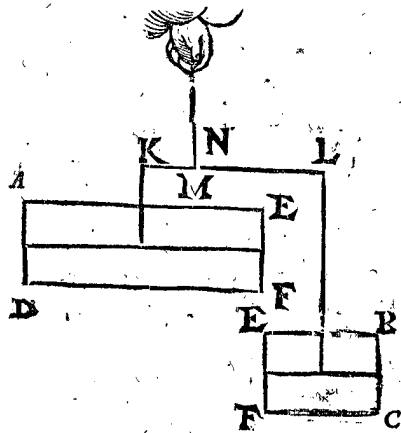
Aux susdites KM & IL egales adjoustons MI; la ligne ML sera egale à IK.

ARTICLE III.

Comme GI à IK, ainsi HI à IL; en changeant, ainsi comme GI à IH; de mesme KI à IL; & puis que KI est egale à ML, par le deuxiesme article, & IL à MK, par le premier article; partant comme GI à IH, ainsi ML à MK: Mais comme GI à IH, ainsi le corps ou la pesanteur EFDA à EFCB. Parquoy comme la majeure pesanteur EFDA à la moindre EFCB; ainsi le long rayon ML, au plus court MK.

On pourroit encor repliquer, que ceste demonstration tient lieu entre les corps de matiere uniforme & qui sont ensemble une colonne, pour à quoy subvient s'ensuit la regle generale: Soit imaginée la barre de la figure precedente demeurer en son lieu, mais la partie EFDA abaissée, tellement qu'elle demeure suspendue

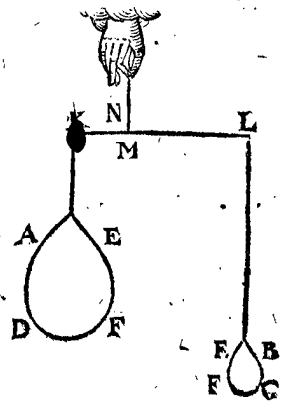
2. DISPOSITION.



à K par une ligne venant de son centre de gravité, & de mesme la partie EFCB; suspendue à L, par une ligne venant de son centre de gravité, sans toucher l'autre partie EFDA, comme la figure presente le montre: Lors que le corps en la premiere disposition estoit suspendu à l'anse MN, alors EFDA estoit equilibrium avec EFCB; mais le poids EFDA en ceste deuxiesme disposition estant abaissé plus bas, ne cause nulle alteration de plus ou moins à KL par la 3 petition: Et ainsi le poids EFCB de la 2 disposition ne demontre pas plus ny moins de pesanteur à LK, qu'en la premiere disposition, d'où s'ensuit que EFDA demeure encor en equilibrium avec EFCB. Les parties donc de la colonne separees demeurent aussi bien en equilibrium, que lors qu'elles estoient conjointes, & les rayons en mesme raison.

Ce qu'estant ainsi, soyent les corps EFDA & EFCB de la deuxiesme disposition; changez en autres figures

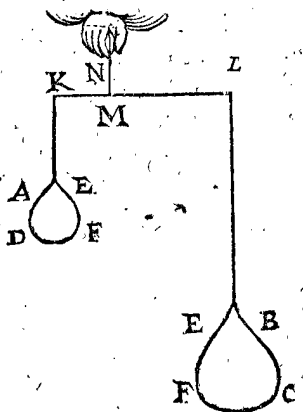
3. DISPOSITION.



(comme il y a des matieres propres pour ce faire, ainsi que la cire, l'argile, ou autre chose semblable) comme on voit en ceste troisieme disposition; il appert que KL demeurera come devant, ne souffrant aucun changement, & EFDA en equilibrium avec EFCB; & aussi les rayons ML, MK en mesme raison; car ce changement de figure ne cause nul changement de pesanteur; (toute la matiere demeurant.)

Finalement ostant EFDA de la troisieme disposition, & mettant en sa place un poids de plomb de la

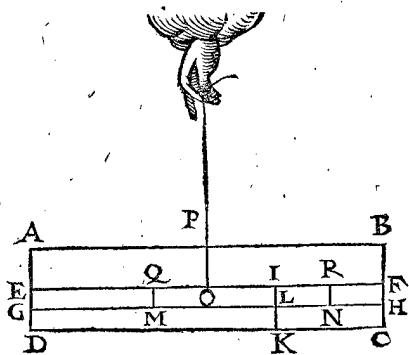
4. DISPOSITION.



mesme pesanteur, & au lieu de EFCB un corps de bois de mesme poids, laquelle quatriesme disposition soit comme la figure icy joincte, il appert que KL demeurera en mesme disposition que devant; & EFD A avec EFCB encor en equilibre; & les rayons en mesme raison.

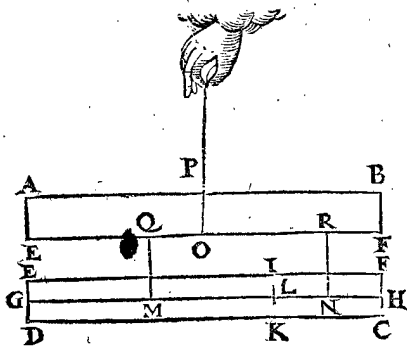
3 Exemple.

On peut aussi demonstrier le precedent, mesme lors que les deux pesanteurs sont pendues à une barre solide en ceste maniere: Soit la colonne ABCD coupée en deux parties par un plan par l'axe EF; & soit GH l'axe de la partie inferieure EC, laquelle partie soit derechef



coupée en deux autres, par un plan parallele à la base ED en IK; & M centre de gravité de l'une partie IKDE (au milieu de GL) & N centre de l'autre partie IKCF (au milieu de LH) & O centre du total (au milieu de EF) puis OP son diametre de gravité, QM & RN des parties: Il appert que le costé dextre de la colonne totale est de pesanteur egale au costé senestre d'icelle.

Soit maintenant abaissée la partie inferieure, tellement qu'elle demeure suspendue par les lignes MQ, NR, comme icy joignant, il appert que la barre solide ABFE demeurera encor en sa premiere disposition. Et posons que les parties IKDE & IKCF foyent separées, chacune tombant comme elle voudra, suspen-



dues toutefois par leur centre de gravité MN, elles tiendront donc leur premiere disposition par la quatriesme definition, & partant ABFE demeurera encore en la sienne: Mais IKDE a telle raison à IKCF que les rayons OR à OQ, comme il a esté demonsté: Tellement que ce qui estoit demonsté de la barre statique (c'est une ligne) nous l'avons encor fait icy de la barre solide.

Conclusion. De deux pesanteurs equilibres donc, la

plus pesante a telle raison à l'autre comme le plus long rayon à l'autre, comme nous voulions demonstrier.

COROLLAIRE.

Par la converse de la precedente, s'enfuit que les pesanteurs seront en equilibre, moyennant que la plus pesante à la plus legere soit en mesme raison, que le plus long au plus court rayon.

PROBLEME I. PROPOSITION II.

Trouver l'anse des pesanteurs donnees.

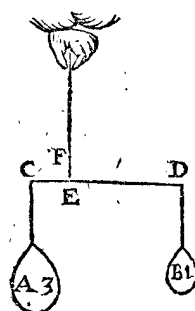
1 Exemple.

Le donne. Soit l'une des pesanteurs A de 3 lb, suspendue en C, & l'autre B de 1 lb en D, & CD la barre.

Le requis. Il faut trouver leur anse.

CONSTRUCTION.

Il faut diviser CD, tellement que la partie majeure, plus prochaine de la perpendicule de gravité de la moindre pesanteur, aye telle raison à la moindre, plus prochaine de la perpendicule de gravité de la majeure pesanteur, comme la majeure pesanteur à la moindre, ce qui soit en E: sçavoir que ED à EC soit ainsi que 3 lb de A à 1 lb de B. Je dis que la perpendicule passant par E, comme EF, est l'anse.



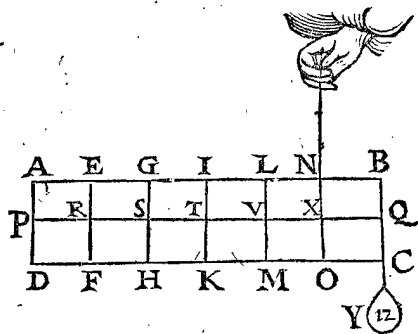
2 Exemple.

Le donne. Soit l'une des pesanteurs la colonne ABCD pesant 6 lb, partie comme la colonne au commencement de la 1 proposition, & qu'au point Q il y en aye une autre, comme Y, de 12 lb.

Le requis. Il faut trouver l'anse.

CONSTRUCTION.

La perpendiculaire de gravité de la colonne est IT, & celle du poids Y est BQ, & TQ est la barre, laquelle il faut partir en 2 parties proportionnelles de 12 lb



de Y, à 6 lb de la colonne, c'est sçavoir que la moindre partie vers la perpendicule de gravité de la majeure pesanteur Y, & le point divisant viendra en X; ainsi que NX soit l'anse requise.

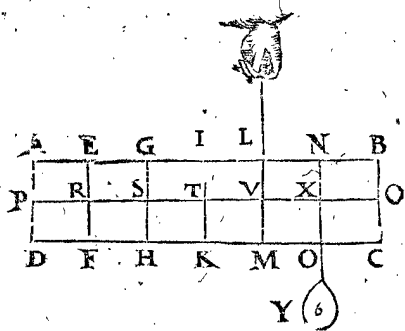
3 Exemple.

Le donne. Soit derechef la colonne ABCD, partie comme devant: & Y 6 lb, pendu à X.

Le requis. Il faut trouver l'anse.

CONSTRUCTION.

La perpendicule de gravité de la colonne est IT, & de Y est NX; alors TX sera la barre, qu'il faut diviser au point V, ainsi que les parties soyent en raison, com-



comme 6 lb de Y, à 6 lb de la colonne, & ainsi VL fera l'anse cherchée.

*Autrement pour la construction.*

La perpendiculaire de gravité de MLBCY, est NX, & de MLAD est SG; donc SX fera la barre, laquelle il faut diviser, en sorte que les parties soyent en raison comme 8 lb de MLBCY, à 4 lb de MLAD: entant que la moindre partie soit vers la perpendiculaire de gravité de la majeure pesanteur, qui tombera en V, par ainsi VL fera derechef l'anse cherchée, comme devant.

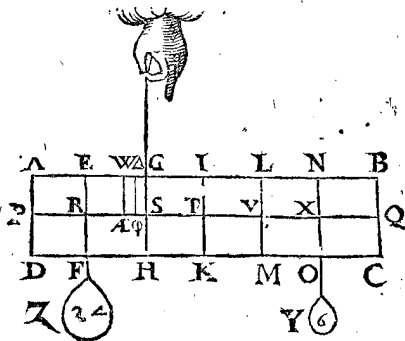
*4 Exemple.*

*Le donné.* Soit derechef ABCD une colonne divisée comme dessus, & Y 6 lb attaché à X, & Z 24 lb à R.

*Le requis.* Il faut trouver l'anse.

CONSTRUCTION.

La perpendiculaire de gravité de ABCDY, est LV, par le troisieme exemple, & de Z est RE, alors RV fera la barre, laquelle il faut diviser en deux, tellement



que les parties soyent comme 12 lb de ABCDY, à 24 lb de Z: voire que la moindre partie de la barre, soit vers la perpendiculaire de gravité de la plus grande pesanteur, qui viendra en S, ainsi donc SG fera l'anse requise.

*Autrement pour la construction.*

La perpendiculaire de gravité de ABCDZ est EW, par le troisieme exemple, tellement que SE fait les  $\frac{3}{2}$  de SR, & la perpendiculaire de gravité de Y est XN, & alors EX fera la barre, laquelle il faut diviser en deux parties, tellement que les parties soyent en raison de 30 lb de ABCDZ à 6 lb de Y, (la partie moindre vers la perpendiculaire de gravité de la majeure pesanteur) qui sera en S, & SG anse comme devant.

*Encor autrement pour la construction.*

La perpendiculaire de gravité de YZ, est (par le premier exemple)  $\Phi \Delta$ , tellement que S $\Phi$  fait la  $\frac{1}{5}$  de SR, & la perpendiculaire de gravité de la colonne est TI adonc T $\Phi$  fera la barre qu'il faut diviser en deux parties, ayans telle raison que 30 lb de Y & Z, à 6 lb de la colonne, assavoir la moindre partie vers la perpendiculaire de gravité de la pesanteur majeure, qui sera en S, par ainsi SG sera derechef l'anse requise, comme dessus.

*5 Exemple.*

*Le donné.* Soit derechef ABCD. une colonne divisée comme devant, & 3 poids, comme Y 6 lb attaché à X, puis Z 24 lb à R, & A 12 lb à Q.

*Le requis.* Il faut trouver l'anse.

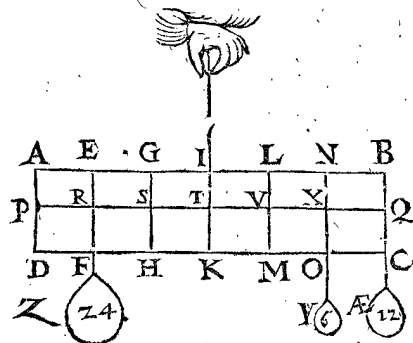
CONSTRUCTION.

La perpendiculaire de gravité de ABCDYZ est SG, par le quatrieme exemple, & celle de AE est BQ: adonc SQ fera la barre qu'il faudra diviser en deux parties, ayans la raison de 36 lb (de la colonne avec Y & Z) à 12 lb (de AE) assavoir la moindre partie pres la perpendiculaire de gravité de la majeure pesanteur, qui sera en T, par ainsi donc TI fera l'anse requise.

Que si on attacheoit encor à P 24 lb, l'anse seroit SG, & ainsi des autres semblablement.

DEMONSTRATION.

La majeure pesanteur du premier exemple A, a telle raison à la moindre B, comme le rayon majeur au moind-

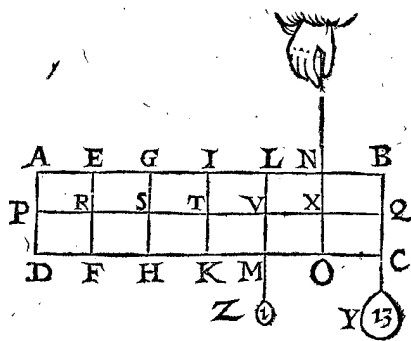


dre ED à EC, parquoy EF, par la 9 definition fera l'anse: Et la demonstration des autres exemples sera semblable, ce que nous obmettons pour briefvété.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé l'anse des pesanteurs données, selon le requis.

NOTEZ.

Si l'on surchargeoit le poids Y du deuxieme exemple de 1 lb, & qu'on attachasse à V 1 lb: Tellement que leur disposition soit comme dessus, il appert par ce que dessus, que XN seroit encor l'anse, & que le tout pend en equilibrium à icelle: Le mesme XN demeurera encor tel, si on attache Z 1 lb, à T, & que Y face 14 lb, ou



Z 1 lb à S, & que Y soit 15 lb, ou Z 1 lb à R, & que Y face 16 lb: Et finalement si on attache Z 1 lb à P, & que Y face 17 lb; & ainsi par ordre, si la colonne estoit plus longue: assavoir surchargeant toujours Y de 1 lb, pour chaque longueur de VX, qu'on fait avancer Z d'autant plus avant. D'où les qualitez de la statere Romaine sont notoires, comme il se verra plus amplement en la declaration de la pratique de Statique.

## PROBLEME II. PROPOSITION III.

DE deux pesanteurs equilibres, l'une estant connue, & l'anse; cognoître l'autre pesanteur.

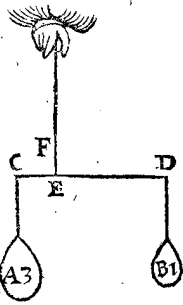
## 1 Exemple.

Le donné. Soyent A & B deux pesanteurs equilibres, dont A 3 lb est attachée à C, & EF soit l'anse.

Le requis. Il faut trouver combien B pese.

## CONSTRUCTION.

On cherchera quelle raison ont les rayons ED à EC, ce qui soit comme 3 à 1, pourtant ED 3 me donne EC 1, combien A 3 lb? viendra 1 lb pour B.



## 2 Exemple.

Le donné. Soit ABCD la colomne de la 2 proposition au deuxiesme exemple, pesant 6 lb pour l'une des pesanteurs, & soit Y la pesanteur inconnue, attachée à icelle, & XN l'anse.

Le requis. Il faut trouver combien Y pese.

## CONSTRUCTION.

Veux que TI est la perpendicule de gravité de la colomne, & QB de Y, TQ sera la barre, XQ le rayon plus court, & XT le plus long; parquoy il faudra rechercher quelle raison ces rayons ont, ce qui soit comme 2 à 1. Je dis apres, XQ 1, donne XT 2, combien la colomne 6 lb? vient 12 lb pour Y: & ainsi des autres exemples.

## DEMONSTRATION.

Soit B en l'exemple premier, plus pesant que 1 lb, s'il estoit possible; donc la majeure pesanteur n'aura pas telle raison à la moindre que le rayon majeur au moindre, ce qui est contre la 1 proposition; B donc n'est pas plus pesant que 1 lb. Et de mesme on montrera qu'il n'est pas plus leger qu'une livre; & par consequent pese justement 1 lb: ce qu'il falloit démonstrer.

Conclusion. Donc de deux pesanteurs equilibres, quand l'une est connue & l'anse, nous avons cognu l'autre, selon le requis.

## PROBLEME III. PROPOSITION IV.

DEux pesanteurs equilibres données, comme aussi la longueur d'un rayon, trouver la longueur de l'autre rayon.

Le donné. Soyent A & B deux pesanteurs equilibres, desquelles A pesant 3 lb est attachée à C; & B 1 lb à D; & DE rayon soit de 6 pieds de longueur.

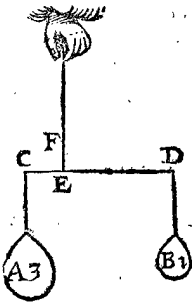
Le requis. Il faut trouver la longueur de l'autre rayon.

## CONSTRUCTION.

On dira A 3 lb, donne B 1 lb, combien DE 6 pieds; viendra pour EC 2 pieds: & ainsi des autres.

## DEMONSTRATION.

Soit EC, s'il estoit possible, plus long que 2 pieds; le grand rayon aura donc moindre raison au plus court, que la majeure pesanteur à la plus legere, ce qui est contre la premiere proposition: donc EC n'est pas plus que 2 pieds; De mesme fera la demonstration que EC n'est pas moindre de 2 pieds; & partant EC sera precisement 2 pieds: ce qu'il falloit démonstrer.



Conclusion. Deux pesanteurs donc equilibres estans données, & la longueur d'un rayon, nous avons trouvé la longueur de l'autre, selon le requis.

## PROBLEME IV. PROPOSITION V.

ESTant donnée une colomne, trouver une pesanteur, ayant raison donnée à celle de la colomne.

Le donné. Soit ABCD une colomne, EF l'axe, & G le centre, & la raison donnée soit 2 à 3.

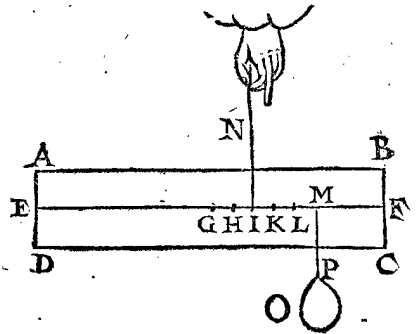
Le requis. Il faut trouver une pesanteur en telle raison à celle de la colomne, comme 2 à 3: c'est les  $\frac{2}{3}$ .

## NOTEZ.

Tout ainsi que les propositions Geometriques & Arithmetiques ont des constructions diverses, de mesme aussi la Statique; car on pourroit couper une partie de la colomne selon la raison donnée; ou on la pourroit peser & prendre un poids d'autre solide, afin de la laisser entiere selon ladite raison; mais nous le ferons plus statiquement, comme s'ensuit.

## CONSTRUCTION.

On marquera 5 points depuis le centre G, equidistans, assavoir 5 (somme de 3 & 2) comme H, I, K, L, M: Et du deuxiesme (à cause de 2 donné, pour l'autre pe-



santeur à trouver) on suspendra la colomne, luy attachant au cinquieme en M un contrepoids, comme O: Je dis que O sera la pesanteur requise, assavoir les  $\frac{2}{3}$  de la pesanteur de la colomne, qui seront donc en raison de 2 à 3.

## DEMONSTRATION.

G est le centre de gravité de la colomne, & MP perpendicule de gravité de O; & puis que les pesanteurs se contrepesent mutuellement (c'est à dire sont en equilibrium) comme IG à IM, ainsi O à la colomne, par la 1 proposition; mais GI à IM, est comme 2 à 3; donc O sera à la colomne en pesanteur, comme 2 à 3. Ce qu'il falloit démonstrer.

Conclusion. Estant donc donnée une colomne, nous avons trouvé une pesanteur, ayant raison donnée à celle de la colomne; comme il estoit proposé.

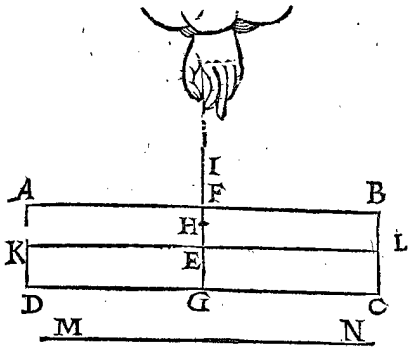
## NOTEZ.

Nous pourrions aussi donner des exemples avec raisons de termes incommensurables, mais ils sont assez notoires par la precedente, avec ce que nous avons des grandeurs incommensurables en un traité particulier joint à l'Arithmetique.

## THEOREME II. PROPOSITION VI.

ESTant une colomne coupée par un plan parallele à la base, par son centre de gravité, & estant un point stable audit plan, au dessus du centre de gravité: L'axe de la colomne demeurera parallele à l'horizon.

*Le donné.* Soit ABCD une colonne coupée par son centre de gravité, d'un plan FG, parallele à sa base AD, & soit H le point stable, en la perpendicule de gravité

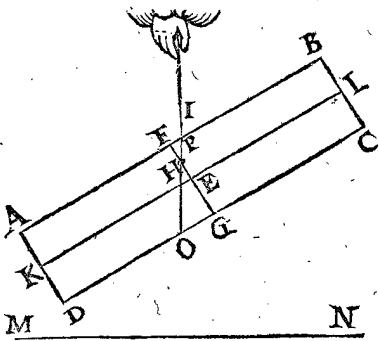


IG, au dessus du centre E, & KL est l'axe, & MN l'horizon.

*Le requis.* Il faut demonstrier que l'axe KL demeurera parallele à l'horizon MN.

**DEMONSTRATION.**

Soit KL, s'il estoit possible, non parallele à MN, comme en la figure suivante, & IH produite jusques en O, coupant AB en P, & soit posé que la partie POCB demeure equiponderante avec PODA; mais celle-la est majeure & plus pesante que celle-cy (car FGDA est egale à FGCB, & FHI est un triangle



moindre que OHG, & partant POCB est majeure que PODA) la plus pesante sera donc equiponderante à la plus legere, ce qui est absurde; KL donc demeurera parallele à l'horizon MN, comme en la premiere figure.

Il faut aussi remarquer ceste regle generale statique, que

*Le centre de gravité d'un corps suspendu, est en sa perpendicule de gravité.*

Mais le centre de gravité E, n'est pas (en la deuxiesme figure) dans la perpendicule de gravité I, O, c'est donc une disposition impossible.

*Conclusion.* Estant donnée, &c.

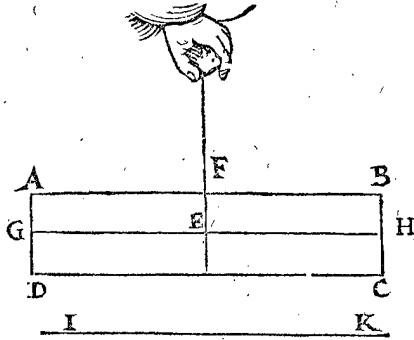
ALB. GIRARD.

On voit que Stevin ne prouve pas du tout sa demonstration, car il s'aide puis apres d'une regle qu'il ne demonstre pas icy; il est bien vray que POCB est plus pesant que PODA, mais il ne le demonstre pas, d'autant que si on veut conclurre de la grandeur à la pesanteur, (avec ce qu'il en devoit avoir parlé devant d'une maniere convenable) on trouvera des paralogismes; car il s'ensuivroit que tout plan passant par le centre de gravité, devoit couper le solide en deux egalemant, or comme on verra cy-apres coupant un cone ou pyramide par un plan parallele à la base, & ce par le centre de gravité, la partie conique sera à la partie tronquée, comme 27 à 37, lesquelles ne sont point donc egales: mais ceste demonstration de Stevin peut avoir lieu es figures colonnales, & non pas es pyramidales: finalement il devoit plustost avoir mis sa regle cy-dessus es peritions.

**THEOREME III. PROPOSITION VII.**

*Le point stable estant au centre de gravité d'une colonne suspendue, elle se tiendra à toute disposition.*

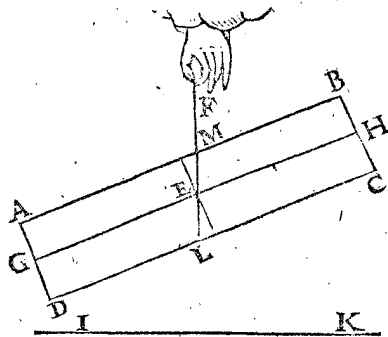
*Le donné.* Soit ABCD une colonne, dont E soit le centre de gravité, où soit le point stable, auquel elle soit suspendue par la perpendicule de gravité EF, & l'axe GH, soit parallele à l'horizon IK.



*Le requis.* Il faut demonstrier que la colonne ABCD tiendra telle disposition qu'on voudra.

**DEMONSTRATION.**

Donnons une autre disposition à la colonne, qu'au commencement, comme s'ensuit, & soit FE produite jusques à L, coupant AB en M, & posons que la colonne ne se puisse tenir ainsi, mais que l'une ou l'autre partie vueille descendre plus bas: Or ces deux parties sont egales, & partant equiponderantes, donc l'une des equiponderantes sera plus pesante que l'autre, ce qui est absurde: La colonne donc demeurera en telle position, & le mesme se pourra demonstrier des autres, telles qu'on les pourroit disposer.

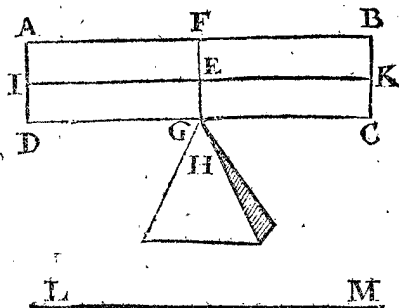


*Conclusion.* Nous avons donc demonstrier que le point stable estant pris au centre de gravité d'une colonne, qu'elle se tiendra en toute position, selon le requis.

**PROBLEME IV. PROPOSITION VIII.**

*Estant une colonne coupée d'un plan parallele à la base par son centre de gravité, & estant un point stable audit plan, au dessus du centre de gravité: La colonne se tournera jusques à ce que le centre de gravité revienne dans la perpendicule de gravité.*

*Le donné.* Soit ABCD une colonne, coupée par son centre de gravité, d'un plan FG parallele à sa base AD,



& soit

& soit le point stable G, ( au dessus du centre de gravité ) sur la pointe H, & IK l'axe, parallele à l'horizon.

*Le requis.* Il faut montrer que la colonne tournera jusques à ce que le centre de gravité soit en la perpendiculaire de gravité, ( entendu naturellement ) car Mathématiquement il pourroit demeurer dessus.

DEMONSTRATION.

A. Tout ce qui gist, doit avoir base pour reposer dessus.

E. Ceste colonne n'a point de base pour se reposer.

E. Donc ceste colonne ne peut pas ainsi gesir.

La mineure du syllogisme est evidente en ce que le point n'a nulle quantité, & partant n'est pas base : il est bien vray qu'on prend souvent par hypothese qu'un corps repose ainsi, mais en effect cela ne peut estre ; joint qu'encore bien que l'axe IK soit mis parallele à l'horizon LM, neantmoins il tournera du costé, où il commence premierement à decliner : mais aussi que ce soit jusques à ce que le centre de gravité vienne dans la perpendiculaire de gravité, est notoire par la 6 proposition.

*Conclusion.* Estant donc coupée la colonne, d'un plan parallele à la base par son centre de gravité, & étant un point stable audit plan, au dessus du centre de gravité : La colonne se tournera jusques à ce que le centre de gravité revienne dans la perpendiculaire de gravité, selon qu'il estoit proposé de prouver.

NOTEZ I.

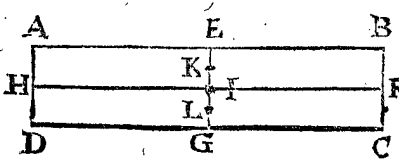
Si quelqu'un s'enqueroit icy de la difference qu'il y a entre gesir, & pendre, il faut qu'il sçache qu'un solide est pendu lors que le centre de gravité est dessous, ou pres du point où il repose : mais le centre de gravité étant dessus, nous le pouvons dire estre couché droit, ou assis : Gesir, quand le plus grand costé est le long de l'horizon ; estre debout, quand il est perpendiculaire à l'horizon, pour autant disons nous que le cube ( veu l'egalité de ses costez ) gist & est debout : Assesoir est entre coucher & estre debout.

ALB. GIRARD.

Ce mot de gesir semblera fort estrange à ceux qui sont ignorans de ces deux choses ; l'une, qu'encore bien qu'ils ne l'ayent jamais ouy dire, leu, ny approuvé, que nonobstant il se trouve es dictionnaires François ; & que les verbes anomaux demonstrent la pauvreté d'une langue, & aussi que la langue Flamende en a fort peu, ce qui fait qu'ils disent tous, n'importe du son, moyennant qu'il soit regulier & intelligible ; l'autre qu'au fait des sciences incognues & inusitées, on n'est tenu pour s'expliquer, & exprimer l'intention d'un Auteur, de n'admettre que les mots, lesquels s'entendent ordinairement es choses les plus vulgaires.

NOTEZ II.

Si quelqu'un vouloit experimenter le contenu des 3 propositions précédentes, il prendra pour cest effect un reglet de bois, ou d'autre matiere uniforme, d'espaisseur & pesanteur, marquant E, F, G, H, au milieu des costez, & menant E G & H F se coupans en I, où, il fera



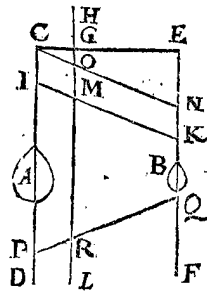
un trou fort petit, comme aussi en K & L. L'expérience montre, que passant un esguille desliée en K, le re-

glet, ou l'axe H F, se tiendra parallele à l'horizon : mais en I, qu'il gardera telle position qu'on voudra : Et finalement, en L, le reglet tournera jusques à ce que le centre de gravité soit dessus l'esguille du costé où il commence, & que I soit en la perpendiculaire de gravité. D'où la raison depend des 6, 7, & 8 propositions declarées Mathématiquement.

THEOREME V. PROPOSITION IX.

L'Anse infiniment produite, partit les barres de deux pesanteurs en leurs rayons.

*Le donné.* Soient A, B, deux pesanteurs ; & leurs perpendicules CD & E F, leur barre CE, l'anse GH ; tellement que CG soit à GE, comme la pesanteur B à A ; & que IK soit encor une barre non parallele à CE, & GH aussi produite vers L, coupant IK en M.



*Le requis.* Il faut demonstrier que IM & MK sont aussi rayons des pesanteurs A, B, assavoir que comme B à A, ainsi M I à M K.

*Preparation.* Soit menée CN parallele à IK coupée de HL en O.

DEMONSTRATION.

Comme CG à GE, ainsi CO à ON : mais CO est egale à IM, & ON à MK ; parquoy comme CG à GE, ainsi IM à MK. Or comme B à A, ainsi CG à GE, par l'hypothese, ou bien MI à MK ; & semblable sera la demonstration des barres entre CD & E F, comme seroit P Q, coupée en R, & autres semblables.

*Conclusion.* L'anse infiniment produite donc, partit les barres de deux pesanteurs en leurs rayons.

COROLLAIRE I.

D'icy il appert que pour trouver la perpendiculaire de gravité de deux pesanteurs, il n'est pas besoin de prendre necessairement une parallele à l'horizon, mais telle qu'on voudra, & comme il vient mieux à point.

COROLLAIRE II.

Veü que tout centre de gravité est en la perpendiculaire de gravité, il s'enfuit, que toute ligne droite comprise entre deux centres de gravité est aussi la barre d'icelles, & la distinction des rayons est le centre de gravité des deux pesanteurs.

PROBLEME V. PROPOSITION X.

Estans données les pesanteurs equilibres qui sont suspendues en une colonne, de laquelle la pesanteur est connue, comme aussi un point stable en icelle : Trouver si l'axe demeurera parallele à l'horizon, ou si elle se tiendra en toute sorte de position, ou si elle se tournera jusques à ce que le centre de gravité soit en la perpendiculaire de gravité.

*Le donné.* Soit ABCD une colonne pesante 4 lb, coupée par son centre de gravité E, d'un plan FG, parallele à la base AD ; soit aussi H un point stable dessous le centre de gravité E, au milieu de E G ; puis les deux poids I, K, chacun de 4 lb, leurs points stables D, C, & LM axe, NO horizon.

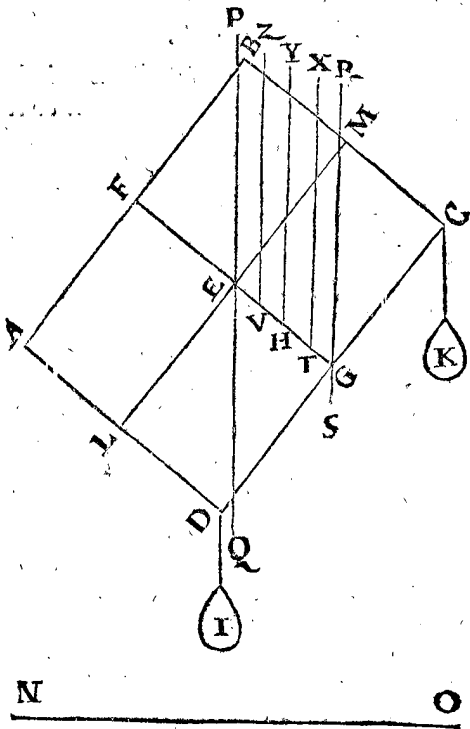
*Le requis.* Il faut trouver si l'axe LM, demeurera parallele à l'horizon NO ; ou tiendra telle position qu'on voudra ; ou si la colonne tournera tant que le centre de gravité E soit en la perpendiculaire de gravité par H, lesquelles diversitez peuvent advenir selon la raison des poids à la pesanteur de la colonne.

CON-



CONSTRUCTION.

On menera par E la perpendiculaire de gravité PQ de la colonne, puis par G la perpendiculaire de gravité RS, des poids I, K, alors EG fera la barre, puis par la 2 proposition on verra où le point stable de l'anse viendra: car s'il vient sous H, LM se tournera, jusques à ce qu'elle soit parallele à l'horizon NO: mais venant en H, elle tiendra toutes les positions: venant finalement au dessus de H, tout renversera. Or la colonne pese 4 lb, &



les poids aussi I & K, chacun 4 lb, ce qui fait 8 lb: partant divisant EG en T, ainsi que ET à TG soit comme 3 à 4, je dis que LM se viendra rendre parallele à l'horizon (puis que T vient sous H.) Soit maintenant posé que la colonne pesast 4 lb & I & K, chacun 2 lb, c'est ensemble 4 lb; parquoy partageant EG à H (car H est au milieu de EG par le donné) alors EH à HG sera en telle raison que 4 à 4: Je dis que LM (pource que le point est tombé en H) tiendra telle position qu'on voudra. Soit finalement posé que la colonne pese 4 lb, & I & K, chacun 1 lb, c'est ensemble 2 lb; parquoy EG partie en V, ainsi que EV à VG soit comme 2 à 4: Je dis que la colonne avec tout le reste se tournera (d'autant que V vient au dessus du point H) jusques à ce que H soit en sa perpendiculaire de gravité.

DEMONSTRATION.

Premierement I & K pesans chacun 4 lb, il appert que LM se tournera pour estre parallele à l'horizon, d'autant que la perpendiculaire par T, comme TX, est perpendiculaire de gravité de tout; parquoy en le laissant & pendant le tout à la perpendiculaire par H, comme HY (car H est le point stable donné) le costé vers BCK, sera plus pesant que vers ADI: parquoy le costé BCK descendra, tant que H soit à la perpendiculaire de gravité de tout, & LM sera alors parallele à l'horizon NO.

Secondement quand I, K pesent chacun 2 lb, alors LM se tiendra à toute position: car posons que I & K foyent rehaussez, tellement que D, C foyent centres de gravité d'iceux, par la 3 petition: parquoy H sera le centre de gravité d'un tel corps avec les poids I, K: & par la 4 definition, sur iceluy H il se tiendra à toutes posi-

tions, ce qui se pourroit demonstrier de toutes les positions que LM scauroit avoir.

Finalement lors que I, K pesans chacun 1 lb, alors tout se doit renverser, appert que la perpendiculaire par V, comme VZ, sera perpendiculaire de gravité de tout le corps, & en le laissant, & le pendant par la ligne HY au point stable donné H, le costé de devers ADI sera plus pesant que celuy de vers BCK, & partant ADI descendra, jusques à ce que H soit à la perpendiculaire de gravité du tout: que si on pensoit mettre LM parallele à l'horizon, elle ne se tiendroit pas ainsi par la 8 proposition, mais renversera.

Conclusion. Estans donc données les pesanteurs equilibres, qui sont suspendues en une colonne, de laquelle la pesanteur est connue, &c.

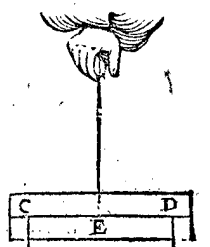
Des ces choses precedentes le progrès general des autres est assez manifeste, comme des colonnes, desquelles le point stable est hors de la ligne FG, & les points stables des poids en d'autres lieux que D, C: Mais d'autant que nous recherchons principalement la cause des qualitez de la Balance (dont nous traiterons plus particulièrement en la Statique-practique) nous ne donnons aucuns exemples particuliers de telles irregularitez.

PROBLEME VI. PROPOSITION XI.

Estant donnée une colonne, avec des pesanteurs cognues y attachées: Trouver le point stable, où le tout se tiens à toutes positions.

NOTEZ I.

On sçait que si les points stables C, D des pesanteurs A, B, estoient dans l'axe de la colonne, & egalemment distans du centre E, alors E seroit le centre de gravité: mais nous donnerons cy-apres des exemples plus irreguliers.

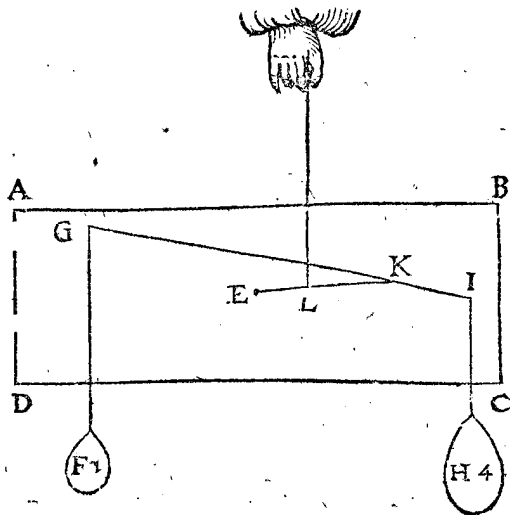


NOTEZ II.

Il appert aussi que si les points stables donnés estoient en ligne droite, comme icy CED, & que C, D n'estoient equidistans au point E, mais en raison (comme rayons) des pesanteurs C, D, si elles estoient inegales; alors E seroit encor le point ferme pour tenir le corps en toute position.

Le donné. Soit ABCD une colonne pesante 10 lb: E centre de gravité, & F 1 lb, H 4 lb, leurs poids y suspendus es points stables G, I.

Le requis. Il faut trouver le point stable, où le corps tienne toute position.



CONSTRUCTION.

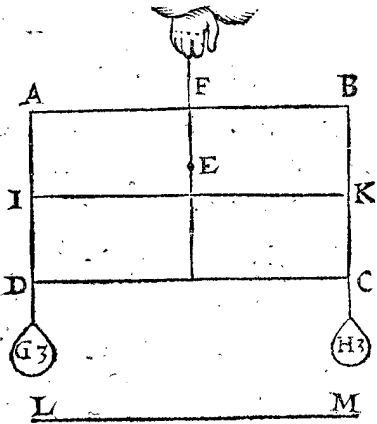
On menera GI la barre des poids F, H, trouvant les rayons selon la 2 proposition, & que K soit leur centre; puis on menera EK autre barre, de la colonne d'une part de 10 lb, & des poids d'autre part 5 lb, la coupant en L, tellement que EL soit à LK, comme 5 à 10: & partant L respondant pour tout, sera le point ferme tenant le corps en toute sorte de positions: Dont la demonstration est evidente par la 7 proposition.

PROBLEME VII. PROPOSITION XII.

Estans données une colonne, & des pesanteurs attachées à icelle aussi cognues, avec un point stable soustenant l'axe parallele à l'horizon: Trouver un poids propre en un lieu monstre, tenant l'axe en certaine disposition donnée.

1 Exemple.

Le donné. Soit ABCD une colonne, pesante 6 lb, E point stable, EF anse, G, H, deux poids, chacun de 3 lb, & D, C leur établissement; IK axe parallele

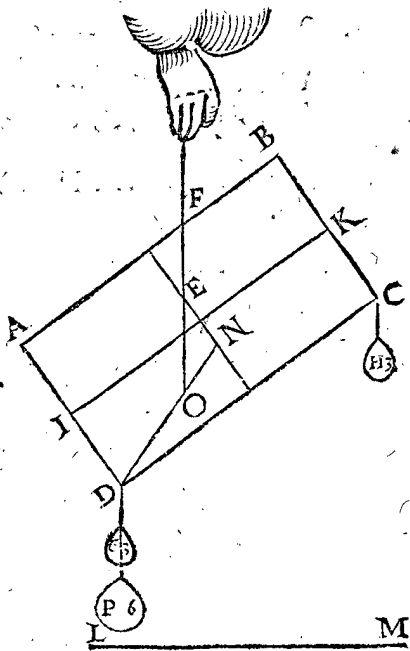


à l'horizon LM; & D le lieu monstre: puis l'axe IK (tout tournant sur E) soit disposée comme en la seconde figure.

Le requis. Il faut trouver un poids en D, tenant IK en ladite disposition.

CONSTRUCTION.

Il faut trouver par l'onzieme proposition le centre



de gravité, comme icy en N, puis menés ND, & EO perpendiculaire sur l'horizon par E, & cherchez quelle

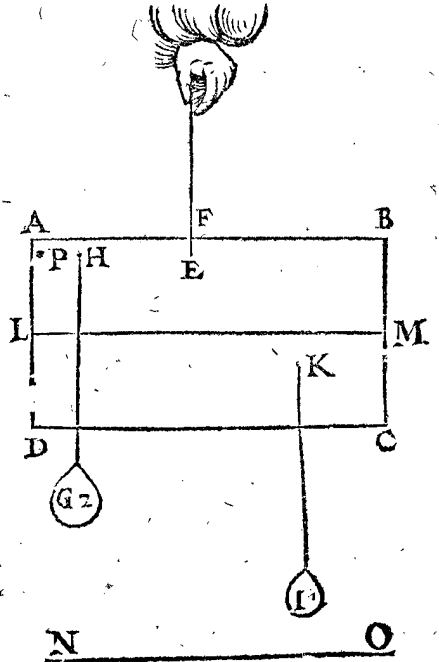
raison il y a de DO à ON, laquelle soit de 2 à 1; Parquoy je dis, qu'on doit mettre en D un poids P, de 6 lb, d'autant que 12 lb (de la colonne & les poids G, H,) à P 6 lb, sont comme 2 à 1: Donc P est le poids requis.

DEMONSTRATION.

Le plus pesant poids 12 lb du rayon ON, a telle raison à l'autre de 6 lb, au rayon OD, comme le grand rayon OD à ON; & ainsi tout pend en equilibrio, à l'anse EF, par la 1 proposition: Et par conséquent l'axe IK tient ladite disposition.

2 Exemple.

Soit ABCD une colonne de 6 lb, E point stable, EF anse, G poids de 2 lb en H, & I de 1 lb en K, LM

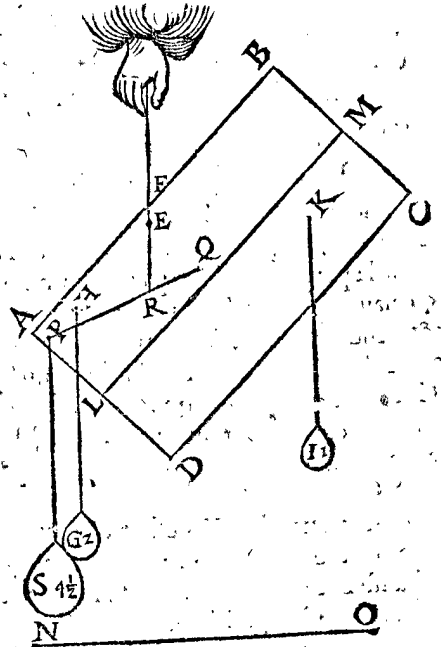


axe parallele à l'horizon NO, & P soit un point en la colonne pour le lieu monstre. Puis l'axe se tourne (tout sur E) comme en la deuxiesme figure.

Le requis. Il faut trouver un poids pour mettre en P, tenant l'axe LM en telle disposition qu'en la 2 figure.

CONSTRUCTION.

Par l'onzieme proposition on trouvera Q le centre de gravité, & ayant menée la barre PQ, & la perpen-



dicle ER coupant PQ en R: Et ayant recherché quelle raison

raison il y a de R Q à R P (soit de 1 à 2) j'establis en P un poids S de  $4\frac{1}{2}$  lb, assavoir ayant telle raison au poids de la colonne (jouxte G, I,) faisant 9 lb, comme 1 à 2; & je dis que S  $4\frac{1}{2}$  lb est le poids requis.

DEMONSTRATION.

Le majeur poids 9 lb du rayon R Q, a telle raison au moindre poids  $4\frac{1}{2}$  lb du rayon R P, comme le long rayon R P au plus court R Q; ainsi tout se tient en equilibrio à l'ansé FE, par la 1 proposition: & partant l'axe LM se tiendra en la disposition donnée, ce qu'il falloit démontrer.

Conclusion. Estans donc données une colonne & des pesanteurs, &c.

THEOREME VI. PROPOSITION XIII.

Un deprimant & un elevant egaux agissent également, par angles egaux, aux rayons egaux.

1 Exemple, avec des poids directs.

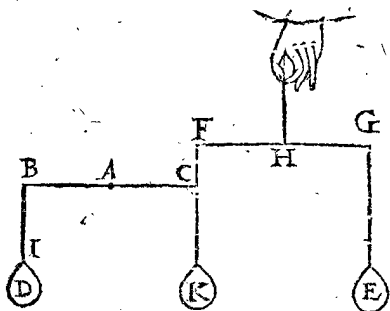
Le donné. Soit A le point stable de la barre BC; & AB, AC les rayons egaux; item à B est establi le deprimant direct D, & à C l'elevant direct E, égal à D, la barre soit FG, & H point ferme, HF, HG aussi rayons egaux, finalement les angles ABI, ACF egaux.

Le requis. Il faut démontrer que le deprimant direct D, & l'elevant direct E, agissent également aux rayons egaux AB, AC.

Preparation. Soit establi un poids K, en C égal à D.

DEMONSTRATION.

Ostons E, alors la force de D fera de tenir les rayons AB, AC en la disposition donnée; car D est égal à K, & AB, à AC; ostons maintenant D & remettons E;

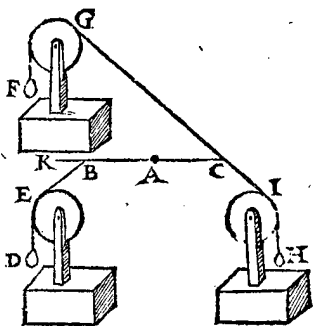


la force de E est aussi de tenir les rayons AB, AC en la mesme disposition: car K & E sont egaux, & HF & HG: parquoy E, D agissent également aux rayons AB, AC.

2 Exemple, avec des poids obliques.

Le donné. Soit A le point stable de l'ansé, & AB, AC les rayons egaux, à B est establi le deprimant oblique D, la ligne de depression oblique soit BE, & à C soit l'elevant oblique F, égal à D, & la ligne d'elevation oblique CG, & puis l'angle ABE soit égal à l'angle ACG.

Le requis. Il faut démontrer que le deprimant oblique D, & l'elevant oblique F, agissent également aux rayons egaux AB, AC.



Preparation. Soit en C establi le deprimant oblique H, la depression oblique CI, parallele à BE, & CB soit prolongée jusques à K.

DEMONSTRATION.

Ostons F, alors la force de D contre H, est de tenir les rayons AB, AC en la disposition donnée: car D est égal à H, aussi les rayons AB, AC, & les angles ACI & KBE. Ostons maintenant D, & remettons F, la force de F est de tenir aussi les rayons AB, AC en la disposition donnée, puis que H est égal à F.

3 Exemple.

Le donné. Soit A le point stable de l'ansé, & AB, AC les rayons egaux, & en B soit establi le deprimant oblique D, la depression oblique soit BF, & en C, l'elevant oblique F, égal à D, sa ligne d'elevation oblique CG, & les angles KCG, KBE egaux.

Le requis. Il faut démontrer que le deprimant oblique D, & l'elevant oblique F, agissent également es rayons egaux AB, AC.

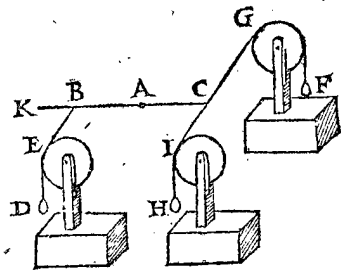
Preparation. Soit establi en C le deprimant oblique H, égal à D, sa ligne de depression oblique CI, ainsi que les angles ACI, ABE soyent egaux.

DEMONSTRATION.

Ostons F, il appert que la force de D est de tenir les rayons AB, AC en telle disposition donnée; car D, H sont egaux, & les rayons AB, AC, comme aussi les angles ACI, ABE.

Ostons maintenant D, & remettons F derechef, alors aussi la force de F est de tenir les rayons AB, AC en telle disposition donnée, à cause que H est égal à F.

Conclusion. Un deprimant & un elevant egaux, agissent également, &c.



PROBLEME VIII. PROPOSITION XIV.

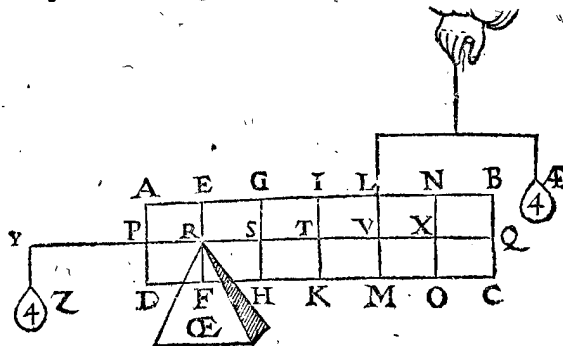
Estant donnée une colonne, comme aussi deux points en son axe, l'un stable, l'autre mouvant en la plus grande partie: Trouver un elevant direct au point mouvant, tenant la colonne en une disposition donnée.

Le donné. Soit ABCD une colonne de 6 lb, departie comme en la 1 proposition, & le point stable soit R, le mouvant V, en la majeure partie de l'axe RQ: car il est impossible que quelque elevant direct puisse tenir l'axe en la moindre partie en quelque disposition donnée.

Le requis. Il faut trouver un elevant direct en V, qui tienne la colonne en ceste disposition.

CONSTRUCTION.

On produira la ligne QR jusques en Y, ainsi que



R Y soit égale à R V: puis on trouvera par la 3 proposition le poids Z en Y equilibrio avec la colonne, iceluy

PP fera

fera de 4 lb, puis que R est le point stable. Parquoy le poids elevant direct requis, qui est  $\mathcal{A}$ , fera de 4 lb.

DEMONSTRATION.

Veü que le rayon R V de l'elevant direct  $\mathcal{A}$ , est egal au rayon R Y du poids Z; &  $\mathcal{A}$  egal à Z, lesquels  $\mathcal{A}$ , Z agiront egalemeñt par la 13 proposition: mais la force de Z est telle (ayant osté  $\mathcal{A}$ ) que de tenir la colonne en telle disposition: Donc la force de  $\mathcal{A}$  (ayant osté Z) tiendra la colonne en ceste disposition; ce qu'il falloit prouver.

Conclusion. Estant donc donnée une colonne, & aussi deux points, &c.

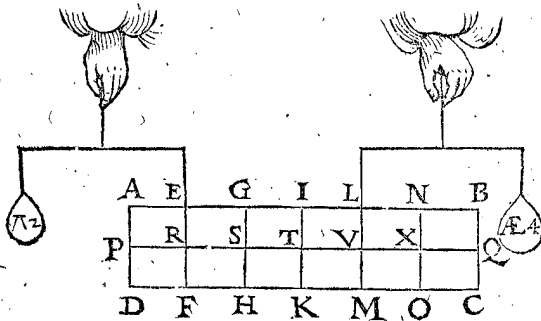
NOTEZ.

On pourroit dire briefvement V R 3, donne RT 2, combien la colonne 6 lb? viendroit  $\mathcal{A}$  4 lb, comme devant, dont la raison sera deduite en la suivante 15 proposition.

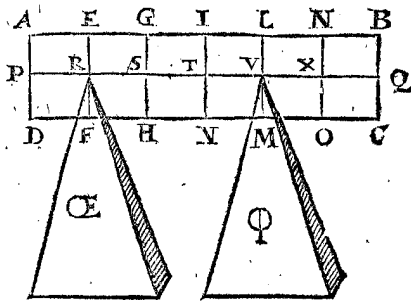
COROLLAIRE I.

Puis que la colonne pese 6 lb, & que  $\mathcal{A}$  enleve 4 lb, il s'en suit donc que la pointe R de la pyramide OE, en soustient 2 lb.

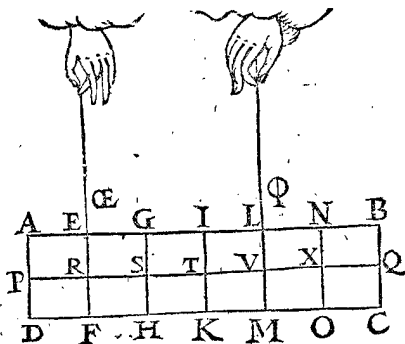
Que si on mettoit en R un elevant direct  $\Pi$ , au lieu de la pyramide OE, iceluy  $\Pi$  en eleveroit aussi 2 lb.



Ou bien si au lieu de  $\mathcal{A}$ , on supposoit la pyramide  $\Phi$ , elle soustieroit 4 lb, & OE 2 lb.

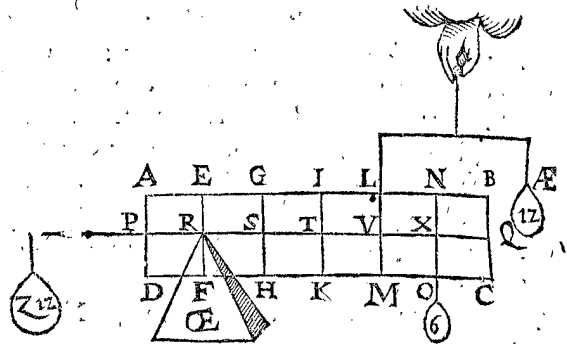


Ou, si on suspendoit la colonne par les deux lignes paralleles R OE & V Phi, comme icy, de mesme la ligne OE R soustieroit 2 lb, & V Phi 4 lb.



COROLLAIRE II.

Si on attachoit un poids en la colonne; comme par exemple en X 6 lb; Z devra peser 12 lb, & par consequent  $\mathcal{A}$  12 lb.



THEOREME VII. PROPOSITION XV.

Deux points estans dans l'axe d'une colonne, l'un ferme, l'autre mouvant: L'elevant direct au mouvant, tenant la colonne en equilibrium, a telle raison à la colonne, comme la partie de l'axe entre le centre de gravité de la colonne, & le point ferme, à la partie de l'axe entre les points ferme & mouvant.

DECLARATION.

Il appert en la figure de la 14 proposition que comme  $\mathcal{A}$  4 lb, à la pesanteur de la colonne 6 lb, ainsi TR à RV: mais declarant la cause Mathematiquement, il faut sçavoir que comme le poids Z au poids de la colonne, ainsi RT à RY, par la premiere proposition: Mais  $\mathcal{A}$  est egal à Z, & RV à RY, par l'hypothese: comme donc  $\mathcal{A}$  à la colonne, ainsi TR à RV.

Conclusion. Deux points donc estans dans l'axe d'une colonne, l'un ferme, l'autre mouvant, &c.

THEOREME VIII. PROPOSITION XVI.

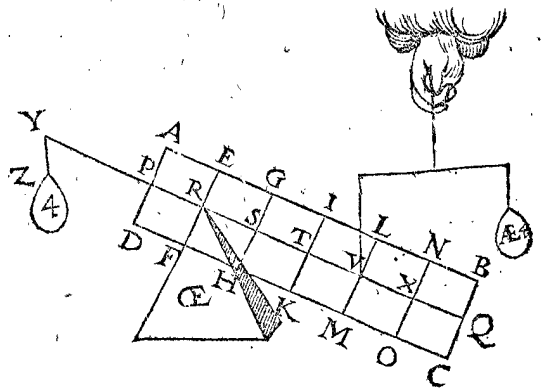
Deux points estans dans l'axe d'une colonne, l'un ferme, l'autre mouvant: L'elevant direct au mouvant qui peut tenir la colonne en une disposition, la tiendra en toute autre quelconque.

Le donné. Soit la colonne avec ses poids de la 14 proposition, changée de disposition sur le point ferme R, comme cy joignant, &  $\mathcal{A}$  4 lb elevant direct.

Le requis. Il faut demonstrier que l'elevant direct  $\mathcal{A}$  tiendra aussi la colonne en ceste disposition.

DEMONSTRATION.

Ostons  $\mathcal{A}$ , & attachons Z 4 lb, alors par la 10 proposition, la colonne se tiendra en ceste disposition;



mais  $\mathcal{A}$  agit en V autant que Z en Y, par la 13 proposition, parquoy ostant Z, & remettant  $\mathcal{A}$ , iceluy tiendra aussi la colonne en telle disposition.

Conclusion. Deux points donc estans dans l'axe, &c.

THEOREME IX. PROPOSITION XVII.

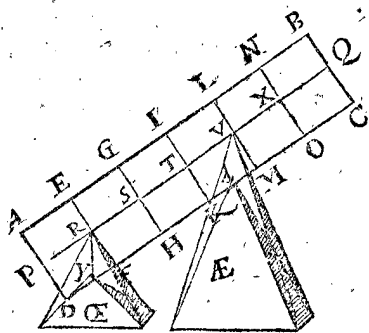
Une colonne reposant sur deux points en l'axe ; comme les parties de l'axe , entre le centre de gravité & chacun d'iceux points, ainsi les pesanteurs de la colonne reposans sur les mesmes points, d'ordre reciproque.

Le donné. Soit ABCD une colonne pesante 6 lb, partie selon la i proposition , reposant es deux points R, V, sur les pointes ou sommets de OE & AE.

Le requis. Il faut demonstrier que comme TR à TV, ainsi la pesanteur qui repose sur le sommet de AE au point V, à la pesanteur qui repose sur le sommet de OE au point R.

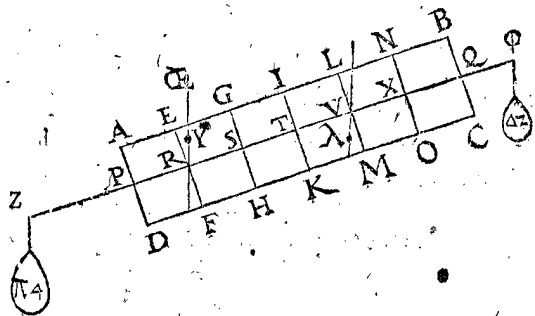
DEMONSTRATION.

TR est double à TV par l'hypothese, & sur la pointe de AE reposent 4 lb, & de OE 2 lb, par le premier corollaire de la 14 proposition; mais 4 lb à 2 lb sont aussi



doubles : comme donc TR à TV, ainsi le poids reposant sur la pointe de AE, au poids reposant sur la pointe de OE.

Mais pour demonstrier necessairement la generalité de la consequence : soit prolongée VR en Z, tellement que RZ soit egale à RV : prenant puis après R pour le point ferme, alors en Z reviendra  $\Pi$  4 lb, pour tenir la colonne en telle disposition, par la 3 proposition. Or ce qui tient la colonne en V, comme AE, y fait autant que  $\Pi$  : prolongeant en après RV jusques en  $\Phi$ , faisant V $\Phi$  egale à VR, & prenant V, comme point ferme : alors en  $\Phi$  se trouvera devoir estre  $\Delta$ , un poids de 2 lb, pour tenir la colonne en telle disposition par le troisieme exemple : mais ce qui en R, tient la colonne, (tout ainsi que OE) y apporte autant de force que  $\Delta$ , par la 13 proposition. Donc sur OE repose un faix egal à  $\Delta$ . Maintenant puis que  $\Pi$  est equilibre à la colonne au point ferme commun R, le rayon TR, aura telle



raison à l'autre RZ, comme  $\Pi$  à la colonne, par la 1 proposition : De mesme prenant V pour le point ferme, alors le rayon TV aura telle raison au rayon V $\Phi$ , comme  $\Delta$  à la colonne, mais RZ est toujours egale à V $\Phi$  : Nous avons donc icy deux proportions, chacune de 4 termes, desquelles 2 termes conviennent entr'eux, savoir les deuxiesme & quatriesme ; comme,

TR, RZ ;  $\Pi$ , colonne.  
aussi TV, V $\Phi$  ;  $\Delta$ , colonne.

Parquoy TR à TV sera comme  $\Pi$  à  $\Delta$  : & puis que  $\Pi$  est egal au poids de la colonne, qui repose sur la pointe V de la pyramide AE, & de mesme le poids  $\Delta$  est egal à ce faix, qui repose sur la pointe R de la pyramide OE : parquoy comme TR à TV, ainsi le poids qui repose sur la pointe V, à celui qui repose sur la pointe R, des pyramides AE & OE.

Conclusion. La colonne donc reposant sur deux points en l'axe : comme les parties de l'axe, entre le centre de gravité & un chacun d'iceux points, ainsi les pesanteurs de la colonne reposans sur les mesmes points, d'ordre reciproque, comme il a esté proposé au commencement.

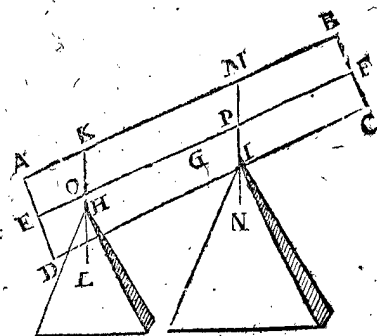
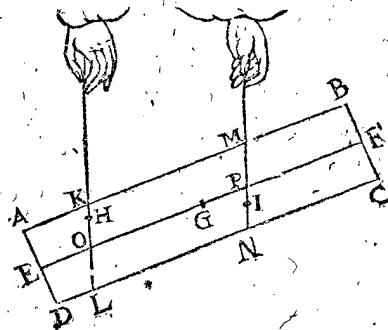
COROLLAIRE.

Si les deux points sur lesquels la colonne repose, estoient es perpendiculaires par R & V, les mesmes poids s'y reposeroient aussi bien que devant : Soyent par exemple des perpendiculaires par R & V, & en icelles pris des points, comme Y &  $\lambda$ , sur lesquels soit posé que la colonne repose ; il appert que sur Y reposent 2 lb, & sur  $\lambda$  4 lb, d'où procede le theoreme suivant.

THEOREME X. PROPOSITION XVIII.

Une colonne reposant sur deux points quelconques, comme les parties de l'axe, entre les perpendiculaires passantes par iceux points & le centre de gravité de la colonne, ainsi reciproquement les poids de la colonne qui reposent sur les mesmes points.

Le donné. Soit ABCD une colonne, l'axe EF ; G centre de gravité, les deux points sur lesquels la colonne repose soient H, I, par où passent les perpendiculaires KL, MN, coupans l'axe en O, P : Je dis que



comme GO à GP, ainsi la pesanteur de la colonne qui repose sur le point I, à celle qui repose sur le point H : dont la demonstration est manifeste par le corollaire de la precedente 17 proposition. Toutesfois pour faire la declaration plus ample de la necessité de consequence, soit H estimé estre au lieu de O ; alors le poids reposant sur H aura telle raison au poids reposant sur P, comme GP à GO, par la 17 proposition. Supposons puis après que H demeurant ferme, la colonne soit abaissée plus bas, autant que de H en O ; cela n'altere en rien le poids, par la 3 petition : Semblablement sera demonsté que la pesanteur qui repose

sur P, repose aussi sur I, & partant comme GO à GP, ainsi seront les pesanteurs qui reposent sur I & H.

*Conclusion.* Une colonne donc reposant, &c.

COROLLAIRE.

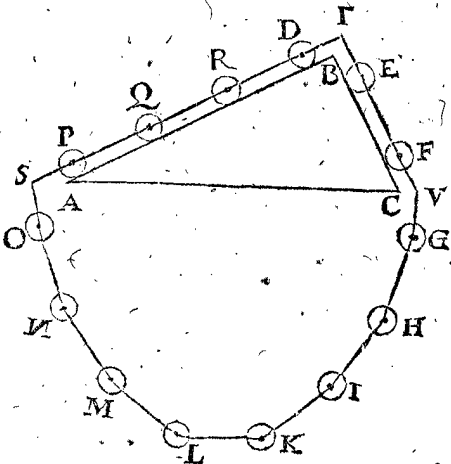
Il est manifeste par ce que devant, que voulant reconnoître la raison de la pesanteur reposant sur I, à celle qui repose sur H, qu'on doit à ceste fin mener les perpendiculaires KL, MN, coupant l'axe es points O, P; & que la raison de GO à GP seroit la requise; ainsi donc, lors que la pesanteur de la colonne est notoire, qu'aussi seront les pesanteurs de celles qui reposent sur chacun point, tel que H, I.

**JUSQUES ICI ONT ESTE**  
 déclarées les proprietéz des pesanteurs directes; suivent les proprietéz & qualitez des obliques, desquelles le fondement general est compris au Theoreme suivant.

THEOREME XI. PROPOSITION XIX.

Si un triangle, a son plan perpendiculaire à l'horizon, & sa base parallele à iceluy; & sur un chacun des deux autres costez un poids spherique, de pesanteur egale; comme le costé dextre du triangle, au fenestre; ainsi la puissance du poids fenestre, à celle du poids dextre.

*Le donné.* Soit ABC un triangle ayant son plan perpendiculaire à l'horizon, & sa base AC parallele à iceluy horizon: & soit sur le costé AB (qui est double à BC) un poids en globe D, & sur BC un autre E, egaux en pesanteur & en grandeur.



*Le requis.* Il faut demonstrer que comme le costé AB 2 au costé BC 1, ainsi la puissance ou pouvoir du poids E à celle de D.

*Preparation.* Soit accommodé à l'entour du triangle un entour de 14 globes, egaux en pesanteur, en grandeur, & equidistans, comme D, E, F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R, enfilez d'une ligne passant par leurs centres, ainsi qu'ils puissent tourner sur leurs susdits centres, & qu'il y puisse avoir 2 globes sur le costé BC, & 4 sur BA, alors comme ligne à ligne, ainsi le nombre des globes au nombre des globes: qu'aussi en S, T, V, foyent trois points fermes, dessus lesquels la ligne, ou le filet puisse couler, & que les deux parties au dessus du triangle foyent paralleles aux costez d'iceluy AB, BC; tellement que le tout puisse tourner librement & sans accrochement, sur lesdits costez AB, BC.

DEMONSTRATION.

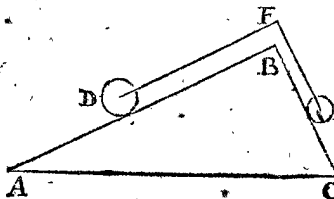
Si le pouvoir des poids D, R; Q, P, n'estoit egal au pouvoir des deux globes E, F, l'un costé sera plus pesant

que l'autre, donc (s'il est possible) que les 4 D, R, Q, P, foyent plus pesans que les deux E, F; mais les 4 O, N, M, L, sont egaux aux 4 G, H, I, K; parquoy le costé des 8 globes D, R, Q, P, O, N, M, L, fera plus pesant selon leur disposition, que non pas les 6, E, F, G, H, I, K, & puis que la partie plus pesante emporte la plus legere, les 8 globes descendront, & les autres monteront: Qu'il soit ainsi donc, & que D vienne, où O est presentement, & ainsi des autres; voire que E, F, G, H, viennent, où sont maintenant P, Q, R, D, aussi I, K, où sont maintenant E, F: Ce neantmoins l'entour des globes aura la mesme disposition qu'auparavant, & par mesme raison les 8 globes auront le dessus en pesanteur, & en tombant feront revenir 8 autres en leurs places, & ainsi ce mouvement n'auroit aucune fin, ce qui est absurde. Et de mesme sera la demonstration de l'autre costé: La partie donc de l'entour D, R, Q, P, O, N, M, L, sera en equilibrio avec la partie E, F, G, H, I, K; que si on oste des deux costez, les pesanteurs egales, & qui ont mesme disposition, comme sont les 4 globes O, N, M, L, d'une part; & les 4, G, H, I, K, d'autre part; les 4 restans D, R, Q, P, seroit & demeureront en equilibrio avec les 2 E, F; parquoy E aura un pouvoir double au pouvoir de D; comme donc le costé BA 2, au costé BC 1, ainsi le pouvoir de E, au pouvoir de D.

*Conclusion.* Si un triangle donca son plan, &c.

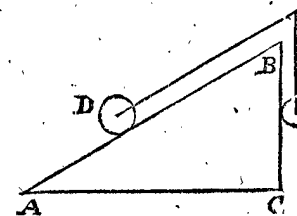
COROLLAIRE I.

Soit ABC un triangle comme devant, & AB double à BC, & soit D un globe sur AB, double à E, qui est sur BC; en F soit un point ferme, par dessus lequel la ligne DFE puisse couler sans empeschement, ainsi que DF, FE foyent paralleles aux costez du triangle ABC, procedantes des centres des globes; il appert que D, E seront encor en equilibrio, puis que cy-dessus P, Q, R, D, l'estoyent à E, F; parquoy comme AB à BC, ainsi le globe D au globe E.



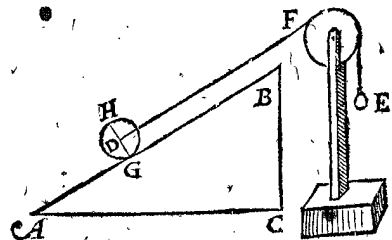
COROLLAIRE II.

Soit maintenant l'un des costez du triangle, comme BC (qui est moitié de l'autre AB) perpendiculaire à AC, comme cy joignant; le globe D, qui est double à E, sera encor en equilibrio avec E, car comme le costé AB à BC, ainsi le globe D au globe E.



COROLLAIRE III.

Soient derechef les mesmes posées, mais au lieu du point ferme F, soit adaptée une poulie comme icy, ainsi que DF demeure parallele à AB; & que E soit un

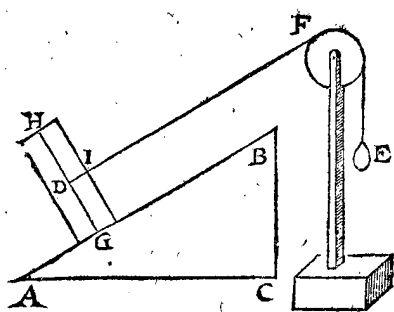


poids de quelle figure que ce puisse estre, egal en pesanteur à celuy de devant; iceluy avec D, seront encor en equilibrio, parquoy comme AB à BC, ainsi D à E.

COROLLAIRE

COROLLAIRE IV.

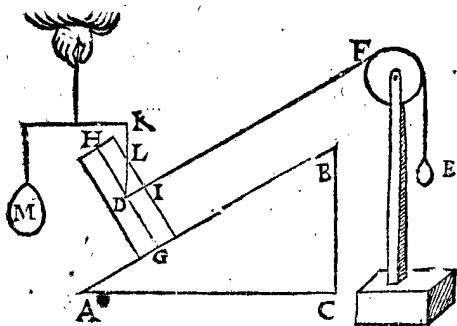
Veü qu'au globe D du troisieme corollaire, l'axe par G, comme GH, estoit perpendiculaire à AB, soit au lieu d'iceluy globe, mis un autre corps, comme icy D,



ayant son axe HG perpendiculaire aussi à AB; & l'elevation oblique DF encore parallele à AB, coupant le costé de la colonne en I, il appert que comme AB à BC, (double comme devant) ainsi la colonne D au poids E.

COROLLAIRE V.

Soit icy menée une perpendiculaire par le centre de la colonne D, comme DK, coupant le costé d'icelle en L; alors le triangle LDI sera semblable au triangle ABC, car les angles ACB, & LID sont droits, & LD est parallele à BC, & DI à AB; parquoy comme AB

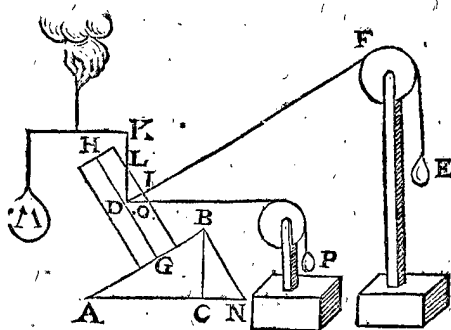


à BC, ainsi LD à DI: Mais comme AB à BC, ainsi la colonne au poids E, par le quatrieme corollaire: Donc comme LD à DI, ainsi la colonne à E: Que si en KD on applique un elevat direct M, equilibre avec la colonne, il sera egal en pesanteur à icelle, par la quatrieme proposition: Et finalement comme LD à DI, ainsi M à E.

COROLLAIRE VI.

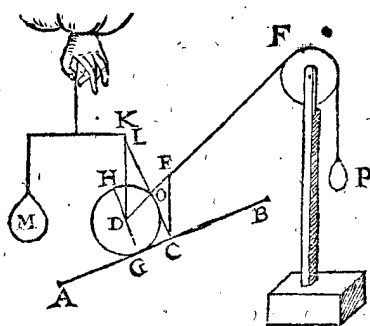
Soit menée BN, coupant AC prolongée en N, & de mesme DO coupant LI prolongée en O, tellement que l'angle IDO soit egal à l'angle CBN, puis soit appliqué l'elevat direct P à DO, tenant la colonne en telle disposition (ayant osté les poids M, E) alors d'autant que LD est homologue à BA au triangle BAC; & DI avec BC, il s'enfuit, que puis que BA à BC est comme le poids sur BA au poids sur BC, par le deuxieme corollaire; qu'aussi DL à DI, ainsi le poids appartenant à DL à celui de DI, c'est comme M à E: Semblablement les trois lignes LD, DI, DO estans homologues aux trois AB, BC, BN; alors BA à BN estant comme les pesanteurs y appartenans, qu'aussi LD à DO seront comme les pesanteurs y appartenans, c'est à dire com-

me M à P: Et de mesme feroit, si BN estoit de l'autre costé de la perpendiculaire BC, assavoir entre AB, BC,



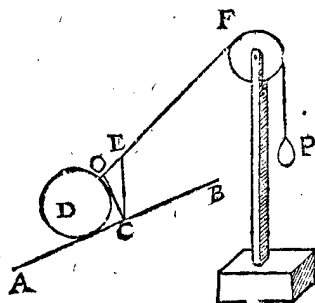
& semblablement DO entre DL & DI: Car ceste proportion n'est pas seulement lors que l'elevation, comme DI, est perpendiculaire à l'axe, mais en toute sorte d'angles.

Ce que dessus peut aussi estre entendu d'un globe sur la ligne AB, comme icy joignant, là où nous dirons comme devant: Que comme LD à DO, ainsi M à P, (pourveu que CL soit en angles droits sur AB, c'est à dire parallele à l'axe HG du globe D) & partant comme LD à DO, ainsi la pesanteur du globe, à P:



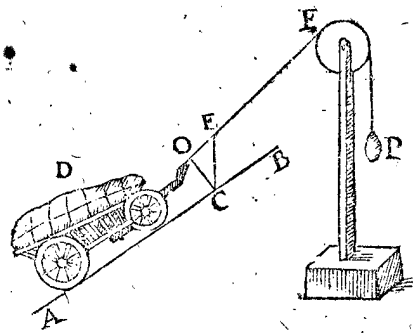
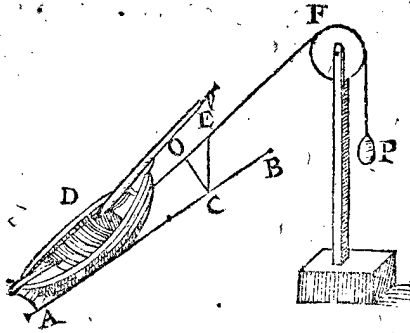
Mais puis que LD, DO ne peuvent pas bonnement estre tracées, au dedans du corps du globe, soit CE perpendiculaire, alors on aura un triangle CEO au dehors de la solidité, semblable à LDO: Dont les costez homologues sont LD, CE, aussi DO, EO; parquoy comme LD à DO, c'est à dire CE à EO, ainsi la pesanteur du globe, à P.

Soyent lesdites lignes à part pour plus ample déclaration, comme cy joignant, où nous dirons que



CE est à EO, ainsi la pesanteur du globe D à celle de P.

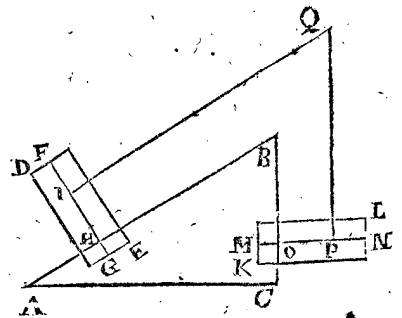
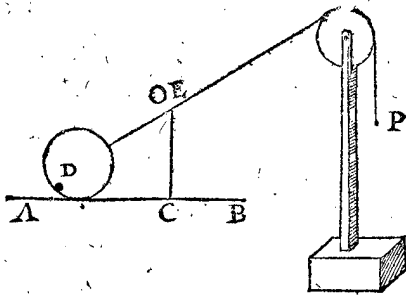
Et cela non pas seulement des globes, mais de toute autre sorte de corps solides, coulans ou roulans, comme icy joignant (desquels nous traiterons particulie-



rement en la pratique de Statique) où nous dirons aussi que comme CE à EO, ainsi le poids du corps solide D, au poids de P.

Il appert aussi, que la ligne AB estant parallele à l'horizon, comme icy joignant, que CE & CO, conviendront en une mesme ligne, & ainsi n'y aura nulle distance entre O, & E, & par consequent nulle raison de CE à EO, ce qui donne à entendre que la moindre pesanteur en P, quelle que ce soit, ne pourra estre en equi-

corollaire. Soit ABC un triangle, dont le costé AB soit double à BC, & BC soit perpendiculaire à AC: Et soit DE une colonne, dont l'axe FG est perpendiculaire sur AB, & coupant AB au point H, de plus soit I quelque point en l'axe, & KL une autre colonne egale



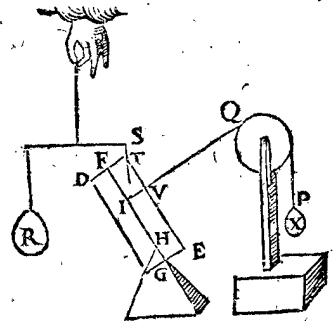
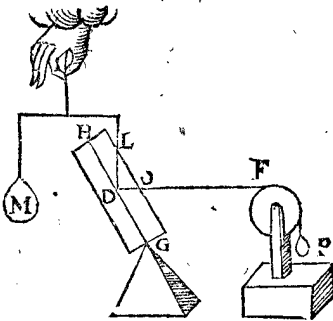
libre avec D, mais emportera & fera rouler D (entendant cecy selon la maniere de parler es Mathematiques) quelle pesanteur que D puisse avoir: D'où s'ensuit que toute pesanteur conduite le long d'un plan horizontal, comme bateaux flottans sur l'eau, chariots le long des plaines, &c. n'ont pas besoing seulement pour les faire mouvoir, de la force d'une mouche, sinon qu'à cause des empeschemens, que font l'eau, l'air, le frottement des rouës, & le choquement des mesmes contre le pavé mal uny, aussi le frottement de l'essieu dedans le moyeu, & choses semblables.

& semblable à la precedente DE, & O un point de l'axe touchant BC, & de mesme disposition en la colonne que H à la sienne: soit aussi P un autre point de telle disposition à la colonne KL, que I à DE; & un point ferme, par dessus lequel la ligne IQP, puisse couler & demeurer parallele à ABC: Alors pour les raisons deduites à la 19 proposition des 14 globes, (ce que nous pourrions aussi faire avec plusieurs colonnes;) la puissance de disposition du poids KL sera double, à celle du poids DE.

COROLLAIRE VIII.

Soit adapté l'elevant direct R, au point I du septiesme corollaire; la ligne d'elevation directe soit IS coupant la colonne en T; & IQ la colonne en V; & soit

Mais d'autant que le triangle ABN du sixiesme corollaire, ne cause aucun changement en ceste proportion, osons le doresnavant, prenant G pour point fer-



me de la colonne, reposant comme icy joignant sur la pointe ou sommet d'une pyramide, & dira-on encor comme devant, que comme LD à DO, ainsi M à P.

X au lieu de la precedente colonne KL, egal à la moitié du poids de la colonne susdite KL; Soit aussi osté le triangle ABC, que la colonne repose sur la pointe H, comme icy: Et pour les precedentes raisons, comme TI à IV, ainsi R à X. Et ce non pas seulement lors que IV est perpendiculaire sur l'axe FG, mais oblique ainsi qu'il advient: ce qu'on pourroit aussi demonstrier particulièrement, n'estoit que le tout est manifesté suffisamment par le sixiesme corollaire.

COROLLAIRE VII.

Or afin qu'on voye que ceste proportion ne consiste pas seulement en ce que l'elevation directe DL, vienne du centre de la colonne, & que le point ferme soit à l'extremité de l'axe, comme cy-dessus en G au sixiesme

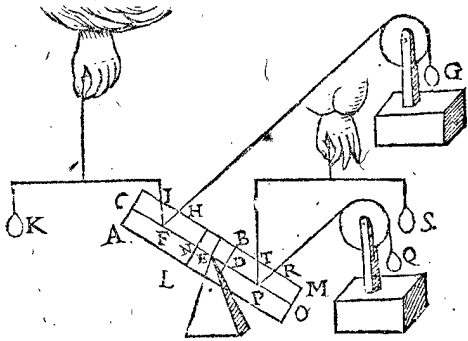
COROLLAIRE IX.

Nous avons declaré ceste proportion au huitiesme corollaire, là où le point mouvant l'estoit plus haut que le ferme H, & où la ligne d'elevation oblique IV se re-



se tenoit du costé du point ferme H ; nous demonstres maintenant que la mesme proportion est aux autres dispositions ; & premierement où le point mouvant est plus bas que le ferme , & là où la ligne d'elevation oblique se destourne du point ferme , en ceste maniere.

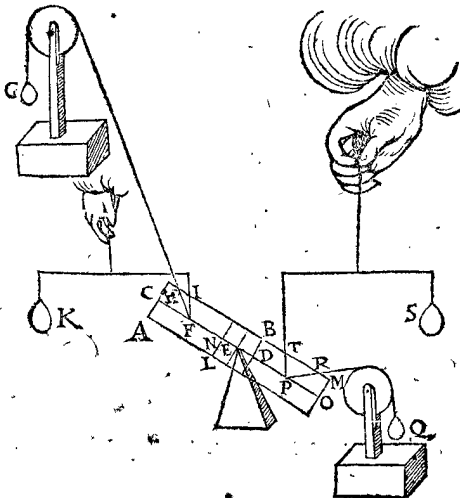
Soit AB une colomne , dont E point ferme a l'axe CD , & le point mouvant F ; aussi l'elevant oblique qui la tient en telle disposition soit G , sa ligne FH , & EI l'elevation directe , & K son poids . Soit LM aussi une colomne , egale & semblable à la colomne AB , son axe NO ; point ferme E , & point mouvant P , ainsi que EN & ED soyent egales , & EF à EP , aussi l'elevant oblique Q , egal à G ; sa ligne PR soit parallele à FH ; aussi l'elevant droit S soit egal à K , sa ligne



d'elevation directe PT : Ce qu'estant ainsi , prenons que AM soit une colomne , son centre de gravité & point ferme sera E par l'hypothese : Otons les poids K , G , S , Q , lors la colomne AM tiendra sur E toute sorte de disposition qu'on voudra par la 7 proposition : il demeurera donc ainsi , & les colomnes AB , LM feront equiponderantes : remettons les poids Q , G , lesquels attachez de mesme à choses equiponderantes , & de mesme disposition , alors par la 13 proposition Q agira tellement à la colomne AM , & partant Q agira tellement à la colomne LM , que G à la sienne AB ; mais la pesanteur de G est de tenir AB en telle disposition , par le sixiesme corollaire ; donc la pesanteur de Q , sera de tenir LM en telle disposition ; & de mesme K de tenir AB , ainsi donc la pesanteur de S pourra tenir la colomne LM en telle disposition : Or comme IF à FH , ainsi K à G par le huitiesme corollaire : mais TP est egale à IF , & PR à FH , aussi S à K , comme aussi Q à G : & partant comme TP à PR , ainsi S à Q . D'où se conclud , que ceste proportion est aussi bien aux exemples , qui ont le point mouvant P , plus bas que le point ferme E , & où l'elevation oblique PR se destourne du point ferme E , lequel est là plus haut , & la ligne d'elevation oblique tire du costé du point ferme ; comme nous avons dit.

COROLLAIRE X.

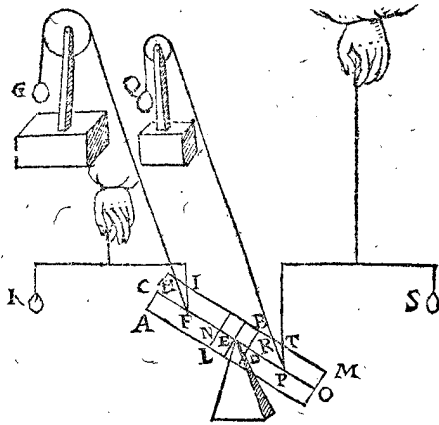
Que la figure presente soit de mesme que la prece-



dente , excepté qu'icy FH se destourne de FI de l'autre costé , & que l'angle HFC est egal à RPO , d'où vient que G agit autant en la colomne AM que Q , & pour les raisons du neufiesme corollaire G agit autant à la colomne AB , que Q à la colomne LM ; maintenant par le neufiesme corollaire TP à PR , ainsi S à Q ; & puis que IF est egale à TP , & FH à PR , & K à S , & G à Q , alors comme IF à FH , ainsi K à G .

COROLLAIRE XI.

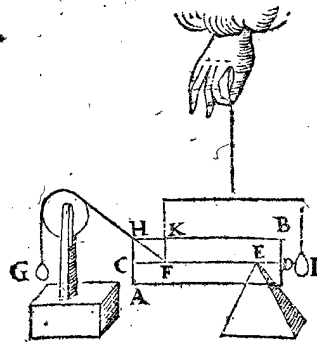
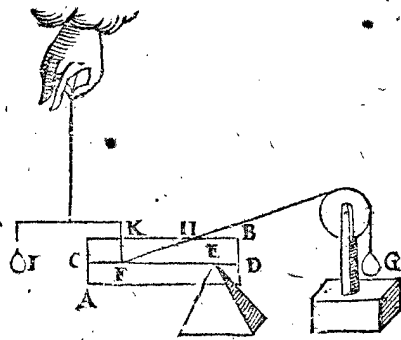
Que la figure presente soit aussi de mesme que la precedente , excepté qu'icy PR est de l'autre costé de PT , & PR parallele à FH , d'où s'enfuit que Q agit autant que G à la colomne AM , & pour les raisons du neufiesme corollaire , Q agit de mesme à LM , que



G à AB : Or comme IF à FH , ainsi K à G , par le sixiesme corollaire ; & d'autant que TP est egale à IF ; & PR à FH , & S à K , & Q à G , alors TP à PR , ainsi S à G : Et pareillement on demonstrera que ladite proportion est aux autres dispositions par leurs contraires.

COROLLAIRE XII.

Or que ceste proportion convienne aussi à la disposition , où l'axe est parallele à l'horizon , il est manifeste comme s'enfuit : Soit AB une colomne , & l'axe CD parallele à l'horizon , E point ferme , F mouvant ;



G elevant oblique , tenant la colomne en ceste disposition , sa ligne FH , & l'elevant droit , tenant aussi la colomne en tel estat sa ligne FK . Ce qu'estant icy posé , posons maintenant , s'il estoit possible , que KF à FH

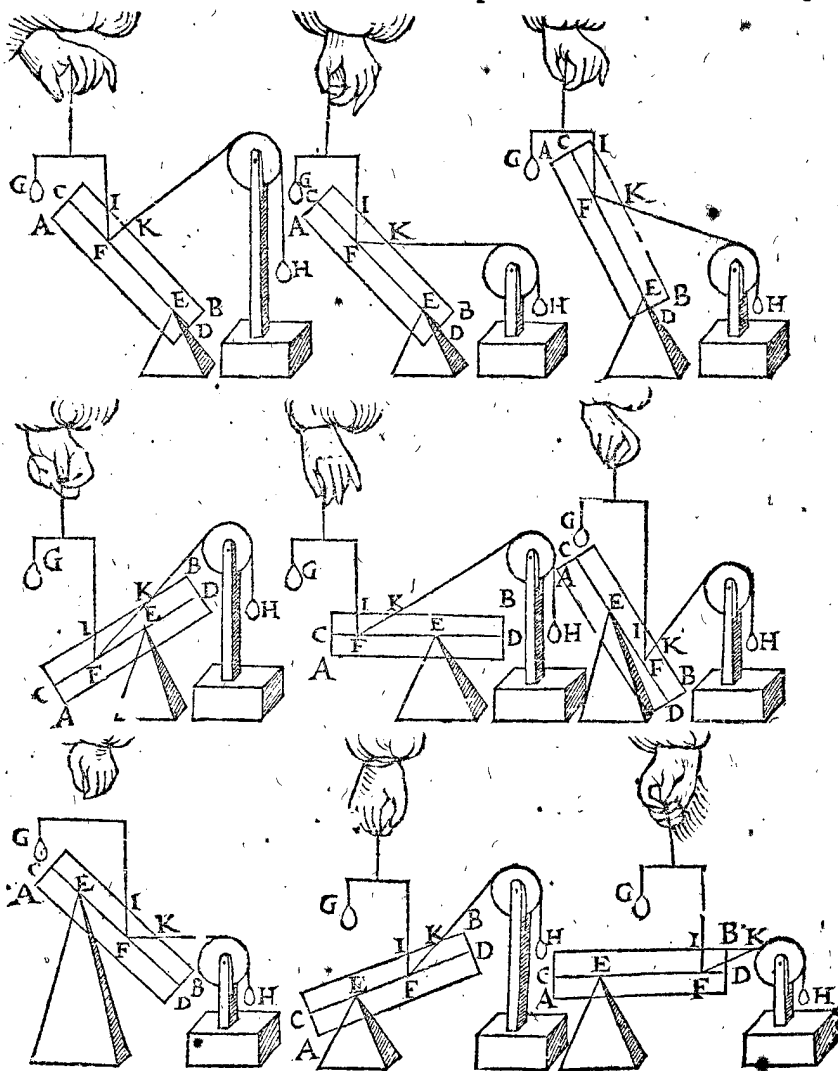
aye une autre raison, que I à G : Et par exemple, K F à FH ; soit comme 1 à 2 ; mais I à G, comme 3 à 7 : Puis ayant abaissé la colonne de la premiere figure, ou haussé celle de la seconde, tant que K F à F H soit comme 3 à 7, alors G sera en equilibrio avec la colonne par les precedens corollaires : Tellement que la colonne estant élevée ou deprimée, G y demeurera en equilibrio: ce qui est manifestement impossible, comme il sera aussi démontré Mathematiquement par la 22 proposition suivante. K F donc à F H n'a autre raison, que I à G.

De toutes les choses precedentes nous decrivons le theoreme suivant.

THEOREME XII. PROPOSITION XX.

S'il y a dans l'axe de la colonne un point ferme, & un mouvant, auquel il puisse estre tenu en quelque disposition par le moyen d'un elevant direct : Comme la ligne d'elevation droite à la ligne d'elevation oblique, ainsi l'elevant direct à l'elevant oblique.

Le donné. Soit AB une colonne, son axe CD, E point ferme, F mouvant, laquelle soit ainsi soutenue par l'elevant droit G, comme aussi par l'elevant oblique H (lors que G n'y est pas) puis l'elevation droite coupe la colonne en I, & l'oblique en K : je dis, que



comme l'elevation droite IF à l'elevation oblique FK, ainsi l'elevant droit G, à l'elevant oblique H; ce qui est manifeste par les precedentes.

Conclusion. S'il y a donc dans l'axe de la colonne, &c.

NOTEZ.

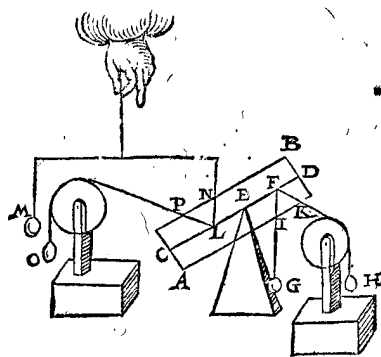
Si quelques lignes, comme IF, FK, ne coupoyent pas le costé de la colonne, on les prolongera jusques à ce qu'elles le coupent, comme en la derniere figure precedente.

THEOREME XIII. PROPOSITION XXI.

S'il y a dans l'axe de la colonne un point ferme, & un mouvant, auquel il puisse estre tenu en quelque disposition, tant par un deprimant direct qu'oblique : Comme la ligne de depression droite à l'oblique, ainsi le deprimant droit à l'oblique.

Le donné. Soit AB une colonne, & dans l'axe CD soyent les points E ferme, & F mouvant, auquel establisant deux poids deprimans, comme G direct & H

oblique, tellement que chacun d'iceux la puisse tenir en ceste disposition, puis les lignes de depression soyent la droite FI & FK l'oblique.



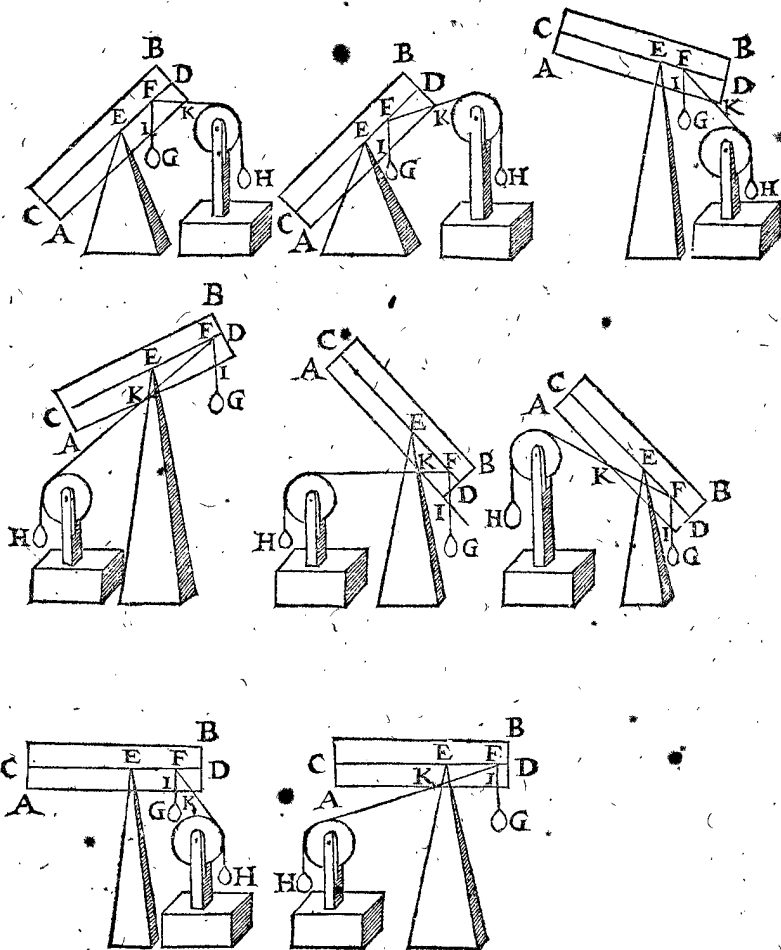
Le requis. Il faut demonstrer que comme IF à FK, ainsi G à H.

Preparation. Soit EL egale à EF, & establisant à L l'elevant directe M, qui puisse tenir la colonne en telle dispo-

disposition, dont LN l'elevation directe : Semblablement un elevant oblique O en L, & LP sera son elevation oblique, tellement qu'il puisse aussi tenir la colonne en telle disposition, & que PL soit parallele à FK.

DEMONSTRATION.

Comme NL à LP, ainsi M à O, par la 20 proposition. Or G & M agissent également à la colonne par la 13 proposition, comme aussi H & O : Parquoy com-



me IF à FK, ainsi G à H, d'autant que IF & LN sont égales, comme aussi PL & FK : Et semblable sera la demonstration des autres dispositions, comme aux figures suivantes.

Conclusion. Si dans l'axe de la colonne, &c.

PROBLEME IX. PROPOSITION XXII.

Si dans l'axe de la colonne donné, y a deux points, l'un ferme, l'autre mouvant, auquel y a un poids incognu qui tient la colonne en une disposition donnée : Cognoistre ledit poids.

Le donné. Soit ABCD une colonne, pesante 6 lb, departie comme en la 1 proposition : Et les points donnez, X ferme, S mouvant, auquel y a un poids incognu Y elevant oblique, equilibre avec la colonne, & sa ligne coupe le costé de la colonne AB en OE.

Le requis. Il faut trouver combien l'elevant oblique Y pese.

CONSTRUCTION.

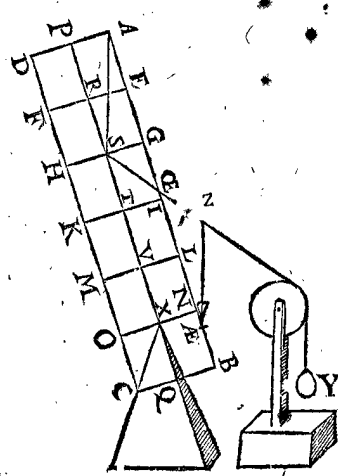
On verra quel elevant direct en S, pourroit tenir la colonne en ceste disposition, lequel sera trouvé par la 14 proposition de 4 lb : Et puis on cherchera quelle raison il y a de quelque perpendiculaire, comme ZÆ à ZOE, je prens que ce soit comme 2 à 1, d'où faudra dire, si 2 donne 1, combien l'elevant droit 4 lb ? viendra pour Y 2 lb, & autant pese-il.

Preparation. Soit menée une perpendiculaire par S, comme AS.

DEMONSTRATION.

Comme AS à SOE, ainsi l'elevant droit à l'oblique Y, par la 20 proposition; mais le triangle OEZÆ est semblable à OESA; comme donc AS à SOE, ainsi ÆZ à ZOE; & passant comme ÆZ 2 à ZOE 1, ainsi l'elevant droit 4 lb à Y, qui pesera donc 2 lb; ce qu'il falloit cognoistre : Et ainsi de tous autres.

Conclusion. Si donc dans l'axe de la colonne-donnée, y a deux points, l'un ferme, l'autre mouvant, auquel y a un poids incognu qui tient la colonne en une disposition donnée : cognoistre ledit poids.



NOTEZ I.

Nous eussions peu dire en la construction, AS 2 donne SOE 1, combien l'elevant droit 4 lb ? eut venu pour Y 2 lb; mais d'autant qu'on ne peut tracer ces lignes AS, SOE dans le corps solide, pourtant aussi on a mené la perpendiculaire ZÆ exterieurement.

NOTEZ

NOTES II.

\* Il est aussi manifeste que des 4 termes, comme elevant droit, elevation directe, elevation oblique, & la colonne, si 3 sont connus, que le 4 quelconque sera notoire; ce qui se peut faire par raison inverse ou alterne.

THEOREME XIV. PROPOSITION XXIII.

**L**es poids egaux, desquels les lignes font des angles egaux à l'axe à dextre & à senestre, venans d'un mesme point agissent également à la colonne.

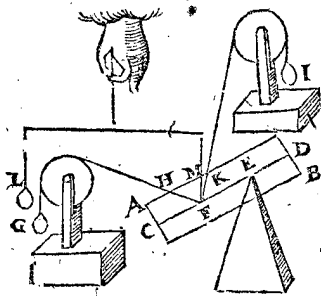
*Le donné.* Soit AB une colonne, son axe CD, auquel il y a un point ferme E, & mouvant F, d'où sont établis diversément deux poids G, I, desquels les lignes HF, FK, font des angles egaux CFH, DFK à dextre & à senestre.

*Le requis.* Il faut demonstrier que les poids G, I agissent également, à sçavoir que si G peut tenir la colonne en telle disposition, qu'aussi fera I.

*Preparation.* Soit adapté en F un elevant droit I, qui tienne seul la colonne en la mesme disposition, que G seul.

DEMONSTRATION.

D'autant que HK & CD sont paralleles, & les angles HFC, KFD egaux par l'hypothese, il s'ensuit que les lignes HF, FK seront egales; & partant qu'elles auroyt mesme raison à une tierce MF; à sçavoir que comme MF à FH, ainsi MF à FK; mais comme MF à FH, ainsi L à G, ou bien L à I (car G & I sont posez egaux): Donc comme MF à FK, ainsi L à I; & par consequent I seul tiendra aussi



la colonne AB en mesme disposition que G seul, & partant ils agiront également en la colonne, & semblable fera la demonstration es autres exemples.

*Conclusion.* Les poids donc egaux, desquels, &c.

THEOREME XV. PROPOSITION XXIV.

**L**es poids desquels les lignes sont à angles droits sur l'axe, agissent alors le plus sur la colonne en quelle disposition que ce soit.

*Le donné.* Soit AB une colonne, l'axe CD, le point ferme E, le mouvant F, & G un poids, duquel la ligne FH est perpendiculaire à l'axe CD; & tenant la colonne en telle disposition; puis soit un autre poids I égal à G, mais faisant avec la ligne KF un angle oblique à l'axe CD, & au mesme point F.

*Le requis.* Il faut demonstrier que I ne pourra tenir la colonne en telle disposition, comme n'agissant pas tant que G, nonobstant qu'ils soyent egaux en poids; pource que la ligne KF fait un angle oblique à l'axe.

*Preparation.* Soit adapté un poids L, elevant direct, tenant la colonne en la mesme disposition, que fait G.

DEMONSTRATION.

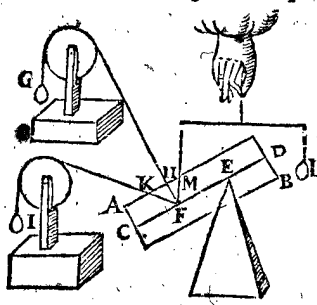
A. Tout poids qui a moindre raison à L, que sa ligne à FM, est trop leger pour tenir la colonne en telle disposition, par la 20 proposition.

I. Le poids I a moindre raison à L, que KF à FM.

I. Le poids I donc est trop leger pour tenir la colonne en telle disposition.

La demonstration de la mineure est telle. Le poids G a telle raison à L, que HF à FM; d'autant que G

tient la colonne en telle disposition, aussi L tout seul. Et puis que G & I sont egaux; alors I à L sera comme HF à FM: mais pource que FH est perpendiculaire



à CD, ou AM, KF sera majeure à FH; par la 47 proposition du premier livre d'Euclide; & ainsi HF à FM (qui est I à L) sera moindre raison, que non pas KF à FM; c'est à dire que I a moindre raison à L, que la ligne KF à FM.

Parquoy I sera trop leger pour tenir la colonne en telle disposition.

*Conclusion.* Les poids desquels, &c.

THEOREME XVI. PROPOSITION XXV.

**S**i une colonne est suspendue par deux lignes non paralleles, icelles produictes se rencontreront dans la perpendiculaire de gravité de la colonne.

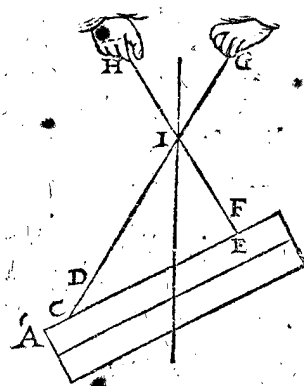
1 Exemple.

*Le donné.* Soit AB une colonne, suspendue ou attachée aux deux lignes CD, EF; lesquelles produictes se rencontrent en I.

*Le requis.* Il faut demonstrier que le point I est en la perpendiculaire de gravité de la colonne AB.

DEMONSTRATION.

L'angle FEC, ou IEC, ou HEC est le mesme,



aussi DCE, ICE, ou GCE; parquoy quelques points qu'on prenne à chaque ligne HE & CG pour suspendre la colonne, elle se tiendra en mesme disposition; mais estant suspendue au point I, qui est un point commun es deux lignes CG, HE, la perpendiculaire passant par I sera perpendiculaire de gravité de la

colonne; le point I sera donc en ceste perpendiculaire de gravité.

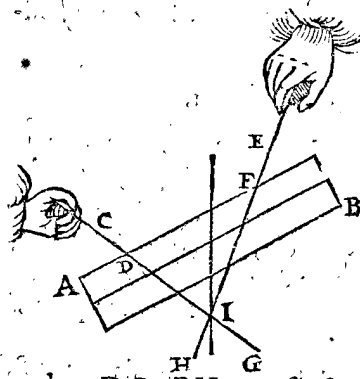
2 Exemple.

*Le donné.* Soit AB une colonne attachée aux lignes non paralleles CD, EF, lesquelles produictes se rencontrent en I.

*Le requis.* Il faut demonstrier que I est en la perpendiculaire de gravité de la colonne AB.

DEMONSTRATION.

Prenons que DG, FH soustiennent la colonne,



lesquelles par la 2e petition ne rompent ny ne plient, elles agiront également sur la colonne, comme CD, EF: car elles tiennent la colonne en la mesme disposition, en une façon aussi bien qu'en l'autre; & quelques points qu'on prenne dans DG, FH pour soustenir la colonne, ce sera toujours

toujours la mesme chose; que ce soit I point commun qui soutienne la colonne, il sera dans la perpendiculaire de gravité de la colonne : donc I sera dans ladite perpendiculaire de gravité.

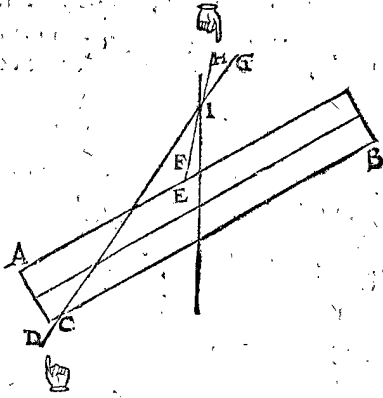
3 Exemple.

*Le donné.* Soit AB une colonne, comme devant, soutenue par la ligne de depression oblique CD, & d'elevation oblique EF, lesquelles produites se coupent en I.

*Le requis.* Il faut demonstrier que I est dans la perpendiculaire de gravité de la colonne AB.

DEMONSTRATION.

Prenons que GC pousse la colonne, assavoir au lieu que CD la tire, que GC la pousse en bas : & au lieu de GC, on pourra prendre de C jusques à un point pris à la volonté entre C & G : & aussi entre E & H, pour



tenir la colonne en mesme disposition, soit I commune extrémité. La colonne est donc tenue par iceluy en sa disposition donnée, & attachant la colonne au point seul I; telle perpendiculaire par I, sera perpendiculaire de gravité, en laquelle est I.

4 Exemple.

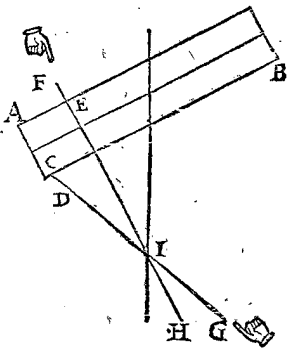
*Le donné.* Soit AB une colonne, tenue en telle disposition par les lignes obliques, comme CD de depression, & de EF d'elevation; les mesmes produites se rencontrent en I.

*Le requis.* Il faut demonstrier que I est en la perpendiculaire de gravité de la colonne AB.

DEMONSTRATION.

Posons que HE supporte la colonne, laquelle avec la ligne de depression oblique CD I tient la colonne en telle disposition : La colonne donc est soutenue par le seul point I; parquoy la perpendiculaire par I, est la perpendiculaire de gravité: donc les lignes CD, FE se rencontrent en la perpendiculaire de gravité de la colonne AB.

*Conclusion.* Si une colonne est suspendue par deux lignes non paralleles, icelles produites se rencontreront donc dans la perpendiculaire de gravité de la colonne, comme il a esté proposé.



THEOREME XVII. PROPOSITION XXVI.

Si l'une des deux lignes, esquelles la colonne est suspendue, est perpendiculaire sur l'horizon, l'autre y sera aussi perpendiculaire: que si l'une est oblique à l'horizon, aussi sera l'autre: si l'une aussi se tourne vers l'autre, l'autre aussi se tournera vers celle-cy: & si l'une se destourne de l'autre, l'autre se destournera aussi de celle-cy.

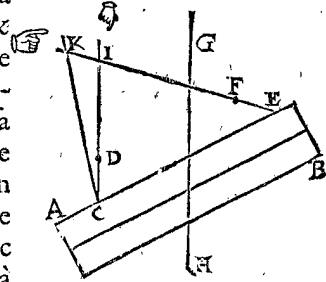
*Le donné.* Soit AB une colonne pendante à deux lignes, l'une CD perpendiculaire à l'horizon, l'autre EF (s'il estoit possible) oblique à l'horizon, & GH soit la perpendiculaire de gravité de la colonne.

*Le requis.* Il faut demonstrier le contenu de la proposition.

*Preparation.* Soyent CD, EF produites se coupant en I.

DEMONSTRATION.

Si la colonne se tient par les lignes CD, EF, elle se tiendra par tous les points fermes qu'on y pourroit prendre, d'autant que les angles ICE & IEC ne changent pas: Parquoy prenant I pour le point ferme commun, la colonne demeurera pendue en la mesme disposition, & IC sera perpendiculaire de gravité; ce qui est impossible, car GH est sa parallele; & semblable fera la demonstration lors que EF se tourne de l'autre costé: Si donc IC est perpendiculaire à l'horizon, FE n'y sera pas oblique, & partant y sera aussi perpendiculaire: Si aussi EF y est oblique, l'autre y sera aussi oblique. D'avantage, veu que EF se tourne vers le costé A, l'autre ligne se doit tourner vers EF; car soit (s'il estoit possible) qu'elle s'en destourne, comme icy CK, coupant EF en K: tellement que pour les raisons cy-devant dites, la perpendiculaire par K sera la perpendiculaire de gravité; ce qui est plus absurde que la precedente en I: La ligne donc par C se doit tourner vers EF, ne pouvant estre parallele à icelle, ny se tourner d'autre costé: De mesme pourroit-on demonstrier, que si EF se destourne de l'autre, que cest autre se destournera de EF.



*Conclusion.* Si donc l'une des deux lignes, &c.

THEOREME XVIII. PROPOSITION XXVII.

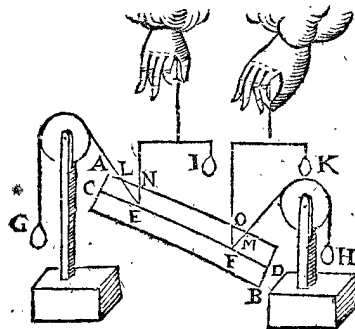
Si une colonne est pendue en equilibrio à deux elevans obliques: Comme la ligne d'elevation oblique, à la ligne d'elevation droite, ainsi chaque elevant oblique à son elevant direct.

*Le donné.* Soit AB une colonne, son axe CD, & deux points en icelle E, F, où sont attachez deux poids obliques elevans G, H en telle disposition, leurs lignes EL, FM; puis deux elevans directs I, K, lesquels la soutiennent eux deux aussi en mesme disposition.

*Le requis.* Il faut demonstrier que comme LE à EN, ainsi G à I, & que comme MF à FO, ainsi H à K.

DEMONSTRATION.

Prenons F pour point ferme, E pour mouvant:



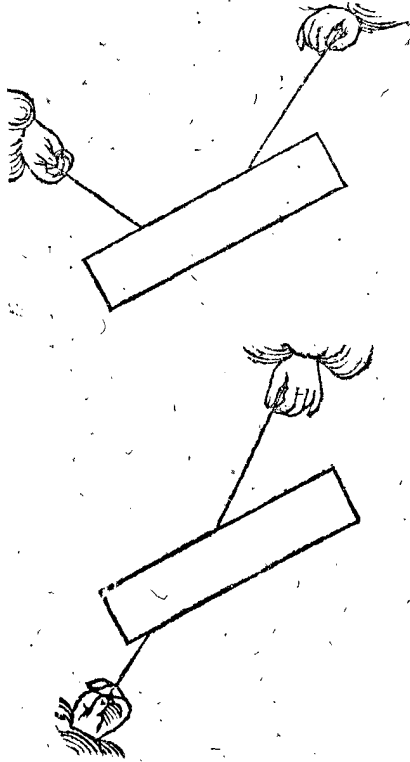
alors par la 20 proposition, comme LE à EN, ainsi G à I: Prenons maintenant E pour ferme, & F mouvant;

vant ; & par ladite 20 proposition, comme MF à FO, ainsi H à K.

*Conclusion.* Si une colombe est donc pendue en equilibrium, &c.

COROLLAIRE.

Il appert que si une colombe est attachée par deux lignes non paralleles, comme icy joignant, qu'on



pourra cognoistre combien chaque ligne soustiendra, ou de quelle force chaque ligne agira.

ALB. GIRARD.

Pour trouver quelle pesanteur il vient sur chaque ligne oblique, ou en quelle raison ; Je dis que les poids G à H sont en raison, comme LE à FM, joint la raison de MO à NL, en la premiere figure precedente ; ou au lieu de dire MO à NL, (en marquant au centre de la colombe la lettre Z) on pourroit dire FZ à ZE ; partant comme G à H, ainsi LE à FM ; joint la raison de FZ à ZE ; ce qui est notoire par les 17 & 20 propositions : Mais cecy se verra plus amplement en la Statique des cordages cy-apres.

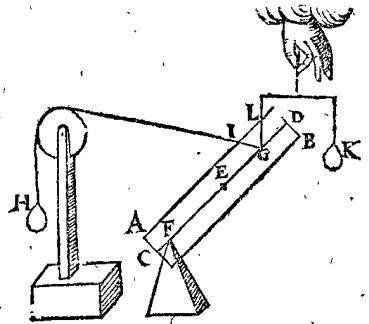
NOTEZ.

Nous avons pris une colombe en plusieurs exemples des propositions de ce livre, comme la plus convenable figure pour declarer nostre dessein, aussi par les points ferme & mouvant dans l'axe : Nous demonstresons en ceste derniere proposition, que les regles desdites propositions sont generales en toutes figures, & les points fermes & mouvans, où ils pourront eschoir.

THEOREME XIX. PROPOSITION XXVIII.

Toutes les proportions desdites cy-devant de la colombe aux poids qui y sont attachez, & de leurs lignes : Les mesmes sont de tout autre solide, aux poids y attachez, & de leurs lignes.

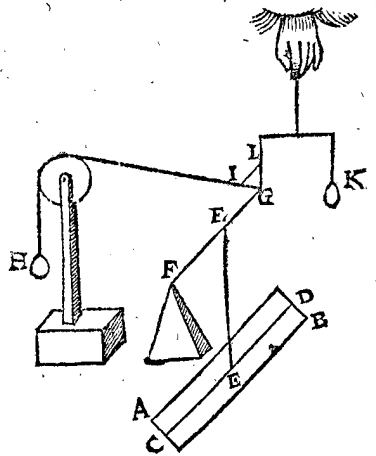
Le donné. Soit pris l'exemple de la proportion mentionnée en la 20 proposition, en ceste sorte. Soit AB une colombe, son axe CD, E centre de gravité, F point ferme, & G mouvant, auquel soit adapté l'elevant oblique H, & le direct K, chacun pouvant tenir la colombe en ceste disposition, leurs lignes GI, GL : où la proportion est, comme IG à GL, ainsi H à K.



*Le requis.* Il faut demonstres que ceste proportion, n'est pas seulement pour la colombe AB, mais pour toute autre figure, comme il eschoit.

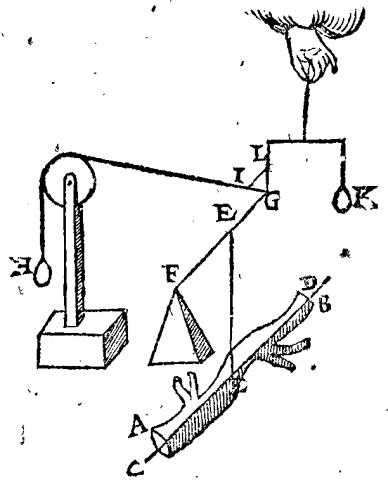
DEMONSTRATION.

Abaissons la colombe (FG, IL demeurans en leur lieu) tellement qu'elle demeure suspendue en son centre de gravité E, dont la disposition soit comme icy



joignant : Et par la troisieme petition, la colombe ne causant aucune alteration aux points F, G, tout demeurera encor en equilibrium ; parquoy comme IG à GL, ainsi H à K.

Puis soit la figure de la colombe changée en une autre irreguliere quelconque, seulement que la mesme pesanteur demeure, comme icy AB ; dont E soit cen-



tre de gravité (lequel centre de gravité sera trouvé mechaniquement comme on verra en la pratique suivante) ainsi le tout demeure encor en equilibrium ; partant comme IG à GL, ainsi H à K, comme devant.

Soit puis apres relevé ledit corps irregulier AB, jusques à ce que la ligne CD soit en FG, comme icy, tout demeure encor en equilibrium, veu que par la 3<sup>e</sup> petition le poids plus haut, ou plus bas, n'altere en rien à la

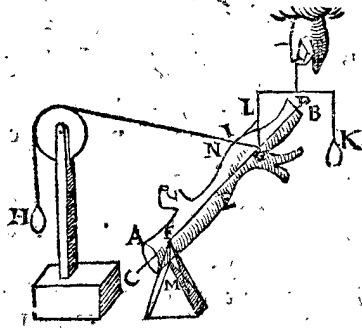
à la pesanteur, & partant IG à GL sera encor comme H à K. La proportion donc de la 20 proposition n'est

semblable pourra estre la demonstration generalé des autres propositt. qui prennent la colonne pour sujet.

*Conclusion.* Toutes les proportions donc descrites cy-devant de la colonne aux poids qui y sont attachez, &c.

COROLLAIRE.

Il est notoire aussi que les points donnez, comme F, G, ne doivent estre de necessité dans la ligne CD, mais où il eschoit, comme par exemple aux extremitéz du corps M, N; car prolongeant la ligne IN, jusques à la ligne droite CD, que je pose venir en G, & de mesme menant une perpendicule par M, jusques à la ligne CD, que je pose venir en F, la suddite proportion, assavoir IG à G, comme H à K, sera encor semblable.



pas particuliere pour les colonnes, mais generalement pour toutes soliditez regulieres ou irregulieres. Et sem-

*Fin du premier livre de la Statique.*

DEUXIÈSME LIVRE  
DE LA STATIQUE,

TRAITANT

De l'invention du centre de gravité.

**A**V premier livre nous avons pris es exemples une colonne, dont le centre de gravité sans contredit est fort facile à trouver; ce qui n'est pas ainsi es autres figures, quoy qu'il se puisse trouver mechaniquement par une simple maniere, comme on verra en la pratique de la Statique, proposition premiere: Mais la maniere Mathematique est toute autre, redigée premierement par escrit par Archimedes es plans, & puis par Frederic Commandin es solides, à quoy nous adjoindrons les nostres, & le tout selon nostre style; lesquelles choses sont necessaires, tant à l'Hydrostatique, qu'au traité de la pratique suivante, & seront icy descrites & rangées sous le titre du deuxiesme livre des Elements Statiques: Nous tiendrons aussi les definitions des figures pour cognues.

PREMIEREMENT DE L'INVENTION DU CENTRE DE GRAVITE DES PLANS.

**S**I les figures planes avoyent quelque pesanteur, ou si on vouloit faire demande particuliere de conceder qu'elles en eussent à raison de leur grandeur, on pourroit proprement parler de leur centre de gravité, de leur diametre de gravité, &c. Mais d'autant qu'elles n'en ont pas, il le faudra entendre Metaphoriquement, & prendre comme par hypothese que la pesanteur des plans, est à raison de leurs grandeurs. Car *Le faux est concedé, afin d'apprendre le vray puis apres.*

THEOREME I. PROPOSITION I.

**L**E centre des figures planes, est aussi leur centre de gravité.

1 Exemple.

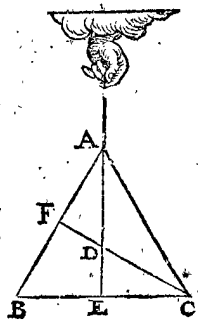
*Le donné.* Soit ABC un triangle equilateral, & D le centre de la figure.

*Le requis.* Il faut demonstrier que D est aussi le centre de gravité du triangle ABC.

*Preparation.* Soit menée de A une ligne droite vers le milieu de BC, comme AE, & aussi de C vers le milieu de AB, la ligne CF.

DEMONSTRATION.

Si on suspendoit le triangle par la ligne AE, la partie AEC sera equiponderante à AEB; car elles sont egales, semblables, & de semblable disposition. AE sera donc diametre de gravité du triangle ABC; & de mesme FC sera aussi son diametre de gravité: parquoy D sera centre de gravité du triangle ABC, lequel est aussi centre de la figure.



2 Exemple.

*Le donné.* Soit ABCD un parallelogramme, duquel E est centre de la figure.

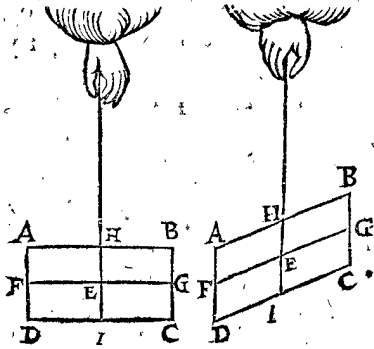
*Le requis.* Il faut demonstrier que E est aussi centre de gravité d'iceluy parallelogramme.

*Preparation.* Soit menée FG des milieux des costez opposites, & HI semblablement.

DEMONSTRATION.

Estant le parallelogramme suspendu par HI, les parties HIDA & HICB seront equiponderantes, d'autant qu'elles sont pareilles, c'est à dire egales, semblables, & de semblable disposition; HI sera donc diametre de gravité de ABCD; Et pour les mesmes

raison FG sera aussi son diamètre de gravité. Or ces diamètres se coupent en E centre de la figure, & en



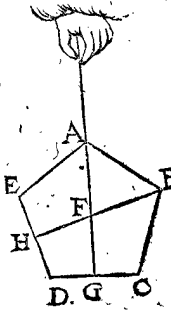
chacun d'iceux diamètres est le centre de gravité : donc E sera aussi centre de gravité.

3 Exemple.

Le donné. Soit ABCDE un pentagone regulier, E centre de la figure.

Le requis. Il faut démonstrer que E est aussi son centre de gravité.

Preparation. Soit menée AG, du point A vers le milieu de DC, & de mesme la ligne BH du point B vers le milieu de DE. Dont la Demonstration est manifeste, & de mesme qu'és precedens exemples, telles aussi seront toutes autres figures qui ont un centre de figure, comme polygones reguliers, cercles, & ellipses, &c.



Conclusion. Le centre des figures planes donc, est aussi leur centre de gravité ; ce qu'il falloit démonstrer.

ALB. GIRARD.

Que les cercles, ellipses, polygones rectilignes reguliers, & entre autres aussi toutes figures, qui ont un point dedans, lequel divise toutes les lignes qui y passent, en deux également, ayent un centre de figure ; voire que ce soit celui-la, où les lignes susdites se coupent en deux également ; ou bien que celui aux polygones reguliers ( voire mesme de nombre impair de costez ) soit celui du cercle mesme, qui les circonscrit, ou qui est inscrit dedans, cela est notoire, mesme aux plus ignorans de la Mathematique ; mais pour les figures irregulieres, autres que les susdites, quoy que terminées, cela a esté jusques icy nié, ou du moins tenu pour chose de difficile decision entre les plus relevez : mais il faut recognoistre que quand mesme nous ne sçaurions pas la definition du centre de figure ; que les reguliers, tant plans que solides, & quelques irreguliers mentionnez ( où le parallelogramme est compris ) nous monstrent assez que le centre de figure est en toute figure terminée, & que la nature par ces eschantillons nous veut conduire à la cognoissance du milieu, qui est le lieu, où elle cache ses secrets les plus exquis : Donc tout ce qui est terminé a son milieu, & centre est plus distingué que le milieu. Finalement j'estime que ce n'est pas mal dit, que le centre de gravité est aussi le centre de figure : & au contraire, il n'importe qu'il soit aucunesfois sur le circuit, voire aucunesfois dehors, comme de l'anneau qui ne fait que la moitié du circuit. Quant à Stevin il a estimé que les triangles irreguliers n'avoient nul centre de figure, par la distinction qu'il fait de la proposition suivante d'avec la precedente : Faut aussi noter en passant, que le centre de generation n'est pas le centre de figure ; comme on dit costumierement que le centre d'un demi-cercle est où le centre du cercle entier estoit ; mais c'est le centre de generation, & non pas celui de la figure ny de gravité, lequel nous demonstrerons cy-apres estre dedans la superficie, & la maniere de le trouver Mathematiquement en sa perfection, comme

celuy aussi de l'hémisphere, & d'autres figures, qui n'ont encore esté expliquées par personne cy-devant.

THEOREME II. PROPOSITION II.

Le centre de gravité des triangles, est en la ligne menée d'un angle, au milieu du costé opposite.

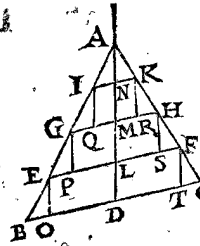
Le donné. Soit ABC un triangle quelconque rectiligne, & menée la ligne AD, d'un angle A vers le milieu du costé opposite BC.

Le requis. Il faut démonstrer que le centre de gravité du triangle est en la ligne AD.

Preparation. Soient menées les paralleles à BC, comme EF, GH, IK, coupans AD en L, M, N ; puis les paralleles à AD, comme EO, GP, IQ, KR, HS, FT.

DEMONSTRATION.

Les quadrangles IR, GS, ET seront parallelogrammes, desquels les centres de gravité sont en AD ; d'autant que BD estant egale à DC, leurs costez seront aussi paralleles à BC ; voire le centre de gravité de la figure composée des trois parallelogrammes IT, sera dans AD :



Or tout ainsi qu'on a inscrit icy trois parallelogrammes dans ABC, on en pourra faire aussi une infinité, lesquels auront tous leurs centres de gravité dans AD, pour les mesmes raisons ; & tant plus il y en a, tant moins differeront-ils du triangle, veu que si on menoit des paralleles à BC par le milieu de AN, NM, ML & LD, achevant les parallelogrammes, ils ne differeront du triangle que de la moitié de la difference precedente : Parquoy on en peut tant inscrire, que la difference sera moindre qu'aucune superficie donnée tant petite soit-elle, d'où s'ensuit que prenant AD pour diamètre de gravité, la disposition de la pesanteur de la partie ADC differera moins de celle de l'autre partie ADB, qu'aucune quantité qu'on sçaurait donner si petite puisse-elle estre, d'où nous arguëterons ainsi.

- A. Lors que deux pesanteurs different, on peut trouver une pesanteur moindre que leurs differences.
  - O. A ces deux pesanteurs ADC, ADB, on ne peut trouver de pesanteur moindre que leur difference.
  - O. Ces deux pesanteurs donc ADC, ADB ne different pas.
- Parquoy AD sera diamètre de gravité, & conséquemment le centre de gravité du triangle y sera.
- Conclusion. Le centre de gravité donc des triangles, est en la ligne menée d'un angle vers le milieu du costé opposite ; ce qu'il falloit démonstrer.

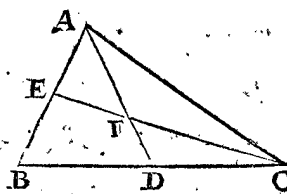
PROBLEME I. PROPOSITION III.

Trouver le centre de gravité d'un triangle donné.

Le donné. Soit ABC un triangle rectiligne donné.

Le requis. Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRUCTION.



On menera AD, de l'angle A vers D le milieu de BC, & de mesme CE, vers le milieu de AB ; alors F sera le centre de gravité.

DEMONSTRATION.

Car puis que le centre de gravité du triangle ABC est par la 2 proposition dans AD, & aussi dans CE, par la mesme proposition il sera en F.



*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le centre de gravité d'un triangle donné, selon le requis.

**THEOREME III. PROPOSITION IV.**

Le centre de gravité d'un triangle divise la ligne menée d'un angle vers le milieu du costé opposite en telle sorte ; que la partie de devers l'angle est double à l'autre.

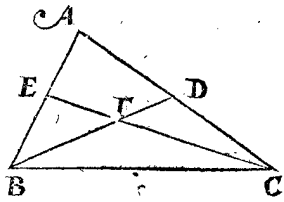
*Le donné.* Soit ABC un triangle, & de l'angle B est menée BD, vers le milieu de AC ; & de mesme CE, de l'angle C vers le milieu de AB, tellement que F sera le centre de gravité.

*Le requis.* Il faut démonstrer que CF est double de FE.

**DEMONSTRATION.**

Ostant la raison de EB à BA, de la raison de CD à DA (c'est à dire raison  $\frac{1}{2}$ , de raison  $\frac{1}{1}$ ) restera raison  $\frac{2}{1}$ , c'est à dire que la raison de CF à FE est de 2 à 1 : par la converse du 12 chap. du premier livre de l'Almageste de Ptolemée.

*Conclusion.* Le centre de gravité donc d'un triangle, &c.



ALB. GIRARD.

Celuy qui n'entend pas ceste manière de demonstration doit recourir premierement au lieu cité de Ptolemée, puis à l'Arithmétique du present Auteur vers la fin touchant l'Addition & soustraction des raisons. Les anciens, comme Archimedes, Euclides, Apollone Pergée, Eutocius Ascalonite, Pappus Alexandrin, &c. ont leurs livres remplis de l'égalité d'une raison à deux autres, excepté que ce qu'en a escrit Euclides es Elemens vulgaires est assez rare, comme en la 23 proposition du sixiesme livre, & en la 5 proposition du huitiesme livre. Mais il est à estimer qu'il en a plus escrit en ses trois livres des Porismes qui sont perdus, lesquels, Dieu aidant, j'espere de mettre en lumiere, les ayant inventez de nouveau.

**THEOREME IV. PROPOSITION V.**

Si on divise deux costez d'un triangle en trois parties égales chacun : La ligne entre les deux points de division, qui sont pres du troisieme costé, passera par le centre de gravité du triangle.

*Le donné.* Soit ABC un triangle, duquel les deux costez AB, AC sont divisez chacun en trois parties égales, dont les points proches du troisieme costé sont E, G ; & soit menée EG.

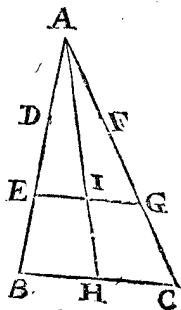
*Le requis.* Il faut démonstrer que EG passe par le centre de gravité du triangle ABC.

*Preparation.* Soit menée AH, de l'angle A vers le milieu de BC, coupant EG en I.

**DEMONSTRATION.**

Puis que [par la 1 proposition. du 6 livre d'Euclides] AE est à EB, comme AG à GC : EG sera parallele à BC, & partant AI sera double à IH, aussi bien que AE à EB ; mais AH vient d'un angle vers le milieu du costé opposite ; donc par la 4 proposition I sera centre de gravité du triangle.

*Conclusion.* Si on divise donc deux costez d'un triangle, &c.



ALB. GIRARD.

Voyez Archimedes au premier livre des Equiponderans, proposition 13 & 14, la 15 est la 8 proposition suivante de ce livre.

**PROBLEME II. PROPOSITION VI.**

Estant donnée une figure rectiligne plane, trouver son centre de gravité.

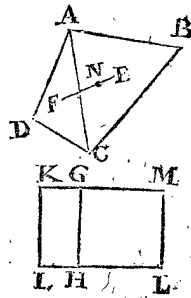
**1 Exemple.**

*Le donné.* Soit ABCD un polygone quelconque.

*Le requis.* Il faut trouver son centre de gravité.

**CONSTRUCTION.**

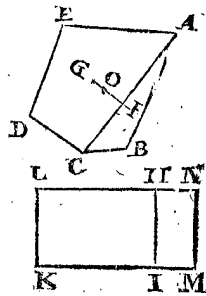
On divisera la figure en triangles, & soyent trouvez les centres de gravité de chacun, par la 3 proposition, lesquels soyent E, F ; alors EF fera la barre. Puis ayant fait deux parallelogrammes de mesme hauteur, égaux aux deux triangles, chacun au sien, par la 45 proposition du premier livre d'Euclides ; & soyent KH égal à ADC, & GL égal à ABC ; & soit N, ainsi que FN à NE soyent en mesme raison, que LH à HI ; alors N fera le centre de gravité de la figure totale ABCD.



**2 Exemple.**

**CONSTRUCTION.**

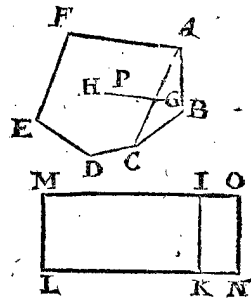
Pour le pentagone irregulier ABCDE, on menera AC, & F centre de gravité du triangle, par la 3 proposition, & G du quadrangle par le premier exemple ; alors la barre GI soit divisée en O, ainsi que GO à OI soit, comme le triangle ABC au quadrangle ACDE (ce qui se fera par l'aide des parallelogrammes de mesme hauteur HM, LI changeant les parties ABC & ACDE en HM, LI, comme il a esté dit au premier exemple) alors O fera centre de gravité de toute la figure ABCDE.



**3 Exemple.**

**CONSTRUCTION.**

Et pour le present hexagone irregulier ; Soit menée AC, puis soyent H, G, les centres de gravité des parties par le moyen du deuxiesme exemple, & de la 3 proposition, & finalement la barre HG coupée en P, ainsi que GP à PH, soit comme le pentagone ACDEF au triangle ABC (ce qui se fera par l'aide de la metamorphose des parties en parallelogrammes ML, IK, faisant comme dessus) alors P sera le centre de gravité de toute la figure hexagonale.



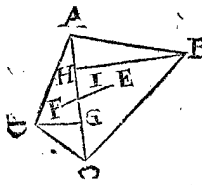
**NOTEZ I.**

On pourroit bien resoudre ce probleme sans changer les parties de la figure donnée en parallelogramme, comme s'en suit.

4 Exemple.

CONSTRUCTION.

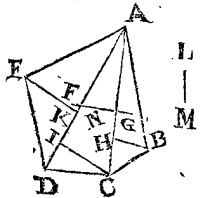
Pour le quadrangle ABCD; soit menée AC, puis F, E centres de gravité des triangles ADC, ACB, divisant la barre FE en I, ainsi que FI à IE soit comme BH à DG (perpendiculaires à AC) c'est à dire comme le triangle ABC au triangle ADC; alors I sera le centre de gravité du quadrangle ABCD.



5 Exemple.

CONSTRUCTION.

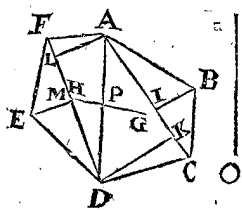
Pour le pentagone irregulier ABCDE, soyent menées AC, AD, puis trouvant le centre de gravité du triangle ABC, comme F, & du quadrangle ACDE, par l'exemple precedent: & soit F, divisant la barre FG, en N, ainsi que GN à NF soit comme le quadrangle ACDE au triangle ABC, comme s'ensuit, ayant mené BH à angles droits sur AC, & CI, EK sur AD; soit LM, quatriesme proportionnelle des trois AD, AC, HB; & soit GN à NF, comme CI avec EK, à LM: alors N sera le centre du pentagone.



6 Exemple.

CONSTRUCTION.

Pour l'hexagone ABCDEF, soyent menées AC, FD, AD, que le tout soit divisé en triangles, sur lesquelles soyent BI, DK à angles droits sur AC, & AL, EM sur FD; puis des trois FD, AC seconde, BI & KD, comme tierce; soit trouvée la 4 proportionnelle NO; & ayant trouvé G centre de gravité du quadrangle ABCD, par le quatriesme exemple; & H du quadrangle AFED; soit divisée la barre HG en P; ainsi que les rayons GP à PH soyent en telle raison, comme AL avec EM à NO; alors P sera le centre de gravité de l'hexagone.



DEMONSTRATION.

Au premier exemple FN est à NE, estant comme LH à HI, ou MH à HK, ou le triangle ABC au triangle ACD; alors FN à NE rayons, seront comme les triangles ABC à ACD: N donc est centre de gravité du quadrangle ABCD; & semblable est la demonstration des deuxiesme & troisieme exemples: Quant au quatriesme exemple, les triangles ABC, ACD sur mesme base AC, sont comme leurs hauteurs BH, DG; & puis que FI à IE, est comme BH à DG, qui est comme les triangles; alors I sera centre de gravité du quadrangle.

Quant au cinquieme exemple, puis que AD, AC, HB, LM, sont 4 proportionnelles, le rectangle AD, LM sera egal au rectangle AC, HB, ou à deux fois le triangle ABC:

Parquoy le rectangle AD, LM, est egal à deux fois le triangle ABC.

D'avantage il y a deux rectangles de commune hauteur AD, leurs bases sont LM, & l'autre EK avec IC,

comme une seule ligne: & estans de mesme hauteur, seront comme leurs bases. Donc

Comme LM à EK avec IC bases;

Ainsi les rectangles AD, LM (ou deux fois le triangle ABC) au rectangle de AD, & EK avec IC: (ou deux fois le quadrangle AEDC.

Affavoir, comme LM, à EK avec IC;

Ainsi deux fois le triangle ABC, à deux fois le quadrangle AEDC.

Mais LM, à EK avec IC, ainsi a esté posée NF à GN:

Donc comme GN à NF, ainsi une fois le quadrangle AEDC à une fois le triangle ABC;

Et partant N sera le centre de gravité du total; puis que F, G le sont des parties: Semblable sera aussi la demonstration du sixiesme exemple.

Conclusion. Estant donc donnée une figure rectiligne plane, nous avons trouvé son centre de gravité, selon le requis.

NOTEZ.

Pendant que cecy estoit sous la presse, il m'est venu en main le commentaire de Frederic Commandin sur la quadrature de la parabole d'Archimedes, où il décrit en la 6 proposition une autre maniere de trouver le centre de gravité des figures planes rectilignes, si quelqu'un desire de la sçavoir, il pourra y avoir son recours.

A. B. GIRARD.

Lors que je faisois la lecture de ce livre, je fis tout mon effort pour recouvrer le commentaire susnommé; toutefois avant que de le pouvoir recouvrer, je me mis à rechercher quelques manieres plus faciles que celles que Stevin enseigne icy: (car chercher la quatriesme proportionnelle, c'est un peu trop suivre la maniere Arithmetique) finalement ayant réussi, & depuis recouvert ledit commentaire, je trouvay que la maniere que j'avois de trouver le centre de gravité d'un quadrangle convenoit du tout à la maniere de Commandin en sa figure troisieme; (car sa figure quatrieme est encor autrement) or il enseigne puis apres une maniere de trouver generalement le centre de gravité des autres polygones, laquelle est fort belle, que je mettray icy es exemples 7, 8 & 9, comme s'ensuit, à celle fin de contenter, ceux qui en seroyent desireux.

7 Exemple.

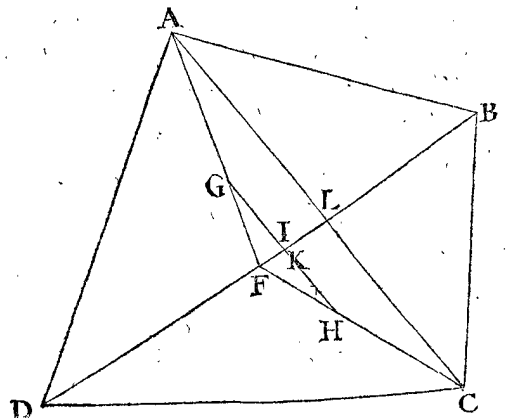
Le donné. Soit ABCD un quadrangle.

Le requis. Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRUCTION.

Cestè maniere s'accorde du tout avec la sienne, comme j'ay dit cy-dessus:

Soit F au milieu de la diagonale BD, & menant AF, FC, de laquelle FG soit le tiers, puis GH parallele à l'autre diagonale AC; & finalement GI égale à KH; alors I sera le centre de gravité du quadrangle ABCD.



DEMON-

DEMONSTRATION.

D'autant que FG est le tiers de AF, laquelle vient de triangle A vers le milieu de DB, alors G sera centre de gravité du triangle ABD, & H du triangle DCB; car FH est à HC, comme FG à GA; d'autant que GH est parallele à AC. GH donc sera la barre, mais les triangles susdits ABD à DCB sont comme AL à LC (ce qu'on prouve en ce que les perpendiculaires sur DB des angles opposez sont en mesme raison) ou comme GK à KH, ou bien comme HI à IG: donc I sera le centre de gravité du quadrangle ABCD, car IG est egale à KH.

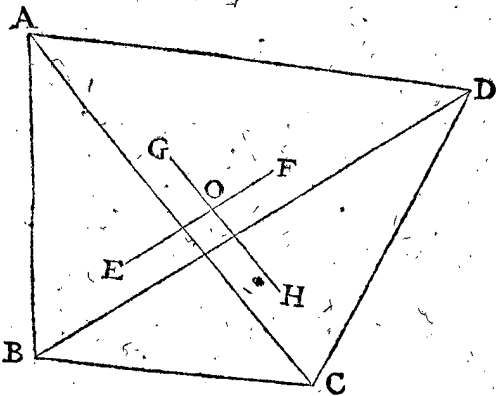
Notez. que si la diagonale AC eust passé par F, que tout eust esté encor plus aisé.

8 Exemple.

Le donné. Soit encor un quadrangle ABCD.  
Le requis. Il faut trouver le centre de gravité.

CONSTRUCTION.

Soyent E, F centres des deux triangles ABC, ADC, & G, H, des triangles ABD, & BCD, les barres se coupent



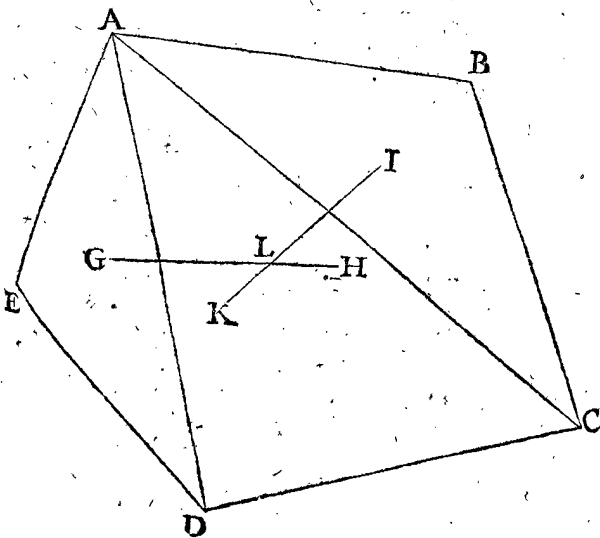
en O, lequel sera le centre de gravité du tout, dont la Demonstration est manifeste, d'autant que le centre du tout est aussi bien en EF, qu'en GH.

9 Exemple.

Le donné. Soit ABCDE un pentagone irregulier.  
Le requis. Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRUCTION.

Ayant mené les lignes AD, AC, soit G centre du triangle AED, & H du quadrangle restant ADCB par le precedent exemple; donc le centre du tout, sera en GH barre; Puis soit I



centre du triangle ABC, & K du quadrangle restant; alors le centre du tout, sera en IK, mais il est aussi en GH, il sera donc en L: dont la Demonstration est suffisamment deduite: Et ainsi des autres polygones suivans; comme Commandin en met encor un exemple de l'hexagone, par l'aide de ce pentagone.

THEOREME V. PROPOSITION VII.

Le centre de gravité du trapeze ayant deux paralleles, est en la ligne qui conjoint les milieux d'icelles.

Le donné. Soit ABCD un trapeze, ayant deux paralleles AB, DC, & la ligne qui conjoint leurs milieux est EF.

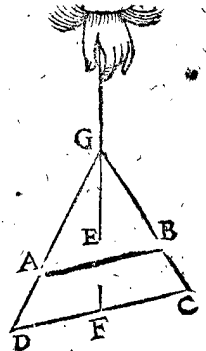
Le requis. Il faut prouver que le centre de gravité est en E F.

Preparation. Soyent produites les trois lignes, lesquelles se rencontreront en un point G, à cause de la proportion des paralleles.

DEMONSTRATION.

Si le triangle est suspendu par la ligne FG, les triangles GDF, GFC se contrepeseront en 'equilibre, & les triangles AGE & GEB, ce que feront donc aussi les restes, qui sont quadrangles AF, & FB; & partant le centre de gravité du trapeze ABCD sera en EF.

Conclusion. Le centre donc de gravité des trapezes, &c.



THEOREME VI. PROPOSITION VIII.

Le centre de gravité des trapezes, qui ont deux paralleles, divise la ligne qui conjoint les milieux d'icelles en telle sorte; que la partie vers la moindre parallele, a telle raison à l'autre partie, comme deux fois la majeure des paralleles avec une fois la moindre, à deux fois la moindre avec une fois la majeure.

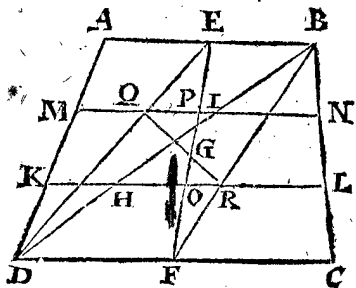
Le donné. Soit ABCD un trapeze, & EF qui conjoint les milieux des paralleles AB, DC, & soit G le centre de gravité.

Le requis. Il faut demonstrier que EG à GF, a telle raison, comme DC + AB à AB + DC.

Preparation. Soyent menées ED, DB, BF, & les paralleles à AB, comme MN & KL, divisans AB en trois parties egales es points H, I; & finalement soit menée QR.

DEMONSTRATION.

D'autant que Q est centre du triangle ADB, & R de DBC; alors le centre du tout sera en la barre QR; mais il est aussi en EF, par la precedente, ce sera donc en G: Mais pource que les triangles DBC, ADB,



font de mesme hauteur estans entre mesmes paralleles, ils seront comme leurs bafes DC, à AB; Et puis que les rayons QG à GR doivent aussi estre en raison des triangles, comme DC à AB, ainsi QG à GR, ou bien PG à GO: a savoir,

Comme PG à GO, ainsi DC à AB, Parquoy comme PG + GO, à PG + GO; ainsi DC + AB, à DC + AB; a savoir, comme EG, à GF: ainsi DC + AB, à DC + AB.

Conclusion. Le centre de gravité donc des trapezes (qui ont deux paralleles, &c.

ALB. GIRARD.

Comme DC à AB, ainsi PG à GO. Car  $PG^2 + GO$  est égale à EG, &c.

PROBLEME III. PROPOSITION IX.

Estans donnez les centres de gravité du tout, & de la partie d'une superficie plane, avec leur raison; trouver le centre du reste.

1 Exemple.

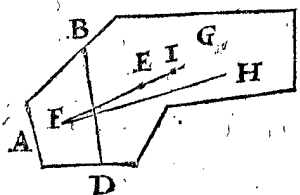
Le donné. Soit ABCD une superficie plane, E son centre, & F de la partie BDA, & la raison du tout à la partie. Le requis. Il faut trouver le centre du reste BDC.

CONSTRUCTION.

On prolongera FE jusques en G, ainsi que FE à EG soit comme la partie BDC à l'autre BDA; alors G sera le centre de BDC.

DEMONSTRATION.

Car d'autant que le centre de BDA est F, & du tout ABCD est E, celui du reste BDC sera en la prolongée de FE. Car s'il est possible, soit en autre lieu, comme en H, & menée FH; le centre donc du tout sera en FH, contre l'hypothese; car c'est en E, ce ne sera pas donc hors la prolongée de FE.



Soit donc, s'il est possible, entre EG, comme I; alors FE aura plus grande raison au rayon EI, que BDC à BDA: ce qui est absurde & contre la 1 proposition du premier livre; & de mesme on démontrera que ce n'est pas par delà G; ce sera donc en G, puis que ce n'est en autre lieu.

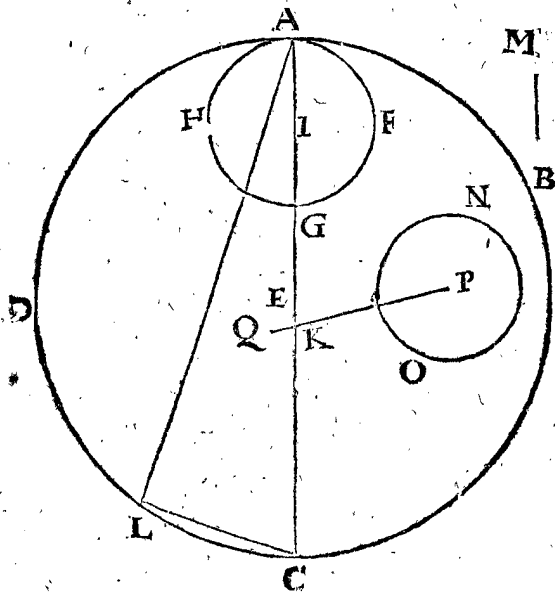
2 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un cercle, dont le raid EA, & centre de gravité E, & du cercle (la partie) GFAH soit I, & AG son diametre.

Le requis. Il faut trouver le centre de gravité du reste, qui est le croissant ABCDHGF.

CONSTRUCTION.

On prolongera IE jusques à K, ainsi que IE à EK soit comme le croissant GC au cercle HF; alors K sera



le centre requis: dont la démonstration sera comme cy-dessus. Mais pour trouver la raison du croissant au

cercle, soit posée CL égale au diametre AG, & menée AL; alors le croissant au cercle, fera comme le carré de AL au carré de LC; que si on la veut avoir en lignes, soit M troisieme proportionelle des deux AL, LC, alors AL à M fera la raison du croissant audit cercle HF; pource que par la 31 proposition du fixiesme livre & 2 proposition du douzieme livre d'Euclides, les cercles sur les diametres AL, LC seront egaux à celui sur AC, qui est ADC; car ALC est un angle droit au demicercle.

ALB. GIRARD.

Il ne falloit pas tant prendre de peine pour trouver la raison du croissant au cercle HG; car posant CL égale à AG, une perpendiculaire de L sur le diametre AC l'eust divisé en la raison requise.

Que s'il y avoit encor d'autres cercles ostez du grand ABCD, comme NO: on meneroit PK, & prolongée en Q, ainsi que PK à KQ, soit comme le reste au cercle NO, alors Q sera le centre du reste.

Conclusion. Estans donnez les centres du tout & de la partie, &c.

THEOREME VII. PROPOSITION X.

Le centre de gravité des paraboles, est en leur diametre.

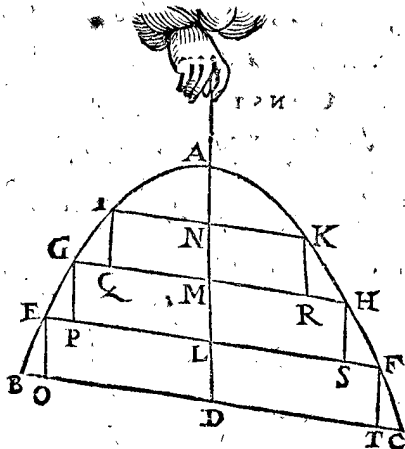
Le donné. Soit ABCD une parabole, & AD son diametre.

Le requis. Il faut démonstrer que son centre de gravité est en AD.

Preparation. Soyent menées plusieurs paralleles à BC, comme EF, GH, IK, puis des paralleles à AD, comme IQ, GP, EQ, KR, HS, FT.

DEMONSTRATION.

Les quadrangles IR, GS, ET, seront parallelogrammes ayans tous leurs centres de gravité en AD, pource



que ladite AD estant diametre coupé les ordonnées, comme IK, GH, &c. en deux également; & partant le reste se démontrera de mesme façon qu'au triangle de la 2 proposition de ce livre.

Conclusion. Le centre de gravité donc des paraboles ABC est en leur diametre AD: ce qu'il falloit démonstrer.

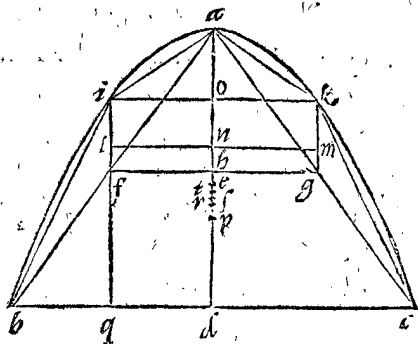
THEOREME VIII. PROPOSITION XI.

En toutes paraboles, le centre de gravité divise leurs diametres en mesme raison aux unes comme aux autres.

Le donné. Soyent ABCD, & abcd, deux paraboles diversement disposées, c'est à dire que l'angle du diametre aux ordinées de l'une ADB, soit inegal à l'angle du dia-

du diametre aux ordinées de l'autre  $adb$ ,  $E, e$ , leurs centres de gravité dans leurs diametres  $AD, ad$ .

*Le requis.* Il faut demonstrier, que comme  $AE$  à  $ED$ , ainsi  $ae$  à  $ed$ .



$AIB, AKC$ , lesquels conjointés par  $LM$  coupant  $AD$  en  $N$ , &  $IK$  coupant  $AD$  en  $O$ ;  $P$  centre du triangle  $ABC$ , prolongeant aussi  $IF$  jusques à  $Q$ ; les triangles  $AIB, AKC$  estans toujours egaux,  $LM$  sera barre, &  $N$  centre des deux  $N, P$ , sera aussi barre, laquelle divisée en  $R$ , en sorte que les rayons  $NR$  à  $RP$  soyent comme  $ABC$  aux deux triangles  $AIB, AKC$ , c'est comme  $4$  à  $1$  (car la parabole est au triangle  $ABC$ , comme  $4$  à  $3$ , par la 24 proposition de la quadrature de la parabole d'Archimedes: parquoy, &c.)

**DEMONSTRATION.**

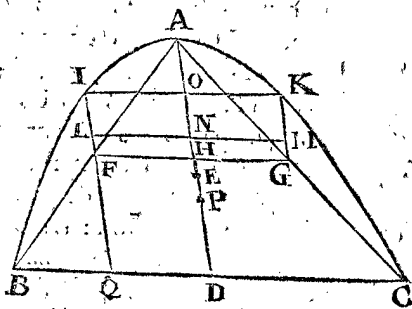
Comme  $AD$  à  $AO$ , ainsi le carré de  $DB$  au carré de  $IO$ ; mais  $DQ$  est egale à  $OI$ , & aussi moitié de  $BD$  (car  $F$  est au milieu de  $AB$ ) parquoy puis que le carré  $BD$ , est quadruple à celui de  $DQ$ , la ligne aussi  $DA$  sera quadruple à  $AO$ ; & ainsi  $AO, OH$ , chacune  $\frac{1}{4}$  de  $AD$ :  $NH$  moitié de  $NO$  sera  $\frac{1}{2}$  de  $AD$ , à laquelle adjoustée  $HD \frac{1}{2}$ ,  $ND$  sera  $\frac{7}{2}$ , duquel osté  $PD \frac{1}{3}$ , restera  $PN \frac{10}{6}$ . Or  $NR$  est quadruple à  $RP$ ; & partant  $RP$  sera  $\frac{5}{6}$ , auquel adjousté  $PD \frac{1}{3}$ , viendra pour  $RD \frac{11}{6}$ : donc  $RA$  le reste de  $AD$  sera  $\frac{37}{6}$ : & partant comme  $AR$  à  $RD$ , sera comme  $37$  à  $23$ . De mesme façon ces figures rectilignes inscrites es paraboles, ont leurs centres de gravité en leurs diametres, lesquels les divisent proportionnellement; & si on inscrivoit des triangles dans les petites paraboles,  $BL, IA, AK, KC$ , comme on a fait dans les autres  $AIB, ACK$ , & recherchant le centre de gravité de la figure rectiligne inscrite totale (posé que ce soit  $S$ , & là  $s$ ) nous demonstrierions comme dessus, que  $S, s$  diviseroient  $AD$ , &  $ad$  proportionnellement: Et en poursuivant, les inscriptions se trouveroient toujours  $AD, ad$  divisées proportionnellement par un point, comme  $R, S$ , approchant de plus en plus vers  $E$ , &  $e$ : Et par conséquent les paraboles  $ABC, abc$  auront leurs diametres  $AD, ad$ , divisés proportionnellement par le centre de gravité. Or si on posoit que  $T, t$  (plus bas que  $E, e$ ) fussent leurs centres de gravité, on pourroit inscrire telle figure dedans icelles, selon la precedente maniere, que les centres de gravité des figures inscrites arriveroient en  $T, t$ ; tellement que  $T, t$  seroient tant centres des paraboles, que des parties inscrites; ce qui est absurde.

*Conclusion.* Le centre de gravité donc es paraboles, divisé proportionnellement leurs diametres, ce qu'il falloit demonstrier.

ALB. GIRIARD.

Quiconques desire plus ample declaration de ce que dessus, avec une demonstration plus parfaite, pourra avoir recours au deuxiesme livre des Equiponderans d'Archimedes.

*Preparation.* Soyent menées es deux figures  $AB, AC$ , &  $FG$  passant par leurs milieux, & coupant  $AD$  en  $H$ , puis  $FI, GK$  paralleles à  $AD$ ; & aussi menées  $IA, IB, KA, KC$ ; &  $L, M$  centres de gravité des triangles



**PROBLEME IV. PROPOSITION XII.**

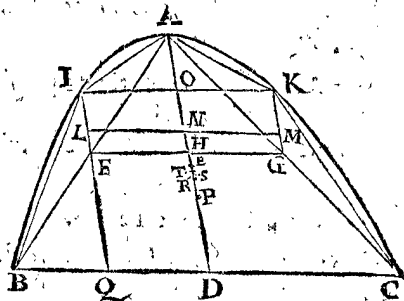
**E**stant donnée une parabole: Trouver son centre de gravité.

*Le donné.* Soit  $ABC$  parabole, &  $AD$  le diametre.  
*Le requis.* Il faut trouver son centre de gravité.

**CONSTRUCTION.**

Soit divisée  $AD$  en  $E$ , ainsi que  $AE$  soit sesquialtere à  $ED$ : alors  $E$  sera le centre de gravité de la parabole.

*Preparation.* Soyent menées  $AB, AC$ , &  $FG$  du milieu à l'autre,  $FI, KG$ , paralleles à  $AD$ ; puis  $L, M$  divisans  $IF$ , &  $KG$  comme en la parabole totale  $AE$



à  $ED$ , & menée  $LM$ , & produite  $IF$  en  $Q$ , &  $P$  centre de gravité du triangle  $ABC$ : &  $LM$ , conjoignant les pretendus centres de gravité,  $N$  sera centre des deux paraboles  $ABI, ACK$ ; & puis divisant la barre  $PN$  en  $E$ , ainsi que les rayons  $NE$  à  $EP$ , soyent comme le triangle  $ABC$  aux deux moindres paraboles ensemble, c'est comme  $3$  à  $1$ ; que  $NE$  donc soit à  $EP$ , comme  $3$  à  $1$ ; alors  $E$  sera le centre pretendu de la parabole totale; car ainsi  $AE$  à  $ED$ , est comme  $3$  à  $2$ .

**DEMONSTRATION.**

$AO$  &  $OH$  sont (comme a esté dit en la 11 proposition) chacun  $\frac{1}{4}$  de  $AD$ ; Or comme  $3$  à  $2$ , ainsi  $AE$  à  $ED$ , aussi  $IL$  à  $LF$ ,  $ON$  aussi à  $NH$ ; parquoy ayant divisé  $OH$   $\frac{1}{4}$  en telle raison, comme  $3$  à  $2$ , la partie  $NH$  fera  $\frac{1}{10}$  de  $AD$ , où adjoustant  $\frac{1}{2}$  pour  $HD$ , viendra  $ND \frac{5}{10}$ , duquel osté  $PD \frac{1}{3}$ , restera pour  $NP \frac{14}{30}$ ; lequel par la preparation est departy en raison triple, au point  $E$ ; donc  $EP \frac{14}{15}$ , à laquelle adjousté  $PD \frac{1}{3}$ , viendra  $ED \frac{17}{15}$  de  $AD$ : parquoy  $EA \frac{13}{15}$ , & alors  $AE$  à  $ED$  sera comme  $3$  à  $2$ .  $E$  donc sera centre de gravité de la parabole  $ABC$ ; ce qu'il falloit demonstrier.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le centre de la parabole, selon le requis.

**NOTE Z.**

Il semble qu'Archimedes soit venu à la cognoissance de ceste proposition par l'une de ces deux manieres: La premiere, que faisant des paraboles materielles pour

faire des miroirs ardents, ou pour autre exercice, il aye trouvé par expérience que les parties du diamètre sont en raison sesquialtere, recherchant la certitude de cela, comme s'enluit: D'autant que B A I, B A C sont paraboles, desquelles les diametres IF & AD sont divisez proportionnellement par les centres de gravité (comme il a esté dit cy-devant) parquoy IL à LF, est comme AE à ED; mais ON est égale à IL, & NH à LF; parquoy ON aura telle raison à NH, comme AE à ED. Mais si N estoit centre des deux paraboles mineures, & P du triangle ABC, il faut que le rayon NE soit triple à l'autre EP (car le triangle est triple aux deux petites paraboles) d'où resulte ceste proposition: Trouver deux points N, E, ainsi que ON, aye telle raison à NH, comme AE à ED. Posant puis apres que AE vaut  $\frac{2}{3}$  de AD, & ED  $\frac{1}{3}$ , & recherchant s'il pourroit y arriver selon la maniere précédente, il auroit trouvé que tout convenoit, ou bien s'il n'a point cherché en tastonnant de la sorte par la raison sesquialtere mentionnée, mais par l'abondance de science, il semble qu'il se feroit proposé une telle question Arithmetique. Il y a deux nombres OH  $\frac{1}{4}$ , & HP  $\frac{1}{6}$ ; Il faut partir un chacun d'eux en telle sorte, que la moindre partie de OH avec la majeure de HP, soit triple à la moindre de HP; & que la majeure de OH, aye telle raison à sa moindre, comme la majeure de HP +  $\frac{1}{2}$ , à la moindre de HP +  $\frac{1}{3}$ .

PROBLEME V. PROPOSITION XIII.

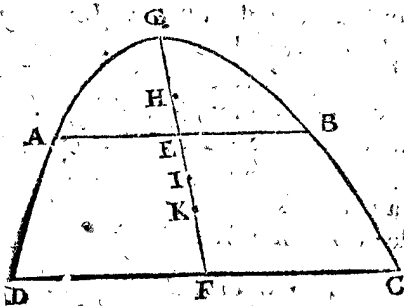
Estant donnée une partie de parabole entre deux ordinées; Trouver son centre de gravité.

Le donné. Soit ABCD une partie de parabole entre deux ordinées AB, DC, & EF diamètre.

Le requis. Il faut trouver le centre de gravité d'icelle partie.

CONSTRUCTION.

On parachevera la partie, & soit I centre du tout, savoir GI à IF, comme 3 à 2; aussi H tellement que GH à HE soit comme 3 à 2; donc la barre HI soit



produite en K, ainsi que HI à IK soit comme AC à AGB, alors K sera le centre de gravité de ABCD; dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donnée, &c.

ALB. GIRARD.

Afin que cecy se puisse faire facilement, je mettray la construction cy-dessous, car on peut trouver le centre de gravité de la partie de la parabole précédente par la suivante proportion, sans parachever sa figure.

Le donné. Soit ABCD la partie de parabole entre deux ordinées, comme est la figure précédente.

Le requis. Il faut trouver le centre de gravité K de ABCD, par le moyen de la cognoissance de la quantité des trois lignes AE, EF, FD seulement; pour trouver donc la longueur de FK, on fera ceste règle de trois.

OPERATION.

DF - AE donne  $\frac{1}{2}$  de EF,

DF q 2 trois fois le cube de AE

Combien donnera  $\frac{DF + AE}{DF + AE} \cdot \frac{DFq + DF, AE + AEq}{DF + AE}$

Ce qui viendra sera la longueur de FK, tellement que le centre de gravité de ABCD sera connu.

Exemple en nombres.

Soit AE, 6: EF, 7: & DF, 8: alors 2 me donnent  $\frac{7}{3}$ , ou bien 10 donnent 7, combien donneront  $4\frac{198}{39}$ ? viendront  $3\frac{62}{183}$  pour FK requise.

10 donnent 7, combien  $4\frac{198}{39}$ ?

7

$33\frac{13}{37}$

FK sera  $3\frac{62}{183}$ .

DE L'INVENTION DU centre de gravité des solides.

THEOREME IX. PROPOSITION XIV.

Le centre de figure des solides, est aussi le centre de gravité.

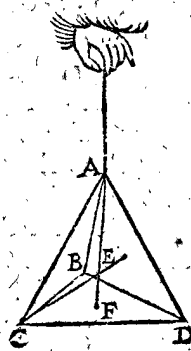
Le donné. Soit ABCD un tetraèdre, son centre de figure soit E, & l'axe soit AF, de A par E jusques à F centre du triangle ABC.

Le requis. Il faut demonstrier que E est aussi son centre de gravité.

DEMONSTRATION.

Ce tetraèdre estant suspendu par AF, tout sera en equilibre, d'autant que tel solide est composé de 4 pyramides, qui ont leurs bases es 4 triangles equilateraux d'alentour, & leurs sommets en E, toutes semblables, égales & semblablement disposées au regard de AF; le centre donc de gravité sera en AF, & pour les memes raisons en CE, ce sera donc en E: Le mesme aussi se pourra demonstrier des solides qui ont un centre de figure, comme reguliers du tout & reguliers meslés, comme il se peut voir à la fin de la description des corps en la Geometrie de ces memoires.

Conclusion. Le centre de figure, &c.



ALB. GIRARD.

Nous avons dit en la premiere proposition que le centre de gravité, & de figure n'est qu'un mesme point, & où l'un est, l'autre y est aussi, & la maniere de trouver l'un, est pour trouver l'autre aussi. Quant à la proposition presente, voyez la 27 proposition du livre de Frederic Commandin du centre de gravité des solides, où il le demonstre es reguliers, l'un apres l'autre.

THEOREME X. PROPOSITION XV.

Le centre de gravité des colonnes est au milieu de leurs axes.

I Exemple.

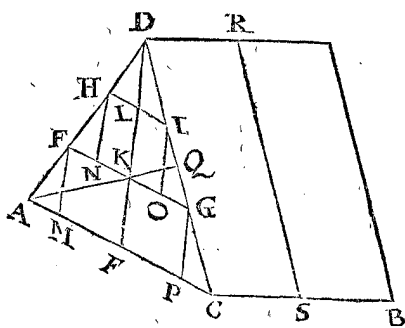
Le donné. Soit AB une colonne triangulaire, la base ACD.

Le requis. Il faut demonstrier que son centre de gravité est au milieu de l'axe.

Prepa-

*Preparation.* Ayant mis la lettre E au milieu de AC, car ce doit estre un E, soit menée DE; puis FG, HI paralleles à AC, coupans DE en K, L; puis les lignes FM, HN, IO, GP, paralleles à DE; puis AQ, estant Q au milieu de DC, & de mesme soit figuré le couvercle, puis d'un plan RS parallele à iceluy, soit coupée la colomne, ainsi que S soit au milieu de CB.

Le plan passant par EDR divise la colomne inscrite composée des deux parallelipedes par son centre de gravité; car il la divise en parties pareilles & de mesme disposition, mais tant plus on y descrit de parallelipedes, & tant moins different-ils ensemble de la colomne ADB; & le composé des parallelipedes aura son



centre de gravité dans le plan susdit EDR: On y en pourroit aussi tant inscrire, que la difference seroit moindre qu'aucune solidité donnée, tant petite soit-elle, d'où s'ensuit que la disposition du poids ADE differera moins de celui de DEC qu'aucune quantité solide si petite puisse-elle estre, d'où j'argumente.

- A. On peut trouver à deux poids inéquilibrés une pesanteur moindre que la difference de leur inéquilibration.
- O. On ne peut trouver à ces deux poids, une pesanteur moindre que la difference de leur inéquilibration.
- O. Donc ces poids ne different pas.

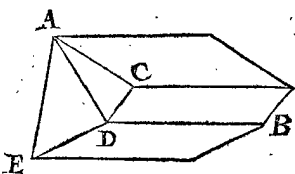
Parquoy le plan par EDR, passe par le centre de gravité de la colomne donnée, ou le centre est en ce plan, & par les mesmes raisons est au plan par AQ, & sa correspondante dans le couvercle: Or la commune section de ces deux plans est l'axe de la colomne, où sera le centre de gravité, il sera aussi au plan par RS, à cause qu'il divise le plan en deux parties pareilles, & de mesme disposition; & partant le centre le trouvera au milieu de l'axe.

2 Exemple.

*Le donné.* Soit ABC, une colomne quadrangulaire, sa base est CDEA.

*Le requis.* Il faut demonstrier que son centre de gravité est au milieu de l'axe.

*Preparation.* Soit mené un plan par ADB, divisant la colomne donnée en deux colomnes triangulaires, lesquelles ont chacune le centre de gravité, au milieu de leur axe par le 15 exemple; parquoy la ligne qui conjoint lesdits centres sera barre, & divisée en ses rayons; alors le point de division sera le centre de toute la colomne entiere, lequel est au plan parallele à la base, qui coupe la colomne en deux parties pareilles, & est aussi au milieu de la ligne qui conjoint les centres de gravité de la base & du couvercle, c'est à dire au milieu de l'axe. Et semblable sera la demonstration des autres colomnes.



*Conclusion.* Le centre donc de gravité des colomnes est au milieu de leurs axes; ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME XI. PROPOSITION XVI.

Le centre de gravité des pyramides, est en leurs axes.

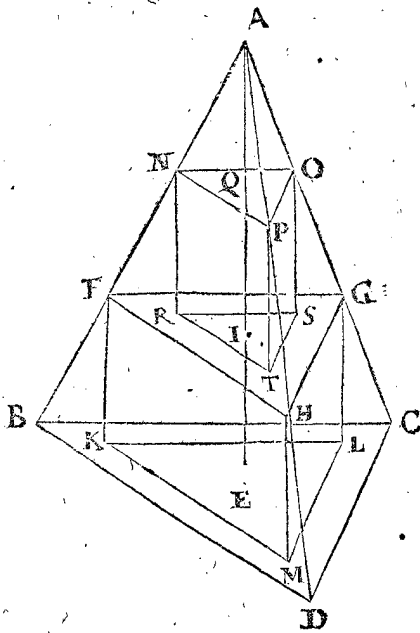
*Le donné.* Soit ABCD une pyramide, sa base le triangle BCD, & son centre de gravité E, & EA son axe.

*Le requis.* Il faut demonstrier que le centre de gravité de la pyramide est en son axe.

*Preparation.* Soit coupée la pyramide ABCD, par un plan FGH, parallele à BCD, & coupant l'axe AE en I: Et menant FK, GL, HM, paralleles à l'axe AE, tellement que les points K, L, M, sont au plan du triangle BCD, de sorte que FGHKLM est une colomne, dont la base KLM, est pareille & parallele au couvercle FGH, & semblable à la base BCD. Puis soit encor coupée, comme dessus, par le plan NOP, coupant l'axe en Q, & puis soit faite la colomne NOPRST, assavoir NR, OS, PT, paralleles à l'axe EF, & les points R, S, T, au plan FGH.

DEMONSTRATION:

Veux que les triangles NOP, RST, FGH, KLM, sont semblables au triangle BCD, dont les points Q, I, E, tiennent en iceux, semblables positions que E en BCD; Q, I, E donc sont centres de gravité de leurs triangles, d'où vient que IE est axe de la colomne FGH, KLM, au milieu de laquelle est son centre de



gravité, par la 15 proposition, semblablement QI est axe de la colomne NOPRST; & comme dit est, le centre de gravité sera au milieu de son axe; & par conséquent la figure solide composée des colomnes, aura son centre dans AE; soit qu'on y en inscrive tant qu'on voudra, & tant plus on y en inscrit, tant moins differeront les corps inscrits de la pyramide, & on en peut tant inscrire que la difference sera moindre qu'aucune quantité solide donnée, tant petite soit-elle: d'où s'ensuit, que posant AE diametre de gravité de la pyramide, que la pesanteur d'un costé differera moins de celle de l'autre qu'aucune pesanteur qu'on scauroit donner; d'où j'argumente de mesme qu'en la quinzieme proposition.

- A. A deux contrepoids differens, on peut trouver une pesanteur moindre que leur difference.  
 O. A ces deux contrepoids, on ne peut trouver une pesanteur moindre que leur difference.  
 O. Ces deux contrepoids donc ne different pas.

( Semblable fera la demonstration des pyramides quadrangulaires, &c. rondes ou cones, &c.

Conclusion. Les centres donc de gravité des pyramides sont en leurs axes.

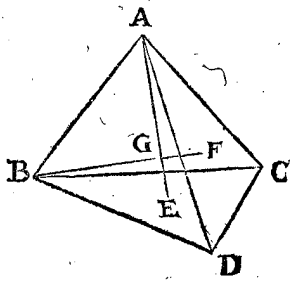
PROBLEME VI. PROPOSITION XVII.

Estant donnée une pyramide triangulaire: Trouver son centre de gravité.

Le donné. Soit ABCD une pyramide triangulaire.

Le requis. Il faut trouver son centre, &c.

CONSTRUCTION.



Soyent E, F centres de gravité des triangles BCD, ACD, desquels vers leurs angles solides opposites, foyent menées les lignes AE, BF, se coupans en G, qui sera le centre de gravité de la pyramide donnée.

DEMONSTRATION.

Le centre de la pyramide est en AE, & en BF, par la 16 proposition, il sera donc en G.

Conclusion. Estant donnée une pyramide triangulaire, nous avons trouvé son centre de gravité, selon le requis.

THEOREME XII. PROPOSITION XVIII.

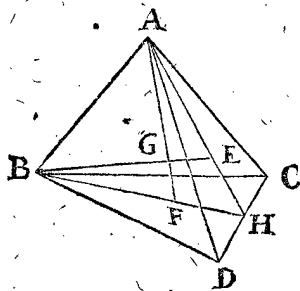
Le centre de gravité de quelconque pyramide, divise l'axe en telle sorte, que la partie vers l'angle est triple à l'autre.

Le donné. Soit ABCD une pyramide triangulaire, A sommet, les axes BE, AF, assavoir que E, F foyent centres de gravité des triangles BCD & ACD, lesquels axes se coupent en G, centre de gravité de la pyramide.

Le requis. Il faut démonstrer que BG est triple à GE.

Preparation. Soyent menées de H milieu de DC les lignes HA, HB.

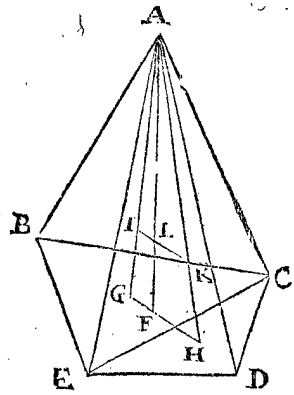
DEMONSTRATION.



La ligne AE fera double à EH, & BF à FH; mais BF à FH est raison composée des deux raisons BG à GE, & de EA à AH; [ par la converse du 12 chap. du 1 liv. de l'Almageste de Ptolemée. ] Et puis que BF à FH est raison  $\frac{2}{1}$ ; & EA à AH raison  $\frac{2}{3}$ ; si on oste raison  $\frac{2}{3}$  de raison  $\frac{2}{1}$ , restera raison  $\frac{3}{1}$  pour BG à GE, qui sera donc raison triple, assavoir BG triple à GE.

Que si la pyramide étoit quadrangulaire, on procedera à la demonstration comme s'en suit: Soit ABCDE une pyramide quadrangulaire, sa base BCDE, laquelle se pourra diviser en deux pyramides triangulaires, dont les bases ECB, ECD, les axes AG, AH, ( du point A aux centres de gravité des

bases, G, H, ) où feront les centres des pyramides I, K. Le centre donc de la totale sera en IK, & en AF son



axe, c'est donc en L; or IK est parallele à GH, & AK est triple à KH; parquoy AL sera triple à LF: & ainsi des pyramides polygonales.

Que si la pyramide a pour base un cercle ( comme le cone ) ou une ellipse, on pourra inscrire une pyramide dedans, ayant base avec tant de costez, que la difference sera moindre qu'aucune quantité solide donnée, & l'axe d'icelle sera encor divisée en parties ayans raison triple, comme dessus: Parquoy la distance des centres de gravité du cone & de la pyramide inscrite, sera plus petite qu'aucune longueur donnée, si petite puisse elle estre, d'où j'argumente ainsi:

- A. Entre deux points quelconques en divers lieux, peuvent estre trouvez deux points, plus pres l'un de l'autre,  
 O. Entre ces deux points, on n'en peut pas trouver qui soient plus pres.  
 O. Donc ces deux points ne seront en divers lieux.

Conclusion. Le centre donc de gravité de pyramide, &c.

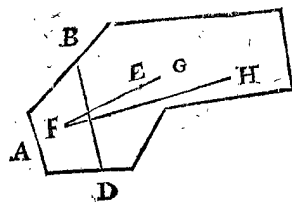
PROBLEME VII. PROPOSITION XIX.

Estans donnez les centres de gravité d'un solide total, & de sa partie, avec leur raison, trouver le centre du reste.

Le donné. Soit ABCD un corps, son centre E, & BDA sa partie, son centre F, & leur raison donnée.

Le requis. Il faut trouver le centre du reste BDC.

CONSTRUCTION.



Soit prolongée FE en G, tellement que FE à EG, soit comme BDC à ABD, alors G sera centre du reste BDC; dont la demonstration sera semblable à celle de la neuvième proposition precedente.

Conclusion. Estans donnez les centres, &c.

PROBLEME VIII. PROPOSITION XX.

Estant donnée une pyramide tronquée: Trouver son centre de gravité.

Le donné. Soit ABCDEF une pyramide tronquée, son convercle ABC, & sa base DEF.

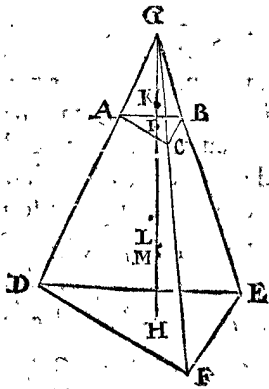
Le requis. Il faut trouver son centre de gravité:

CONSTRUCTION.

On parachevera la pyramide tronquée, puis K centre du defaut, & L centre du tout; & menant KL produite



duite en M, tellement que KL à LM, ainsi la tronquée au défaut ABCG : alors M fera le centre de la



tronquée; dont la demonstration est manifeste par la precedente.

ALB. GIRARD.

Quoy que Stevin n'aye dit en la proposition, que le couvercle & la base soient paralleles, neantmoins il construit comme s'il l'avoit entendu ainsi, à quoy j'ay remedié : or si elles sont paralleles, & H centre de gravité de la base, le centre du couvercle sera en GH, autrement non ; Mais voicy comment dorenavant on trouvera bien mieux le centre de gravité de toutes pyramides tronquées & des cones tronqués (base & couvercle paralleles) ayant seulement esté cognus.

IH, d'un centre de gravité du couvercle I, à celuy de la base H.

B, E, deux lignes homologues, l'une du couvercle, comme B, & l'autre E de la base.

Puis par la regle de trois on dira,  $E \div B$  donne  $\frac{1}{4}$  IH,

trois fois le cube de B

$$\text{Combien } E \div \frac{E q + E e n B + B q}{E q + E e n B + B q}$$

Ce qui viendra sera pour MH : tellement que M sera le centre de gravité de la pyramide, ou cone tronqué, ayant sa base & couvercle paralleles : Ce qui doit estre plus estimé pour sa briefveté & generalité.

PROBLEME IX. PROPOSITION XXI.

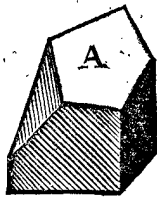
Estant donné un corps irregulier compris de superficies planes : Trouver son centre de gravité.

Le donné. Soit A un polyédre irregulier.

Le requis. Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRUCTION.

On divisera le solide en moins de pyramides qu'on pourra, au pis aller on prendra par regle generale autant de pyramides qu'il y a de superficies à l'entour, ayans leurs sommets en un point dedans où l'on veut. Et ayant trouvé les centres de chacune, on trouvera les centres de chaque deux, divisant la barre en ses rayons, & ainsi consecutivement selon la maniere des polygones irreguliers : excepté qu'icy l'axe de chaque pyramide se divise en raison triple, & aux polygones plans, le diametre de gravité en raison double.



Conclusion. Estant donc donné un corps irregulier, &c.

THEOREME XIII. PROPOSITION XXII.

Le conoïde parabolique a son centre dans l'axe.

On sçait que cecy est certain à ceux qui sont coupez à

angles droits sur l'axe, nous ne donnerons pas d'exemple, que de ceux qui sont coupez obliquement sur l'axe.

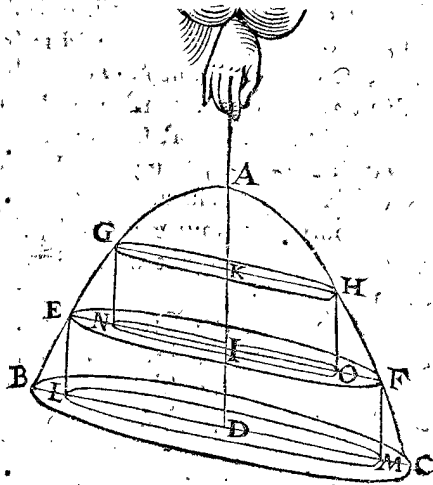
Le donné. Soit ABC un conoïde parabolique, BC sa base, AD son axe oblique sur iceluy.

Le requis. Il faut demonstrier que son centre est en l'axe AD.

Preparation. Soit iceluy coupé par deux plans paralleles à la base BC, coupans l'axe en I, K, menans les lignes puis apres de GN, EL, HO, FM; tellement que GH, EF, BC seront ellipses semblables; & puis soient EM, GO, cylindres inscrits dedans le conoïde parabolique.

DEMONSTRATION.

Car LD, DM estans egales (à cause de EI, IF) ID fera axe du cylindre EM; & partant le centre d'iceluy sera en EM; semblablement, le centre du cylindre sera



en KI; & par consequent le centre de GM (figure composée des cylindres) sera en KD, c'est en AD: Et tant plus on y en inscrit, & tant moins y a-il de difference entre le conoïde & la figure inscrite: On pourroit donc tant inscrire de cylindres, que la difference entre iceux & le conoïde sera moindre qu'aucune quantité solide si petite qu'elle puisse estre: D'où s'ensuit que pendant le conoïde par AD, pris pour diametre de gravité du conoïde, qu'alors les pesanteurs de part & d'autre differeront moins d'equilibration qu'aucune pesanteur donnée tant petite soit-elle, sur quoy j'argumente ainsi:

A. Quand deux pesanteurs different, on peut trouver un poids moindre que leur difference.

O. Or entre l'un & l'autre costé du conoïde, on ne peut trouver de quantité moindre que leur difference.

O. Donc ces deux costez ne different pas.

Parquoy AD sera le diametre de gravité.

Conclusion. Le centre donc d'un conoïde parabolique est en l'axe.

PROBLEME X. PROPOSITION XXIII.

Trouver le centre d'un conoïde parabolique donné.

Le donné. Soit ABC un conoïde parabolique, dont A le sommet, & AD soit l'axe.

Le requis. Il faut trouver son centre.

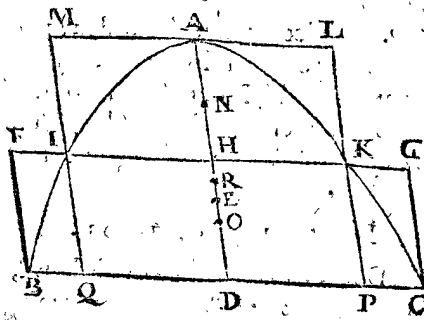
CONSTRUCTION.

On divisera l'axe AD en E, tellement que AE soit double à ED, alors E sera le centre de gravité du solide parabolique; ce qui a esté demonstrier par Frederic Com-mandin en la 29 proposition: dont le sens est décrit, comme s'ensuit, selon nostre stile.

DEMON-

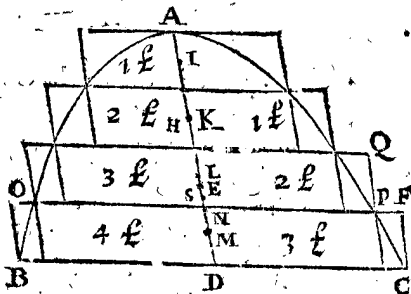
DEMONSTRATION.

Soit coupé iceluy solide par un plan FG parallele à la base BC, au milieu de l'axe en H; & soyent MK, FC deux cylindres circonscrits à l'entour d'iceluy, leurs centres N, O: & I.P. cylindre inscrit, son centre



fera aussi O. Maintenant comme AD à DH, (c'est 2 à 1) ainsi la superficie de la base BC à celle qui est par IK; alors le cylindre BG à IL fera comme 2 à 1; & soit que BG pese 2 lb, & IL 1 lb: donc NO sera la barre, laquelle divisée en ses rayons, comme en R, ainsi que NR soit double à RO; alors R sera centre des cylindres circonscrits, & O de l'inscrit; alors R & O seront equidistans de E, assavoir chacun  $\frac{1}{2}$  de AD; ce qui adviendra tousiours ainsi es autres exemples: Mais afin de declarer tout plus apertement, nous y joindrons encor cest exemple.

Soyent 4 cylindres circonscrits coupans l'axe en 4 parties egales, & 3 inscrits; les centres des cylindres I, K, L, M, & AE encor double à ED. Maintenant comme DA à AN (c'est 4 à 3) ainsi la superficie de la



base BC, à celle de OP: donc le cylindre BF au cylindre OQ, ainsi 4 à 3; & pour mesme raison BF au tiers cylindre, fera comme 4 à 2; & au quatriesme, comme 4 à 1: les circonscrits soyent donc 4 lb, 3 lb, 2 lb, 1 lb: & les inscrits 3 lb, 2 lb, 1 lb; tellement que par la 2 proposition du premier livre, le centre des 4 cylindres circonscrits sera en L, & des 3 inscrits en S, equidistans de E, chacun de  $\frac{1}{4}$  de AD; ces deux points donc L, S, viennent de part & d'autre de E, & de mesme intervalle.

Que si on circonscriroit 8 cylindres, & 7 inscrits, lesdits points vien droient de part & d'autre de E chacun distans d'iceluy de la  $\frac{1}{8}$  de AD.

Et si on en circonscriroit 16 cylindres, & 15 inscrits, lesdits points seroyent chacun distans de E de la  $\frac{1}{16}$  de AD: & tousiours selon ceste progression approchant la moitié plus pres l'une des fois que l'autre precedente.

Ce qu'estant ainsi, E sera centre de gravité du conoïde parabolique; car s'il est possible que ce soit dehors, comme entre EL, ou entre ES, alors on pourra prendre de cylindres à l'inscription & circonscrition du conoïde; que le centre des circonscrits fera plus bas que celuy du conoïde, ou que celuy des inscrits fera plus haut que celuy du conoïde; ce qui est impos-

sible. Et partant ce ne sera pas en autre lieu qu'en E: ce qu'il falloit demonstrier.

Conclusion. Nous avons donc trouvé le centre d'un conoïde parabolique, selon le requis.

NOTEZ.

On trouvera au triangle, que les parallelogrammes circonscrits & inscrits ont mesme raison entre eux, comme icy les cylindres au conoïde parabolique; d'autant que leur centre de gravité divise la ligne du sommet, vers le milieu de la base en mesme raison, assavoir 2 à 1.

PROBLEME XI. PROPOSITION XXIV.

Estant donné un conoïde parabolique tronqué par un plan parallele à la base: Trouver son centre de gravité.

Le donné. Soit en la figure suivante ABCD un conoïde parabolique, tronqué par un plan AB parallele à la base DC.

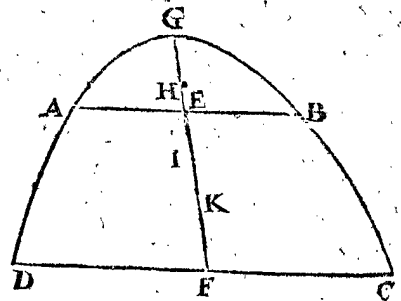
Le requis. Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRUCTION.

Ayant parfait le conoïde, y adjoustant AGB son défaut, & trouvant le centre de gravité du tout I, & de la partie H, selon la precedente proposition; on trouvera le centre du reste K, par la 9 proposition de ce deuxiesme livre; dont la demonstration est manifeste.

ALB. GIRARD.

Ceste maniere a aussi ceste imperfection qu'il faut remettre ce qui estoit retranché; & Stevin prend la proposition plus generale, sans la restriction (tronqué par un plan parallele à



la base) veu qu'il l'entendoit ainsi; ce qui a fait que nous l'avons remis en la proposition, afin qu'il n'y ait point de doute; nous ferons donc la construction plus simple, comme s'ensuit.

Pour trouver le centre de gravité K, on usera de cest organ.

$$\frac{EF, AEq}{DFq + AEq} + EF: \text{sera pour } KF, 3.$$

Ou bien, en divisant EF en trois parties egales; puis derechef la partie du milieu en telle raison, comme le quarré de AE, au quarré de DF, disposant les parties reciproquement aux plans paralleles, comme nous avons dit en la 8 proposition; dont la demonstration est assez manifeste par la correspondance qu'il y a entre les parallelogrammes inscrits & circonscrits au triangle, & les cylindres inscrits & circonscrits; ce qui suffira icy pour eviter la prolixité. J'aurois mis icy comme aux plans, plusieurs belles inventions fort difficiles touchant le centre de gravité des sections de cercle, d'ellipse, & d'hyperbole, & d'autres figures planes; comme aussi les centres de gravité des secteurs spheriques, & des sections tant de la sphere, que du spheroidé & du conoïde hyperbolique & d'autres figures solides, qui n'ont jamais esté mises en lumiere ny inventées de personne, & qui pour la grande difficulté qu'elles ont, meritent bien le jour, afin qu'un autre ne preme la peine de les chercher, & lesquelles pour la construction organique que se leur ay adapté, tant pour l'Arithmetique, que pour la Geometrie & Mechanique, pourroient rendre un Archimedes desreux de les voir, mesme apres la seconde fois.

469

T R O I S I E S M E L I V R E .  
D E L A S T A T I Q U E ,

De la Præctique de l'art ponderaire,  
ou Statique-præctique.

A U L E C T E U R .

**D**'Autant qu'il sera parlé en quelques propositions de la Præctique ponderaire du mouvement des corps, il m'a semblé bon, avant que de venir là d'en declarer quelque chose: Assavoir que la Statique enseigne seulement à mettre en equilibrium le mouvant avec l'esmeu. Et que touchant la pesanteur ou puissance, que le mouvant a besoin d'avoir encor d'avantage, pour faire que l'esmeu se puisse mouvoir, (laquelle puissance ou pesanteur doit gagner & surpasser ce qui empesche le mouvement de l'esmeu) la Statique ne montre pas la maniere de trouver telle pesanteur ou puissance Mathematiquement; pource que l'esmeu, & ses empeschemens n'ont aucune proportion, avec un autre esmeu, & ses empeschemens. Mais pour declarer cela par exemple; Soit qu'un char chargé, duquel la pesanteur soit notoire, doive estre tiré sur une montagne de pente aussi notoire; Alors la Statique-præctique (comme on verra en la 9 proposition exemple quatriesme) enseigne quelle puissance ou pesanteur fera equilibrium avec ce char, sans mettre en ligne de compte les empeschemens des accidens, tels que pourroyent estre le frottement de l'esmeu dans le moyeu, des rouës contre le pavé mal uny, du char contre l'air, &c. lesquelles puissances & empeschemens la Statique ne montre pas, ne consistans point en raison, où n'estans point proportionelles; partant nous pourrions demonstrier, & refuter les argumens de ceux, lesquels tombans en erreur, pensent le contraire, n'estoit que ce sera en un autre lieu, comme en l'Appendice suivant. Notez aussi que ceste cognoissance d'equilibration suffit, car on sçait qu'en une balance, où les pesanteurs sont egales, il ne faut pas grande puissance pour l'esmeuvoir, (combien qu'elle ayt aussi des empeschemens à son mouvement) & ainsi és autres.

Cecy est dit touchant l'empeschement du mouvement, afin que si quelqu'un trouvant la force du mouvât quelque fois plus grande que celle de l'esmeu, ne pense que ce soit faute en la science, mais que de necessité (comme il a esté dit) le mouvant doit estre au dessus de l'equilibration d'autant pesant, qu'il est de besoin pour forcer les empeschemens de l'esmeu. Secondement, afin que personne ne soit trompée en telle apparence de proportion, ce qui advient tres-aisément à ceux qui prennent le faux pour le vray.

A L B . G I R A R D .

*Je monstreray comment il faut vuider ceste question une autre fois au livre du mouvement que je pretends mettre bien tost au jour: Cependant voyez ce qu'en dit Stevin en l'Appendice de la Statique, chapitre deuxiesme.*

O P E R A T I O N .

On pendra le solide avec la corde CD, & menant la ligne EF par le point C, & és deux points en icelle E, F, soyent attachez des filets de soye avec leurs plombs

A R G U M E N T .

**C**'este Statique-præctique comprendra l'invention Mechanique du plan de gravité, Diametre de gravité, & Centre de gravité. D'avantage la construction d'une Balance tres-parfaite, avec la Declaration de quelquesunes de ses proprietéz. Aussi d'un Clavier tres-parfait; Et les proprietéz des Leviers, desquels on s'aide au lieu de force. Les proprietéz des pesanteurs que l'on porte; des Guindaxes, de l'Elevation des pesanteurs, & de la force infinie.

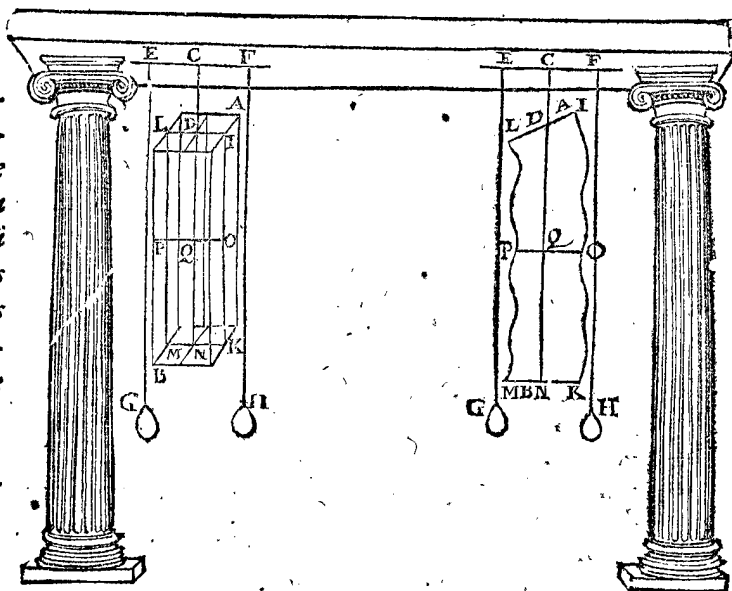
P R O P O S I T I O N I .

**E**stant donné un solide quelconque, trouver son plan de gravité, diametre & centre de gravité mechaniquement.

I Exemple.

Le donné. Soit AB un solide quelconque.

Le requis. Il faut trouver son plan, diametre & centre de gravité.



G, H, comme icy EG, & FH, joignant le solide AB: alors le plan par ces deux filets sera le plan de gravité, comme

comme passant à travers le solide par imagination; marquant ces lignes sur le solide, frottant la soye de charbon ou de croyé; comme font les scieurs de bois; & soyent icy  $IK$ ,  $LM$ , & de mesme  $LI$ ,  $MK$ ; alors le plan  $LKM$  sera le requis.

Mais pour trouver le diametre de gravité, on tournera le solide, afin de marquer un autre plan de gravité, & ainsi on trouvera les points  $D$  dessus, &  $N$  au dessous; tellement que  $DN$  sera le diametre de gravité: Et pour trouver le centre de gravité, on suspendra le solide de travers, assavoir par  $O$ , par lequel on trouvera le diametre de gravité  $PO$ , coupant l'autre en  $Q$ : alors  $Q$  sera le centre de gravité du solide.

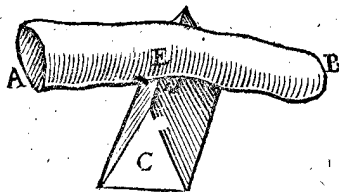
### 2 Exemple.

*Le donné.* Soit  $AB$  un solide comme il peut advenir.

*Le requis.* Il faut trouver son plan perpendiculaire, & centre de gravité mechaniquement.

### OPERATION.

On mettra le solide  $AB$  sur quelque anget, ou sur le tranchant d'un couteau, l'advançant & retirant tant



qu'il soit en equilibrio, & ainsi le plan perpendiculaire sur l'horizon passant par la ligne du tranchant  $D$ , sera le plan de gravité puis trouvant un autre plan, leur commune section sera perpendiculaire de gravité, & encor un autre plan trouvé coupant ladite perpendiculaire, ce sera en son centre de gravité. Dont la demonstration est manifeste par la precedente.

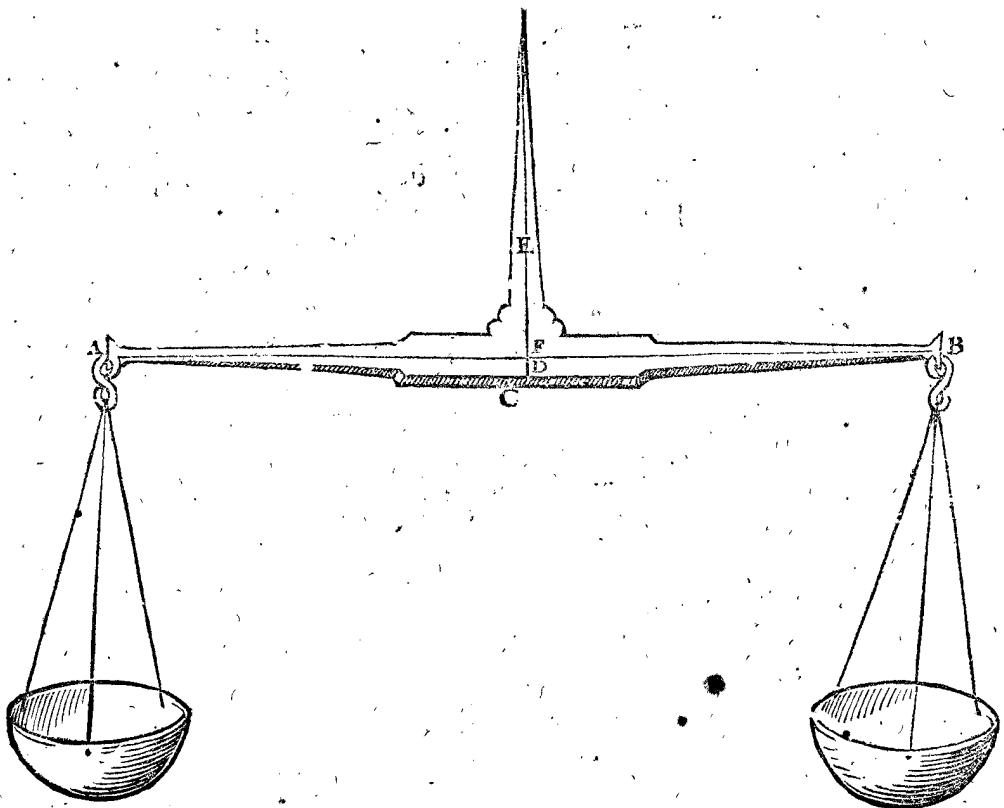
*Conclusion.* Estant donc donné un solide quelconque, nous avons trouvé son centre de gravité, &c. selon le requis.

### PROPOSITION II.

*Construire une balance tres-parfaite.*

### CONSTRUCTION.

On marquera premierement  $CD$  (perpendiculaire à la longueur de la barre  $AB$ ,) sous le milieu de la languette, laquelle doit estre preallablement en son lieu; puis il faut limer ou oster d'un & d'autre costé autant de matiere, que le tout se tienne en equilibrio sur  $CD$ , posé dessus quelque tranchant, & que les rayons  $AD$ ,  $DB$  soyent egaux; puis aussi  $DE$  perpendiculaire sur l'anglet de la barre, (c'est sur la longueur de  $AB$ ) & poser la barre sur une pointe d'acier, & ladite pointe dans  $DE$  pour trouver la perpendiculaire de gravité, & posé que ce soit en  $F$ ; & ayant marqué un point semblable à l'autre costé, la ligne comprise entre deux sera la perpendiculaire de gravité de la barre, signifiant le taillant de l'essieu. Puis si les bassins doivent estre attachez à la barre avec des crochets, on disposera les atouchemens des crochets & la barre en telle sorte, qu'ils soyent en ligne droite avec le taillant de l'essieu  $AFB$ ; Or il faut bien entendre ce mot d'atouchement, car c'est le lieu precis où les crochets touchent la matiere de la barre; & aussi si on attache les bassins à la barre, avec autre chose qu'avec des crochets, on prendra garde semblablement aux atouchemens: Alors l'anse estant mise en son lieu, si on met dans les bassins des pesanteurs egales, elles se tiendront à toute position qu'on



voudra, moyennant que l'essieu demeure & repose sur son tranchant, par la 10 proposition du premier livre des Elemens Statiques.

Or que telle balance soit tres-parfaite. cela est manifeste par le premier exemple de la 12 proposition du premier livre susdit, où il est demonsté que  $E$  estant point ferme, on peut attacher un poids en  $D$ , tel que

l'axe se tiendra à telle position qu'on voudra; & que si le point ferme eust esté  $N$ , assavoir le centre de gravité du donné, il n'y auroit aucune pesanteur pour petite qu'elle puisse estre, qui attachée en  $D$ , ne face descendre le costé entierement pour en parler selon la perfection Mathematique: Pareillement aussi on doit entendre icy, qu'en posant à l'une ou l'autre de ces pesanteurs egales,

egales, un tres-petit poids, que le costé où ce sera, descendra incontinent jusques en bas, lequel à grand peine pourroit faire mouvoir une autre balance.

Que si les Ouvriers trouvent trop difficile de connoître le lieu du tranchant de l'essieu, & aussi l'attouchement des crochets contre la matiere de la barre si parfaitement, ils se peuvent proposer ce que dessus pour but; & s'ils vouloyent aussi choisir quelque costé des deux, auquel on peut tomber n'ayant pas touché à la perfection, ils pourront mettre plustost les attouchemens des crochets qui se font contre la barre, la largeur d'un cheveu plus bas que la ligne AB, que non pas autant plus haut; car estant plus haut, tout renversera, par la 8 proposition du premier livre, ce qui n'est pas idoine pour peser; car aussi il pourroit advenir que ce qui seroit le plus pesant, paroistroit le plus leger, lors que l'axe le long de la barre ne seroit parallele à l'horizon, c'est à dire à niveau au commencement du balancement, d'autant que tout se tourne du costé où il commence à tourner premierement.

D'autant que les rayons de la barre doivent estre egaux en longueur, il est certain que si l'un d'iceux estoit la centiesme partie plus long que l'autre, que telle balance seroit fausse; car elle seroit paroistre estre en equilibrium; ce qui differeroit un pour 100; & si l'un d'iceux estoit la  $\frac{1}{3}$  partie plus long que l'autre, il y auroit difference de 4 pour 100, &c. Car comme le rayon majeur au moindre, ainsi l'un des poids à l'autre, par la 1 proposition du premier livre.

Notéz aussi que les barres les plus longues, delices, & legeres, ont un plus grand avantage, pour peser justement. Car si de deux barres d'egale pesanteur l'une estoit plus grande que l'autre; il est certain qu'une once, ou un grain, pourroit faire plus d'effort à l'une, que non pas à l'autre, par la proposition susdite.

*Conclusion.* Nous avons donc construit une balance tres-parfaite, selon le dessein.

PROPOSITION III.

*Estant proposée une balance, de laquelle la barre demeure à niveau: Trouver un poids, lequel mis en l'un des bassins, la barre se tienne selon quelque disposition donnée.*

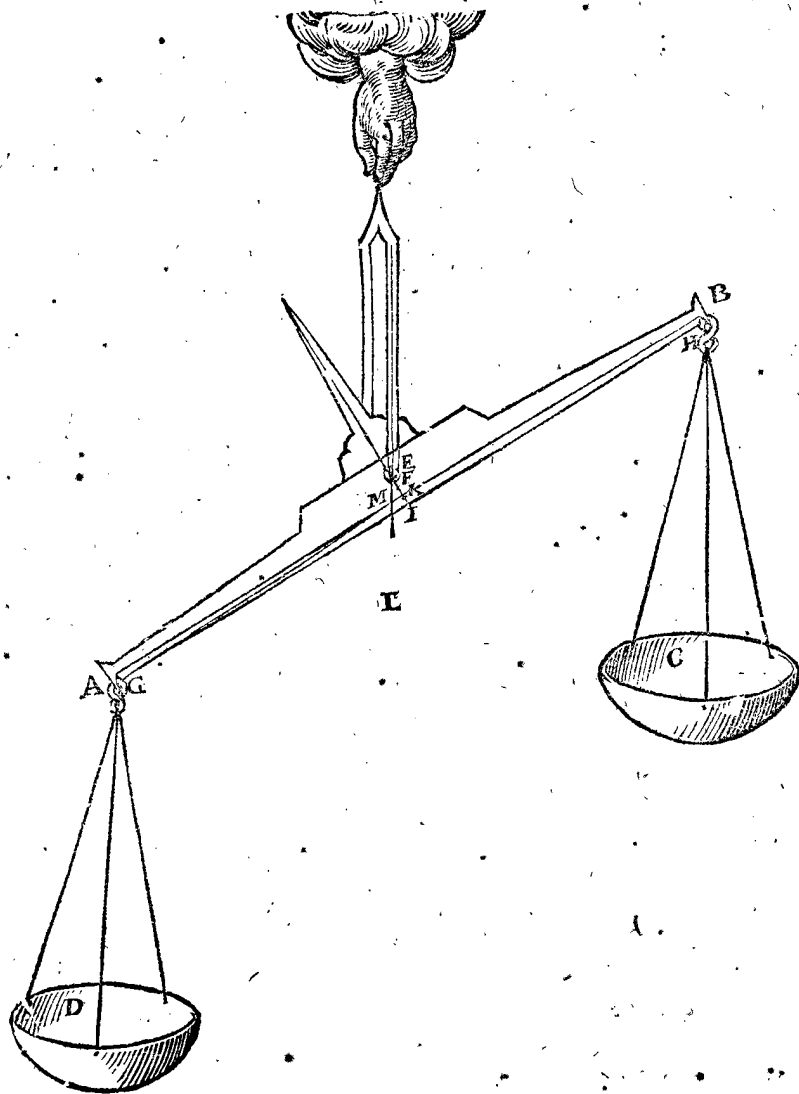
Il arrive souvent qu'une balance a son mouvement moins libre que l'autre, sans qu'on sçache d'où procede la faute, mesme le tranchant de l'essieu estant aussi bon que l'autre, on ne sçait aucunesfois trouver la cause: Parquoy nous descriurons icy la raison, demonstrent quel poids on mettra en une telle balance, afin que la barre demeure en disposition donnée.

*Le donné.* Soit la balance ABCD, & le tout estant libre, la barre se remette au niveau, & E soit le tranchant de l'essieu.

*Le requis.* Il faut mettre un poids en D, tel qu'il face disposer la barre en ceste maniere.

OPERATION.

On osterà les bassins, cordes, crochets, & anses, trouvant le diametre de gravité de la barre avec la languette, qui soit parallele au tranchant de l'essieu E, par la



1 proposition de ce livre, & que ce soit en F; puis on mennera une ligne d'un attouchement à l'autre GH, af-

savoir des attouchemens des crochets contre la barre, & I au milieu, puis on divisera FI, tellement que les parties

parties foyent en raison de la pesanteur de la barre & languette, laquelle soit 1 lb, à la pesanteur des bassins, cordes & crochets, lesquels je prens aussi peser 1 lb, & partant K soit mis au milieu de FI; alors K sera le point, auquel la balance proposée tiendra telle position qu'on voudra; puis menez K G, & la perpendiculaire par E, comme E L, coupant K G en M: Je dis que le poids qui aura raison à 2 lb (à sçavoir de toute la balance avec ses dependances, comme il a esté dit) comme M K à M G, sera le requis, lequel mis dans le bassin D, tiendra la balance en ceste disposition. Prenant que M K soit la  $\frac{1}{3}$  de M G, alors la  $\frac{1}{2}$  de 2 lb tiendra la balance en ceste disposition; dont la demonstration est manifeste par la 12. proposition du premier livre, mais neantmoins nous en dirons encore icy quelque chose.

## DEMONSTRATION.

D'autant que K est centre de gravité du donné, alors la perpendiculaire par K, sera le diametre de gravité du mesme, & la perpendiculaire par G, sera le diametre de gravité de ce qu'on a mis dans le bassin D; parquoy la ligne K G entre les deux centres de gravité est la barre Mathématique de gravité des mesmes, & est divisée en M, en sorte que le rayon M G aye telle raison au rayon M K, comme ceste pesanteur à celle-cy: Donc la perpendiculaire par M sera le diametre de gravité, ou anse du total; & par consequent la barre demeurera en telle disposition: ce qu'il falloit demonstret.

*Conclusion.* Estant donc proposée une balance, &c.

Estant donnée une barre, laquelle avec ses bassins demeure au niveau, mais sans iceux ne peut reposer sur le tranchant de l'essieu: Trouver de quelle pesanteur il faudra faire les bassins, afin que la barre se puisse tenir en telle disposition qu'on voudra.

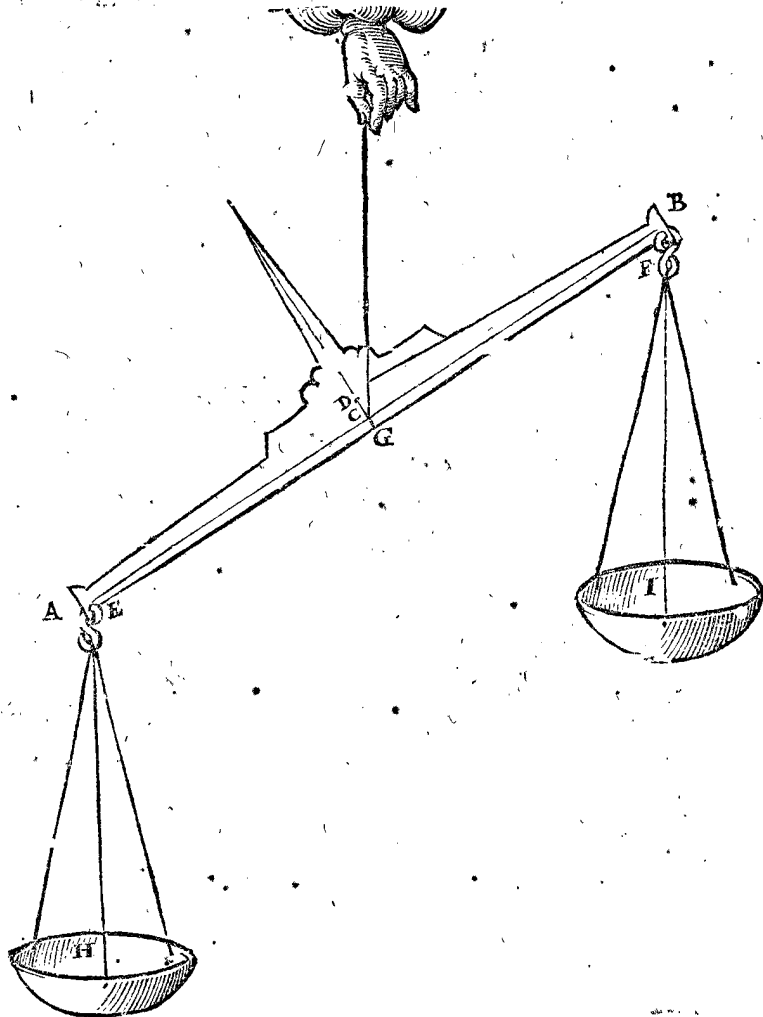
Il y a des barres, qui ne peuvent pas reposer sans bassins sur le tranchant de leur essieu, mais bien lors que les bassins y sont; dont il nous faut rechercher la cause par la pratique.

*Le donné.* Soit A B une barre de la qualité de la proposition, & C tranchant de l'essieu.

*Le requis.* Il faut trouver à ceste barre des bassins (c'est à sçavoir avec cordages, & crochets,) de telle pesanteur, qu'ils facent tenir la barre en telle disposition qu'on voudra.

## OPERATION.

On trouvera le diametre de gravité de la barre jointe avec la languette, parallele au tranchant de l'essieu C, par la 1. proposition de ce livre, & soit D au dessus de C; d'autant que la barre ne se peut tenir sur C par l'hypothese, & encor moins sous C. Puis soit menée E F entre les touchemens, à sçavoir de la barre & des crochets, laquelle de necessité passera sous C; veu qu'elle passera sur C ou dessus, il n'y auroit bassins si pesants puissent ils estre, qui pourroyent faire que la barre se tienne au niveau, & encor moins en toutes les positions qu'on voudra. Puis marquant G au milieu



de E F, on menera D C G; & comme D C à C G, ainsi la pesanteur des balances H, I, à la pesanteur de la barre; & si C D, C G estoient egales, alors la pesanteur des bassins, & celle de la barre devroyent estre egales; dont la demonstration est faite en la 10. proposition du premier livre, à quoy nous adjoûterons encore cecy.

## DEMONSTRATION.

La perpendiculaire par D, sera la perpendiculaire de gravité de la barre d'une part, & par G, la perpendiculaire de gravité des bassins d'autre part; Ainsi G D sera la barre Mathématique: Mais comme le rayon C D à C G, ainsi ceste

cette pesanteur à celle-là, par l'hypothese : la balance donc se tiendra sur C en telle disposition qu'on voudra; ce qu'il falloit demonstrier.

*Conclusion.* Estant donc donnée une barre, laquelle avec ses bassins, &c.

NOTEZ.

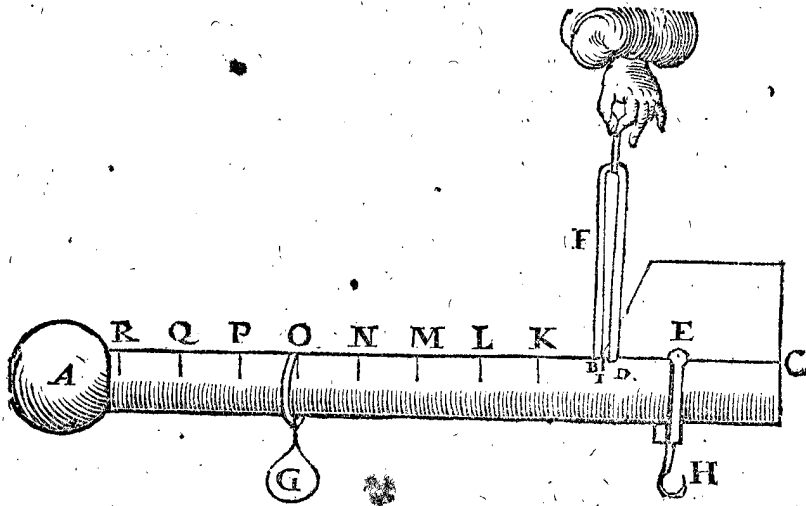
Il appert, que si les bassins estoient plus pesans qu'il n'a esté dit cy-devant, ou qu'on mette dans les bassins des poids egaux, alors la barre ne tiendrait pas telle position qu'on voudra, mais sera parallele à l'horizon; parquoy telle balance n'est pas la plus parfaite.

PROPOSITION V.

Construire un clavier tres-parfait.

OPERATION.

On prolongera le bord superieur AB jusques en C, & dans BC, les deux tranchans des effieux D, & E, pourveu que le tranchant de D vienne vers le bas, & de E vers le haut : Puis de l'extremité plus grosse de la barre vers BC, on en limera ou osera tant, que tout balance, & demeure en equilibrio en l'anse F, & qui plus est que le tranchant de l'effieu D (ayant osté l'an-



PROPOSITION VI.

Construire la balance oblique.

D'autant que les poids ne se meuvent pas seulement droit en bas, & droit en haut, mais aussi de biais, & obliquement, comme en divers exemples cy-devant & cy-apres, il faudroit avoir une balance d'autre façon que les communes, laquelle par distinction nous pourrions nommer balance oblique : Leur fin principale est de demonstrier à l'œil, rechercher, & entendre la verité des propositions, touchant la proportion descrite par voye Mathematique de tels poids obliques au premier livre, afin d'estre tant plus certain des choses qui tirent de là leur fondement, pour servir à l'avantage & utilité des hommes.

OPERATION.

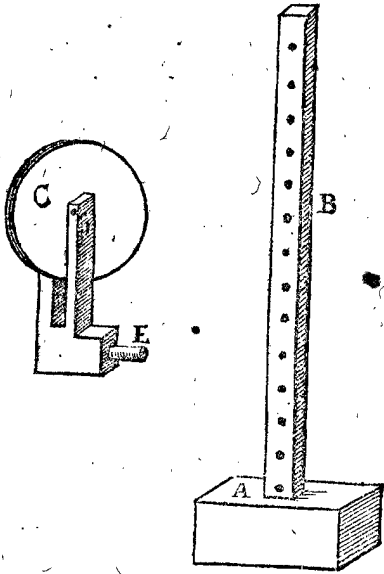
On fera un pied A, avec un reglet dessus, percé en plusieurs lieux, comme B, & puis une poulie C, avec une roye à l'entour du bord, où l'on puisse faire couler un filer, ayant au milieu un effieu D, reposant de ses deux bouts dans un pertuis, & puisse estre attachée à la regle B, mettant la pointe E dans l'un des pertuis d'icelle regle, si haut ou si bas qu'on voudra, & sera achevée. Mais ce à quoy on doit bien prendre garde, afin d'estre bien exacte, est que la poulie & son effieu de dedans, doivent estre tourne ensemble, & le plus delicatement qu'il est possible, faisant la poulie fort deliée, & que l'effieu soit à peu pres aussi gros que les plans de la poulie, afin d'empescher de vaciller, ou toucher la mortaize, & les bouts de l'effieu fort deliés. J'en ay fait tourner une de buis pour mon usage, dont l'espaisseur est comme le dos d'un delié couteau, ayant de diametre environ 5 pouces; & l'effieu (tournez en-

se F) demeure le diametre de gravité de la barre corporelle A C. Ce qu'estant ainsi, & la mesme barre suspendue à l'anse, elle se tiendra en telle disposition qu'on voudra, tant que l'effieu D reposera sur son tranchant. Puis on verra de quelle pesanteur le curseur G, & le crochet H feront, je pose que G soit 1 lb, & H une oncé, ce qui est la  $\frac{1}{16}$  de G, on posera I en sorte, que la ligne entre I & le tranchant de l'effieu D, soit egale à la  $\frac{1}{16}$  de DE, puis on marquera la longueur DE, ( la distance des deux effieux ) de I vers A, tant que faire se pourra, comme en K, L, M, N, O, P, Q, R : puis on divisera chaque partie de IK, KL, LM, &c. en autant de parties egales que le lieu le permettra, comme en 2, en 4, ou en 8, ou en 16, &c. & alors tout sera achevé.

Mais si l'ouvrier trouve ceste exactitude difficile & trop laborieuse, il aura au moins pour but, & taschera de le faire au plus pres qu'il pourra, mettant toutefois plustost le tranchant de l'effieu D, un cheveu plus haut, que la ligne A C, que plus bas qu'icelle.

Et quant à l'usage, lors que G est pendu en O, & une pesanteur au crochet H, equilibrio au reste, ceste pesanteur pesera 5 lb, d'autant qu'il y a de I en O 5 distances : Et si chaque distance, comme IK, KL, LM, &c. estoit partie en 16, chacune denoteroit une oncé : Comme si G estoit pendu entre P & Q en la 15 partie de P vers Q; alors ce qui pendroit au crochet H, peseroit 6 lb 15 onces; & ainsi des autres. Or d'autant que ce clavier, avec les poids equilibres de part & d'autre, se tiendra en telle disposition qu'on voudra, ( posant que le curseur G ne s'escoule en bas, lors que l'un des deux costez descend, ) & partant ce sera un clavier tres-parfait, pour les raisons deduites en la proposition precedente. Quant à la demonstration, tout est manifeste par la 2<sup>e</sup> proposition du premier livre.

*Conclusion.* Nous avons donc construit un clavier tres-parfait, selon le dessein.

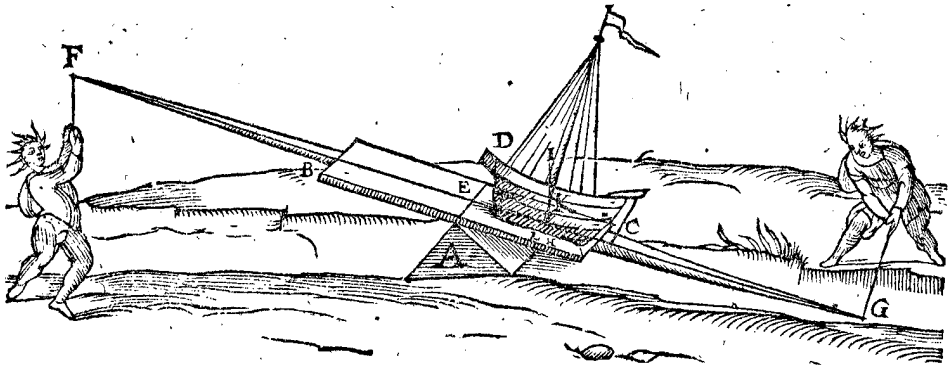


semble l'un avec l'autre) d'ivoire de la grosseur d'une esguille de Tailleur d'habits, assavoir aussi desliée que l'ouvrier la pouvoit tourner.

PROPOSITION VII.

R Echercher les proprietés des leviers.

Les hommes ayant remarqué qu'ils agissoient avec plus de force avec des longs leviers, ils s'en sont puis apres servy en plusieurs affaires, mais cognoissans cela seulement par experience, & non par raison, il est advenu que plusieurs ouvrages nouveaux ont mal reüssy, au dam des ouvriers, & au desavantage & reculement



& que chacune pesoit 160 lb, ils tiendroyent le bateau en equilibre : Ce qui se doit entendre en la disposition presente, mais si le bateau estoit eslevé plus haut, K estant le centre de gravité, & KL de nouveau, perpendiculaire de gravité, il faudroit moins que 4000 lb à F, veu que posant FE septuple à EL, il ne faudroit que  $342\frac{2}{7}$  lb, pour tenir le bateau en equilibre.

NOTEZ.

Nous avons proposé un exemple, lequel serviroit en telle occasion, où le levier devroit estre bien grand pour estre sextuple à EH. J'estime qu'és grands navires cela ne pourroit pas bien succeder, mais seulement és bateaux. Il est bien vray qu'on se serviroit de guindaxes en F, G, pour n'avoir besoin de tant de gens; nous en descrirons une autre plus facile, en la 10 proposition suivante, & suffit d'avoir expliqué, & déclaré cest exemple comme dessus, puis qu'en le voulant practiquer, on accomode les choses selon qu'il vient mieux à point.

de l'ouvrage. Afin donc de sçavoir leurs puissances devant que commencer à les practiquer, nous en dirons icy quelque chose, combien que cela se puisse aisément tirer des propositions du premier livre; & comme il est advenu, que quelques uns ont pensé qu'il seroit meilleur de transporter les bateaux par dessus les dosdanes à force de leviers, & avec moindre frais qu'avec des guindaxes, selon la maniere ordinaire, nous prendrons premierement cest exemple pour voir qu'est-ce qu'il en adviendroit.

1 Exemple, des leviers à double queuë.

Le donné. Soit A un dosdane, & BC un bois plat, sur lequel le bateau D, pesant 24000 lb, peut reposer, (côment on peut cognoistre combien pese un bateau, avec tout ce qui est dedans, & son equipage, cela se trouvera en l'Hydrostatique en son lieu) & E, milieu de BC vienne sur le milieu du dosdane A; BF un des leviers, & CG l'autre egal à BF; & FE de poids egal à EG (quand le bateau n'y est pas) & pour transporter le bateau, on tire en F, ou on leve seulement en G, ou bien ensemble. Puis soit HI la perpendiculaire, & FE soit sextuple à EH, on requiert de trouver un contre-poids en F, ou en G, qui soit en equilibre avec le bateau.

OPERATION.

D'autant que FG est comme la barre d'une balance, & E son point ferme, & HI la perpendiculaire de gravité; & puis que FE est sextuple à EH; alors le poids du bateau sera sextuple au poids attaché à F, tellement que posant que le bateau pesoit 24000 lb, comme dit est, il faudroit 4000 lb à F: Or si il y avoit 25 personnes,

2 Exemple, des leviers à simple queuë.

Le donné. Soit ABCD un levier, DF, FC inegales sur l'anglet de E le long de AB, coupant DC axe en F, iceluy levier pesant 400 lb, dont le centre de gravité soit G, (le plan de gravité perpendiculaire sur l'axe DC eust peu suffire, comme aussi és exemples troisieme & quatrieme suivants, mais nous prendrons icy le centre de gravité pour parler plus proprement) & il y a sur la partie ABD une pesanteur H de 2000 lb, IK la perpendiculaire de gravité, assavoir K en l'axe CD, on demande quelle pesanteur il faudroit en C pour lever H.

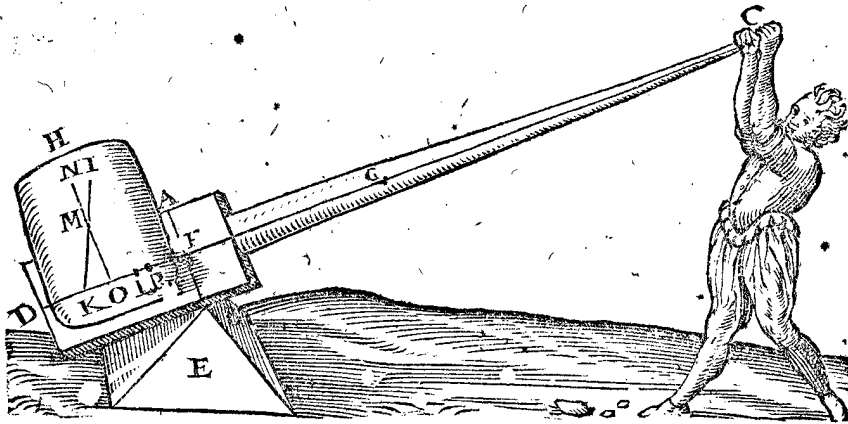
OPERATION.

On trouvera la perpendiculaire de gravité du poids H & du levier H, comme d'une chose, ainsi que s'en suit: Soit partie KG en L, ainsi que GL aye telle raison à LK, comme 2000 lb à 400 lb, c'est comme 5 à 1, une perpendiculaire par L sera leur perpendiculaire de gravité. Or je pose que FC soit trouvée dodecuple à FL; parquoy FC 12 donne FL 1, combien 2400 lb (assavoir du levier



levier ABCD & de H) viendra 200 lb pour le poids qui doit estre en C, pour estre equilibre à H en ceste disposition; parquoy si un homme pesant 200 lb, tiroit en C aussi fort que 200 lb, il seroit en equilibre au

reste; ce qu'il faut entendre en la disposition, comme elle est presentement: car prenant M, pour le centre de gravité de H, & la partie ABD s'elevant, C n'aura pas befoing de 200 lb; veu que menant NO, perpendi-



culaire à DF, (ou sur le plan ABD) par le point M, tellement que quand ledit plan sera parallele à l'horizon, NO sera perpendiculaire de gravité de H; & divisant OG en P, ainsi que PG soit derechef quintuple à PO, assavoir comme 2000 lb à 400 lb, la perpendiculaire par P sera alors diametre de gravité du total: Je pose maintenant que FC soit quindécuple à FP, il faudra dire, FC 15, donne FP 1, combien 2400 lb? viendra 160 lb, qu'on devra attacher à C, afin de contrepeser le reste.

3 Exemple.

Combien que la qualité des pesanteurs des choses qu'on porte sur l'espaule, comme lances & semblables longueurs, se rapporte assez à ce que dit est au deuxiesme exemple, nous en ferons neantmoins mention en ce troisieme exemple.

*Le donné.* Soit A un homme, ayant sur son espaule B, une lance CD, pesant 12 lb, dont l'axe est CD, & E son centre de gravité: & du point d'attouchement de la lance & de son espaule, soit menée la ligne BF, perpendiculaire à l'horizon, coupant l'axe CD en G: Et tirant avec sa main directement en bas, vient au point H en l'axe, & que GH soit double à GE.

*Le requis.* Il faut trouver quelle force c'est que la main fait en attirant.

OPERATION.

D'autant que GH est double à GE, la pesanteur en E, qui est la lance, sera double à celle qui est en H,



la force que la main fait: Mais la lance pese 12 lb, la main donc attirera 6 lb.

Mais si c'estoit un soldat qui ayt esté à la picorée, & ayt pendu un chappon I, en K, pesant 3 lb: tellement que KG soit triple à GH; il appert que le butin luy appesantira la main de 9 lb, & attireroit 15 lb en tout.

On suppose icy qu'il tire droit en bas la main, mais si c'estoit obliquement, alors comme la depression directe à l'oblique, ainsi le deprimant direct à l'oblique, par la 21 proposition du premier livre des Elemens, d'où tout pourra estre cognu.

ALB. GIRARD.

*Mais d'autant qu'il arrive, comme icy, d'autres inconveniens au porteur, qu'à la main, comme sur l'espaule; on demande quel poids il porte sur son espaule? ce qui servira une fois pour tout, tant icy qu'en autre lieu.*

La lance CD pese 12 lb,  
En K, y a 3 lb,  
Et la main H tire 15 lb,

Vient en somme 30 lb.

sur l'espaule B, & ainsi des autres: que s'il mettoit tout à l'equilibre, sans la main il ne porteroit que la moitié.

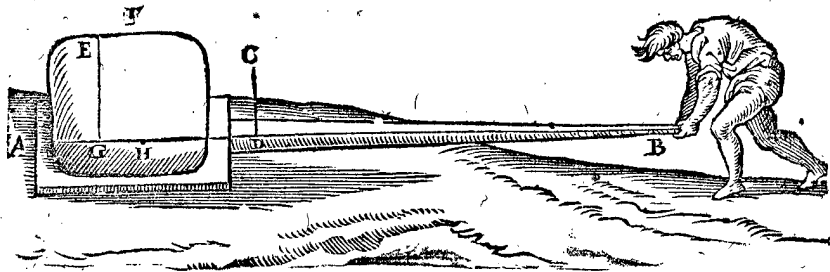
4 Exemple.

Nous avons déclaré jusques icy les proprietés des leviers à deux bouts, de part & d'autre du point ferme.

*Le donné.* Soit AB un levier, ferme en A, & le reste mouvant, pesant 400 lb, l'axe AB, & CD diametre de gravité, & AB soit 10 pieds de long, sur lequel est un poids de 1000 lb E, son diametre de gravité FG. L'on demande de quelle force il faut elever le bout B, afin de lever & le levier & le poids E.

OPERATION.

On trouvera le diametre de gravité du total, participant quelque barre entre les diametres FG, & CD; comme GD en H; tellement que HG à HD soit comme 400 lb du levier à 1000 lb du poids F: (c'est comme 2 à 5) Et posant que AH soit 2 pieds, je dis AB 10 pieds, donne AH 2 pieds, combien 1400 lb pour le poids tant du levier que du faix? vient 280 lb: On doit donc mettre une telle force en B, pour estre equilibre au reste, comme si on levoit 280 lb; dont la demonstration est manifeste par la 14 proposition du premier livre des elemens.



Mais si l'artifan eust voulu faire le compte par une cognoissance plus exquise des principes, il eust peu faire quelques figures, telles que les Geometres font, afin d'aider à l'imagination : Comme menant cy-dessous la ligne IK, denotant le levier de 10 pieds; & d'autant que AH estoit 2 pieds, & H centre de gravité, je mar-

veu que IN est egale à IK; & ainsi il faudra elever le poids de 280 lb en K pour satisfaire au requis, affavoir pour elever M, & le trouver en equilibrio: & ainsi des autres qui sont de mesme.

Conclusion. Nous avons donc recherché la propriété des leviers, &c.

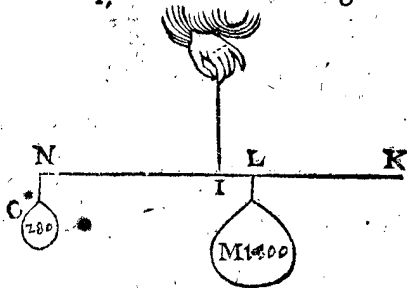
PROPOSITION VIII.

**R**echercher les qualitez des fardeaux qu'on porte.

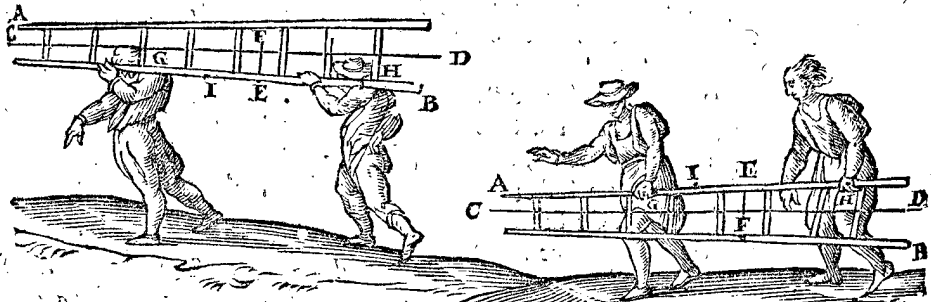
Le donné. Soit AB une eschelle, plus pesante en un bout qu'en l'autre, laquelle doit estre portée de deux hommes, tellement que l'un porte autant que l'autre, affavoir chacun la moitié de la pesanteur d'icelle; & soit CD son diametre, lequel on requiert estre parallele à l'horizon.

OPERATION.

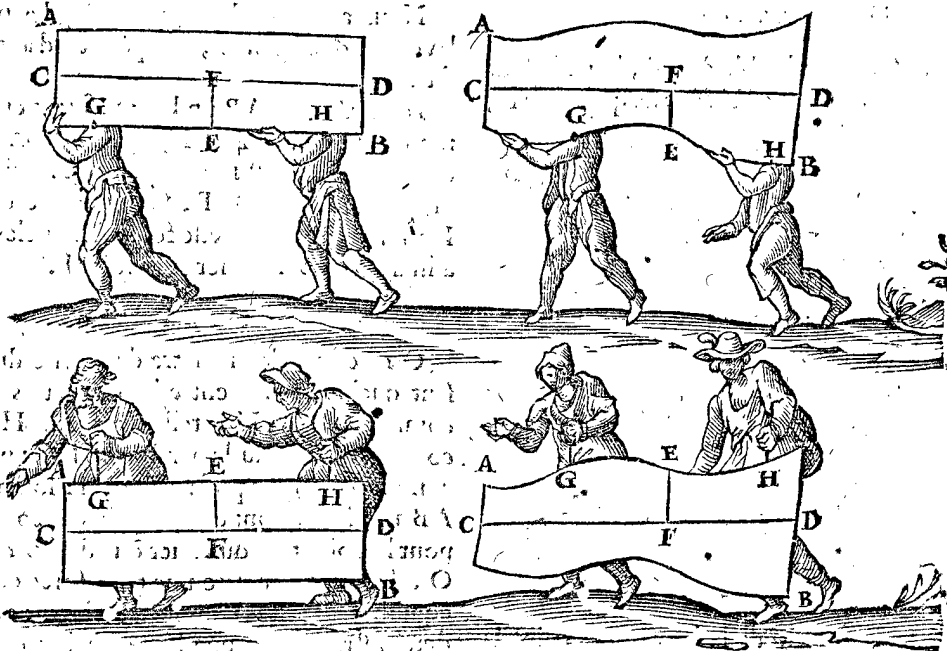
On balancera l'eschelle sur quelque anget tranchant, recherchant où elle se peut tenir en equilibrio, & soit en E, y faisant une marque, si on la doit porter souventefois de lieu en autre; & menée la perpendiculaire EF, coupant CD en F, duquel on posera deux points equidistants, & de part & d'autre d'iceluy, comme en G, H; car là ils porteront les pesanteurs egales.



que L, ainsi que IL denote 2 pieds, attachant M 1400 lb à L, & faisant IN egale à IK, prenant I pour le point ferme, je recherche quel poids viendra à N, afin qu'il soit equilibrio à M; ce qui est manifeste par la 3 proposition du premier livre; car IL, est la  $\frac{1}{5}$  de IN; parquoy à N sera la  $\frac{1}{5}$  de M, comme O, 280 lb; & par la 13 proposition du premier livre, O fait tel effort à N en deprimant, que le mesme poids en K en elevant,

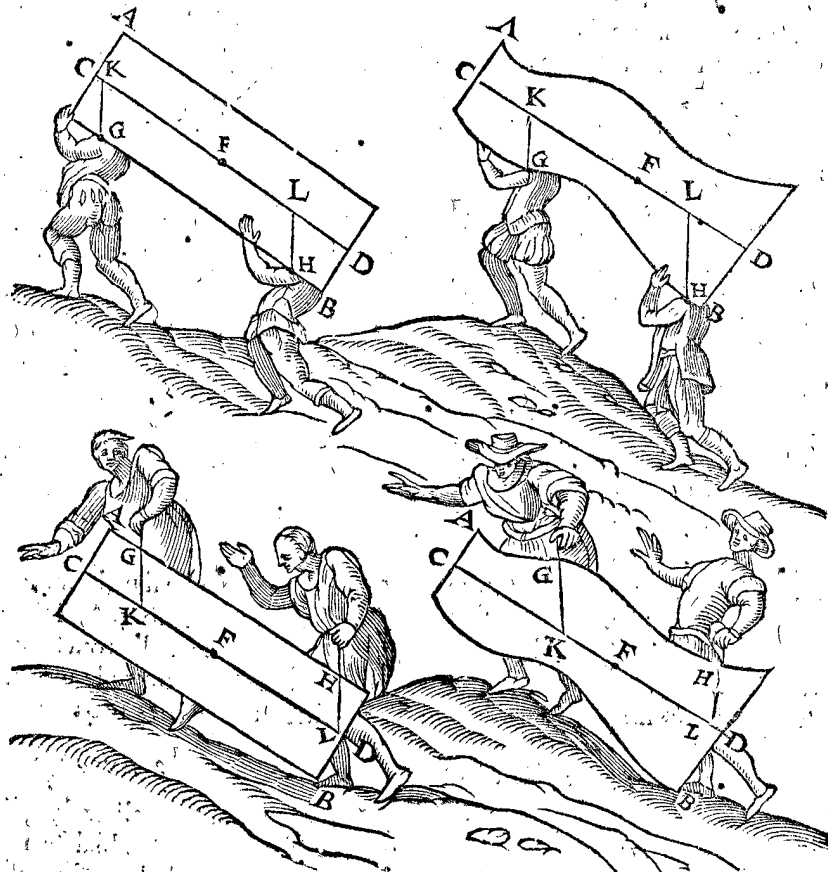


Que si on vouloit que l'un portast le double de l'autre, on prendra l'une des distances HE, double de l'autre EI, alors celuy qui sera plus pres de EF, comme en I, portera le double de l'autre en H, & ainsi des autres.



Or ce qui a esté dit de l'échelle, se peut aussi entendre d'autres faix, comme cy-dessous; trouvant préalablement les lignes CD, par la 1<sup>re</sup> proposition de ce livre, lors qu'elles sont irregulieres; & que les perpendiculaires par G, & H, coupent CD, és points equidistants de EF.

Ce que dessus est, lors que CD est posée parallele à l'horizon (c'est à dire au niveau) mais si elle estoit oblique à l'horizon, comme cy-dessous, quand les porteurs montent ou descendent, alors la raison des pesanteurs se changeroit, mais elle seroit toutesfois

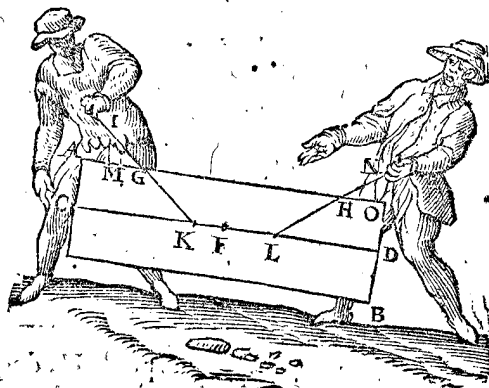
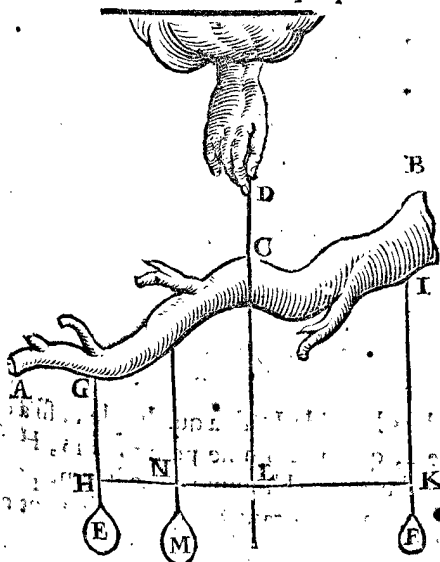


cognüe. Car soit pour plus ample declaration, que les porte-faix ayent à monter quelque montagne, comme cy-dessus.

Ayant mené des perpendiculaires par les points G, H, coupant CD en K, L, ils ne porteront pas autant l'un que l'autre, comme au precedent exemple, veu que FK (és deux figures d'enhaut) est majeure à FL, & moindre aux deux de dessous; Comme aussi FK à FL, ainsi le poids en H, à celui de G. D'où s'ensuit que lors que les points fermes G, H, sont au dessous de CD, que celui de devant porte le moins; mais au dessus, il porte le plus. Et que si les points fermes estoient en CD, qu'ils porteroient toujours les mesmes poids, tant en pente, qu'en pleine campagne, ce qui est du tout manifeste, par les 14, 15, 16, 17, 18, 27, 28 propositions du premier livre. Mais d'autant que plusieurs manou-

vriers n'entendent, ny ne peuvent mettre leur temps à lire ces propositions, qui toutefois voudroient voir à l'œil quelque raison qui les induisist à croire cela, ils pourront prendre un baston droit & regulier, ou tortu & irregulier, comme il arrive; tel que AB, le suspendant par un ligament CD en C, puis attachant des poids egaux E, F, au baston, tellement que les cordages GH, IK, soyent equidistans de la ligne CD produite en bas, assavoir HL egale à LK; le baston tiendra la mesme disposition qu'auparavant: ce qui se fera aussi, si en ostant E, on y met M double à F, moyennant que KL soit aussi double à LN, d'où s'ensuit necessairement ce qui a esté dit cy-dessus, & ainsi ils le pourront entendre facilement.

Les lignes és figures precedentes, par lesquelles les porte-faix supportoyent les fardeaux, estoient perpendiculaires à l'horizon, que si elles y estoient obliques,



comme icy joignant, ils soustiendront un plus grand faix, que le fardeau ne pese. Et pour sçavoir combien de

de pesanteur revient à chacun ; on menera les perpendicules IM, NO, disant comme MI à IG, ainsi l'elevant direct au poids que l'homme soustient en G ; & derechef comme ON à NH, ainsi l'elevant direct, au poids que l'autre homme soustient en H, par la 27 proposition du premier livre des Elemens ; & par la 22 du mesme livre on sçaura combien chacun soustiendra.

Nous mettrions encor d'autres exemples touchant la qualité des fardeaux portatibles, mais la briefveté nous en divertissant, ceux-cy suffiront pour le present.

PROPOSITION IX.

**R**echercher les proprietéz des guindaxes, & des pesanteurs attirées.

L'attirant & l'attiré des guindaxes, sont proportionaux aux raids de l'axe, & de la rouë. & pour mettre le tout par ordre nous descirons le theoreme suivant.

THEOREME.

**E**stant proposé un guindaxe, & une pesanteur pendue à son axe, equilibre au poids, qui est mis à l'extremité du raid de la rouë, estant ledit raid parallele à l'horizon : Comme le raid de la rouë, au raid de l'axe ; ainsi le poids à l'axe, au poids qui est à la rouë.

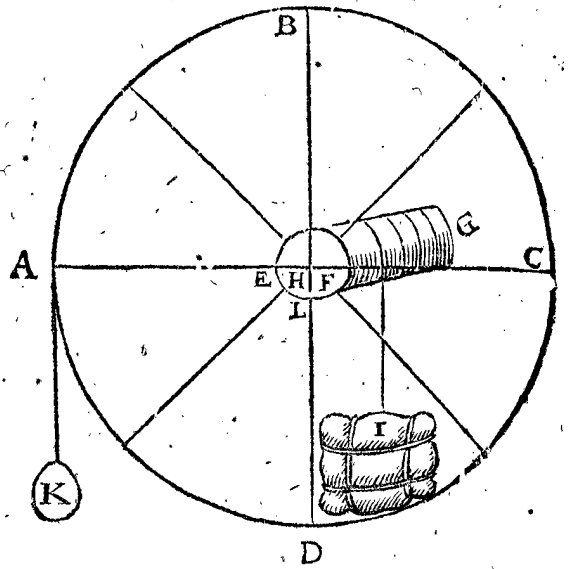
Le donné. Soit ABCDEFG un guindaxe, son axe EFG, & raid EH, & centre H, & I un poids suspendu à iceluy : puis ABCD la rouë, & HA raid parallele à l'horizon, en l'extremité duquel A est un poids K, equilibre à I, & L soit l'attouchement de l'axe, & le lieu où il repose.

Le requis. Il faut demonstrez que comme AH à HF, ainsi I à K.

DEMONSTRATION.

Soit prise la rouë ABCD comme la barre d'une balance, & BL l'anse, tellement que le costé BDA (ayant osté prealablement les poids K, I,) soit equilibre à l'autre costé BDC. Posons maintenant que le poids

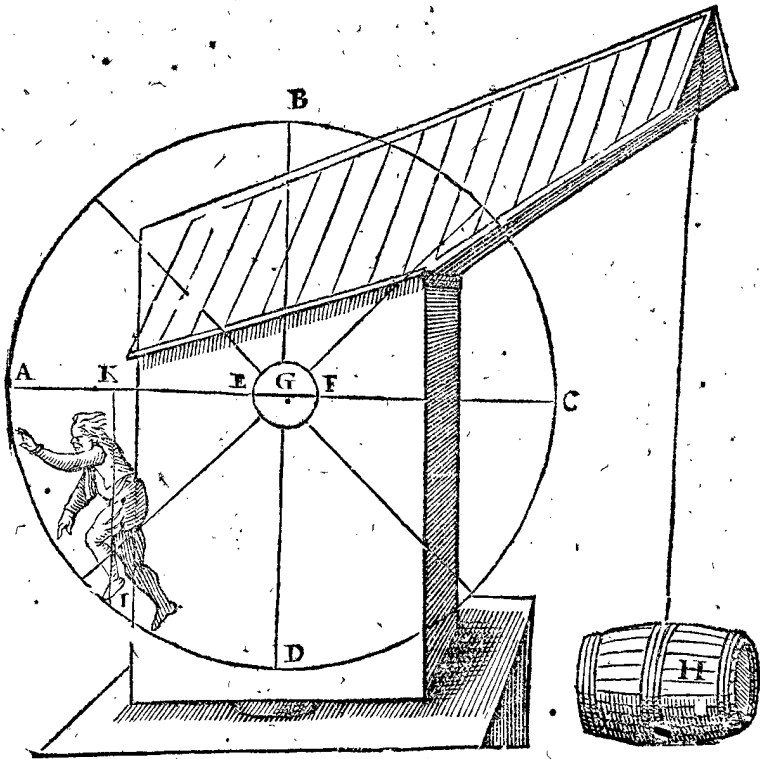
I soit attaché au point F ( car c'est tout un ) alors comme les rayons AH à HF, ainsi I à K ( qui est proportion de majeure inegalité ) parquoy si HA est sextuple à HF, aussi sera I à K, assavoir que si I pese 600 lb, que



K en pesera 100, que si un homme pesoit, ou faisoit autant d'effort que 100 lb en A, il tiendrait I en equilibre, excepté qu'à cause de l'atrouchement L, c'est à dire le froyement de l'axe contre le moyeu, il doit faire quelque effort au dessus des 100 lb.

2 Exemple.

Les proprietéz & qualitez des guindaxes, qu'on nomme grues, & autres semblables roüages, où l'on fait marcher quelqu'un dedans, sont assez manifestes par ce que devant. Soit par exemple ABCD une rouë, AG son raid parallele à l'horizon, & GF celuy de l'axe, G son centre, H un poids à l'axe, & I un homme qui



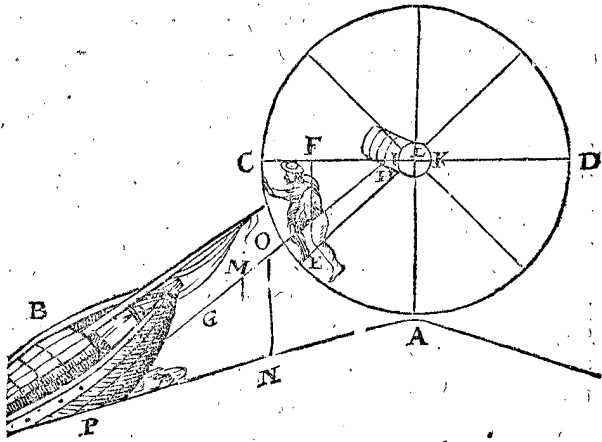
marche dans la rouë, equilibre au poids H, duquel le diametre de gravité est IK, perpendiculaire à AC : Il appert, que comme KG à GF, ainsi le poids H à la pesanteur de l'homme I ; & posé que GK soit quadruple

à GF, alors le poids H sera quadruple aussi à celuy de l'homme I, que si l'homme pesoit 150 lb, H peseroit 600 lb. D'avantage l'homme en ce lieu ne pourra pas elever le fardeau, d'autant qu'il y est seulement en equilibre,

libre, mais s'il marche en avant vers A, alors il elevera H, car ainsi G K à G F fera une raison majeure comme devant. Et tant plus on est vers A, & tant plus de force a-on pour elever H : dont la raison de ces choses apparoit à la 3 proposition du premier livre.

### 3 Exemple.

Voila quant aux poids qu'on eleve directement, comme balles de marchandises, & tonneaux qu'on tire des navires par le moyen des grues & autres semblables. Mais quant aux poids qu'on tire obliquement, comme on fait les batteaux, lors qu'on les tire au dessus des dosd'afnes és pays bas, il y a quelque autre raison. Soit par exemple A un dosd'afne, B un batteau qui doit estre attiré par dessus, CD la rouë, & CL son raid parallele à l'horizon, & de l'axe KL, un homme aussi qui estant en la rouë tient le batteau en equilibrio, son diametre de gravité FE, la corde du batteau à l'axe GH; soit aussi menée la perpendiculaire au plan du dosd'afne, M un point d'icelle en la corde; puis la perpendiclé ON. Soit maintenant LF sextuple à LK, & NO triple à OM; & que l'homme pese 150 lb. Ce qu'estant ainsi, comme LF à LK, ainsi le poids qui pendroit droit

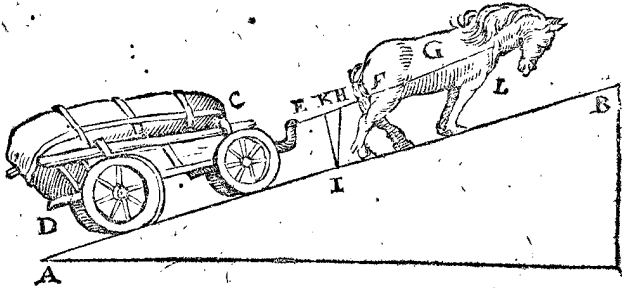


en bas à la corde GH, au poids de l'homme, par le theoreme precedent; mais LF est posée estre sextuple à LK : le poids donc susdit, qui pendroit droit en bas, peseroit 900 lb : Parquoy l'homme fait un tel effort au batteau B, comme s'il y avoit 900 lb attachées à l'axe obliquement; Et alors le poids du batteau a telle raison à 900 lb, comme NO à OM, par la 20 proposition du premier livre. Mais puis que NO est triple à OM par l'hypothese, le batteau pesera trois fois 900 lb (c'est 2700 lb) qui sont 18 fois la pesanteur de l'homme. Ce qui s'entend lors que le batteau est en telle disposition; mais venant plus haut, la corde sera moins parallele que devant (n'estoit qu'on la remette autrement) & partant la ligne MO auroit plus grande raison à ON, que non pas maintenant, d'où le contrepoids pour tirer le batteau seroit alors plus de 900 lb : Et ainsi quiconques voudra construire une rouë & un axe, qui ne soit trop grâde ny trop petite, il pourra faire son compte propre pour le plus pesant batteau qui y doit passer.

Il faut sçavoir aussi que l'homme E, fait le plus d'effort, lors que la corde GH est parallele au plan du dosd'afne PA, par la 24 proposition du premier livre des Elemens; car alors HG est perpendiculaire sur l'axe du batteau (s'il faut ainsi dire) c'est sur le diametre de gravité du batteau, qui est perpendiclé sur PA; tant plus donc GH est parallele à PA, tant plus le batteau est facile à tirer, & tant moins elle l'est, tant moins aussi y a-il de facilité.

### 4 Exemple.

Par les choses susdites il est manifeste, combien de pesanteur un cheval tire plus, en tirant un fardeau le long d'une pente en montant, que sur la plaine. Soit par exemple AB le plan d'une montagne, & CD un chariot, pesant avec tout le reste 2000 lb, & EF la corde, G le cheval contrepesant au chariot. Soit menée aussi HI perpendiclé, & IK à angles droits sur le plan



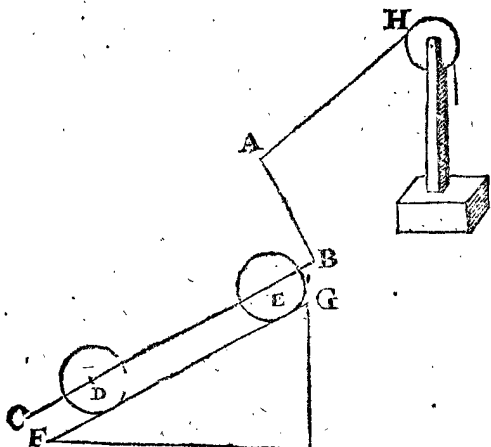
de AB : Soit aussi posée IH quadruple à HK, il appert par la 20 proposition du premier livre des Elemens, que comme KH à HI, ainsi le poids de la balance oblique (s'il y en avoit une au lieu du cheval) au poids du chariot; mais KH est le quart de HI; le poids donc de la balance oblique seroit de 500 lb, qui est le  $\frac{1}{4}$  de la pesanteur du chariot : Et ainsi la pesanteur du chariot cause un tel pressement contre la poitrine du cheval L, qu'un fardeau de 500 lb sur son dos le presseroit, & cela (c'est assavoir quand il marche) par dessus ce qu'il est pressé en tirant le chariot en rase campagne.

Il est aussi manifeste par la 24 proposition du premier livre, & par ce que nous avons dit cy-devant du batteau, que lors que la corde EF est parallele au plan AB, que le cheval a plus de facilité, c'est assavoir sur un chemin bien uny & dur; mais sur un chemin mal uny & sablonneux, la corde doit estre plus basse par derriere que devant : ce qui n'est pas incognu aux chartiers de Hollande par l'experience, car leurs chariots sont faits à l'advenant, pour lever la corde au derriere, lors qu'ils ont un chemin dur & uny, comme sur la greve de la mer, & la rabaisser és chemins mal unis, sablonneux, & fangeux. La raison est, que la corde EF estant parallele au chemin, elle ne l'est pas aux elevations rabottées, lesquelles augmentent le travail du cheval, plus que quand la corde est un peu plus basse derriere, tellement qu'elle semble estre un peu mieux parallele à ces entraves.

### NOTEZ.

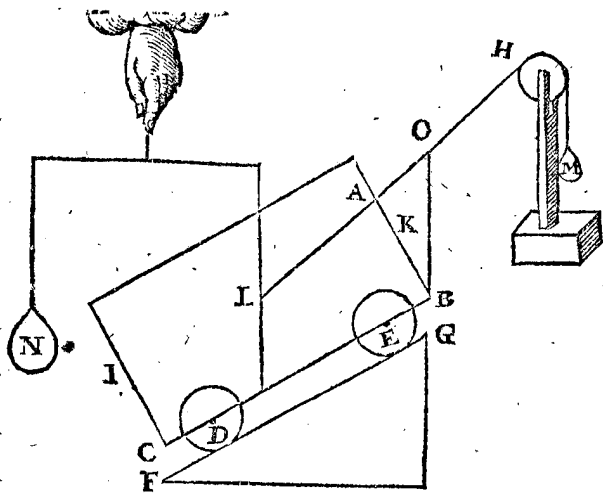
Quelqu'un pourroit objecter deux raisons : La premiere, pourquoy nous avons dit cy-dessus, Comme KH à HI, ainsi le poids de la balance oblique (s'il y en avoit une au lieu du cheval) au poids du chariot : Estimant qu'on ne devoit dire au poids du chariot; mais, à l'levant direct du poids du chariot.

Secondement, pourquoy nous n'avons pas fait de distinctions touchant la place de la corde EF, dourant si la mesme estant produite par le centre de gravité du chariot, causeroit une autre poids pour le cheval, que non pas venant plus haut ou plus bas. Pour à quoy répondre, & demonstrier Mathematiquement, que la proportion susdite est parfaite : Soit ABC un chariot fait de lignes Mathematiques, dont les rouës soyent D, E,



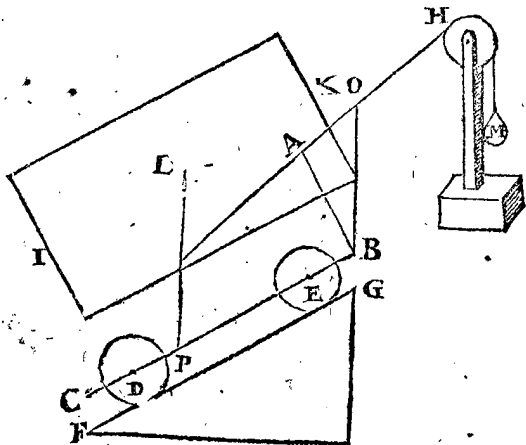
D, E, & FG le chemin, la corde AH du poids oblique qui doit estre elevé.

Soit maintenant posée une colonne sur le chariot, comme cy-dessous IK, tellement que HA prolongée, parvienne au centre de la colonne L; & M soit un elevé oblique, equilibre avec la colonne: Soit aussi menée la perpendiclé BO, coupant AH en O; ce qu'estant ainsi, nous dirons par la 20 proposition du premier livre, que comme AO à OB, ainsi M à l'elevé



droit N; mais d'autant que N est appropriée au centre de gravité L de la colonne IK, N sera equiponderant à la colonne, par la 14 proposition du premier livre. Et ainsi nous pourrions dire, comme AO à OB, ainsi M à la colonne; ce qui manifeste la doute de la premier objection, lors que AH passé par le centre L.

Mais quant à la deuxiesme objection, encore bien que ce fera la mesme proportion, quoy que HA ne vienne dans le centre L, soit élevée la colonne directe-



ment hors du chariot, reposant sur la perpendiclé LP, comme icy joignant; & par la troisieme petition, elle

n'altere en rien son poids de dessus le chariot ABC; & par consequent M, n'a pas plus à tirer qu'au paravant; Mais HA prolongée vient dessous L, le centre: venant donc au dessous du centre, il ne trouvera aucune alteration ny changement en ce qu'il tiroit auparavant. Ce qu'on pourra aussi prouver semblablement HA venant au dessus de L, c'est assavoir tirant la colonne du haut en bas au dessous du chariot: par lesquelles choses le dessein est manifeste & démontré.

#### PROPOSITION X.

**D**éclarer les qualitez & circonstances des forces indefnies.

Les hommes construisent divers instruments pour agir avec plus de force, par lesquels ils peuvent augmenter leurs efforts sans fin; ce que nous appellons en general force indefnie. Et pour declarer les qualitez & ses circonstances, pourveu qu'on use de force par le moyen de quelque instrument, on demande combien de temps il faudra pour attirer le poids jusques à un certain lieu, & choses semblables. A ceste fin je traceray la figure de quelque instrument de qualitez simples, & tel que par iceluy je puisse proprement exposer mon dessein, ayant premierement parlé de la force indefnie d'Archimedes, selon que rapporte Plutarque & autres: Assavoir que Hieron Roy de Sicile ayant fait construire un navire d'une notable grandeur, & d'une façon scientifique, pour faire un present à Ptolemeus Roy d'Egypte: que lors qu'il fut achevé, que les Bourgeois de Syracuse ne le peurent faire venir en mer; mais qu'Archimedes y ayant appliqué son instrument, qu'on appelle en Grec Charistion, que Hieron, estant mesme seul, l'y attira de la main. Ce Charistion (selon la figure que Jacques Besson a mis en lumiere ainsi qu'il l'a trouvé en la Bibliotheque du Roy de France) avoit des effieux avec des vis-sans-fin: Oeuvre certes digne de perpetuelle memoire, lequel nous eussions icy figuré, puis que nous sommes sur semblable matiere, n'estoit que nous posons la susdite force indefnie en son lieu, comme pouvant plus aisément declarer mon intention; & la regle generale des proprietéz & qualitez des semblables, par le moyen d'iceluy: Assavoir comme estant fort & plus durable, & à meilleur marché: par lequel à temps egaux on pourra faire plus d'effort, il est aussi de forme indefnie, comme estoit le Charistion. La construction duquel est telle.

On prendra un bois, comme AB, de grandeur & force, selon ce à quoy on le veut mettre en œuvre, puis une estoilette de fer, dont le diametre soit de trois pouces, ayant six dents, à travers laquelle passe un axe de fer CD, quarré au bout, excepté qu'il est rond de part & d'autre; puis la rouë E ayant 18 dents, & l'estoile F de 6 sur mesmes axes, pareille à CD, assavoir quarrée, où elle passe par les rouës, mais ronde de part & d'autre: & ainsi des autres GH, IK, &c. les estoiles estans de 6 dents, & les rouës de 18. Mais d'autant que les rouïages d'en haut supportent plus de charge que ceux de dessous, comme il apparoit cy-apres, ils doivent aussi estre plus forts & plus gros à l'equipollant; d'où s'enfuit que les effieux estans paralleles, la rouë H pourra accrocher F, & non pas K, de mesme aussi G accrochera I, & non pas E; ce qui doit estre ainsi.

En apres on fera le manche LMN en forte, que la matrice aye un emboitement quarré D, egal aux bouts quarrés des axes D, F, H, K, pour l'y pouvoir approprier, & soit LM un pied de long, tels que sont ordinairement les manches des pierres à aiguïser le fer, & autres;

autres; & MN long, comme il sera dit cy-apres. Puis à la piece de bois AB, seront faits 4 trous, esloignez l'un de l'autre, comme les essieux; tellement que O, P, Q, R,

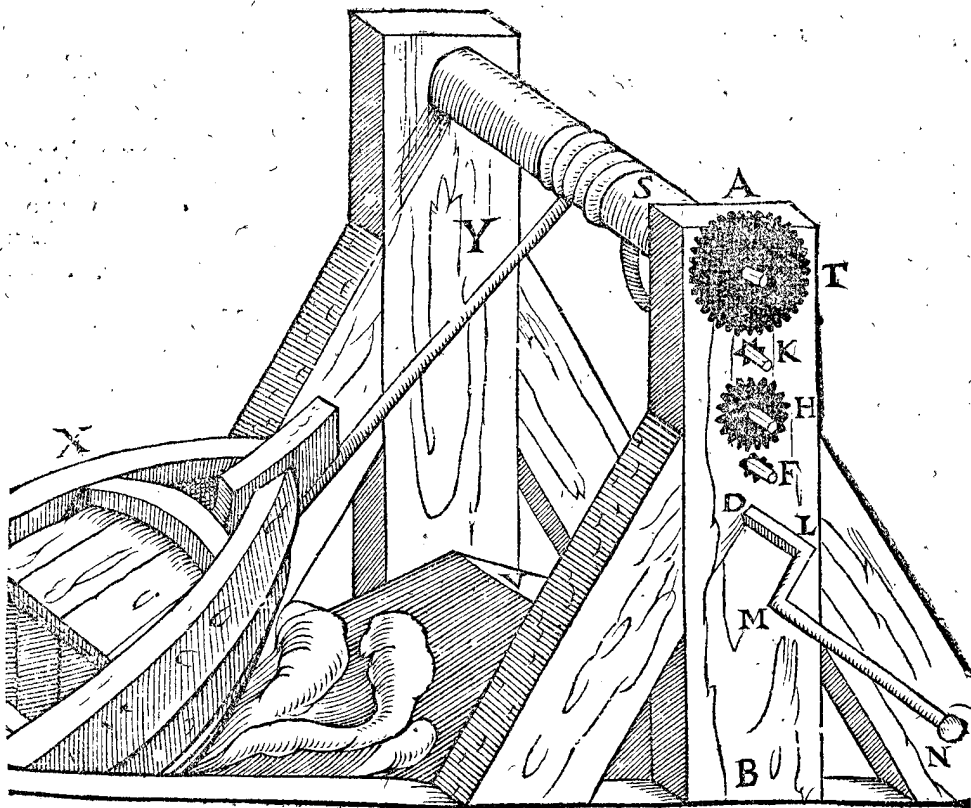
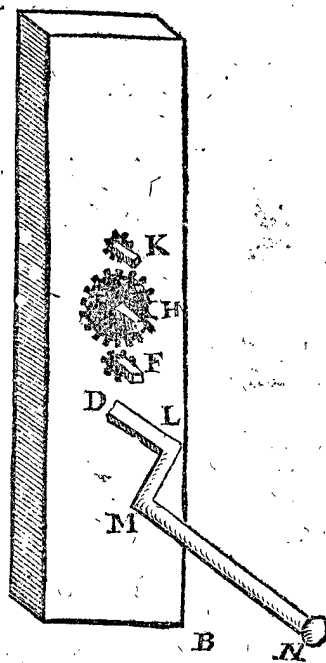
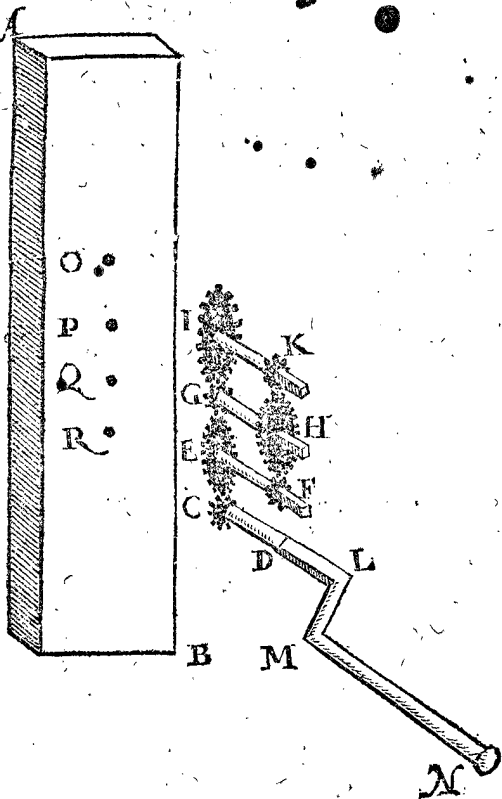
EF en Q, & CD en R; puis on remettra les rouës aux essieux par derriere, en sorte que les dents de F accrocheront ceux de H, & ainsi ceux de C, E; & de G, I; dont la disposition de l'instrument achevé, sensible quasi à celuy qu'on nomme Cricq, est telle comme icy joignant.

Or on pourra faire en iceluy plus ou moins d'axes, & la raison du nombre des dents, comme icy 6 à 18, se pourra changer, le tout selon l'exigence, & l'effort qu'on veut faire avec le Cricq.

DE L'USAGE, ET AUTRE dependance du Cricq.

Pour donc declarer l'usage du Cricq, nous en donnerons un tel exemple, que les autres seront assez connus par iceluy, assavoir l'elevation des batteaux par dessus les dodafnes ou digues; car c'est une chose fort necessaire en ces pays, & principalement en Hollande. Soit AB le Cricq, cy-dessus descrit, avec les rouïages K, H, F, d'un costé de l'arbre, & I, G, E, C, del'autre costé; & LMN le manche, & Saxe duquel le diametre

passants tout outre; & ce bois de mesme espaisseur, que les entredeux des rouës, afin qu'elles puissent estre dehors de part & d'autre de l'arbre AB; qu'aussi les bouts quarez des essieux soyent d'environ 3 ou 4 pouces dehors les rouës K, H, F, D: Et ostant la rouë I, on mettra l'axe IK dans le trou O; & GH en P, de mesme



soit de  $1\frac{1}{2}$  pied, passant par l'arbre avec une rouë au bout T, ayant, je pose, 2 pieds de diametre; car il faut qu'elle aye bien autant, excedant le diametre de l'axe S, afin que la rouë interieure I ne touche ladite axe S, &

que la rouë T aye 36 dents, soit aussi V le dodafne, haut de 4 pieds, assavoir depuis le sommet V, jusques au plan parallele à l'horizon, passant par le dessous du batteau lors qu'il flotte encor librement sur l'eau, &

soit X le batteau. Or pour l'attirer, on tournera le manche LMN, & partant MN fera de telle longueur, que ceux qu'on y voudra faire travailler, s'y puissent aisément mettre de part & d'autre.

*La raison qu'il y a d'un tour du manche  
à celui de l'axe.*

C'est que le manche LMN tourne trois fois, pendant que F tourne une fois; & partant le manche fera 9 tours contre 1 de H, ou 27 tours contre 1 de K, ou bien 162 tours contre 1 de l'axe S; de mesme adaptant le manche en F, il tournera 54 fois contre 1 de S; & en H, il tournera 18 fois contre 1 de S; en K il tournera 6 fois contre une fois S, & en T une fois pour un de S: Mais voulant tourner en l'un d'en haut, comme en K, on pourra esconduire l'axe de dessous immédiatement, lequel est icy G, afin de n'estre point empêché par ceux d'embas.

*La raison qu'il y a de la force du mouvant au  
manche, à la pesanteur attirée, comme le batteau X.*

D'autant que LM est un pied de long par l'hypothese, qui est octuple au raid de l'estoille C, alors le poids cause de la rouë E sur C, à son contrepoids ou force en MN, fera comme 8 à 1; & par mesme raison, par le poids cause de H sur F, comme 24 à 1; & de I sur G, comme 72 à 1; & de T sur K, comme 216 à 1: Mais la fondeur de l'axe S est en puissance egale à la rondeur de T (je dis en puissance, car en effect le diametre de S est  $1\frac{1}{2}$  pied, & de T, 2 pieds: or les dents de T sont sextuples à ceux de K, & partant son diametre sera sextuple en puissance au diametre de K, lequel est de 3 pouces, & de T 18, ou  $1\frac{1}{2}$  pied, comme le diametre de S) le poids donc pendant directement à l'axe S, aura telle raison à son contrepoids, ou à la force qui est en MN, comme 216 à 1. On eust peu faire le compte en descendant de S jusques à MN, comme il a esté fait en montant.

La calculation se pourroit aussi faire ainsi: D'autant que MN tourne 162 fois, contre S une fois, comme il a esté dit cy-dessus; & puis que le diametre d'un tour de MN au diametre de S, est comme 4 à 3 (car LM est 1 pied, & le raid de S est  $1\frac{1}{2}$  pied) alors LM descriera 162 circonferences, qui auront telle raison à la circonferance de S, comme 216 à 1; de mesme aussi des raids, comme des circonferences: Et partant par la 1 proposition du premier livre, le poids aura là mesme raison, au poids icy, c'est comme 216 à 1, comme devant. D'où s'ensuit que s'il y avoit en MN une force continue, telle que 25 livres pourroyent tirer embas (autant estime-je la force d'un homme, & d'avantage quand il veut, voire de beaucoup; mais c'est par exemple ce que j'en pose icy) elle pourroit contrepeser 5400 lb (qui est 216 fois 25) qui pendroyent embas à l'axe S: Posant maintenant que le batteau X pese six fois plus que son contrepoids, attaché à S, pendant directement embas, le batteau peseroit alors 32400 lb (ce sont 9 lasts en pesanteur, posant qu'un last pese 3600 lb) ce que 25 lb à MN pourroit attirer.

ALB. GIRARD.

Stevin est un peu obscur au commencement de cest article-cy, lors qu'il veut déclarer par parenthese, que c'est bien par puissance, & non par effect, &c. Je proteste, sauf son honneur, qu'il estoit bien en peine lors qu'il escrivoit cela; car il maintient un erreur: nonobstant je veux croire que cela s'est fait sans qu'il

scut d'où venoit la cause, & c'est qu'ayant posé le diametre de la rouë T 2 pieds, qui sont 24 pouces, il ne luy donne que 36 dents, au lieu de 48: tellement que cela est le fondement de l'erreur, duquel il ne se peut pas desengager en la parenthese mentionnée, laquelle doit estre effacée, & je ne l'eusse traduite, n'eust esté que tout estoit compté là dessus; & notez particulièrement la faute qu'il y a d'abondant là, lors qu'il dit, que puis que les dents de T sont sextuples à celles de K, que partant son diametre sera sextuple en puissance à celui de K. Or comment cela se pourroit-il faire, veu que les diametres sont en raison octuple; semblablement les circonferences en raison octuple, & partant T devoit avoir 48 dents, si K en a 6; mais il ne luy en donne que 36: On pourra voir comment, en quelle forme, & de quel nombre on pourra faire les dents des vigoureux roüages en mes Mechaniques; car il y a une raison, une consideration, & une invention non vulgaire sur ce subject, mais étant icy en pays estrange, sans Mæcenas, & non sans pertes, avec une grande famille, je n'ay pas le loisir, ny le pouvoir d'escrire icy tout ce qui y pourroit estre convenable.

*Combien de tours il faudroit faire faire au manche,  
pour tirer le batteau de l'autre costé du dodasne.*

Ayant posé que le batteau pesait le sextuple de son contrepoids pendu à l'axe S; il s'ensuit par la 19 proposition du premier livre, que la distance du sommet du dodasne le long de la pente, sera aussi sextuple à la hauteur d'iceluy, laquelle a esté posée de 4 pieds; & partant le batteau doit estre attiré 24 pieds; posons d'abondant que ces 24 pieds de cordage se doivent attirer par l'axe S, pour faire venir le batteau au milieu du dodasne, & la circonferance de S seulement triple à son diametre (c'est seulement par exemple & à peu pres, car on sçait bien la raison ordinaire) son circuit sera  $4\frac{1}{2}$  pieds (car le diametre en a  $1\frac{1}{2}$ ) qui se trouvent  $5\frac{1}{3}$  fois en 24 pieds: donc  $5\frac{1}{3}$  fois 162 tours de MN, feront 864 tours, que doit faire MN pour tirer le batteau au milieu du dodasne V.

Mais nous estimons qu'un homme peut faire 1000 tours en MN en un quart d'heure, il attirera donc le batteau pesant 9 lasts en moins d'un quart d'heure: que s'il y avoit trois hommes, ils pourront adapter le manche en F, & l'attireront en  $\frac{1}{12}$  d'heure & moins; & s'il y avoit 9 hommes, adaptant le manche MN en H, ils le feront en moins de  $\frac{1}{36}$  d'heure. On pourroit aussi accommoder un instrument en Y, comme en AB, & mettre les hommes es deux instruments.

NOTEZ.

Nous avons posé cy-dessus par exemple que le batteau soit également facile à attirer, & toutesfois il change selon la diverse disposition; car il est plus difficile à la fin qu'au commencement, pour les raisons deduites au troisieme exemple de la 9 proposition de ce livre; Parquoy on se servira de cet exemple pour faire son compte en chose semblable.

Quant à ce que les roüages de l'instrument mentionné sont droits les uns sur les autres, on les pourroit mettre en plusieurs autres manieres, selon que l'affaire le requiert.

*Declaration de ce qui a esté promis cy-devant.*

Nous avons dit au commencement de ceste proposition, que ceste force indefinie, estoit (comme nous estimons) de plus longue durée, & de moindre despens que non pas le Chariston; & qu'on fait plus d'operation en moins de temps: & aussi de force indefinie.

Qu'il soit de plus longue durée, il semble (sauve correction) estre assez manifeste; car en telle affaire que deman-





# QUATRIÈME LIVRE

## DE LA STATIQUE,

### Des Elemens hydrostatiques.

#### ARGUMENT.

**N**ous décrirons premièrement les définitions des propres mots de cet art, avec les petitions : Puis les propositions, dont les 9 premières déclareront, quelques propriétés des corps en l'eau ; les 10, 11, 12, 13, 14 & 15 propositions, seront touchant la force du pressement de l'eau contre ses fonds ou retinacles. Les 16 & 17 propositions des longueurs des costez nécessaires, pour avoir tel pressement de l'eau, qu'on pourroit requerir à l'encontre d'iceux. Les 18, 19 & 20 propositions des centres de gravité des pressemens de l'eau, congregez à l'encontre de ses fonds ou retinacles. La 21 proposition pour trouver la quantité de l'eau par son poids. La 22 & dernière proposition, de la proportion qu'il y a entre la grandeur des solides, pesanteurs de matiere, & de leurs poids. Et à la fin suivra un Appendice de la pratique de l'Hydrostatique.

#### DEFINITIONS.

##### DEFINITION I.

**P**esanteur connue, est celle dont la quantité connue est exprimée par poids connus.

##### DEFINITION II.

**M**atieres parigraves, sont celles dont les grandeurs egales sont aussi equiponderantes.

##### DEFINITION III.

**M**atiere multigrave, est celle qui en comparaison d'autres de mesme grandeur, est neantmoins plus pesante.

##### DEFINITION IV.

**M**atiere minigrave, est celle qui en comparaison d'autres de mesme grandeur, est plus legere.

##### DEFINITION V.

**E**t autant de fois que la multigrave est plus pesante (des egales en grandeur) que l'autre, autant de fois est-elle dite plus pesante que l'autre, comme dupligrave, tripligrave, &c.

##### DEFINITION VI.

**C**orps solide est celuy qui n'est pas liquide, ou fluide, ny qui ne se liquifie pas dans le liquide dont il est question.

##### DEFINITION VII.

**V**asiforme, est celuy qui a seulement la superficie extérieure du corps qu'il contient ; & duquel il peut estre separé par imagination.

##### DEFINITION VIII.

**F**ond est toute superficie où l'eau se repose à l'encontre.

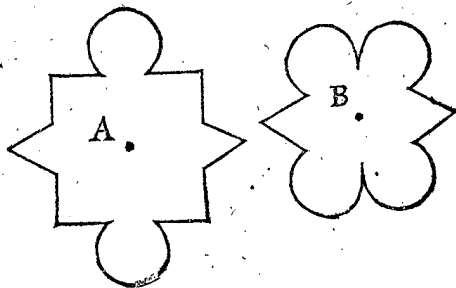
##### DEFINITION IX.

**F**ond convenant, est celuy duquel chaque deux moitez conviennent : On pourroit dire que c'est celuy, dont tous les diametres sont coupez en deux également par le centre.

##### DECLARATION.

Comme les cercles, ellipses, parallelogrammes, & polygones reguliers de nombre pair, & tout autre de quelle mixtion de lignes que ce pourroit estre, comme A, B, lesquels sont coupez en deux également par la ligne droite, qui passe par le centre, sont dits fonds convenans, pour les distinguer des autres reguliers & irreguliers, lesquels ne sont pas ainsi coupez en deux également par les lignes droites passant par leur centre, &

partant seront appelez autrement que ceux de ceste definition, a savoir fonds inconvenans, comme les triangles & polygones de nom impair. La raison de ceste



definition (comme on verra cy-apres) est en ce que les colonnes ayans telles bases estans coupées par un plan diagonal, passant par les deux points homologues du couvercle & base, sont coupées en deux également.

##### DEFINITION X.

**V**vide, est un lieu où il n'y a nul corps.

##### DEFINITION XI.

**V**vide, est un vase où il n'y a que de l'air dedans.

#### ALB. GIRARD.

Il y a d'autres definitions qui sont nécessaires, comme celles qui suivent, lesquelles j'eusse mis en leur lieu, n'estoit que je ne desirais pas mester ce que l'auteur dit, avec ce que j'escris.

##### DEFINITION XII.

**D**iversgravité, c'est quand deux corps sont d'egale grandeur, & neantmoins pesent diversement, ou inegalement.

##### DEFINITION XIII.

**Q**uantigravité, c'est la raison de la pesanteur de deux corps egaux en grandeur, & inegaux en pesanteur.

##### DEFINITION XIV.

**C**reux extérieur du submergeant, c'est le creux d'un corps solide multigrave à l'eau, lequel creux est sous la fleur de l'eau, & cause qu'il flotte.

PETI-

PÉTITIONS.

PÉTITION I.

La pesanteur propre d'un corps, soit celle de laquelle il est trouvé estre pesant en l'air; mais dans l'eau, qu'elle soit dite sa constitution en icelle.

PÉTITION II.

Que l'eau proposée, soit de tout costé de pesanteur uniforme.

PÉTITION III.

Le poids qui ne fait pas enfoncer si avant, soit dit plus léger; mais plus avant, plus pesant: & qui fait enfoncer également, equiponderant.

PÉTITION IV.

Que le vasisforme puisse contenir eau, ou autre matiere sans rompre, ou changer de figure.

PÉTITION V.

Que le vasisforme plein d'eau, puisse demeurer vuide, ayant versé son eau.

DECLARATION.

Demeurer vuide, n'est pas à dire vuide, selon la 10<sup>e</sup> definition, mais bien selon l'onzième; car alors le poids de l'air y defaudoit.

PÉTITION VI.

Que la superficie supérieure de l'eau (qu'on appelle ordinairement la fleur d'eau) soit une superficie plane, au niveau, c'est à dire parallele à l'horizon.

DECLARATION.

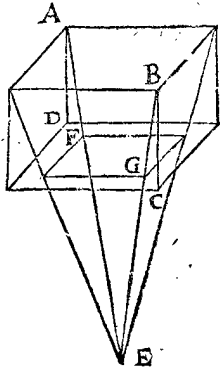
On sçait que toute la superficie de l'eau est spherique, ou à peu pres, & aussi une partie d'icelle, est partie spherique; mais pource que si on prenoit cy-apres telle superficie estre spherique, les demonstrations en seroyent plus difficiles, & ne seriroient pas pourtant d'avantage en la pratique; & puis que nous ne prenons pas en la pratique pour une goutte d'eau, pourtant nous delaissons aussi la contradiction, qu'elle apporteroit à nostre petition, touchant la superficie supérieure.

PÉTITION VII.

Si une colonne droite d'eau a sa base & couvercle parallele à l'horizon, & sa superficie laterale perpendiculaire dessus (assavoir toutes les lignes droites entre les points correspondans du couvercle & de la base perpendiculaires à l'horizon) qu'on nous concede que ces perpendiculaires tendent au centre de la terre, & que la base & le couvercle, soyent parties de la superficie de la terre.

DECLARATION.

Soit ABCD une eau, en figure de colonne droite, AB, CD paralleles à l'horizon, & AD, BC, &c. perpendiculaires dessus; soit aussi E centre de la terre, duquel menées EFA, EGB, &c. & fait FG semblable à DC; cela estant ainsi, combien que AD, BC ne tendent pas en E, nous demandons qu'on nous concede qu'elles y tendent, veul'insensible difference qu'on y trouve en la pratique, n'y ayant que des longueurs, superficies, & corps qui n'ont aucune raison sensible aux dimensions de la terre totale; En apres qu'on nous concede que AB, CD soyent parties de la superficie de la terre,



assavoir AB, si la superficie de la terre estoit aussi esloignée du centre, & DC, si la superficie, de la terre estoit en apres aussi esloignée du centre E.

LES PROPOSITIONS.

THEOREME I. PROPOSITION I.

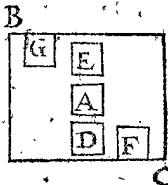
L'Eau proposée, tient telle position qu'on voudra dans l'eau.

Le donné. Soit dans le vasisforme A, l'eau proposée, mise dans l'eau BC.

Le requis. Il faut demonstrier que l'eau A demeurera là.

DEMONSTRATION.

Si on pouvoit faire autrement, assavoir que A ne demeurast là, mais qu'il descendist où D est; alors l'eau qui survient en son lieu, descendra plus bas, pour la mesme raison, & ainsi du reste; tellement que ceste eau fera en perpetuel mouvement, à cause de A; ce qui est absurde. Et on demonstiera pareillement que A ne montoit, ny se mouvoit vers aucun costé; & qu'elle demeurera où on la mettra, soit en D, E, F, ou G, ou en autre lieu dans l'eau BC.



Conclusion. L'eau donc proposée, se peut tenir dans l'eau où on voudra; ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME II. PROPOSITION II.

Un corps solide plus léger que l'eau, ne submerge pas tout, mais une partie demeure dehors.

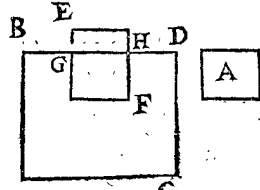
Le donné. Soit le corps solide A, plus léger que l'eau BC, de laquelle BD est la superficie supérieure.

Le requis. Il faut demonstrier que A mis dans l'eau BC, ne submergera pas du tout, mais qu'il y aura une partie d'iceluy au dehors.

Preparation. Soit EF un vasisforme, la partie duquel dedans l'eau, & remplie d'eau soit GF, egale & semblable à A, sa superficie GH sera en la superficie BD; d'autant que le vasisforme, n'a nulle pesanteur, ny legereté.

DEMONSTRATION.

Veux que A est plus léger que l'eau GF, par l'hypothese, & que GF est egal à A; GF donc sera plus pesant que A: Or si on vuide GF, & qu'on y mette A, qui y convient par la preparation: alors A estant plus léger que l'eau qui y estoit, fera que le vasisforme n'enfoncera pas si avant dedans l'eau, & partant une partie de A sera dehors l'eau.



Conclusion. Un corps solide plus léger que l'eau, ne submergera pas du tout, mais une partie sera hors d'icelle; ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME III. PROPOSITION III.

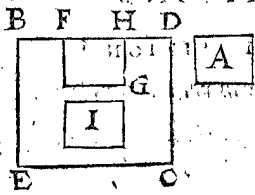
Un corps solide multigrave à l'eau submerge jusques au fond.

Le donné. Soit A un corps solide plus pesant que l'eau; BD le dessus d'icelle, & le fond EC.

Le requis. Il faut demonstrier que A dans l'eau BC, submergera jusques au fond EC.

Preparation. Soit FG un vasisforme remply d'eau, egal & semblable à A, le dessus duquel FH soit à fleur de BD.

D'autant que A est multigrave en comparaison de l'eau FG, & que FG est egal en grandeur à A; A donc sera plus pesant que FG.



Vuidons le vasiforme FG, & au lieu de l'eau mettons y le corps A, lequel remplira precisement le lieu par l'hypothese: & puisque A est plus pesant que l'eau qu'on a jeté, le vasiforme enfoncera plus de A, que de l'eau FG, par la troisieme

petition. Nous avons donc demonstre que A enfoncera: mais que ce soit jusqu'au fond, il appert en ce que dessus a esté dit; car on demonstrera de mesme que A ne se pourra tenir comme icy I, mais qu'il enfoncera plus que l'eau au mesme lieu, & partant qu'il ira jusqu'au fond de l'eau.

*Conclusion.* Un corps donc solide multigrave à l'eau, submergera jusqu'au fond; ce qu'il falloit demonstre.

THEOREME IV. PROPOSITION IV.

UN corps solide, parigrave à l'eau, se tient dans icelle en telle disposition, & lieu qu'on voudra.

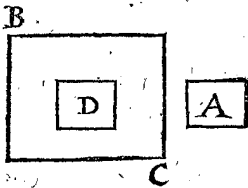
*Le donné.* Soit le corps solide A, parigrave avec l'eau B C.

*Le requis.* Il faut demonstre que A se tiendra dans l'eau B C, en tel lieu qu'on voudra.

*Preparation.* Soit D un vasiforme plein d'eau, pareil à A.

DEMONSTRATION.

D'autant que A est parigrave à l'eau D, & D egal en grandeur à A, alors D sera equiponderant à A: vuidons l'eau du vasiforme D, & mettons A dedans, lequel y conviendra, d'autant qu'ils sont posez estre pareils: Le vasiforme donc D n'enfoncera pas plus de A, que de l'eau D, par la troisieme



petition: Mais l'eau D se tenoit en tel lieu qu'on vouloit par la proposition. A donc se tiendra dans l'eau B C en tel lieu qu'on voudra.

*Conclusion.* Un corps solide donc, parigrave à l'eau, se tient dans icelle, en telle disposition & lieu qu'on voudra; ce qu'il falloit demonstre.

THEOREME V. PROPOSITION V.

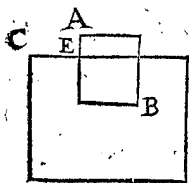
UN corps solide, minigrave à l'eau où il git, est equiponderant à l'eau de laquelle il occupe le lieu.

*Le donné.* Soit A B minigrave à l'eau CD, sur laquelle il flotte, son vasiforme AB, & sa partie dans l'eau soit EB.

*Le requis.* Il faut demonstre que le corps solide A B, est equiponderant à l'eau, qui est egale à la partie E B, qui est dans l'eau CD.

DEMONSTRATION.

Ostons A B corps solide du vasiforme AB, & puis remplissons-le d'eau jusques à ce que ledit vasiforme enfonce dans l'eau, autant comme devant avec le corps solide, l'eau de dedans & de dehors est toujours de mesme hauteur, d'autant que le vasiforme n'a ny pesanteur ny legereté: parquoy l'eau de dedans pesera autant que le



corps solide A B, par la troisieme petition.

*Conclusion.* Un corps solide donc minigrave à l'eau, &c.

Les trois propositions precedentes se pourroient dire avec plus de perfection, mais il faut un peu, comme on dit, aider à la lettre: car il falloit premierement definir, que c'est de corps massif, creux interieurement; & creux exterieurement, selon l'eau proposee, &c. Comme par exemple on pourroit faire une instance contre la generalité de la 3 proposition. en ceste sorte. Il est possible qu'un corps solide multigrave, non seulement à l'eau, mais que le corps plus pesant à toute autre matiere terrestre, comme l'or fin, puisse demeurer sur l'eau en flottant, tellement qu'une partie soit plus haute que la fleur de l'eau; il est aussi possible qu'il tienne telle place qu'on voudra dans l'eau: Car c'est selon la figure qu'on luy donnera; veu que si on luy donne la figure d'une hemisphere creuse (ou autre semblable) il pourra flotter sur l'eau, ce qui s'appelle creux exterieur du submergeant: telle qu'est la 14 definition, d'autant que si on le coupe d'un plan à fleur d'eau, on verra de combien il est creux exterieurement au dessous de l'eau; le reste est facile à entendre.

PROBLEME I. PROPOSITION VI.

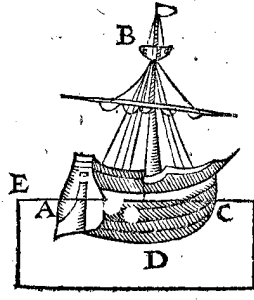
UN corps solide de grandeur connue, flottant sur l'eau de pesanteur connue, ayant une partie dehors l'eau: Trouver la pesanteur du corps solide entier.

*Le donné.* Soit ABCD un corps solide de telle figure qu'il peut advenir: & EF eau, dont le pied cubique pese 65 lb (autant pese un pied d'eau de Delft en Hollande, par experience, sur laquelle nous fondrons les calculations suivantes) & la partie submergée du corps solide soit de 10000 pieds cubiques.

*Le requis.* Il faut trouver la pesanteur du corps solide entier ABCD, & de tout ce qu'il porte.

OPERATION.

On multipliera 10000 par 65 lb, viendra 650000 lb pour le requis; dont la demonstration est manifeste par la precedente.



*Conclusion.* Un corps donc solide de grandeur connue, flottant sur l'eau de pesanteur connue, ayant une partie dehors l'eau: trouver la pesanteur du corps solide entier, selon le requis.

THEOREME VI. PROPOSITION VII.

SI un corps solide est minigrave à deux eaux diversigraves: comme la pesanteur de l'eau multigrave, à la pesanteur de l'autre eau, ainsi la grandeur submergée du corps solide dans l'eau minigrave, à la grandeur submergée dans la multigrave.

ALB. GIRARD.

C'est à dire en deux mots: que si un corps solide est minigrave à deux eaux diversigraves: la quantigravité des eaux sera reciproque à la submerston.

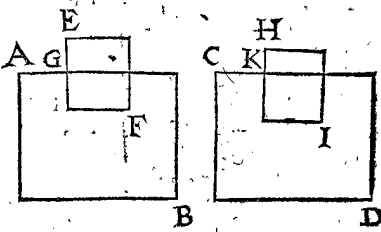
*Le donné.* Soit A B eau multigrave à l'eau CD, & E F un corps solide minigrave aux deux eaux; lequel mis premierement dans A B, G F submerge, mais en CD, K I submerge.

*Le requis.* Il faut demonstre que comme la pesanteur de l'eau multigrave A B, à celle de l'eau minigrave CD, ainsi les grandeurs K I à G F.

DEMONSTRATION.

L'eau multigrave egale à G F, pese autant que le corps E F, & l'eau minigrave egale à K I pese autant que

que HI, par la 5 proposition : mais les corps EF, HI font un mesme corps par l'hypothese ; l'eau donc de AB, egale à GF, fera egale à l'eau de CD, egale à KI. Mais par ce qui resulte necessairement de la 5 definition coneedee : Estans deux corps GF, KI equiponderans, leurs grandeurs seront reciproques à leurs quantitez, c'est à dire à la pesanteur des matieres : parquoy comme les pesanteurs des eaux AB à CD, ainsi les grandeurs KI à GF.



Conclusion. Si un corps solide donc est minugrave, &c.

THEOREME VII. PROPOSITION VIII.

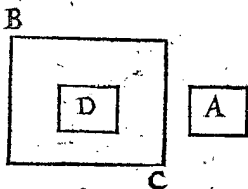
Tout corps solide, est plus leger dans l'eau, qu'en l'air, de la pesanteur de l'eau, egale en grandeur à iceluy.

Le donne. Soit A un corps solide, & B C l'eau. Le requis. Il faut demonstretre que A mis dans l'eau B C, y sera plus leger qu'en l'air, de la pesanteur de l'eau, egale à iceluy A en grandeur.

Preparation. Soit D un vasiforme pareil à A.

DEMONSTRATION.

Le vasiforme D plein d'eau, n'est dans l'eau B C, pesant ny leger, veu qu'il se peut tenir où l'on le met, par la 1 proposition : parquoy vuidant l'eau D, & y mettant le corps A, qui y conviendra, il se trouvera estre de la legerete mentionnee, savoir la pesanteur A moins la pesanteur de l'eau vuidée ; mais telle eau est egale à A en grandeur ; A donc en l'eau B C se trouvera estre plus leger, qu'en l'air de la pesanteur de l'eau egale en grandeur à iceluy ; ce qu'il falloit demonstretre.



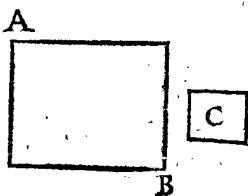
PROBLEME II. PROPOSITION IX.

Estant donnee la quantite de l'eau, & du corps solide, aussi la pesanteur dudit corps : Trouver sa constitution dans l'eau.

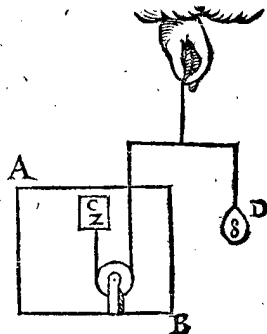
1 Exemple, d'un corps solide minugrave à l'eau. Le donne. Soit A B l'eau, C un corps solide pesant 2 lb, & la quantite de l'eau & du corps solide soit de 5 à 1. Le requis. Il faut trouver la constitution de C dans l'eau.

OPERATION.

On verra combien un corps d'eau egal à C pesera, & se trouvera peser 5 fois 2 lb, qui sont 10 lb, le mesme soustrait de 2 lb (du corps solide) reste moins 8 lb, c'est à dire leger ou elevant 8 lb, pour C en l'eau A B.



Ce qui se pourroit declarer plus apertement, prenant que C soit mis en l'eau A B, & D un poids de 8 lb, comme icy joignant, lesquels seront en equilibrio.



2 Exemple, là où le corps solide est multigrave à l'eau, dont l'operation est comme devant.

Le donne. Soit la quantite de l'eau A B, au corps solide C, comme 1 à 4 ; & C pese 12 lb.

Le requis. Il faut trouver la constitution dans l'eau A B.

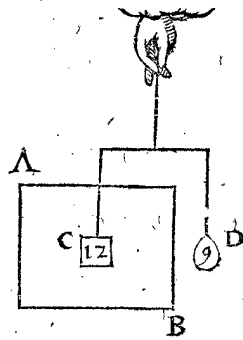
OPERATION.

On verra combien un corps d'eau pesera pareil à C, & se trouvera le 1/4 de C 12 lb, ce sont 3 lb, lesquelles ostées de 12 lb de C, resteront 9 lb pour la pesanteur de C dans l'eau.

Ce qu'on pourra entendre ainsi, posant D 9 lb, lequel est en equilibrio avec C 12 lb dans l'eau, comme la figure cy-jointe.

Nous pourrions mettre encor un tiers exemple là où l'eau & le corps solide soient parigraves, mais il est manifeste qu'un tel corps n'aura ny pesanteur ny legerete dans l'eau, par la 8 prop.

Conclusion. Estant donnee la quantite de l'eau, & du corps solide, aussi la pesanteur dudit corps ; nous avons donc trouve sa constitution dans l'eau ; ce qu'il falloit faire.



ALB. GIRARD.

Il y a des lieux qui requierent des noms propres, d'autres s'en peuvent passer en usant de circonlocution. Les Grecs ont bien use de composition de noms radicaux, afin d'avoir des noms propres, mais neantmoins il se sont servi de grandes circonlocutions, comme il est notoire à ceux qui y sont tant soit peu versés : & par exemple, au lieu que nous disons raid, pour signifier le demidia-metre d'un cercle, ils disent (ligne du centre,) & ainsi au lieu d'autres noms souventesfois ; or si on ne pouvoit composer, il vaudroit mieux inventer des mots equivallans par suppositions, ou radicaux tout à fait. Stevin a bien apperceu que le Flamen estoit naturellement propre à la composition, c'est pourquoy il le loue par dessus les autres langues aussi ; mais quand il faut faire distinction, comme cy-devant en la premiere petition, il faut qu'il y aye de l'industrie à l'Inventeur ; & du jugement à suffisance au traducteur, pour comprendre l'intention des Autheurs, comme aussi de la facilité au Lecteur à conceder ces nouveaux termes, qui sont substituez au lieu de ceux qu'il faudroit avoir ; car il faut croire qu'il n'y a langue au monde qui soit perfectionnée. Cela est cause que Stevin a inventé un nouveau nom assez bizarre en la premiere petition mentionnee ; tellement que celui qui l'a traduit en Latin, n'a sceu comprendre son intention : Or il le mettoit là pour le suivre, ce qu'il n'a bien fait, ny son traducteur aussi, lequel a tourné Secundum hypothefin, ce que nous disons icy (constitution.) Ce qui soit dit sans blasmer personne, mais pour advertir les lecteurs, à ce qu'il leur plaise entendre les definitions, & petitions, & les termes nouveaux, alors tout sera clair, facile, & bien dit ; autrement tout leur sera obscur, difficile, & barbare.

THEOREME VIII. PROPOSITION X.

Sur le fond de l'eau, parallele à l'horizon, repose un poids, egal à la pesanteur de l'eau, qui est egal à la colonne, dont la base est le fond susdit ; & la hauteur, la perpendiculaire sur l'horizon entre le fond & la fleur de l'eau.

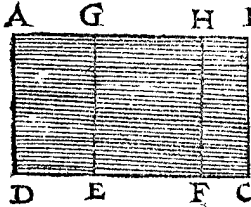
Le donne. Soit A B C D une eau, en figure de parallelipede rectangle, sa fleur A B, & E F un fond à niveau, E G la perpendiculaire entre le fond E F & la fleur d'eau ;

la colonne soit celle qui est comprise entre le fond pour sa base EF, & GE hauteur, assavoir la colonne GEFH.

*Le requis.* Il faut démonstrer que sur le fond EF repose un poids egal à la pesanteur de l'eau de la colonne GEFH.

DEMONSTRATION.

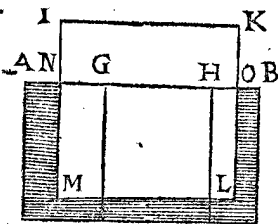
Si sur le fond EF repose un poids plus grand que GEFH, cela viendra à cause de l'eau prochaine: Soit, s'il est possible, de l'eau ADEG, & HFCE; & de mesme pourra-on dire que sur le fond DE repose plus que l'eau ADEG, & sur FC plus que l'eau HFCE; tellement que sur DC reposera plus que l'eau ADCB; ce qui est absurde, estât iceluy un parallelepiped rectangle. Semblablement on démontrera que sur EF ne repose pas moins que GEFH, & par consequent sur EF reposera precisement un poids egal à la colonne d'eau GEFH.



En l'eau ABCD de la 10 proposition, mettons IL un corps solide minugrave à l'eau, c'est à dire flottant sur l'eau, NL dedans, & NK dehors, comme cy joignant; alors le solide IL, sera equiponderant à l'eau NOLM, par la 5 proposition, d'où s'enfuit que le corps IL, avec le reste de l'eau d'alentour, est equiponderant à un corps d'eau, egal à ABCD; parquoy nous dirons encor selon la proposition, que sur le fond EF, repose un poids egal à la pesanteur de l'eau d'une telle colonne que GEFH, de laquelle EF est la base, & GE perpendiculaire, entre le fond & la fleur de l'eau pour la hauteur d'icelle: D'où l'on peut conclure que quand quelque matiere flotte sur l'eau, qu'elle n'apporte aucun changement au poids que le fond soustient lors que l'eau demeure en la mesme hauteur.

COROLLAIRE I.

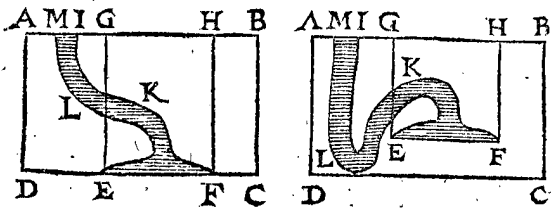
Soit encore en l'eau ABCD, un ou plusieurs corps solides parigraves à l'eau, tellement qu'il n'y aye place que pour l'eau IKFELM, alors ce corps ne surcharge,



ny n'allege le fond EF pas plus que devant: Et partant selon la proposition, sur le fond EF, repose un poids egal à la pesanteur de l'eau, laquelle est egale à la colonne, ayant ledit fond pour base, & la hauteur egale à la perpendiculaire sur l'horizon, qui est entre le fond & fleur d'eau.

COROLLAIRE II.

Soit un fond convenant, duquel le plus haut point est à fleur d'eau, repose un poids egal à la demi-colonne d'eau, de laquelle la base est pareille audit fond, & sa hauteur egale à la perpendiculaire comprise entre les niveaux qui passent par le plus haut & plus bas point dudit fond.

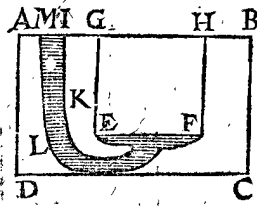


Le donné. Soit AB un vaisseau plein d'eau, & le fond ACDE soit premierement un parallelogramme, non parallele à l'horizon, comme devant, mais perpendiculaire à iceluy; duquel le plus haut costé AC est à fleur d'eau,

COROLLAIRE III.

Autrement le plus fort emporterait le plus foible: ce qui n'arrive pas ainsi, d'autant que tout tient la disposition qu'on luy donne, par la 1<sup>re</sup> proposition. Soient maintenant dedans l'eau quelques corps solides parigraves à icelle, & tellement disposez que l'eau IKFELM pousse par dessous EF, assavoir contre le corps solide, comme devant contre l'eau; mais l'un contrepoussoit egalelement l'autre: donc contre EF y a un effort qui le pousse en haut, de mesme que la colonne d'eau GEFH pousse le mesme fond EF embas, selon la proposition; car la hauteur GE est la perpendiculaire interceptée entre la fleur de l'eau & le fond EF.

Autrement le plus fort emporterait le plus foible: ce qui n'arrive pas ainsi, d'autant que tout tient la disposition qu'on luy donne, par la 1<sup>re</sup> proposition.



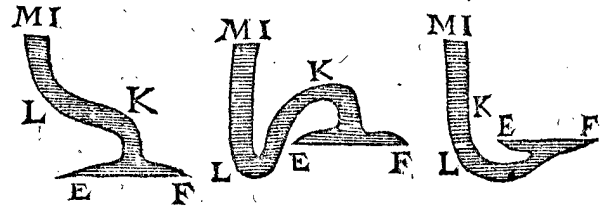
Corollaire IV. Que si on mettoit les corps solides des deuxiesme & troisieme corollaires en leurs lieux, & l'eau vidée, y ayant une place vuide IKFELM; alors le fond EF ne portera aucune pesanteur; que si on remply le lieu vuide, avec de l'eau, le fond patira autant d'effort, que lors que le vaisseau estoit entierement plein d'eau (ayant osté les corps solides.)

COROLLAIRE IV.

Mais si on ostoit la matiere inutile des corps solides, & s'il n'y en demeuroit pas d'avantage que pour tenir l'eau en ceste figure; alors le fond EF patira autant d'effort,

COROLLAIRE V.

que s'il y avoit dessus une colonne d'eau, comprise sur le mesme fond comme base, dont la hauteur soit la perpendiculaire entre ledit fond & la fleur d'eau.



Conclusion. Sur le fond de l'eau parallele à l'horizon, repose donc un poids, &c.

Lisez les espreuves deduites en l'Appendice de la pratique del'Hydrostatique.

NOTEZ.

Nous pourrions aussi proposer la 10 proposition comme s'enfuit:

Sur quelconque fond d'eau, de superficie parallele à la fleur d'icelle, repose un poids egal à la pesanteur de l'eau, comprise dans un secteur spherique, trouqué par une superficie spherique parallele, ou homocentrique à la superficie spherique de la terre.

Nous eussions fait aussi les demonstrations comme dessus, mais nous l'avons delaisé pour les raisons descrites en la septiesme petition.

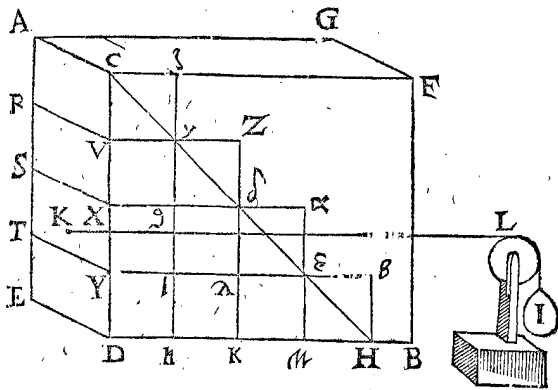
THEOREME IX. PROPOSITION XI.

Sur un fond convenant, duquel le plus haut point est à fleur d'eau, repose un poids egal à la demi-colonne d'eau, de laquelle la base est pareille audit fond, & sa hauteur egale à la perpendiculaire comprise entre les niveaux qui passent par le plus haut & plus bas point dudit fond.

I Exemple.

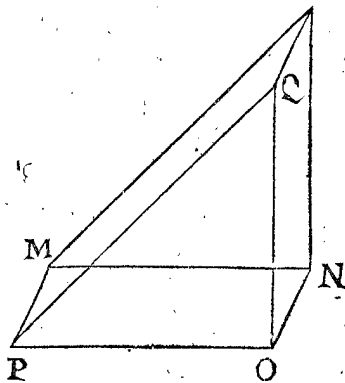
Le donné. Soit AB un vaisseau plein d'eau, & le fond ACDE soit premierement un parallelogramme, non parallele à l'horizon, comme devant, mais perpendiculaire à iceluy; duquel le plus haut costé AC est à fleur d'eau,

d'eau, & AE soit la perpendiculaire comprise entre les deux niveaux qui passent par les extrémités plus haute & plus basse dudit fond : & soit marquée H dans DB, parallèle à l'horizon, tellement que DH soit égale à DC, & menée CH, tellement que par ACHDE soit notée la demi-colonne, ayant ACDE pour base, & DH hauteur égale à AE perpendiculaire.



*Le requis.* Il faut démontrer que le poids qui repose contre le fond ACDE est égal à la demi-colonne ACHDE : C'est à dire (pour déclarer le tout plus amplement) que si l'estoit un poids oblique, équilibrant ACHDE, & KL corde soit parallèle à DH, & K centre de gravité de l'effort du pouffement congrege à l'encontre du fond (lequel centre de gravité se trouvera par la 18 proposition suivante) le poids l'équilibrant à l'effort de l'eau tient le fond (posant qu'il soit mobile) en ceste disposition.

Ou bien pour donner à entendre ce que dessus autrement, Soit MNOP un fond, pareil à ACDE, affavoir MP homologue à AC; MN à AE, sur lequel fond MNOP repose un corps solide MNOPQ, pareil & équilibrant à ACHDE, & QO (égale à DH) soit perpendiculaire à l'horizon: je dis que le pressément que MNOPQ fait sur le fond MNOP, (affavoir pressant plus vers NO, que vers MP, pource qu'il est là plus espais & pesant qu'icy) est le même que l'eau contre le fond ACDE, (affavoir pouffant plus vers ED, que vers AC.)



*Preparation.* Soit divisée AE en 4 parties égales par R, S, T, & menées RV, SX, TY parallèles à AC; & VZ, Xα, Yε parallèles à DH, coupans CH en γ, δ, ε, & tellement que chacune des lignes γZ, δα, εβ, foyent égales à Vγ. Soit aussi menée par γ la ligne ζη, parallèle à CD, coupant Xα en θ, & Yβ en ι; de même la ligne Ζκ par δ, coupant Yβ en λ, & ainsi la ligne αμ par ε; & finalement βH.

**DÉMONSTRATION.**

Contre le fond ACVR repose plus que rien, car si ledit fond estoit tout à fleur d'eau, rien ne reposeroit à l'encontre, mais il vient plus bas, donc il repose plus que rien à l'encontre d'iceluy : D'avantage je dis qu'à l'encontre d'iceluy repose moins que le corps d'eau ACζγVR, car s'il estoit parallèle à l'horizon par RV, alors ledit corps y reposeroit, par la 10 proposition; mais il est plus haut, & par conséquent il y repose moins à l'encontre. Je dis semblablement que contre le fond RVXS repose plus que le corps d'eau ACζγVR,

veu qu'il vient plus bas que Vγ, mais ledit corps d'eau est égal à RVγθXS : D'avantage je dis que contre iceluy repose moins que le corps d'eau ACζγXS, ven que le fond RX est plus haut que le fond SXθ; or ledit corps d'eau ACζγXS est égal à RVZδXS; parquoy contre le fond RX repose moins que RVZδXS. De même contre le fond SY, repose plus que ACζγXS; car il vient plus bas que le fond SXθ, lequel corps est égal à SXδλYT; parquoy contre SY repose plus que SXδλYT. D'avantage je dis qu'il y repose moins que ACζγYT, car il est plus haut que le fond TYι; or ledit corps ACζγYT est égal à SXαεYT, donc contre le fond SY repose moins que SXαεYT. Pareillement contre le fond TD repose plus que ACζγYT, car il vient plus bas que le fond TYι; iceluy corps est égal à TYεμDE; parquoy contre le fond TD repose plus que TYεμDE. D'avantage il y repose moins que le corps Aη, car il vient plus haut que le fond EDη; mais ledit corps Aη est égal à TYβHDE; donc contre le fond TD, repose moins à l'encontre que TYβHDE. Or veu que contré

Le fond  $\left\{ \begin{matrix} AV \\ RX \\ SY \\ TD \end{matrix} \right\}$  repose plus que  $\left\{ \begin{matrix} \text{rien} \\ RV\gamma\theta XS \\ SX\delta\lambda YT \\ TY\epsilon\mu DE \end{matrix} \right\}$  & moins que  $\left\{ \begin{matrix} AC\zeta\gamma VR \\ R\delta Z \\ S\epsilon\alpha \\ TH\beta \end{matrix} \right\}$ .

Il s'ensuit que contre le fond entier ACDE reposera plus que les corps susdits ensemble, qui font le corps inscrit RVγθδλεμDE dans la demi-colonne ACHDE, & que contre ledit fond ACDE entier reposeront moins que les corps circonscrits ensemble, qui font le corps ACζγZδαεβHDE, lequel est circonscrit à la demi-colonne ACHDE.

Que si on divisoit le fond ACDE en plus de 4 parties égales, soit en 8; il appert que les corps inscrits & circonscrits ne differeroient que de la moitié de la difference precedente; & est manifeste qu'on pourroit partir le fond en tant de parties égales que la difference des corps inscrits & circonscrits à la demi-colonne, differeroient moins qu'aucun corps donné, si petit puisse-il estre, d'où j'argumente ainsi.

- A. Toute pesanteur qui differe moins du poids reposant contre le fond ACDE, qu'on ne scauroit donner, est égale au poids reposant contre le fond ACDE.
- I. Le poids de la demi-colonne ACHDE, est une pesanteur differant moins du poids, qui repose contre le fond ACDE, qu'on scauroit donner.
- I. Le poids donc de la demi-colonne ACHDE est égal au poids qui repose contre le fond, ACDE.

**2 Exemple.**

*Le donné.* Soit encore AB un vaisseau plein d'eau, & le fond ACDE d'iceluy soit un parallelogramme oblique à l'horizon, AC la plus haute extrémité à fleur d'eau ACFG; lequel soit divisé comme au premier exemple, & soit Av perpendiculaire à l'horizon, jusques au niveau par ED.

*Le requis.* Il faut démontrer que le poids d'eau qui repose contre le fond ACDE, est égal à la moitié de la colonne qui a pour base le fond ACDE, & hauteur Av.

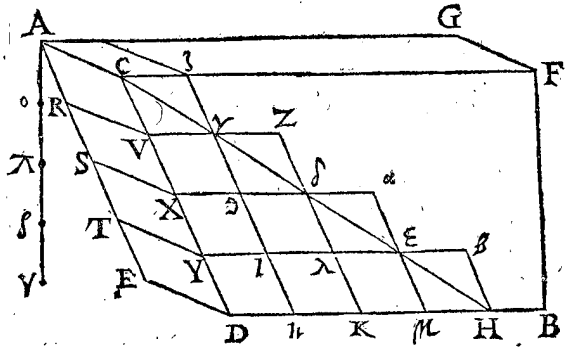
*Preparation.* Soit divisée Av en 4 parties égales par les points ο, π, ς.

**DÉMONSTRATION.**

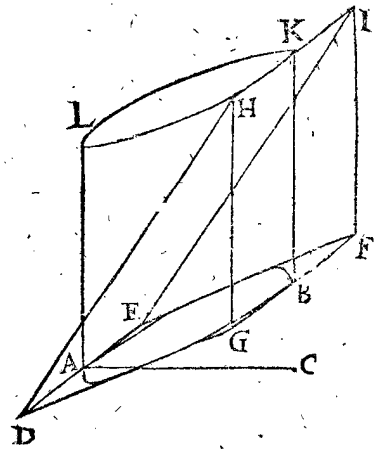
Contre le fond AV repose un poids plus que rien, d'autant qu'il est plus bas que le fond Aζ, contre lequel rien ne repose : D'avantage il repose contre ledit fond

fond AV moins que le corps Aγ, d'autant qu'il est plus haut que le fond RVγ, sur lequel repose la colonne

Soit puis apres une autre figure pareille, & equiponderante à la precedente, mais en telle sorte que FI soit perpendiculaire à l'horizon, comme cy-joignant. Et en



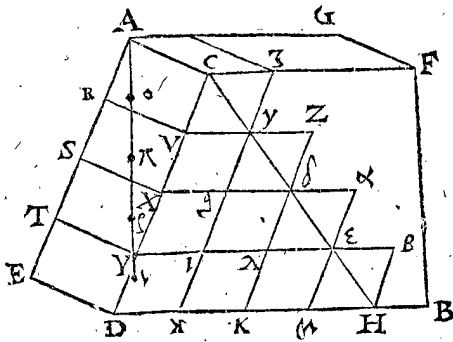
Aγ par la 10 proposition, de laquelle Aο est hauteur; & ainsi se demonstrera comme en la precedente demonstration que contre ACDE repose autant que la demi-colonne AEDH; (estant comme devant DH egale à DC) Or le parallelogramme EH est pareil à ACDE; donc la demi-colonne AH est egale à la demi-colonne ayant pour base AD, & hauteur Av; par-



ceste figure soit DEFGHI un corps solide, reposant sur le fond DEFG.

DEMONSTRATION.

Tel pressement que le corps solide DEFGHI de la deuxieme figure, fait contre le fond DEFG, le mesme pressement se fait par l'eau de la premiere figure, contre le fond DEFG, comme il a esté démontré cy dessus, & partant tel pressement qui se fait contre l'ellipse AB de la deuxieme figure, le mesme se fera contre l'ellipse AB de la premiere figure, mais le pressement sur l'ellipse de la deuxieme figure est la demi-colonne (comme nous declarerons cy-dessous) la base de laquelle est l'ellipse, & la hauteur egale à AC (car menant une perpendiculaire de K, sur le plan de l'ellipse, elle sera egale à AC) & ainsi le pressement de l'eau contre l'ellipse AB de la premiere figure, est egal à la moitié de la colonne, de laquelle la base est l'ellipse, & la hauteur AC.



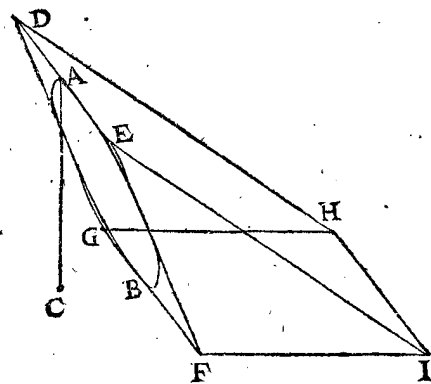
quoy le poids qui repose contre ACDE est egal au poids de la demi-colonne d'eau, ayant ACDE pour base, & hauteur Av.

3 Exemple.

Le donné. Soit AB un fond convenant, je prens, une ellipse, le plus haut point A est à fleur d'eau, B le point plus bas, par lequel passe un niveau, sur lequel tombe une perpendiculaire AC.

Le requis. Il faut démontrer que le poids d'eau qui repose contre le fond BA, est egal à la moitié de la colonne, dont le fond est AB, & hauteur AC.

Preparation. Soit fait un parallelogramme DEFG, à l'entour de l'ellipse AB, ainsi que DE soit à fleur d'eau,



& touche au point A, & que GF touche au point B: Soit puis apres menée FI egale à FE, & perpendiculaire à FG, sur le plan de l'horizon, & puis parachevé le rectangle FGHI, & menée EI & DH.

Mais que le poids reposant en ceste deuxieme figure contre l'ellipse AB, soit egal à la demi-colonne, ayant pour base l'ellipse, & hauteur egale à AC, cela est manifeste en menant BK egale & parallele à FI: Soit maintenant le dessous B, de la mesme BK, tourné au circuit de l'ellipse AB, tout à l'entour, demeurant toujours parallele à FI, icelle descriera une colonne entre deux bases ABKL, laquelle est coupée par deux points homologues diagonalement opposites: Mais toute colonne, dont la base est fond convenant, se peut couper en deux egalement par deux points diagonalement opposites; parquoy la partie de la colonne sous le plan DEIH, est la moitié de la colonne entiere ABKL, reposant sur l'ellipse AB; & aussi que la colonne ABKL soit egale à la colonne qui a pour base AB & hauteur AC, il appert en ce que sa hauteur est egale à AC, parquoy le poids reposant contre l'ellipse AB est egal à la demi-colonne, dont la base, est l'ellipse, & la hauteur egale à AC.

4 Exemple.

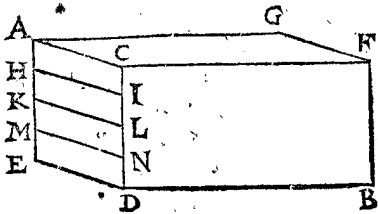
Nous avons donné cy-dessus trois exemples, par demonstrations Mathematiques, & ainsi le fondement est tant mieux déclaré; toutefois nous ferons encor ceste demonstration par nombres, laquelle n'apporte aucun desavantage à la chose.

Le donné. Soit AB un vase plein d'eau, & AD un fond perpendiculaire à l'horizon, estant un carré, & CD un pied de hauteur, comme aussi AC, lequel est à fleur d'eau, & AF soit aussi long qu'on voudra.

Le requis. Il faut démontrer que l'eau reposant contre le fond AD, est egal à la demi-colonne d'eau, ayant



ayant AD pour base & AE perpendiculaire pour sa hauteur: Or ceste demi-colonne sera demi-pied cubique.



Preparation. Soit divisé le fond en 4 parties égales par les lignes HI, KL, MN, paralleles à AC.

DEMONSTRATION.

Il appert que contre le fond AI repose plus que 0, car il est plus bas que tout à fleur d'eau: D'avantage il repose moins à l'encontre que  $\frac{1}{16}$  pied; car il est plus haut que le fond par HI à niveau: De mesme contre HL repose plus que  $\frac{1}{16}$ , & moins que  $\frac{2}{16}$ ; & contre le fond KN plus que  $\frac{2}{16}$ , & moins que  $\frac{3}{16}$ : finalement contre MD, repose plus que  $\frac{3}{16}$ , & moins que  $\frac{4}{16}$ . Adjoignant les poids qui sont plus legers, assavoir 0,  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{2}{16}$ ,  $\frac{3}{16}$ , font ensemble  $\frac{6}{16}$ . De mesme les poids plus legers  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{2}{16}$ ,  $\frac{3}{16}$ ,  $\frac{4}{16}$ , font ensemble  $\frac{10}{16}$ . Donc contre AD repose plus que  $\frac{6}{16}$ , & moins que  $\frac{10}{16}$ , entre lesquels est  $\frac{1}{2}$  pied, lequel doit estre démontré reposer contre AD.

Or comme le fond a esté divisé cy-dessus en 4 parties égales; il se pourroit aussi diviser en tant qu'on voudroit, & soit en 10; alors par les raisons susdites, les poids trop legers seront 0,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{2}{100}$ ,  $\frac{3}{100}$ , &c. le dernier  $\frac{9}{100}$  ensemble font  $\frac{45}{100}$ : Et les poids trop pesants font  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{2}{100}$ ,  $\frac{3}{100}$ , &c. le dernier  $\frac{100}{100}$  font ensemble  $\frac{505}{100}$ ; contre AD donc repose un poids plus que  $\frac{45}{100}$ , & moins que  $\frac{505}{100}$ : Or  $\frac{1}{2}$  est entre deux; & ces termes sont plus approchans que les susdits, tellement que si on coupoit encore le fond en plus de parties, on approcheroit plus pres de  $\frac{1}{2}$ .

Posons donc qu'il repose contre AD  $\frac{1}{1000}$  pied plus, ou moins, que  $\frac{1}{2}$ , s'il estoit possible: & partisons le fond en 1000 parties égales, alors les poids trop legers seront 0,  $\frac{1}{1000000}$ ,  $\frac{2}{1000000}$ , &c. le dernier  $\frac{999}{1000000}$ , lesquels font tous ensemble  $\frac{499500}{1000000}$ . De mesme les poids trop pesants seront  $\frac{1}{1000000}$ ,  $\frac{2}{1000000}$ ,  $\frac{3}{1000000}$ , &c. le dernier  $\frac{1000}{1000000}$ , leur somme  $\frac{500500}{1000000}$ ; il repose donc plus contre AD, que  $\frac{499500}{1000000}$  & moins que  $\frac{500500}{1000000}$ : mais l'un & l'autre est moins ou plus que  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{1}{1000000}$ ; il n'y avoit donc pas tant de difference que le  $\frac{1}{1000}$  susdit; & ainsi on démontrera tousiours, qu'il y a moins de difference entre le corps qui repose contre AD, &  $\frac{1}{2}$  pied, qu'aucune quantité qu'on scauroit donner; d'où j'argumente ainsi.

A. Entre un poids quelconque &  $\frac{1}{2}$  pied d'eau, s'ils sont differens, se peut trouver un poids moindre que leur difference.

O. Or entre le poids qui repose contre le fond AD, &  $\frac{1}{2}$  pied d'eau, on ne peut donner aucun poids moindre que leur difference.

O. Le poids donc qui repose contre le fond AD, n'est en rien differant de  $\frac{1}{2}$  pied d'eau.

Conclusion. Sur un fond donc convenant, duquel, &c.

La raison pourquoy le  $\frac{1}{2}$  demeure tousiours également distant des deux termes, lesquels en approchent tousiours, sans que jamais ils y puissent parvenir, est contenuë en ce theoreme.

THEOREME.

En une progression naturelle commençant par l'unité, & augmentant de l'unité progressivement; la moitié du carré du dernier, qui est le majeur, est la somme de tous les nombres, mais si la somme de tous les nombres sans le dernier.

ALB. GIRARD.

Car c'est précisément la somme de tous les nombres, moins la moitié du dernier.

NOTEZ.

On pourroit dire une colonne entiere, au lieu de la demi-colonne mentionnée cy-dessus, assavoir la mesme base, mais la  $\frac{1}{2}$  perpendiculaire, forme ainsi le theoreme.

Estant proposé un fond convenant dans l'eau, à la fleur de laquelle se trouve la plus haute extremité du fond: le poids qui repose à l'encontre est egal à la colonne d'eau, ayant le mesme fond pour base, & la hauteur la demi-perpendiculaire comprise entre les niveaux qui passent par la plus haute & plus basse extremité du fond.

Et la dernière partie de ceste douzième proposition sera exprimée par semblable maniere.

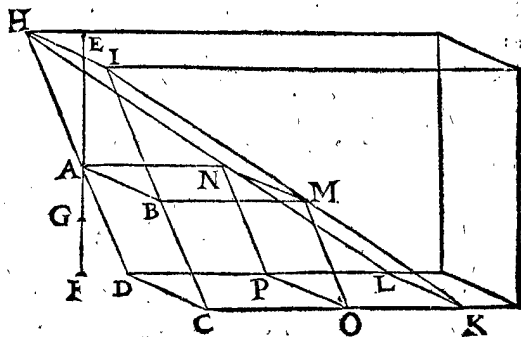
THEOREME X. PROPOSITION XII.

Estant un fond convenant dans l'eau ayant son extremité superieure, sous fleur d'eau; le poids qui repose à l'encontre est egal à la pesanteur de la colonne d'eau, ayant ledit fond pour base, & pour hauteur la perpendiculaire entre la fleur d'eau, & le plus haut point du fond; & d'avantage la moitié de la perpendiculaire, depuis le plus haut point du fond jusques au niveau passant par le plus bas.

Exemple.

Le donné. Soit ABCD un fond convenant, comme premierement un parallelogramme, AB son costé le plus haut soit au dessous de la fleur d'eau, parallele, presuppone-je, à l'horizon; & EA soit la perpendiculaire depuis la fleur d'eau, jusques au point plus haut du fond A, & AF la perpendiculaire de A jusques au niveau, qui passe par DC: & AG soit moitié de AF.

Le requis. Il faut démontrer que le poids d'eau contre le fond ABCD, est egal à la colonne sur la base ABCD, & hauteur GE.



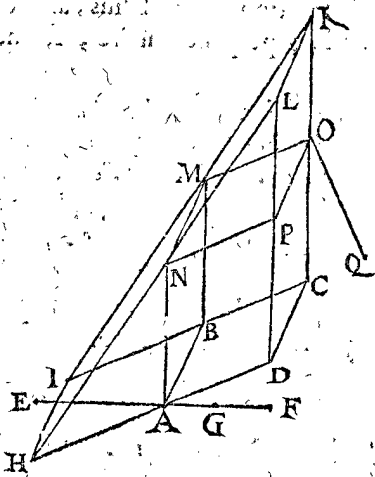
Preparation. Soyent DA, CB, produites jusques à H, I à fleur d'eau: & menée HI. Puis CK à niveau egal à CI, & perpendiculaire à DC: de mesme DL egal & parallele à CK, &c. Puis AN, BM paralleles à CK rencontrant IK en M, &c.

D'avantage soit faite une autre figure, pareille & equiperante à la precedente eau, mais en sorte que CK soit perpendiculaire à l'horizon.

DEMON-

DEMONSTRATION.

En la deuxiesme figure le pressement que cause CDHKL contre le fond CDHI, ainsi en la premiere figure l'eau contre CDHI, comme il a esté démontré en la 11 proposition, & de mesme tel pressement que cause ABCDLKMN en la deuxiesme figure sur ABCD, ainsi l'eau contre ABCD en la premiere figure, mais ABCDLKMN est egal à la colonne sur la base ABCD & hauteur GE, comme nous verrons cy-apres; le poids donc d'eau qui repose contre ABCD de la premiere figure est egal à la colonne, dont la base est ABCD & la hauteur GE.



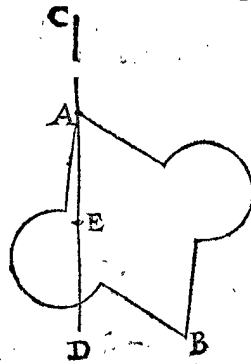
Or que ABCDLKMN soit egal à la colonne, ayant pour base ABCD, & hauteur EG, il appert en ce que si on mene OQ perpendiculaire au plan de ABCD: alors OQ sera hauteur de AO: lequel AO est egal à la colonne sur ABCD pour base & OQ hauteur, mais puis que AH, & OC sont egales, & les angles HAE, COQ aussi egaux; & les angles HEA, CQO, droits; alors EA & OQ seront egales; & ainsi le corps AO, sera egal à la colonne sur ABCD base, & hauteur EA: D'avantage le corps MNOPLK est egal à la colonne ayant pour base POKL, c'est à dire MNOP, ou ABCD, & hauteur AG: par le corollaire de l'onzieme proposition; parquoy ces deux corps faisans ensemble ABCDLKMN, sont egaux à la colonne ayant ABCD pour base, & EG pour hauteur.

Autre DEMONSTRATION.

Posant qu'il y ait en l'eau de la premiere figure cy-dessus, un fond pareil à ABCD, mais à niveau par AB; iceluy supportera un solide egal à la colonne, ayant ABCD pour base, & AE pour hauteur, par la 10 proposition: le mesme poids repose aussi & d'avantage sur les fonds plus bas; contre ABCD donc repose un poids, comme la colonne, ayant ABCD, pour base & pour hauteur AE: Or ostant l'eau qui est au dessus du fond, assavoir que AB soit à fleur d'eau; alors il reposera contre ABCD autant que le corps MOL, c'est à dire une colonne ayant la base OL, ou ABCD son egale, & AG hauteur; lesquels corps sont ensemble comme devant, autant que la colonne sur la base ABCD, & la hauteur EG.

2 Exemple.

Soit AB un fond convenant, ayant son plus haut point A sous fleur d'eau C, & AD perpendiculaire de A sur le niveau, passant par le plus bas point B; & prolongée jusques à fleur d'eau C: soit E au milieu de AD.



Je dis que le poids qui repose contre AB, est egal à la pesanteur de la colonne, ayant ledit fond AB pour base, & CE pour hauteur: dont la demonstration sera comme dessus.

Conclusion. Estant un fond convenant dans l'eau ayant son extremité superieure, sous fleur d'eau; &c.

NOTEZ.

Nous avons traité cy-devant des poids contre les fonds convenants, avec l'aide des perpendiculaires par les plus hauts points des fonds: Mais quand c'est un fond inconvenant, le poids ne se peut cognoistre par les perpendicules: Il est bien vray, que contre iceluy repose plus, que s'il estoit plus haut au niveau, qui passe par son plus haut point, c'est à dire plus que la colonne d'eau ayant pour base ledit fond, & hauteur la perpendiculaire entre la fleur d'eau & le plus haut point du fond, mais l'autre partie n'est pas egale à la moitié de la colonne, ayant pour base le mesme fond, & pour hauteur la perpendiculaire du plus haut point du fond, jusques au niveau qui passe par le plus bas: la raison est, que la colonne n'est pas coupée en deux egalement (comme avec un fond convenant) par un plan qui passe diagonalement par deux points homologues: mais afin de cognoistre le poids contre les fonds inconvenants, nous ferons le probleme suivant.

PROBLEME III. PROPOSITION XIII.

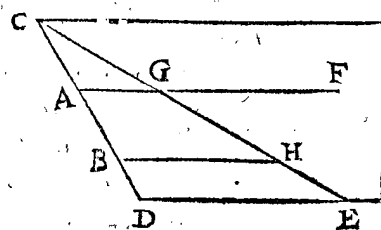
Estant dans l'eau un fond plat de figure quelconque; Trouver un corps d'eau equiponderant au poids reposant contre ledit fond.

Le donné. Soit AB un fond plat dans l'eau, de figure quelconque.

Le requis. Il faut trouver un corps d'eau equiponderant au poids qui repose contre AB.

OPERATION.

Je produis le plan de tout costé indefiniement, coupant la fleur d'eau en C, & de C je mene une ligne CD, par AB, comme le plan par CD, lequel soit perpendiculaire à l'horizon; soit aussi perpendiculaire sur le plan du fond AB; puis ayant mené la ligne DE, egale à DC, mais à niveau, & perpendiculaire sur la commune



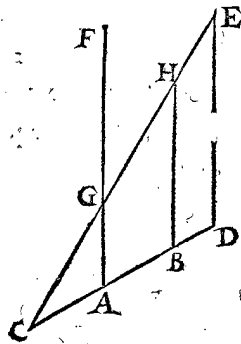
section des deux plans, le premier susdit par le fond AB, l'autre par DE parallele à l'horizon. Puis je mene par C, E, un plan indefiny, perpendiculaire au plan

CDE; D'avantage d'un point du circuit du fond donné, comme de A, une ligne AF indefinie, tournant le mesme avec le point A au circuit du fond, un tour entier demeurant toujours parallele avec DE, descrivant ainsi un corps compris entre les deux parties des plans indefinis, & la superficie faite de la ligne mouvante, comme le corps AGHB: Je dis qu'un corps d'eau egal au corps AGHB, est equiponderant au poids qui repose contre le fond donné.

*Preparation.* Soit descrite ceste seconde figure, egale & semblable à la premiere, & equiponderante à l'eau, mais en sorte que la ligne DE soit perpendiculaire à l'horizon.

DEMONSTRATION.

Tel poids qui repose sur AB en la deuxiesme figure, tel aussi reposera contre AB de la premiere figure, comme il a esté démontré cy devant ; mais sur AB de la deuxiesme figure, repose le poids du corps AGHB, parquoy contre le fond AB de la premiere figure, repose aussi un poids égal au corps d'eau AGHB : ce qu'il falloit démonstrer.



*Conclusion.* Estant donc dans l'eau, &c.

THEOREME XI. PROPOSITION XIV.

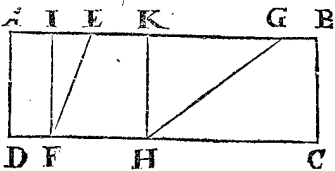
Estans deux fonds parallelogrammes de mesme largeur, & également profonds dans l'eau, ayans leurs plus hauts costez à fleur d'eau : Comme la longueur d'un fond à la longueur de l'autre, ainsi les pressemens d'eau contre iceux.

*Le donné.* Soit ABCD une eau, où il y aye deux fonds parallelogrammes EF, GH de mesme largeur, & également profonds dans l'eau, assavoir que les perpendicules IF ; & KH, & leurs hauts costez E, G, soyent à fleur d'eau.

*Le requis.* Il faut démonstrer, que comme la longueur EF, à la longueur GH, ainsi le pressement de l'eau contre le fond EF, au pressement contre le fond GH.

DEMONSTRATION.

Le poids de l'eau reposant contre le fond EF, est égal à la demi-colonne d'eau, dont la hauteur est IF, & la base le plan EF, par la 11 proposition : De mesme le poids d'eau contre le fond GH, est égal à la demi-colonne, dont la hauteur est KH, & la base le plan GH : mais ces colonnes sont de mesme hauteur, parquoy elles seront en raison de leurs bases : tellement que comme les longueurs EF à GH, ainsi les colonnes ; & par conséquent les demi-colonnes, assavoir les pesanteurs d'eau qui reposent à l'encontre des fonds EF, GH.



*Conclusion.* Estans donc deux parallelogrammes, &c.

PROBLEME IV. PROPOSITION XV.

Si le fond de l'eau, est un parallelogramme non parallele à l'horizon, avec son plus haut costé connu, & à fleur d'eau, cognoissant aussi la ligne menée du plus haut costé, perpendiculaire sur le costé opposite, aussi cognoissant la perpendiculaire entre la fleur d'eau & le niveau passant par le costé plus bas : Trouver le poids d'eau reposant à l'encontre.

NOTEZ.

Tout parallelogramme non parallele à l'horizon, ayant son plus haut costé à fleur d'eau, est ou rectangle, ou oblique, & un chacun d'iceux est perpendiculaire ou oblique à l'horizon ; parquoy il y aura 4 divers accidens, pourtant nous en donnerons 4 exemples, tant icy qu'és deux propositions suivantes : Le premier, d'un rectangle perpendiculaire à l'horizon, duquel les trois lignes, comme l'un des costez non-paralleles à l'horizon,

& la ligne d'une extremité du plus haut costé, perpendiculaire au costé opposite d'embas, & la perpendiculaire de la mesme extremité jusques au niveau passant par le costé d'embas, ne sont qu'une mesme ligne : Le deuxiesme exemple sera d'un parallelogramme oblique, mais perpendiculaire sur l'horizon, duquel les deux lignes, comme celle qui vient de l'extremité du plus haut costé perpendiculaire sur le plus bas, & la perpendiculaire de la mesme extremité du plus haut costé jusques au niveau passant par le plus bas costé, sont une mesme ligne : Le troisieme exemple sera d'un rectangle, oblique à l'horizon, dont les deux lignes, comme le costé non parallele à l'horizon, & la ligne de l'extremité du plus haut costé, perpendiculaire sur le plus bas, sont une mesme ligne : Le quatrieme exemple d'un parallelogramme oblique, & oblique sur l'horizon, duquel les trois lignes susdites sont diverses.

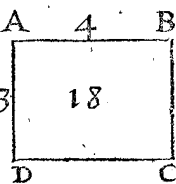
1 Exemple.

*Le donné.* Soit ABCD un rectangle, perpendiculaire à l'horizon, duquel AB est à fleur d'eau, & à 4 pieds, & AD trois pieds.

*Le requis.* Il faut trouver le poids d'eau, reposant contre ABCD.

OPERATION.

Je multiplie AD 3, par AB 4, vient 12, lequel je multiplie encor par AD 3, vient 36 ; dont la moitié fait 18 pieds pour le requis : Or prenant que 1 pied pese 65 lb, alors les 18 pieds peseront 1170 lb.



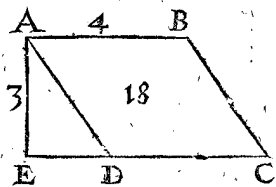
2 Exemple.

*Le donné.* Soit ABCD un parallelogramme oblique, mais perpendiculaire sur l'horizon ; AB à fleur d'eau est 4 pieds, & AE perpendiculaire de A sur CD, soit 3 pieds.

*Le requis.* Il faut trouver le poids d'eau reposant contre ABCD.

OPERATION.

Je multiplie AE 3 par AB 4, vient 12, lequel encor multiplié par AE 3, vient 36, dont la moitié est 18 pieds : On peut faire autrement par le quarré de AE par la moitié de AB.



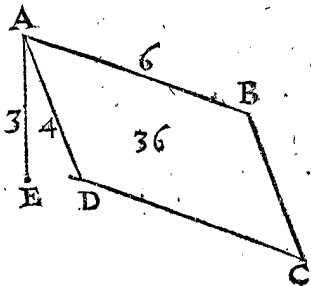
3 Exemple.

*Le donné.* Soit ABCD un rectangle, oblique à l'horizon, son costé AB à fleur d'eau soit 6 pieds, & AD 4 pieds ; mais AE perpendiculaire de A sur le niveau passant par le costé d'embas, est 3 pieds.

*Le requis.* Il faut trouver le poids d'eau qui repose contre ABCD.

OPERATION.

Je multiplie 6, 4, 3, vient 72 ; sa moitié est 36 pieds.



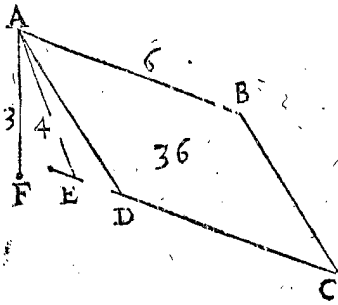
4 Exemple.

*Le donné.* Soit ABCD un parallelogramme oblique ; oblique sur l'horizon : AB à fleur d'eau 6 pieds, AE per-

AE perpendiculaire sur DC est 4 pieds, & AF à plomb 3 pieds.

Le requis. Il faut trouver le poids d'eau qui repose contre ABCD.

OPERATION.



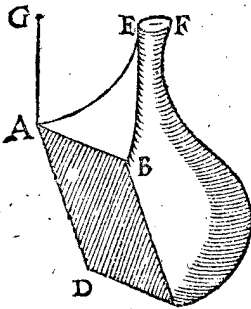
Je multiplie 6, 4, 3; vient 72, sa moitié est 36 pieds d'eau, qui repose contre ABCD: dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc le fond de l'eau, un parallelogramme non parallele à l'horizon, &c.

COROLLAIRE I.

De ce que dessus appert, comment on trouvera le poids d'eau reposant contre un parallelogramme, lors que le plus haut costé est au dessous de fleur d'eau; car au poids trouvé comme dessus, y joignant la colonne, ayant pour base le mesme fond, & hauteur, la perpendiculaire depuis le plus haut costé jusques à fleur d'eau, alors la somme fera le requis.

Soit par exemple ABCD un parallelogramme oblique à l'horizon, AB sous fleur d'eau EFG, GA est



3 pieds, & ABCD soit 20 pieds, & si AB estoit à fleur d'eau, il y auroit, je prens, 40 pieds d'eau qui reposeroient à l'encontre; On demande combien il y en repose dessus maintenant? Je multiplie ABCD 20, par GA 3, vient 60 pieds, lesquels adjoustez à 40, font 100 pieds, qui reposent contre ABCD.

COROLLAIRE II.

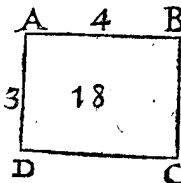
Si le fond plat estoit inconvenient, on trouveroit un corps d'eau, equiponderant au poids qui repose contre le fond, par la 13 proposition; le mesme corps fera cognoistre la pesanteur requise.

PROBLEME V. PROPOSITION XVI.

Si le fond de l'eau est un parallelogramme, non parallele à l'horizon, ayant son plus haut costé à fleur d'eau, & cognoissant le poids qui repose à l'encontre, aussi la ligne du plus haut costé perpendiculaire au plus bas costé, aussi la perpendiculaire du plus haut costé, jusques au niveau passant par le costé plus bas: Trouver le costé plus haut.

1 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un rectangle; perpendiculaire à l'horizon, contre lequel repose un poids de 18 pieds d'eau, & AB le plus haut costé soit à fleur d'eau & incognu.



Le requis. Il faut cognoistre AB.

OPERATION.

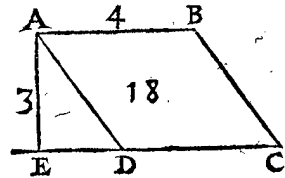
Je divise 18 par le carré de AD 3, viendra 2, son double sera 4 pour AB.

2 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un parallelogramme oblique, perpendiculaire à l'horizon, contre lequel repose le poids de 18 pieds d'eau, & le plus haut costé AB

soit incognu, à fleur d'eau, mais AE perpendiculaire sur DC soit 3 pieds.

Le requis. Il faut cognoistre le costé AB.

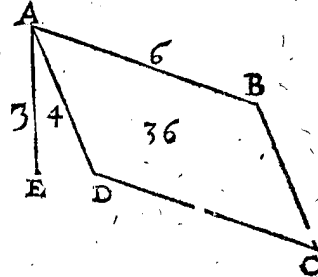


OPERATION.

Je divise 18 par le carré de AE 3, viendra 2, son double est 4 pieds.

3 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un rectangle, oblique sur l'horizon, contre lequel repose le poids de 36 pieds d'eau, & AB le costé plus haut à fleur d'eau soit incognu; mais AD soit 4 pieds, & AE 3, à plomb jusques au niveau par DC.



Le requis. Il faut trouver AB.

OPERATION.

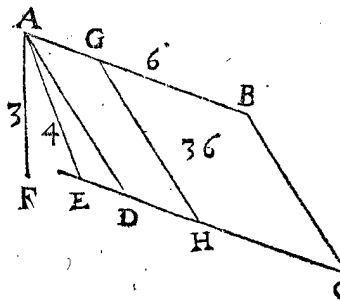
Je multiplie AE 3 par AD 4, vient 12, par lequel party 36, viendra 3 pieds, son double sera AB 6 pieds.

4 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un parallelogramme oblique, & oblique sur l'horizon, contre lequel repose le poids de 36 pieds d'eau, & AB incognu, soit à fleur d'eau; mais AE 4 pieds, perpendiculaire sur DC, & AF 3 pieds, à plomb.

Le requis. Il faut trouver le costé AB.

OPERATION.



Je multiplie AF 3, par AE 4, vient 12, lequel divisant 36, viendra 3, son double est 6 pieds: dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc le fond de l'eau un parallelogramme, &c.

COROLLAIRE I.

Il appert de l'exemple precedent, comment on trouvera le plus haut costé, lors qu'il est au dessous de fleur d'eau; car du poids entier d'eau reposant contre le fond, osté la colonne ayant le fond pour base, & hauteur la perpendiculaire du plus haut costé du fond jusques à fleur d'eau, il restera le poids d'eau, reposant sur le fond, quand le plus haut costé est à fleur d'eau, d'où il sera cognu, comme il a esté enseigné cy-dessus.

Mais pour trouver la colonne qu'il faut soustraire, on prendra une partie du poids entier, ou de la colonne entiere, en telle raison à la mesme colonne entiere, comme la perpendiculaire entre la fleur d'eau & le plus haut costé du fond, à la perpendiculaire donnée entre la fleur d'eau & le plus haut costé du fond, avec la moitié de la perpendiculaire entre le plus haut costé du fond, & le niveau par le costé plus bas d'iceluy: Comme par la figure du premier exemple de la 12 proposition, la partie qu'il faut soustraire se trouve là: Je dis, EG donne EA, combien le poids donné? ce qui vient est la colonne qu'il faut soustraire.

COROL-

COROLLAIRE II.

OPERATION.

Si on vouloit mener une ligne sur le fond, qui soit parallele à un costé non parallele à l'horizon; la longueur necessaire du plus haut costé sera connue. Soit par exemple à la figure du quatriesme exemple precedent, qu'on vueille mener une ligne, comme GH, parallele à AD, ainsi que sur AGHD repose un poids de 12 pieds d'eau. Je voy quelle partie 12 font de 36, qui reposent à l'encontre, & se trouvent  $\frac{1}{3}$ ; parquoy aussi AG sera  $\frac{1}{3}$  de AB, qui font 2 pieds.

Je divise 36 par 3 moitié de AB 6, vient 12, le mesme encor par AF 3, viennent 4 pieds pour AE; dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc le fond qui est dans l'eau, &c.

COROLLAIRE I.

Il s'enfuit comment on trouvera la ligne perpendiculaire du plus haut costé, sur le plus bas, lors que le costé plus haut est sous fleur d'eau, car de tout ce qui repose contre le fond, si on en oste la colonne qui a le mesme fond pour base, & pour hauteur la perpendiculaire du plus haut costé, jusqu'à fleur d'eau; il restera le poids d'eau reposant contre le fond, lors que le plus haut costé est à fleur d'eau, alors elle sera connue, comme il a esté dit cy-dessus.

PROBLEME VI. PROPOSITION XVII.

Estant le fond qui est dedans l'eau un parallelogramme non parallele à l'horizon, ayant son costé plus haut connu, à fleur d'eau, comme aussi le poids qui repose à l'encontre, & la perpendiculaire du costé plus haut sur le niveau qui passe par le costé le plus bas; Trouver la perpendiculaire du costé plus haut sur le costé opposite.

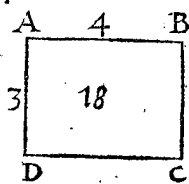
1 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un rectangle, perpendiculaire à l'horizon, contre lequel reposent 18 pieds d'eau, & AB le costé plus haut soit à fleur d'eau, est de 4 pieds.

Le requis. Il faut trouver AD.

OPERATION.

Je divise 18 par 2, moitié de AB, vient 9, sa racine est pour AD 3 pieds.



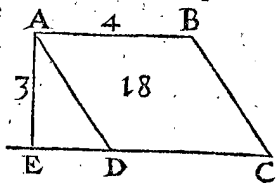
2 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un parallelogramme oblique, mais perpendiculaire sur l'horizon, contre lequel reposent 18 pieds d'eau, & le costé plus haut AB soit 4 pieds, & à fleur d'eau.

Le requis. Il faut trouver AE.

OPERATION.

Je partis 18 par 2, moitié de AB, vient 9, sa racine est pour AE 3 pieds.



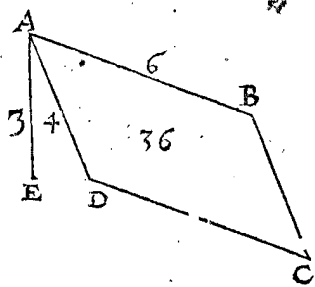
3 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un rectangle, mais oblique à l'horizon, contre lequel reposent 36 pieds d'eau, & AB à fleur d'eau soit 6 pieds, aussi AE perpendiculaire 3 pieds.

Le requis. Il faut connoître AD.

OPERATION.

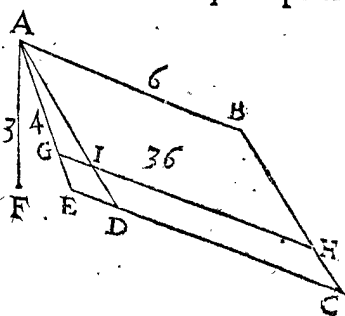
Je divise 36 par 3, moitié de AB, vient 12: le mesme party par AE 3, viennent 4 pieds pour AD.



4 Exemple.

Le donné. Soit ABCD un parallelogramme oblique, & oblique à l'horizon, contre lequel reposent 36 pieds d'eau, & AB le costé plus haut à fleur d'eau soit 6 pieds, & AE soit une perpendiculaire de A sur CD, & AF 3 pieds, perpendiculaire à plomb.

Le requis. Il faut trouver AE.



NOTEZ.

Maintenant, il faut parler du centre de gravité du pressement de l'eau congregate contre le fond, es suivantes 18, 19, 20 propositions, selon qu'il a esté mentionné en l'Argument au commencement de ce livre; & semble ne venir pas mal à propos de parler du fond à niveau, n'estoit qu'il n'est que trop facile par le moyen du deuxiesme livre des Elemens de la Statique; partant nous commencerons par les fonds non paralleles à l'horizon, comme s'enfuit.

THEOREME XII. PROPOSITION XVIII.

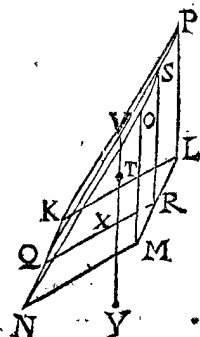
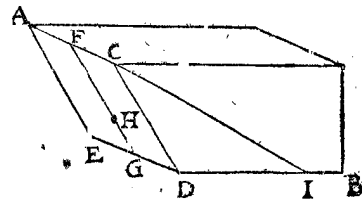
SI le fond d'une eau n'est à niveau, estant parallelogramme, duquel le plus haut costé soit à fleur d'eau, & de son milieu, au milieu de son costé opposite, est menée une ligne; le centre de gravité (du pressement de l'eau congregate contre le fond) divise ceste ligne de telle sorte, que la partie haute à la basse est en raison double.

1 Exemple.

Le donné. Soit AB une eau, & ACDE le fond un parallelogramme non à niveau, AC à fleur d'eau, FH double à HG, lors que FG est menée du milieu au milieu des costez opposites.

Le requis. Il faut démonstrer que H est le centre de gravité du pressement congregate contre le fond.

Preparation. Soit menée CI, ainsi que DI soit egale à DC,



& ACIDE soit la moitié de la colombe, dont la base ACDE, & hauteur la perpendiculaire de A sur le niveau, passant par ED; Soit puis apres marqué le corps solide KLMNOP, pareil & equiponderant au corps ACIDE, assavoir KLMN plan homologue à ACDE, & MO perpendiculaire sur l'horizon, soit homologue à DI, & QR à FG; & de S au milieu de OP, soit menée SQ, & SR; soit aussi T centre de gravité du triangle QSR, par lequel soit menée VX à plomb.

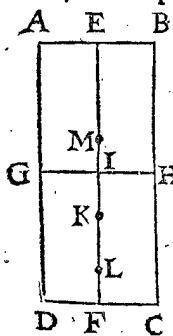
DEMONSTRATION.

Tel pressement que le corps KLMNOP fait contre le fond KLMN, tel est aussi celui de l'eau AB contre le fond ACDE, par la 11 proposition: parquoy comme le centre de gravité du pressement advient contre le fond KLMN, ainsi adviendra-il au fond ACDE: Or pour venir à la demonstration, il appert que T est aussi centre de gravité (aussi bien que du triangle QSR) du corps KLMNOP, par la 15 propofit. du deuxiesme livre des Elemens Statiques; mais VX est perpendiculaire à l'horizon par T, VX donc sera perpendiculaire de gravité: parquoy si on tire la ligne XY embas, le corps KLMNOP, tiendra sa disposition donnée, s'il faut ainsi dire, sur le point X, sur la ligne XY; & ainsi X sera centre du pressement du corps, congregé contre le fond KLMN; mais VX est à plomb par le centre T, elle sera donc parallele à SR, & partant elle coupera QR (par la 2 proposition du deuxiesme livre des Elemens Statiques) ainsi que QX sera double à XR; mais comme nous avons dit, le centre advient dans le fond ACDE, en telle maniere qu'au fond KLMN; la partie donc d'enhaut sera double à celle d'embas: ce sera donc en H, comme il falloit demonstret.

2 Exemple.

Pour les raisons deduites au quatriesme exemple de la 11 proposition, nous adjoindrons à la precedente demonstration Mathematique, ceste-cy en Arithmetique.

Soit ABCD un fond, & soit menée EF par les milieux des costez opposites; divisant puis apres le fond en parties egales (que nous nommerons mesures) par lignes paralleles à AB, GH en fait deux: coupant EF en I, soit EK double à KF, lequel K doit estre demonstret qu'illec est le centre de gravité du pressement: Prenant donc que contre ABHG repose 1 lb, ou poids d'eau, alors contre GHCD il y en aura 3 lb: Cela estant ainsi, j'estime premierement que le centre de ABHG



est en I, & celui de GHCD en F (il est certain que c'est plus haut) alors IF sera barre, lequel divisé en ses rayons en telle raison que les poids susdits 3 à 1, viendra au point L, tellement que FL est  $\frac{1}{4}$  d'une mesure (c'est  $\frac{1}{4}$  de IF). Secondement j'estime que le centre de gravité soit en E, & de GHCD en I, (il est certain qu'ils sont plus bas) leur commun centre tombera une mesure au dessus de I, comme en M: il appert donc que le vray centre de gravité est entre M & L. Mais comme nous avons divisé le fond en deux, ainsi se peut-il diviser en infinies parties, desquelles trouvant deux centres de gravité comme devant, entre lesquels est le vray centre: Et par tel moyen on peut tousjours approcher, assavoir que L ne parvienne jamais en K, mais demeure tousjours dessous, & M dessus, en approchant de plus en plus, sur cela nous conclurons que K est le vray centre. Mais pource qu'il seroit difficile de trouver les centres de

gravité de tous les fonds, nous en donnerons une maniere plus briefve; descrivant une progression comme 1, 3, 5, 7, 9, &c. car en telle progression & raison, sont les pressements des parties egales d'un fond ABCD, par la 15 proposition. Puis je suscris  $\frac{1}{4}$  sur le deuxiesme nombre (lequel  $\frac{1}{4}$  a esté trouvé cy-dessus pour FL) comme cy-dessous:

$$\frac{1}{4} \\ \text{I. } 3. \quad 5. \quad 7. \quad 9. \quad \text{II.}$$

Puis j'adjouste 4 (nominator de  $\frac{1}{4}$ ) avec 5 troisieme en l'ordre, font 9, qui est nouveau nominateur; puis pour numerateur la somme des notes 4 & 1 (de  $\frac{1}{4}$ ) qui font 5, que je pose sur le 5 troisieme en l'ordre de la progression, & sera comme cy-dessous.

$$\frac{1}{4} \quad \frac{5}{9} \\ \text{I. } 3. \quad 5. \quad 7. \quad 9. \quad \text{II.}$$

Et ainsi des autres, comme on verra icy:

$$\frac{1}{4} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{14}{16} \quad \frac{30}{25} \quad \frac{55}{36} \\ \text{I. } 3. \quad 5. \quad 7. \quad 9. \quad \text{II.}$$

Cela estant ainsi, on veut par exemple sçavoir où le point L doit escheoir lors que le fond est divisé en 5 parties egales; A ceste fin je regarde quel nombre il y a dessus le 5 en l'ordre (qui est icy 9) qui est  $\frac{30}{25}$ , ou bien  $\frac{6}{5}$ , d'où s'ensuit que LF sera (d'un tel fond divisé en 5 parties egales) les  $\frac{6}{5}$  d'une mesure; mais que les memes soyent moins que  $\frac{1}{5}$  de EF, & que leur extremité tombera, comme L sous K, il se demonstrera ainsi: Les  $\frac{6}{5}$  d'une mesure font  $\frac{6}{5}$  de la  $\frac{1}{5}$  de tout, assavoir la  $\frac{6}{25}$  de EF, lesquels  $\frac{6}{25}$  sont moins que FK, qui est  $\frac{1}{5}$ ; car  $\frac{6}{25}$  est moindre de  $\frac{7}{25}$  de la ligne EF, & autant sera esloigné le point L de K: Or pour trouver le point M, j'adjouste 1 mesure à  $\frac{6}{5}$ , vient  $\frac{11}{5}$  d'une mesure, ou bien  $\frac{11}{25}$  de la toute EF, lesquelles  $\frac{11}{25}$  sont plus que  $\frac{1}{5}$  de  $\frac{8}{25}$  de la ligne EF; & autant sera M esloignée de K, assavoir  $\frac{1}{25}$  plus loing que L n'estoit: & ainsi des autres; que si on divisoit le fond ABCD en 40 parties egales, la ligne, comme FL, se trouveroit estre de  $\frac{20550}{16000}$  d'une mesure, qui est la quarantiesme de EF, par laquelle on trouveroit les limites plus pres que dessus, mais jamais ne se trouveroit K; La raison de ceste briefveté des centres de gravité des parties se trouvera aisement & bien au long par celui qui la cherchera en la 2 proposition du premier livre des Elemens Statiques.

Conclusion. Estant donc, &c.

THEOREME XIII. PROPOSITION XIX.

Estant un fond dans l'eau, parallelogramme, non à niveau, & son plus haut costé sous fleur d'eau, & à niveau, du milieu duquel costé au milieu de son opposite on mene une ligne: En icelle ligne est le centre de gravité de compression congregée contre le fond; la divisant entre deux certains points, dont celui d'enhaut est centre du fond, l'autre divise la ligne totale en raison double: Or entre ces deux points, ledit centre se trouve diviser l'intervalle, ainsi que la partie inferieure à la superieure est, comme la ligne à plomb entre fleur d'eau & le plus haut costé du fond, à la ligne à plomb entre ledit plus haut costé, & le niveau qui passe sous son costé opposite.

Le donné. Soit ABCD un fond parallelogramme, non à niveau, mais bien son plus haut costé AB, & sous fleur d'eau G de la distance de AG, & AI moitié de la ligne à plomb AH, estant H dans le niveau qui passe par DC; puis KL qui divise par le milieu les costez opposites, N centre du fond, & LM tiers de KL, assavoir KM double à ML, & O entre NM, tellement que comme MO à ON, ainsi GA à AI.

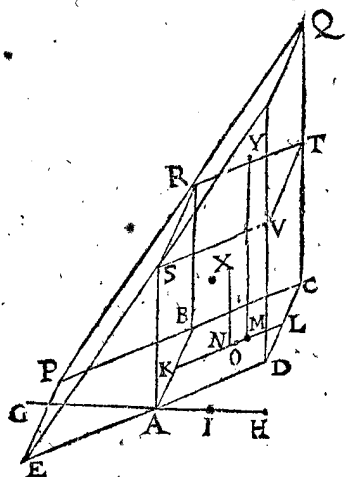
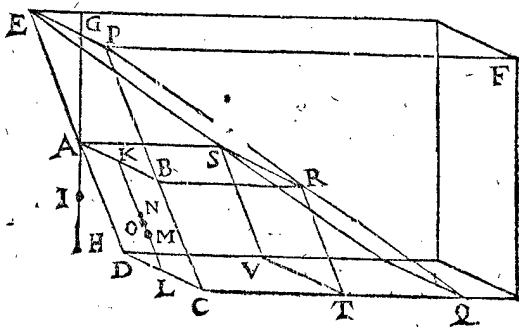
*Le requis.* Il faut demonstret que O est centre de gravité de compression congregatee contre le fond ABCD.

*Preparation.* Soit CB, & DA aussi produites jusques à fleur d'eau P, E: & CQ egale à CP, & à niveau, & à angles droits sur CD; puis BR parallele à CQ, estant R en PQ: De mesme AS egale & parallele à BR, puis RT & SV egales & paralleles à BC.

En apres soit construit un autre corps pareil & equi-ponderant au precedent, ainsi que CQ soit à plomb, & X soit centre de gravité de la colomne ABCDRSTV, & Y centre de gravité du corps RSVTQ: & menées XN, & YM.

DEMONSTRATION.

Veut qu'en la deuxiesme figure X est centre de gravité de la colomne AT, & N de sa base ABCD, & que CQ est à plomb, aussi sera XN qui luy est parallele;



& partant N sera centre de gravité de la compression congregatee de la colomne; Or M est par la 18 proposition centre de gravité de compression du corps QRSTV; & partant MN sera la barre, laquelle est divisée en O, que comme MO à ON, ainsi GA à AI, par l'hypothese, qui est come la colomne ABCDRSTV au corps RSTVQ; parquoy comme la colomne ABCDRSTV au corps RSTVQ, ainsi MO à ON; d'où s'ensuit que O est le centre de gravité de compression de la deuxiesme figure, lequel le sera aussi la semblablement à la premiere figure, pour les raisons deduites cy-dessus; O donc est centre de compression en la premiere figure.

*Conclusion.* Estant donc un fond, &c.

PROBLEME VII. PROPOSITION XX.

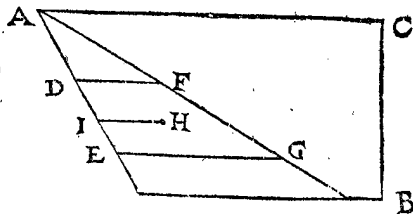
*Estant donné un fond de figure rectiligne plane quelconque; Trouver le centre de compression congregatee contre iceluy.*

*Le donné.* Soit AB une eau, dont DE est un fond plan rectiligne sous fleur d'eau AC.

*Le requis.* Il faut trouver son centre de compression congregatee à l'encontre d'iceluy.

OPERATION.

On trouvera premierement un corps d'eau equi-ponderant à la compression contre le fond DE, selon la 13 proposition, lequel soit DEGF; trouvant son centre de gravité par la 21 proposition du deuxiesme



livre des Elemens Statiques, lequel soit H; puis menant HI parallele à GE; je dis que I sera le centre de compression requis; dont la demonstration sera comme es precedentes 18 & 19 propositions.

*Conclusion.* Estant donné un fond, &c.

PROBLEME VIII. PROPOSITION XXI.

*Estant donnée une quantité incognue d'eau, mais de pesanteur cogneue: Trouver sa quantité par son poids.*

NOTEZ.

On pourroit mesurer la grandeur de l'eau Geometriquement, comme on fait ordinairement, mais d'autant qu'en petite forme, il est plus certain & plus commode par la Statique, & principalement es figures irregulieres.

*Le donné.* Soit A une eau de figure quelconque, de grandeur incognue, mais de pesanteur cogneue, selon la 1 definition, comme je prens, que 1 pied d'icelle pese 65 lb.

*Le requis.* Il faut trouver sa grandeur par son propre poids.

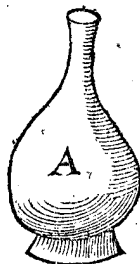
OPERATION.

On pesera l'eau, laquelle pese, je prens, 5 lb, lesquelles divisées par 65 lb, vient  $\frac{1}{13}$  pied pour la grandeur requise de A.

DEMONSTRATION.

D'autant que A pese 5 lb, & qu'un pied d'icelle eau pese 65 lb, il s'ensuit que 5 aura telle raison à 65, que sa grandeur à un pied: mais 5 à 65, ainsi  $\frac{1}{13}$  à 1; donc  $\frac{1}{13}$  pied sera la grandeur de A.

*Conclusion.* Estant donc donnée une quantité incognue d'eau, mais de pesanteur cogneue: Trouver sa quantité par son poids.



PROBLEME IX. PROPOSITION XXII.

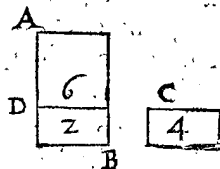
*Estant donnée la raison des grandeurs de deux corps, & leur quantigravité, & le poids de l'un d'iceux; Trouver le poids de l'autre.*

*Le donné.* Soit AB l'un des corps; C l'autre, & la raison de leur grandeur soit 3 à 1; leur quantigravité 1 à 2, & AB pese 6 lb.

*Le requis.* Il faut trouver le poids de C.

OPERATION.

Je retranche DB egal à C, & trouve que DB pese 2 lb (comme  $\frac{1}{3}$  de AB) mais DB à C est en pesanteur, comme 1 à 2; C donc pesera 4 lb, dont la demonstration est tres-manifeste.



*Conclusion.* Estant donc donnée la raison, &c.

COROLLAIRE.

Il s'ensuit de la precedente que telle addition est certaine.

Ingrediens { *raison de grandeur.*  
*raison de pesanteur de matiere, icy nommée quanti-*  
*gravité.*

Somme { *raison de pesanteur.*

D'où est manifeste que l'un des trois termes estant incognu, on le pourra cognoistre par addition ou soustraction (selon la precedente regle) des termes cognus. Mais pour declarer cela par exemple, soit que A pese

|          |                     |                       |
|----------|---------------------|-----------------------|
| A        | B                   | <i>Raisons.</i>       |
| 6 lb.    | 4 $\frac{1}{2}$ lb. | <i>Pesanteur.</i>     |
| 5 pieds. | 2 pieds.            | <i>Grandeur.</i>      |
| 4.       | 7.                  | <i>Quantigravité.</i> |

6 lb, de la grandeur de 5 pieds; & B de la grandeur de 2 pieds; la quantigravité de A à B est de 4 à 7. Or pour

trouver le poids incognu de B; ayant la grandeur & quantigravité, il faudra adjouster les raisons, comme on peut remarquer cy-dessus; adjoustant donc raison  $\frac{2}{5}$  avec raison  $\frac{4}{7}$ , viendra raison  $\frac{10}{7}$ ; parquoy 10 donnent 7, combien 6 lb? viendra pour la pesanteur de B, 4  $\frac{1}{2}$  lb.

Secondement, si la grandeur de B estoit seule incognue, on la trouvera par les deux raisons, dont l'une est  $\frac{4}{7}$ , qui est la quantigravité, laquelle il faut oster (selon la regle cy-dessus au commencement de ce corollaire) de raison de pesanteur 6 à 4  $\frac{1}{2}$ , ou 10 à 7, assavoir raison  $\frac{10}{7}$ , & restera raison de grandeur de A à B: qui est  $\frac{2}{5}$ ; parquoy si A pese 5 lb, alors B en pesera seulement 2 lb.

Tiercement, si la quantigravité estoit incognue seulement, il faudroit soustraire raison de grandeur  $\frac{2}{5}$  de raison de pesanteur  $\frac{10}{7}$ , restera raison  $\frac{4}{7}$ , qui est la quantigravité de A à B: & voila les trois sortes de questions qui peuvent advenir seulement.

Ceste proposition est commune en toute matiere, mais il semble que son usage est plus frequent es questions qui traitent de l'eau.

*Fin du quatriesme livre.*

CINQUIESME LIVRE  
 DE LA STATIQUE,  
 Commencant la Practique de l'Hydrostatique.

AU LECTEUR.

**L** semble fort à propos, assavoir que la Practique de l'Hydrostatique, suive les Elemens d'icelle; mais nous avons jugé plus expedient du commencement de la practiquer en effect, & non par escription, & ce pour certaines raisons: Nonobstant nous mettrons icy trois propositions, lesquelles se tirent manifestement des precedentes, les ayant nommez commencemens de la practique, d'autant que la paucité ne meritoit le nom de practique simplement. Lesquelles, Amy Lecteur, tu prendras en bonne part, s'il te plaist, attendant le reste en son temps.

LA pesanteur d'un batteau, avec tout ce qui est dessus, ou de quelque corps flottant sur l'eau, estant assez notoire par la 6 proposition; nous passerons ceste matiere & viendrons à la consequence de la 7 proposition ainsi.

PROPOSITION I.

**T**rouver combien un mesme corps minugrave à l'eau, enfoncera plus en une eau, qu'en une autre plus pesante.

Soit par exemple, qu'on vueille sçavoir combien un navire enfoncera plus dans la mer devant Catwijck, que dans la riviere du Rhin à Leyden. On recerchera à ceste fin la quantigravité des eaux, assavoir la douce à la salée, comme 42 à 43, ainsi l'ay-je trouvée estre en effect au mois de Juillet; car prenant deux corps egaux, celle du Rhin pesoit 4260 grains, mais celle de la mer 4362 grains, ce qui est à peu pres de 42 à 43.

Parquoy on dira que la grandeur de la partie submergée du navire dans le Rhin, à la partie submergée dans la Mer, fera comme 43 à 42. D'où le Geometre pourra juger de combien il enfoncera plus en l'une qu'en l'autre eau: dont la necessité de la regle depend de la 7 proposition des Elemens hydrostatiques.

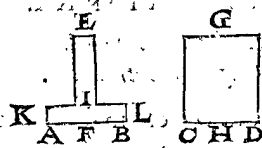
PROPOSITION II.

**D**clarer en effect le contenu de la 10 proposition de l'Hydrostatique.

Nous avons demonsté en la 10 proposition susdite au 5 corollaire, que le fond de l'eau illec E F, n'est non plus chargé de beaucoup d'eau que de peu (la hauteur demeurant la mesme) mais egalement: Et d'autant que plusieurs estimeroyent cela estre contré nature, nous en descrirons icy (combien que nous l'ayons desja demonsté Mathematiquement) un exemple en pratique, par lequel on le pourra entendre, & mieux comprendre.

1 Exemple.

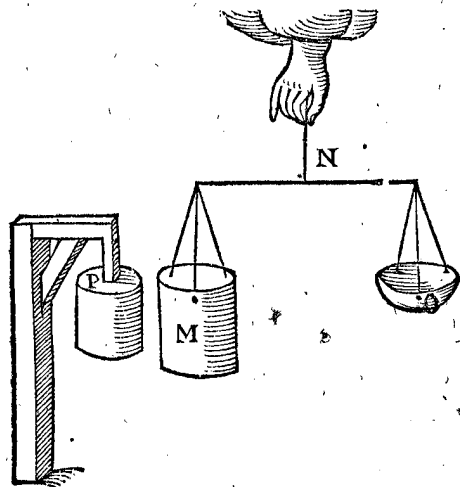
Soit le fond AB, pareil à CD, & les hauteurs E F, CH egales, & que l'eau en E I F soit moindre qu'en G C D, tellement que E A B soit 1 lb & G C D 10 lb, la figure aussi de G C D soit une colomne ronde, ainsi G C D contiendra 10 fois plus d'eau, & sera autant plus pesante que E A B, ce nonobstant, l'eau E A B presse autant le fond A B, que l'eau G C D





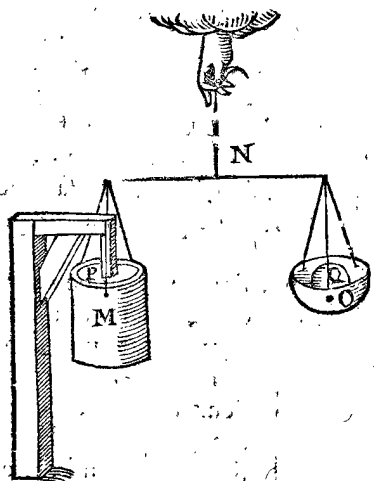
GCD fait le fond CD: ce qui se peut demonstrier par experience ainsi.

Soit MNO une balance, ses bassins sont M, O, desquels M, soit en forme de colonne, pareille au vaisseau susnommé GCD, & contiendra 10 lb d'eau: Soit



aussi P un corps de bois ferme & immobile, comme icy joignant, & semblable à M, en sorte qu'il puisse entrer en M sans toucher.

Soit maintenant mis le bassin en P, comme en la seconde figure suivante, & dans le bassin O, soit mis le poids Q, de 10 lb; alors M pressera le dessous de P, d'autant que le poids de Q est pesant. Je pose à ceste heure que le vuide d'entre P, & M se puisse remplir d'une livre d'eau, assavoir d'un corps d'eau egal au corps EAB. Tellement donc que 1 lb d'eau en la place vuide, fera descendre le bassin M, & elever O, comme l'experience le montrera, aussi comme la raison descrite en la susdite 10 proposition. Donc 1 lb d'eau en M, aura autant de force en ceste maniere, que 10 lb dans le bassin M, soit de fer, cuivre, ou autre matiere que ce soit. Et pour la mesme raison 1 lb d'eau fera autant de force que 1000 lb d'autre poids. Ce qu'estant ainsi, il

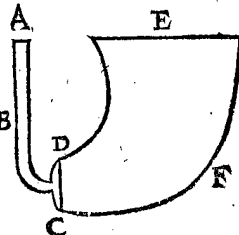


ya de l'eau entre le bassin M & le dessous de P, contre laquelle le fond de M presse autant à l'encontre, qu'il pressoit par devant contre le dessous de P, devant que l'eau y soit; assavoir selon le poids de Q, c'estoit comme 10 lb: le fond donc de M presse autant contre l'eau, que les 10 lb de Q le peuvent; & au contraire, l'eau presse autant contre le fond de M, que peuvent causer les 10 lb de Q: Posons que l'eau maintenant reposant contre le fond M soit egale à l'eau KLAB, & le reste estant à l'entour de P, egale à l'eau IE; alors l'eau EAB, pressera autant contre le fond AB, comme ceste eau

contre le fond M; assavoir autant comme feroit 10 lb: mais autant presser l'eau dans GCD contre le fond CD: Il s'en suit donc que les eaux des vaisseaux EAB, & GCD, pressent egalement contre leurs fonds AB & CD, assavoir 1 lb, autant que 10 lb, & de mesme on pourra faire que 1 lb pressera autant & plus que mille livres.

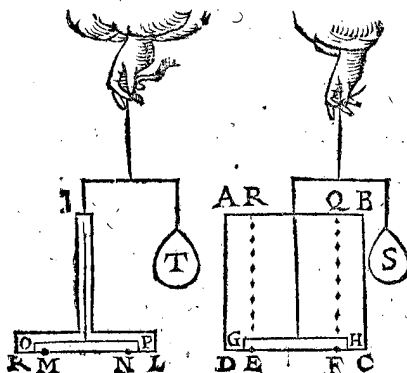
2 Exemple.

Soit ABCD un delié canal, & CDEF un grand vaisseau separé du petit canal par le fond CD, lesquels remplis tous deux d'eau, en sorte que les fleurs d'eau soyent au mesme plan. Or si on ostoit le fond, & que l'eau CE pouffast plus que l'eau ADC, alors le foible feroit place au plus fort, & partant l'eau ADC sortiroit estant en mesme plan, ce qui contredit à l'experience; parquoy la petite eau ADC pouffe autant contre le fond DC que la grande eau CE.



3 Exemple.

Soit ABCD un vaisseau plein d'eau, au fond duquel (estant à niveau) il y a un pertuis rond EF, sur lequel est une assiette de bois le couvrant, minugrave à l'eau; Soit aussi IKL un autre vaisseau de mesme hauteur que l'autre, & un pertuis egal au fond, comme aussi une assiette de bois pareille & equiponderante à l'autre,



bouchant justement les pertuis, on trouvera par experience que les assiettes seront egalement chargées, & ne s'eleveront comme fait ordinairement le bois dans l'eau, mais presseront egalement le fond, ce qu'on peut reconnoître par experience, en attachant des poids elevans egaux T, S, equiponderans à l'eau que l'assiette GH supporte, assavoir à la colonne d'eau ER, QF.

NOTE Z.

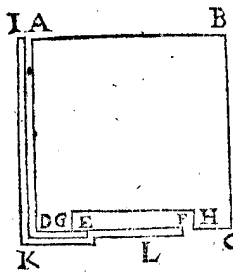
Il est evident, que si la difference des pesanteurs de l'assiette, comme GH, & celle de l'eau de mesme grandeur, surpassoit la pesanteur de la colonne d'eau EFQR, telle assiette ne pourroit reposer contre le pertuis EF, mais s'eleveroit au dessus de l'eau.

Que si telle assiette estoit aussi multigrave en l'eau, comme le plomb, fer, &c. elle presseroit le fond autant que la pesanteur de la colonne d'eau EFQR, & au dessus encor de ce que l'assiette pese plus que l'eau egale en grandeur à icelle.

Mais si l'assiette estoit parigrave à l'eau, il est certain qu'elle presseroit autant contre le pertuis EF, comme un poids egal à la pesanteur de la colonne d'eau EFQR.

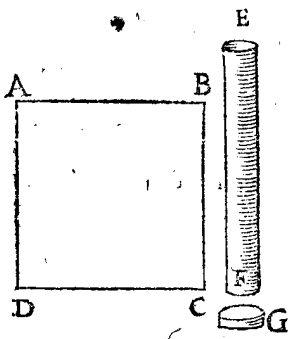
## 4 Exemple.

Soit ABCD un vaisseau plein d'eau, avec un-per-tuis EF au fond CD, sur lequel repose une assiette, mi-nugrave à l'eau, la mesme pressera le fond, comme il a esté dit cy-dessus. Soit puis après IKL un petit canal,



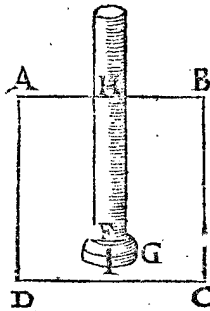
dont le trou superieur I soit de mesme hauteur que AB, & son trou inferieur soit EF: Et remplissant ce canal plein d'eau, ce peu d'eau poussera autant contre l'assiette par dessous que la grande eau par dessus; car alors l'assiette GH s'elevera enhaut. Tellement que 1 lb d'eau ( je pose qu'autant contienne le canal IKL) fera plus d'effort contre l'assiette GH, que non pas 100000 lb; comme S cy-dessus; ce qu'on pourroit estimer un mystere en la nature, si la cause estoit incognue.

## 5 Exemple.

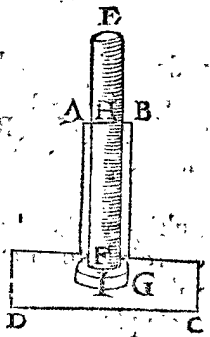


Or pour donner un exemple tres-clair sur les exemples où l'eau pousse enhaut contre le fond, comme au troisieme corollaire de la 10 proposition mentionnée: Soit ABCD une eau, & EF un canal, G une platine multigrave à l'eau, comme plomb, &c. comme en ceste premiere figure.

Supposant la platine G contre le trou F, le bouchant justement, & le canal ainsi joint à la platine soit mis dans l'eau ABCD, je prens,



jusques en H, comme icy joignant, la platine G ne tombera pas au fond comme fait costumierement le plomb, mais demeurera suspendue au canal, present à l'encontre de mesme que feroit la colonne d'eau ayant la base egale au trou F, & la hauteur HI, moins la difference de la platine G, & le corps d'eau egal à icelle: mais si la platine n'estoit pas bien jointe au trou, l'eau y entreroit, & la platine y demeureroit suspendue jusqu'à ce que l'eau entrée ait gagné le poids sutfit.



Mais si quelqu'un pensoit que la platine se tient plus suspendue au canal en eau large, il pourra voir en effect que c'est la mesme chose en une eau estroite, comme icy a costé.

*Conclusion.* Nous avons donc declare la 10 proposition mentionnée, par effect, selon le dessein.

## NOTEZ.

Quant à l'onzieme proposition, par laquelle entre autres, est notoiré quel effort l'eau fait contre les portes des escluses; Aussi que l'eau d'un costé, n'ayant qu'un brin de largeur pressera autant à l'encontre que le grand Ocean de l'autre costé, moyennant que les eaux soyent de mesme hauteur, ce qui estant assez clair, sera obmis.

## PROPOSITION III.

**D**ecclarer la raison pourquoy un homme nageant au fond de l'eau, ne meurt pour la grande quantité d'eau, qui est au dessus de luy.

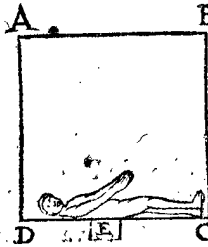
Soit un homme 20 pieds de profondeur dans l'eau, le pied d'eau pesant 65 lb, & la superficie entiere de son corps 10 pieds: cela estant ainsi, 13000 lb presseront contre son corps, par la 10 & 11 proposition des Elements Statiques: Partant on pourroit demander, comment il est possible qu'une personne ne creve d'une si grande charge? A quoy la responce sera telle.

- A. Tout pressement qui blesse le corps, pousse quelque partie du corps hors de son lieu naturel.
- O. Ce pressement causé par l'eau, ne pousse aucune partie du corps hors de son lieu naturel.
- O. Ce pressement donc causé par l'eau, ne blesse nullement le corps.

La mineure est manifeste par l'experience, dont la raison est, que s'il y avoit quelque chose qui soit poussée hors de son lieu, il faudroit que cela rentrast en un autre lieu, mais ce lieu n'est pas dehors, à cause que l'eau presse de tout costé également (quant à la partie de dessous, elle est un peu plus pressée que celle de dessus, par la 11 proposition des Elements Hydrostatiques; ce qui n'est d'aucune estime, d'autant que telle difference ne peut pousser aucune partie hors de son lieu naturel) ce lieu n'est pas aussi dedans le corps, car il n'y a rien de vuide non plus que dehors; d'où il s'ensuit que les parties s'entre poussent également, pource que l'eau a une mesme raison à l'entour du corps. Ce lieu-là donc n'est dehors, ny dedans le corps, & par consequent en nulle part, ce qui fait que nulle partie n'est poussée hors de son lieu, & partant ne blesse nullement le corps.

Ce que pour declarer plus apertement, soit ABCD une eau, ayant au fond DC un trou, fermé d'une broche E, sur lequel fond gist un homme F, ayant son dos sur E; Ce qu'estant ainsi, l'eau le pressant de tout costé, celle qui est dessus luy ne pousse aucune partie hors de son lieu.

Mais si on veut voir par effect que cecy est la cause veritable; il ne faut qu'oter la broche E; alors il n'y aura aucun pouissement contre son dos en E, comme aux autres lieux de son corps; pource que son corps patira là une compression, voire aussi forte, comme il a esté démontré au troisieme exemple de la 2 proposition du present livre: à sçavoir autant que pese la colonne d'eau, ayant le trou E pour base, & AD hauteur; & ainsi le dessein est démontré apertement.



Fin du cinquieme livre.

# APPENDICE DE LA STATIQUE,

Où sont inferées entre autres les refutations des  
erreurs en la qualité des pesanteurs.

AU LECTEUR.

**M**E ressouvenant du mescontentement que j'eus autrefois es *Argumens* de quelques *Ecrivains*, lesquels poussés de leurs passions, reprennent les autres avec tel mespris, & si aigrement, qu'ils donnent assez à cognoître par là leurs tres-grandes imperfections quant aux mœurs: & que joignant cela, j'avois matiere à suffisance de pouvoir refuter plusieurs erreurs commis par quelques *Ecrivains* quant au fait de la Statique: J'ay eu crainte qu'en la declaration d'iceux, le Lecteur n'en recoive des mescontentemens, comme j'en reçois des autres. Toutefois si je les passois sous silence, je serois cause qu'un autre s'y pourroit tromper: mais au lieu de particulariser les erreurs, il suffira qu'és deux premiers chapitres suivans leur origine soit notée, non pas pour ramoindrir la renommée de si excellens autheurs, mais plustost pour aider à l'augmenter par la recognoissance que nous leur devons, comme ayans esté la cause mouvante de leurs successeurs, sans lesquels beaucoup de singularitez eussent esté envelopées dans le silence.

## CHAPITRE I.

*Que la cause de l'équilibration n'est pas cachée sous les  
circonférences descrites par les extremités  
des rayons.*

**L**A raison pourquoy les pesanteurs egales, suspendues és rayons egaux, sont equilibres, est cogneue par commune sentence, mais non pas la cause de l'équilibration des pesanteurs inegales, és rayons inegaux, proportionaux à icelles: laquelle cause ayant esté recherchée par les anciens, ils ont estimé qu'elle estoit cachée sous la description des circonférences descrites par les extremités des rayons, comme il se voit en *Aristote* en ses *Mechaniques*, & ses sectateurs: Ce que nous nions par ceste raison.

E. Ce qui demeure coy estant suspendu, ne décrit aucune circonférence.

A. Deux pesanteurs pendues en equilibre sont coyés.

E. Deux pesanteurs pendues en equilibre donc, ne descrivent aucune circonférence.

Et partant il n'y a aucune circonférence: mais où il n'y a pas de circonférence, elle ne sera pas cause de ce qui advient, ainsi donc la circonférence n'est pas la cause de l'équilibration. Or afin de declarer la mineure du syllogisme, le mouvement ou la description des circonférences n'advient là que par accident, comme par le vent, ou poussement, &c. Il est donc certain qu'elles ne sont pas la cause, mais bien ce qui a esté démontré Mathematiquement en la 1<sup>re</sup> proposition du premier livre. Parquoy ceux qui prennent tels erreurs pour fondement certain, ce n'est pas de merveilles, s'ils s'exerçoient en beaucoup de fausses propositions, sans aucune forme d'ordre, ny methode, lesquelles pour éviter prolixité nous ne refuterons, & pour les raisons cy-dessus alleguées.

On pourroit aussi refuter quelques propositions de poids obliques descrites par *Cardan. lib. 5. de Proportionibus*, où il les pense deriver de quelques angles de lignes, ou plans; mais que ce soit un erreur, il est manifeste par la demonstration Mathematique d'une autre proposition, comme en la 19<sup>me</sup> proposition du premier livre des *Elemens* Statiques.

## CHAPITRE II.

*Que l'esmeu & ses empeschemens n'existent en  
aucune proportion.*

**N**ous avons dit au Lecteur en la Preface de la Practique de la Statique, que l'esmeu & ses empeschemens ne sont pas proportionaux, là où nous avons promis d'en faire quelque demonstration en apres, ce que nous avons entrepris de faire icy, refutant les *Argumens* de ceux qui pensent le contraire. *Aristote*, au quatriesme livre de la Nature, au chapitre du vuide, & ses sectateurs vuellent, que deux corps semblables, parigraves, tombans par l'air, comme la pesanteur de l'un à celle de l'autre, ainsi vistesse à vistesse, assavoir ainsi empeschement à empeschement: Et que telle soit son opinion, il le montre en divers livres, comme au sixiesme livre de la Physique, & au 1, 2, 3 & 4 livre du Ciel en plusieurs lieux. *Jean Taisnier* de Haynaut a escrit contre *Aristote* de ceste matiere-la, voulant aussi qu'il y subsiste une proportion, toutesfois ainsi que les corps mentionnez passent en mesme temps, chemin egal; de laquelle opinion a esté aussi *Cardan. lib. 5. de Proportionibus, prop. 110*. Mais l'un ny l'autre n'a atteint le but, ce que nous démonstrerons par experience, puis apres y adjoustant la cause. L'experience qui refute *Aristote*, est telle: Qu'on prenne deux balles de plomb (comme le tres-docte *Jean Grotius*, grand rechercheur des secrets de Nature, & moy avons fait) l'une decuple à l'autre en grandeur & pesanteur, les laissant cheoir ensemble en mesme temps d'environ 30 pieds de haut, sur une planche ou sur quelque autre chose où on puisse aisement entendre la cheute, là on pourra voit manifestement que le plus leger ne demeurera pas 10 fois plus long temps au chemin que le plus pesant, mais qu'ils tomberont si egalemeut sur la planche qu'il semble que ce ne soit qu'un seul coup. De mesme en est-il de deux corps egaux en grandeur, mais decuples en quantigravité, & partant la proportion d'*Aristote* n'est pas bonne. L'experience qui fait contre *Taisnier* est telle. Prenez un poil de cotton, & fort court, & un paquet de mesme cotton bien lié, pesant 1 lb, & de mesme figure que le petit poil; les laissant tomber chacun de 5 ou 6 pieds de haut, & on verra qu'ils ne tomberont pas en mesme temps, comme

me il pense, combien que le petit poil soit plus massif que le pacquet, lequel est plein d'air; & que ledit pacquet tombera bien 25 fois plus lentement: Semblablement aussi quant à l'elevation des legeretez, on démontrera contre *Taisnier* qu'il n'y a nulle proportion, comme en un verre long & clair plein d'eau, laquelle estant esmeue jusques à ce qu'il y aye beaucoup de bouteilles d'air dedans, puis le tenant coy, les grandes bouteilles s'eleveront vilement, mais les petites, comme grains de sable, tres-lentement, à la maniere des limaçons, ce qui est loing de temps egaux. Voila quant à l'experience, reste maintenant à parler de la proportion, & comment il n'y en a point. Tout corps mouvant à quelque empeschement de se mouvoir, car d'un corps par l'air, c'est le touchement de sa superficie & l'air, & partant le majeur des corps semblables reçoit bien le plus d'empeschement, mais d'autant que les corps ne sont point en mesme raison que leurs superficies (car deux cubes en raison octuple, leurs superficies ne sont qu'en raison quadruple) ils ne peuvent avoir raison avec leurs empeschemens: voila pourquoy les corps moindres ont plus d'empeschement au regard de la proportion, que les corps majeurs, & partant vont plus lentement.

Et encore bien que les corps seroyent en mesme raison que leurs superficies; le moyen par lequel les corps passent, est aussi contraire à la proportion; ce qui est manifeste lors que deux corps mis en l'eau, l'un flotte, l'autre submerge: & combien qu'il y ait une raison d'empeschement de leurs superficies, toutefois il n'y a nulle raison au temps de penetrer parmy le moyen. Quelqu'un me pourroit dire qu'il entend parler de la comparaison des choses pareilles, assavoir de celles qui enfoncent. Et je dis qu'à ceux-la il n'y a non plus de proportion; car soyent A, B deux corps submergeans, dont A soit le plus pesant: Il est certain qu'on en peut trouver une infinité d'autres de plus en plus legers, & chacun plus leger que B, qui enfonceront tous. Or chacun d'eux comparé à A, on viendra insensiblement à ce qui a esté dit cy-dessus, c'est à dire, en nulle proportion, assavoir qu'on approchera de la comparaison d'un corps submergeant avec un flottant: Mais cecy approchant tousiours, & en A, B existant la proportion requise, nul de ces corps en nombre infiny, comparé avec A, n'aura ceste proportion; car si elle y estoit, elle n'approcheroit pas, ce qui est contre l'hypothese. Parquoy comme nous avions entrepris de demonstrer, le moyen par où passent les corps, est aussi une chose qui contredit à la proportion.

Or ayant ainsi démontré qu'il n'y a aucune proportion entre l'esmeu & ses empeschemens, par des exemples tres-reguliers, où il n'y a qu'un simple touchement, de la superficie avec l'air, la raison sera encor plus forte, qu'és exemples irreguliers & de matieres differentes, il n'y aura aucune proportion, comme és instruments de bois, de fer, &c. ceux-cy sont enhuilez & engraissez, ceux-la sont alterez selon le temps, comme le bois enflé en l'humidité, & devient plus massif estant sec, & l'autre s'enrouille, ce qui cause une legereté ou pesanteur és instruments. Et partant on ne se doit aucunement fonder sur ceste ressemblance de proportion, comme il a esté dit en la Preface susmentionnée de la Statique, tenant pour erreurs ce que *Cardan au 5 livre des Proportions*, & autres Auteurs en disent, se contentant de la cognoissance de l'equilibration du mouvant & de l'esmeu, laquelle est assez suffisante pour declarer nostre dessein.

IL est bien vray, que pour les noms, lesquels n'obscurcissent pas la chose, on fait souventesfois des questions inutiles, entre lesquelles quelques uns pourroyent penser qu'on y pourroit mettre celle-cy; mais d'autant que nous appellerons la Statique par cy par là une science liberale particuliere, il nous en faudra donner icy quelque raison en peu de mots. D'autant que la matiere des nombres, est autre chose que celle des grandeurs, c'est à bon droit que leurs principes sont distinguez, & chacune tenue pour une science à part, comme Arithmetique & Geometrie, afin qu'on les puisse descrire plus proprement, & avec meilleure intelligence. Secondement, d'autant que leurs accidens profonds ne nous sont pas cognus de nature, mais seulement par les rapsodies de ceux qui par leurs diligentes études nous en ont delaisé des memoires; qu'elles sont aussi nommées sciences, ou arts liberaux, d'autant qu'elles sont fort profitables. Tiercement, puis que leur certitude est si grande au pris des autres, on les appelle fort proprement sciences Mathematiques, comme si on vouloit qu'elles ne persuadassent ny n'insinuassent pas par raisons probables, mais qu'elles forçassent en demonstreur. Il en est de mesme de la Statique, en partie pource que sa matiere est diverse des deux autres, assavoir des nombres & grandeurs; en partie aussi qu'elle ne leur cede en rien en subtilité; car entre autres arguments elle est venue des dernieres en lumiere. Finalement consistant du commencement jusques à la fin, en demonstration si manifeste, elle peut estre dite par mesme droit une des sciences liberales particuliere.

Quelqu'un me pourroit objecter, que les figures symbolisent avec celles de la Geometrie, & que pour ceste raison elle en est une espee: Je responds que l'Arithmetique a des semblables accidens, car quels theoremes a-elle, qui ne soyent tirés de la Geometrie? voire mesme la Geometrie ne se scauroit passer de l'Arithmetique: Ne voit-on pas en la Geometrie, que l'une figure sera double à l'autre, ou que trois superficies seront egales à une seule? d'où s'ensuit que les propositions Geometriques ne se peuvent passer des nombres, combien que ce soyent des sciences diverses, & partant qu'on en peut dire autant de la Statique.

D'avantage en l'Optique & Catoptrique, qui ne sont point arts Mathematiques peculiers, mais un genre de Geometrie, il y a d'autre raison qu'en la Statique, & fort dissemblable; car en la Statique le subject, ou la matiere est pesanteur, non moindre que le nombre & la mesure (suivant le commun proverbe, que tout consiste en nombre, poids, & mesure) en substance quelconque à la grande utilité des hommes, mais des susdites il n'en est pas ainsi. Parquoy comme nous voulions demonstrer cy-dessus, la Statique est une des sciences Mathematiques liberale.

LES demonstrations sont distingüées par les Doctes en Mathematiques & Mechaniques, & ce non sans raison; car celles-la sont generales, & donnent raison tout à fait, pourquoy la chose qu'on veut demonstrer est telle; mais celles-cy ne demonstrent seulement que la figure dont est question, & specialement par les nombres.

bres. Comme si voulant démontrer qu'au triangle rectangle l'hypoténuse peut autant que les deux autres costez, on ne prenne que le triangle de 3, 4, 5, en montrant qu'il est rectangle, & que 25 (quarré de l'hypoténuse) est égal à 16 & à 9. Ainsi faisant on n'a démontré la vérité qu'en ceste figure-là seulement, & pour en avoir la vraie certitude, il en faudroit démontrer autant de tous les triangles rectangles, chacun en particulier, & encor que ce ne seroit jamais fait, on n'auroit pas entendu pourquoy cela doit estre ainsi en tout, parquoy telle demonstration s'appelle Mechanique. Mais celle qu'Euclides fait en la 47 proposition du premier livre, est generale & suffit pour tout, & par bonne raison est appellée Mathématique. Or là dessus on me pourroit objecter, pourquoy j'ay démontré les 4, 11, 12, & 18 propositions du deuxiesme livre des Elemens Statiqués par nombres? La réponse est, qu'il y a deux manieres de démontrer par nombres; dont l'une, comme termes, declare seulement les raisons & proportions des parties de la figure proposée, laquelle est la maniere Mathématique, car elle s'estend sur toutes les especes, & en montre la cause; mais l'autre maniere non celle qui ne touche que la quantité: De la premiere Eutochius commentateur d'Apollone sur la 11 proposition du premier livre des Elemens Coniques parle ainsi: *On ne doit trouver estrange que ceste demonstration est faite par nombres, d'autant que telles estoient les demonstrations des anciens, estans plus Mathematiques qu'Arithmetiques, à cause de la proportion: Notez aussi que le requis est Arithmetique; car premierement les proportions, la quantité des proportions, & les multiplications sont des nombres; secondement des grandeurs par les nombres, selon le proverbe, ταῦτα δὲ τὰ μαθηματικὰ δὲ οὐκ ἐν πείρῃ ἀδελφά; assavoir que les disciplines Mathematiques semblent estre sœurs.* Quelqu'un pourroit objecter que Ptolemée, Archimedes, Apollone, Commandin, Regiomonte, & plusieurs autres, n'ont usé de nombres en semblables propositions comme icy. Sur quoy je respons que tout ainsi qu'ils disent que les termes sont en raison double, ou triple, que de mesme l'on peut aussi dire en raison exposée par nombres, comme dodecuple, ainsi que AD à DR en la 23 proposition susdite, & de leur raison 37 à 23, comme AR à RD de la susdite 11 proposition, & ainsi des autres; car telles lignes n'ont autre raison. Or pource qu'en la recherche de la propriété de telles figures on use de nombres, lesquels comme certaine demonstration, nous conduisent à la cognoissance de la chose avec facilité; il est donc necessaire, comme on voit, d'en user, afin qu'entre autre chose on ne vienne à obscurcir ce qui estoit si manifeste à l'inventeur. Car telle demonstration est directement Mathématique, qui declare le dessein par les causes; ce que nous avions entrepris de démonster.

Quant à ce que quelques uns ne trouveroyent pas estre selon la maniere des demonstrations Mathematiques, aucunes du premier livre des Elemens Statiques & Hydrostatiques, à cause que les pesanteurs sont exprimées par nombres, mais les prendroient pour Mechaniques, ils sçauront qu'elles peuvent voirement estre telles, mais

que c'est pour plus ample declaration, veu qu'elles ont esté auparavant démontrées telles Mathématiquement, assavoir qu'elles suivent leur vraie demonstration, ne servant d'autre chose que d'esclaircissement des précédentes, comme le premier exemple de la 1 proposition du premier livre, où la proposition est démontrée par nombres, & poids cognus.

## CHAPITRE V.

Contenant la declaration de la 8 proposition des Elemens Hydrostatiques.

IL a esté dit en la susdite 8 proposition, *Que tout corps solide, est d'autant plus leger dans l'eau, qu'en l'air, qu'emporte la pesanteur de l'eau egale à iceluy.* D'où quelqu'un voudroit tirer en consequence, que *Tout corps solide est d'autant plus leger dans l'argent-vif, qu'en l'eau, qu'emporte la pesanteur de l'argent-vif egal à iceluy.* Ou bien ainsi: *Que tout corps solide est d'autant plus leger dans l'eau qu'en l'huile, qu'emporte la pesanteur de l'eau egale à iceluy:* Et ainsi des autres, lesquelles consequences necessaires sembleroyent du commencement estre contre l'experience. Car une livre de plomb ne sera (selon la maniere ordinaire) pas plus legere dans l'eau qu'en l'huile, qu'emporte la pesanteur de l'eau egale à iceluy, mais seulement plus legere que la difference des deux corps d'eau & d'huile egaux à iceluy. Toutefois regardant de plus pres, & posant les choses, comme on dit, *ceteris paribus*, le tout se trouvera estre en son extreme perfection. Car il faut remarquer qu'en la premiere petition des Elemens Hydrostatiques, on requiert que *la pesanteur des corps en l'air soit dite estre leur propre.* Et en la cinquiesme que *le vasisforme plein d'eau, estant icelle ostée demeure vuide; c'est à dire plein d'air selon la 11 definition; partant prenant que les deux moyens argent-vif & eau soyent en la place des autres, qui sont l'eau & l'air, assavoir l'argent-vif au lieu de l'eau, & l'eau au lieu de l'air; On pourra faire de telles petitions, Que la propre pesanteur des corps soit celle qu'ils ont en l'eau. Aussi le vasisforme plein d'argent-vif, estant vuide demeure plein d'eau.* Alors les propositions susdites au commencement seront veritables. Et prenant le cas qu'un homme soit bien profondement sous l'eau ayant une balance, de l'or aussi & de l'argent-vif, que l'eau luy soit comme à nous l'air; alors il est certain que l'or sera d'autant plus leger dans l'argent-vif qu'en l'eau, qu'emporte la pesanteur de l'argent-vif egal à iceluy. Il est bien vray que si l'on prenoit, que *La vraie pesanteur des corps dans le vuide soit leur propre*, comme il est en simple apparence, on pourroit dire que *Tout corps est d'autant plus leger en l'eau, qu'au vuide, qu'emporte la pesanteur d'eau egale à iceluy.* Mais remarquant les circonstances de nostre maniere vulgaire à peser (à laquelle la Theorie doit toujours aspirer) ne se fait pas au vuide, mais en l'air, il sera donc plus à propos de dire selon la premiere maniere que la propre pesanteur des corps est faite en l'air: Et au regard d'icelle la 8 proposition susdite, & celles qui s'en ensuivent, sont en leur extreme perfection, comme nous avions entrepris de declarer.

Fin de l'Appendice.

# A D J O N C T I O N D E L A S T A T I Q V E,

*Sommaire de ceste adjonction de Statique.*

**A** Pres la premiere description de la Statique, me sont venuës au devant diverses matieres de la qualité des pesanteurs : lesquelles eussent peu estre inserées en leur lieu entre les precedentes en une seconde edition, mais d'autant qu'apres icelle on en pourroit encor trouver d'autres semblables, qui pourroyent avec autant de raison estre inserées entre les precedentes, que celles-cy, tellement qu'il y auroit à chaque fois du changement sans fin. Et combien que cela seroit fort necessaire, toutesfois pour le peu de loisir que d'autres affaires me donnent, la chose n'a peu reüssir : pourtant ceste adjonction aura six parties :

- La premiere de la Sparto-statique, ou des cordages.
- La seconde des Poulies, ou Trochleostatique.
- La troisieme des pesanteurs au sommet du flottant ou des Acrobariques.
- La quatrieme de la compression des freins, ou Chalinothlipse.
- La cinquieme de l'Hydatolcie ou attraction d'eau.
- La sixieme de l'Aërostatique, ou poids de l'air.

## P R E M I E R E P A R T I E D E L' A D J O N C T I O N D E L A S T A T I Q V E,

T R A I T A N T

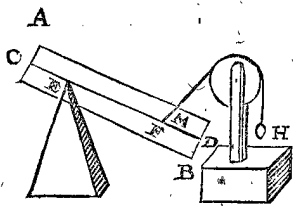
### De la Sparto-statique, ou de l'art ponderaire par Cordages.

Sommaire de la Sparto-statique.

**N**ous avons descrit es trois dernieres propositions du premier livre de la Statique, la qualité des pesanteurs qui sont suspenduës à deux lignes, attachées au solide, en deux lieux divers. Mais d'autant que les pesanteurs peuvent estre suspenduës, en d'autres manieres aux lignes, mesme qu'on requiert de sçavoir quel effort chacune d'icelles fait, nous en avons fait ce present traité à part, l'ayant pour ceste cause denommé Sparto-statique, dont le sommaire est, qu'il a esté démontré en la 27 proposition du premier livre, que lors qu'une colonne est suspenduë en equilibrium contre deux elevans obliques, qu' alors comme l'elevation oblique à l'elevation directe, ainsi l'elevant oblique à l'elevant droit : De là nous tirerons diverses consequences, au lieu desquelles on eust peu former des propositions, ce qui a esté delaisé pour eviter prolixité, & aussi pource qu'elles sont assez manifestes consequences l'une de l'autre.

#### P R E M I E R C O R O L L A I R E de la 27 proposition du premier livre de la Statique.

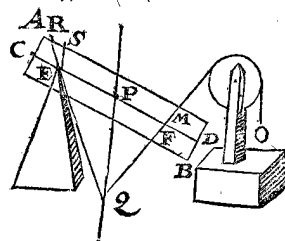
**S**i en la figure de la 27 proposition du premier livre, on admet le point ferme icy E, au lieu du poids oblique G illec : il appert que sur ce point ferme, y aura une pesanteur egale au poids G, & cela selon une telle obliquité contre E, que l'elevation oblique LE le montre.



#### C O R O L L A I R E I I.

Si à la susdite 27 proposition on produit les deux elevations obliques, jusques à ce qu'elles se rencon-

trent, il est manifeste par la 25 proposition, que le point de jonction viendra dans la perpendiculaire de gravité du corps: Parquoy si



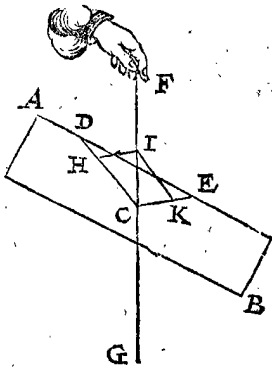
on desiroit sçavoir quelle compression oblique vient sur E, (point ferme du premier corollaire) je mene du centre du corps P la perpendiculaire de gravité PQ, rencontrant

la produite de MF en Q, duquel on mene QER; & ainsi on dira que la compression oblique sur E est de R vers E, & pour sçavoir de combien ER fera elevation oblique, & ES directe; par lesquelles le tout est manifeste.

C O R O L L A I R E

COROLLAIRE III.

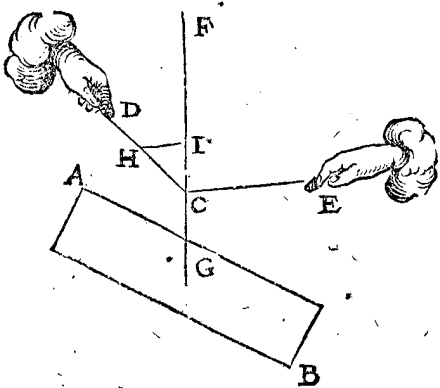
Or pour venir à la declaration de la qualité des pesanteurs suspendues par cordages, soit AB une colomne, de laquelle C soit le centre, suspendue à deux lignes CD, CE (venans dudit centre C) és points fermes D, E, lesquels seront diametres de gravité par la 5<sup>e</sup> definition: parquoy menant HI entre DC, CF, parallele à CE, alors par la 13<sup>e</sup> definition, CI sera elevation droite, CH oblique; tellement que comme CI à CH, ainsi cest elevant direct à l'elevant oblique: mais l'elevant direct de CI est egal au poids de la colomne: Donc comme CI à CH, ainsi le poids de la colomne entiere, au poids qui advient en D; & de mesme maniere trouvera-on le poids qui advient en E, en menant de I jusques à CE, la ligne IK, parallele à DC; & disant, comme l'elevation droite CI à l'elevation oblique CK, ainsi le poids de la colomne, au poids qui advient sur E.



Mais CK est toujours egale à HI; parquoy il n'est pas besoing de mener ceste ligne derniere IK, car sans cela les termes necessaires sont connus au triangle HIC, avec lequel on dira: comme CI à CH, ainsi le poids de la colomne, au poids qui advient sur D. D'avantage CI à IH, ainsi le poids de la colomne, au poids qui advient sur E. Derechef comme CH à HI, ainsi le poids qui advient sur D, au poids qui advient sur E.

COROLLAIRE IV.

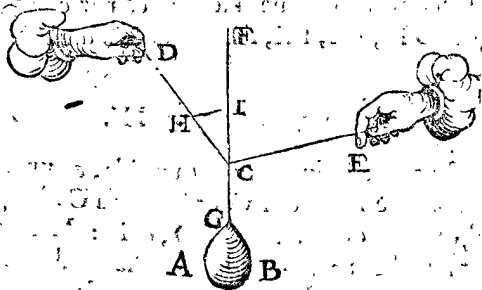
Et pour proceder plus avant; soit AB la colomne abaissée, comme cy joignant, & par la troisieme peti-



tion, il n'y a en cela aucune alteration, & partant la mesme proportion que dessus y sera encore.

COROLLAIRE V.

Soit maintenant au lieu de la colomne precedente, un corps d'egale pesanteur à icelle, de figure & matiere



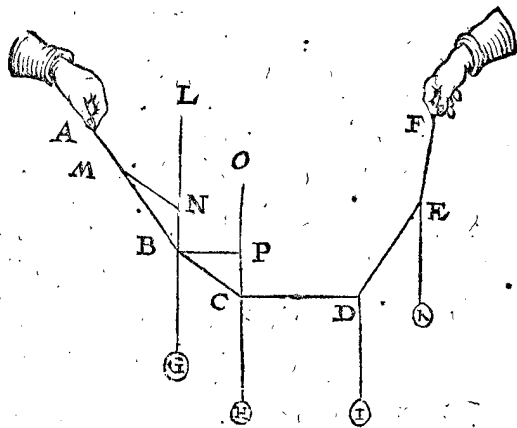
quelconque, alors la mesme proportion demeurera; assavoir, comme CI à IH, ainsi AB au poids qui ad-

vient en E. Derechef comme CH à HI, ainsi le poids que D soustient, à celui que E soustient.

D'icy est manifeste, que s'il y avoit à la ligne DCE comme corde, un poids AB connu, & les angles FCD, FCE, aussi connus, qu'on pourra dire quel poids advient sur chaque partie, comme DC, CE.

COROLLAIRE VI.

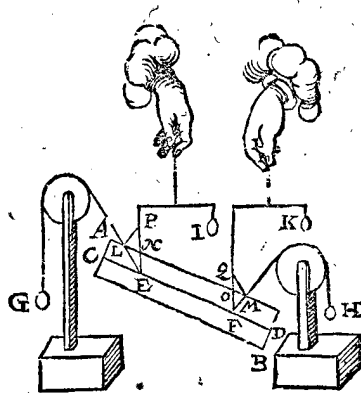
Mais s'il y avoit plusieurs poids suspendus en une mesme ligne, comme icy la ligne ABCDEF, ses points fermes extremes A, F, à laquelle sont suspendus 4 poids connus, G, H, I, K; il est manifeste qu'on peut dire quel effort ils font à la corde, à chacune de ses parties AB, BC, CD, DE, EF: Car par exemple, produisant GB en haut vers L, & MN parallele à BC: Je dis BN donne BM, combien le poids G? viendra l'effort qui est fait à AB.



Derechef BN donne MN, combien le poids G? ce qui viendra sera l'effort qui est fait à BC.

Soit encore HC produite jusques en O, & BP parallele à CD: Je dis alors, CP donne CB, combien le poids H? Ce qui en sortira sera pour la force qui eschoit sur BC, d'où s'ensuit, qu'il faudra trouver le mesme qu'à BC cy-dessus. De ces choses, & de plusieurs autres S. EXCEL. a trouvé que la pratique s'accorde du tout avec la Theorie.

La proportion de la 27 proposition peut encor estre autrement exposée, que cy-dessus, d'où s'ensuit une operation plus facile. Soit par exemple la figure de la 27 proposition, où est dit, que comme l'elevant oblique au direct, ainsi chaque elevant oblique à son elevant direct. Mais pour dire cecy d'une autre maniere, d'où

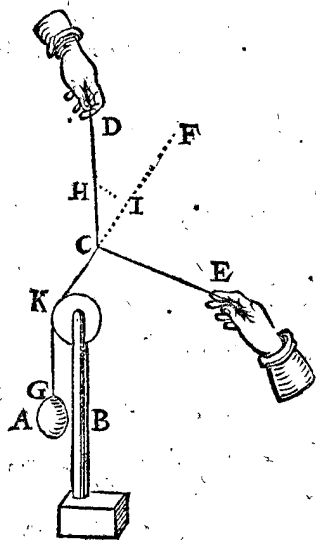


resulte une operation plus facile: Soit menée entre les elevations droite, & oblique une ligne, comme LP; parallele à FM: Ce qu'estant ainsi, je dis maintenant, que comme l'elevation directe, à l'elevation oblique, ainsi la pesanteur de la colomne entiere, à son elevant oblique;

oblique; assavoir comme EP à EL, ainsi le poids de la colonne, à G. Derechef, comme EP à PL, ainsi le poids de la colonne, à H. Selon laquelle maniere, l'invention des termes incognus est plus facile, qu'auparavant. Notez aussi qu'au lieu de LP, on eust peu mener une ligne entre l'autre elevation droite, & son elevation oblique, comme MQ, ce qui seroit la mesme chose; car comme PE à EL, ainsi QF à FM, à cause que les triangles FMQ & LPE sont pareils, veu que QF est parallele à PE, & MF à LP: & aussi que FO est egale à EN.

COROLLAIRE VII.

Il a esté parlé jusques icy des poids suspendus à deux lignes: cy-apres nous traiterons des pesanteurs qui sont suspendues à plusieurs lignes. A ceste fin soit prise icy la figure du cinquiésme corollaire, seulement que la

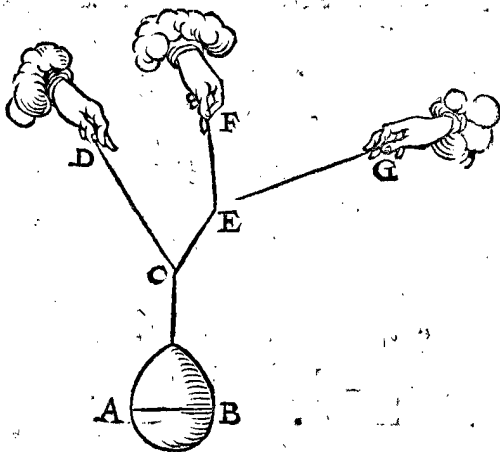


ligne CG vienne dessus une poulie K, & combien que KCF soit une ligne droite, neantmoins elle est oblique à l'horizon: Et que le poids AB soit le mesme que devant, aussi les angles DCF, FCE de mesme; il appert, que comme au 5 corollaire, on pourra dire, comme CI à CH, ainsi le poids AB au poids qui eschoit en D: D'avantage comme CI à IH, ainsi le poids AB au poids qui eschoit en E. Derechef comme CH à HI, ainsi le poids qui

eschoit en D, à celuy qui eschoit en E. Il appert d'icy, que si à la ligne DCE comme corde, on avoit suspendu un poids AB, qu'on pourroit dire, quelle pesanteur il eschoit sur chacune partie DC, CE.

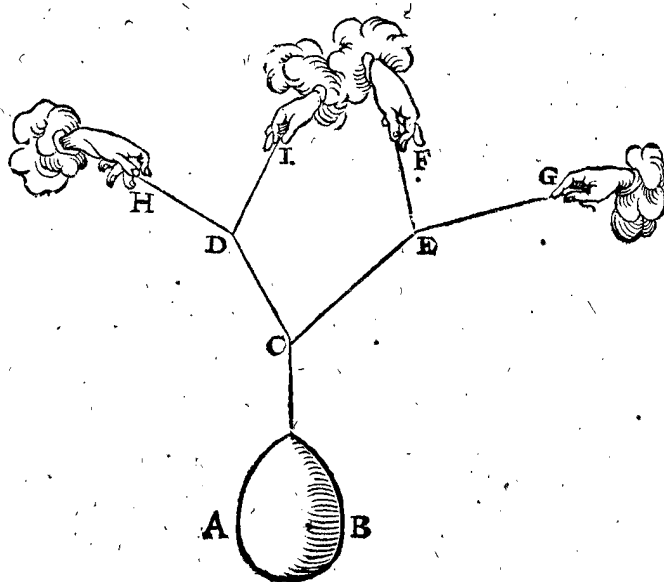
COROLLAIRE VIII.

Si un poids estoit suspendu à trois lignes, comme cy-dessous, le poids AB pendant aux deux lignes CD, CE, mais CE à deux autres EF & FG; tellement que le poids AB soit suspendu à 3 lignes CD, EF, EG, on



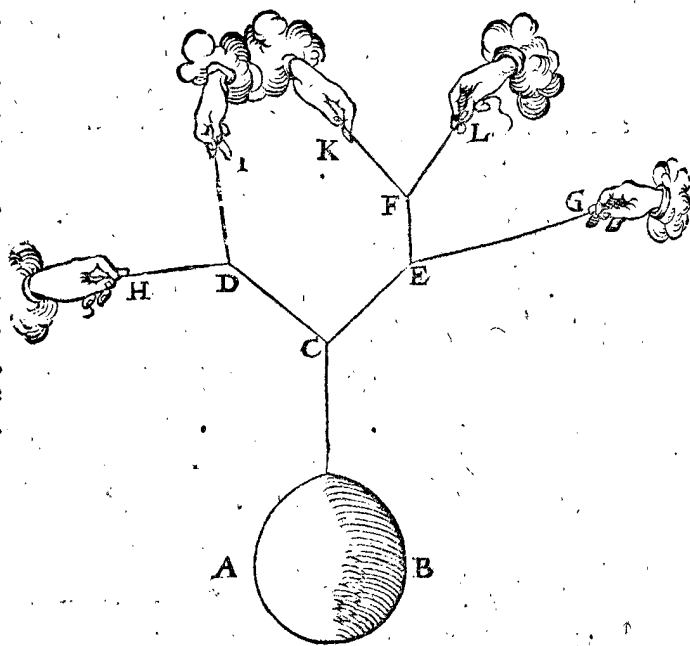
pourra sçavoir quel poids eschoit sur chacune ligne des trois. Car par le cinquiésme corollaire est manifeste ce qui eschoit sur CD, ou CE. Mais ayant cognu qu'el effort est fait à CE alors par le septiésme corollaire on sçaura ce qui eschoit aux deux lignes EF, EG.

Mais si on en attache encor deux autres à la ligne CD, comme DH, DI cy-dessous, il appert que le poids qui appartient à une chacune d'icelles lignes, seroit cognu



comme es deux autres de l'autre costé, EF, EG; & partant combien à chacune des 4 lignes, soyent qu'elles soyent en mesme plan, ou non.

Notez aussi que les lignes CEF & CEG, & semblables, font un angle en E, & ne peuvent pas estre droites; car CEF faisant quelque effort, il faut que GE cause une curvité en E, faisant aussi quelque effort.



Que si on adjoignoit encor deux autres lignes à EF, comme icy, on fera comme devant pour sçavoir quel effort il eschoit à chacune d'icelle, & par conséquent es 5 lignes DH, DI, FK, FL, EG, & semblablement des autres.

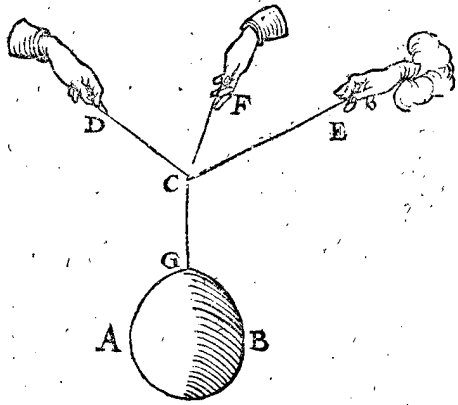
COROLLAIRE IX.

Il a esté traité jusques icy d'un poids, comme AB; suspendu à une ligne qui vient jusques à C, à laquelle sont adjoinctes deux autres CD, CE: Mais si à C estoient attachées 3 lignes, la Theorie est alors autrement; car alors ces 3 lignes ne doivent estre en mesme plan, comme icy, d'autant qu'on ne sçauroit rien conclure de certain, veu que si on coupoit, ou retranchoit infi-



CF, la mesme disposition des lignes CD, CE demeurera, assavoir les angles GCD & GCE de mesme,

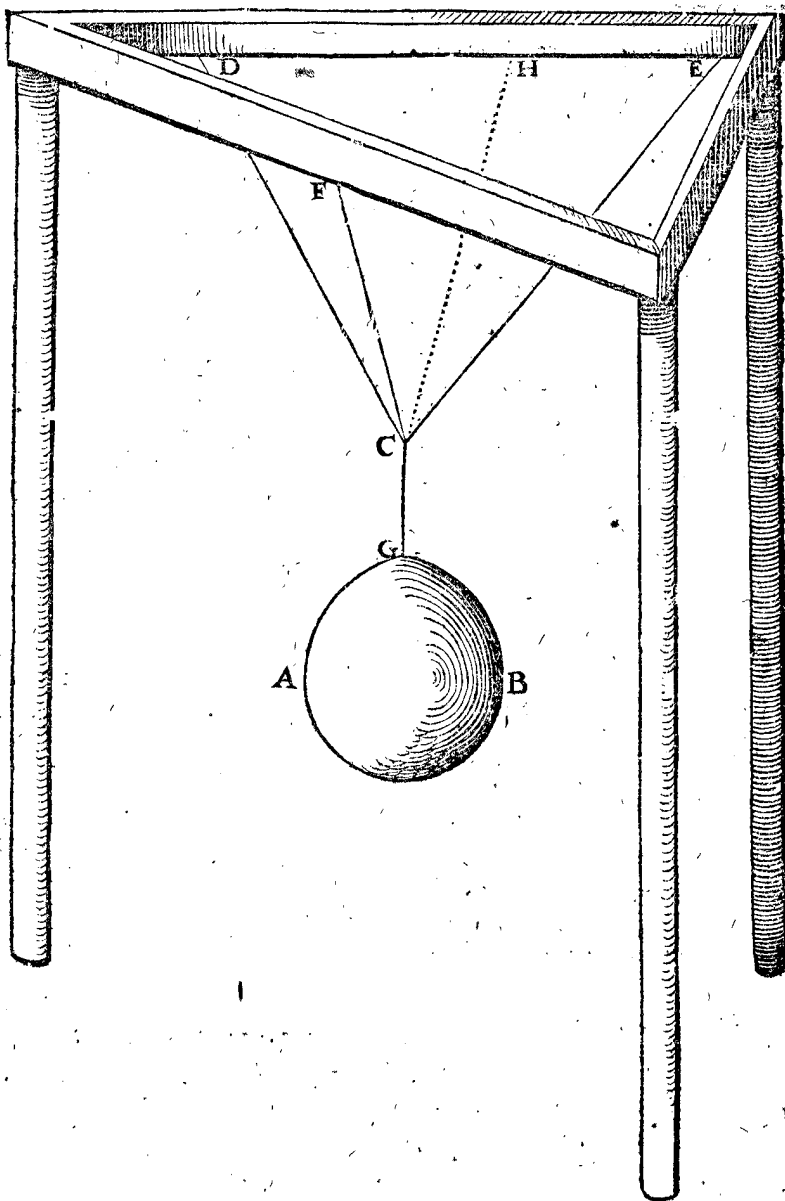
infinies diversitez, l'une plus grande que l'autre, d'où s'en suit que telle figure n'a aucune conclusion certaine, comme aussi j'avois entrepris de déclarer.



COROLLAIRE X.

Que si les trois lignes susdites estoient en plans divers, la proposition n'auroit qu'une conclusion, & icelle connue; car soit AB un poids suspendu aux trois lignes CD, CE, CF, en divers plans, alors pour trouver le poids que chaque ligne soutient, comme CF; soit CG ligne à plomb, à laquelle est suspendu AB, & CH commune section des plans DCE & GCF; posant donc que le poids AB ne soit suspendu qu'és deux lignes FC, CH, (ayant retranché les autres DC, CE) il appert que l'angle GCF demeurera le mesme angle, qu'il estoit devant le retranchement des lignes DC, CE; & l'effort fait à CF demeure encor le mesme, partant le poids que CF supporte, sera notoire par le cinquième corollaire; & de mesme se trouvera le poids que chacune des lignes DC, CE supporte.

combien que lesdites lignes CD, CE soutiennent plus qu'auparavant, devant que FC soit retranchée; car elle allégeroit les deux autres d'autant, que sa force pouvoit importer; & puis que CF peut faire effort en



Il est evident que si à quelque ligne, ou à chacune de 3, estoient annexées deux autres lignes à la maniere du huitiesme corollaire, qu'on pourroit sçavoir quel poids chacune attirera.

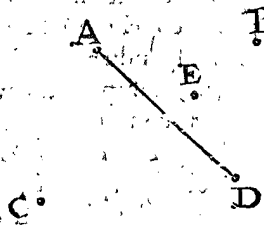
annexées 3 autres lignes à la maniere du 10 corollaire, assavoir en divers plans, qu'on pourroit cognoistre quel poids chacune tirera.

COROLLAIRE XII.

Que si un poids estoit suspendu à 4 lignes, comme au 10 corollaire à 3, la proposition n'auroit point de conclusion certaine. Car soit ABCD ichnographie

ALB. GIRARD. COROLLAIRE XI.  
Il est aussi certain que si à quelque ligne, ou à chacune estoient

des 4 poinçts superieurs des 4 lignes, auxquelles le poids est suspendu: la perpendicule de gravité d'iceluy viendra en la ligne AD, ou dehors, dedans le triangle ADB, ou dedans le triangle ADC ( car hors le quadrangle ABCD, ou à sa circonférence, cela est impossible )



& si c'est dans la ligne AD, il appert que le poids qui eschoit aux deux lignes, sous les poinçts B, C, peuvent bien alléger le poids que soustiennent les lignes sous les poinçts A, D ; mais les lignes sous B, C ne changent pas la disposition estans ohtëes, parquoy il n'y a aucune conclusion certaine. Que si ladite perpendicule de gravité eschoit dans le triangle ADB, comme au poinçt E, il appert que l'effort que fait la ligne de C, n'altere la disposition, & ainsi il n'y aura point de certaine conclusion.

Il faut encor noter cecy, que si la proposition, n'a point de certaine conclusion à 4 lignes, comme au precedent 12 corollaire, combien moins à 5, 6 ou d'avantage, aussi que si la proposition n'a nulle certaine conclusion à 3 lignes en mesme plan, comme au 9 corollaire, combien moins à 4, 5, ou d'avantage de lignes?

NOTEZ.

Un corps peut estre suspendu à 3 lignes d'autre façon que dessus au 10 corollaire, assavoir que les lignes soyent attachées au corps mesme en divers lieux, tellement qu'estans produites, elles ne se rencontrent en mesme poinçt, comme il doit advenir de necessité à deux lignes par la 25 proposition du premier livre: Mais comment il faut trouver le poids qui eschoit sur chacune ligne des trois; y ayant pensé, je n'ay trouvé en ceste description aucune maniere pour trouver le requis, quant à ce que je feray une autre fois, ou que quelqu'autre y trouvera, ou non, le temps l'apprendra.

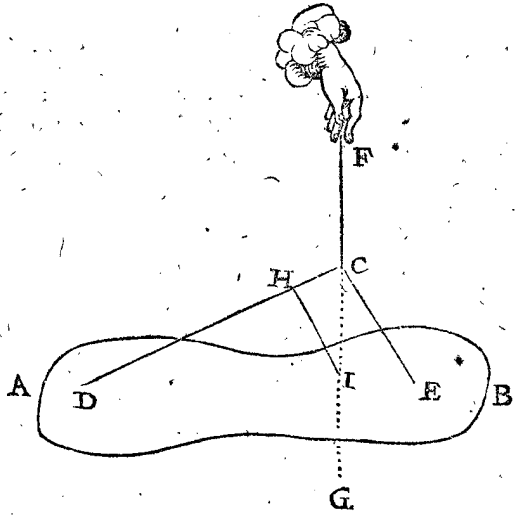
ALB. GIRARD.

Quant à ce que Stevin dit cy-dessus, combien que je n'aye encore rien recherché, il se peut faire que les trois lignes ne se rencontrent à mesme poinçt, comme lors que deux sont attachées parallèles, ou s'estroiffissant par enhaut ( car on les peut attacher pres l'une de l'autre à la poultre soustenant, & arriere l'une de l'autre au corps suspendu ) neantmoins je croy d'abord, que le plan perpendiculaire à l'horizon, passant par une des trois laquelle on voudra, & par le poinçt de rencontre des deux autres ( ce qui me semble estre possible, excepté quand deux lignes sont parallèles, comme dit est. ) que ce plan passera par le centre de gravité du corps suspendu: Mais il faut sçavoir que Stevin dit à propos, des lignes au lieu de cordes, & qu'il a bien veu qu'elles ne sont pas en lignes droites estans estendues, sinon que la seule corde perpendiculaire à l'horizon; car les autres cordes lasches ou fort estendues, sont lignes paraboliques, ( comme j'ay autrefois démontré, environ l'an 1617. ) ainsi que je démonstrey cy-apres. à la fin du corollaire suivant, ce qui viendra icy fort à propos pour l'ornement de ceste Spartoſtatique.

Fin de la Spartoſtatique.

COROLLAIRE XIII.

Il a esté parlé jusques icy des poids suspendus à une ligne venant d'un poinçt d'où plusieurs lignes procedent, tendantes vers divers lieux: D'où s'enfuit aussi qu'on pourra trouver l'effort de chaque lignes attachées au contraire, assavoir que le corps estant attaché à plusieurs lignes, qui ont un nœud commun, d'où elles descendent, lequel est au bout de la ligne à plomb comme anse. Soit par exemple, AB une pesanteur suspendue à deux lignes DC, CE, se rencontrant au nœud, ou poinçt C, au bout de la ligne à plomb FC: Pour trouver le faix que chacune supporte soit produite FC



plus bas vers G, & de quelque poinçt en DC, comme H, soit HI parallele à CE: Alors je dis que comme CI à CH, ainsi le poids AB au poids, qui eschoit en D. D'avantage comme CI à IH, ainsi le poids AB au poids qui advient sur E. Derechef comme CH à HI, ainsi le poids qui eschoit en D à celuy qui eschoit en E; dont la demonſtration est manifeste par le cinquiesme corollaire.

ALB. GIRARD.

Pour retenir cecy plus aisement & plus briefvement, on pourroit dire, que comme CI, IH, HC, ainsi le poids AB, l'effort de CE, & l'effort de CD.

Les proprietéz que nous avons dit advenir aux figures des 8, 9, 10 & 12 corollaires, adviennent aussi és figures telles qu'au 13 corollaire.

ALB. GIRARD.

Pour satisfaire à ma promesse qui precede le dernier corollaire, & n'ayant pas le loisir toutefois de mettre icy la copie de ma demonstration entiere, je la donneray un autre fois au public, avec mes autres œuvres, moyennant l'aide de Dieu, lors que la recherche des sciences sera plus recommandable, qu'elle n'est à present.

# DEUXIESME PARTIE DE L'ADJONCTION DE LA STATIQUE,

TRAITANT

## Des Poulies, ou de la Trochleoſtatique.

### Sommaire de la Trochleoſtatique.

**A** Pres que SON EXCELLENCE eust leu un livre intitulé Delle fortificazioni di Buonaiuto Lorini, & illec veu un traité touchant les poulies, & ce ſeulement par elevations perpendiculaires à l'horizon, par le moyen des forces attirantes du haut en bas directement, ce qui n'arrive pas toujours en la pratique, il a esté quant & quant desirieux de ſçavoir la propriété de celles qui ne s'elevent ny ne s'abaissent perpendiculairement, afin d'avoir la cognoiſſance parfaite d'icelles, qui est neceſſaire pour ſçavoir quelle force est requiſe pour elever quelque peſanteur. Tellement que s'estant exercé en la Statique precedente, & en la premiere partie de ceſte Adjonction, par laquelle les propriétés des poulies peuvent être aiſement comprises, joint que s'estant auſſi addonné à la recherche des meſmes, c'a esté bien à propos donc de les joindre à ſes memoires Mathematiques, comme s'ensuit.

PROPOSITION.

**R** Rechercher la qualité des peſanteurs elevées par le moyen des poulies.

Avant que de venir à la choſe, nous dirons en general, que lors que nous parlerons d'un poids donné, nous entendrons le poids ſuspendu, & celui des poulies d'embas, quant au poids des cordes nous n'en traiterons point, & partant nous prendrons qu'elles n'ayent aucune peſanteur, afin de n'amener en avant que la qualité des poulies ſimplement.

**I** Exemple des poids, & forces directes.

Soit en ceſte premiere figure A une poulie, à laquelle est attachée la peſanteur B, & la corde CDE F, dont les

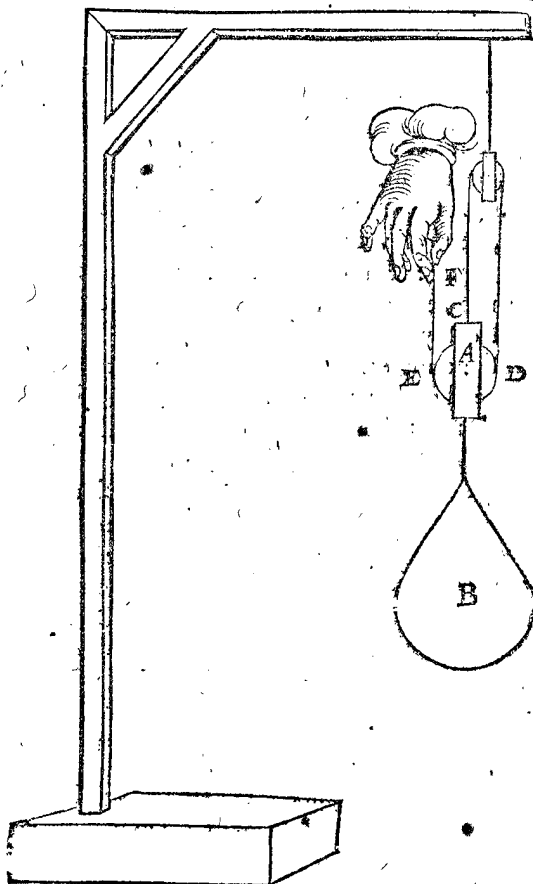
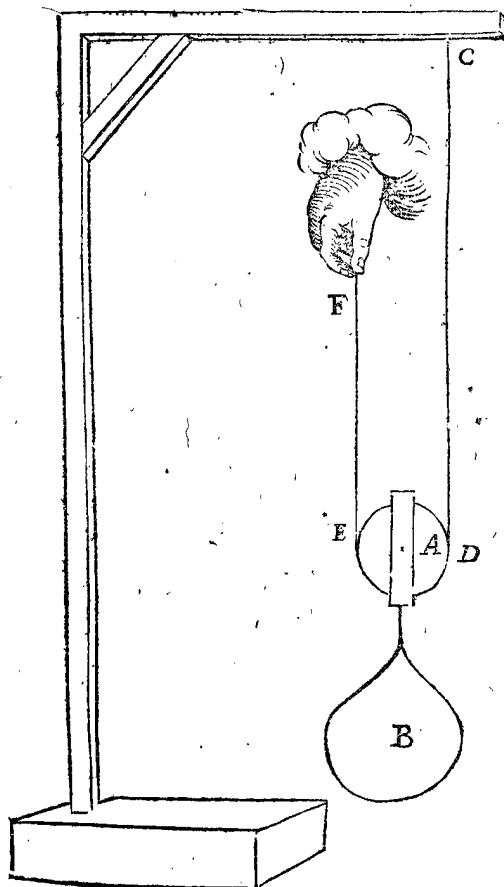
B est ſuspendu à deux cordes, chacune ſouſtenant la moitié d'iceluy, à cauſe que la poulie tire également à l'une comme à l'autre; Tellement que ſi quelqu'un venoit à examiner la peſanteur B de ſa main en F, tenant le poids en ceſte poſition, il ſouſtiendroit la moitié de B, d'où appert qu'il est plus facile de tirer un poids avec une poulie ainſi, que ſans poulie. Car on tient pour regle generale en Mathematique, que

Comme l'espace de l'agent, à l'espace du patient :

Ainſi la puissance du patient, à la puissance de l'agent.

Car la main en F, (icy agent) s'elevant de 2 pieds; le poids B, (lequel est icy patient) n'est elevé que 1 pied, & ce pour raiſon manifeſte.

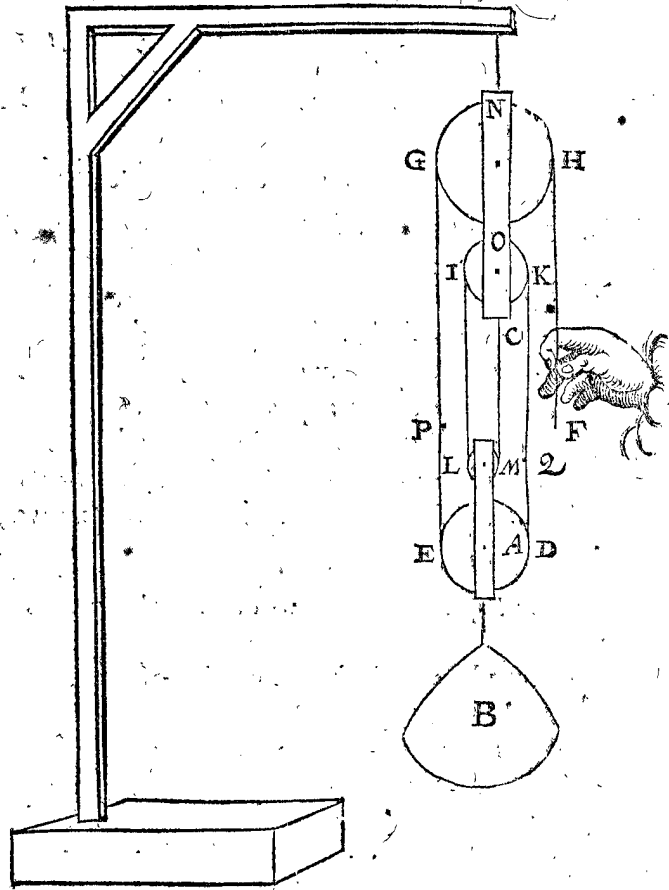
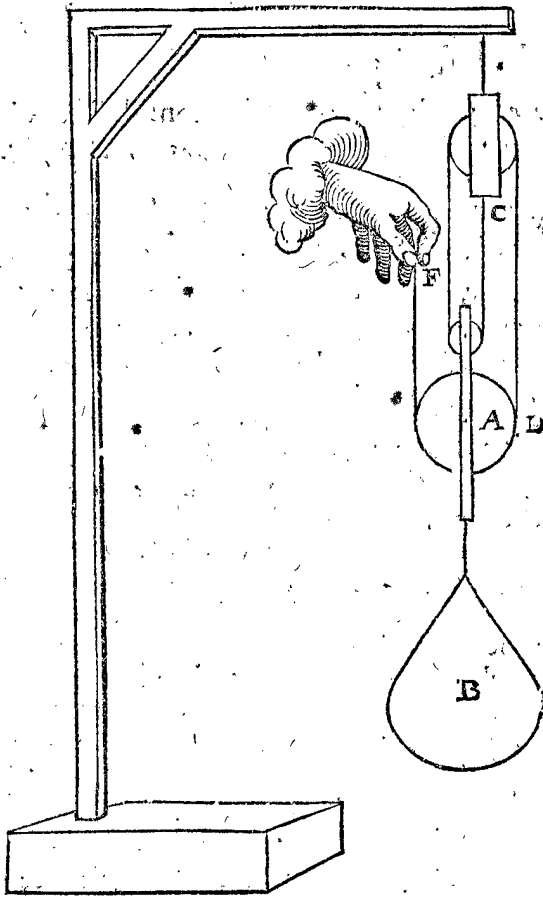
Par les choſes ſuſdites en la premiere figure avec une poulie, ſe peut entendre la propriété de l'attirement par l'aide de deux poulies, comme en la deuxiesme figure,



parties CD, EF ſoyent paralleles, affavoir toutes deux à plomb. Ce qu'estant ainſi, il est certain que le poids

ou C est l'autre extremité de la corde: car le poids B, GP soit égale à HF, aussi KQ à IL; alors NGP contrepefe NHF, & IL contrepefe KQ; touchant tiers du poids donné.

D'avantage si on y adjouste encore une poulie, comme en ceste troisieme figure, le poids B fera suspendu



à quatre cordes; & partant la main en F ne supportera que le quart du poids donné B; d'où s'ensuit assez clairement la propriété des poulies en plus grand nombre.

Il faut noter qu'il arrive rarement qu'on attire en haut les pesanteurs, comme icy la main en F attire en haut, mais on applique encor une poulie pour en tirant embas, faire elever le poids B, comme en ceste quatrieme figure: Mais ceste poulie ne sert seulement qu'à cela, sans qu'elle allège le poids ny apporte aucune alteration à iceluy, comme les autres, pource que le poids B n'est suspendu qu'à 4 cordages, comme en la troisieme figure, d'où l'on peut voir que quand mesme la corde passeroit au dessus de 100 telles poulies, qu'elles n'allégeroyent aucunement la main F.

Que si on en veut voir la preuve, il ne faut qu'attacher un contrepeids en F au lieu de la main comme agent en ceste quatrieme figure estant le quart de la pesanteur qu'il faut elever, qui sera trouvé en equilibrium, s'il n'y a quelque faute de l'observateur: Or le poids à elever est le poids B, la poulie inferieure A, & le poids causé du cordage. Pour declarer la pesanteur du cordage, soyent D & E les points d'attouchemens de la corde & de la poulie A, aussi G, H, les attouchemens des cordages & la poulie superieure; item L, M les attouchemens de la poulie LM; & puis N le milieu de la partie du cordage GNH, & O de IOK, aussi C l'autre extremité de la corde; puis marquez P, ainsi que

CM elle n'apporte aucun changement, tellement que le poids donné est surchargé des poulies ED, LM, & encor des trois portions de corde QD, & des deux demicercles LM, ED.

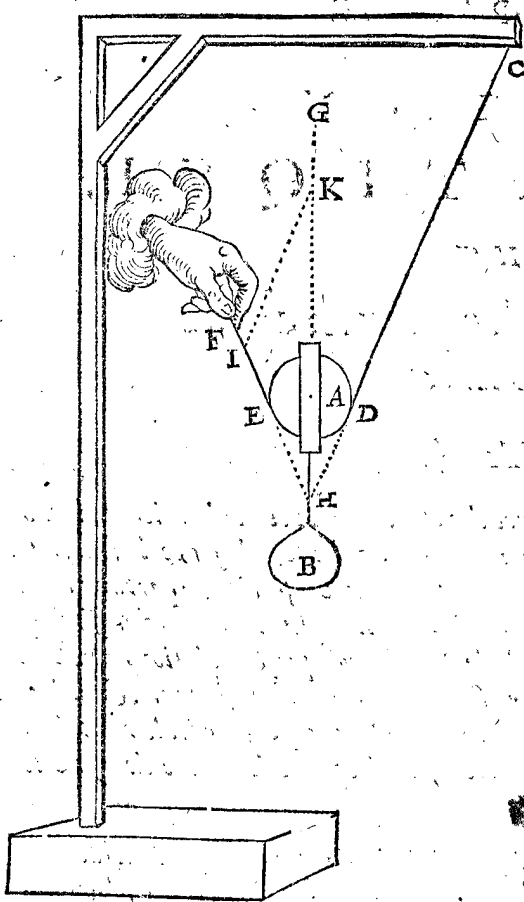
Notez aussi quand on attire quelque poids avec des poulies, & que la partie de la corde attirée demeure suspenduë sans toucher le pavé, que l'agent a moins de pesanteur à tirer, assavoir autant que ladite corde suspenduë pese.

2 Exemple, des poids & forces obliques.

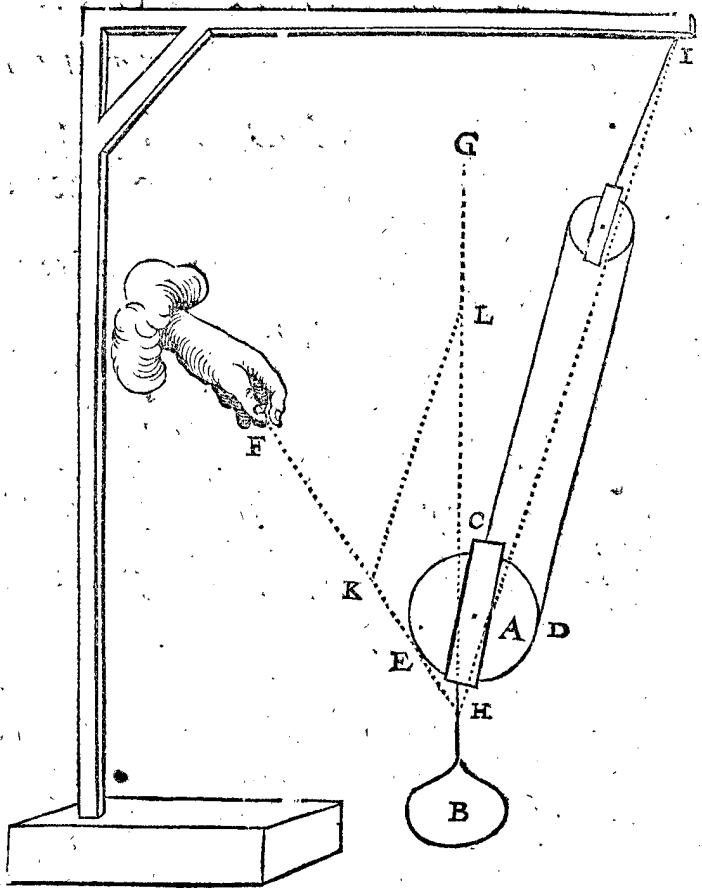
Soit ceste figure semblable à la premiere du premier exemple, excepté que la main en F tire obliquement, de laquelle l'effort se cognoistra aussi par le cinquiesme corollaire de la premiere partie de ceste adjonction: Car soit produite BH jusques en G, & FE, CD aussi, lesquelles se doivent rencontrer dans un point en la ligne BG: Puis ayant choisi un point en FE, comme I, soit IK parallele à DC; alors IK, IH seront égales, d'autant que pour cause norçire, l'angle FHC est coupé en deux également par HG, lors qu'il n'y a qu'une poulie, comme icy: finalement,

Comme ces {KH} ainsi les {de B.  
3 lignes l'u- {KI} pesan- {qui eschoit sur CD.  
ne à l'autre {IH} teurs {qui eschoit en F.

Mais



KH donne HL, combien le poids donné ? Le tiers de ce qui viendra fera pour l'effort qui est fait à la main F, & aussi pour celui qui advient sur chacune des deux autres cordes.



Mais y ayant plus de poulies, à savoir 2, 3, ou d'avantage, on pourroit cognoître les efforts, comme s'en suit. Soit icy une figure de mesme que la deuxiesme du premier exemple, seulement diversifiée en ce qu'elle soit oblique; les efforts seront connus par le cinquieme corollaire de la premiere partie de ceste Adjontion: car produisant la ligne à laquelle le poids est suspendu jusques à G, aussi FE jusques en H, & du point I, où la poulie superieure est attachée, soit menée HI; puis d'un point K en la ligne FH soit KL parallele à HI: alors je dis, que comme KH à HL, ainsi l'effort qui est fait à la main; au poids donné: Mais KH est en tous les exemples, où il y a deux poulies comme icy, toujours egale à la moitié de KL; parquoy l'effort qui vient sur F, est la moitié de l'effort qui eschoit en I: & ainsi il eschoit autant de pesanteur sur l'une des trois cordes, que sur l'autre, à savoir la tierce partie d'un poids, qui a telle raison au poids donné, comme LH à HK; ce qui fait qu'en tels exemples on pourra dire

Tellement que s'il y avoit 4 poulies, il faudroit prendre le quart de ce qui viendroit à la regle de trois susdite, & ainsi des autres.

La raison pourquoy KL cy-dessus devoit estre menée parallele à HI, plustost qu'à une autre des deux cordes, est evidente par ce qui a esté fait semblablement es deuxiesme & troisieme corollaires de la premiere partie de ceste Adjontion, car la perpendiculaire de gravité du tout, passe par le point H, duquel les lignes se doivent mener pour faire la calculation.

*Conclusion.* Nous avons donc reearché la qualite des pesanteurs elevées par le moyen des poulies, selon le dessein.

*Fin de la Trochleostatique.*

TROISIÈME PARTIE  
DE  
L'ADJONCTION  
DE LA STATIQUE,  
TRAITANT

Des Acrobariques, ou des pesanteurs au  
sommets du flottant.

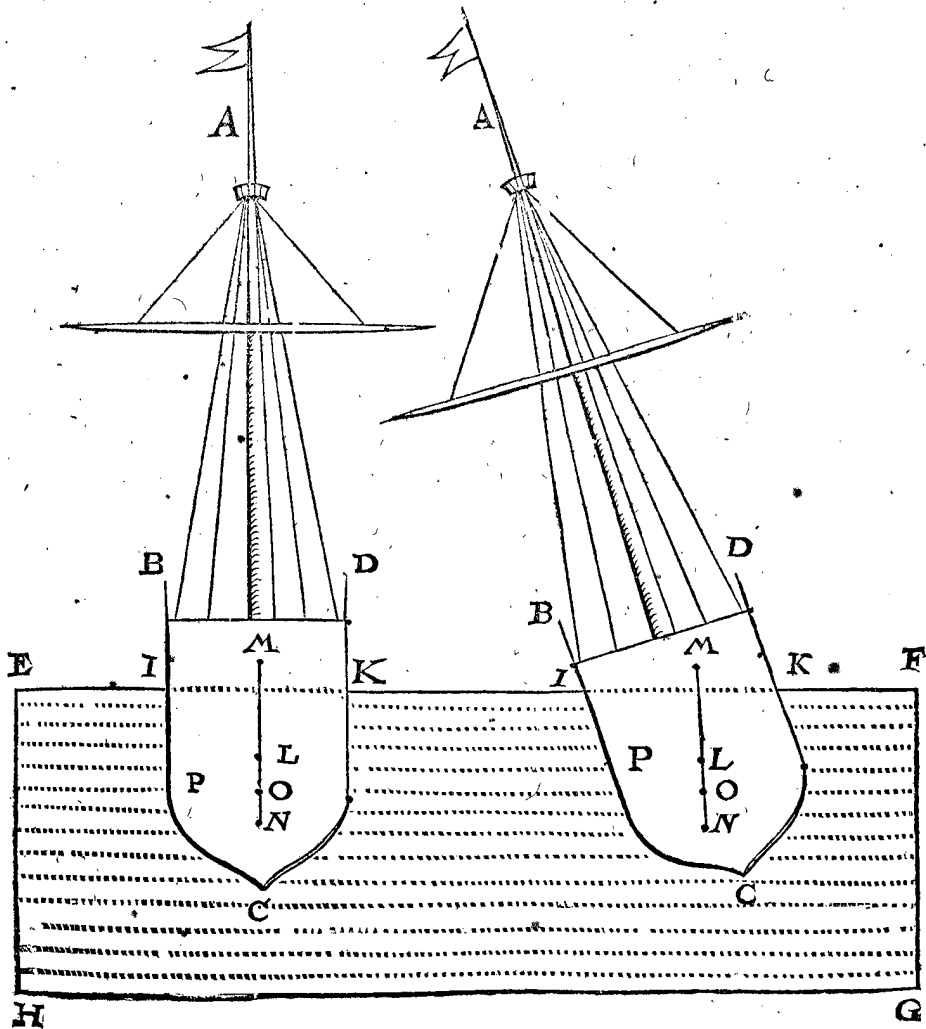
Sommaire de ce Traité.

**C**omme on vouloit appareiller des petits bateaux avec des eschelles élevées dedans iceux d'environ 20 pieds de haut, pour y faire monter des soldats, on revoqua en doute, si la force du sommet flottant le pourroit endurer; car il pourroit advenir que le bateau renverseroit, & partant celuy qui seroit monté en haut viendroit à tomber dans l'eau; à ceste fin pour en estre plus certain, on en fit l'esspreuve d'un. Ce qui me convia à rechercher s'il ne seroit pas possible de le sçavoir par calculations Mathématiques, devant que d'en venir à l'expérience en grand volume, supposant figure & pesanteur; & puis venir de là, à la pratique. Pour ceste cause nous avons décrit le theoreme suivant, & ce seulement des corps flottans sur l'eau, & non pas sur terre ferme, lesquels renversent lors que le centre de gravité n'a nul pied.

THEOREME.

**V**N corps flottant sur l'eau, prend telle position, que son centre de gravité est en la perpendiculaire de gravité du creux d'eau qu'il occupe.

**Le donné.** Soit ABCD, un corps, flottant sur l'eau, le dessus de laquelle soit EF, & enfoncé jusques en IK; ainsi que le creux de l'eau soit I, C, K, & L centre de gravité d'iceluy creux, la perpendiculaire de gravité MLN, & O centre de gravité du corps ABCD.



*Le requis.* Il faut démontrer que O (centre de gravité de ABCD) est en la perpendiculaire de gravité MN du creux d'eau ICK.

## DEMONSTRATION.

Osons le corps ABCD; & feignons que le creux ICK demeure en la mesme figure; Et pour plus ample declaration, que ledit creux soit un vasiforme, selon la septiesme definition de l'Hydrostatique; puis qu'il soit rempli d'eau; & d'autant que l'eau tient dans l'eau telle disposition qu'on veut, par la 1<sup>re</sup> proposition de la susdite Hydrostatique, alors le vasiforme demeurera aussi en telle disposition, & est autant chargé de ceste eau que du corps ABCD, & en mesme disposition; mais le centre de gravité de ceste eau est aussi celuy du creux, ou du vasiforme, assavoir L; & partant le corps ABCD, doit avoir son centre de gravité dans la perpendiculaire de gravité du vasiforme MN: Autrement s'il est possible qu'il soit dehors, comme au point P, ce qui ne peut advenir sans alteration de figure du creux ICK; car ayant telle disposition, & O estant le centre de gravité du corps par l'Hypothese, il aviendroit que le corps changeroit de position, & que le centre venant en P, alors B descendroit, & D s'eleveroit que C aussi tourneroit vers K, ce qui seroit contre l'Hypothese, & prendroit un autre creux que celuy dont est question. Parquoy le centre de gravité du corps est en MN, assavoir sus, dessous, ou dedans le centre du creux L.

*Conclusion.* Un corps donc flottant sur l'eau prend telle disposition que son centre de gravité est en la perpendiculaire de gravité du creux de l'eau qu'il occupe; ce qu'il falloit démontrer.

## COROLLAIRE I.

Il appert que quand le centre de gravité du corps est dessus celuy du creux de l'eau, que le sommet flottant est chargé, & que tout renverse (c'est assavoir s'il n'est soutenu) jusqu'à ce que son centre soit dans la perpendiculaire de gravité du creux de l'eau: Comme par exem-

ple, un baston courbé flottant sur l'eau, si on met dessus ce qui estoit dessous, il ne se tiendra pas comme cela, mais se retournera comme devant, d'autant que le centre de gravité du baston n'est dans la perpendiculaire de gravité du creux de l'eau, dessous le centre de gravité d'iceluy creux.

## COROLLAIRE II.

Il est evident que mettant quelque poids dans un bateau, ou quelque vaisseau ayant changé de place dans iceluy, que le creux change aussi de figure, & le centre de gravité d'iceluy creux change de lieu.

## COROLLAIRE III.

Il est aussi manifeste, que mettant une pesanteur sous le plan de gravité (parallele à l'horizon) du creux de l'eau, qu'icelle pesanteur cause plus de fermeté au cours du navire, & au sommet d'iceluy; & au contraire, la pesanteur estant mise au dessus dudit plan de gravité (à niveau) telle pesanteur surcharge le sommet du navire, tellement qu'il en est moins ferme.

## NOTE Z.

Si les deux centres de gravité, du bateau & du creux de l'eau, estoient faciles à trouver, il est certain qu'on pourroit sçavoir devant l'expérience par le moyen de la construction Mathematique, quelle disposition un bateau, navire, ou autre vaisseau tiendroit sur l'eau, & s'il se tiendroit droit ou oblique, & si l'eau entreroit par les bords ou non, comme il estoit requis de sçavoir en ce traité: mais d'autant que la recherche du centre de gravité des divers corps qui sont communement dans un navire, il ne semble pas que ce soit chose propre pour s'en pouvoir servir en tel exemple, ains servira seulement pour en sçavoir la raison & la propriété; comme il pourroit bien servir à autre chose, si ce n'estoit pas à ce que dessus, sinon que quelqu'un voulust prendre la peine de trouver les centres de gravité, & ainsi se servir de ce que dessus.

*Fin des Accrobriques.*

QUA-

QUATRIÈSME PARTIE  
DE  
L'ADJONCTION  
DE LA STATIQUE,  
TRAITANT  
De la Chalinophilpe, ou de la compression  
& aspreté des Freins.

Sommaire de l'Aspreté des freins.

**S**ON EXCELLENCE, s'estant dès son jeune aage jusques à present, diligemment exercé au maniement des chevaux, & avec ce encor fueilleté les escrits de ceux qui sont plus renommés, tant anciens, que modernes, & s'estant abbouché pour ce sujet avec les plus expérimentez; n'a toutefois peu trouver en iceux contentement, touchant la raison de l'Aspreté des freins, j'entens fonder-tellement, ce qui advient au raccourcissement & rallongement des parties du mords, & partant telle incertitude empesche de bien regir un cheval. Tellement que ceste maniere entre autres luy donna envie de s'exercer en la Statique precedente, esperant par là pouvoir mieux comprendre la raison de cecy, à quoy il est parvenu finalement, faisant faire les brides & mords, non à l'aventure, comme auparavant, mais avec une certitude des longueurs necessaires: Ce que j'ay inseré, comme s'ensuit, en ses memoires Mathematiques sous le titre de la Chalinophilpe, afin aussi que d'autres ayent comme une matiere esbauchée pour traiter d'icelle, avec plus de perfection.

DEFINITIONS.

**L**es noms ordinaires des parties qui sont à nostre dessein seront descrits comme s'ensuit.

DEFINITION I.

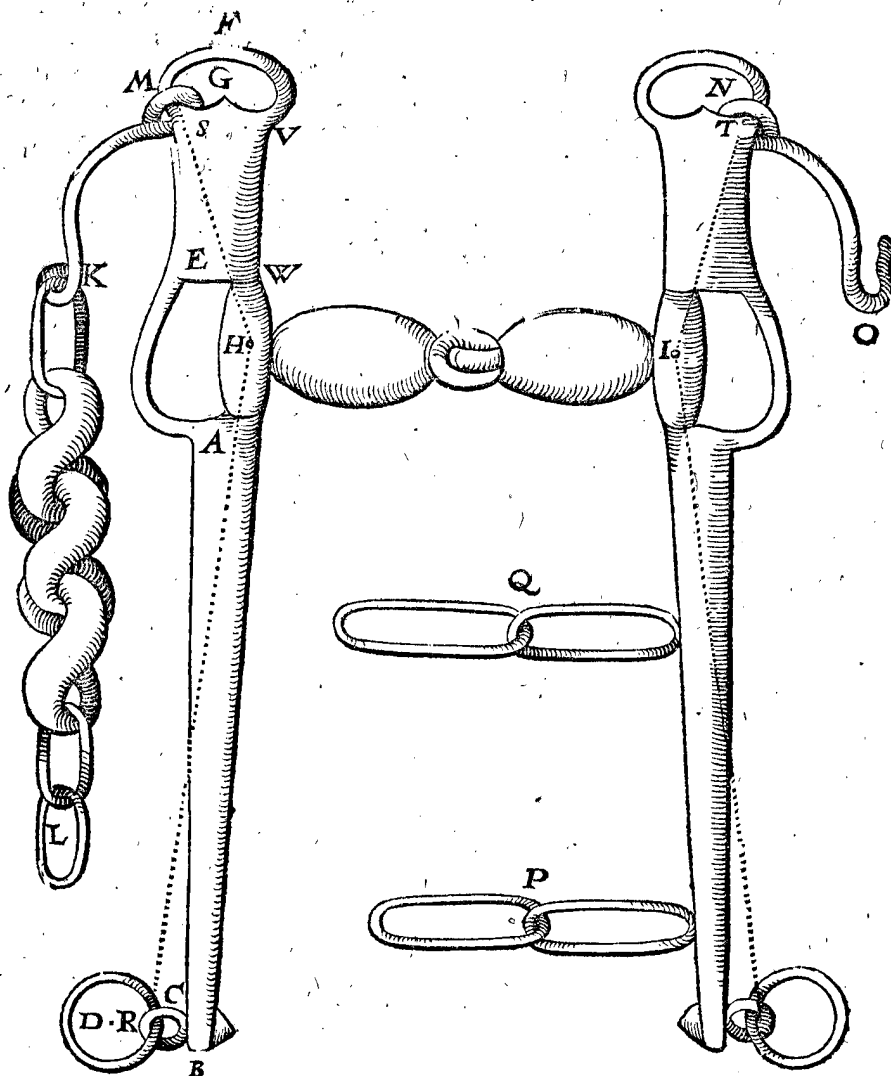
**AB.** Branche; ou partie inferieure de la branche.

DEFINITION II.

**C.** Boulon de la branche.

DEFINITION III.

**D.** Boucle.





DEFINITION IV.

**F.** Partie supérieure de la branche, ou hauteur de l'œil.

DEFINITION V.

**G.** L'œil.

DEFINITION VI.

**H.** Le mors.

DEFINITION VII.

**K.** Gourmette.

DEFINITION VIII.

**M.** Les.

DEFINITION IX.

**N.** Crochet, ou agraphe de la gourmette.

DEFINITION X.

**P, Q.** Deux entrechâsses.

DEFINITION XI.

**B.** Ride aspre, ou parties d'icelle aspres, sont celles qui pressent le mors contre la gencive d'embas, & la gourmette contre le menton. Et bride foible, tendre, ou lasche, qui fait presser foiblement.

DECLARATION.

Encore bien que quand on tire la bride, elle cause plusieurs pressemens, assavoir (outre ce qui a esté dit contre les gencives, & le menton,) des entrechâsses contre la poitrine, & des boucles contre les boulons des branches: toutefois on entend par ce mot d'Aspre, le pressement rude du mors contre la gencive d'embas, & de la gourmette contre le menton, comme estans les principaux pressemens qui peuvent contraindre le cheval, & qui le poignent: tellement que pour raddoucir ceste ponction, il approche la teste de la poitrine, & tient le col courbé: Car supposant que le menton par l'attirement de la bride approche d'une paume vers le cheval, il peut gauchir ceste ponction & aneantir ceste compression en courbant le col. C'est aussi ceste compression qui le fait reculer, pensant par ce moyen amoindrir l'effort qu'il sent, ce qu'il penseroit estre augmenté en marchant en avant. Cecy estant donc l'Aspreté, la bride, ou ses parties sont dites aspres, ou foibles, selon le plus ou le moins de compression; assavoir bride aspre ou foible: branche aspre, branche foible; & finalement hauteur de l'œil aspre ou foible.

DEFINITION XII.

**L.** Les curvitez des branches sont appellées coudes, en flamend keeren, en Alemand wronghen.

DECLARATION.

Les branches sont faites droites ou courbes; droites, comme en la premiere figure: & courbes, comme en la suivante, avec une curvité se tournant de X vers Y; de Y vers Z, & de Z vers a, lesquelles on appelle pour ceste cause coudes des branches.

LES DEFINITIONS suivantes sont nouvelles.

DEFINITION XIII.

**L.** Le point du milieu R, de l'attouchement de la boucle D, contre le boulon des branches, est dit touche de boulon.

DEFINITION XIV.

**L.** Le point du milieu S, de l'attouchement de l'es, contre l'œil, le point aussi du milieu T, de l'attouchement de l'agraphe contre l'œil, lors que le cheval est bridé, nous les nommons touches de l'œil.

DEFINITION XV.

**L.** Le point H de l'axe du mors venant au milieu de l'olive, sur lequel l'axe tourne, nous le nommons le pole du mors.

DEFINITION XVI.

**L.** L'angle R H S compris des deux lignes, dont l'une vient de la touche de boulon R, jusqu'au pole du mors; & l'autre dudit pole, jusqu'à la touche de l'œil; nous le nommons angle des touches.

DEFINITION XVII.

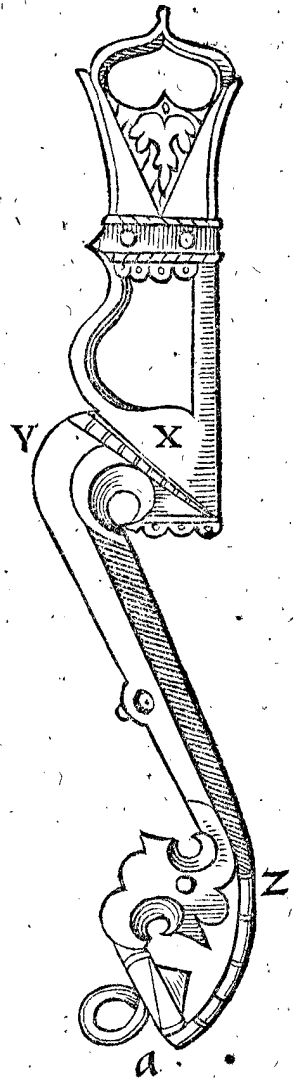
**B.** Ride d'esprouve, est celle qui sert pour esprouver quelle bride il faut à quelque cheval que ce soit, afin d'en faire une qui luy soit propre.

La forme & les circonstances de la bride d'esprouve sera deduite cy-apres en son lieu.

PROPOSITION I.

**Q.** Ve les coudes des branches ne causent nulle aspreté, grande ou petite.

SON EXCELLENCE, tenant pour certain que la commune opinion de plusieurs est contre raison de croire que les coudes des branches aident à l'aspreté ou foiblesse, demeurans les trois points R, H, S, en leur lieu, dit au contraire comme s'ensuit: Soyent es branches droites precedentes A B, attachées ou adaptées par des vis, des barres de fer, qui soyent en forme de grands coudes: Si on dit que telle adaptation apporte du changement quant à l'aspreté ou foiblesse, ce ne pourra estre que par une vertu occulte, comme en la pierre d'aymant, ou en choses semblables, ce qui est absurde. Quant à ce qu'on pourroit objecter, que cela se montre par experience, le mesme se pourra aussi refuter par experience. Et quant aux Piqueurs, & faiseurs de mors, lesquels pourroyent dire selon le commun proverbe, *Qu'il faut croire un chacun es choses de son art*: On les refutera pareillement, par ce qu'ils se veulent mesler de juger de la Statique, n'y cognoissans rien, où il se peut demonstrier que le changement arrive par celuy des trois points susdits R, H, S: mais demeurans les mesmes en leur lieu, & les deux lignes imaginaires R H, H S, avec l'angle R H S, que l'aspreté demeurera aussi de mesme: excepté, pour en parler proprement, que le fer annexé appesantira d'avantage la bride, ce qui n'est à propos; & si on y prenoit garde de pres, il adviendra



viendra aussi bien au desavantage de ce qu'ils veulent, qu'à l'avantage.

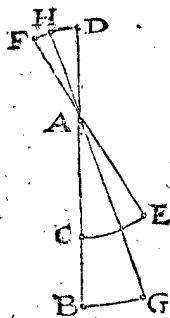
Notez aussi, que la ligne de la hauteur de l'œil, comme cy-devant V W, ne peut estre admise à aucun fondement certain, mais bien la ligne H S; car l'une des hauteurs d'œil, ayant l'œil plus large que l'autre, cause changement, & incertitude à la chose.

*Conclusion.* Les coudes donc ne causent nulle alteration à l'aspreté, ou foiblesse des branches: ce qu'il falloit demonstrier.

PROPOSITION II.

**L**es branches les plus courtes sont les plus aspres.

On peut rendre raison de cecy en deux sortes: L'une, qu'avec egaux attiremens de bride, la gourmette acquiert plus de mouvement avec les branches courtes, qu'avec les longues. Pour en donner exemple, soit A B une branche longue, & A C une plus courte, ayant une mesme hauteur d'œil A D, & D la touche d'œil: d'avantage soit par l'attirement des resnes, la touché de boulon C de la branche plus courte, parvenue en E, faisant



l'arc C E: la touché d'œil D viendra alors en F, descrivants l'arc D F; soit puis apres fait autant d'attraction des resnes, comme devant à la branche plus longue, assavoir faisant l'arc B G egal à l'arc C E, alors la touché d'œil viendra en H, faisant l'arc D H, lequel est moindre à l'arc D F, & en mesme raison à iceluy la moindre branche A C, à la majeure A B: Parquoy la gour-

mette estant attachée à l'œil, acquiert par attractions egales des resnes plus de mouvement par les branches courtes, que par les longues. Mais le frequent mouvement, ou elevation de la gourmette, apporte plus d'aspreté; parquoy les branches plus courtes sont plus aspres que les longues.

L'autre raison est, la figure courbe du col du cheval, lequel cause que les entrechaisnes des courtes branches sont plus esloignées de la poitrine du cheval, que les longues: d'où s'ensuit qu'on peut attirer plus loing les resnes des courtes branches que les resnes des longues branches, ce qui cause notoirement plus d'aspreté.

NOTEZ.

Quelqu'un pourroit demander, comment cecy se peut accorder avec les regles de Statique, laquelle dit, que les plus longs leviers peuvent faire le plus d'effort; car prenant B D pour le levier, & A B la partie plus longue, où est l'agent, A l'hypomochlion, ou le point ferme, tellement qu'il semble, que cecy est contraire à cela: mais c'est qu'il n'est pas icy question de l'effort de la main du cavaleric: car pour faire egal effort à la touché d'œil, il est certain qu'il aura plus de peine avec une courte branche, qu'avec une longue: Mais la question est seulement, que quand on tire assez, lesquels sont plus aspres les courtes ou les longues.

*Conclusion.* Les branches les plus courtes sont donc les plus aspres.

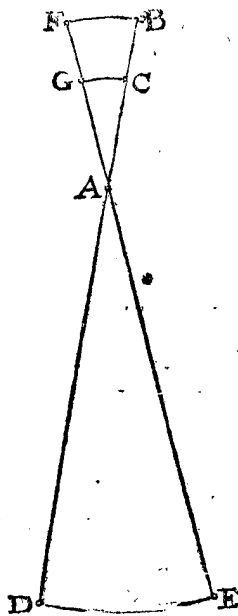
ALB. GIRARD.

Si on considere bien ceste doute deduite en ceste note precedente, & ce que j'ay escrit apres le troisieme exemple de la 7 proposition de la Statique-practique cy-devant; on verra aisement la solution de ceste doute; car il faut distinguer l'effort fait de la main icy & là; & ce que là l'espaule du soldat patit, comme aussi icy les gencives, & le menton du cheval.

PROPOSITION III.

**L**a plus grande hauteur de l'œil, est aussi la plus aspre.

La raison est, que par semblables attrayemens des resnes de la bride, on fait plus d'effort avec la gourmette par le moyen d'une plus grande hauteur de l'œil, qu'avec une petite. Car par exemple, soit A B une une hauteur d'œil plus grande que A C, &



que leurs diverses touches d'œil soient B, C, ayans une mesme branche A D: D'avantage par l'attraction des resnes, soit la touché de boulon D parvenue en E, & les touches des yeux, comme B viendra en F, & C en G, descrivans les aros C G moindre, & B F plus grand; car comme C A à A B, ainsi C G à B F; parquoy la gourmette à l'œil B (de la plus grande hauteur) fait plus d'effort qu'à l'œil C, combien que ce soit avec une mesme attraction des resnes; & partant cause plus d'aspreté. Quant à ce qu'on pourroit douter, comment il seroit possible d'agir plus (l'agent

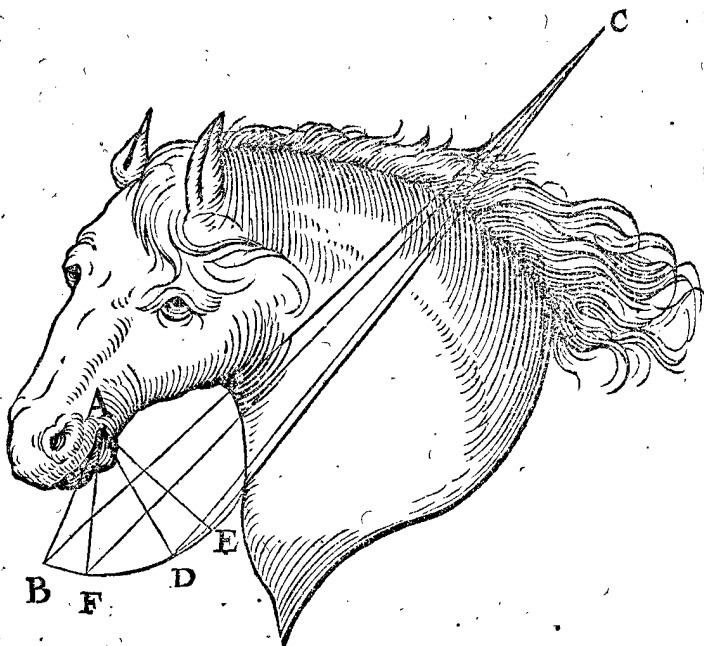
estant en D) par une longue extremité A B de levier, qu'avec une moindre, & qui semble estre contraire aux regles de la Statique: La raison de cecy est manifeste par la solution de semblable doute en la note precedente.

*Conclusion.* La plus grande hauteur d'œil donc, est aussi la plus aspre: ce qu'il falloit demonstrier.

PROPOSITION IV.

**L**a touche de boulon plus esloignée de la poitrine du cheval cause plus d'aspreté.

Le donné. Soit A l'axe du mords, A B une branche, B C les resnes de la bride, B la touche du boulon; D'avantage soit A D une autre branche egale à A B; D C l'une des resnes, D la touche du boulon, plus pres de la poitrine du cheval que B.



Le requis. Il faut demonstrier que la touche de boulon B la plus esloignée de la poitrine du cheval, cause plus d'aspreté que D.

Prepa-

*Preparation.* Soit sur le point A, comme centre, décrit l'arc BDE de l'intervalle AB : puis par l'attraction des resnes soit l'une des touches de boulon B parvenue en F; & l'autre D en E par le mesme attrayement, assavoir que les arcs BF, DE soyent egaux.

DEMONSTRATION.

D'autant que BC est plus longue que FC, d'autant la main en C, s'eleve plus haut, estant la touche du boulon en F, qu'en B; semblablement, d'autant que DC est plus longue que EC, d'autant la main en C, s'eleve plus haut estant la touche du boulon en E, qu'en D; mais EC differe plus de DC, que non pas FC de BC: Et partant autant qu'il y a de difference entre lesdites deux differences, d'autant s'eleve plus la main en tirant la touche D en E, que non pas de B en F; mais le mouvement ou l'arc BF est egal au mouvement ou à l'arc DE, par la preparation: parquoy la main en C va plus haut en mouvant la touche D, que B, en les faisant mouvoir egalement; Et par consequent, si la main tiroit egalement haut, elle feroit plus mouvoir B, que D; mais faisant plus mouvoir B, elle fait aussi plus mouvoir l'œil, & consequemment la gourmette, que ne fait pas le petit mouvement de D vers E. Il s'ensuit donc finalement, que la main s'eleve egalement en tirant B, & D, qu'elle fera plus mouvoir la gourmette en tirant B, qu'en tirant D, & consequemment qu'elle forcera plus le cheval, selon la proposition.

NOTEZ I.

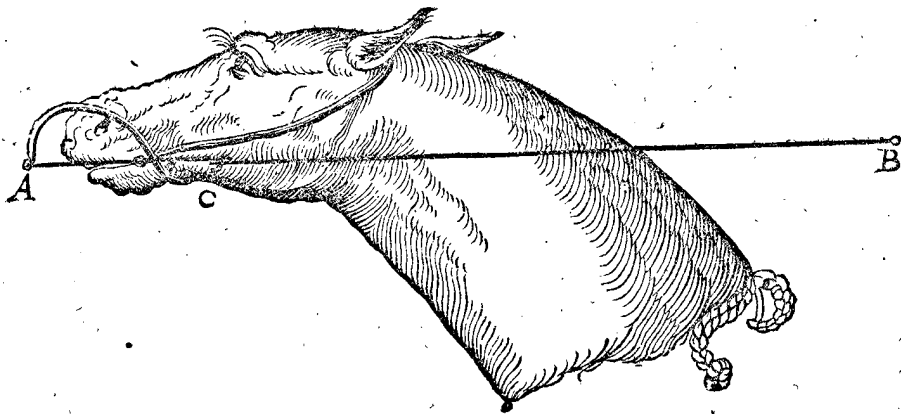
Veü que l'angle ADC est moins oblique que ABC, lequel est fort aigu, ce qui fait que la main agit plus sur la branche AD que sur AB, par le corollaire de la 24 proposition du premier livre de la Statique. Ce qu'on estimeroit faire contre ce qui a esté demonsté, n'estoit que la solution se peut faire comme en la note de la 2 proposition, assavoir que ce n'est pas qu'on demande qu'elle force fait la main C, mais bien en haussant egalemment, quelle aspreté est la plus grande en B ou en D.

NOTEZ II.

Joignant la cause d'aspreté mentionnée, celle-cy se trouve encor, que la touche de boulon plus loing de la poitrine, cause plus d'aspreté en ce qu'on peut mouvoir d'avantage, qu'estant plus pres, d'autant que les entrechaisnes venans contre la poitrine du cheval l'attraction des resnes, & l'aspreté aussi finissent, (estant besoing d'autant de mouvement.)

NOTEZ III.

Il arrive que quelques chevaux se despestrent de l'effort de la bride en levant la teste enhaut, comme la figure presente le monstre: tellement qu'on ne les peut regir, mais ils courent où ils veulent, & comme si c'estoit à bride avalée; ce qui semble estre contre la regle precedente, pource que la bride devoit estre plus aspre, puis que les branches ou touches de boulon,



sont plus esloignées de la poitrine. Aquoy on respond que quand les resnes AB sont bandées, & sont paralleles à la ligne imaginaire qui passe par la touche du boulon A & le pole du mors C, comme la figure le monstre, alors l'attraction des resnes ne peut causer aucun mouvement à la hauteur de l'œil, ny elever la gourmette, & par consequent il n'y a nulle aspreté; voire quand on tireroit de force le mors vers soy, cela ne cause point l'aspreté mentionnée, veü que si A estoit un peu plus elevé, alors tant plus on tireroit, & tant plus la gourmette seroit lasche; tellement que c'est une exception de la proposition.

NOTEZ.

Nous avons dit cy-devant en la 5 proposition, que la ponction du mors commence lors que la gourmette commence à presser le menton, toutefois il y des chevaux qui sentent bien quelque autre ponction, voire mesme des mors sans gourmette, selon qu'ils sont rendres de bouche, ou à cause de la façon des mors dont les uns sont plus rudes que les autres, mais il n'y a point de regle à une chose si irreguliere, & de si peu de certitude.

PROPOSITION V.

**L**es gourmettes les plus courtes sont aussi les plus aspres.

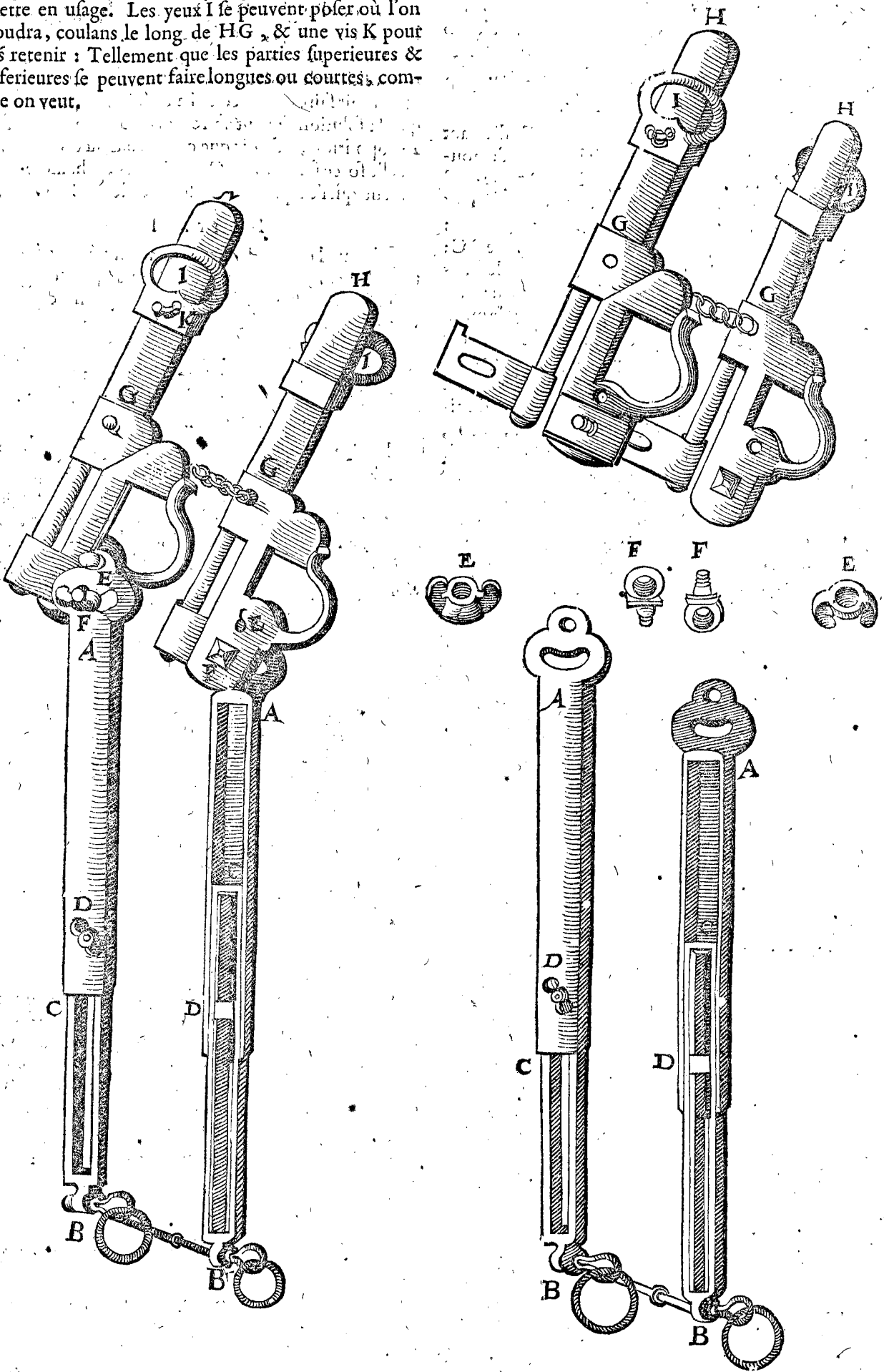
Il faut sçavoir, que la ponction du mors commence lors que la gourmette commence à presser le menton: Ce qui monstre assez clairement le contenu de la proposition, d'autant que tant plus la gourmette est longue, & à tant plus grand espace la main se doit elever; tellement que par un mesme haussément de main les plus courtes gourmettes seront les plus aspres: ce qu'il falloit demonsté.

PROPOSITION VI.

**F**Aire une bride d'espreuve, & par icelle une bride ordinaire.

Nous avons declaré ce que c'estoit de bride-d'espreuve en la 17 definition: nous parlerons icy de la façon d'icelle, comme elle est pourtraite en la figure suivante, où AB denotent les deux branches, lesquelles se peuvent raccourcir & allonger par le moyen de pieces coulantes CB, qu'on peut affermir par les vis D: lesquelles branches tournent sur un essieu E, pour faire un tel angle avec la partie supérieure qu'on voudra, avec les vis F pour les retenir, les parties supérieures GH sont

d'espaisseur uniforme, de la plus grande longueur qu'on  
 mettre en usage. Les yeux I se peuvent poser où l'on  
 voudra, coulans le long de HG, & une vis K pour  
 les retenir : Tellement que les parties superieures &  
 inferieures se peuvent faire longues ou courtes, com-  
 me on veut,



Nous avons décrit jusques icy la construction  
 de la bride d'espreuve, en son total, les pieces con-  
 jointes; mais pour plus ample declaration nous par-  
 lerons des pieces en particulier, les lettres demeurant  
 comme devant.

Voicy la figure de celle que SON EXCELLENCE  
 a fait faire, laquelle il trouva en effect fort propre: tou-  
 tefois si on trouvoit moyen de la rameliorer, il est rai-  
 son que celle-cy cede alors.

De la construction d'une bride, par le moyen de la bride d'espreuve.

figure C en G, &c. alors FH & LK sont tentes pour les attractions de la main aux resnes, pource qu'elles y

Ayant adapté le mors à la bride d'espreuve, selon que le cheval le doit avoir, on agencera les branches & les parties superieures de telle longueur qu'on cuide qu'elles doivent estre; on verra s'il y faut faire quelque changement, lequel peut advenir au tout, ou en l'une des ces quatre parties, assavoir changement en la longueur des branches, ou en la longueur des parties superieures, (c'est la hauteur de l'œil) ouverture de l'angle de touche, ou à la longueur de la gourmette, ce qui se peut faire aisement avec grande certitude sans desbrider le cheval, voire sans descendre d'iceluy: Finalement ayant trouvé ce qu'on requiert, on otera la bride d'espreuve, & on en fera une de service, avec tel ornement, figure, parures, & coudes qu'on voudra, pourveu seulement que les trois poincts principaux demeurent, faisans un tel angle, & telles longueurs comme à la bride d'espreuve; aussi que les entrechaisnes gourmette, & mors viennent de mesme comme devant: ce qu'estant ainsi, la bride de service viendra à propos & fera les mesmes effects que la bride d'espreuve, comme S O N E X C E L L E N C E a aussi trouvé par experience.

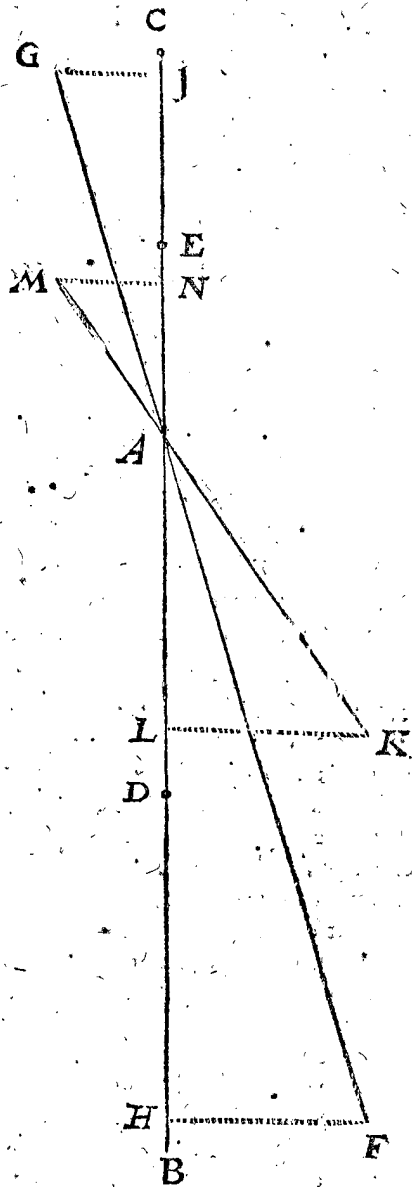
Certains escrivans de ceste maniere, font des brides où l'on peut mettre diverses branches de diverses manieres de coudes, les unes plus courbes que les autres; mais la touche du boulon venant tousiours au mesme lieu, les coudes plus ou moins courbés ne font aucune alteration, comme il a esté dit. en la premiere proposition: Ou bien pour dire autrement, la touche de boulon venant à un autre lieu, alors la curvité majeure ou moindre des branches, n'est pas la cause du changement qu'on trouve au regime des chevaux, veu que c'est le changement de place de la touche de boulon: D'où procede que faute de cognoistre les causes, on trouve telle difficulté, & que peu se trouvent qui puissent bien façonner les parties de la bride.

Conclusion. Nous avons donc fait une bride de service par le moyen de la bride d'espreuve, selon le requis:

N O T E Z:

Quelqu'un se rememorant la qualité des pesanteurs de toutes les sortes, pourroit dire que quand par égale attraction de la main, on fait mouvoir également la gourmette, soit par des branches longues ou courtes, comme il pourroit advenir, que neantmoins il s'ensuit une mesme aspreté. Et pour deduire cecy plus clairement, faisant deux brides d'angles egaux de touches, & les gourmettes aussi laches à l'une comme à l'autre, aussi les branches & hauteurs des yeux proportionelles, toutesfois plus courtes en l'une qu'en l'autre; la gourmette aura autant de mouvement en l'une qu'en l'autre, avec attraction egale de la main, & par consequent une mesme aspreté: ce que je declareray par une figure, comme s'ensuit.

Le donné. Soit AB une longue branche, AC directement à icelle soit une longue partie superieure, & AD une branche courte, & AE la partie superieure courte: & que EA à AD soit en mesme raison, comme CA à AB: Soit aussi AF egale à AB, & FH perpendiculaire à AB; comme aussi GI; semblablement AK egale à AD, ainsi que la perpendiculaire KL soit egale à FH; item AM (production directe de AK) egale à AE, & MN perpendiculaire à BC: Ce qu'estant ainsi, alors si on attire B en F la boucle, ainsi que FA soit la distance de l'attraction; & D de la branche courte en K, & LK distance de l'attraction; & semblablement le reste comme en la



font egales, & IG, MN, pour l'attirement des gourmettes, comme y estant aussi egales: Ce qu'estant ainsi, il faut demonstrier que GI & MN seront egales, d'où s'ensuit qu'il y aura une mesme aspreté, come il a esté dit.

D E M O N S T R A T I O N.

Les triangles AKL, AMN sont semblables; & partant

Comme KA à AM, ainsi KL à MN.

Les triangles AFH, AIG sont semblables; & alors;

Comme FA à AG, ainsi FH à GI.

Mais FA à AG, ainsi KA à AM: parquoy

Comme KA à AM, ainsi FH à GI.

Et pource que FH & KL sont egales par l'hypothese.

Comme AK à AM, ainsi KL à GI.

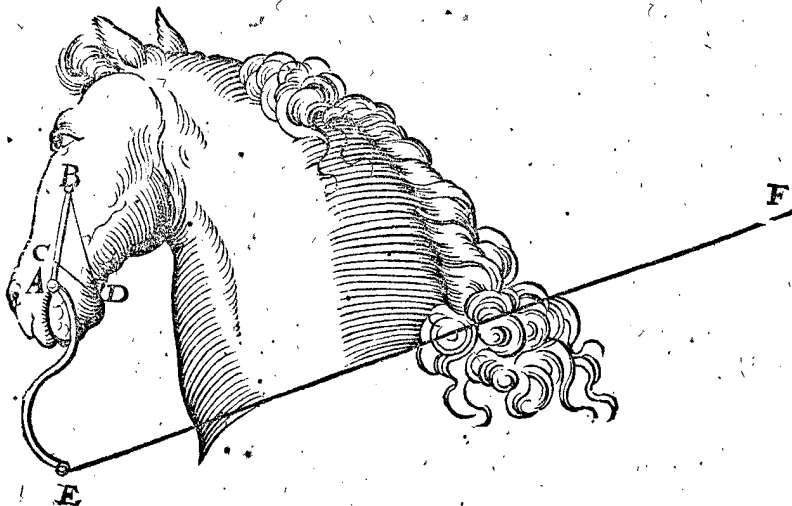
Tellement que GI & MN les quatriesme termes proportionaux des mesmes trois, assavoir de MN en la premiere proportion & GI en ceste derniere, & partant seront egales.

Or les gourmettes estant ainsi également attirées, d'où l'on pourroit penser contre raison qu'elles causent des aspretez egales; ce que nous deduirons icy un peu amplement.

L'experience montre, comme aussi quelques uns escrivent, que les parties superieures longues, font lever

la teste à quelques chevaux plus que les courtes : Dont SON EXCELLENCE tient que la raison est telle. Soit AB une grande partie supérieure, & AC une moindre, & BD, CD leurs gourmettes, desquelles BD fait que

l'angle ABD est plus ferré que l'angle ACD ; & partant la gourmetté CD presse le menton plus directement que BD, laquelle BD presse en elevant, ce qui fait que le cheval voulant éviter ceste ponction,



leve la teste en haut : Ce qu'aucuns pourroient penser estre general à tous chevaux ; ce qui toutesfois repugne à l'experience, & entre autre à ce qu'escrit le Sieur de la Brouë au troisieme livre duquel l'inscription est telle ;

*Occasions pour lesquelles on doit faire l'œil de la branche, plus haut ou plus bas que la mesure ordinaire.*

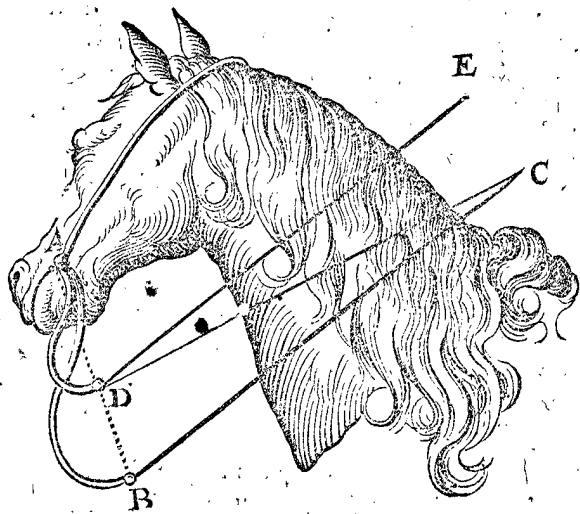
Jay aussi ouy affermer à SON EXCELLENCE, qu'elle, avoit trouvé par experience, que le rallongement de la partie supérieure faisoit baisser la teste à d'aucuns chevaux ; & la faisoit hausser à d'autres : Ce qu'elle alors, comme plusieurs, trouvoient estrange : mais considerant cela puis apres plus exactement par l'aide de la Statique trouva que la cause est telle, en ce que les ponctions du mors, & de la gourmette, sont contraires, en ce que par le mors pressant sur les gencives d'embas, fait baisser la teste au cheval qui veut éviter ceste ponction ; & celle de la gourmette pressant au dessous du menton luy fait lever la teste enhaut, lesquelles choses venant en mesme temps, alors la ponction plus grieve cause plus d'effect en cela : Car quelques chevaux sont tendres de gencive & rudes de menton ; & les autres au contraire tendres au menton, & durs de gencive, d'où s'ensuit que par le rallongement de la partie supérieure (laquelle cause aspretés comme il a esté dit en la 3 proposition) un cheval haussera sa teste un autre la baissera : Mais pour en parler generalement, tout prolongement de partie supérieure est plus idoine à faire lever la teste que l'abaisser comme dit est, combien que le contraire puisse advenir pour éviter plus grande conponction, és gencives.

Desquelles choses se pourroit conclure, qu'és chevaux, lesquels tiennent la teste assez haut, & qui n'ont les gencives trop tendres, on pourroit se servir de parties supérieures courtes ; avec une gourmette plus ferrée ; d'autant plus que les longues supérieures, & gourmette plus lasche, tirant fort tout d'un coup le mors & la gourmette gastent plus la bouche d'un cheval, que les courtes parties supérieures, & gourmette serrées, lesquelles à l'instant de l'attraction sont plus douces, & toutesfois donnent puis apres autant d'aspreté. Aussi que les gourmettes trop longues, comme BD, glissent plus aisément de la prise du menton, qui causeroit que le che-

val n'auroit nulle contrainte à quoy les courtes, comme CD, ne sont sujettes.)

Notez encor que n'estant contraint de choisir des longues parties supérieures, pour faire lever la teste du cheval, (ce qui advient lors qu'il n'est pas plus tendre és gencives qu'au menton) on pourra prendre des parties supérieures fort courtes, & les branches au mieux qu'on pourra, puis apres augmenter ou diminuer l'aspreté à son plaisir, par le raccourcissement ou rallongement de la gourmette.

Et d'autant que SON EXCELLENCE a fondé ces propriétés bien avant, je descriray encor icy quelques autres inegalitez entre les brides susdites, avec des branches & parties supérieures proportionnelles.



Soit à ceste fin AB une longue branche, & AD une courte, (leurs refnes BC & DE) proportionnelles à leurs parties supérieures. Combien que ces deux brides causent les aspretez egales, toutesfois il appert que la main qui attire ne demeureroit en mesme lieu ; car tirant B, elle sera alors en C, & tirant en D, elle devra estre en E (pour faire que la susdite egalité demeure) ainsi que DE soit parallele à BC ; autrement attirant D vers C, la ligne CD fait un autre angle à AD, que DE ; ce qui cause du changement, assavoir moins d'aspreté en C qu'en E.

*Fin de l'aspreté des freins.*



CINQUIESME VOLUME

TRAITANT

DE L'OPTIQUE.

ARGUMENT DE L'OPTIQUE.

**N**ous descrirons trois livres de l'Optique : Le premier de la Scenographie : Le deuxiesme des Elemens Catoptriques : Le troisieme des Refractions.

ALB. GIRARD.

*Le troisieme livre, qui traite des Refractions, ne se trouve pas, & n'a esté imprimé cy-devant.*

P R E M I E R L I V R E

D E L' O P T I Q U E,

De la Scenographie, dite vulgairement Perspective.

A U L E C T E U R.

**S**ON EXCELLENCE s'exerçant souvent fois à tirer des plans, & profils de forteresses, lesquelles il ordonnoit es Provinces de son Gouvernement, a trouvé utile de s'exercer aussi en la troisieme espece, à sçavoir en l'ombragement, dit autrement Scenographie, & principalement en celuy des paisages, avec citez, rivieres, chemins, & bois situez en iceux, pour par cela plus facilement, l'occasion se presentant, declarer aux autres son intention, il se servit à ceste fin pour instructeurs, des plus adroits peintres qu'il peut trouver. Mais pource que l'accourcissement des lignes, & changement des angles, se faisoient à l'œil, & comme par conjecture, il ne s'en est (combien qu'il peut avoir son usage utile) contenté, ains a voulu designer une figure proposée ombrageable parfaitement par cognoissance des causes, & avec sa demonstration Mathematique. Or depuis quelques années ença, ayant décrit pour moy une Architecture, à l'exercice de laquelle, selon la commune opinion de plusieurs, & singulierement celle de Vitruve au second chapitre de son premier livre, est profitable à l'Architecte, la cognoissance Scenographique, j'examinay plus amplement qu'auparavant divers Autheurs traitans de ceste matiere, & en fis selon mon style une description, laquelle SON EXCELLENCE ayant veu, & corrigé les imperfections, lesquelles communement se trouvent es premieres inventions, ayant aussi parfaitement entendu la reigle generale pour enombrier toute chose proposée ombrageable, & enombree à son contentement, j'ay adjousté ceste description à ses Memoires Mathematiques, pour les raisons amplement deduites au commencement de ceste œuvre.

A R G U M E N T.

**O**utre six theoremes servans de fondement & demonstration à la chose, seront descrits 8 problemes, desquels le premier est la 5 proposition de l'invention de l'ombre d'un point ombrageable donné dedans le pavé, avec le vitre à angle droit sur le pavé. La 6 proposition de l'invention de l'ombre d'un point ombrageable donné dessus le pavé, avec le vitre à angle droit sur iceluy. La 9 proposition de l'invention de l'ombre d'ombre d'un point ombrageable donné à angle oblique sur le pavé. La 10 proposition de l'invention d'un point ombrageable donné, le vitre estant parallele avec le pavé. En la 11 proposition on y trouve par les propositions precedentes l'ombre de toute figure ombrageable donnée. Puis s'ensuit en la 12, 13, & 14 proposition, l'invention de l'œil de certaines ombres données, pour les voir en leur perfection. Mais pour declarer plus ouvertement l'ordre precedent par dichotomie, nous en descrirons encores ceste table :

l'ombre des points ombrageables, le vitre estant sur le pavé } à angle droit, là où on trouve l'ombre d'un point ombrageable } dedans le pavé en la 5 proposition.  
 } } dessus le pavé en la 6 proposition.  
 } } à angle oblique en la 9 proposition.  
 } } avec le pavé parallele en la 10 proposition.  
 } la place de l'œil, pour voir en perfection l'ombre donnée d'une figure ombrageable en la 12, 13, & 14 proposition.

Et par tous ces précédens, on trouve l'ombre d'une figure ombrageable donnée à la 11 proposition.

Le reste des propositions estant theoremes, servent de fondement & demonstration aux problemes susdits.

ADVERTISSEMENT A CEUX QUI SE VEULENT ADDONNER à la pratique de la Scenographie ou de l'ombragement.

**D**'Autant qu'au traité suivant de l'ombragement, se rencontrent plus de propositions & descriptions qu'il n'est besoin pour la pratique d'ombragement, servant de declaration aux causes, & de demonstration qu'iceluy ombragement, produit le vray ombre de l'ombrageable: S'ensuit qu'il pourroit estre difficile à ceux qui veulent ombrager en effect, d'en choisir ce qui proprement, & seulement leur sert pour l'actuel ombragement: Pour ceste fin nous disons icy, que celui qui voudroit tout croire sans demonstration (ce qui ne semble convenable à un bon Mathematicien, quand mesme ce ne seroit qu'à intention d'entendre puis apres les demonstrations) ou autrement si quelqu'un, qui une fois pour tout a bien entendu les demonstrations, & se fie sur la chose, puis apres voudroit ombrer en effect, pourroit commencer premierement au deuxiesme exemple de la 5 proposition operée mechaniquement, où se montre l'ombragement d'un point ombrageable dedans le pavé: Et au second exemple mechanique de la 6 proposition, l'ombragement d'un point ombrageable dessus le pavé, chacun avec un vitre à angle droit sur le pavé; car par la cognoissance de l'ombragement de deux tels points, on vient à l'ombre de toute ligne ombrageable donnée, en quoy consiste l'entier ombragement. Mais on se souviendra des abbreviations qu'on acquiert en l'operation, declarées apres l'onzieme proposition en six membres. Quant à l'ombragement par position du vitre à angle oblique sur le pavé, ou parallele avec iceluy, tel ombragement semble rarement requis, de sorte que l'exercice d'iceluy n'est gueres necessaire pour le premier: Combien toutefois que nous en descrivons des exemples en son lieu pour la parfaite cognoissance de l'entier ombragement.

DEFINITIONS.

DEFINITION I.

**O**mbragement c'est un plat pourtraict des choses haussées, apparoissant haussé.

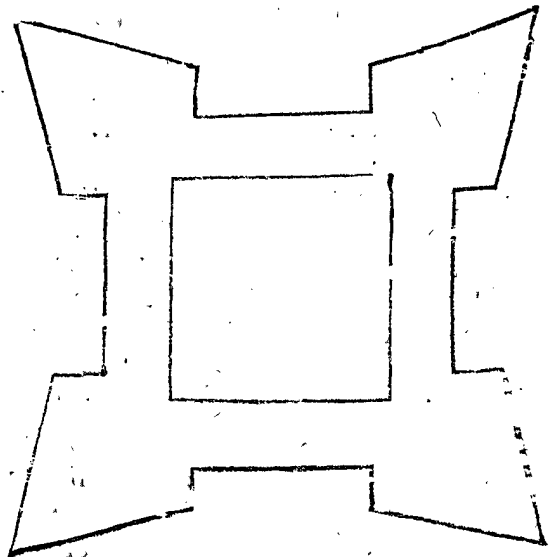
La perspective, comme genre, a diverses especes, telles que sont Catoptrique, Ombres refractes, Astrolabes, Quadrants au Soleil, l'Ombragement, & plusieurs autres, qui ont entre eux quelque communauté au perspectif. Mais comme leurs effects tendent à diverses fins, ils requierent consequemment diverse maniere d'operation, chaque espece estant comme un art particulier distinctement nommé & décrit par ordre. Entre iceux nous nous proposons icy la Scenographie: Or pour declarer manifestement par exemple les propriétés d'icelle, posé que quelqu'un voye un edifice par un vitre net, egal, plat, & reluisant, par lequel se voyent toutes choses comme elles sont, sans variation, & si sur la figure apparoissante, laquelle proprement n'est point dedans le vitre, on marquoit une figure qui y demeureroit: Icelle figure marquée plate, & approiffante haussée, seroit le vray ombragement d'iceluy edifice, veu d'icelle place. Mais parce que tels pourtraits ne sont pas tous requis sur le vitre, ou matieres transparentes, mesmement qu'on les veut avoir plus nets, qu'ils ne se pourroient faire de la sorte; en outre que les edifices & choses lesquelles on veut pourtraire, ne sont parfois point représentées en substace devant nostre veuë, mais seulement en l'imagination, on a trouvé certaines regles, par lesquelles on peut marquer justement les ombres des choses ombrageables, avec

leurs accourciffemens, allongemens, & changemens sur leur propre mesure ombrée: Or la description d'icelles, laquelle est ici nostre cöception, s'appelle Ombragement.

DEFINITION II.

**V**N corps estant coupé avec un plan horizontal, tellement qu'en iceluy apparoissent les communes sections du mesme plan, & des plans elevez, lesquelles y sont dedans, ou de fait, ou par imagination: ceste figure apparoissante est nommée Ichnographie, ou plan.

Soient par exemple les lignes de la figure suivante, denotans les communes sections du plan horizontal, &





# DE LA SCENOGRAPHIE.

des plans elevez de l'interieure, & exterieure escarpe-  
des rempars d'une forteresse; avec quatre boulevardis,  
sur un champ plan, & egal.

Ceste figure s'appelle Ichnographie, ou plan, qui vaut  
autant à dire, que pourtraict du fondement, sur lequel  
on veut bastir quelque chose, comme icy les rempars.

Mais pour ce qu'en iceluy on ne voit encôres la hau-  
teur, mesure, & forme d'iceux rempars elevez, il y a une  
troisieme espece de pourtraicture de ceste qualite.

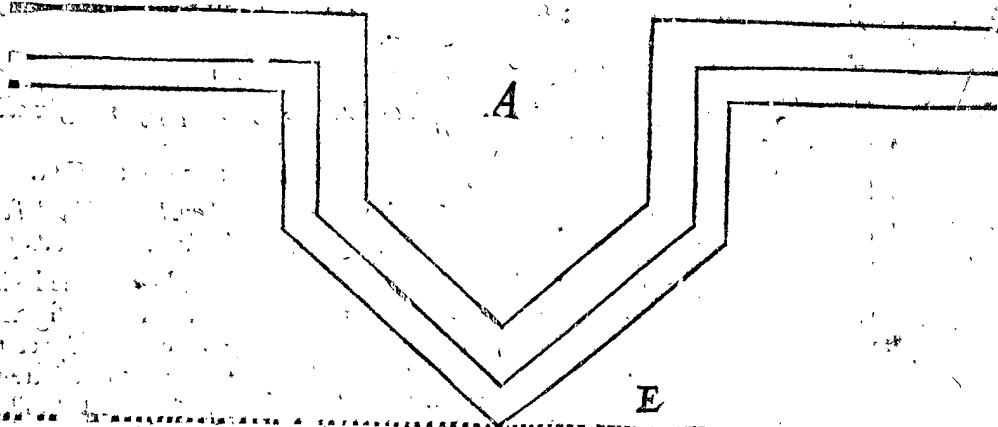
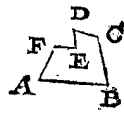
## DEFINITION III.

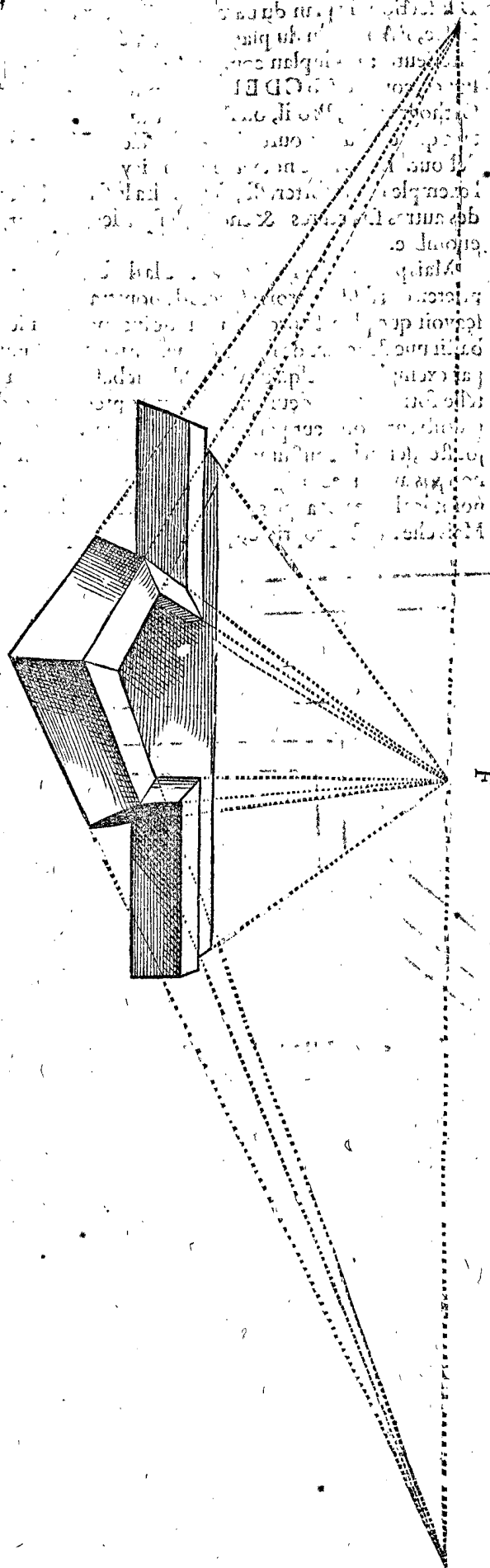
UN corps estant coupé avec un plan à angle droit sur l'horizon,  
de sorte qu'au mesme plan apparoissent les communes sections  
d'iceluy, & des superficies, lesquelles actuellement ou par imagina-  
tion le coupent: ceste figure apparoissante s'appelle Orthographie,  
Profil, ou Relief.

Soit pour exemple le rempart, lequel on feint sur le  
plan de la 2. definition, coupé avec un plan à angle droit  
sur l'horizon, & les sections qu'en font les autres plans,  
sont telles: A B section du plan horizontal, B C section  
du plan de l'escarpe exterieure, C D section du vertice,

DE section du plan du parapet, E F section du plan de  
l'allée, F A section du plan de l'escarpe  
interieure: Or le plan compris en ces  
lignes, comme A B C D E F, est nommé  
Orthographie, Profil, ou Relief, d'au-  
tant que c'est une pourtraicture dressée  
debout. Et comme nous avons mis icy  
l'exemple d'une forteresse, s'entendra le semblable aussi  
des autres structures, & choses, lesquelles on peint, ou  
enombre.

Mais pour parler maintenant de la difference, & pro-  
prieté des susdites trois especes de pourtraicture, il faut  
sçavoir que plan & profil, sont idoines pour par iceux  
bastir une structure de figure, & mesure requise: Comme  
par exemple, si quelqu'un dit qu'il veut bastir un fort de  
telle forme & grandeur que les figures precedentes de-  
montrent, on peut par icelles (l'eschelle y estant ad-  
joustée, selon la coustume) parvenir à son dessein: Mais  
non pas ainsi avec la figure ombragée, parce qu'elle n'a  
point les lignes, & angles proportionaux avec le requis;  
Mais elle a ceste propriété, qu'elle demontre pourquoy





le fort estant fait, il apparoit ou apparoisra à la veuë. Il faut aussi sçavoir que le plan & profil sont nécessaires au parfait ombragement : Par exemple, comme SON EXCELLENCE voulut enomber un certain boulevard, rempli entierement de terre, sur une courtine droite, il se propoisoit le plan icy comme A, duquel les ou-

vrages elevez, comme rempars, & parapets y venans dessus, sont denotez par le profil B; en outre C denote le pied, sur lequel est imaginée une ligne, comme ligne de spectateur, égale à CD; & à angle droit sur le pavé, (ce qui est icy sur le plan de la feuille), & au bout de ceste ligne estoit la place de l'œil en l'air, d'où il voulut qu'on vist le boulevard, & suivant ceste position il en fit le present ombragement, lequel tiré de son pourtrait fut taillé en bois, & imprimé comme on voit icy à costé. Mais pour mettre l'œil devant l'ombre sur sa deuë place, dont l'invention est enseignée cy-devant, on imagineroit sur le point F une ligne droite égale à C, & à angle droit sur le plan de la feuille; Car au bout d'icelle appliqué l'œil, on voit l'ombre en sa perfection,

DEFINITION IV.

**N**ous nommons l'ombrageable, selon lequel se fait l'ombragement: Et iceluy ombragement achevé, son ombre.

Comme un point, ligne, superficie, ou corps, selon lequel se fait l'ombragement, est nommé en general d'ombrageable, & en particulier, point ombrageable, ligne ombrageable, superficie ombrageable, corps ombrageable: Mais l'ombragement fait selon chacun d'iceux, s'appelle leur ombre.

DEFINITION V.

**P**avé est le plan, sur lequel est dressé, ou git une figure ombrageable.

DEFINITION VI.

**O**eil c'est un point, qu'on pose faire l'office de l'œil voyant.

DEFINITION VII.

**L**igne de Spectateur, c'est une ligne droite de l'œil jusques au pavé, & son extremité dedans le pavé, se dit pied.

Puis que la ligne perpendiculaire de l'œil, jusques au pavé sur lequel est dressé un edifice, ou figure ombrageable, a similitude avec la longueur du Spectateur, elle est appellée ligne de Spectateur, & son extremité dedans le pavé se nomme aussi pied, pour la similitude qu'elle a avec iceluy.

DEFINITION VIII.

**M**esure de Spectateur, c'est une ligne égale à la ligne de Spectateur.

D'autant que la vraye ligne du Spectateur est dressée sur le pavé, par la 7 definition, & que pour imiter cecy proprement, il faudroit marquer sur les feuilles des livres prinnes comme pavé, des lignes dressées sur le plan d'icelles feuilles, ce qui difficilement se pourroit faire, & avanceroit bien peu la doctrine; il est souvent necessaire de marquer sur le plan de la feuille la longueur de telle ligne, laquelle n'estant point la propre ligne du Spectateur mesme, ains seulement la mesure d'icelle, nous la nommons mesure de Spectateur.

DEFINITION IX.

**V**itre, c'est un plan infini entre l'œil, & la figure ombrageable, dedans lequel on pose que l'ombrageable represente son ombre.

Veü qu'au lieu du vitre, dont nous avons parlé en la note de la 1 definition, on feint un plan, dedans lequel on pose apparoitre l'ombre de l'ombrageable, ce plan pour le distinguer d'autres plans, est nommé vitre.

DEFINITION X.

**V**itre base, c'est la commune section du vitre, & du pavé.

DEFINITION XI.

**R**ayon c'est la ligne droite procedante de l'œil.

DEFINITION XII.

**P**oinct de conjonction, est celuy dedans lequel se conjoignent les ombres prolongées de diverses lignes ombrageables droites & paralleles.

Les lignes ombrageables droites & paralleles estant prolongées, ne se peuvent assembler par la 35 definition d'Euclide, mais bien leurs ombres prolongées, quand elles ne sont paralleles de leur ombrageable, comme il sera déclaré en la 3 proposition. Or la conjonction d'icelles se dit poinct de conjonction.

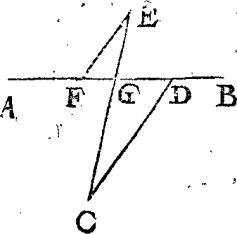
DEFINITION XIII.

**E**T telles lignes, lesquelles s'assemblent ainsi au poinct de conjonction, sont appellées lignes de conjonction.

DEFINITION XIV.

**V**ne ligne droite tirée dedans le pavé du pied jusques à la vitrebasse, se dit ligne de pavé: & son attouchement dedans le vitre, attouchement de la ligne de pavé.

Soit par A B denotée la vitrebasse, C le pied, duquel est tirée la ligne droite CD jusques à la vitrebasse, icelle CD s'appelle ligne de pavé, & son attouchement D dedans le vitre, attouchement de la ligne de pavé.



DEFINITION XV.

**E**stant d'un poinct ombrageable donné au pavé, tirée une infinie parallele avec la ligne de pavé: la section d'icelle en la vitrebasse, nous la nommons section premiere de la vitrebasse.

Soit E dedans la figure de la 14 definition un poinct ombrageable, duquel est tiré un plan infini EF parallele avec DC, coupant la vitrebasse AB en F, icelle section F nous nommons premiere section de la vitrebasse.

DEFINITION XVI.

**E**stant d'un poinct ombrageable donnée au pavé, tirée une ligne droite jusques au pied: la section d'icelle en la vitrebasse, nous nommons section seconde de la vitrebasse.

Soit en la figure de la 14 definition, du poinct ombrageable donné E, tiré la ligne droite EC de E jusques au pied C, coupant la vitrebasse AB en G, icelle section nous la nommons seconde section de la vitrebasse.

PETITIONS.

PETITION I.

**Q**ue le poinct naturel ombrageable, son ombre en un vitreplan naturel, & l'œil naturel, soient en une ligne droite.

Un poinct naturel ombrageable, son ombre en un vitreplan naturel, & l'œil naturel, ne sont necessairement en une ligne droite, d'autant que nous ne voyons aucune chose essentielle, ains tant seulement l'ombre d'icelle, possible sur une autre place, ce qui se prouve ainsi: Quelqu'un pressant de costé son œil, fait que ce qu'il voit, recule bien loing de la place, ou il le voyoit sans presser: Et combien qu'aucuns ayent la veüe telle, qu'ils ne puissent appercevoir ce changemēt qu'à grand'peine, voire point du tout; aucuns neantmoins le voyent tres-bien. Je l'ay trouvé en effect excéder 33 degrez,

car aussi grand estoit l'angle entre les deux ombres; l'une veüe de l'œil presse, l'autre du libre: Mais la vraye chose demeure en sa place, pourtant ce qui s'esloigné tant de son lieu, n'est pas la chose essentielle mesmes; ains seulement l'ombre d'icelle: Laquelle ombre estant avec son ombre dedans le vitre naturel, & l'œil naturel, en ligne droite, certes la vraye chose estant veritablement comme dit est, à un autre lieu, ne peut avec les autres deux estre en ligne droite: De là s'en suit que quand par le mot, *poinct ombrageable*, on entendoit l'ombre veüe du poinct essentiel, qu'alors le poinct ombrageable, son ombre en un vitreplan naturel, & l'œil naturel, seroient en une ligne droite, sans que de cela il faut quelque petition. Mais d'autant que pour le present autre est l'opinion vulgaire, nous avons voulu demander cecy pour n'estre reprins de ceux qui cy-apres pourront mieux entendre la chose.

Quant à ce que quelqu'un pourroit repliquer à ce que nous avons dit cy-devant, que quand l'œil est libre sans pressement, qu'alors l'ombre veüe couvre justement la matiere essentielle, & sont ensemble comme une mesme chose; dequoy s'en suit qu'en tel regard avec le mot poinct ombrageable, estant entendu le poinct naturel ombrageable, qu'iceluy avec son ombre dedans le vitre, & l'œil, sont en une ligne droite, sans qu'il en faille faire demande. Sur cecy on respond, que plusieurs yeux non pressez, voyent l'ombre à une autre place que là où est la chose essentielle, comme les yeux des louches qui voyent deux choses pour une, ou ceux qui sont seulement louches d'un œil: Et combien que certains yeux moins louches, apperçoivent moindre difference entre l'ombre & la chose essentielle, & les yeux du tout droits nulle; neantmoins considerant que de la parfaite droiture ne se peut faire parfaite preuve, (car deux yeux de semblable disposition peuvent avoir chacun vice à la veüe, sans toutefois que pour cela ils voyent deux ombres pour une) si semble-il que la demande est assez fondée en raison. Notez encore que par diverses autres occasions que par l'œil, les ombres reculent de leur chose essentielle, comme celles qu'on presume voir dedans l'eau; car oncques homme ne vit non seulement dedans l'eau quelque chose essentielle, mais aussi ne vit la mesme ombre, laquelle il en peut voir en l'air, mais une autre à une autre place: Ce qui appert en cela, qu'un jetton, ou autre chose, gisent sur le fond d'un vase vuide, de sorte qu'on ne puisse voir le jetton, ou pour parler plus proprement l'ombre d'iceluy jetton, à cause du bord du vase, & que plus on remplit le vase avec de l'eau, on void le jetton comme il semble manifestement: Mais ce n'est point le jetton essentiel, ni aussi l'ombre qu'on peut voir en l'air, mais une autre ombre causée par l'eau. Et de mesmes se comportent les lumieres celestes, les ombres desquelles se voient sur l'horizon, devant que les lumieres essentielles soient dessus, ce qui est une autre ombre causée par les vapeurs aerieuses. On trouve plusieurs autres divers changemens de ces ombres comme par le feu, par vitres obliques, & autres matieres reluisantes comme miroirs: Mais puis que le traicté de telles choses se rapporte plus proprement aux catoptriques, nous l'avons adjousté là & obmis icy.

PETITION II.

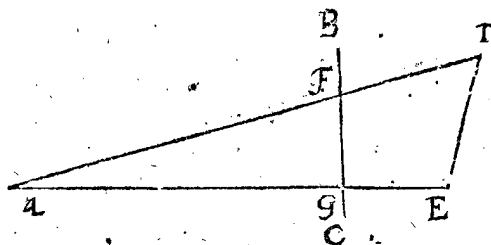
**Q**'un poinct, ligne, ou plan ombrageable, donné au vitre, serve aussi pour son ombre.

S'ENSUIVENT LES PROPOSITIONS.

THEOREME I. PROPOSITION I.

**L**igne droite entre deux ombres des points ombrageables, est ombre de la ligne droite ombrageable entre les mesmes deux points ombrageables.

*Le donné.* Soit A l'œil, la ligne droite BC le vitre veu de costé, D & E deux points ombrageables, & DE la ligne droite entre deux soit la ligne ombrageable:

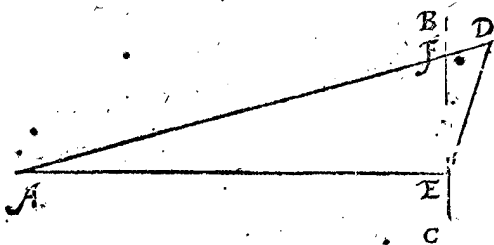


Puis tirant les lignes AD, AE, elles transpercent le vitre en F & G, lesquels sont par la premiere petition ombres des points ombrageables D & E.

*Le requis.* Il faut demonstrier que la ligne FG est ombre de l'ombrageable DE.

DEMONSTRATION.

Comme le point ombrageable D, a pour ombre F, & le point ombrageable E pour ombre G; ainsi faut-il manifestement que tout point ombrageable entre D & E, aye son ombre entre F & G, & par conséquent la ligne FG est ombre de l'ombrageable DE.



Mais si l'un des points ombrageables, comme E, estoit posé dedans le vitre comme icy joignant, il fera par la deuxiesme petition son ombre propre, & FE sera manifestement ombre de DE.

*Conclusion.* La ligne droite donc entre deux points ombrageables, est ombre de la ligne droite ombrageable entre les mesmes deux points ombrageables; ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME II. PROPOSITION II.

**L**es lignes paralleles ombrageables, estant veuës par le vitre qui est parallele avec les paralleles: Leurs ombres dedans le vitre sont aussi paralleles.

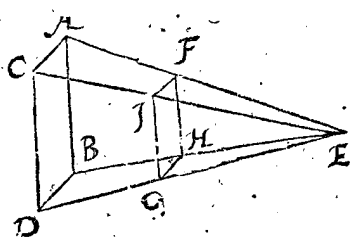
Quand le vitre n'est point parallele avec les lignes paralleles ombrageables, leurs ombres n'y apparoissent point paralleles, comme il sera demonstrier en la 3 proposition: Mais que le contraire advienne quand le vitre est parallele avec les lignes ombrageables, nous le demonstrierons icy.

*Le donné.* Soient AB & CD deux lignes paralleles ombrageables, E l'œil, & par FG tende le vitre parallele avec les deux paralleles AB & CD.

*Le requis.* Il faut demonstrier que les ombres de AB & CD sont pareillement paralleles dedans le vitre.

*Preparation.* Soient tires les deux lignes AC, BD, & les quatre rayons EA, EB, EC, ED, comprenans la pyramide EABDC, & transperçans le vitre en H, F, I, G.

DEMONSTRATION.  
Que FH soit ombre de l'ombrageable AB, & IG de CD, appert par la premiere proposition. Mais



qu'icelles deux ombres FH, IG soient aussi paralleles se demonstret ainsi: D'autant que la pyramide EABDC est coupée avec un plan HFIG parallele de la base ABCD, il faut que la section soit semblable à la mesme base ABCD: Partant FHGI est semblable à ABCD, dedans lequel FH estant homologue avec AB, & IG avec CD, estant en outre AB avec CD pareillement parallele, faut que HF soit aussi avec GI parallele.

*Conclusion.* Les lignes paralleles ombrageables doncques estant veuës par le vitre qui est parallele avec les paralleles: Leurs ombres dedans le vitre sont aussi paralleles; ce qu'il falloit demonstrier.

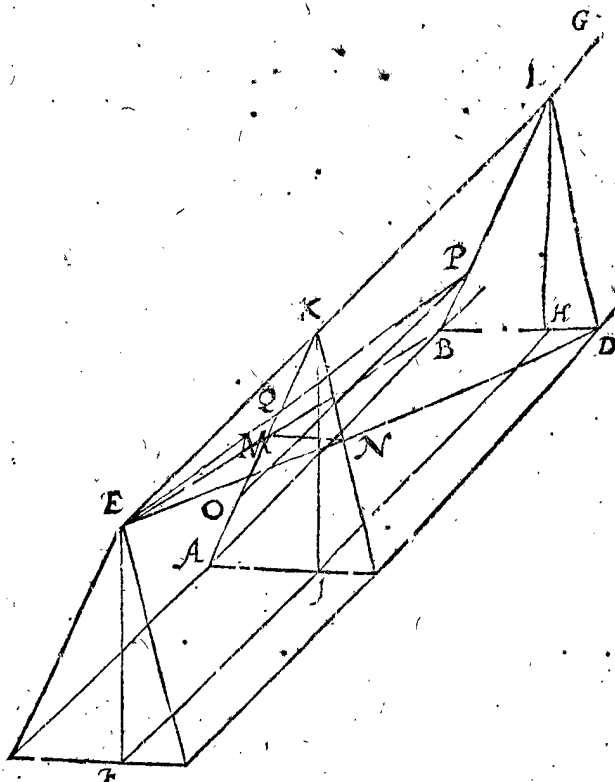
CONSEQUENCE.

Il appert par le precedent, qu'un plan ombrageable parallele du vitre, donne tousiours une moindre ombre semblable au plan ombrageable.

THEOREME III. PROPOSITION III.

**L**es lignes paralleles ombrageables estant veuës par le vitre qui n'est parallele avec les paralleles, & leurs ombres estant prolongées en iceluy, elles conjoignent en un mesme point du rayon qui est parallele avec l'ombrageable parallele, & icelles ombrageables estant pareillement paralleles avec le pavé, leur point de conjunction vient aussi haut dessus le pavé comme l'œil.

*Le donné.* Soient AB & CD deux lignes paralleles ombrageables, E l'œil, F le pied, entre lesquels est tirée la ligne de spectateur EF, & hors de l'œil E l'infinie EG parallele avec AB denotant un rayon: Plus; la ligne FH parallele avec AB, coupant AC en I, & tou-



chant BD en H: Puis IK avec HL toutes deux paralleles & egales avec FE, & soit par ACK tiré un vitre qui n'est

n'est point parallele avec les paralleles AB & CD, desquelles la vitrebafé foit AC; & les ombres des lignes ombrageables AB, CD apparoiſſantes dedans le vitre infini font AM, CN, par la 1<sup>re</sup> propoſition.

*Le requis.* Il faut demonſtrer qu'icelles AM, CN eſtant prolongées, conjoindront en un meſme point du rayon EG, à ſçavoir en K (qui eſt par la 12<sup>e</sup> definition le point de conjonction) auſſi haut deſſus le pavé, comme l'œil.

*Preparation.* Soit par les trois points E, A, B, tiré un plan infini; pareillement un plan infini par les trois points E, C, D.

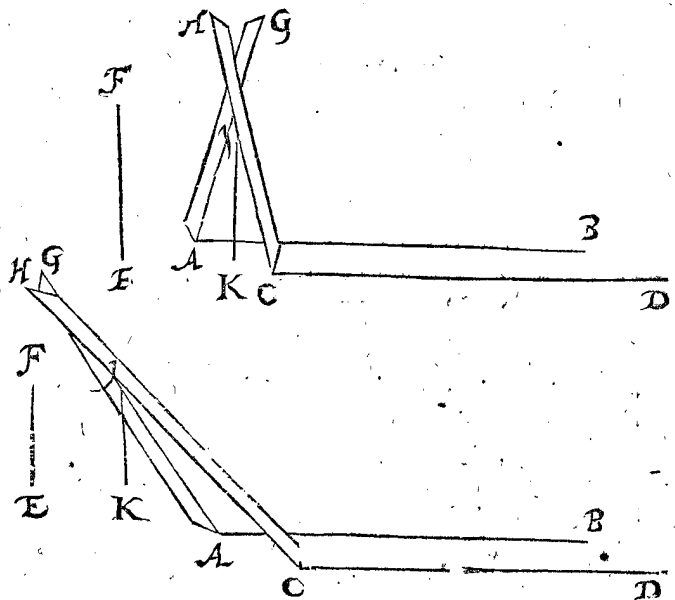
DÉMONSTRATION.

D'autant que les deux plans infinis par EAB & ECD s'entrecoupent au point E, il faut que leur ſection ſoit parallele avec AB; Pourtant EG eſt neceſſairement commune ſection d'iceux plans. Ce qu'eſtant ainſi, les quatre points E, A, B, L, ſont tous en un meſme plan, comme ſont auſſi en un meſme plan les quatre points E, C, D, L. Apres, pource que AM eſt ombre de la ligne ombrageable AB, laquelle par le donné eſt veüe de l'œil E, il faut que AM ſoit au meſme plan où eſt AB: Mais AB eſt au plan infini par EAB; pourtant AM eſt auſſi au meſme plan: Elle eſt auſſi dedans le vitre infini par le donné, pourtant la ligne prolongée AM touche la ligne EL (entant que commune ſection des deux plans) en K: Mais que la prolongée CN doive pareillement venir juſques au meſme point K, ſe demonſtre ainſi: CN eſt (pour les raiſons qui ſont declarées de AM) dedans le plan infini par ECDL, pareillement dedans le vitre infini ACK; pourtant la prolongée CN doit rencontrer en quelque endroit la commune ſection EG des deux plans infinis: Soit, s'il eſtoit poſſible, en quelque point entre K & G, ou entre K & E: Mais tous tels points ſont hors le vitre, pourtant la ligne droite CN eſtant dedans le vitre, & droitement prolongée, viendroit à s'eſtendre dehors le vitre, ce qui eſt impoſſible. Mais ſi elle vient plus haut ou plus bas que la ligne EG, elle devroit courir hors le plan infini ECDL, ce qui pareillement ne ſe peut faire. AM doncques & CN eſtans prolongées, ſe conjoignent en un meſme point du rayon EG. Quant à ce que le point de conjonction K, vient auſſi haut deſſus le pavé que l'œil E, appert en ce que KI & EF ſont paralleles, entre les paralleles EK, FI.

Nous avons demonſtré juſques icy que les ombres AM, CN eſtant prolongées, ſe conjoignent en un meſme point, & ce de deux lignes ombrageables AB, CD, lesquelles giſent dedans le plan ABCD: Mais pour declarer la generalité de la propoſition ſur toutes paralleles auſſi en un autre plan, ſoit prolongée une ligne ombrageable OP parallele avec AB, mais deſſus icelle AB en un autre plan que ABCD, & eſtant le point O, je prens, en AM; & P en LB: Puis ſoit tirée EP coupant AK en Q. Ce qu'eſtant ainſi, il eſt notoire que comme AM eſt ombre de AB, qu'ainſi il faut que OQ pareillement ſoit ombre de OP. Mais que le meſme OQ prolongée ſ'aſſemble auſſi au point de conjonction K, eſt manifeſte.

*Conclusion.* Les lignes doncques paralleles ombrageables, eſtant veües par le vitre qui n'eſt parallele avec les paralleles, & leurs ombres eſtans prolongées en iceluy, ſe conjoignent en un meſme point du rayon qui eſt parallele avec les ombrageables paralleles, & icelles ombrageables eſtans pareillement paralleles avec le pavé, leur point de conjonction vient ſi haut deſſus le pavé comme l'œil; ce qu'il falloir demonſtrer.

Si quelqu'un vouloit voir en effect, comme meſmes SON EXCELLENCE a fait, le contenu du precedent theoreme, pourra faire ainſi: Il tirera deux lignes paralleles avec de la croye, cordes tenduës, ou choſes ſemblables, ſur un pavé uni horizontal: Lesquelles deux lignes paralleles ſont denotées avec AB, CD; Puis EF ſignifie la longueur de la ligne du Spectateur, de laquelle F denote l'œil du Spectateur; plus ſont dreſſées deux regles de bois ſur les paralleles, comme la regle AG, & CH, ſe croiſant reciproquement au point I; de ſorte que le meſme point I eſt de telle hauteur deſſus le pavé commel'œil F, ainſi que IK eſt egale avec EF. Ce qu'eſtant ainſi, il verra que la ligne fiducielle AI, vient droitement devant AB, & CI devant CD: Ce qui ſe trouve ainſi en toutes diſpoſitions droites ou obliques où on met les regles, voire & ſi la ligne perpendiculaire ne tombe de I juſques à K entre les deux paralleles, mais autre part loing de la, comme en la ſeconde figure. On verra auſſi qu'encore qu'il ſeroit poſſible



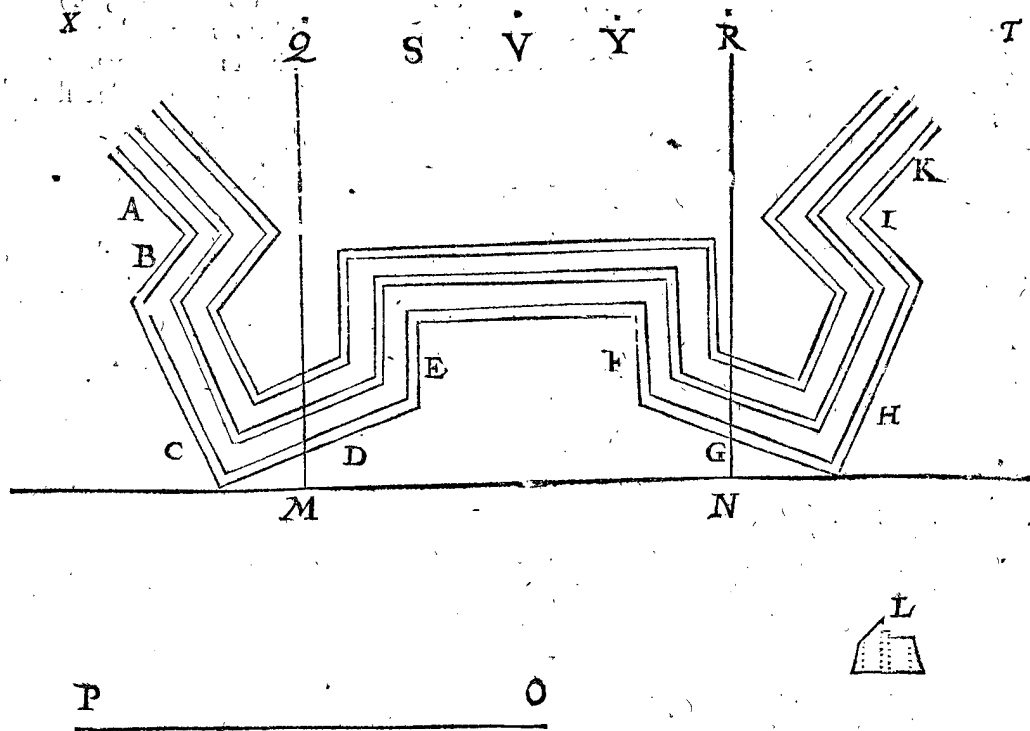
de prolonger infiniment les deux ombrageables paralleles AB, CB, qu'elles s'accorderoient nonobſtant avec la ſuſdite ligne fiducielle, & demeureroient couvertes ſous icelle. Mais ſi on avance le point du croiſement I, plus haut ou bas que l'œil du ſpectateur F, ou qu'autrement qu'on mette l'œil de coſté de I, ainſi que la ligne droite de F juſques I ne ſoit parallele avec AB, il eſt impoſſible de voir accorder icelles lignes fiducielles toutes deux enſemble ſur les ſuſdites paralleles. Cecy eſtant ainſi entendu, & qu'on ſe propoſe par imagination, que les deux lignes fiducielles AI, CI ſoient apparoiſſantes en un vitre, comme ombres prolongées de AB, CD, on voit comment leur conjonction ſe fait ſur un meſme point, qui eſt au point de conjonction, auſſi haut deſſus le pavé comme l'œil. En ceſte ſorte on trouve auſſi le meſme, mettant les regles ſur autres lignes ombrageables paralleles avec AB, és plans plus haut ou bas que le plan ABCD. Desquelles choſes les cauſes ſont mathematiquement demonſtrées en la ſuſdite 2<sup>e</sup> propoſit.

THEOREME IV. PROPOSITION IV.

**E**ſtans diverſes parties de lignes ombrageables paralleles, lesquelles ſont auſſi paralleles avec le pavé, mais non paralleles avec le vitre, & l'une partie des paralleles non parallele des autres: Leurs divers points de conjonction ſont tous egalemt hauts deſſus la vitrebafé.

*Le donné.* Soit ABCDEFGHIK le plan de la partie d'un fort regulier dedans le cercle inscriptible, ayant 8 bouleverts, desquels ceste partie en comprend deux, L soit le profil; MN la vitrebasse, le vitre de laquelle à angle droit sur le pavé tend par les deux points extremes des bouleverts, qui est aussi parallele avec la grande courtine entre deux, O est le pied, OP mesure du Spectateur, egale à la ligne du Spectateur imaginée à angle

droit sur le pavé. Les remparts ont six lignes: La premiere denote l'extremite del'escarpe exterieure: De là jusques à la seconde ligne est la largeur de l'escarpe: Jusques à la troisieme, la largeur du parapet: Jusques à la quatrieme, la largeur du bancquet: Jusques à la cinquieme, la largeur du chemin sur le rempart: Jusques à la sixieme, la largeur de l'escarpe interieure, de laquelle on peut voir en l'orthographie ou profil L plus



manifeste declaration. En ceste Ichnographie ou plan sont sept diverses parties de lignes droites paralleles, mais l'une partie non parallele avec l'autre. La premiere partie des douze lignes, à sçavoir six de la grande courtine A, avec les six de l'espaule I, lesquelles sont paralleles avec les lignes A, d'autant que c'est une partie d'un octogone regulier: La seconde partie des douze lignes, à sçavoir six de l'espaule B, & six de la grande courtine K: La troisieme partie, six paralleles de C: La quatrieme, six paralleles de D: La cinquieme douze paralleles de E avec F: La sixieme, six paralleles de G: La septieme, six paralleles de H. Quant aux six paralleles de la grande courtine, qui sont paralleles avec le vitre MN, leurs ombres prolongées n'ont pas de point de jonction par la 2 proposition. Sur toutes les susdites lignes sont imaginées les ombrageables egales & paralleles avec icelles, mais chacune aussi haute dessus le pavé comme le profile demonstre: Tellement qu'il y a sept telles parties des lignes, ayant dedans le vitre qui est imaginé à angle droit sur le pavé par MN sept divers points de jonction, lesquels sont icy designez sur le pavé avec Q, R, S, T, V, X, Y, aussi loing de la vitrebasse MN comme ils en viennent au vitre, à sçavoir Q comme point de jonction des ombres prolongées de l'ombrageable dessus A & I: Et R point de jonction des ombres prolongées des ombrageables dessus B & K; & ainsi par ordre des autres.

*Le requis.* Il faut demonstrier qu'iceux sept divers points de jonction sont egalemeent haut dessus la vitrebasse.

*Preparation.* Soient tirées des points de jonction Q & R, deux lignes à angle droit sur la vitrebasse, lesquelles sont QM, RN. Mais puis qu'elles sont dedans le pavé auquel est la donnée Ichnographie, qui toute-

fois proprement devoient estre au vitre à angle droit sur le pavé dessus la vitrebasse MN; prenons doncques par imagination, que sur MN soit dressé tel vitre, & que les lignes QM, RN soient tournées en haut, tournantes sur les points M, N, tant qu'elles soient à angle droit sur le pavé dedans le vitre.

#### DEMONSTRATION.

D'autant que Q est point de jonction des paralleles dessus A & I, estant avec la ligne QM à angle droit sur le pavé par la preparation, & que par la 3 proposition le point de jonction Q soit aussi haut dessus le pavé, que l'œil dessus le pied O, qui est autant comme OP, il faut que QM soit egal à OP. Et par semblables raisons on demonstrera que RN est pareillement egale à OP; parquoy aussi QM & RN sont egales, & par consequent les deux points de jonction Q & R sont egalemeent haut dessus le pavé. Le semblable sera demonsté de tous points de jonction.

*Conclusion.* Estant doncques diverses parties de lignes ombrageables paralleles, lesquelles sont aussi paralleles avec le pavé, mais non paralleles avec le vitre, & l'une partie des paralleles non parallele des autres: Leurs divers points de jonction sont tous egalemeent hauts dessus la vitrebasse; ce qu'il falloit demonstrier.

#### PROBLEME I. PROPOSITION V.

*Estant donné un point ombrageable dedans le pavé, le vitre à angle droit sur le pavé, le pied, & la ligne du Spectateur: Trouver son ombre.*

#### I Exemple par operation Mathematique.

*Le donné.* Soit A un point ombrageable dedans le pavé, BC la vitrebasse, le vitre de laquelle est imaginé à angle droit sur le pavé, D le pied, sur lequel par imagination

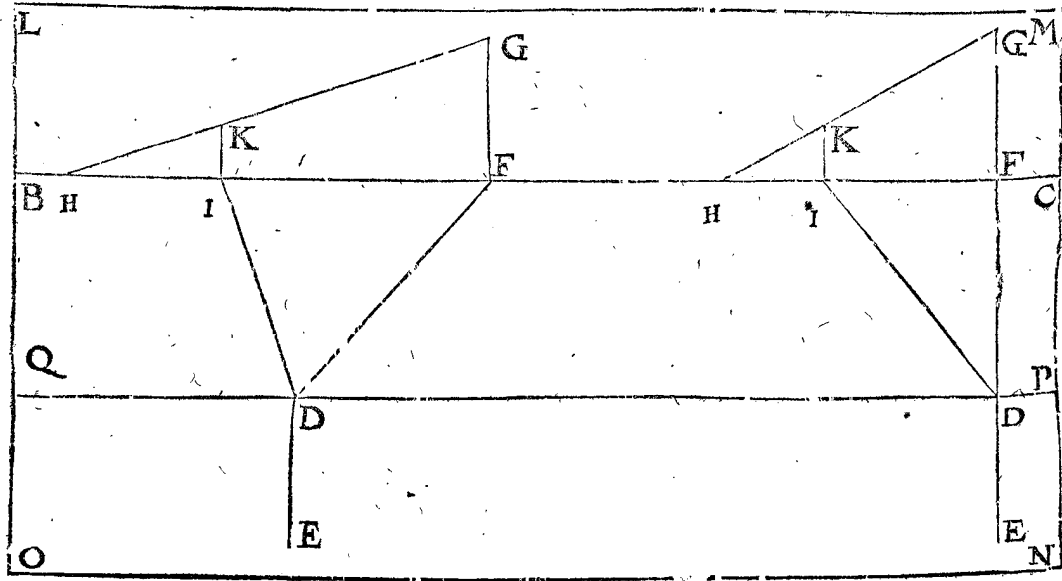


AV RELIEUR.

Le Relieur de livres se souviendra que ce quadrangle signé LMNO, doit estre coupé par ses quatre lignes LM, MN, NO, OL, & qu'alors le quadrangle BCPQ, se doit coller sur le quadrangle marqué T à la 529 page, du premier livre des Perspectives, mais ainsi que les deux quadrangles LM CB, PNOQ, se peuvent dresser debout, & remettre embas quand on veut.

AENDEN-BOUCKBINDER.

Den Bouckbinder sal ghedencken dat dese vierhouck gheteuyckent LMNO uytgesneden moet worden, door de vier linien LM, MN, NO, OL, en dat alsdan den vierhouck BCPQ gepapt moet zijn op den vierhouck geteuyckent T inde 529 zijde vant eerste bouck der Deursichtige, maer also datmen de twee vierhoucken LM CB, en QPNO mach recht over-eynde stellen, en wederom als men wil plat neder-leggen.





gination nous prenons estre erigée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur DE, à l'angle droit sur le pavé.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre du point ombrageable A.

OPERATION.

Pour le premier je tire du pied D, jusques à la vitrebase BC, la ligne de pavé DF, ainsi qu'il advient, hormis qu'au cas qu'icelle ligne de pavé soit prolongée, ne tende par le point ombrageable A, dequoy la raison sera declarée cy-apres.

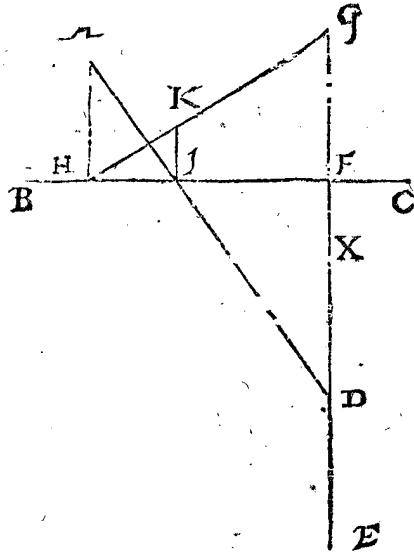
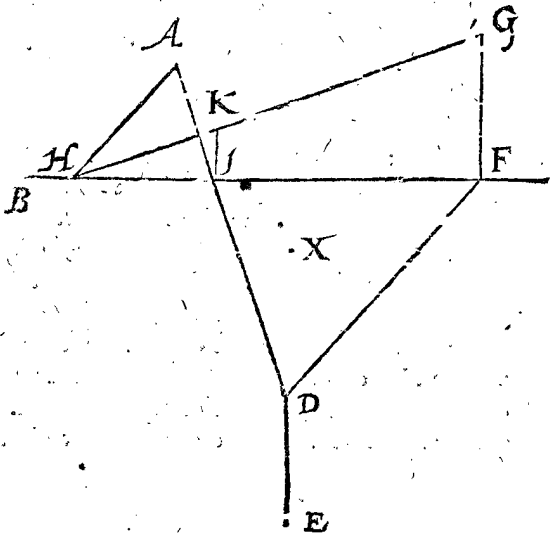
Pour le second, de l'atouchement de la ligne de pavé F, la mesure de Spectateur FG à angle droit sur la vitrebase BC, & egale à la mesure de Spectateur DE.

Pour le troisieme, du point ombrageable donné A, la ligne AH parallele avec la ligne de pavé DF, coupant la vitrebase BC en H, comme sa premiere section.

Au quatriesme, la ligne GH, laquelle icy & au suivant je nomme ligne de conjunction, d'autant qu'elle est en l'operation de l'ombragement, ou qu'on en nombre des paralleles, comme ligne de conjunction, le point de conjunction de laquelle G, & ayant en soy l'ombre de AH.

Au cinquieme, la ligne du point ombrageable A jusques au pied D, coupant la vitrebase BC en I, comme sa seconde section.

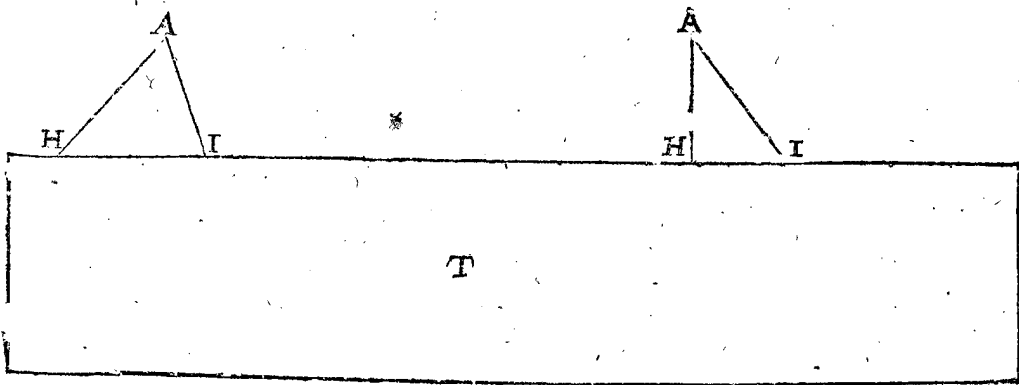
Au sixiesme, de la seconde section I une ligne à angle droit sur la vitrebase BC, jusques à ce qu'elle rencontre la ligne de conjunction GH, qui soit en K.



Ce qu'estant ainsi, je dis que le point K est l'ombre requise du point ombrageable A, ce qu'on entendra ainsi : Posé que le plan dedans lequel est l'ombre K comme au vitre, soit par imagination separable du pavé, & tournant sur la vitrebase BC comme axe, soit mis à angle droit sur le pavé, qu'aussi pareillement soit dressée à angle droit sur le pavé la ligne ED ; demeurant le point D ferme, & venant E en l'air comme œil : Ce qu'estant ainsi, je dis qu'alors l'œil E, le point K, & le point ombrageable A, sont tous trois en une ligne droite, & pourtant K ombre de A.

*Preparation de la demonstration.* Veu que la susdite se-

paration du vitre & pavé par imagination pourroit estre obscure, nous la separerons actuellement comme s'ensuit : Soient les deux figures precedentes encore remarquées, mais tellement que par l'aide de double papier la figure qui s'entend devoir venir dedans le vitre, se puisse separer de la figure dedans le pavé, qu'on puisse aussi dresser debout la mesure de Spectateur DE donnée dedans le pavé, comme ligne de Spectateur tournant le vitre sur la vitrebase BC comme axe, & la ligne de Spectateur sur le pied D, afin de pouvoir ainsi mettre le vitre & la ligne de Spectateur toutes deux sur le pavé, lesquelles je suppose estre ainsi dressées en effect.



DEMONSTRATION.

D'autant que le vitre, auquel est K, & la ligne de Spectateur DE, sont maintenant tous deux à angle droit sur le pavé par la preparation, je dis que la ligne droite de l'œil E par le vitre jusques au point ombrageable A

transperce le mesme vitre en K comme ombre de A, qui se demonstre ainsi : Le rayon imaginé de E jusques à G, est parallele avec DF, & DF parallele avec HA, par le troisieme article de l'operation ; parquoy EG est parallele avec HA, & pourtant G est point de conjunction de l'ombre prolongée de l'ombrageable. HA

yy par

par la troisieme proposition ; parquoy il faut que l'ombre de HA soit en la ligne de jonction GH, & pourtant est aussi l'ombre de A en HG : elle est aussi dedans le plan infini tendant par AED, mais iceluy plan coupe HG en K, pourtant K est l'ombre de A.

## N O T E Z.

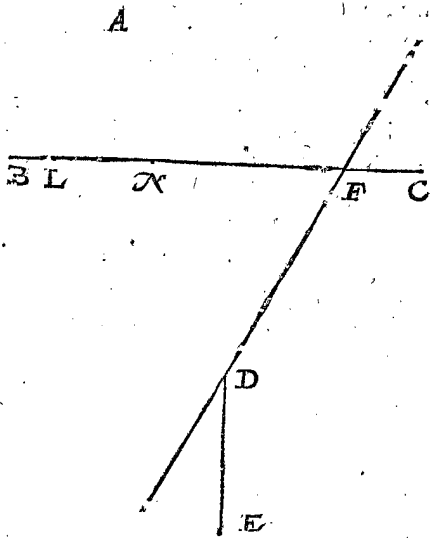
Il est dit au premier article de l'operation que la prolongee ligne de pavé DF ne peut tendre par le point donné A ; la raison est que faisant autrement, l'attouchement de la ligne de pavé, & H premiere section de la vitrebasse tomberoient au troisieme article tousiours en un mesme point, par lequel on ne parvient à aucune conclusion : Dont encores cecy s'ensuit : quand on tire la ligne de pavé DE, ainsi que l'attouchement de la ligne de pavé tombe fort pres de la premiere section de la vitrebasse H, l'operation mechanique aura là peu de certitude, quoy que considerée mathematiquement elle soit la mesme.

*Briefveté sur l'operation.*

Si dedans le pavé estoient deux ou plusieurs points ombrageables donnez, comme A, tombans tous ensemble en une mesme ligne droite, on peut premierelement pour brieveté tirer la ligne AH par iceux deux ou plusieurs points, & la ligne de pavé, comme DF parallele avec icelle ; afin que les deux lignes, comme AH, GH demeurent les mesmes en l'invention de l'ombre de chaque point ombrageable.

*2 Exemple par operation mechanique.*

Quand on ne marque pas l'ombre d'un point om-



Ceste preparation estant une fois ainsi faite, nous declarerons maintenant par ce point ombrageable donné A dedans le pavé, comment se marquent au vitré tous les points ombrageables donnez dedans le pavé, & cela par six articles.

*L'operation mechanique.*

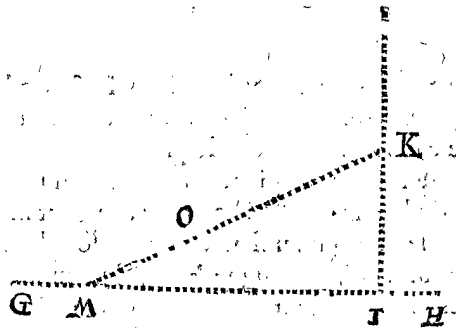
Premierement je mets l'un des pieds du compas sur le point ombrageable donné A, l'autre en la prolongee ligne de pavé DF, de sorte que la ligne droite imaginée de l'un des pieds du compas jusques à l'autre, vienne quasi selon le jugement de l'œil à angle droit sur la mesme prolongee ligne de pavé DF, & demeurant alors iceluy pied immobile sur A, on décrit avec l'autre un petit arc occulte, lequel touchant la ligne prolongee

brageable dedans un plan particulier comme vitre, mais au pavé mesme, comme il a esté fait cy-devant pour la demonstration mathematique, & que plusieurs points sont à ombrager ; leurs ombres seroient fort obscurcies avec les points ombrageables, & autres lignes de l'operation : Pour à quoy obvier, nous declarerons comment on marque l'ombre en l'actuel ombragement sur un plan particulier comme vitre.

*Le donné.* Soit à ceste fin encores A un point ombrageable dedans le pavé, BC la vitrebasse, le vitre de laquelle est imaginé à angle droit sur le pavé, D le pied, sur lequel par imagination nous prenons estre dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur DE, laquelle ligne de Spectateur est comme le vitre aussi à angle droit sur le pavé.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre du point A.

*Preparation de l'operation Mechanique.* Je tire du pied D, jusques à la vitrebasse BC la ligne de pavé DF comme il advient, horsmis que si ceste ligne de pavé estoit prolongee elle ne tendroit pas par le point ombrageable donné A : Apres on prolonge icelle ligne de pavé assez loing de deux costez, pour sur icelle pouvoir faire l'operation suivante : Puis je tire sur un autre plan, dedans lequel comme vitre je requiers l'ombre, la ligne occulte GH comme vitrebasse, marquant en icelle le point I, comme homologue avec F, puis la ligne occulte IK à angle droit sur la vitrebasse GI, & de telle sorte que la mesme IK, comme mesure de Spectateur au vitre, soit egale à la donnée mesure de Spectateur DE. Soit puis apres la mesme mesure de Spectateur IK assez prolongee.



de pavé DF sans couper, j'ay sur le compas la longueur desirée.

Au second, demeurant le compas en son ouverture, je mets l'un des pieds en sa prolongee ligne de pavé DF, l'autre dedans la vitrebasse BC ; & tellement que la ligne entre les deux pieds du compas vienne derechef, quasi selon le jugement de l'œil, à angle droit sur la prolongee ligne de pavé DF ; l'essayant avec un petit arc occulte comme devant, & l'autre pied tombe lors par exemple à L, comme premiere section.

Au troisieme, je prens avec le compas la longueur de l'attouchement de la ligne de pavé F jusques à la premiere section L, & la transporte de l'attouchement de la ligne de pavé du vitre I vers G dedans la vitrebasse, laquelle tombe, je prens à M, comme premiere section.

Au

Au quatriesme, je tire l'occulte ligne de conjunction du point de conjunction K, jusques à la premiere section M.

Au cinquiesme, je mets une regle droite sur le pied D & le point ombrageable A, laquelle regle coupant la vitrebasse BC en N, comme seconde section, je prens lors avec le compas la longueur depuis icelle seconde section N, jusques à l'attouchemet de la ligne de pavé F.

Au sixiesme, je mets alors l'un des pieds du compas en la prolongée mesure de Spectateur IK, l'autre en la ligne de conjunction KM, mais en sorte que la ligne imaginée entre les deux points du compas, tombe quasi selon le jugement de l'œil à angle droit sur la prolongée mesure de Spectateur IK, m'en assurant par un petit arc occulte en la prolongée IK, comme au premier article, & l'autre pied tombe alors dedans la ligne de conjunction KM, par exemple jusques à O, pour ombre requise. Dont la demonstration est manifeste par la demonstration precedente du premier exemple.

*Conclusion.* Estant doncques donné un point ombrageable dedans le pavé, le vitre à angle droit sur le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur, nous avons trouvé l'ombre selon le requis.

PROBLEME II. PROPOSITION VI.

Estant donne un point ombrageable dessus le pavé en l'air, le vitre à angle droit sur le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur: Trouver son ombre.

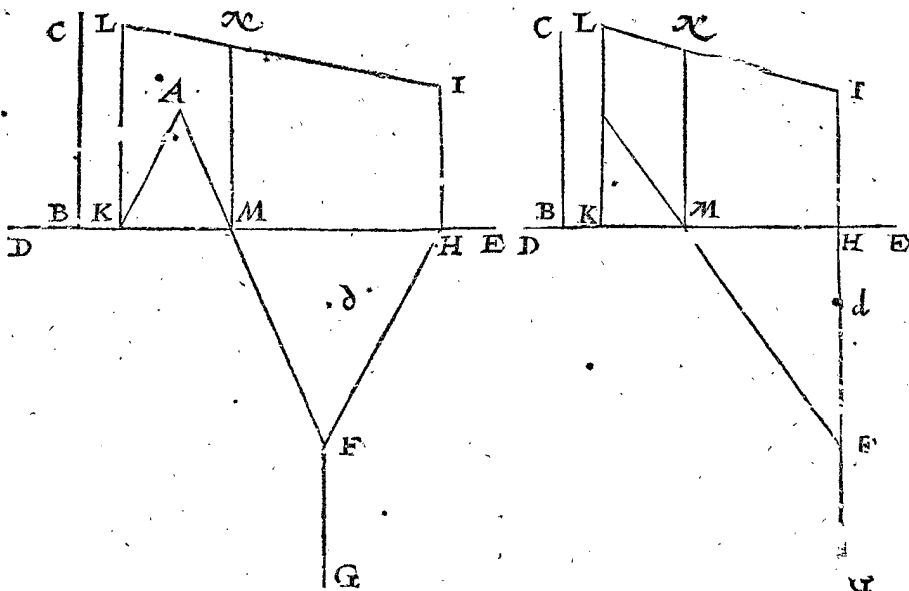
1 Exemple par operation Mathematique.

*Le donné.* Soit A un point dedans le pavé, sur lequel est imaginée une ligne droite égale à BC, & à angle droit sur le pavé, dont le point supreme est le point ombrageable dessus le pavé en l'air: Puis soit DE la vitrebasse, le vitre de laquelle est imaginé à angle droit sur le pavé, F est le pied, sur lequel par imagination nous prenons estre dressée une ligne de Spectateur, égale à la mesure de Spectateur FG, à angle droit sur le pavé.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre du point ombrageable, c'est de l'extremité de la ligne de A égale à BC, & à angle droit sur le pavé.

OPERATION.

Au premier, je tire du pied F jusques à la vitrebasse DE, la ligne de pavé FH, ainsi qu'il advient, horsmis que si ceste ligne de pavé estoit prolongée, elle ne ten-



droit pas par le point donné A, pour les raisons deduites à la 5 proposition.

Au second, de l'attouchement de la ligne de pavé H, la mesure de Spectateur HI à angle droit sur la vitrebasse DE, & égale à la mesure de Spectateur FG, tellement que I est point de conjunction.

Au troisieme, du point donné A, la ligne AK parallele avec la ligne de pavé HF, coupant la vitrebasse DE en K, comme section premiere.

Au quatriesme, KL égale à la donnée BC, & à angle droit sur la vitrebasse DE.

Au cinquiesme, la ligne de conjunction IL.

Au sixiesme, la ligne du point donné A jusques au pied F, coupant la vitrebasse DE en M, comme section seconde.

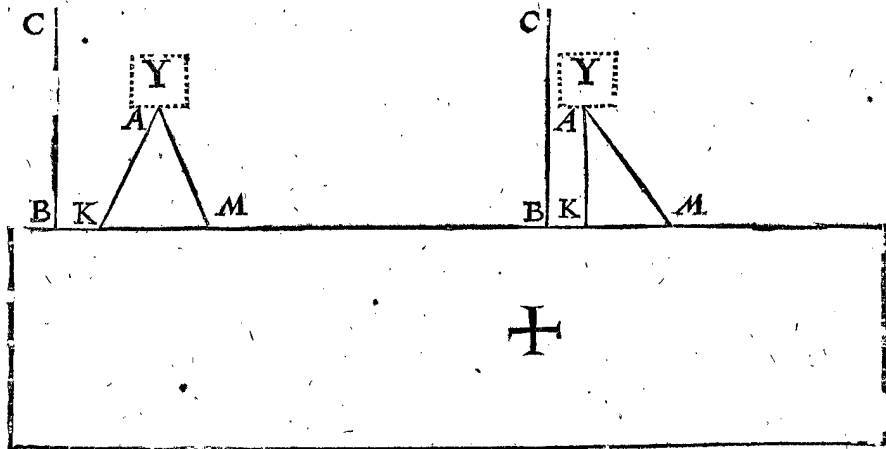
Au septiesme, de la section seconde M, une ligne à angle droit sur la vitrebasse DE, jusques à tant qu'elle rencontre la ligne de conjunction IL, qui soit en N.

Cecy estant ainsi, je dis que N est l'ombre requise du point ombrageable donné, ce qu'on entendra ainsi: Prenant que le plan dedans lequel est N, comme au vitre, soit separable par imagination du pavé, & tournant sur la vitrebasse DE comme axe, soit mis à angle droit sur le pavé: Que pareillement soit dressée à angle droit sur le mesme pavé la ligne FG, demeurant le point F fermé, & venant G dedans l'air comme l'œil: Puis sur le point A une ligne égale à BC pareillement à angle droit sur le pavé, de sorte que l'extremité d'icelle signifie le point ombrageable: Ce qu'estant ainsi, je dis qu'alors l'œil G, le point N, & iceluy point ombrageable, sont tous trois en une ligne droite, & pourtant N est l'ombre requise.

*Preparation de la demonstration.* Parce que la susdite separation imaginée du vitre & du pavé pourroit estre obscure, nous la separerons actuellement comme s'ensuit: Soient les deux figures precedentes encores marquées, ainsi que par l'aide du papier double laquelle la

represente, s'entende devoir venir dedans le vitre, puisse estre separée de la figure dedans le pavé, qu'on puisse aussi dresser la donnée mesure de Spectateur FG dedas le pavé, comme ligne de Spectateur, & pareillement une ligne sur A, egale à BC, comme AO, tournant

le vitre sur la vitrebase DE comme axe, & la ligne de Spectateur FG sur le pied F; & AO sur le point A, afin de pouvoir ainsi dresser le vitre, ligne de Spectateur, & ligne AO, à angle droit sur le pavé, lesquels je prens icy actuellement estre ainsi mis.



DEMONSTRATION.

D'autant que le vitre dedans lequel est N, la ligne de Spectateur FG, & la ligne AO, sont tous trois à angle droit sur le pavé, je dis que la ligne droite de l'œil G par le vitre jusques au point ombrageable O, transperce le mesme vitre en N, comme ombre de O, ce qui se demontre ainsi : Le rayon imaginé de G jusques à I, est parallele avec FH, & FH parallele avec AK, par le troisieme article de l'operation, & AK avec l'imaginée OL : parquoy GI est parallele avec l'imaginée OL, & pourtant I est point de jonction de l'ombre prolongée de l'ombrageable LO par la 3 proposition; parquoy il faut que l'ombre de O soit en la ligne de jonction IL, & pourtant l'ombre de O est aussi en IL : Elle est aussi au plan infini tendant par FG, mais iceluy plan coupé IL en N; partant N est l'ombre de O.

Briefveté sur l'operation.

Si dedans le pavé estoient deux ou plusieurs points donnez, comme A, tombans tous en une ligne droite, on peut pour briefveté premierement tirer la ligne AK, par iceux deux ou plusieurs points, & la ligne de pavé, comme FH, parallele avec icelle, afin que les autres

lignes, comme KL, tombent tous en la mesme KL, ou en sa prolongée.

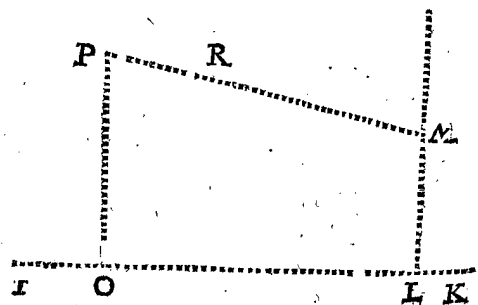
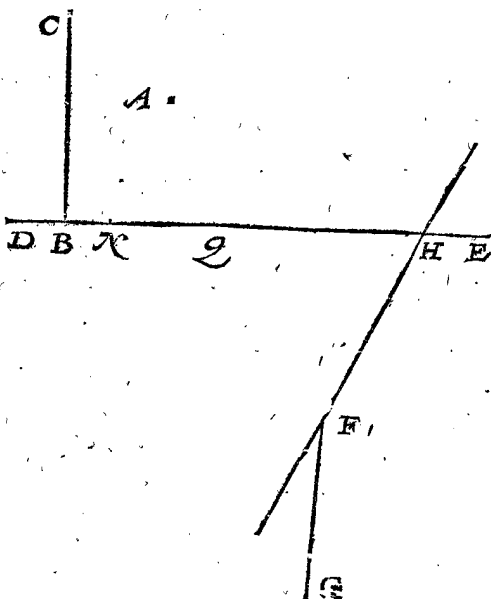
2 Exemple avec operation mechanique.

Les mesmes raisons qui en la cinquieme proposition m'ont poussé à descrire un second exemple avec operation mechanique, m'en ont fait mettre icy semblablement un second.

Le donné. Soit derechef A un point dedans le pavé sur lequel s' imagine estre dressée une ligne droite egale à BC, & à angle droit sur iceluy pavé, de laquelle ligne le point superieur est le point ombrageable dessus le pavé en l'air; soit encore DE la vitrebase, le vitre de laquelle s' imagine à angle droit sur le pavé, F le pied, sur lequel par imagination nous prenons que dressée une ligne de Spectateur, egale à la mesure de Spectateur FG, à angle droit sur le pavé.

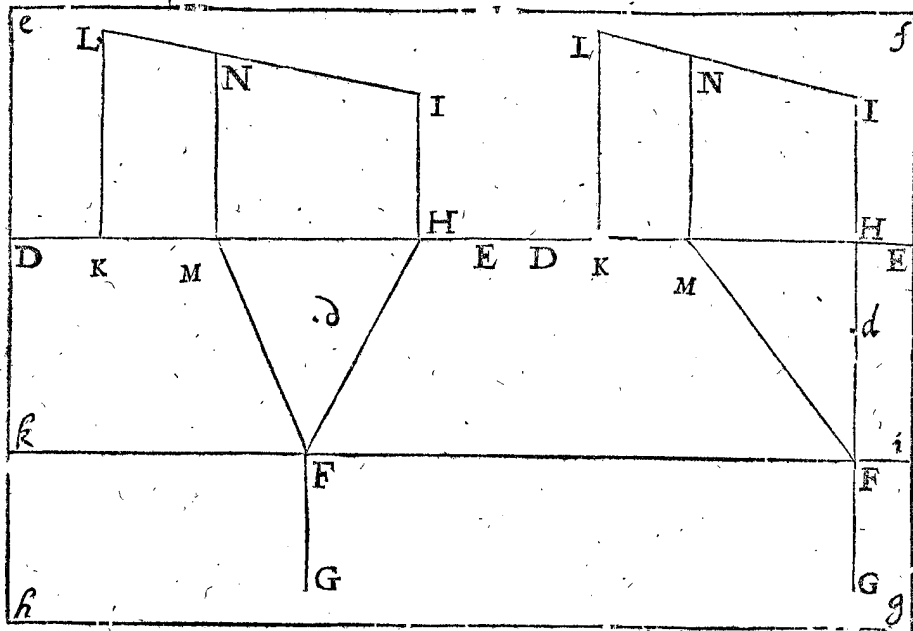
Le requis. Il faut trouver l'ombre du point ombrageable, lequel est l'extreme point de la ligne sur A egale à BC, & à angle droit sur le pavé.

Preparation de l'operation Mechanique. J'açoit que ceste preparation soit totalement semblable à la preparation de l'operation mechanique de la 5 proposition, toutes



Semblablement se doit couper ce quadrangle  $efgh$ , par les quadrangles  $ef, fg, gh, he$ , & alors faut il coller le quadrangle  $DEik$  sur le quadrangle signé  $+$  à la 532 page du premier livre des Perspectives, mais ainsi que les deux quadrangles  $efED$ , &  $kigh$ , se peuvent dresser debout, & remettre embas quand on veut.

Deſgelijcx moet uytgesneden worden dese vierhouck  $efgh$ , deur zijn vier linien  $ef, fg, gh, he$ , en alsdan moet den vierhouck  $DEik$  gepapt zijn op den vierhouck geteyckent  $+$  inde 532 zijde want eerste bouck der Deursichtige, maer alsoo datmen de twee vierhoucken  $efED$ , en  $kigh$ , mach over-eynde stellen, en wederom als men wil plat neder-leggen.



Encore se couperont ces deux petits quadrangles chacun signé  $lO$ , & les petits quarez signez  $l$  se colleront sur les petits quarez signez  $Y$ , accordant le point inférieur de la ligne  $lO$  sur le point  $A$ , pour deux papiers semblablement dresser debout, & remettre embas quand on veut.



Noch salmen uyt-snijden dese twee cleene vierhoucxkens elcx geteyckent  $lO$ , en de viercantkens gheteyckent  $l$ , salmen pappen op de viercantkens gheteyckent  $Y$ , passende onderste der lini  $Ol$  opt punt  $A$ , om die papierkens oock recht over-eynde te mogen stellen, en wederom als men wil plat neder-leggen.



fois d'autant qu'il y a quelque difference es lettres signifiantes, & que joignant cela elle serve pour imiter en l'actuel ombragement, nous la descrirons encore au long pour plus grande commodité & esclaircissement, comme s'ensuit: Je tire du pied F, jusques à la vitrebasse DE la ligne de pavé FH comme il advient, excepté que si ceste ligne de pavé estoit prolongée elle ne tendroit pas par le point donné A, & soit icelle ligne de pavé, assez prolongée des deux costez, pour pouvoir faire sur icelle l'operation suivante: Puis je tire sur un autre plan, dedans lequel comme vitre je requiers l'ombre, la ligne occulte IK comme vitrebasse, marquant en icelle le point L, comme homologue avec H; puis la ligne occulte LM à angle droit sur la vitrebasse IK; de sorte qu'icelle LM, comme mesure de Spectateur dedans le vitre, soit egale à la donnée mesure de Spectateur FG: Soit puis apres la mesme mesure de Spectateur LM assez prolongée.

Ceste preparation ainsi une fois faite, nous declarons maintenant par ce point ombrageable donné dessus le pavé en l'air, comment les ombres de tous points ombrageables dessus le pavé en l'air, se marquent au vitre, & cela par sept articles.

#### Operation mechanique.

Premierement je mets l'un des pieds du compas sur le point donné A, l'autre en la prolongée ligne de pavé FH, tellement que la ligne droite imaginée de l'un des pieds du compas vienne quasi selon le jugement de l'œil à angle droit sur la mesme prolongée ligne de pavé FH, & demeurant lors l'un des pieds sur A immobile, on décrit avec l'autre un petit arc occulte, lequel touchant la prolongée ligne de pavé FH sans couper, j'ay sur le compas la longueur requise.

Au second, le compas demeurant en icelle ouverture, je mets l'un des pieds en la prolongée ligne de pavé FH, l'autre en la vitrebasse DE, & tellement que la ligne entre les deux pieds du compas, vienne derechef selon le jugement de l'œil, quasi à angle droit sur la prolongée ligne de pavé FH, l'essayant avec un petit arc occulte comme devant, & l'autre pied tombe lors par exemple dedans N, comme premiere section.

Au troisieme, je prens avec le compas la longueur de l'atouchement de la ligne de pavé H, jusques à la premiere section N, & là transporte de l'atouchement de la ligne de pavé L vers I en la vitrebasse, laquelle tombe, en O, comme premiere section.

Au quatrieme, je tire de la premiere section O, la ligne occulte OP à angle droit sur la vitrebasse IK, & egale à la hauteur donnée BC.

Au cinquieme, je tire une ligne de jonction occulte du point de jonction M jusques à P.

Au sixieme, je mets une regle droite sur le pied F & le point donné A, laquelle regle coupe la vitrebasse DE en Q, comme seconde section: Puis je prens avec le compas la longueur de la mesme seconde section Q, jusques à l'atouchement de la ligne de pavé H.

Au septieme, je mets alors l'un des pieds du compas en la prolongée ligne de Spectateur LM, l'autre en la ligne de jonction MP; mais en sorte que la ligne imaginée entre les deux pieds du compas vienne quasi selon le jugement de l'œil à angle droit sur la prolongée mesure de Spectateur LM, m'assurant par la description d'un petit arc occulte en la prolongée LM, comme au premier article, & l'autre pied tombe lors en la ligne de jonction MP, je prens en R pour ombre requise; dequoy la demonstration est manifeste par la

precedente operation du premier exemple de ceste proposition.

*Conclusion.* Estant doncques donné un point ombrageable dessus le pavé en l'air, le vitre à angle droit sur le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur, nous avons trouvé l'ombre, selon le requis.

Jusques icy nous avons décrit les propositions de l'invention de l'ombre d'un point ombrageable où le vitre estoit à angle droit sur le pavé, mais les deux propositions suivantes serviront à l'invention de l'ombre d'un point ombrageable, là où le vitre fera à angle oblique sur le pavé.

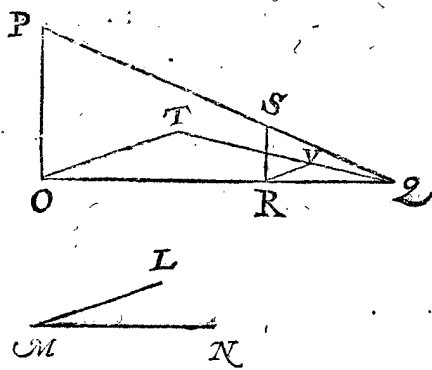
#### THEOREME V. PROPOSITION VII.

**T**ournant le vitre sur la vitrebasse comme axe, & la ligne de Spectateur sur le pied, tellement qu'elle demeure toujours parallele d'une ligne, laquelle est dedans le vitre à angle droit sur la vitrebasse. L'ombre d'un point ombrageable dedans le pavé, demeure dedans le vitre toujours en une mesme place.

*Le donné.* Soit en la preparation de la demonstration de la 5 proposition le vitre BCG, & la ligne de Spectateur DE, toutes deux dressées à angle droit sur le pavé; & alors H fera l'ombre du point ombrageable A, veu de l'œil E; comme il est démontré: Puis soit tourné le vitre en bas, tant qu'il face un angle sur le pavé egal à cest angle LMN, le mesme soit fait avec la ligne de Spectateur DE, tellement qu'elle demeure parallele avec IK, c'est, comme en la proposition, parallele avec une ligne, laquelle est à angle droit dedans le vitre sur la vitrebasse.

*Le requis.* Il faut demonstrer que K en icelle derniere position, demeure ombre du point ombrageable A, & ce en la mesme place du vitre, à sçavoir que le rayon de l'œil E jusques A tendra par K.

*Preparation.* Pour ne parler obscurément de la ligne imaginée dedans l'air, soit par ceste OP designée signifiée la ligne de Spectateur DE, quand elle est à angle droit sur le pavé, qui est icy à angle droit sur OQ comme ligne de pavé, au lieu d'icelle ligne de pavé DA, & ceste RS à angle droit sur la mesme ligne de pavé OQ



signifie icelle ligne IK dedans le vitre à angle droit sur ladite ligne de pavé DA: Plus soit ce point Q, au lieu du point ombrageable A, & PQ soit le rayon transperçant le vitre R S en S, comme ombre de Q veu de l'œil P. Apres ceste position soit faite la seconde, à sçavoir OP tourné en bas, tellement que l'œil P soit venu jusques à T; de sorte que l'angle TOQ soit egal à l'angle donné LMN: Soit puis apres tiré le rayon TQ, puis RV pareillement avec OT, jusques à ce qu'elle touche TQ, ce qui estant ainsi, je dis que la ligne RV tombe egale à RS, d'où s'ensuivra, & se démontrera, ce qui doit estre prouvé en ceste proposition.

DEMONSTRATIONS

Il est notoire, que comme au triangle OPQ, la ligne OP à RS, ainsi QO à QR; Et comme au triangle OTQ, la ligne OT à RV, ainsi QO à QR. Tellement que les deux lignes OP, RS, & aussi les deux lignes OT, RV sont avec deux mesmes lignes proportionnelles; & pourtant proportionnelles entre elles, c'est comme OP à RS, ainsi OT à RV. Et par raison alterne inverſe, comme OT à OV, ainsi RV à RS. Mais OT est egale avec OP, pourtant RV est aussi egal avec RS. De sorte que la ligne de Spectateur OP descendue jusques à OT, & le vitre RS aussi autant, c'est jusques à RV, le rayon TQ tend par le mesme point du vitre, à ſçavoir V, par lequel tendoit le rayon PQ, à ſçavoir par S: car S & V ſignifient le mesme point du vitre, parce que RS & RV ſont également longues; & par conſequent l'ombre du point ombrageable Q ne change dedans le vitre de place; Mais V est icy en telle qualité, comme la K en la ſeconde poſition par le donné; pourtant K demeure en la ſeconde poſition ombre du point ombrageable A, & ce au mesme lieu du vitre.

*Conclusion.* Tournant donc le vitre sur la vitrebase comme axe, & la ligne de Spectateur sur le pied, tellement qu'elle demeure toujours parallele d'une ligne laquelle est dedans le vitre à angle droit sur la vitrebase: L'ombre d'un point ombrageable dedans le pavé, demeure dedans le vitre toujours sur une mesme place; ce qu'il falloit demonſtrer.

CONSEQUENCE.

Ayant demonſtré cy-deſſus, que quand le vitre & la ligne de Spectateur tournent paralleles comme devant, qu'alors le rayon de E jusques à A tend toujours par K: De là s'enſuit que le vitre & la ligne de Spectateur estans tournées jusques au pavé, tellement que E ſoit venu jusques à X, il faut que les trois points XKA ſoient alors en une ligne droite: Dequoy encorſes s'enſuit, qu'on pourroit trouver l'ombre K par plus facile voye que de la precedente operation de la 5 proposition: A ſçavoir ſans qu'on tire les deux lignes IK, AD; mais ſeulement AX; dont la ſection en la ligne de jonction GH ſeroit l'ombre requiſe: Mais conſiderant la

regle commune, laquelle est plus commodement imitée en l'operation meſcanique ſelon la premiere maniere, nous nous y arreſterons. Notez encore que conſideré que l'ombre de tout point ombrageable dedans le pavé, demeure toujours en une mesme place du vitre, quand le vitre & la ligne de Spectateur tournent enſemble sur la vitrebase comme axe, de là s'enſuit que l'ombre de toute figure plate ombrageable dedans le pavé, demeure toujours la mesme & en une mesme place du vitre, quand le vitre & la ligne du Spectateur tournent enſemble.

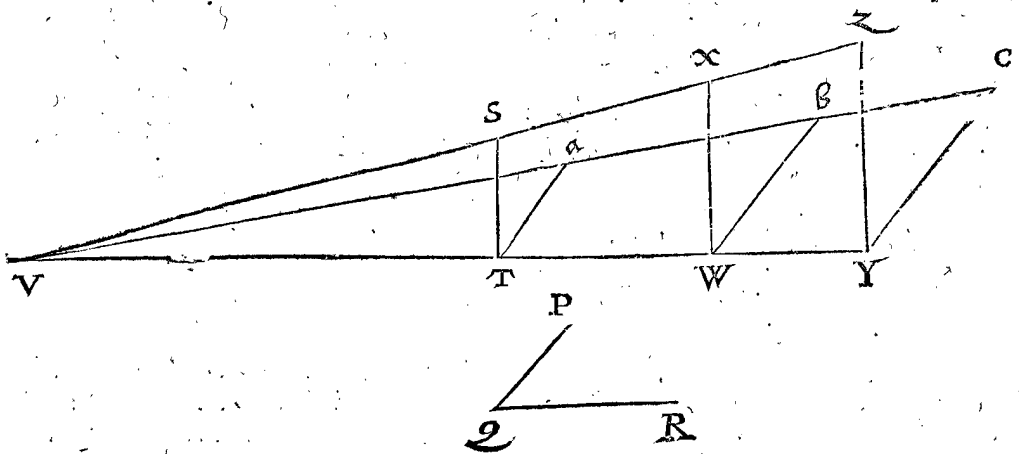
THEOREME VI. PROPOSITION VIII.

Tournant le vitre sur la vitrebase comme axe, & la ligne de Spectateur sur le pied, avec la ligne entre le point ombrageable deſſus le pavé & le pavé, tellement qu'elles demeurent toujours paralleles d'une ligne, laquelle est dedans le vitre à angle droit sur la vitrebase: L'ombre du point ombrageable deſſus le pavé, demeure dedans le vitre toujours sur une mesme place.

*Le donné.* Soient en la preparation de la demonſtration de la 6 proposition le vitre DEINL, la ligne de Spectateur FG, avec la ligne AO, toutes trois dreſſées à angle droit sur le pavé, & alors N ſera l'ombre du point ombrageable O, veuë de l'œil G, comme il est demonſtré là. Puis le vitre tourné en bas jusques à ce qu'il face sur le pavé un angle egal à ceſt angle PQR, & le ſemblable ſoit fait avec la ligne de Spectateur FG, aussi avec la ligne AO, de sorte qu'elles demeurent toutes deux paralleles avec MN, c'est, comme il est dit en ceſte proposition, parallele d'une ligne laquelle est dedans le vitre à angle droit sur la vitrebase.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que N en ceſte derniere diſpoſition, demeure ombre du point ombrageable O, & cela au mesme lieu du vitre, à ſçavoir que le rayon de l'œil G jusques à O, tendra par N.

*Preparation.* Afin de ne parler en termes obscurs des lignes imaginées en l'air, ſoit par ST ſignifiée la ligne de Spectateur FG quand elle est à angle droit sur le pavé, c'est icy à angle droit sur TV, comme ligne de pavé, au lieu d'icelle ligne de pavé FA: Et ceſte WX à angle droit sur icelle ligne de pavé TV, ſignifie la ligne MN dedans le vitre à angle droit sur ceſte ligne de pavé FA:



Soit puis apres ceſte YZ au lieu d'icelle AO, & SV ſoit le rayon tranſperçant le vitre WX en X, comme ombre de Z veuë de l'œil S. Apres ceſte poſition premiere ſoit faite la ſeconde, à ſçavoir TS tourné en bas, tellement que l'œil S ſoit venu jusques à a; de sorte que l'angle aTV ſoit egal à l'angle donné PQR: Plus ſoit tiré le rayon aV, puis Wb, & Yc, toutes deux paralleles avec Ta.

DEMONSTRATION.

Wb tombe egal à WX par la demonſtration du premier exemple, & pour meſme raiſon Yc tombe aussi egal avec YZ, de sorte que la ligne de Spectateur TS descendue jusques à Ta, & le vitre WX aussi autant, qui est jusques Wb, & YZ jusques à Yc; alors le rayon tend de a jusques au point ombrageable c, par le



le mesme point de vitre, à sçavoir *b*, par lequel tendoit le rayon *SZ*, nommément par *X*, car *X* & *b* signifient le mesme point du vitre; d'autant que *XW* & *bW* sont également longues: Et conséquemment l'ombre du point ombrageable *Z* ne change de place dedans le vitre; Mais *b* est icy en telle disposition comme illec *N* en la seconde position par le donné; pourtant *N* demetire en ceste seconde position ombre du point ombrageable *O*; & ce dedans la mesme place du vitre.

**Conclusion.** Tournant donc le vitre sur la vitrebasse comme axe, & la ligne de Spectateur sur le pied, avec la ligne entre le point ombrageable dessus le pavé & le pavé, tellement qu'elles demeurent toujours paralleles d'une ligne, laquelle est dedans le vitre à angle droit sur la vitrebasse: L'ombre du point ombrageable dessus le pavé demeure dedans le vitre toujours sur une mesme place, ce qu'il nous falloit demonstrier.

**CONSEQUENCE.**

Ayant demonstre cy-dessus, que quand le vitre, la ligne de Spectateur, & la ligne *A O*, tournent paralleles à la maniere comme dessus, qu'alors le rayon de *G* jusques *O* tend toujours par *N*: De là s'ensuit que le vitre, la ligne de Spectateur, & la ligne *A O*, étant tournées jusques au pavé, de sorte que *G* soit venu jusques à *d*, & *O* jusques à *e*, il faut alors que les trois points *d*, *N*, *e*, ou *G*, *N*, *O*, soient en une ligne droite; d'où s'ensuit qu'on pourroit trouver l'ombre de *N* par une autre maniere, que par la precedente operation de la 6 proposition, en ceste sorte: On tirera une ligne du point donné *A* jusques à *e*, égale à *BC*, & parallele avec *HI*: puis tirant *de*, leur section en la ligne de conjunction seroit son ombre requise: Mais considerant la regle generale, laquelle s'imite commodement en l'operation mechanique selon la premiere maniere, nous nous y arresterons.

Notez encores: D'autant que la ligne depuis le point ombrageable en l'air jusques au pavé, doit tourner parallele avec le vitre & la ligne de Spectateur, pour voir l'ombre de ce point à une mesme place du vitre, s'ensuit que si la ligne depuis le point ombrageable en l'air jusques au pavé, demeueroit dressée debout quand les autres deux tournent paralleles, que l'œil verroit l'ombre du point ombrageable changer de place, & conséquemment tous edifices immobiles, les choses aussi elevées sur le pavé changent leurs ombres dedans le vitre, ce que ne font les figures ombrageables dedans le pavé, comme nous avons dit en la consequence de la 7 proposition.

**PROBLEME III. PROPOSITION IX.**

**E**stant donné un point ombrageable, le vitre à angle oblique sur le pavé, le pied, & ligne de Spectateur: Trouver son ombre.

D'autant que le point ombrageable peut estre dedans le pavé ou dessus, nous en descrirons deux exemples.

**Premier exemple avec le point ombrageable dedans le pavé.**

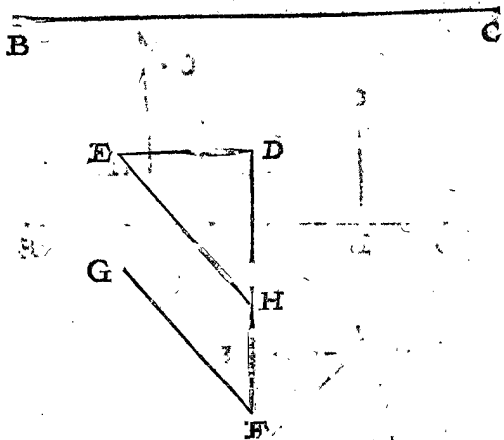
**Le donné.** Soit *A* un point ombrageable dedans le pavé, *BC* la vitrebasse, *D* le pied, sur lequel par imagination nous prenons que soit dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur le pavé, & égale à la ligne de Spectateur *DE*, laquelle je mets icy parallele avec *BG*: Puis sur *ED* étant tirée à angle droit la ligne *DF* aussi

longue qu'il adviendra, & sur icelle *FG*, faisant l'angle *DFG*: Alors l'angle d'inclination du vitre sur le pavé vers *A*, est égal au mesme angle *DEG*.

**Le requis.** Il faut trouver l'ombre du point ombrageable *A*.

**OPERATION.**

Je tire de l'œil de la ligne de Spectateur *E*, une ligne droite jusques à *H* en *DF*, ou, si il estoit besoins, en la prolongée, & parallele avec *GF*: Ce qu'estant ainsi, je prens maintenant *H* pour pied, *EH* pour mesure de



Spectateur, la ligne de Spectateur de laquelle soit à angle droit sur le pavé: Puis je prens que le vitre duquel la vitrebasse *BC*, viene pareillement à angle droit sur le pavé, & avec tel donné cherchant l'ombre de *A* selon la maniere de la 5 proposition, elle se trouve, je prens, tomber en *I*, lequel *I* je nomme l'ombre requise.

**DEMONSTRATION.**

Si la ligne de Spectateur n'avoit esté égale avec *ED*, mais égale avec *HE*, & à angle droit sur le pavé: Si pareillement le vitre n'avoit esté à angle oblique sur le pavé, mais à angle droit, il est manifeste par l'operation de ceste proposition, qu'alors *I* seroit la vraie ombre de *A*. Mais quand le vitre & la ligne de Spectateur tournent semblablement un mesme chemin, comme étant venu de la susdite rectitude d'angle sur le pavé, à ceste obliquité d'angle, l'ombre *I* demeure toujours sur une mesme place par la 7 proposition: Pourtant l'œil de la ligne de Spectateur, de laquelle la mesure de Spectateur *HE* voit l'ombre requise en *I*: Mais cest œil *E* de la mesure de Spectateur *HE*, est descendu au mesme lieu de l'œil donné de la ligne de Spectateur dont la mesure de Spectateur *DE*; pourtant l'œil donné voit l'ombre requise dedans le vitre comme au lieu de *I*.

**2 Exemple avec le point ombrageable dessus le pavé.**

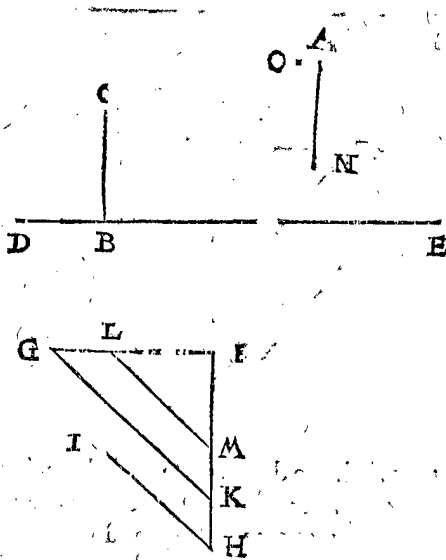
**Le donné.** Soit *A* un point dedans le pavé, sur lequel est imaginée une ligne droite égale à *BC*, & dressée à angle droit sur le mesme pavé, de laquelle le point extreme est le point ombrageable dessus le pavé en l'air: Soit puis apres *DE* la vitrebasse, *F* le pied, sur lequel nous prenons par imagination que soit dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur le pavé, & égale à la mesure de Spectateur *FG*, laquelle je tire toujours parallele avec *DE*: Puis étant sur *FG* tirée à angle droit quelque ligne *FH*, aussi longue comme il advient, & sur icelle tirée *HI*, faisant l'angle *FHI*; alors l'angle

d'inclination de la vitrebafé fur le pavé vers A, est egal au mefme angle FHI.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre du point ombreageable.

## OPERATION.

Je tire de l'œil de la mesure de Spectateur G, une ligne droite jusques à K en FH, ou s'il estoit besoing dedans sa prolongée, & parallele avec IH: Je marque puis apres en FG, du si la chose le requeroit dedans sa prolongée, le point L, de sorte que FL soit egale à BC: Je tire puis apres de L une ligne droite jusques à M en FH, ou s'il estoit besoing en sa prolongée, & parallele avec IH; puis AN egale & parallele avec FM, à sçavoir



vers le mefme lieu où tendoit la ligne de F vers N, car si M venoit sur l'autre costé de F, il faudroit que N vint aussi autant sur l'autre costé de A: Ce qui estant ainsi, je prens maintenant K pour pied, KG pour mesure de Spectateur, la ligne de Spectateur de laquelle soit à angle droit sur le pavé: Puis je prens LM au lieu de BC, à sçavoir pour ligne laquelle mise sur le point N à angle droit sur le pavé, que son extremité soit prise pour le point ombreageable: Puis je prens que le vitre, la vitrebafé duquel est DE, viene pareillement à angle droit sur le pavé, & avec tel donné cherchant l'ombre du point ombreageable selon la maniere de la 6 proposition, elle se trouve, je prens, tomber en O, laquelle je dis l'ombre requise: Dont la demonstration est comme celle du premier exemple.

*Conclusion.* Estant doncques donné un point ombreageable, le vitre à angle oblique sur le pavé, le pied, & ligne de Spectateur, nous avons trouvé son ombre, selon le requis.

## CONSEQUENCE.

Si au premier exemple H, ou au second M, venoit de l'autre costé du pied donné (ce qui advient quand le vitre s'incline vers le Spectateur) & si elles venoient jusques à la vitrebafé, il est notoire qu'on ne sçaurroit parvenir à quelque ombre du point ombreageable, à cause qu'il seroit un donné absurd, comme estant l'œil dedans le vitre.

Mais s'il advient que ces deux points comme H ou M, viennent plus avant que dedans le vitre, il s'enfuiroit semblable impossibilité, pource que l'œil ne pourroit voir le point ombreageable derriere le vitre.

Si au second exemple N venoit jusques à la vitrebafé

DE, ce seroit un signe evident que le point ombreageable A seroit donné dedans le vitre, & pourtant il seroit pour son ombre par la 2<sup>e</sup> petition.

Mais si N venoit plus avant que dedans la vitrebafé DE, il est notoire qu'alors on ne pourroit parvenir à quelque point ombreageable, comme le vitre venant contre raison derriere le point ombreageable.

Il est aussi manifeste que le pied donné peut venir dedans la vitrebafé, ou derriere icelle, & le mefme point ombreageable, dedans aussi & derriere le point ombreageable, moyennant que les susdits points, comme H, M, ou N, ne viennent comme dit est.

## PROBLÈME IV. PROPOSITION X.

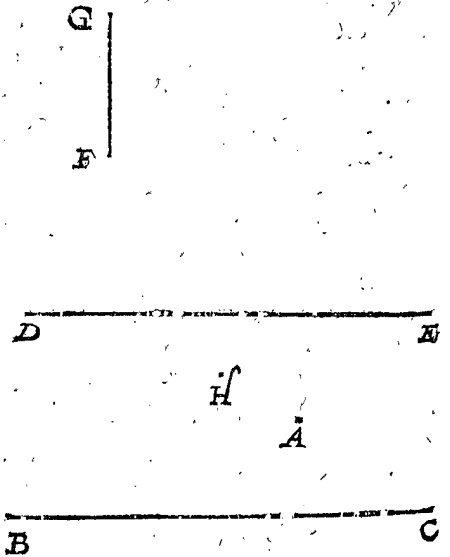
*Estant donné un point ombreageable, le vitre parallele avec le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur: Trouver son ombre.*

*Le donné.* Soit A un point ombreageable dedans le plan de la fucille; & sur la ligne droite BC soit imaginé un plan comme pavé à angle droit sur le plan de la fucille: Soit de mesmes imaginé sur la ligne droite DE un vitre parallele avec ledit pavé, puis soit imaginée sur F une ligne droite egale à FG, pareillement à angle droit sur le plan de la fucille, & le point extreme d'icelle ligne soit l'œil, duquel par imagination tirant une ligne à angle droit sur le pavé, (laquelle doit être egale à la ligne imaginée de F, à angle droit sur BC, comme mesure de Spectateur) elle servira pour ligne de Spectateur.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre du point ombreageable A.

## OPERATION.

Je delaisse la ligne de Spectateur imaginée & donnée, & le pavé qui se disoit imaginé sur BC, à angle droit sur le plan de la fucille, & prens le plan de la fucille mefme pour pavé, & la ligne sur F egale à FG, & à angle droit sur le plan de la fucille pour ligne de Spectateur:



Ce qu'estant ainsi, A est maintenant un point donné ombreageable dedans le pavé, & le vitre duquel la vitrebafé DE vient à angle droit sur le pavé, par iceluy trouvé l'ombre de A par la 5<sup>e</sup> proposition qui soit H, je la di l'ombre requise.

## DEMONSTRATION.

Le point ombreageable demeurant, le vitre, & l'œil, sur une mefme place, il est notoire que l'ombre pareillement demeure en une mefme place du vitre, car le changement de la ligne de Spectateur & pavé que nous avons fait en l'operation, ne donnent point de change-

ment de la place à l'ombre : Tellement que l'ombre trouvée doit estre la requise.

*Conclusion.* Estant donc donné un point ombrageable, le vitre parallele avec le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur, nous avons trouvé son ombre, selon le requis.

PROBLEME V. PROPOSITION XI.

**E**stant donnée une figure ombrageable, le vitre, le pied, & ligne de Spectateur : Trouver leur ombre.

*Le donné.* Soit à ombrer une figure ombrageable de ceste qualité : Sur la base quadrangulaire ABCD, de laquelle le centre E marqué dedans le plan de la fucille comme pavé, on prenne que soit dressée une tour de laquelle le profil FGHIK, estant un plan parallele avec le costé antérieur de la tour, lequel plan coupe icelle tour par le milieu, de sorte que sur chacun des points A, B, C, D, vient une ligne egale à GH, ou LK, & sur le centre E, une ligne egale à FI, & toutes cinq à angle droit sur le pavé, & du point supérieur de la ligne dressée sur E, viennent quatre lignes jusques aux points supérieurs des susdites lignes dressées sur A, B, C, D; de sorte que ceste tour consiste d'un quadrangle rectangle corporel, avec une pyramide quadrangulaire sur iceluy : Soit puis apres MN la vitrebasse, de laquelle le vitre est imaginé à angle droit sur le pavé, O le pied, sur lequel nous prenons par imagination estre dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur OP, à angle droit sur le pavé.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre de ceste figure ombrageable.

OPERATION.

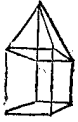
Je cherche les trois ombres des trois points ombrageables dedans le pavé B, D, C, lesquelles trouvées par la 5 proposition, je prens estre Q, R, S; Puis je cherche les trois ombres des trois points dessus le pavé, à sçavoir à la fin des trois lignes, lesquelles par le donné sont imaginées estre dressées sur B, C, D, chacune egale à la

par la mesme 6 proposition se trouve, je prens Y: Je tire aussi les dix lignes QT, RV, SX, YT, YV, YX, QR, RS, TV, VX. Ce qu'estant ainsi, je dis que la figure comprinse entre ces lignes est la figure requise.

DEMONSTRATION.

Les sept points Q, R, S, T, V, X, Y, sont ombres des trois B, C, D, dedans le pavé, avec les quatre y venant dessus par l'operation, & les lignes entre ces points, sont ombres des lignes ombrageables entre iceux points ombrageables par la 1 proposition; parquoy il faut que celle-cy soit l'ombre requise.

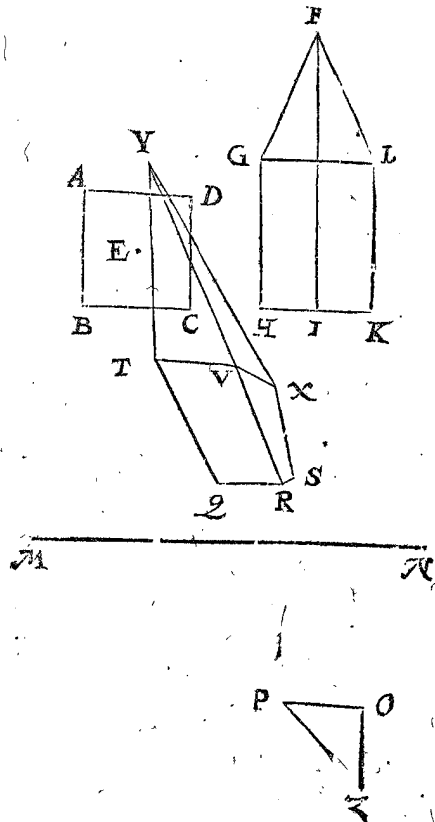
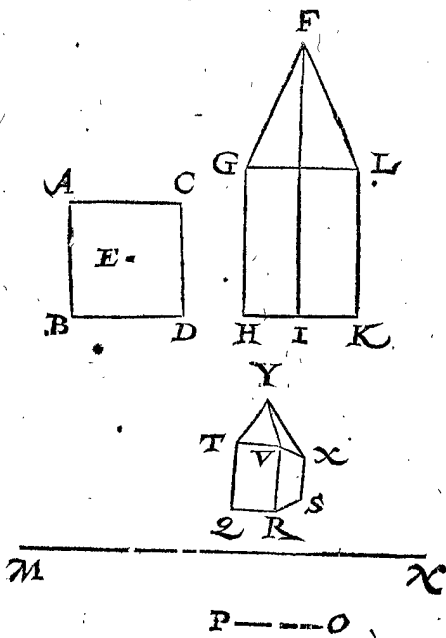
Quant à l'ombre de la ligne ombrageable venant sur A, egale à GH, & à angle droit sur le pavé, pareillement de la ligne, laquelle de là tend jusques au sommet de la tour, avec encor les quatre autres; veu qu'elles ne se peuvent voir par matieres non transparentes ou diaphanes, elles ne sont icy ombrées. Mais celuy qui se voudroit proposer que la matiere est diaphane, il pourroit trouver l'ombre d'icelles lignes comme des autres, & lors l'ombre de la tour seroit comme icy joignant.



NOTEZ.

Puis qu'on peut voir en cest exemple l'ombragement de toute ligne, plan, & corps donné, il n'est pas besoing d'en descrire des propositions particulieres.

Mais veu que le vitre peut estre sur le pavé autrement qu'à angle droit, nous en toucherons quelque peu, & ce par exemple: Prenant que le donné soit comme devant, excepté que le vitre, duquel la vitrebasse MN, n'est pas à angle droit sur le pavé comme là, mais à angle oblique inclinant vers la figure ombrageable, de sorte qu'avec le pavé il face un angle egal à cest angle OZP: Pour en avoir l'ombre, on cherchera l'ombre des susdits sept points ombrageables par la 9 proposition,



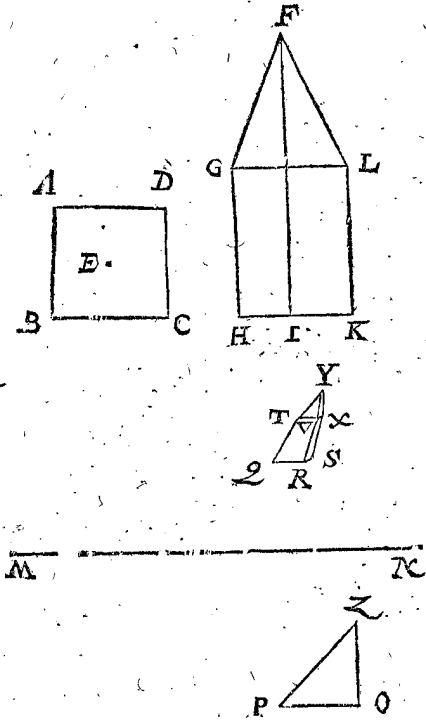
lignè GH, & à angle droit sur le pavé, lesquelles par la 6 proposition sont trouvées, je prens T, V, X: Puis je cherche l'ombre du point dessus le pavé, à l'extremité de la ligne, laquelle par le donné est imaginée estre dressée sur E egale à IF, & à angle droit sur le pavé, laquelle

& tirant entre iceux les lignes selon qu'il appartient, on aura une ombre telle que celle qui est icy marquée, dedans

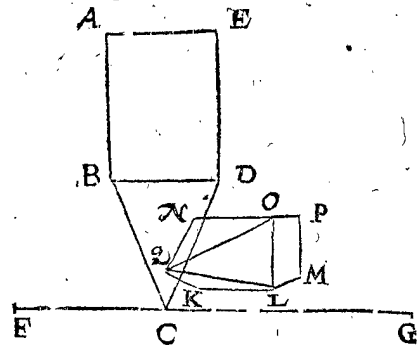
dans laquelle l'ombre de la partie rectangulaire de la tour ombrageable, devient plus large en haut qu'embas, car TV est plus longue que QR.

Prenant encore, que le donné soit comme devant, excepté que le vitre duquel la vitrebasse MN s'encline maintenant vers l'œil, tellement qu'il face avec le pavé un angle égal à cest angle OZP. Pour en avoir l'ombre, on cherchera les ombres des susdits sept points ombrageables par la 9 proposition, & tirant entre iceux les lignes selon qu'il appartient, on aura une ombre telle que celle qui est icy marquée, en laquelle l'ombre de la partie rectangulaire de la tour ombrageable, devient plus estroite en haut qu'embas, car TV est plus court que QR.

Mais pour donner aussi exemple du vitre parallele avec le pavé, soit derechef ABCDE le profil de la tour gisant avec sa base quadrangulaire sur le pavé imaginé par AE à angle droit sur le plan de la feuille, & le vitre, duquel la vitrebasse FG tendant par l'extremité de la tour C, soit parallele avec le susdit pavé, c'est aussi à angle droit sur le plan de la feuille. Soit puis apres, sur le point H dedans le plan de la feuille, imaginée une ligne droite egale à HI, & à angle droit sur le plan



d'icelle feuille, & à la fin d'icelle ligne soit l'œil : Ce qu'estant ainsi, & pour trouver maintenant l'ombre, je fais comme en l'operation de la 10 proposition, prenant que le plan de la feuille soit le pavé, H le pied, HI la mesure de Spectateur egale à la ligne de Spectateur, laquelle vient à angle droit sur ce pavé : Puis, que la tour gist d'un costé sur iceluy pavé ainsi posé, de sorte que sur les quatre points A, B, D, E, viennent quatre lignes egales à AE, & à angle droit sur le pavé; puis une ligne sur C, egale à la moitié de AE, l'extremité de laquelle ligne signifie le sommet de la tour, tellement qu'entre iceux points imaginant des lignes selon qu'il appartient, elles font la tour corporelle ombrageable donnée : De laquelle pour avoir l'ombre, on cherche les ombres des points visibles comme de B, D, E, avec les autres trois y venants dessus, & aussi du point de dessus C : lesquels trouvez par la 5 & 6 proposition



T — H

foient K, L, M, N, O, P, Q : Puis tirant des lignes entre deux selon qu'il appartient, il en provient l'ombre, telle qu'elle est icy marquée : Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

*Conclusion.* Estant donc donnée une figure ombrageable, le vitre, le pied, & ligne de Spectateur, nous avons trouvé leur ombre, selon le requis.

NOTEZ.

Es problemes precedens la ligne de Spectateur donnée, avec la ligne du point ombrageable jusques au pavé, à tousiours esté prise à angle droit sur le pavé : Le point ombrageable aussi a tousiours esté mis dedans ou dessus le pavé, & l'œil tousiours dessus le pavé : Non obstant il peut advenir, que quelqu'un pourroit penser, que deux telles lignes seroient données à angle oblique sur le pavé, & le point ombrageable dessous le pavé, & l'œil dedans le pavé, ou dessous ; dont se pourroient causer plusieurs diversitez non mentionnées es susdites propositions : Sur cela on respond, que si les susdites deux lignes estoient données à angle oblique sur le pavé, on en pourroit tirer d'autres à angle droit, & operer au lieu des données : Car cela ne cause aucun changement de lieu à l'ombre requise dedans le vitre. Mais si le point ombrageable estoit donné dedans le pavé, & l'œil aussi là dedans, ou dessous, on peut sous le plus bas de ces deux points poser ou imaginer un autre pavé parallele avec le donné, prolongeant jusques là, la ligne de Spectateur, & la ligne du point ombrageable jusques au pavé ; prennant puis apres le pavé & les lignes prolongées pour les données, & cherchant par icelles l'ombre selon les regles precedentes, on a le requis.

Mais pour parler de cecy par exemple naturel, posons que quelqu'un comme Ombrageur sur une montagne, soit ses pieds plus hauts que ayant l'edifice qu'il veut ombrer, & prenant pour pavé le plan sur lequel il se tient, il est notoire que la figure ombrageable donnée viendroit alors dessous le pavé : Mais je dis qu'en tel accident il peut s'imaginer un autre pavé encore le plus bas que l'edifice, prennant apres la ligne de son œil jusques à ce pavé pour ligne de Spectateur ; car chaque point ombrageable avec la ligne de Spectateur est alors dessus le pavé en telle qualité que quelques uns des precedens problemes, laquelle maniere estant suivie en la recherche de l'ombre, il n'est pas besoing pour telle diverse position, de descrire diverses nouvelles regles.

Quant aux ombres des lignes obliques, lesquelles ne sont cy-devant descrites : Je dis que comme leurs grands

deurs en la Geometrie ne se mesurent mathematiquement, mais mechaniquement, aussi pres que la chose le requiert, ainsi telles ombres ne se depeignent mathematiquement, ains on parvient par l'ombragement de plusieurs poincts en lignes obliques, à peu pres du requis, jusques à ce qu'il semble suffire à la veüe.

DES BRIEFVETEZ ET CERTITUDES  
DES SVR L'OPERATION DE  
L'OMBRAGEMENT.

Nous avons suffisamment declaré es precedentes propositions la maniere de trouver l'ombre de tout poinct ombrageable donné; parquoy la regle generale de l'ombragement de toute figure ombrageable donnée est manifeste, comme on peut voir en l'onzieme proposition: Mais d'autant qu'il seroit penible es grands ouvrages de trouver en telle sorte les ombres de tous poincts & lignes ombrageables, nous descrirons maintenant six divers articles des briefvetez & seuretez, qui selon les circonstances se peuvent rencontrer aux operations.

ARTICLE I.

Il faut necessairement qu'en l'ombragement d'une figure ombrageable, on se propose toujours au donné, que le vitre tende par la partie anterieure, comme plan, ligne, ou poinct de la figure ombrageable; parce que cela n'a alors besoing d'ombragement, à cause qu'il sert pour son ombre propre par la 2 petition. Mais d'autant que quelqu'un pourroit penser, qu'en l'actuel ombragement il viendroit souvent mal à propos, de prendre le plan d'une figure ombrageable, comme d'un grand edifice pour son ombre, à cause que l'ombre, pour estre marquée sur du papier, seroit trop grande, nous en ferons plus ample declaration. Soit pour exemple à ombrer quelque edifice, le faiste duquel est de la hauteur de 100 paulmes, & le Spectateur distant de là 300 paulmes, ayant devant soy un vitre essentiel de trois paulmes de l'œil, tellement qu'il soit parallele avec ledit faiste, lequel on voit par le vitre, dedans lequel doit venir l'ombre de la hauteur d'une paulme. Or cecy estant le donné, & le requis une ombre égale & semblable avec celle qui est veüe dedans le vitre, les lignes de 100 & 300 paulmes, qu'il y a de l'œil jusques à la figure ombrageable seroient trop longues, pourroit dire quelqu'un, à fin d'estre convenablement tirées sur du papier: Comment doncques en fera-on? Ainsi: On s'imaginera avoir devant soy quelque petite boissure corporelle de l'edifice, le frontispice duquel estant dedans le vitre, soit haut de la susdite paulme, & le reste selon qu'il appartient: Icelle boissure prinse pour figure ombrageable, & en tirant un plan & profil, & en outre l'ombrageant suivant la regle, on a le requis, sans qu'il faille prendre peine à en ombrer le frontispice; car on le remarque egal & semblable à celuy du solide.

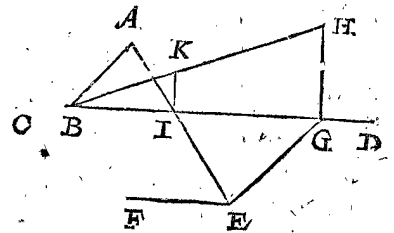
ARTICLE II.

D'autant qu'il y a quelque briefveté en l'invention des ombres de certaines lignes droites, lesquelles sont paralleles avec le pavé, nous en descrirons quelques exemples. Le premier sera d'une ligne dedans le pavé, l'une des extremitéz de laquelle vient dedans le vitre, l'autre la dehors. Le second d'une ligne dedans le pavé, les deux extremitéz de laquelle viennent toutes deux dehors le vitre. Le troisieme d'une ligne dessus le pavé, l'une des extremitéz de laquelle vient dedans le vitre,

l'autre dehors. Le quatrieme d'une ligne dessus le pavé, les deux extremitéz de laquelle viennent hors le vitre.

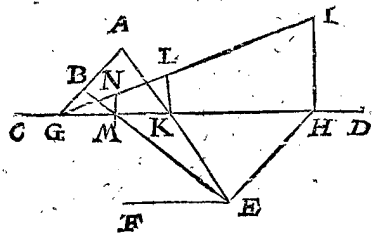
1 Exemple.

Soit premierement AB une ligne ombrageable droite dedans le pavé, touchant du poinct B la vitrebasse CD, de laquelle le vitre est à angle droit sur le pavé, E le pied, sur lequel on feigne que soit dressée une ligne à angle droit sur le pavé, & égale à la mesure de Spectateur EF. Or pour en trouver l'ombre, je tire la ligne de pavé EG parallele avec BA, mais il faut cōsiderer (ce qui se devra entendre aussi bien des trois exemples suivants de cest article, que sur cestuy-cy) que les trois poincts donnez E, B, A, ne peuvent estre en une mesme ligne droite, pour parvenir à la briefveté que nous desirons en l'operation, car alors en tirant de EG paralleles avec BA, on ne pourroit parvenir à solution, comme il est declaré en la marque de la 5 proposition. Puis GH à angle droit sur CD, & parallele avec EF; apres HB & AE coupant CD en I, & IK à angle droit sur CD, touchant HB en K: Ce qu'estant ainsi, KB est l'ombre requise de AB: Car B dedans le vitre est son ombre propre par la seconde petition, & K ombre de A par la 5 proposition; & pourtant la ligne KB ombre de AB par la 1 proposition. La briefveté ensuiyant, est, que tirant EG parallele avec AB, la partie de la ligne de conjunction de B jusques à K demeure l'ombre requise, là où faisant autrement, il faudroit tirer une nouvelle ligne pour ombre.



2 Exemple.

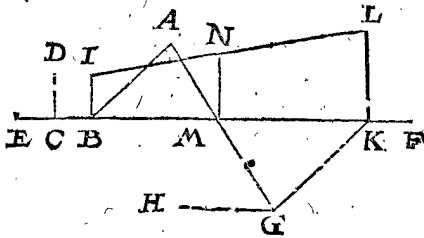
Soit secondement AB une ligne ombrageable droite dedans le pavé, ne touchant point la vitrebasse CD, le vitre de laquelle est à angle droit sur le pavé, E le pied, sur lequel on s'imagîne que soit dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur le pavé, & égale à la mesure de Spectateur EF. Pour en trouver l'ombre, je tire AB jusques à la vitrebasse en G, puis la ligne de Spectateur EH parallele avec GA; puis HI à angle droit sur CD, & égale avec EF; apres IG, & AE coupant CD en K, & KL à angle droit sur CD, touchant IG en L; puis BE coupant CD en M, & MN à angle droit sur CD, touchant IG en N: Ce qu'estant ainsi, LN est manifestement l'ombre requise de AB. La briefveté de cecy est, qu'en produisant AB jusques à G, & le reste comme dessus, qu'alors les deux poincts A, B, sont ombragez par une ligne de pavé EH, une mesure de Spectateur HI, & une ligne de conjunction IG, là où autrement ombrageant chaque poinct A, B, en particulier, il faudroit tirer de chacun deux telles lignes.



3 Exemple.

Soient au troisieme A, B, deux poincts dedans le pavé, & encores deux poincts chacun aussi haut sur iceux que CD est longue, venant l'un des poincts de laquelle

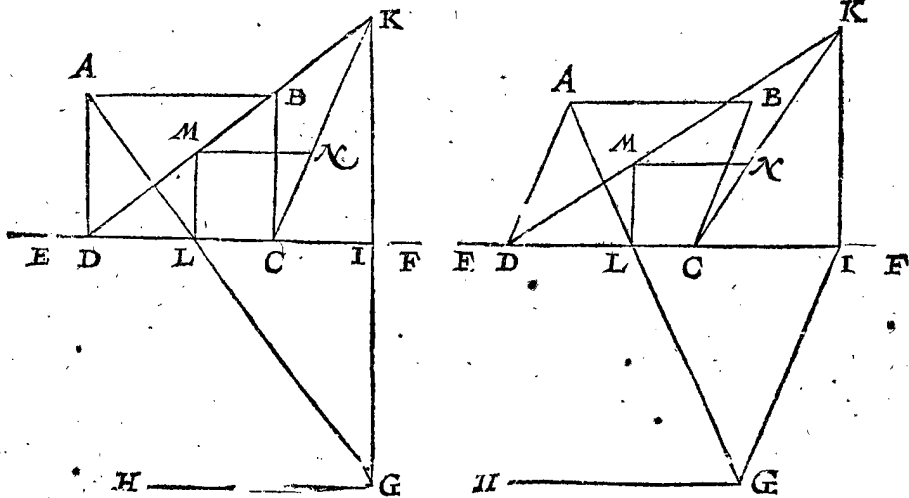
sus B dedans le vitre, & la ligne entre ces deux points, laquelle doit estre parallele du pavé, soit la ligne ombrageable donnée; puis soit le vitre à angle droit sur le pavé, sa vitrebase soit EBF; & G le pied, sur lequel par imagination est dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur le pavé, & egale à la mesure de Spectateur GH. Or pour en trouver l'ombre, je tire BI à angle droit sur EF, & egal à CD: puis GK parallele avec BA, & de l'attouchement de la ligne de pavé K, la mesure de Spectateur KL à angle droit sur EF, & egale à GH: Puis LI & AG coupant EF en M; puis MN à angle droit sur EF, touchant la ligne de conjunction IL en N.



Ce qu'estant ainsi, IN est l'ombre requise: Car le point I estant dedans le vitre, est son ombre propre, par la 2 petition, & le point N ombre du point dessus A, par la 6 proposition; pourtant la ligne entre deux, comme NI, est par la 1 proposition ombre de la ligne dessus AB. La briefveté qui en procede, est que tirant GK parallele avec BA, la partie de la ligne de conjunction de I jusques à N demeure l'ombre requise, là où faisant autrement, il faut tirer une ligne nouvelle pour ombre, puis une autre ligne, comme BI, & encore une autre, comme BA.

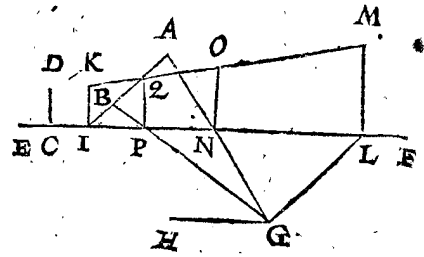
4 Exemple.

Soient au quatriesme A & B deux points dedans le pavé, chacun aussi haut que CD est longue, venans tous deux dehors le vitre, & la ligne entre ces deux points, laquelle doit estre parallele avec le pavé, soit la ligne ombrageable donnée: Apres, le vitre est à angle droit sur le pavé, sa vitrebase soit EF, & G le pied, sur lequel on s'imagine que soit dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur le pavé, & egale à la ligne de Spectateur GH. Or pour en trouver l'ombre, je produis AB jusques à ce qu'elle touche la vitrebase en I: Puis IK à angle droit sur EF, & egale à CD; puis GL parallele avec



Pour declarer les briefvetez provenantes de cecy en l'invention de l'ombre, nous descrirons premierement

IA, & de l'attouchement de la ligne de pavé L, la ligne de Spectateur LM à angle droit sur EF, & egale à GH; puis MK & AG coupant EF en N, apres NO à angle



droit sur EF, & touchant MN en O; puis BG coupant EF en P; apres PQ à angle droit sur EF, & touchant MK en Q. Ce qu'estant ainsi, OQ est l'ombre requise: Car O est ombre du point ombrageable dessus A, & Q du point ombrageable dessus B, par la 6 proposition; & OQ ligne entre ces deux points, doit estre ombre de l'ombrageable AB, par la premiere proposition. La briefveté qui en procede se peut voir quand on enombre au long chaque point ombrageable à part, selon la maniere de la 6 proposition, sans produire AB ne GH parallele avec icelle.

ARTICLE III.

Il provient briefveté & certitude en l'œuvre, en feignant que les lignes ombrageables paralleles, lesquelles sont paralleles avec le vitre, ayent pareillement leurs ombres paralleles par la 3 proposition. Mais paralleles ombrageables, lesquelles avec le vitre ne sont paralleles, qu'elles ayent pareillement leurs ombres non paralleles, & estant produites, qu'elles se joignent en un point par la 3 proposition. La cause de ceste briefveté, est qu'en cherchant les ombres des points ombrageables donnez, il n'est pas besoing de poursuivre tousiours tous les six articles de l'operation de la 5 proposition, ou les 7 articles de la 6 proposition, ains seulement un ou deux d'iceux, voire quelquefois pas un.

1 Exemple.

Pour declarer par exemple ces briefvetez, soit ABCD un quadrangle parallelogramme ombrageable dedans le pavé, par le costé DC, duquel tend la vitrebase EF, G est le pied, sur lequel par imagination est dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur GH, & à angle droit sur le pavé.

la totale operation comme s'ensuit: Je tire premierement la ligne de pavé GI parallele avec DA, & de l'at-

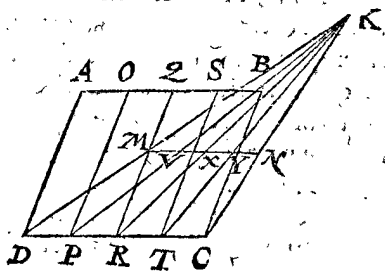
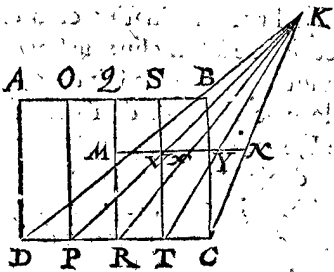
rouche-

touchement de la ligne de pavé I, la mesure de Spectateur IK égale à GH, & à angle droit sur la vitrebase EF; puis les lignes KD, KC, & AG, coupant EF en L; apes LM à angle droit sur EF, & touchant KD en M, puis MN parallele avec CD, & touchant KC en N: Cecy estant ainsi, le quadrangle MNCD est manifestement l'ombre requise de ABCD. La briefvete consistante en cecy, est entre autres qu'on n'y a point cherché l'ombre N du point ombrageable B, selon la maniere de la 5 proposition, car produisant MN jusques à ce qu'elle rencontre KC, comme en N, il falloit que N fut l'ombre de B, & la ligne MN ombre de AB pour ceste raison: Estans KD, KC lignes de conjonction, & le point M ombre de A, par la 5 proposition; & que

là dessus l'ombre MN doit estre ainsi parallele avec l'ombre DC, comme l'ombrageable AB avec l'ombrageable DC par la 2 proposition, il faut que MN soit ombre de AB, & N de A.

2 Exemple.

De plus remarquables briefvetez se rencontrent encore quand le quadrangle parallelogramme ombrageable a en soy plusieurs lignes paralleles avec les costez declinans. Soit pour exemple MNCD derechef ombre de ABCD, K le point de conjonction, & le reste comme dessus, hormis que le quadrangle ombrageable ABCD, aye maintenant en soy trois lignes paralleles avec AD, comme OP, QR, ST.

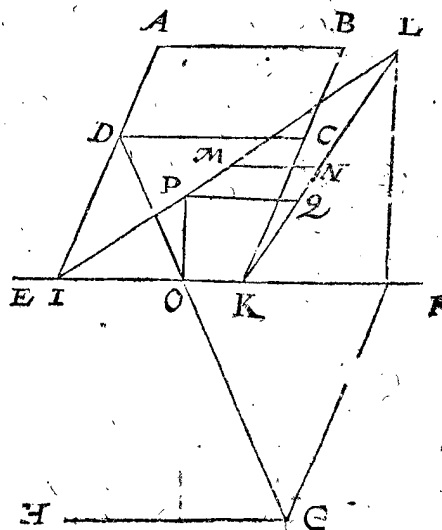
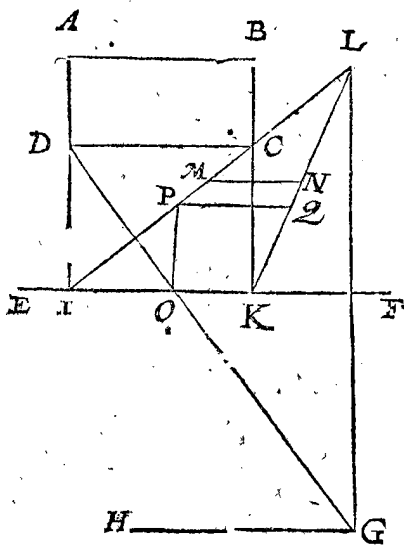


Pour trouver les ombres d'icelles lignes, on ne fait que tirer KP, KR, KT, coupant MN aux trois points V, X, Y: Car les trois lignes comprises au quadrangle MNCD, comme VP, XR, YT, sont manifestement les ombres requises; à sçavoir VP de OP, & XR de QR, & YT de ST.

lele avec le costé, soit derechef ABCD un quadrangle parallelogramme ombrageable dedans le pavé, duquel le costé DC est parallele avec la vitrebase EF, & G le pied, sur lequel par imagination est dressée une ligne de Spectateur égale à la mesure de Spectateur GH. Pour en trouver l'ombre par briefvete, je produis AD & BC tant qu'elles touchent la vitrebase en I & K: Je trouve puis apres l'ombre du quadrangle ABKI, comme cy-devant celle de ABCD a esté trouvée, laquelle ombre (prennant L pour point de conjonction) soit MNKI:

3 Exemple.

Mais pour donner aussi exemple quand le vitre tend hors d'un costé du quadrangle parallelogramme paral-



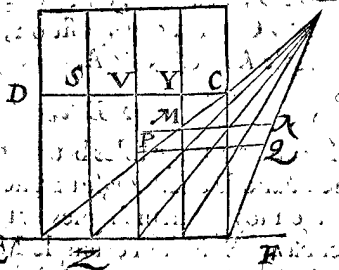
Puis, comme l'on a trouvé icy l'ombre MN de l'ombrageable AB, de mesme sorte on trouvera l'ombre de l'ombrageable DC: C'est que je tire DG coupant EF en O, puis OP à angle droit sur EF, & touchant LI en P; puis PQ parallele avec MN, & touchant LK en Q: ce qu'estant ainsi, le quadrangle MNQP, est manifestement l'ombre requise de l'ombrageable ABCD.

ration qui alors en advient est telle: Soit derechef MNQP cy-dessous l'ombre de ABCD, L le point de conjonction, & le reste comme dessus, excepté que le quadrangle ombrageable ABCD aye maintenant en soy trois lignes paralleles avec AD, à sçavoir RS, TV, XY: Pour trouver l'ombre d'icelles lignes, on produira cedites trois lignes, jusques à la vitrebase EF, comme RSZ, & ainsi avec les autres deux: Puis trois lignes du point de conjonction L, jusques à ces trois atouchemens en la vitrebase; car les trois lignes lors comprises dedans le quadrangle MNQP, sont manifestement l'ombre requise des ombrageables RS, TV, XY.

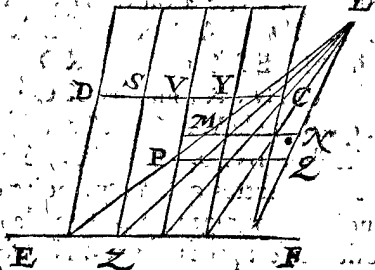
4 Exemple.

Mais si la figure ombrageable avoit des lignes paralleles avec les costez s'esloignans, la briefvete de l'ope-

ART X B L



ART X B L

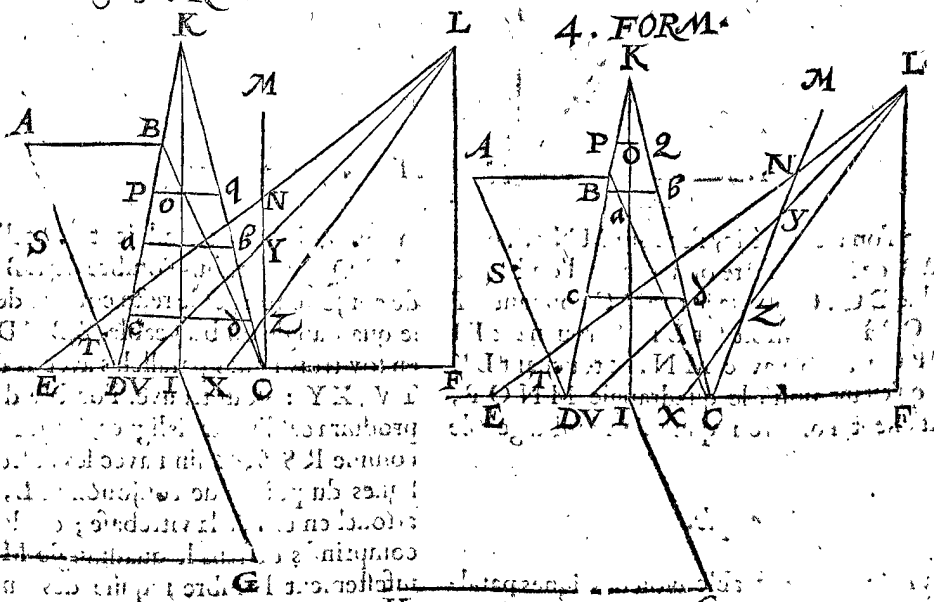
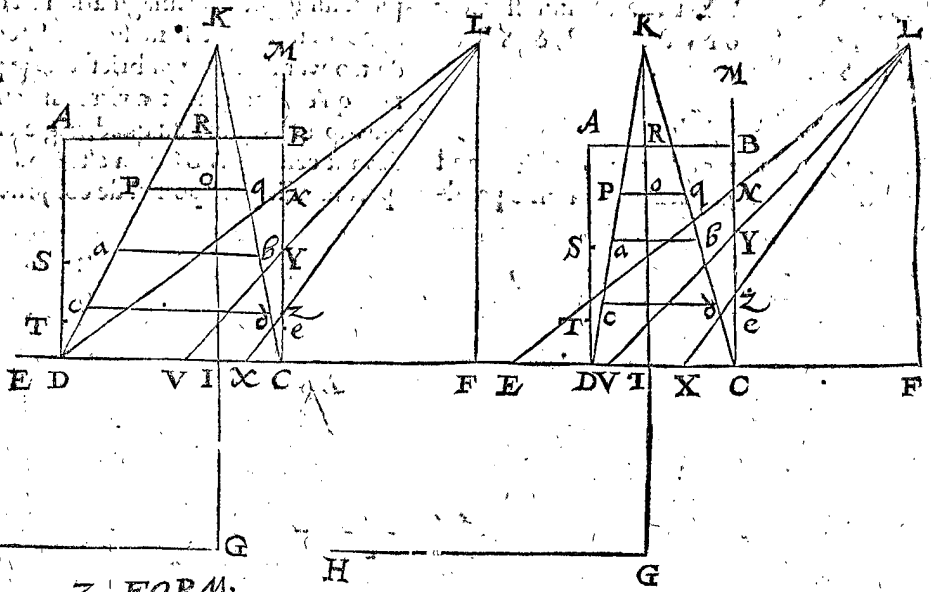


Exemple.

Quoy que nostre intention fut de diverses manieres d'operations choisir une seule, a sçavoir celle qui nous sembleroit la plus briefve & commode, toutefois nous adjousterons encore aux quatre exemples precedens ce cinquieme, avec quelque variation en la maniere de l'operation, parce qu'au troisieme chapitre de l'appendice nous en toucherons un mot.

Or dont pour venir à la chose, nous mettrons icy quatre figures: La premiere avec un quarré ombrageable donné: La seconde avec un ombrageable rectangle plus long d'un costé: La troisieme avec un quadrangle parallelogramme obliqu'angle, & tous trois avec le vitre à angle droit sur le pavé par un costé du quadrangle ombrageable: La quatrieme figure avec le vitre à angle

oblique sur le pavé, auxquelles quatre figures servira une mesme description. Soit donc ABCD un quadrangle parallelogramme ombrageable dedans le pavé, par le costé duquel DC tend la vitrebase EF, G est le pied, sur lequel par imagination est dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur GH, & à angle droit sur le pavé; puis soit tirée la ligne de pavé GI parallele avec DA, & de l'atouchement de la ligne de pavé I, la mesure de Spectateur IK, egale à GH, & à angle droit sur la vitrebase EF; puis la ligne de jonction DK, CK. L'operation est faite jusques icy comme au commencement du premier exemple de ce troisieme article: Mais pour trouver maintenant l'ombre de AB selon la maniere de nostre dessein; je marque en la vitrebase EF, le point F, de sorte que CF est egale à la ligne venant de G à angle droit sur EF, ce



... de la 2e...  
 ... de la 3e...  
 ... de la 4e...  
 ... de la 5e...  
 ... de la 6e...  
 ... de la 7e...  
 ... de la 8e...  
 ... de la 9e...  
 ... de la 10e...

qui



qui en la 1 & 2 figure est GI, en la 3 & 4 elle s' imagine: Puis FL egale & parallele avec IK: Apres je marque en la vitre base EF le point E, tellement que CE est egale à la ligne venant de C à angle droit sur AB, ou sur sa prolongée; ce qui en la 1 & 2 figure est CB, en la 3 & 4 figure elle est imaginée. Puis je tire CM, faisant sur EF un angle egal à l'angle qu'on prend faire le vitre sur le pavé: Je tire puis apres le coupant CM en N, & je prens alors la longueur CN l'appliquant en la ligne, IK de I jusques O; & tirant par O la ligne PQ parallele avec AB, à sçavoir P, en la ligne de jonction DK, & Q en la ligne de jonction CK. Cecy estant ainsi, je dis que la ligne PQ est l'ombre de AB, & PQCD l'ombre du quadrangle ABCD.

*Preparation.* Soit marquée dedans la premiere & seconde figure le point R, comme section commune de IK ou sa prolongée, & AB ou sa prolongée.

DEMONSTRATION.

D'autant qu'en la premiere & seconde figure CF est egale à la ligne IG, & CE à CB, qui est aussi à IR, s'ensuit que EF est egale à GR, & FL à la ligne de Spectateur, laquelle est sur le point G à angle droit sur le pavé; parquoy le triangle EFL estant droit à F, est egal & semblable au triangle imaginé entre l'œil R, & G, estant droit à G. Apres, d'autant que IG est egale à CF, il faut que LE coupe la ligne CM en N, aussi haut dessus C, comme le rayon de l'œil R transperce le vitre dessus I: Pourtant CN est la vraie longueur, laquelle doit estre de DC jusques à l'ombre AB; mais icelle longueur est entre DC & PQ par l'operation; pourtant PQ est en la competente distance de DC. Leurs extremités P, Q, sont aussi dedans les lignes de jonction DK, CK, pourtant PQ est la vraie ombre de AB.

Par ce qui a esté démontré en la 1 & 2 figure, on peut assez facilement entendre la consequence des semblables en la 3 & 4 figure: car si on tire une ligne de G à angle droit sur AB, ou sur sa prolongée, elle fera egale avec EF, d'où on voit assez la consequence du reste.

NOTEZ.

Mais s'il falloit trouver les ombres de quelques autres lignes ombrageables paralleles avec AB, cela se peut par briefvete faire ainsi: Soient entre AB & DC par imagination encores deux lignes ombrageables egales & paralleles avec AB, & tendantes par les points S, T, qui sont marquez en AD. Pour trouver l'ombre d'icelles lignes, je marque en CE les deux points V, X, tellement que CV est egale avec la ligne de S jusques à EF à angle droit sur icelle, & CX egale avec la ligne de T à angle droit sur EF; je tire puis apres LV, & LX, coupant MC en Y & Z: Apres je marque au quadrangle PQCD la ligne *ab*, aussi haute dessus DC que de Y jusques à C; pareillement la ligne *cd* aussi haute dessus DC que de Z jusques à C, & j'ay manifestement le requis.

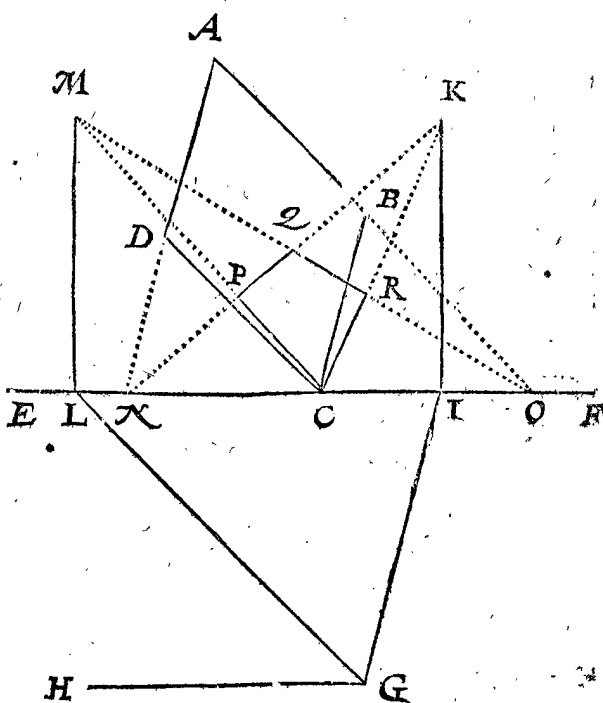
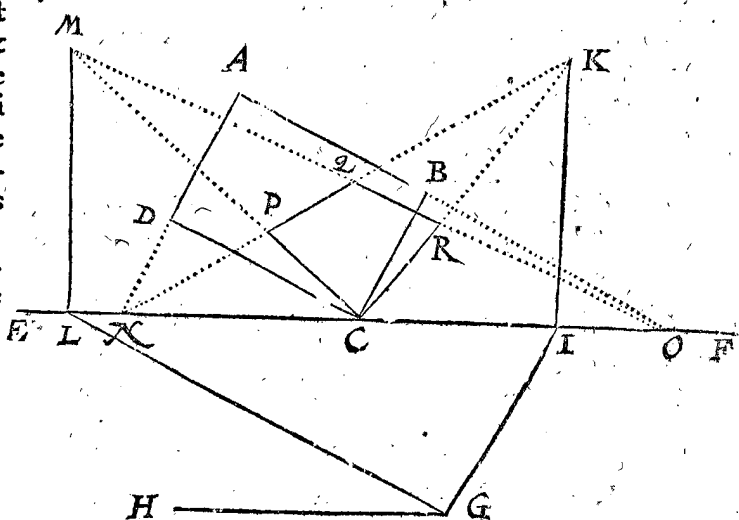
Nous avons décrit jusques icy des exemples où le vitre tend par l'un des costés du quadrangle ombrageable, mais pour donner aussi exemple là où il tend hors d'un costé parallele avec iceluy, soit aux deux premiers quadrangles rectangles ombrageables ABT & un quadrangle ombrageable, tendant le vitre par EF parallele avec AB, & le reste du donné soit comme dessus.

Pour trouver maintenant l'ombre de AB, on produira AT; & son costé opposite Be, tant qu'ils touchent EF; comme en C & D: Puis posant que ABCD soit la figure ombrageable donnée, on trouve PQ om-

bre de AB comme dessus; Et puis posant encore TeCD comme si elle estoit la figure ombrageable donnée, on trouve de mesme façon l'ombre de l'imaginée Te, & on a le requis. Dont la demonstration est manifeste par la precedente.

6 Exemple.

Nous parlerons maintenant de la briefvete lors que le vitre tend non parallele avec chacun des quatre costés: Soit à ceste fin ABCD un quadrangle rectangulaire ombrageable, EF la vitre base non parallele avec chacun des quatre costés, & tendant le vitre à angle droit sur le pavé par un des points, comme par C, & G est le pied, sur lequel par imagination est dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur GH: Pour avoir l'ombre d'iceluy quadrangle ABCD, on pourroit trouver l'ombre d'un chacun des points ABD selon la regle generale de la 5 proposition, tirant puis apres des lignes de l'un des points à l'autre; mais on les peut avoir par voye plus briefve, comme s'ensuit. Je tire la ligne de pavé GI parallele avec CB, & KI à angle droit sur EF & egale à GH; puis la ligne de pavé



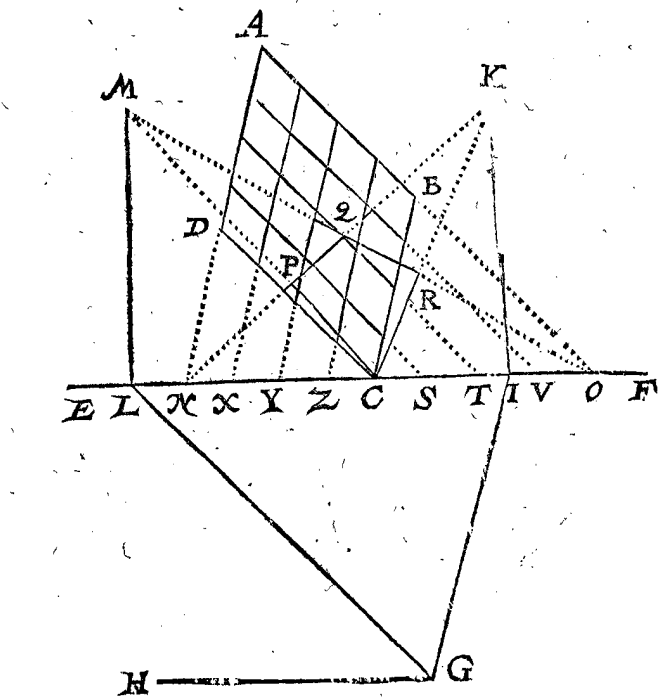
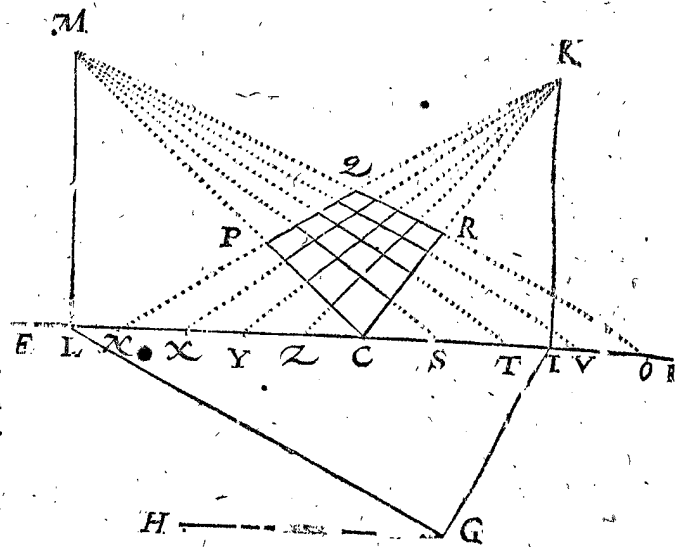
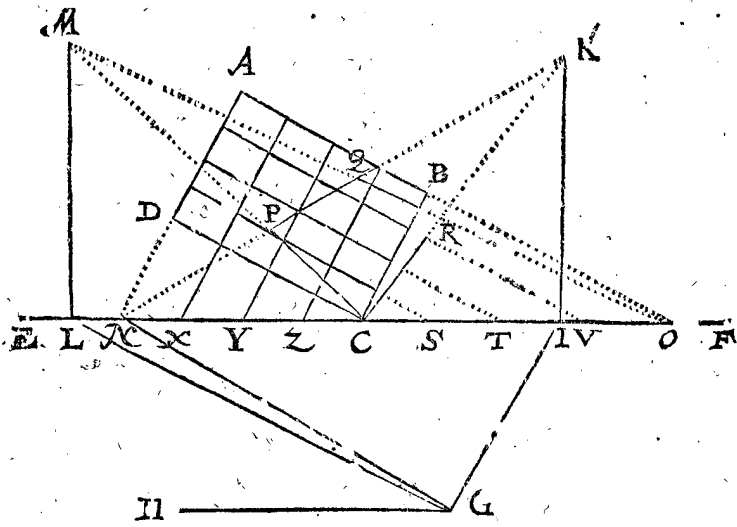
GI parallele avec CD, & sur EF la mesure de Spectateur LM egale à GH; apres je produis AD jusques à la vitre base en N, & AB jusques à la mesme vitre base en O; apres KN, KC, & MC coupant KN en P;

puis MO coupant KN en Q, & KC en R. Ce qu'estant ainsi, le quadrangle QRC P est l'ombre requise de l'ombrageable ABCD; car MO, MC font lignes de conjonction des ombres de AB, DC; & KN, KC, des ombres de AD, BC: pourtant les ombres de AB & DC sont dedans les lignes de conjonction MO, MC, & les ombres de AD, BC, dedans les lignes de conjonction KN, KC: parquoy QR & P C sont ombres de AB, DC; & QP, RC ombres de AD, BC; & par consequent le quadrangle QRC P ombre du quadrangle ombrageable ABCD.

7 Exemple.

Mais s'il y avoit en l'ombrageable quadrangle parallelogramme des lignes paralleles avec les costez, leurs ombres se trouvent pareillement par briefveté. Soient par exemple au quadrangle ombrageable ABCD, trois lignes paralleles avec AB, & trois autres lignes paralleles avec AD: Ce qu'estant ainsi, on en fait l'operation comme dessus, & sur cela on produit encore les om-

Je tire puis apres les six lignes MS, MT, MV, KX, KY, KZ; & alors les lignes comprins dedans le quadrangle QRC P (lequel quadrangle pour plus ample,

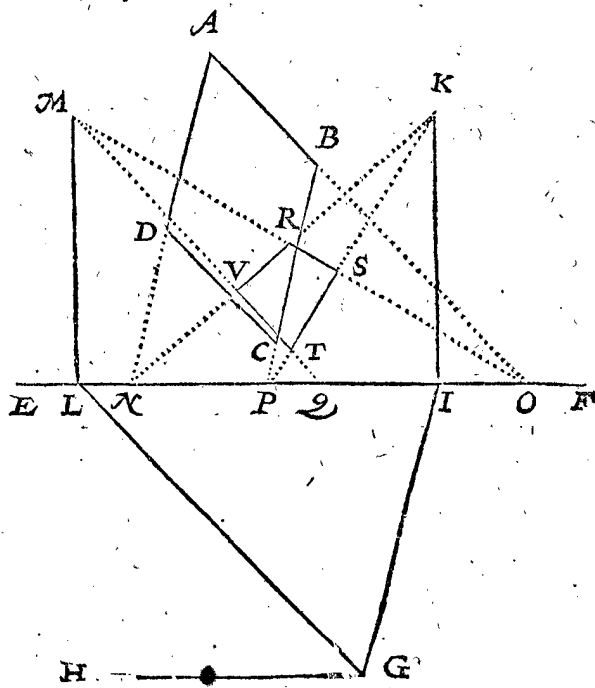
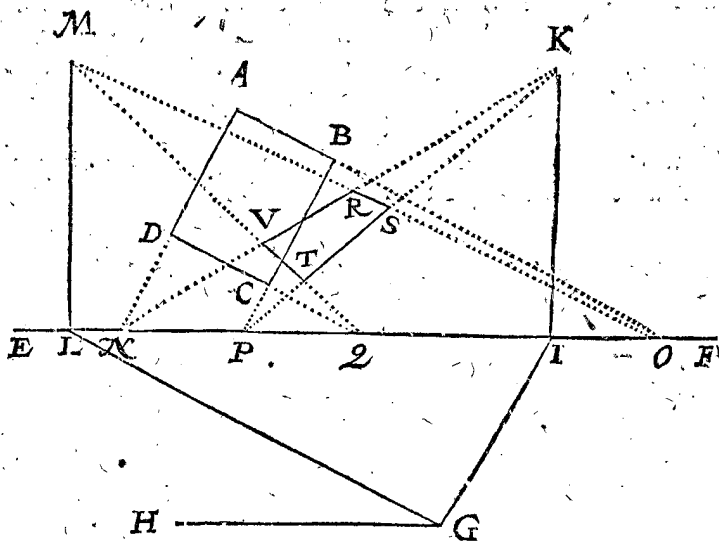


esclaircissement, nous remarquerons encore fans le quadrangle ombrageable donné) sont les ombres requises des ombrageables paralleles dedans le quadrangle ABCD.

8 Exemple.

Soit maintenant la vitre base EF hors du quadrangle parallelogramme ombrageable ABCD, sans le toucher, comme cy-dessous; où G signifie le pied, GH mesure de Spectateur, laquelle, comme aussi le vitre, est parallele sur le pavé: Or suivant l'operation avec les points I, K, L, M, N, O, comme dessus, puis produisant BC & CD, tant qu'elles touchent la vitre-base EF en P, & Q, & tirant MO, MQ, KN, KP; alors le quadrangle comprins entre les interieures parties des quatre lignes, comme RS, TV, est l'om-

brageables données tant qu'elles touchent la vitre-base EF, comme entre C & O aux trois points S, T, V; mais entre C & N aux trois points X, Y, Z, & la figure est alors comme cy-dessous.



bre requise, dont la demonstration est manifeste par la precedente.

9 Exemple.

Mais si le quadrangle ombrageable ABCD avoit des lignes ombrageables paralleles avec l'un & l'autre costé, pour trouver leurs ombres par briefveté, on feroit comme dessus, à sçavoir on produiroit ces lignes jusques à la vitrebase EF; puis les lignes venans de M jusques à tels atouchemens tombans entre Q & O, & de K jusques à tels atouchemens entre P & N; car les parties d'icelles lignes comprinses dedans le quadrangle R, S, T, V, seroient pour les raisons precedentes l'ombre requise.

10 Exemple.

Il se peut aussi rencontrer briefveté en l'ombragement de quadrangles rectangles solides: Et pour en parler par exemple, soit ABCD l'ichnographie ou plan d'un rectangle solide, duquel la hauteur EF, & le vitre tend par le plan anterieur, duquel la base DC, le pied soit G, sur lequel par imagination est dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur le pavé, & egale à la mesure de Spectateur HI: Or pour faire l'operation, je marque sur un autre vitre (pour ne mesler l'ombre avec le plan donné) KL, MN, comme ombre du quadrangle qui vient dedans le vitre, à sçavoir duquel la base

NM est egale avec DC, & la hauteur NK egale à EF; Puis je trouve par la 5 ou 6 proposition le point de conjunction O, d'iceluy je tire OM, ON, OK, OL, comme lignes de conjunction des ombres prolongées des ombrageables, telles que sont DA, CB, & celles qui y viennent dessus. Or pour parfaire maintenant le reste des ombres requises, je n'ay qu'à chercher l'ombre du point, tel qu'est A, laquelle ombre soit P, qu'on trouve maintenant seulement par les deux derniers articles de l'operation de la 5 proposition: Puis on produit PQ parallele avec NK, jusques à ce qu'elle touche la ligne de conjunction OK; apres QR parallele avec NM, jusques à ce qu'elle touche la ligne de conjunction OL; apres RS parallele avec LM, jusques à ce qu'elle touche la ligne de conjunction OM: Et finalement SP, laquelle s'il n'y a faute en l'operation, sera necessairement parallele avec LM, par la 2 proposition; & pour les raisons deduites en icelle 2 proposition, PQ & RS doivent estre paralleles avec NK, LM, & QR avec NM; de sorte que KLMNPQRS est l'ombre requise.

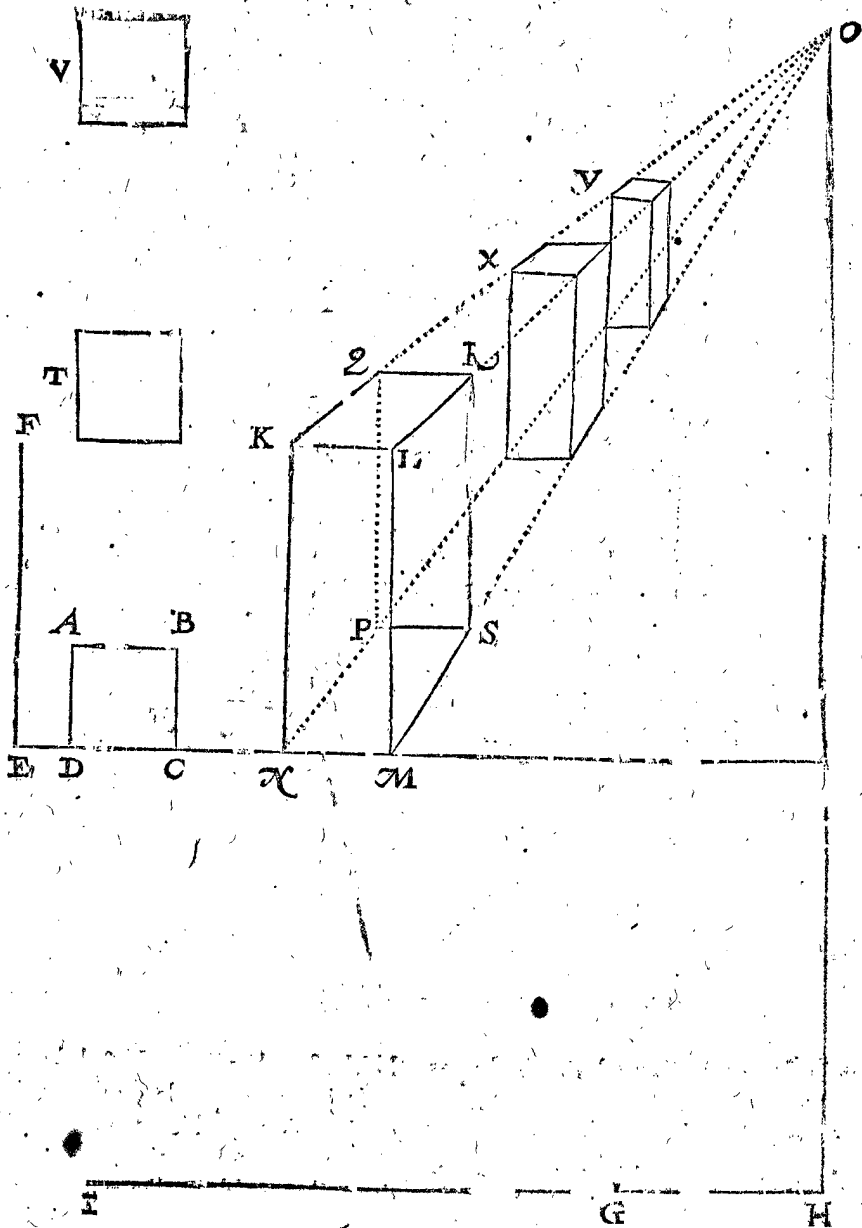
Mais puis que ceste ombre est marquée d'un rectangle corporel, comme estant de matiere diaphane, tellement qu'on peut voir les lignes posterieures, comme PQ, PS, PN; c'est à sçavoir que quand on se propose que le corps n'est point diaphane, on ne tirera pas si on veut ces trois lignes; & en tel cas on eut peu au lieu du

point P, trouver le point Q, & pour suivre le reste comme il appartient.

11 Exemple.

Mais si derriere l'ombrageable rectangle corporel donné, estoient dressez plusieurs autres rectangles corporels, egaux & semblables avec iceux tels que ceux

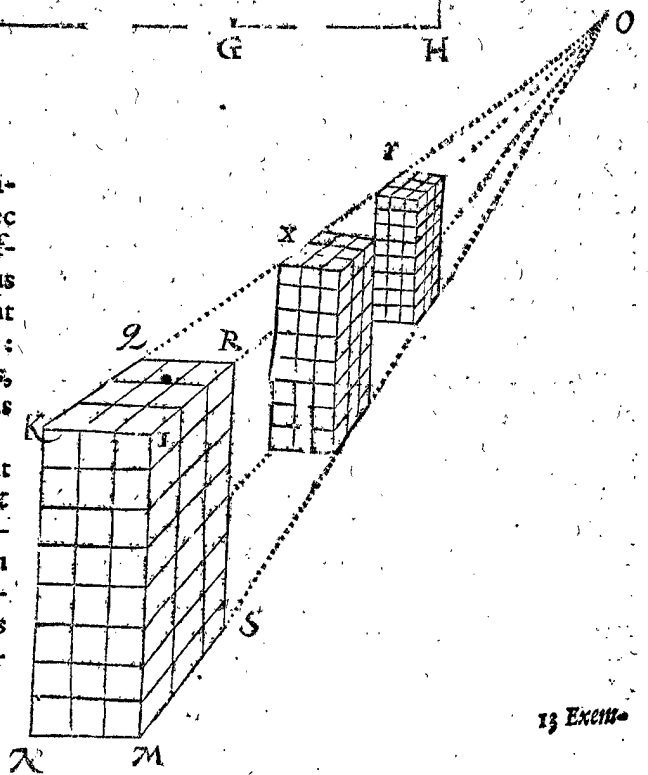
desquels les ichnographies sont les quarez T, V; tellement que les deux costez T & V soient en la ligne droite tendant de D par A, l'invention de leurs ombres est pareillement facile, car trouvant le point X comme dessus est dit de Q, & procedant avec iceluy, on a l'ombre requise à X: Et par mesme voye on trouve l'ombre à Y.



12 Exemple.

Mais si dedans le susdit rectangle corporel ombrageable estoient plusieurs autres lignes paralleles avec les costez, leurs ombres se pourroient tirer par brevete: Comme par exemple, prenant qu'aux costez plus courts soient marquez trois points, desquels soient tirees des lignes paralleles avec les costez plus longs: Pareillement dedans les costez plus longs sept points, desquels soient tirez des paralleles avec les costez plus courts.

Pour trouver l'ombre d'icelles paralleles, il ne faut que tirer les lignes de O jusques aux points susdits, & puis toutes les autres comme la figure suivante le demontre; moyennant que les paralleles avec K L au quadrangle KR se trouvent, comme il est dit cy-devant au troisieme article; & que des extremes points d'icelles lignes dedans L R, sont tirees des lignes paralleles avec R S.



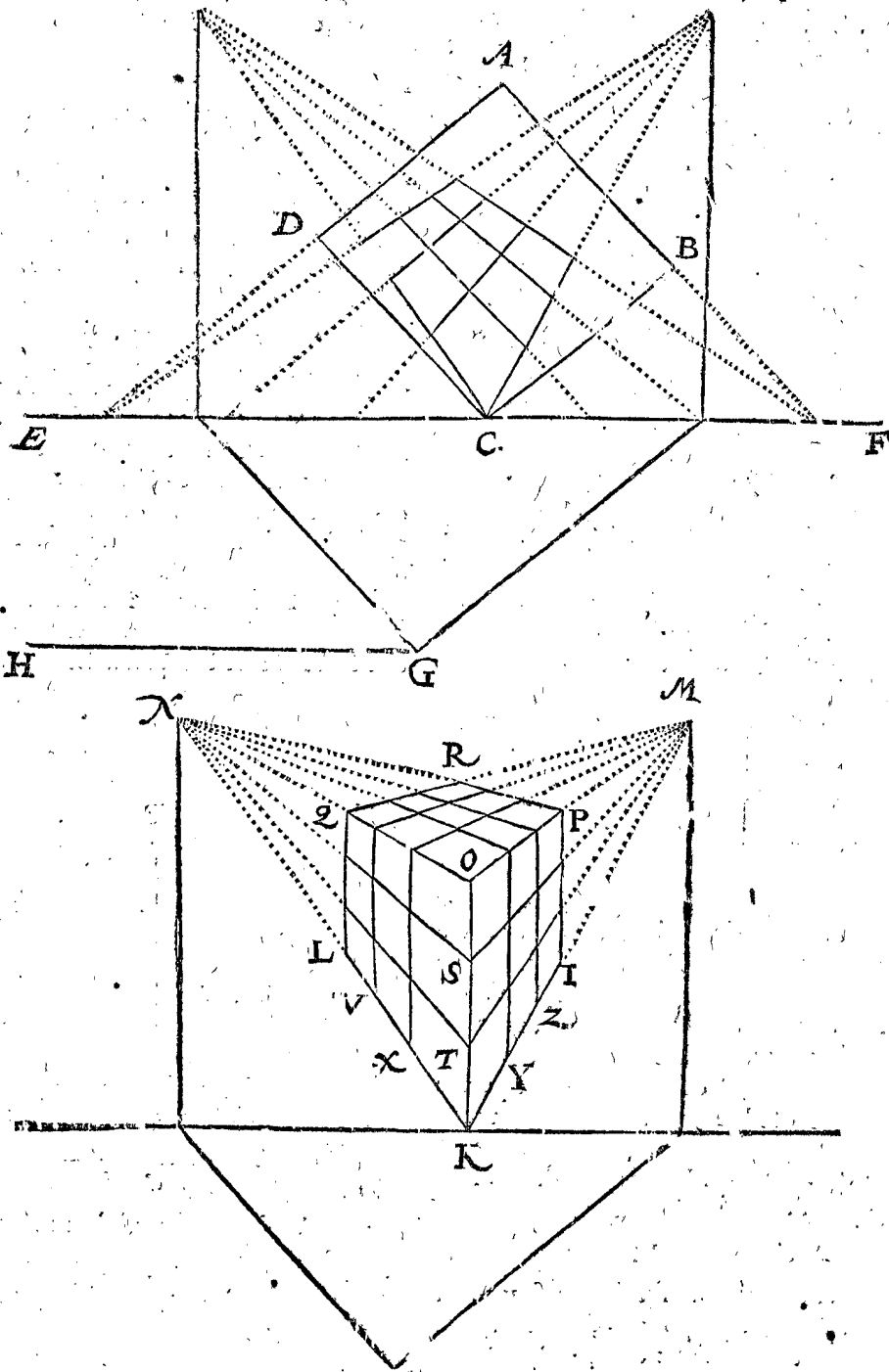
13 Exemple.

Si le vitre n'estoit parallele avec le plan du rectangle corporel, comme cy-devant, ains non parallele, il y en provient aussi des briefvetez remarquables. Soit pour exemple ABCD un rectangle, je prens un quarré, comme plan dedans le pavé, sur lequel est imaginé un rectangle corporel de la hauteur qu'est la longueur d'un des costez d'un quarré, à sçavoir un cube; & par l'angle C tend le vitre EF à angle droit sur le pavé; & G est le pied, sur lequel on feigne que soit dressée une ligne de Spectateur, à angle droit sur iceluy pavé, & égale à la mesure de Spectateur GH: Pour marquer l'ombre de ce cube, je trouve pour le premier, comme dessus, l'ombre de la base, ou des trois poinçts visibles B, C, D, lesquels sont, je prens, comme en la seconde figure suivante I, K, L; Et K, I, M, l'une des lignes de conjunction, de laquelle le poinçt de conjunction est M; l'autre ligne de conjunction est KLN, dont le poinçt de

conjunction N; & sur le poinçt K, qui vient dedans le vitre, je tire le costé du cube qui est dedans le vitre, comme KO égale à AB; puis du poinçt de conjunction M, la ligne de conjunction MO, & NO; puis IP, & LQ paralleles avec KO, venant Pen MO, & Q en NO: Puis MQ, & NP coupant MQ en R: Ce qu'estant ainsi, je dis que la figure RPIKLO est l'ombre requise du cube donné.

14 Exemple.

Mais si le cube donné estoit sur chacun quarré des lignes paralleles avec les costez, les ombres d'icelles se peuvent aussi trouver avec briefveté. Par exemple, les poinçts extremes d'icelles lignes paralleles dedans KO soyent S, T, & les poinçts extremes des ombres de telles lignes dedans KL, trouvez dedans la base comme devant, sont V, X; & dedans KI sont Y, Z: Je tire puis apres les lignes de V & X paralleles avec KO, jusques en QO, & de là en avant jusques à M, puis de Y & Z



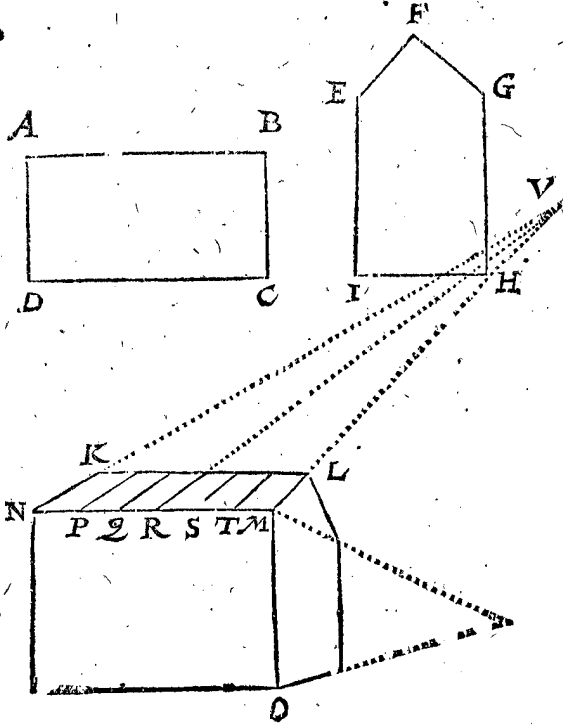
parallele avec KO, jusques en MO, & de là en avant jusques à N; puis NS, NT, MS, MT: Ce qu'estant ainsi, les lignes comprinses és trois quadrangles sont

manifestement les ombres requises des lignes ombreables paralleles données sur les quarrés du cube. A ces susdits exemples de rectangles corporels on en

pourroit encore adjoûter quelques autres de grands edifices; mais estimant que par cecy l'intention de la briefveté est assez entendûe, venant en telles paralleles, à sçavoir qui avec le pavé ou vitre soient paralleles, nous nous contenterons de ceux-cy, & ce d'autant que qui-conques s'exerce en la pratique d'enommer, remarque de soy-mesme plusieurs briefvetez lesquelles n'ont affaire d'enseignement de bouche.

ARTICLE IV.

Il se rencontre aussi briefveté en l'ombragement des lignes ombrageables paralleles, lesquelles ne sont paralleles avec le pavé, ny aussi avec le vitre. Pour en donner exemple, soit ABCD le plan d'une maison, le profil de laquelle, comme estage antérieur ou postérieur, soit EFGHI, tellement que IH est egale & convient avec CB, & vienne le vitre sur le pavé à angle droit par DC: A cecy estant encore donné le pied, & ligne de-Spectateur, & en estant fait l'ombragement selon qu'il appartient, il en est provenu, je prens, l'ombre, de laquelle le toit est soit le quadrangle KLMN: Ce plan du toit n'est en la figure ombrageable point parallel avec le pavé, ny avec le vitre: Au mesme toit ombrageable sont cinq lignes paralleles equidistantes des extremes, par les intervalles desquelles sont significées des planches,

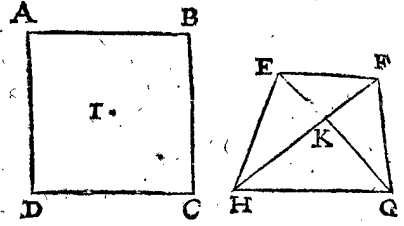


plomb, tuilles, ou choses semblables dont on couvre les maisons, les bouts de telles lignes viennent dedans la ligne MN, comme es points P, Q, R, S, T. Or pour trouver facilement les ombres d'icelles lignes, je prolonge NK & ML, tant qu'elles se rencontrent l'une l'autre en V, comme point de jonction: puis je tire VP, VQ, VR, VS, VT, qui toutes doivent couper KL. Cecy estant ainsi, je dis que les cinq lignes venant dedans le quadrangle KLMN sont les ombres requises; dequoy la demonstration est manifeste.

ARTICLE V.

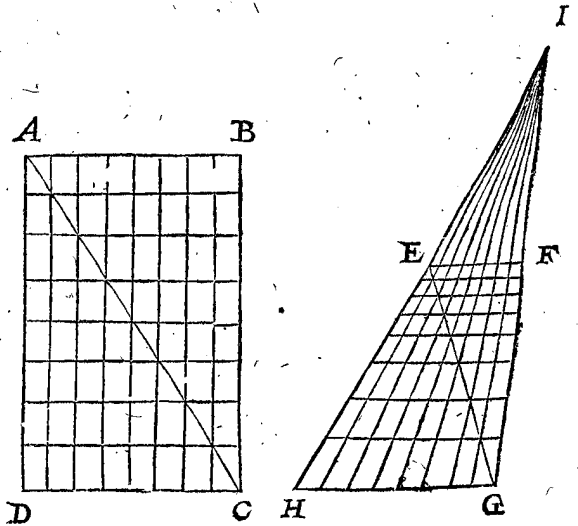
Nous pouvons rencontrer briefveté nous souvenant du contenu de la premiere proposition, à sçavoir que la ligne droite entre deux ombres de points ombrageables, est ombre de la ligne ombrageable droite entre iceux deux points ombrageables: Pour en donner exemple, soit ABCD un parallelogramme ombragea-

ble, duquel l'ombre trouvée soit EFGH: A cecy on requiert encores l'ombre du centre I de ABCD: Pour faire cecy avec briefveté, je produis les deux lignes droites EG, FH, & là où elles s'entrecourent, comme



en K, est l'ombre requise du point ombrageable I: Car par la susdite 1 proposition EG est ombre de l'imaginée AC, & FH de l'imaginée BD: Mais la commune section d'icelles deux lignes imaginées advient en I, partant le centre du quadrangle ABCD est en l'imaginée AC, il est aussi en l'imaginée BD; parquoy il faut aussi que son ombre soit dedans EG, & aussi en FH, & pourtant K est l'ombre requise.

Nous pouvons encore rencontrer une autre qualité de briefveté, laquelle nous declarerons ainsi: Soit ABCD un quadrangle ombrageable parallelogramme, par lequel d'un costé sont tirées autant des lignes paralleles avec AD, comme de l'autre costé en sont tirées de paralleles avec AB, ce qui soit à chaque costé sept, & sur chaque costé également distantes l'une de l'autre, & le vitre tend par DC, comme vitrebase: De ce quadrangle ombrageable ABCD, soit EFGH l'ombre trouvée, tellement que GH soit divisé en sept parties comme DC: Puis HE & GF estant prolongées s'assemblent en I comme point de jonction, duquel sont tirées sept lignes jusques aux susdits sept points entre GH, tellement que les parties d'icelles lignes comprises dedans le quadrangle EFGH, sont ombres des lignes ombrageables, lesquelles dedans le quadrangle ABCD viennent de haut en bas. Mais pour trouver maintenant les ombres des sept lignes ombrageables entre AB & BC paralleles avec icelles, je tire EG



couplant les sept lignes qui sont tirées de I jusques en la ligne GH, & par leurs communes sections je tire sept paralleles avec GH, finissant d'un costé en EH, & d'autre costé en FG; lesquelles sept lignes ainsi trouvées par briefveté, je dis qu'elles sont les ombres requises. Ce que pour demonstrier, soit premierement tirée la ligne droite AC, de laquelle il faut que EG soit l'ombre, par la 1 proposition; d'autant que le point G est

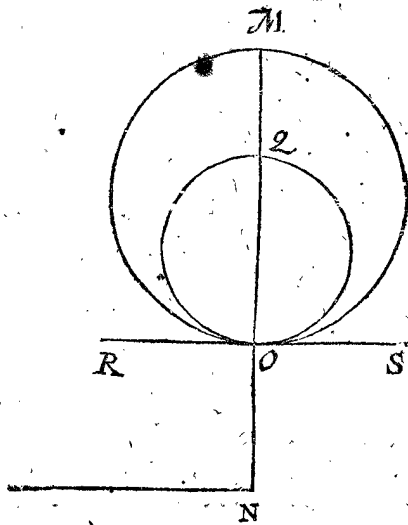
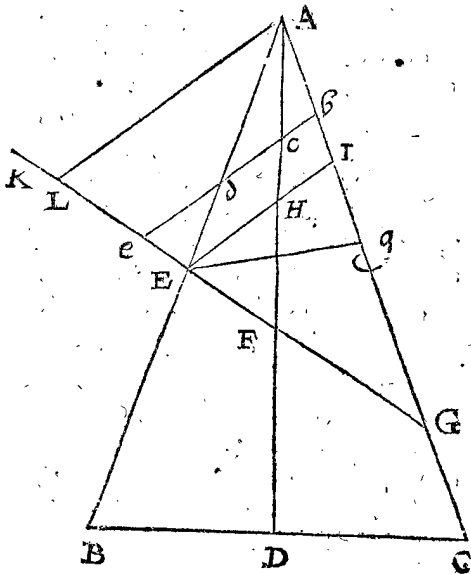
est ombre de C, & E de A, & toutes les communes sections d'icelle E G, & des lignes de I jusques en G H, doivent par la susdite 1 proposition estre ombres des communes sections ombrageables de A C, & des lignes venantes de haut en bas. Mais d'autant que par icelles communes sections ombrageables tendent les autres paralleles ombrageables, il faut que leurs ombres tendent aussi par les communes sections en E G, & consequemment les lignes par icelles sont les ombres requises.

ARTICLE VI.

Nous pouvons aussi rencontrer briefvete en l'ombragement d'aucuns cercles ombrageables, car le cercle ombrageable estant parallele avec le vitre, son ombre est pareillement un cercle par la 2 proposition: Parquoy estant trouuee l'ombre du diametre ombrageable, & sur iceluy descrit un cercle, on a l'ombre requise.

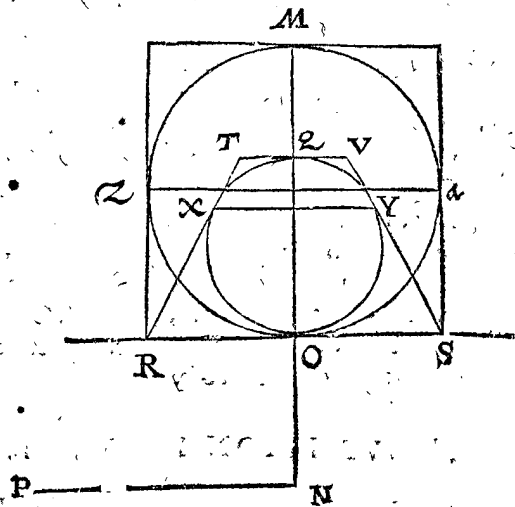
Mais quand le cercle ombrageable n'est point parallele avec le vitre, l'ombre peut selon la qualite du donnee estre un cercle. Pour en declarer la raison, je prens premierement pour cognu le traitte des cones autant qu'il

est icy necessaire, & je dis ainsi: Soit ABC un conoidal, dont le moindre diametre de la base est BC, & le moindre triangle ABC, l'axe AD. Ce conoidal est coupe avec un plan EFG à angle droit sur le moindre triangle ABC, & par l'axe en F: Icelle section de conoidal EFG peut estre une ellipse semblable à la base, ou d'espece plus longue ou plus courte, ou bien un cercle parfait, & cela selon la longueur du plus grand diametre. Or prenant que ceste section soit un cercle, soit tirée la section opposee EHI, laquelle on a quand l'angle AHI est egal à l'angle AFE: Et comme ceste section opposee est toujours semblable avec l'autre, il faut qu'elle soit aussi un cercle, de sorte qu'iceluy conoidal a deux sections qui sont cercles, comme EFG, & la section opposee EHI. Or prenons maintenant que le cercle EFG soit un cercle ombrageable veu de costé, A l'œil, & par EHI un plan comme vitre entre deux, auquel vitre estant pareillement un cercle, il peut advenir, comme nous avons dit, que le cercle ombrageable n'estant point parallele avec le vitre, l'ombre toutefois soit un cercle. Or pour venir maintenant à l'exemple de tel ombragement, je produis GE assez avant,



comme jusques à K & la dessus AL parallele avec IE, tellement que AL signifie la ligne de Spectateur, & le point L le pied; Ce qui estant ainsi, je tire sur un autre plan la ligne MN egale avec GL, marquant en icelle le point O; tellement que MO soit egale avec GE; je descriis sur icelle, comme diametre le cercle MO, je tire puis apres NP egale à LA; apres je mets en OM le point Q; tellement que OQ soit egale à EL, descrivantsur iceluy le cercle OQ, lequel estant trouvé ainsi avec telle briefvete, je dis que c'est l'ombre requise du cercle OM. Pour declarer cecy plus amplement, soit tirée par O la ligne RS, à angle droit sur MN, comme vitrebasse. Ce qu'estant ainsi, je dis comme s'ensuit: Le cercle OM demeurant dedans le pavé, mais le vitre dedans lequel tourne OQ sur RS, comme axe, soit tourné d'enhaut tant qu'il face un angle sur le pavé egal à ALG, tournant pareillement NP sur N, jusques à ce que comme ligne de Spectateur elle est parallele avec le diametre OQ, alors l'ombre, à sçavoir le cercle OQ, fera de l'œil veu convenir avec le cercle ombrageable OM, dont cy-devant nous avons déclaré la demonstration & cause. Il est aussi notoire par la 7 proposition, que le mesme cercle OQ demeure ombre du cercle OM en tout angle que le vitre fait sur le pavé, pourveu que la ligne de Spectateur soit toujours parallele avec le diametre OQ.

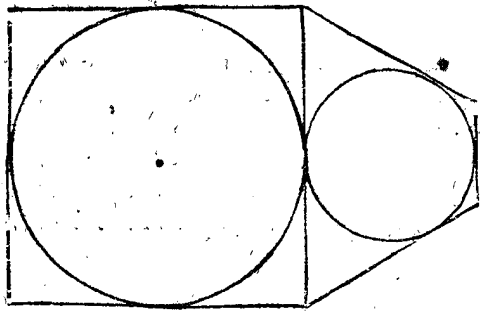
Mais si quelqu'un vouloit voir quelque preuve mechanique de cecy, il pourroit mettre le cercle ombrageable, comme MO, dedans un quarré, comme cy-dessous, & l'ombre d'iceluy quarré estant trouuee, lequel soit TVSR, les quatre costez touchent le cercle



aux points O, X, Q, Y, ce qui est signe de certitude. Et si on veut s'enquerir plus avant, on peut tirer le diametre du cercle ombrageable Za à angle droit sur OM, l'ombre

l'ombre trouvée duquel soit XY, laquelle venant entre les deux susdits poinçts de l'attouchement, m'asseurent que les deux poinçts ombrageables de l'attouchement Z, #, viennent dedans l'ombre circulaire OQ, à leur place competente. Et si on pose un autre poinçt ainsi qu'il advient dedans le circuit du cercle ombrageable, & qu'on trouve que son ombre vienne toujours dedans la circonference ( ce qu'il faut trouver, s'il n'y a faute en l'opération mechainique ) par cela on voit ce que nous avons entrepris de declarer.

Si on pose la susdite ombre de l'autre costé de SR, comme cy-dessous, il est notoire qu'iceux deux quadrangles avec les cercles qui sont dedans, sont ombres



d'un cube ombrageable, ayans descrit de chaque costé un cercle, duquel (l'œil posé en lieu competent) on voit deux costez.

Es exemples cy-devant descrits, le vitre a touché le cercle ombrageable : Mais pour donner exemple là où tel attouchement n'advient point, soit tirée dedans le cone precedent la ligne bcde parallele avec l'HE, comme vitre veu de costé, coupant le cone de b jusques à d, & l'axe en e, & le pavé KGen e, lequel vitre ne touche maintenant le cercle EG. Cela estant ainsi, la section bd est comme l'IE, ou EG un cercle. Pour enombrier tel cercle, on produira alors la vitrebasse, comme RS, aussi loing du poinçt O, que de E jusques à e, & on trouvera l'ombre comme de OM, laquelle devra venir egale à bd, & marquant sur icelle un cercle, il est notoire qu'il sera l'ombre requise.

Mais si la section du cone n'estoit parallele avec l'IE, ny avec EG, comme je prens la section Eg: il est notoire qu'il faut que ce soit un cercle, ou ellipse, le diametre plus grand ou plus petit de laquelle est Eg.

Il se faut aussi souvenir, qu'iceluy quadrangle TVSR signifiant l'ombre, a telle qualité qu'il est impossible d'en descrire une ellipse touchant les quatre costez, mais doit necessairement estre un cercle parfait.

Il est notoire par ce que devant, que quand telle ombre quadrangulaire d'un carré ombrageable avec un cercle y descrit, est telle, qu'on peut descrire en la mesme ombre quadrangulaire un cercle touchant les quatre costez, qu'iceluy cercle doit estre l'ombre de son cercle ombrageable : Aussi que quand telle ombre quadrangulaire d'un rectangle ombrageable avec une ellipse y descrite, est telle, qu'on en peut descrire un cercle touchant les quatre costez, qu'iceluy cercle est ombre de son ellipse ombrageable.

DE L'INVENTION DE L'OEIL.

Or ayant jusques icy descrit la maniere de l'ombragement, reste maintenant à parler de la cognoissance où il faut poser l'œil pour voir en la perfection l'ombre signée : Qui est, comment on trouvera le poinçt en

l'air, que l'ombrageur en ombrageant s'estoit proposé pour œil. Or pour en parler plus amplement par exemple, il est notoire qu'on fait des peintures, lesquelles veuës par devant apparoiſsent tres-difformes, ne ressemblant ce qu'elles doivent signifier, mais ces peintures veuës de costé, par certain petit trou ordonné pour cela, monstrant la place de l'œil, elles semblent fort belles : Et ainsi on entendra que les ombres, lesquelles sont faites parfaitement selon l'art, ont un tel lieu, auquel posé l'œil, la peinture se voit en perfection. Or si à toutes peintures ou ombres on mettoit un tel trou, il ne seroit besoing de le chercher : Mais cela n'estant en usage, nous en descrirons ce qui nous en vient maintenant à la memoire, comme s'enfuit.

PROBLEME VI. PROPOSITION XII.

Estant donné un plan de quatre ou plusieurs costez, qui est plan d'un plan ombrageable donné, sur lequel le vitre face en l'ombragement un angle egal à un angle donné, & ayant icelle ombre pour le moins un costé ou ligne entre deux angles parallele avec la vitrebasse : Trouver l'œil.

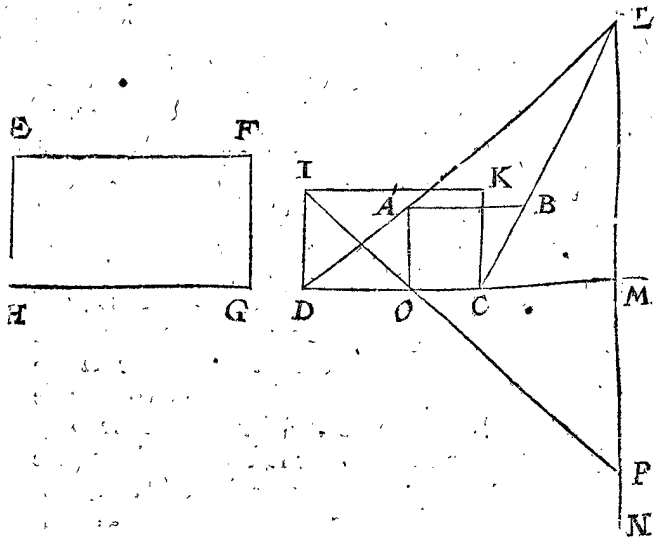
I Exemple de l'ombre d'un quadrangle rectangle ombrageable parallelogramme.

Le donné. Soit le quadrangle ABCD, ayant deux costez paralleles AB & CD, ombre de l'ombrageable parallelogramme rectangulaire EFGH, au plan infini duquel le vitre en l'ombragement estoit à angle droit : Icelle ombre ABCD a deux lignes, à sçavoir AB, CD, tirées entre deux angles, lesquelles selon le requis de la proposition necessairement doivent estre paralleles avec la vitrebasse par la 2 proposition.

Lerequis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Il faut sçavoir premierement que ceste operation se fait par voye reverse de la 5 proposition de l'invention de l'ombre par l'œil donné, avec le reste : Ce qui estant dit en commun, nous viendrons à la chose. Veu que ABCD estant ombre d'un quadrangle ombrageable a deux paralleles, comme AB avec DC, & que D C est ombre du costé, comme HG, par le donné, il falloit en l'ombragement que le vitre tendist par l'un des costez EF, HG, ou parallele avec iceluy, par la 3 proposition: Mais qu'il aye tendu ainsi qu'il advenoit, nous prendrons icy, & es semblables suivans, comme si toujours il tendoit par un des costez; d'autant qu'il donne un



mesme œil, comme nous esproverons en la demonstration. Or pour sçavoir maintenant par quel costé, je re-



je regarde apres la plus grande des deux paralleles A B, D C, qui est D C, laquelle estant ombre de la ligne H G par le donné, le vitre tendoit par l'un des costés, comme H G. Cecy estant ainsi, je marque sur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D, semblable au quadrangle E F G H. Puis je produis D A & C B tant qu'ils se rencontrent l'un l'autre au point de conjonction L; puis L M comme mesure de Spectateur à angle droit sur D C, ou sur sa prolongée comme vitrebasse, & l'infinité M N parallele avec K C; puis A O à angle droit sur la vitrebasse D M, & de I par O une ligne tant qu'elle rencontre l'infinité M N comme en P; puis dressant ou imaginant sur le point L une ligne egale à P M, & à angle droit sur le vitre, le bout de ceste ligne est l'œil requis.

DEMONSTRATION.

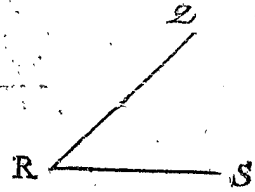
Soit par imagination le vitre avec l'ombre A B C D, & le surplus, qu'on suppose estre marqué dedans le vitre, separable du pavé, tournant iceluy vitre sur la vitrebasse D M comme axe, de sorte qu'il est à angle droit sur le pavé, c'est aussi à angle droit sur le quadrangle ombrageable I K C D: Puis soit sur P dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur M L, & parallele avec icelle: Ce qu'estant ainsi, l'œil au bout de ceste ligne de Spectateur voit l'ombre A B C D convenir alors avec son rectangle ombrageable I K C D; de sorte que l'œil est illec en sa place competente. Mais le point au bout de ceste ligne & de la susdite ligne egale à P M à angle droit sur le vitre, est un mesme point; pourtant l'œil est trouvé selon le requis.

Mais quelqu'un pourroit dire maintenant, que la chose est prinse cy-dessus, comme si en l'ombragement le vitre eust tendu par l'un des costez de la figure ombrageable, lequel, peut estre, estoit loing de là, parallele avec D C: Sur cecy on respond, que l'œil estant devant l'ombre A B C D à sa competente place, & que du mesme œil on tire ou imagine quatre lignes infinies, par les quatre points A, B, C, D, qui comprennent une pyramide quadrangulaire infinie, de telle qualité, que quand on la coupe par D C, avec un plan à angle droit sur le vitre, la section est comme I K C D, & toutes les autres sections paralleles avec ceste premiere section, & plus loing de l'œil, sont plus grandes que la premiere, mais semblables à icelle, & de chacune de ces sections diverses, A B C D est manifestement l'ombre veüe de l'œil à une mesme place: Pourtant quand on desire l'œil d'une des autres sections, on le peut à cause de brief-

veté & seurété tousiours chercher de ceste section, laquelle touche le vitre, ou ce qui est le mesme, du vitre qui touche le costé antérieur ombrageable comme dessus, & on a le requis.

NOTES.

Nous avons posé au precedent exemple le vitre à angle droit sur le plan infini de la figure ombrageable, ou bien autrement, posé le vitre donné à angle droit sur le pavé: Mais si sur iceluy il se faisoit un angle oblique egal, je prens, à cest angle Q R S, ayant le vitre incliné vers l'ombre, comme la ligne Q R s'incline vers R S: En tel cas on fera l'operation comme devant, comme si le vitre estoit donné à angle droit sur le pavé, trouvant P M, pour ainsi mettre une ligne egale à P M sur le point L, excepté qu'elle ne doit venir à angle droit

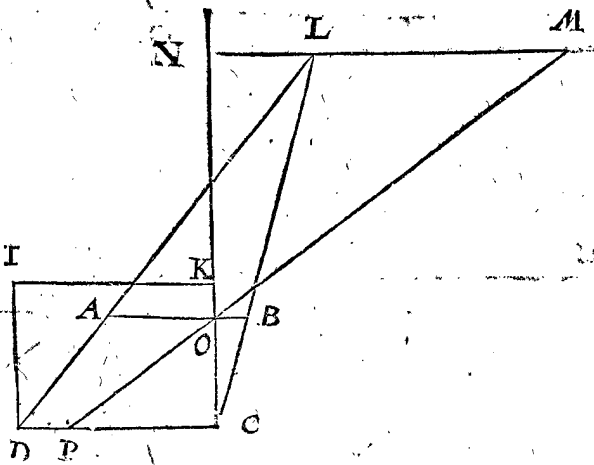
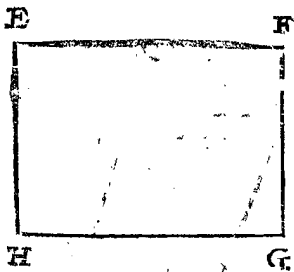


sur le vitre, comme dessus, mais face sur icelle un angle egal à l'angle donné Q R S, moyennant que ladite ligne egale à P M, soit dedans le plan imaginé qui est à angle droit sur la vitrebasse D M, & qui est aussi à angle droit sur le vitre. Notez encores que ce que nous avons dit derriere ce premier exemple du vitre à angle oblique sur le pavé, le semblable s'entendra aussi se pouvoir faire aux exemples suivans de ceste matiere, là où à cause de briefveté le vitre sera seulement donné à angle droit sur le pavé.

Autre maniere d'operation.

Comme l'operation precedente est faite par voye reverse de l'invention de l'ombre derriere la 11 proposition du premier exemple du 3 article des briefvetez, ainsi on peut aussi faire une operation par voye contraire du 5 exemple d'iceluy troisieme article.

Ce que pour declarer soit A B C D l'ombre, E F G H la figure ombrageable, & le reste comme dessus. Or pour en trouver l'ombre, je marque sur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D, semblable au quadrangle E F G H; puis je produis D A & C D, tant qu'elles s'assemblent en L; puis l'infinité L M parallele avec D C, coupant C K, ou sa prolongée en N, & je produis A B s'il est befoing, tant qu'elle rencontre N C en O, & je marque en la ligne C D, ou sa prolongée le point P; tellement que C P soit egale à C K; puis je tire de P par O une ligne droite tant qu'elle rencontre l'in-



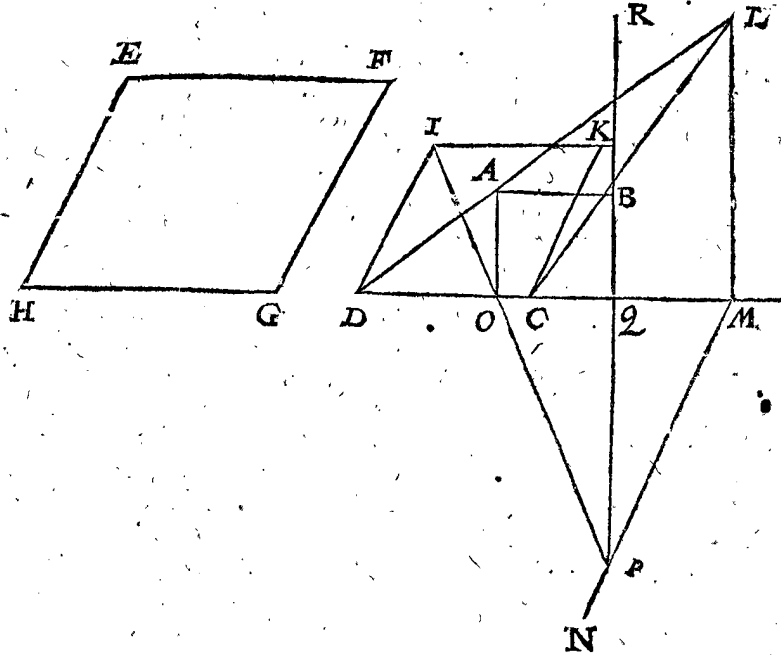
finie L M, ce qui soit en M; apres je mets sur le point L une ligne egale à M N à angle droit sur le pavé: Ce qu'estant ainsi, l'extremité d'icelle ligne doit estre l'œil re-

quis, dont la demonstration est manifeste, parce que nous avons fait une operation reverse à celle de l'invention de l'ombre au 5 exemple du 3 membre des briefvetez.

2 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable parallelogrammé à angle oblique.

Le donné. Soit en la figure suivante le donné & l'opération comme au premier exemple, excepté que le quadrangle ombrageable est icy à angle oblique : Apres

qu'estant tirée IOP, on ne dressera point de ligne sur L, egale à P M comme là ; mais estant tirée ladite IOP, on tirera encores P Q à angle droit sur la vitre base D M, & on produira icelle P Q jusques en R, tellement que Q R soit egale à M L ; puis sur le point R dressant ou imaginant une ligne egale à P Q à angle



droit sur le pavé, le bout d'icelle ligne est l'œil requis, dont la demonstration est manifeste par la precedente de la 1 proposition.

La raison pourquoy au premier exemple la ligne PQR n'estoit tirée comme en ce second, est que R viendroit tousiours manifestement dedans L, & pourtant seroit inutilement tirée.

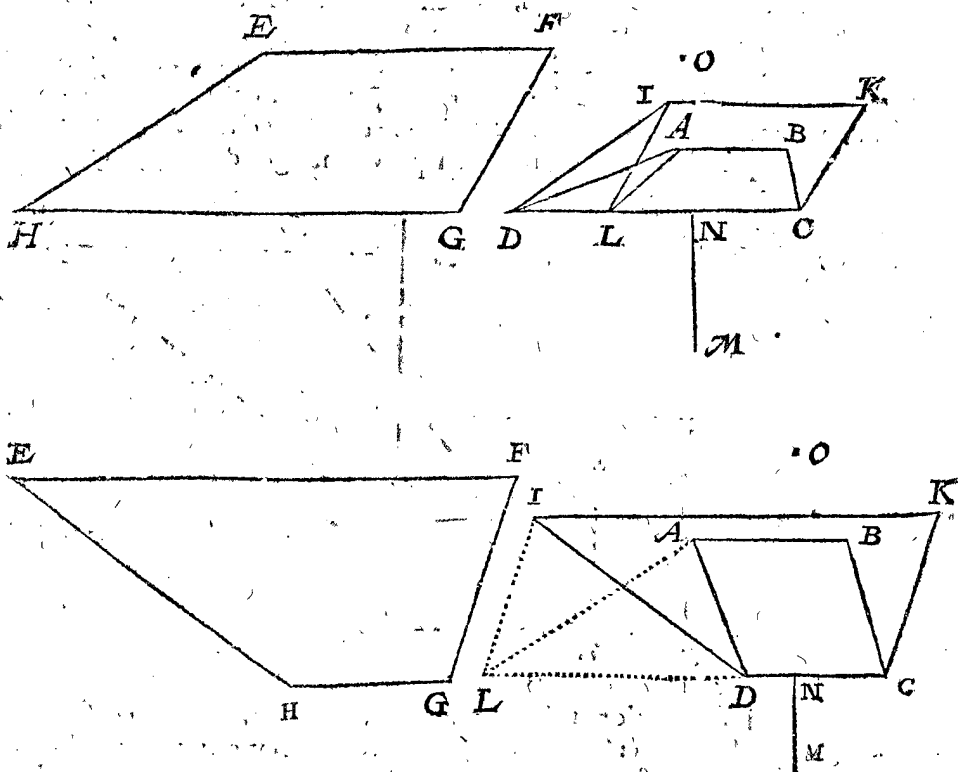
HG, lesquels en l'ombragement estoient paralleles avec le vitre, sur le plan infini duquel quadrangle EFGH, le vitre avec le costé DC estoit en ombrageant à angle droit, & ayant eu en l'ombragement le costé homologue avec HG, (l'ombre duquel est DC) parallele avec le vitre.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

3 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable seulement à deux costez paralleles, lesquels en l'ombragement estoient paralleles avec le vitre.

Le donné. Soit ABCD ayant deux costez paralleles, comme AB & CD ombre du quadrangle ombrageable ayant seulement deux costez paralleles, comme EF,

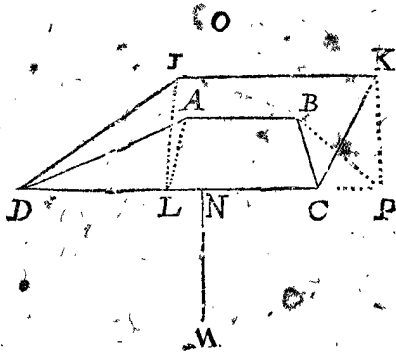
OPERATION.  
Soit qu'en l'ombragement le plan ombrageable EFGH vienne avec le costé HG dedans le vitre ou non, je me propose neantmoins (pour les raisons declarées en la demonstration du premier exemple) qu'avec tel costé il y venoit dedans, de sorte que DC est



aussi bien ombre comme ombrageable du costé homologue avec H G : Cicy estant ainsi, je tire sur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D semblable avec le quadrangle E F G H; puis apres de I, jusques à D C ou sa prolongée la ligne I L parallele avec K C, puis A L. Ce qu'estant ainsi, A B C L est ombre du quadrangle parallelogramme I K C L; comme nous demonstresons cy-dessous : D'iceluy cherché l'œil, se trouve par le second exemple de ceste proposition au bout, je prens, de la ligne egale à M N, posé sur le point O à angle droit sur le vitre, lequel je dis estre l'œil requis.

DEMONSTRATION.

Nous avons dit en l'operation que A B C L est ombre du quadrangle I K C L, & pour en faire declaration



droit sur D C, ou sur sa prolongée; puis A L avec B P, & pour les faisons declarées en la demonstration precedente, le quadrangle A B P L est ombre du quadrangle rectangle ombrageable I K P L: Pourtant d'iceluy cherché l'œil par le 1 exemple, on le trouvera au mesme lieu comme dessus, à sçavoir au bout de la ligne egale à M N, dressée sur le point O à angle droit sur le vitre.

4 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable seulement à deux costez parallels, lesquels en l'ombragement n'estoient paralleles avec le vitre.

Le donné. Soit A B C D ombre d'un plan ombrageable, comme du quadrangle ombrageable E F G H, ayant seulement deux costez comme E H, F G paralleles, lesquels en l'ombragement n'estoient paralleles avec le vitre, sur le plan infini duquel quadrangle E F G H, le vitre avec le costé D C en l'ombragement gisoit à angle droit, & avoit eu en l'ombragement le costé homologue avec H G duquel l'ombre est D C, parallele avec le vitre.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

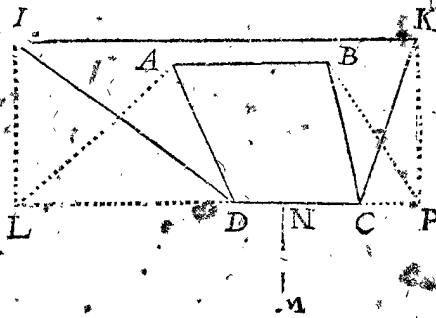
OPERATION.

Soit qu'en l'ombragement le plan ombrageable E F G H, vienne avec le costé H G dedans le vitre ou non, je me propose ( pour les raisons declarées au premier exemple ) qu'avec tel costé il venoit dedans, tellement que D C est aussi bien ombre comme ombrageable du costé homologue avec H G : Cicy estant ainsi, je marque sur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D, semblable au quadrangle E F G H; puis K L egal & parallele avec C D; puis de B jusques à A D la ligne B M aussi parallele avec C D : Ce qu'estant ainsi, M B C D est ombre du quadrangle parallelogramme L K C D, comme nous demonstresons cy-dessous;

je dis ainsi : Le point A du quadrangle A B C L, est ombre du point I du quadrangle I K C L, & le point L en la vitre base est ombre de soy-mesme par la seconde proposition; & pourtant A L est ombre de I L par la 1 proposition : Mais A B est ombre de I K, & B C de K C; pourtant le quadrangle A B C L est ombre du quadrangle I K C L, & consequemment l'œil trouve de A B C L faut aussi qu'il soit l'œil de A B C D, d'autant que l'ombre totale & sa partie n'ont point des yeux divers.

NOTEZ.

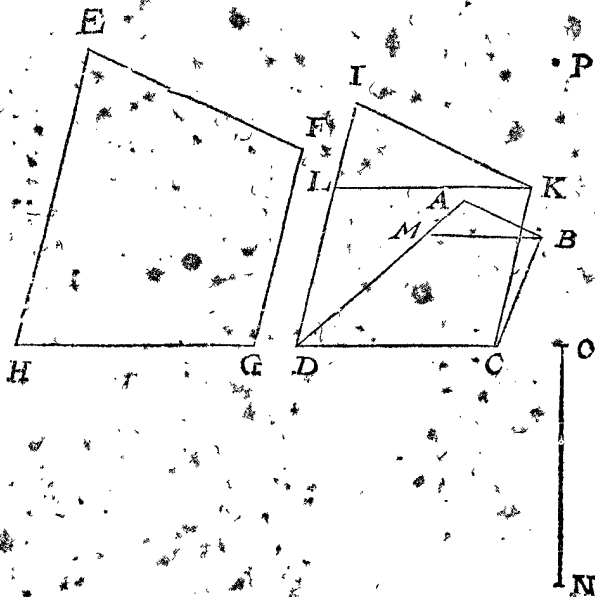
L'operation se pourroit aussi faire autrement, prenant un rectangle au lieu du parallelogramme ombrageable quadrangulaire I K C L, ce qui se fait ainsi: Je remarque la figure precedente I K C D, comme cy-dessous, & tire de I & K deux lignes I L, K P à angle



pourtant cherché l'œil d'iceluy M B C D, il se trouve par le 2 exemple de ceste proposition au bout, je prens, de la ligne egale à N O, dressée sur le point P à angle droit sur le vitre, lequel je dis estre l'œil requis.

DEMONSTRATION.

Nous avons dit en l'operation que M B C D est ombre du quadrangle ombrageable parallelogramme L K C D; ce que pour declarer je dis ainsi: Veu que A D est ombre de I D par le posé, il faut que l'ombre du point L soit



en A D, elle doit aussi estre en B M; car comme K L est parallele avec le vitre, & que de B ombre du point K, est tiré B M parallele avec K L, il faut que l'ombre de K L soit en l'infinité B M par la 2 proposition, & pourtant M B est ombre de L K, & par consequent le quadrangle

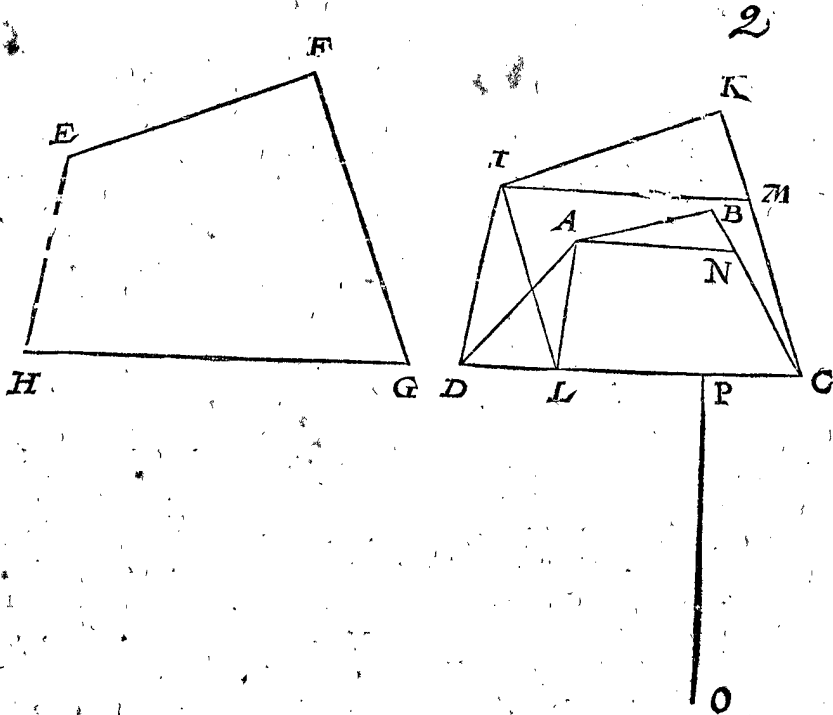
drangle  $MBCD$  ombre de  $LKCD$ ; & pourtant trouvé l'œil de  $MBCD$ , c'est l'œil de  $ABCD$ , d'autant que la partie de l'ombre n'a autre œil que l'ombre totale.

NOTEZ.

Par ce que nous avons dit en l'opération à la fin du troisieme exemple, est notoire qu'on pourroit aussi faire l'opération en tirant des deux points  $L$  &  $K$  deux perpendiculaires sur  $DC$ , trouvant apres l'ombre d'un quadrangle rectangle par le 1 exemple.

5 *Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombreable avec deux costez non paralleles, & les anterieurs seulement paralleles avec la vitrebase.*

Le donné. Soit  $ABCD$  l'ombre d'un plan ombreable semblable à l'ombreable quadrangle  $EFGH$ ,



me  $IL$  parallele avec  $KC$ , & venant  $L$  en  $DC$  ou sa prolongée, l'autre  $IM$  egale & parallele avec  $LC$ ; puis  $LA$ , & de  $A$  jusques à  $BC$  la ligne  $AN$  parallele avec  $IM$ : Ce qu'estant ainsi,  $ANCL$  est ombre du parallelogramme  $IMCL$ , comme nous demonsturons cy-dessous: Pourtant cherché l'œil d'iceluy  $ANCL$ , il se trouve par le second exemple de ceste proposition au bout, je prens, de la ligne egale à  $OP$ , dressée sur le point  $Q$  à angle droit sur le vitre, lequel je dis estre l'œil requis.

DEMONSTRATION.

Nous avons dit en l'opération que  $ANCL$  est ombre de l'ombreable parallelogramme  $IMCL$ ; mais pour en faire declaration je dis ainsi: D'autant que le point  $A$  du quadrangle  $ABCL$ , est ombre du point  $I$ , du quadrangle  $IMCD$ , & le point  $L$  en la vitrebase est ombre de soy-mesme par la deuxiesme petition, pourtant  $AL$  est ombre de  $IL$  par la 1 proposition: Puis d'autant que  $BC$  est ombre de  $KC$  par le posé, il faut que l'ombre du point  $M$  soit en  $BC$ , & aussi en  $AN$ ; car veu que  $IM$  est parallele avec le vitre, & que de  $A$  ombre du point  $I$ , est tirée  $AN$  parallele avec  $IM$ , il faut que l'ombre de  $IM$  soit en l'infinie  $AN$ , par la 2 proposition; & pourtant  $AN$  est ombre

ayant deux costez non paralleles, & sur le plan infini duquel, le vitre estoit en l'ombragement avec le costé  $DC$  à angle droit, & ayant eu en l'ombragement le costé homologue avec  $HG$ , duquel l'ombre  $DC$  soit parallele avec le vitre.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Soit qu'en l'ombragement le plan ombreable  $EFGH$  vienne avec le costé homologue de  $HG$  dedans le vitre ou non, ce nonobstant je me propose (pour les raisons declarées au 1 exemple) qu'avec tel costé il venoit dedans, tellement que  $DC$  est aussi bien ombre que ombreable de l'homologue avec  $HG$ : Cicy estant ainsi, je marque sur  $DC$ , comme homologue avec  $HG$ , le quadrangle  $IKCD$ , semblable au quadrangle  $EFGH$ ; puis de  $I$  deux lignes, l'une com-

de  $IM$ , &  $NC$  de  $MC$ , & par consequent le quadrangle  $ANLC$ , ombre de  $IMCL$ ; & par consequent l'œil trouvé de  $ANCL$ , doit aussi estre l'œil de  $ABCD$ , car l'ombre totale n'a autre œil que sa partie.

NOTEZ.

Par ce que nous avons dit à la fin du troisieme exemple, est notoire qu'on pourroit aussi faire l'opération tirant des deux points  $I$  &  $M$  deux lignes pendiculaires sur  $DC$ , trouvant puis apres l'ombre d'un quadrangle parallelogramme par le 1 exemple.

6 *Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombreable, duquel le costé exterior est seulement parallele avec la vitrebase.*

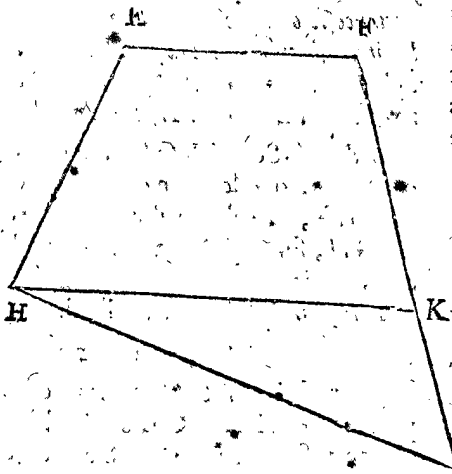
Au precedent 4 & 5 exemple le costé anterieur de l'ombreable quadrangle a esté parallele avec le vitre, mais pour declarer la generalité de la proposition es quadrangles; desquels le costé posterieur est seulement parallele avec la vitrebase, soit  $ABCD$  ombre d'un quadrangle ombreable  $EFGH$ , ayant quatre costez non paralleles, & sur le plan infini, duquel le vitre avec le point  $C$ , estoit en l'ombragement à angle droit, & ayant eu en l'ombragement le costé posterieur  $EF$ , duquel l'ombre  $AB$  est parallele avec le vitre.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

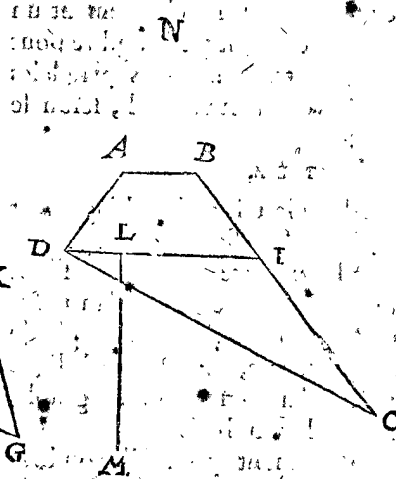
OPERA-

OPERATION.

Je tire DI parallèle avec AB, & I venant en BC, puis HK parallèle avec EF, & K venant en FG: Ce



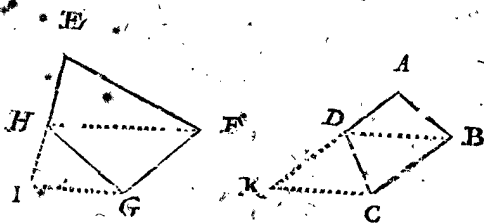
qu'estant ainsi, il est notoire que ABID est ombre de EFKH, ayant deux costez ombrageables, comme EF avec HK; pourtant d'icelle ABID cerché l'œil, se trouve par le troisieme exemple de ceste proposition



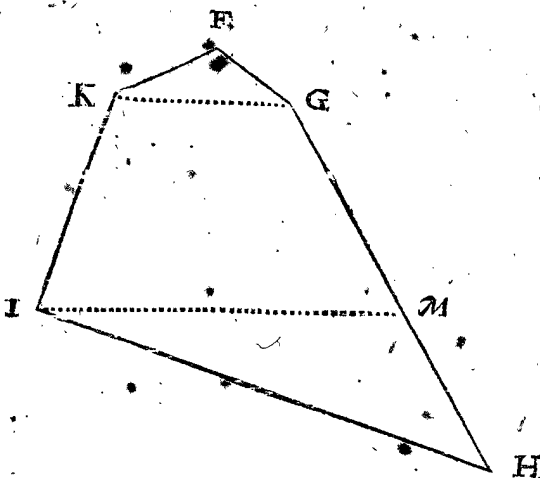
au bout, je prens, de la ligne egale à LM, dressée sur le point N à angle droit sur le vitre, ce qui est manifestement l'œil requis.

7 Exemple d'un quadrangle ombrageable; ayant seulement entre deux angles opposites une ligne imaginée parallèle avec la vitrebasse.

En cas que l'ombre soit d'un quadrangle, comme cy-dessous ABCD ombre de EFGH, tellement que la ligne imaginée DB ait esté parallèle avec la vitrebasse, il eut fallu qu'icelle HF eut esté aussi parallèle avec icelle; pourtant il est notoire qu'alors on devoit tirer HF,



puis EH infiniment avant vers I, & GI parallèle avec FH, pareillement DB; puis AD infiniment avant vers K, & CK parallèle avec BD, & qu'alors DBCK seroit ombre de HFGI, de laquelle trouvé l'œil par le troisieme exemple, on aura le requis.



8 Exemple d'un plan ombrageable rectiligne ayant plus de quatre costez.

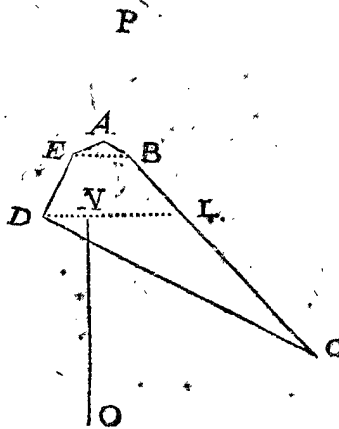
Estant donnée l'ombre avec la figure ombrageable, laquelle a plus de quatre costez, & le reste selon le contenu de la proposition; pour en trouver l'œil, on choisira dedans iceluy plan ombrageable quatre points angulaires, de forte qu'entre iceux soient imaginées ou tirées quatre lignes, faisans quelque quadrangle idoine, duquel un costé en l'ombragement estoit parallèle avec le vitre. Semblablement on tirera entre les ombres d'iceux quatre points quatre lignes droites, & le quadrangle compris entre icelles sera ombre des autres, pourtant trouvat l'œil d'icelles par un des exemples susdits selon la qualité du quadrangle ombrageable qu'on a aussi acquis, on aura aussi l'œil de l'ombre totale.

Soit pour exemple ABCDE l'ombre d'un pentagone ombrageable FGHIK, sur le plan infini duquel le vitre estoit avec le point C en l'ombragement à angle droit, & ayant eu la ligne droite imaginée de K jusques à G en l'ombragement parallèle avec le vitre.

Le requis. Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Je tire EB comme ombre de KG, & sa parallèle DL, venant L en BC, puis IM parallèle avec KG, & ve-



nant M en GH: Ce qu'estant ainsi, il est notoire que EBLD est ombre de KGMI, ayant les deux costez

parallèles, comme KG avec IM, pourtant cerché l'œil d'iceluy EBLD, se trouve par le 3 exemple de ceste

proposition au bout de la ligne égale, je prens, à NO dressée sur le point P à angle droit sur le vitre, il est manifestement l'œil requis.

*Conclusion.* Estant donc donné un plan de quatre ou plusieurs costez qui est plan d'un plan ombrageable donné, sur lequel le vitre face en l'ombragement un angle égal à un angle donné, & ayant icelle ombre pour le moins un costé ou ligne entre deux angles, paralleles avec la vitrebafé, nous avons trouvé l'œil, selon le requis.

NOTEZ.

S'il estoit notoire quel angle fait en l'ombragement sur la vitrebafé quelque costé de la figure ombrageable, il est manifesté que par la maniere precedente seroit trouvé l'œil de toute ombre donnée d'un plan rectiligne; parce que toute ligne droite tirée d'un angle de l'ombre parallele avec la vitrebafé, est ombre de la ligne tirée de semblable angle dedans la figure ombrageable, pareillement parallele avec la vitrebafé.

Mais veu qu'il arrive rarement qu'en telles ombres données tel angle soit connu, cela seroit peu usité en la pratique: Mais quand la figure ombrageable donnée a pour le moins deux costez ombrageables, ou deux lignes paralleles, lesquelles sont ou peuvent estre tirées entre les angles, il y a moyen d'y parvenir par une autre voye, dont nous descrivons la proposition suivante.

PROBLEME VII. PROPOSITION XIII.

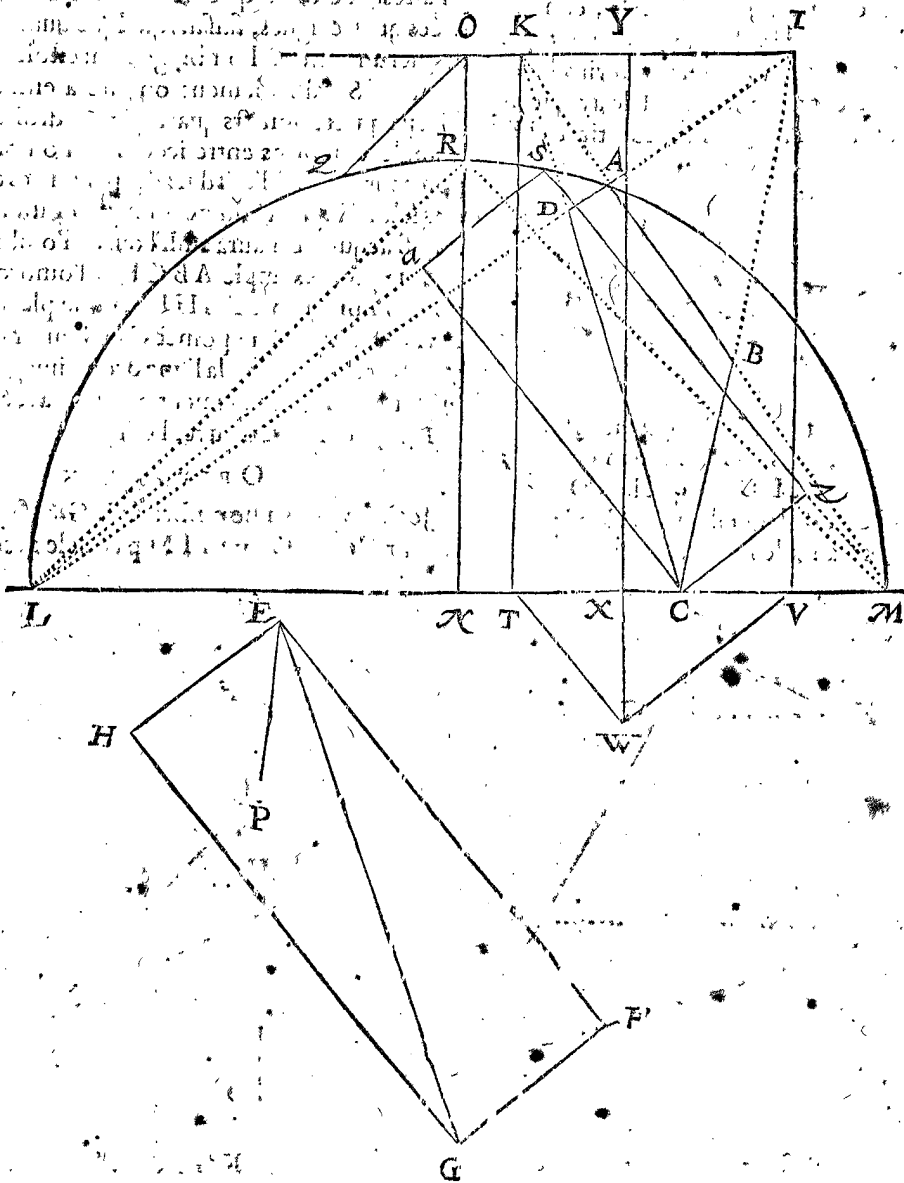
*Estant donné un quadrangle parallelogramme, qui est ombre d'un plan ombrageable, sur lequel le vitre en l'ombragement face un angle égal à un angle donné; & estant icelle ombre sans aucun costé ou ligne, laquelle entre deux angles est parallele avec la vitrebafé, mais ayant la figure ombrageable pour le moins deux costez paralleles, ou deux lignes qui sont ou se peuvent tirer paralleles entre les angles: Trouver l'œil.*

*Le donné.* Soit ABCD une ombre sans aucun costé ou ligne; laquelle entre deux angles est parallele avec la vitrebafé, & cela de l'ombrageable parallelogramme EFGH, sur lequel le vitre en l'ombragement estoit à angle droit.

*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Je produis DA & CB tant qu'elles s'assemblent en I, pareillement BA & CD s'assemblans en K; puis IK, & une infinie par C parallele avec IK, comme LM, signifiant la vitrebafé; apres je produis AD jusques à ce qu'elle touche icelle infinie en L; semblablement je produis AB touchant icelle infinie en M, & je marque au milieu de LM le point N, & de N je tire l'infinie NO à angle droit sur LM; puis EP; de sorte que l'angle HE P est égal à l'angle PEF; puis je tire de l'infinie NO quelque ligne comme OQ, tellement que l'an-



ALB. GIRARD.

gle. QON soit egal à l'angle HEP; puis de L jusques en l'infinie NO, la ligne LR parallele avec QO, laquelle describe par les trois poincts L, R, M un arc; là où est à considerer, que quand l'angle, comme HEF, est droit comme icy, qu'alors le centre du cercle, sur lequel se décrit l'arc, tombe en N, & iceluy angle estant aigu, alors il y tombe dessus en NR; mais estant obtus, il y tombe dessous en la prolongée RN. Apres je tire EG, puis des deux poincts C & M je tire deux lignes jusques à un mesme poinct de l'arc, comme jusques au poinct S, de sorte que l'angle CSM est egal à l'angle GEF, (mais il faut sçavoir que l'operation mathématique de l'invention de cest angle, ne m'estoit pas venue en la pensée, lors que je descrivois ceste matiere; pour la mécanique elle se peut faire entre autres, en coupant un angle de papier egal à GEF, ayant les costez EG, EF assez longs, & cest angle de papier tellement posé que les costez, comme EF, EG, touchent les deux poincts C, M, & le poinct extrême comme E dedans le circuit, qui se peut faire en le tournant d'un & d'autre costé: Il faut aussi sçavoir que tel attouchement du poinct extrême du papier, se peut faire seulement (c'est assavoir mathématiquement) dedans le poinct S; car de là vers M, iceluy poinct vient hors le circuit, & de S vers L il vient par tout dedans le demi-cercle. Nous avons mis icy ceste operation mécanique plustost que de n'en point mettre, d'autant que plusieurs qui y prendront plaisir, pourront chercher l'operation mathématique) puis LS; apres de K & I deux lignes KT, IV, à angle droit sur l'infinie LM; puis VW parallele avec SL, & de T jusques en l'infinie VW la ligne TW parallele avec SM; puis WX à angle droit sur LM, & je produis WX jusques à Y en KI, je mers puis apres sur le poinct Y une ligne egale à WX à angle droit sur le vitre: Ce qu'estant ainsi, je dis qu'au bout d'icelle ligne est l'œil requis.

*Preparation.* Soit tirée de C jusques en SM la ligne CZ parallele avec LS, pareillement de C jusques en SL la ligne Ca parallele avec MS, puis RM.

DEMONSTRATION.

L'angle LRN est egal à l'angle MRN, & l'angle HEP estant egal à LRN par l'operation, est pareillement egal à l'angle PEF; pourtant l'angle LRM est egal à l'angle HEF. Mais l'angle LSM (venant dedans iceluy arc LRM) est egal au mesme angle LRM, pourtant l'angle LSM est egal à l'angle HEF; puis l'angle CSZ est egal à l'angle GEF, & comme GF est parallele avec HE, & GH avec FE; ainsi CZ avec aS, & Ca avec ZS: pourtant le quadrangle SZCa, comme quadrangle ombrageable, est semblable au quadrangle EFGH, & de ce quadrangle SZCa, W estant le pied, ou autrement l'œil au bout de la ligne egale à WK, dressée sur le poinct Y à angle droit sur le vitre, ABCD est l'ombre, comme les lignes de la figure le demonstrent, estans conformes à l'operation de l'invention de l'ombre au 6. exemple du troisieme article des briefvetes. Mais estant AB, CD ombre veuë de tel œil, il faut que cest œil soit aussi le requis.

*Conclusion.* Estant donc donné un quadrangle parallelogramme qui est ombre d'un plan ombrageable sur lequel le vitre en l'ombragement face un angle egal à un angle donné, & estant icelle ombre sans aucun costé ou ligne, laquelle entre deux angles est parallele avec la vitrebasse; mais ayant la figure ombrageable pour le moins deux costez paralleles, ou deux lignes qui se peuvent tirer paralleles entre les angles, nous avons trouvé l'œil selon le requis.

Il est aisé à croire que l'Autheur a fait des choses sans comparaison plus difficiles, que ce qu'il obmet icy, d'autant que l'operation mathématique ne luy venoit pour lors au devant, comme il le confesse en l'operation, mais voicy comme il faut faire.

Voulant flechir des poincts C, M, un angle vers la circonference LAM, egal à l'angle GEF, il ne faut que faire une section sur CM, capable d'un angle egal à GEF; comme enseigne Euclides en la 33 proposition du troisieme livre des Elemens, qui la coupera en S.

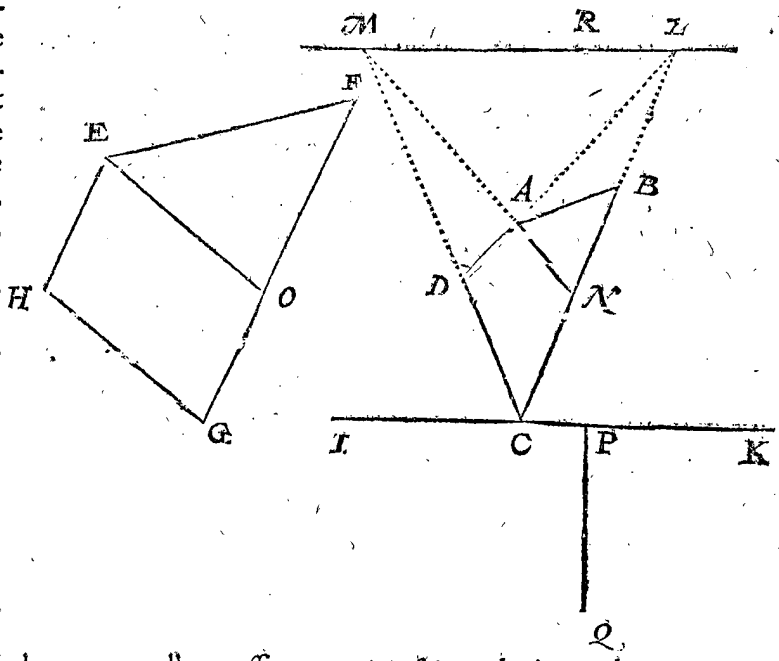
PROBLEME VIII. PROPOSITION XIV.

Estant donné un plan à quatre costez ou plus, qui est ombré d'un plan ombrageable sur lequel le vitre en l'ombragement faisoit un angle egal à un angle donné, & estant icelle ombrée sans aucun costé, ou ligne qui est entre deux angles parallele avec la vitrebasse; mais ayant la figure ombrageable au moins deux costez paralleles, ou lignes paralleles, lesquelles entre les angles sont ou peuvent estre tirées, & outre cela estant cognu l'angle qui face quelque costé de l'ombre donnée en l'ombragement sur la vitrebasse: Trouver l'œil.

Ceste 14 proposition differe en cela de la 13, qu'elle est generale sur tous plans polygonès; mais d'autre part il faut sçavoir quel angle en l'ombragement faisoit sur la vitrebasse quelque ligne, ce qui n'estoit pas necessaire au troisieme exemple, pource que la vitrebasse se trouvoit par l'ombre donnée: Mais veu que tel angle se cognoit souvent aux ombres proposées ou en peinture par quelques autres lignes constantes, lesquelles on fait venir sur la vitrebasse à angle droit, il peut advenir que l'invention de l'œil de telles ombres aye son usage en la pratique, parquoy nous la descrivons.

Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable, ayant seulement deux costez paralleles.

*Le donné.* Soit ABCD l'ombre de la figure ombrageable dedans le pavé, de laquelle les deux costez HE, GF sont paralleles; mais les deux autres GH, FE, non paralleles, & l'angle D soit ombre de H, & le vitre aye esté en l'ombragement à angle droit sur le plan ombrageable, & parallele avec IK, laquelle (soit qu'en l'om-



bragement elle y passe ou non) je fais tendre icy par le poinct C, tellement que l'angle que quelque costé, je

je prens, DC faisoit en l'ombragement sur la vitrebase, estoit egal avec l'angle DCI.

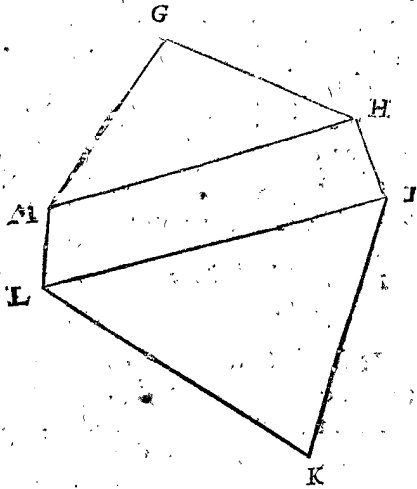
*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Je produis DA & CB tant qu'elles s'assemblent en L, & tire par L l'infinie LM, parallele avec KI; puis je produis CD tant qu'elle rencontre l'infinie, ce qui soit en M; & de M par A une ligne tant qu'elle rencontre CL, ce qui soit en N; puis de E jusques en FG la ligne EO parallele avec GH. Cecy estant ainsi, ANCD est ombre du parallelogramme EOGH, duquel trouvant l'œil par le 1<sup>er</sup> exemple de ceste proposition, qui soit au bout de la ligne egale à PQ, dressée sur le point R à angle droit sur le vitre, on a le requis; dont la demonstration est manifeste par l'operation reverse de l'invention de l'ombre au 6<sup>e</sup> exemple du 3<sup>e</sup> article des briefverez.

2<sup>e</sup> Exemple de l'ombre d'un plan ombrageable rectiligné comme il advient, mais ayant pour le moins selon le contenu de la proposition deux costez ou lignes paralleles, qui sont, ou peuvent estre tirées entre les angles.

*Le donné.* Soit ABCDEF l'ombre de la figure ombrageable GHIKLM, ainsi qu'il advient, mais ayant



costé ou ligne qui est entre deux angles parallele avec la vitrebase: Mais ayant la figure ombrageable au moins deux costez paralleles, ou lignes paralleles, lesquelles entre les angles sont ou peuvent estre tirées, & outre cele estant cognu l'angle qui face quelque costé de l'ombre donnée en l'ombragement sur la vitrebase, nous avons trouvé l'œil, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Veu que les ombres des corps consistent toutes en plans, s'ensuit que l'œil d'un de ces plans estant trouvé par les regles precedentes, qu'on a l'œil du corps entier, fors les ombres, lesquelles en l'ombragement estoient paralleles avec leurs figures ombrageables, car estant considerées particulièrement, elles peuvent avoir l'œil par tout, parce qu'estans comme dedans le vitre, elles ne reçoivent aucune variation par changement de place de l'œil) voire aussi de toutes autres ombres circonstantes des figures ombrageables appliquées à ce corps, & appartenantes à iceluy. Mais afin que tout soit plus manifeste, nous en donnerons exemple comme s'ensuit.

*Le donné.* Soit ABCDEFG l'ombre d'une colonne carrée ombrageable, egale à la colonne dont la hau-

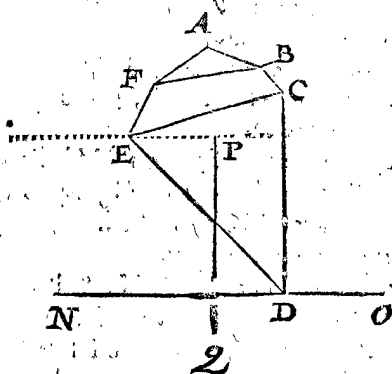
teur DG, & costé de la base GF, & le vitre estoit en l'ombragement parallele avec le plan, comme DCFG, entre la base & le couvercle, & ceste ombre a dedans soy les ombres des trois plans comme il appert.

*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Veu que l'angle E est ombre de M, & B de H, je tire FB: Pareillement d'autant que l'angle E est ombre de L, & C de I, je tire EC; ce qu'estant ainsi, le quadrangle FBCE est ombre du quadrangle ombrageable MHIL, ayant deux costez paralleles, duquel l'œil trouvé par le premier exemple, tirant la vitrebase par E parallele avec NO, & le reste comme en iceluy premier exemple, on trouve l'œil au bout de la ligne, je prens, egale à PQ, dressée sur le point R à angle droit sur le vitre, & on a le requis: Dequoy la demonstration est manifeste.

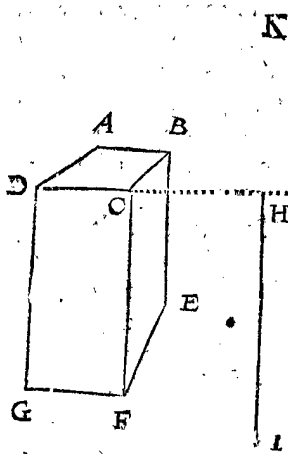
*Conclusion.* Estant donc donné un plan à quatre costez ou plus, qui est ombre d'un plan ombrageable sur lequel le vitre en l'ombragement faisoit un angle egal à un angle donné, & estant icelle ombre sans aucun



teur DG, & costé de la base GF, & le vitre estoit en l'ombragement parallele avec le plan, comme DCFG, entre la base & le couvercle, & ceste ombre a dedans soy les ombres des trois plans comme il appert.

*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

OPERATION.



Je me propose en marquant, que le vitre rendoit (soit que l'ombrageur en l'ombragement l'ait posé ainsi ou non) par le parallelogramme DCFG, avec lequel en l'ombragement il estoit parallele; & prenant le couvercle ombrageable, duquel l'ombre ABCD comme s'il gisoit sur le pavé, je trouve l'œil par le premier exemple de la 12<sup>e</sup> proposition, comme au bout de la ligne egale, je prens, à HI dressée sur le point K, à angle droit dessus

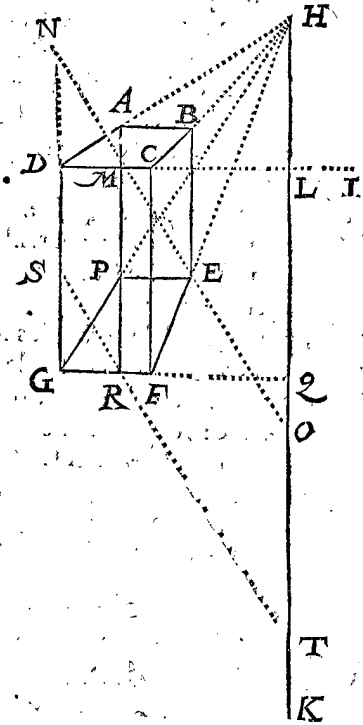


dessus le vitre, lequel œil il faut qu'il soit aussi œil de l'entiere figure ombrageable.

NOTEZ I.

Nous avons prins en l'operation que le couvercle ombrageable, duquel l'ombre ABCD git sur le pavé, & suivant tel posé trouvé l'œil: Mais d'autant que cela n'est proprement le pavé, & que quelqu'un pourroit douter de la solution, nous en ferons declaration.

Soit ABCDEFG une colonne quarrée, comme dessus; mais transparente, dedans laquelle sont encore marquées les lignes suivantes: DA & CB sont prolongées tant qu'elles s'assemblent en H, & DC qui estoit prinse comme vitrebase, est infiniment prolongée vers I, sur laquelle estant tirée l'infinie à angle droit HK, elle coupe DI en L; puis je tire AM à angle droit sur DI; & prolongeant GD jusques à N, de sorte que DN soit egale à DC; puis de N par M une ligne droite tant qu'elle rencontre HK en O; apres sur le point H dressant une ligne egale à OL, & à angle droit sur le plan dedans lequel est l'ombre, le bout d'icelle est l'œil, comme il se trouvoit en l'operation precedente.



Mais pour demonstrer maintenant que cecy est aussi bien le vray œil, que l'œil trouvé par l'operation sur le propre pavé, soient produites GH & FE, lesquelles doivent tomber en H; puis je tire EP parallele avec FG, & venant P en GH, tellement que P EFG signifie l'ombre de la base ombrageable au propre pavé.

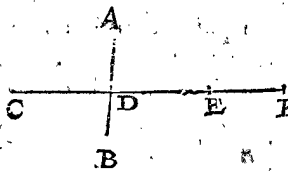
Pour trouver l'œil de ceste ombre P EFG, je fais comme dessus, produisant la vitrebase GF tant qu'elle rencontre HK en Q, & PR à angle droit sur la vitrebase GQ, & je marque dedans GD le point S, tellement que GS est egale à GF, puis de S par R une ligne tant qu'elle rencontre HK en T; puis dressant sur le point H une ligne egale à TQ, & à angle droit sur le plan dedans lequel est l'ombre, il faut que le bout de ceste ligne soit manifestement l'œil: Mais que ce bout, & le bout de la ligne, selon la premiere solution, soit tout un mesme point, s'ensuit de ce que TQ est egale à OL; ce qui se demonstre ainsi: AM estant prolongée, elle tend par P jusques à R, tellement que du triangle rectangle SGR, le costé GR est egale à DM, & GS egale à DN, par l'operation; & pourtant le troisieme

costé NM est egal & parallele avec SR, & leurs lignes prolongées, comme MO & RT, aux deux triangles rectangles MOL, RTQ sont aussi necessairement egaux & paralleles, comme aussi sont ML avec RQ, & consequentment comme nous avons voulu demonstrier OL avec TQ.

De là est assez manifeste qu'on peut trouver en telle sorte le mesme œil par les autres deux ombres quadrangulaires BEFC, APGD, à sçavoir par BEFC, prenant l'infinie dedans laquelle est FC pour vitrebase: Mais par le quadrangle APGD, prenant l'infinie dans laquelle est GD pour vitrebase; car par icelle trouvant la susdite ligne qui doit estre dressée sur H, elle sera aussi egale avec OL ou TQ. De sorte que de telles ombres quadrangulaires on peut choisir les plus commodes, & desquelles l'operation mechanique est la plus seure.

NOTEZ II.

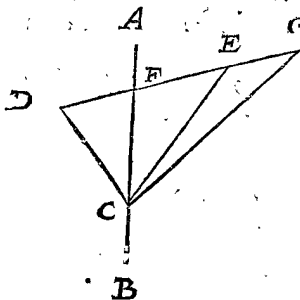
Veux que quelqu'un pourroit douter, pourquoy l'invention de l'œil n'a esté icy commencée par exemples, l'ombre estant un point, ligne, ou triangle, nous en declarerons la raison, qui en general est, qu'elles n'ont pas une solution certaine,



mais infinies. Ce que pour declarer plus amplement, & premierement du point; soit AB un vitre veu de costé, C un point ombrageable, D son ombre; puis soit tiré de C par D la ligne

CDE, & prenant E pour œil, il est notoire qu'il pourra servir pour œil de C. Mais CDE prolongé jusques à F, alors F se pourra par mesme raison prendre pour œil de C, & ainsi d'infinis autres.

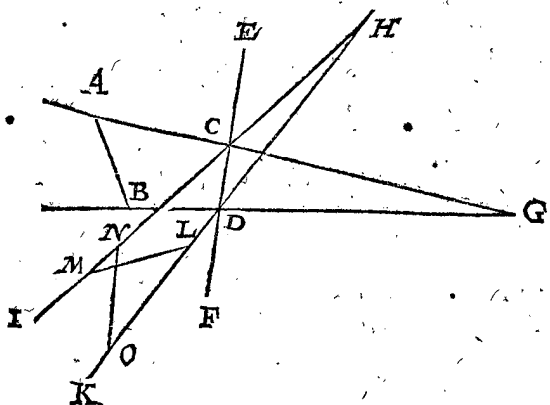
Quant à la ligne, je dis ainsi: Si l'une des extremités de la ligne ombrageable est dedans le vitre, l'autre dehors, l'ombre du point extreme qui en est dehors, se voit en la mesme place du vitre par divers yeux infinis; comme il est dit cy-dessus, & l'autre bout estant dedans le vitre, son ombre ne change point de place par position de l'œil en divers lieux; & pourtant l'ombre de telle ligne peut estre veüe de diverses places infinies.



Ce que pour declarer par exemple: Soit AB le vitre veu de costé, CD une ligne ombrageable, l'une des extremités de laquelle C est dedans le vitre, l'autre extremité D dehors, E l'œil, duquel tirant le rayon ED, il transperce le vitre AB en

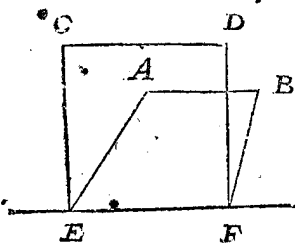
F, comme ombre de D, & FC est l'ombre de l'ombrageable DC. Mais pour demonstrer maintenant que ceste FC peut aussi servir d'ombre à DC veu d'un autre œil que E, soit DE prolongée jusques à G, lequel point G prins pour œil, il voit FC encores pour ombre de DC, & ainsi avec infinis autres.

Mais la ligne ombrageable estant totalement hors le vitre, comme je prens AB, de laquelle l'ombre CD est dedans le vitre EF veu de costé, & G l'œil, je dis que tout point de qualité, comme H, prins pour œil, alors CD peut estre ombre d'infinis autres lignes ombrageables egales à AB. Car tirant de H par C & D, deux lignes, comme HCI & HDK, & entre icelles appliquant les lignes LM, NO, egales à AB, icelles



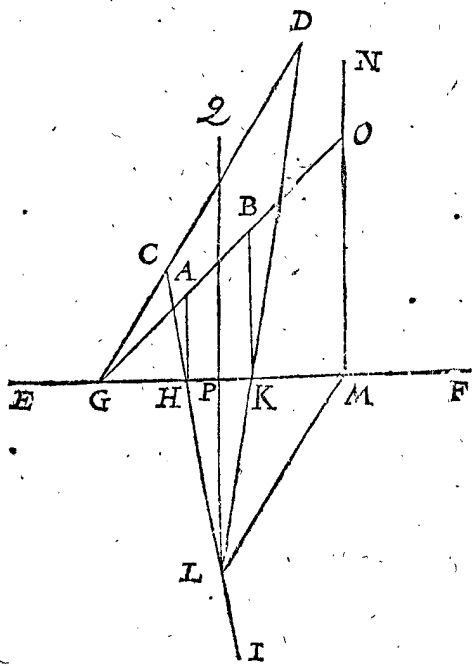
LM & NO sont manifestement lignes ombrageables, desquelles l'ombre CD, & consequemment l'ombre CD peut avoir infinie multitude d'yeux.

Bien est vray que si on donnoit la ligne ombrageable en la place posée, qu' alors on ne pourroit remettre l'œil sans avoir variation de l'ombre. Mais puis qu'il advient rarement que la ligne ombrageable se mette dedans le vitre, dessous, pres, ou dedans l'ombre, avec telle signification, il ne semble pas que l'invention de l'œil par telle maniere soit fort requise. Toutefois pour declarer



en passant comment on feroit si tel accident advenoit, soit AB ombre de l'ombrageable CD, laquelle ombre AB estât parallele avec la vitrebase EF, soit ainsi veüe quand le vitre estoit à angle droit sur la vitrebase, & l'ombrageable CD gisant dedans le pavé à icelle place donnée, pareillement parallele de EF, & cela necessairement, parce que CD en est parallele. Or pour en trouver l'œil, je tire des deux points C & D sur EF deux lignes quelconques paralleles, comme CE, DF, jusques à la vitrebase EF; Ce qu'estant ainsi, je cherche l'œil de ceste donnée ABFE, de l'ombrageable CDFE selon la maniere de la 13 proposition, & j'ay le requis.

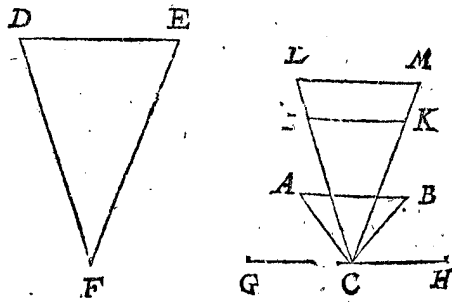
Mais si l'ombre n'estoit parallele avec la vitrebase, comme je prens ceste ligne AB, ombre de l'ombrageable CD, non parallele de la vitrebase EF, pour trouver



l'œil on fera ainsi : Je produis DC & BA, tant qu'elles s'assemblent dedans la vitrebase en G; (il faut qu'elles s'assemblent en la vitrebase si le donné est veritable, à sçavoir que AB soit vraye ombre de CD, en la maniere que dessus) Je tire puis apres AH à angle droit sur EF, & de C point ombrageable de l'ombre A, je tire par H l'infinie CI; pareillement BK à angle droit sur EF, & de D point ombrageable de l'ombre B par K la ligne DL, rencontrant l'infinie CI en L; puis LM parallele avec GD, & touchant la vitrebase EF en M, apres l'infinie MN à angle droit sur icelle vitrebase, & je produis GB jusques à C en l'infinie MN, la touchant en O; puis LPQ à angle droit sur la vitrebase EF, & la coupant en P, aussi tellement que PQ est egale à MO: Cecy estant ainsi, on dressera le point Q une ligne egale à LP, & faisant sur le vitre tel angle que le vitre sur le pavé, & l'extremité de ceste ligne est manifestement l'œil requis.

Quant au triangle, il a aussi des solutions infinies, car si un costé est dedans la vitrebase, il ne varie point par le mouvement de l'œil, ce que ne font aussi les autres deux lignes, quand l'œil se meut dedans le rayon infini de l'ombrageable point angulaire par son ombre, de sorte que l'ombre entiere du triangle demeure alors sans varier, couvrant toujours le triangle ombrageable, & convenant avec iceluy. Il faut entendre le semblable du triangle qui a le costé plus proche parallele avec la vitrebase, parce qu'en la recherche de l'œil on peut faire tendre par icelle le vitre.

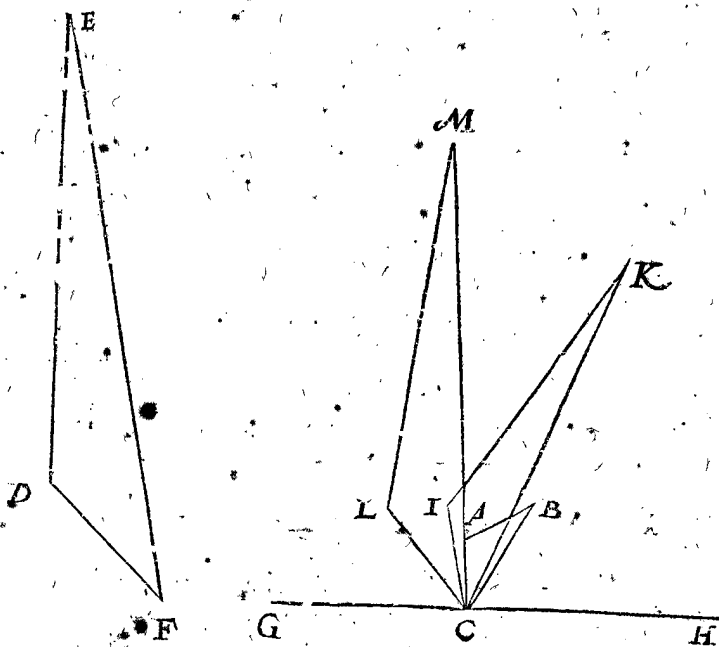
Mais si le costé plus loing du triangle ombrageable, estoit parallele avec la vitrebase, l'œil pareillement peut venir en divers lieux infinis : Ce que pour declarer par exemple, soit ABC l'ombre d'un triangle ombrageable egal avec DEF, puis AB est le costé plus loing parallele, je prens, avec la vitrebase GCH, le vitre de laquelle en l'ombragement estoit à angle droit sur le plan de la figure ombrageable : Soient maintenant du point C tirées les deux lignes CI, CK, & IK, tellement que



le triangle IKC soit egal à DEF : Soit puis apres CI prolongée jusques à L, & CK jusques à M, puis LM parallele avec IK, qui fera aussi bien le triangle LCM, comme IKC, semblable avec DEF : Cecy estant ainsi, il est manifestement possible que l'œil se pourra mettre en telle sorte qu'on verra les deux points A, B (moyennant qu'on suppose ABC estre au vitre à angle droit sur le pavé) convenir avec les deux points I, K, comme ombres d'iceux, & ABC sera lors ombre de l'ombrageable IKC. Il est aussi manifestement possible l'œil se pouvoir mettre encores à une autre place, de sorte qu'on verra les susdits deux points A, B, convenir avec les deux points L, M, comme ombres d'iceux, & alors fera ABC l'ombre de la figure ombrageable LMC, laquelle estant aussi bien que IKC semblable avec DFE, chacune sert pour figure ombrageable donnée : Tellement que l'ombre ABC peut estre veüe de deux divers yeux, & par consequent d'infinis yeux.

Le semblable s'entendra aussi du triangle sans aucunes paralleles avec la vitrebafé : Soit pour exemple ABC l'ombre d'un triangle ombrageable semblable avec DEF, & le costé AB parallele, je prens, avec la vitrebafé GCH, de laquelle le vitre en ombrageant estoit à angle droit sur le plan de la figure ombrageable; Soient maintenant tirées du point C les deux lignes CI, CK, & IK, tellement que le triangle IKC soit semblable avec DEF, & ombre de ABC : Soit puis

apres marqué sur une autre place le triangle LMC, semblable aussi à DEF, mais plus grand que IKC, & ce en telle place qu'on puisse voir la ligne ombrageable LM convenir avec son ombre AB : Ce qu'estant ainsi, les mots de la declaration sur la figure precedente, serviront aussi à ceste-cy, & on conclurra finalement que ABC peut estre ombre d'infinis triangles ombrageables, semblables avec DEF, veu de divers yeux.



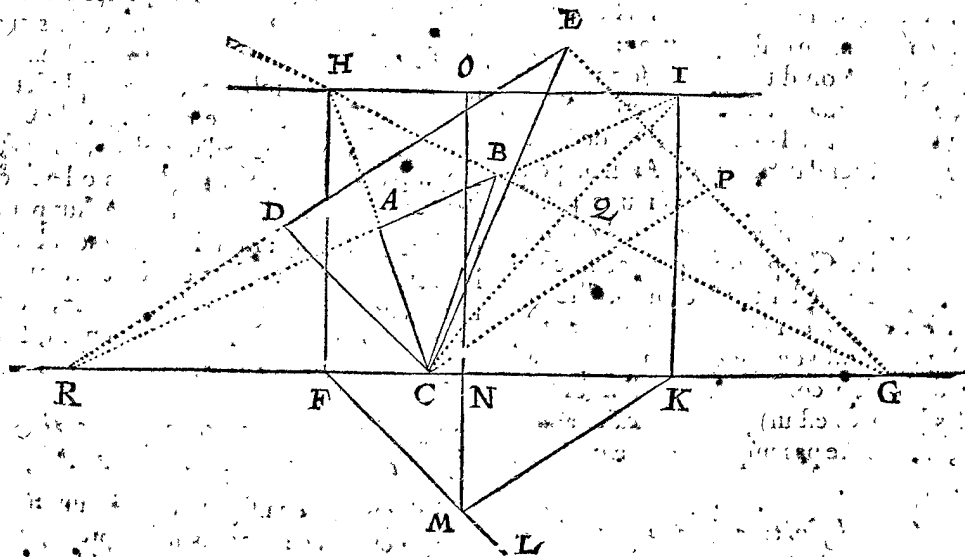
Mais si le triangle ombrageable estoit donné au lieu où il estoit en l'ombragement, il en vient seulement une solution. Dequoy pour parler par exemple, soit le triangle ABC l'ombre du triangle ombrageable DEC, & FG la vitrebafé, le vitre de laquelle venoit sur le plan ombrageable à angle droit. Pour en trouver l'œil, je tire de E jusques à la vitrebafé la ligne EG, parallele avec DC, & de G par B l'infinie GBH, & je produis CA rencontrant l'infinie en H, & par H l'infinie HI parallele avec FG; apres je produis AB rencontrant icelle infinie en I, & des deux points H & I deux lignes à angle droit sur FG, comme HF & IK; puis l'infinie FL parallele avec DC, & KM parallele avec ED, &

touchant FL en M, puis MN à angle droit sur FG, & je prolonge icelle MN jusques à O en HI, puis je mets sur O une ligne égale à NM, & à angle droit sur le vitre, le bout d'icelle ligne est l'œil requis.

*Preparation de la demonstration.* Je tire CB égale & parallele avec DE, apres CL coupant GH en Q, & je produis ED avec BA s'assemblant necessairement en la vitrebafé GF, qui soit en R.

DEMONSTRATION.

Ceste preparation ainsi faite, on voit une figure de mesme qualité que celle du 6 exemple du 3 membre des



briefvetez, là où il appert que ABQC est ombre du triangle ombrageable DEPC, & par operation re-

verte il est manifeste que l'œil doit venir comme est dit cy-dessus.

ADVER.

## A D V E R T I S S E M E N T

D E S F A U T E S.

VEU que quelques fautes se peuvent appercevoir du premier regard en quelques ombres données, & que ceste science serve aussi bien pour s'en garder en ombrageant, que pour bien juger des ombres faites; nous en descrirons ces cinq regles suivantes.

## I.

Si on trouvoit que les ombres de trois ou plusieurs poincts ne gisent en ligne droite, lesquels poincts ombrageables on sçait notoirement gisir en ligne droite, on est assuré par la premiere proposition qu'il y a faute en l'ombragement.

## II.

Quand nous voyons des lignes en quelque ombre, lesquelles nous sçavons devoir estre ombres des lignes ombrageables paralleles, & paralleles avec le vitre, lesquelles ombres toutefois ne sont de fait tirées paralleles; de là on peut conclurre que l'ombragement est mal fait, en estant assuré par la 2 proposition.

## III.

Si les ombrés des plans ombrageables, lesquelles nous sçavons devoir estre paralleles avec le vitre, n'estoient semblables à leur figure ombrageable, soit qu'elles consistent en lignes droites ou obliques, on sçait qu'il y a faute par la 2 proposition.

## IV.

Quand en quelque ombre nous voyons des lignes que nous sçavons devoir estre ombres de lignes ombrageables non paralleles avec le vitre, lesquelles ombres estans prolongées ne s'assemblent toutefois en un mesme poinct, de là on peut juger que l'ombragement est mal fait, dont la demonstration se tire de la 3 proposition.

## V.

Quand nous voyons en quelque ombre des lignes, lesquelles nous sçavons devoir estre lignes de diverses parties de lignes paralleles ombrageables, lesquelles avec le pavé pareillement sont paralleles, mais non paralleles avec le vitre, & l'une des parties non parallele de l'autre: Si tous les poincts de conjunction d'icelles diverses parties ne venoient en une ligne droite, de là on peut juger que l'ombragement est mal fait, dont la cause est apparente par la 4 proposition.

## A P P E N D I C E.

**P**our pareille raison qu'à la fin du traité des Triangles & d'autres livres nous avons mis un Appendice, principalement pour ne point mesler la doctrine avec les disputes, selon qu'il est dit la plus amplement: Pour mesme raison, aussi nous descrirons à la fin de l'ombragement précédent cest Appendice.

## 1 Chapitre, sur la premiere definition du mot ombragement.

Ombragement s'appelle en la premiere definition, plat pourtrait des choses haussées apparissant haussé; mais on enombre bien un plan sur le pavé, lequel n'estant élevé ou haussé, quelqu'un pourroit dire, (comme aussi disoit SON EXCELLENCE estant parvenu jusques à la lecture d'icelle definition, & cognoissant par experience la vertu des definitions es arts liberaux) que cela n'est pas compris en ceste definition. Sur quoy on respond, que comme on dit que la personne occupée à bastir une partie d'une maison, s'exerce en l'architecture, d'autant que par la conjunction de telles parties finalement on attend une maison: Ainsi on peut dire que la personne occupée à marquer une partie d'une ombre apparissant haussée, s'exerce en l'ombragement apparissant haussé; pource que par la conjunction de telles parties, est attendue une ombre apparissant haussée: Et par consequent considerant la fin principale à quoy tend l'œuvre de l'ombrageur, il semble que la definition contenant que l'ombragement des choses haussées est un plat pourtrait apparissant haussé, ne declare pas improprement que c'est ombragement.

## 2 Chapitre, sur la definition du nom poinct de conjunction.

Ce qu'en la 12 definition nous nommons poinct de conjunction, quelques uns devant nous l'ont appellé

poinct horizontal, & œil: Quant au poinct horizontal, d'autant que tels poincts en la conjunction des ombres prolongées des paralleles, lesquelles avec l'horizon ne sont paralleles, viennent dessus ou dessous l'horizon, le poinct horizontal ne peut par tout proprement estre nom commun. Quant au nom œil, il est certain que l'œil ne vient là dedans le vitre. Touchant ce que l'intention pourroit estre que c'est un poinct vers lequel l'œil se dirige pour voir l'ombre en sa perfection, & que pour telle signification on le nomme œil, cela aussi ne va de pied ferme, car il y a des ombres qui ont plusieurs divers tels poincts, dont quelques uns sont également haussés dessus l'horizon, autres plus haut ou plus bas, & souventes fois pas un d'eux n'est le poinct vers lequel l'œil est dirigé, comme on peut voir au precedent: De sorte que tant le nom œil que l'autre, est impropre. Les inconveniens procedans de ces noms impropres sont entre autres, que les Ombrateurs parlans des proprietés de l'ombragement, ne s'entendent pas (sauf correction) les uns les autres, ni eux-mesmes: Les uns disans que l'ombre peut avoir plusieurs yeux: Les autres, veu que la chose ombrageable en l'ombragement se voit seulement d'une place, il n'y deyroit avoir qu'un œil: Les autres pensans moderer ce different, disent qu'en l'ombragement il n'est faut par tout parfaitement suivre l'art: Mais le fondement bien consideré, les noms impropres sont cause de tel erreur. Ce consideré, nous avons nommé ce poinct, poinct de conjunction, comme estant nom commun, & à mon advis de signification assez commode.

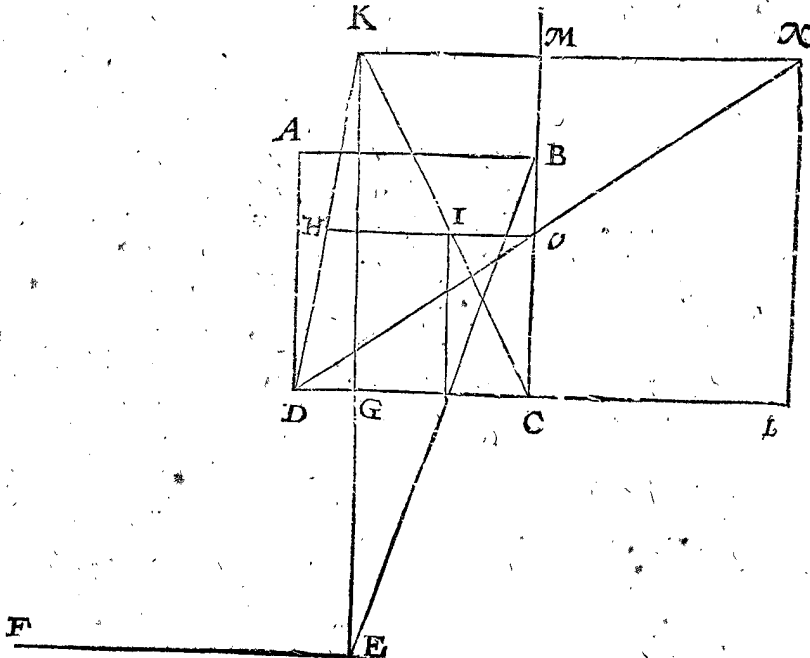
## 3 Chapitre, de l'impropre signification des lignes, desquelles on use en matiere de l'ombragement.

Puis qu'il y a en usage une commune maniere d'ombragement avec les noms impropres appliquez sur lignes & poincts par lesquels il semble difficile de pouvoir parvenir à la solide cognoissance de l'ombragement, nous en ferons quelque declaration. Soit

Soit ABCD un quarré ombrageable, E le pied, sur lequel on feigne que soit dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur EF, & le vitre tendre par DC à angle droit sur le pavé; soit puis apres tiré EG à angle droit sur DC; & de ce donné soit trouvée l'ombre HICD du quarré ombrageable ABCD,

selon la maniere du premier exemple, au troisieme article des briefvetez derriere la 11 proposition, & K soit point de jonction des prolongées DH, CI.

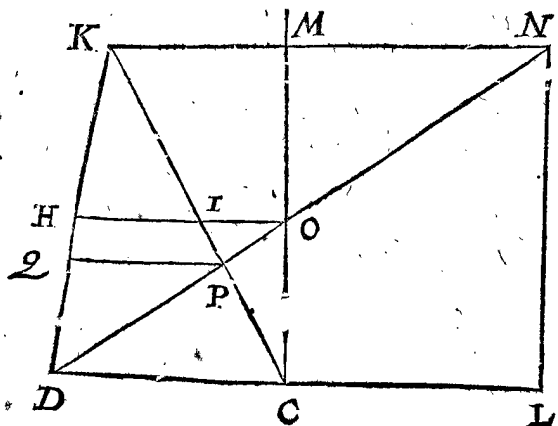
Mais puis que la ligne HI se peut encore trouver par une autre briefveté laquelle est declarée au 5 exemple du mesme article, à sçavoir qu'on produit la ligne DC



jusques à L, de sorte que CL soit egale à GE; puis apres CB infiniment vers M, & LN egale & parallele avec GK, puis NK, ND coupans CM en O, & de O une parallele avec CD, laquelle tende par IH comme il est là démontré: Or en ceste figure ils nomment CL *ligne du plan*, qui vaut autant à dire que ligne de pavé; N l'œil, L le pied, NL la perpendiculaire, qui vaut autant que ligne de Spectateur, MN ligne de distance. On respond à cecy, qu'encore bien que ces lignes & poinçts ayent quelque convenance avec les lignes & poinçts qui signifient proprement telle chose (car CL est egale à la propre ligne de pavé GF, & L convient avec le pied E, & N avec l'œil, & ainsi des autres) que ces noms toutesfois ne sont pas idoines à la parfaicte cognoissance de la Scenographie.

Pour declarer cecy plus clairement par exemple, marquons ceste dernière maniere d'invention de l'ombre seule, à leur mode comme cy-dessous.

Posé maintenant que quelqu'un disé avec ceste figure ainsi: Il y a un quarré dont le costé est DC, & L le pied, N l'œil, LN ligne de Spectateur; Par cecy on requiert l'ombre du quarré ombrageable, dont le costé



est DC: Or pour en venir à l'operation, je dis que le Scenographe ne sçait pas certainement le lieu du poinçt

de jonction K, à sçavoir s'il doit tomber en ce lieu, ou plus loing de N, ou plus pres. Secondement, tel quarré qui se voit ainsi hors de N comme œil, ne peut monstrent son ombre HICD en telle disposition qu'elle se rencontre icy, à sçavoir avec le costé DC du quarré ainsi en bas. Pourtant les susdites lignes & poinçts ne sont pas ce dont ils ont le nom, il ne semble pas aussi qu'il soit utile de leur attribuer tels noms, pour quelque ressemblance qu'ils ayent avec les vrais: Mais si pour éviter erreur, on vouloit prendre garde à celuy qui procede d'un tel fondement, on trouvera entre autres en *Serlio* vers le commencement de son second livre, premierement qu'il est luy mesme incertain des noms d'icelles lignes, ne suivant point fermement ses propres definitions: Secondement, qu'il tire de P commune section des lignes ND, CK, une ligne, comme PQ, parallele avec CD; concluant que QPCD, aussi bien que HICD, est l'ombre du quarré donné, lesquelles ombres toutefois ont ceste difference, que HICD se voit en un vitre estant perpendiculairement sur le pavé, comme CM qui est perpendiculaire sur DL: Mais l'ombre QPCD se voit en un vitre à angle oblique sur le pavé, avec telle declinaison que CK a sur DL: Et que puis apres sur l'ombre de tel pavé veu par un vitre obliquement sur le pavé se met l'ombre de profit qui vient sur iceluy pavé, mais veu par un vitre obliquement sur le pavé, il se fait quelque meslange, lequel combien qu'il puisse estre agreable à la veüe, ce n'est pas toutefois ombre selon l'art, ou selon le requis du proposé.

4 Chapitre, de la distance de l'œil au vitre.

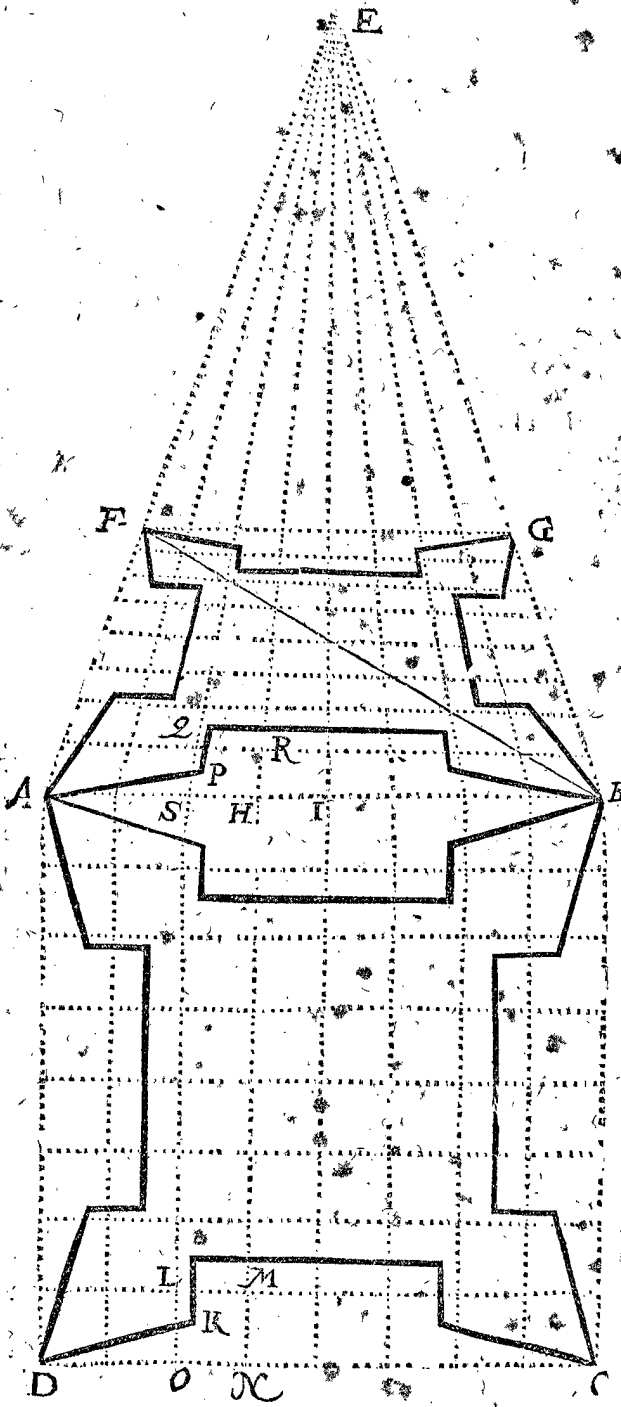
La position de la distance de l'œil jusques au vitre est fort libre en l'ombrageant, quelques uns en descrivent quelque regle, comme la raison de la distance à la largeur de l'ombre, se peut commodement prendre de 3 à 2. Mais cecy ne peut estre ainsi defini, car il y a des ombres qui sont si petites, que quand on mettroit l'œil en telle raison si pres, il ne seroit possible d'en veoir quel-

quelque chose avec jugement. Pourtant quand selon la grandeur de l'ombre, on le met en telle distance où l'ombre se voit commodément de la plupart des hommes (car l'un voit de plus pres que l'autre) cela semble regle plus ferme.

Quant à ce qu'és precedentes figures nous avons souvent mis l'œil plus pres du vitre, que pour veoir de là commodément l'ombre, cela s'est fait par exemple, car si on l'eut mis de distance comme il appartient, les figures eussent souvent esté plus grandes que les feuilles n'eussent peu comprendre.

### 5 Chapitre, de l'ombragement par quarez.

Il y a une maniere d'ombrager en usage, qui se fait dessus la figure ombrageable, ce que pour declarer par exemple, soit  $A B C D$  le plan d'un fort avec quatre boulevarts, pour avoir l'ombre d'iceluy, on tire là dessus quelques quarez egaux ainsi: Ayant tiré les deux lignes droites  $A B, D C$ , avec quelques lignes entre deux d'egale distance les unes des autres, comme par exemple



sept, semblablement  $A D, & B C$ , aussi avec sept lignes paralleles entre deux, alors sur le plan du fort viennent

8 fois 8 quarez, qui font 64: Puis je tire  $A E, B E$  comprenant le triangle  $A B E$ , auquel je tire quelque ligne comme  $F G$  parallele avec  $A B$ , tellement que le quadrangle  $F G B A$  se prend pour ombre de l'ombrageable quarré  $A B C D$ , dedans laquelle ombre quadrangulaire  $F G B A$ , nostre dessein est de marquer l'ombre du plan ombrageable donné. Pour y parvenir, je tire entre  $E A & E B$  sept lignes, aux sept points qui viennent entre  $A & B$ , comme  $E H, E I, &c.$  semblables, puis je tire  $B F$  coupant icelles autres sept lignes comme appert, & par leurs communes sections encore sept lignes paralleles avec  $A B$ , & aura ce quadrangle  $F G B A$  aussi 64 quadrangles, chaque quadrangle estant ombre de son concordant quarré ombrageable de l'entier quarré  $A B C D$ . Cecy estant ainsi, je voy que le boulevard ombrageable dont la pointe  $A$ , aura son ombre à  $F$ , & le boulevard ombrageable à  $D$ , son ombre à  $A$ , & ainsi des autres. Or pour commencer maintenant l'ombragement d'un boulevard, comme à  $D$ , je voy où tombe la face, comme  $D K$ , & j'apperçoy que le point  $K$  tombe dedans le troisieme quarré depuis  $D$  vers  $C$  marquant  $L M N O$ , & en telle position qu'il tombe là, en semblable position se met aussi le point  $P$  au troisieme quadrangle depuis  $A$  vers  $B$  marquant  $Q R H S$ , comme quadrangle concordant avec le quadrangle  $L M N O$ : C'est à dire, que si  $K$  vient au milieu, par exemple, entre les deux costez  $L M, O N$ , & sur une sixiesme, par exemple, de la longueur qu'il y a entre  $L O & M N$ , il faudra alors aussi que  $P$  vienne au milieu entre les deux costez  $Q R, S H$ , & sur une sixiesme de la longueur qu'il y a entre  $Q S, & R H$ , & faisant le semblable avec toutes les autres lignes, on aura l'ombre comme il appert. Mais cecy estant une maniere d'ombragement mechanique, nous ne l'avons voulu mesler entre les propositions mathematiques, ainsi seulement declarer ce qui s'en fait par aucuns en la pratique.

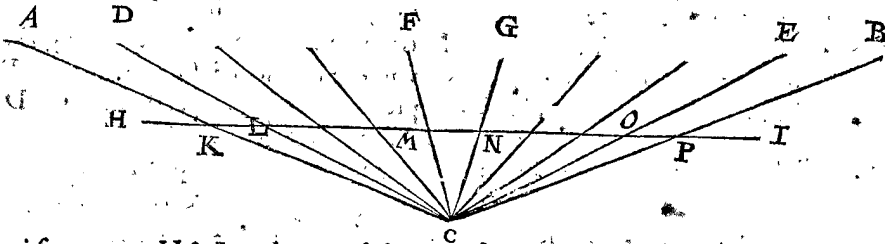
### 6 Chapitre, de la parfaite imitation de l'art.

Il y a de bons maistres ombrageurs, qui tienent qu'en l'ombragement il ne faut pas entièrement imiter les regles de cest art, mais qu'il faut aucunefois faire quelque chose plus agreable devant les yeux, qui aille contre la regle; & en donnent exemple, disant que quand quelqu'un est devant & pres le milieu d'un longue feste, avec des piliers de l'un des bouts jusques à l'autre, les piliers qui sont au milieu, se montreront plus distants les uns des autres, que ceux qui sont aux bouts; toutefois, disent-ils, il ne faut pas imiter en ombrageant telle apparence, mais mettre iceux piliers tous egalelement distants l'un de l'autre, selon la vulgaire maniere qui se voit par tout en usage, car si le contraire se faisoit, à sçavoir qu'on mit iceux piliers inegalelement distants comme ils apparoissent, ce seroit un ombragement desagreable. Mais tout cecy est faux, à cause que tels piliers estant mis en l'ombre egalelement distants l'un de l'autre, & l'œil naturel aussi en son lieu, ils acquièrent d'eux-mesmes le competent apparent rapprochement, que les vrais piliers ombrageables acquièrent par apparence.

Mais pour en parler par exemple encore plus clairement, posé que les points cy-dessous entre  $A & B$ , signifient les bases des susdits piliers ombrageables, dedans le feste d'un bastiment, & l'œil au milieu devant iceluy soit  $C$ , lequel œil verra apparemment les extremes piliers  $A & D$ , ou  $B & E$ , plus pres l'un l'autre que les piliers du milieu, comme  $F & G$ , à cause que l'angle  $A C D$  ou  $B C E$ , est moindre que l'angle  $F C G$ : Soit main-

maintenant tirée la ligne HI, comme vitre parallele avec le rang des piliers AB, & coupant les lignes qui tendent de C vers les piliers aux lieux comme se voit, à sçavoir AC, DC, FC, GC, EC, BC, aux poinçts

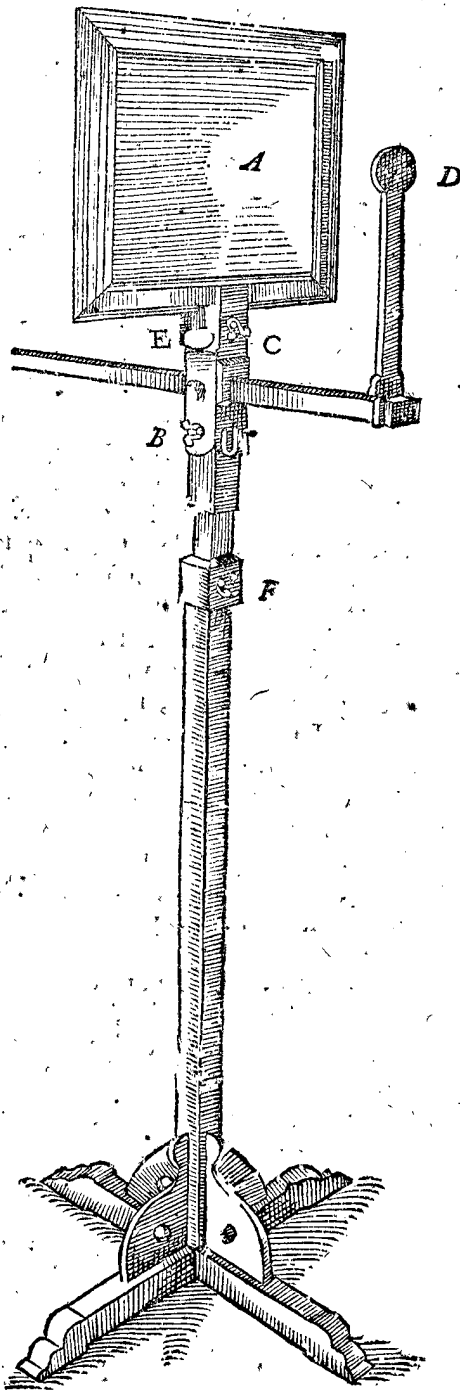
K, L, M, N, O, P, & seront icelles communes sections en la ligne HI, comme ombres des piliers toutes également distantes les unes des autres, comme les piliers ombrageables entre A & B; Cecy estant ainsi, on voit



que les piliers qui sont entre H & I également distants l'un de l'autre, acquerent leur competent approchement veu de C; Car KCL, ou ACD, est tout un mesme angle, qu'est MCN, ou FCG, OCP semblablement, ou ECB: De sorte que les Ombrageurs en telle position de piliers entre H & I également distants l'un de l'autre, ne font point contre la regle de Scenographie, comme ils cuident eux-mesmes, mais on doit faire ainsi pour ombrager parfaitement.

fans vitre) afin que si quelqu'un estoit desireux d'un semblable, il puisse prendre cecy pour exemple, amendant selon ce qu'il pourroit appercevoir les défauts,

Il est bien vray qu'on voit quelquefois des ombres, comme d'hommes, animaux, & semblables, faites par un libre traict de main, lesquelles sont plus agreables que autres operées laborieusement selon les regles des perspectives, mais cela à une autre raison, à cause que telles lignes n'arguent ainsi l'une l'autre, comme font les lignes paralleles es edifices; car si un cheval leve le pied un doigt plus haut ou plus bas, ou qu'un homme s'abaisse un doigt plus ou moins, il n'importe gueres de sçavoir si certainement comment la chose doit estre.



Notez encore, que comme les lignes obliques des animaux, se marquent plus agreablement & facilement par un libre traict à la main, de celui qui l'a bien appris, que par invention de plusieurs poinçts, ainsi au contraire en pourtraict d'edifices, les lignes droites (en quoy consiste principalement l'ombragement des edifices) se peuvent tirer plus commodement & plus nettement le long d'une regle selon les preceptes des perspectives, que par un libre traict de main.

7 Chapitre, du vitre.

J'ay leu quelque part, & cela à ce qui me semble en *Albert Durer*, lequel voulant declarer la qualité de l'ombragement, dit qu'on peut voir la chose ombrageable par un vitre plat, & imprimer en l'imagination que ce qu'on voit ainsi dedans le vitre y est depeinct, car cela est vrayement la parfaite ombre veuë par l'œil d'iceluy lieu. Ceste description de l'ombre (laquelle cy devant nous esmouvoit de definir le vitre) a semblé si commode à SON EXCELLENCE, qu'il ne s'est voulu seulement imaginer telle ombre peinte en un vitre, mais l'a voulu tirer in iceluy par effect, faisant preparer à icelle fin un vitre en la maniere que demonstre la figure cy adjoustée, là où A signifie le vitre, qui estoit d'un grand miroir de cristalin, tournant sur la charniere B, pour le mettre aussi droit ou oblique qu'on veut, & se fiche avec un vis C, le trou par lequel on voit est D, qui se peut couler plus pres & plus loing du vitre, & ficher avec le vis E: Le vitre se peut aussi mettre plus haut & plus bas, & puis ficher avec le vis F.

afin qu'il puisse servir à la parfaite cognoissance de l'ombragement. J'estime aussi que cela a ayde SON EXCELLENCE, pour appercevoir & corriger quelques imperfections qui estoient en mon premier desfeing de ceste Scenographie, comme entre autres la regle generale de l'invention de l'œil des figures ombragea-  
bbb.

brageables, qui ne touchent le vitre avec costé ni point, ce que nous aviohs premierement obmis, comme estant chose obscure.

Puis il est advenu qu'en l'invention de l'œil, j'avois décrit quelques propositions, esquelles la figure ombrageable comme donnée, estoit mise comme elle avoit posé en l'ombrageant, par laquelle l'invention de l'œil estoit plus facile. Mais SON EXCELLENCE considerant la chose plus attentivement, dit qu'il y avoit en cecy de l'imperfection, parce que le semblable ne se rencontre point en la pratique; car on ne met point es peintures telle figure ombrageable en leur lieu pres de leurs ombres. Ce qu'ayant veu estre fondé en raison, nous avons changé ces propositions, & en avons mis d'autres en leur place, comme il se peut veoir cy-devant.

8 Chapitre, de l'invention des ombres par nombres.

SON EXCELLENCE s'imaginant qu'il estoit possible que par nombres donnez connus d'une figure ombrageable, on scauroit dire de quelle grandeur tomberoient les costez & angles de leur ombre, nous en descrivons quelque exemple calculé par SON EXCELLENCE, à cause qu'il appartient à ceste matiere, & que c'est, comme il me semble, une nouvelle maniere de calcul.

*Le donné.* Soit ABCD un quarré ombrageable au pavé, chaque costé estant de 2 pieds, & le costé DC prolongé jusques à E, ainsi que CE face 3 pieds: Puis de E tiré à angle droit sur DE la ligne EF de 4 pieds, F signifie le pied, sur lequel s' imagine une ligne de spectateur perpendiculairement sur le pavé de 5 pieds, & le vitre tende par DC à angle droit sur le pavé.

*Le requis.* On veut scavoir de quelle longueur sera chacun des trois autres costez de l'ombre, avec la grandeur des quatre angles, en quelle distance aussi sont l'une de l'autre les deux costez paralleles.

*Preparation.* Afin que l'imagination aye en l'operation un subject pour s'appuyer, nous en ferons ceste preparation: Soit EF prolongée jusques à G, ainsi que EG comme mesure de spectateur face les 5 pieds donnez de la ligne de spectateur, puis soyent tirées DG, CG, AF, coupantes DE en H, puis HI perpendiculairement sur DE, & touchant DG en I; apres IK parallele avec DE, & tombant K en CG, puis KN perpendiculairement sur DE. Cecy estant ainsi, le quadrangle IKCD sera ombre du quadrangle ombrageable ABCD, duquel il nous faut trouver la longueur des costez, & grandeur des angles, aussi la ligne IH, comme distance entre les deux costez paralleles IK, DC: Puis AB & IK sont prolongées jusques à L & M, touchant avec iceux poinctz L, M, la ligne FG.

OPERATION.

Veux que LF est parallele avec AD, & AL avec DH, il faut que le triangle ALF soit semblable au triangle ADH, & leurs costez homologues proportionaux, pourtant je dis, FL 6, donne LA 5, combien AD 2? fait pour DH

Iceux tirez de DE 5, reste pour HE, qui est aussi pour IM

DE 5, donne EG 5, combien IM 3 1/3 deuxiesme en l'ordre? fait pour MG

Iceux tirez de GE 5, reste pour ME, qui est aussi pour KN, & pour la requisite IH

GE 5, donne EC 3, combien MG 3 1/3 troisieme en l'ordre? fait pour MK

Lesquels tirez de IM 3 1/3 troisieme en l'ordre, reste pour la requisite IK

Le triangle IHD a trois termes connus, à scavoir IH 1 2/3 quatriesme en l'ordre, DH 1 2/3 premier en l'ordre, & l'angle IHD droit: Avec cecy cherchez les trois autres termes incognus, se trouvent par la 5 proposition des triangles plats, à scavoir le costé requis ID

L'angle requis IDH

Et l'angle DIH

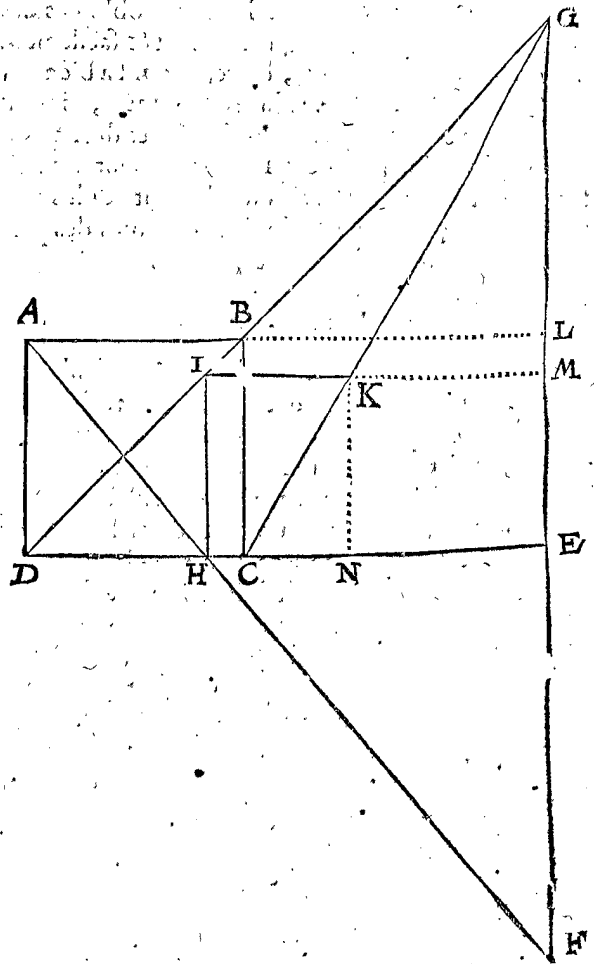
Auquel adjousté l'angle HIK 90 degr. vient pour l'angle requis DIK

GE 5, donne EC 3, combien KN 1 2/3 quatriesme en l'ordre? fait pour NC

Le triangle KNC a trois termes connus, à scavoir KN 1 2/3 quatriesme en l'ordre, NC 1 onzieme en l'ordre, & l'angle KNC droit, avec cecy cherchez les autres trois termes incognus, ils se trouvent par la 5 proposition des triangles plats, à scavoir le costé requis CK de

Et l'angle KCN 59 degr. 2 0, lesquels soustraicts de 180 degr. reste pour l'angle requis KCD

Et l'angle NKC de 30 degr. 58 0, lesquels soustraicts de l'angle IKN 90 degr. reste pour l'angle requis IKC



Fin de la Scenographie.



367

DEUXIÈME LIVRE  
DE L'OPTIQUE,

TRAITANT  
Des Catoptriques ou des Reflexions.

Traduit en Francois, & illustré d'annotations par  
ALBERT GIRARD Mathematicien.

AU LECTEUR.

**N**e fois entr'autres, je me mis à rechercher les effets de la Catoptrique selon les escrits d'Alhazen & de Vitellon, & trouvay qu'il n'y avoit entre plusieurs propositions de superficies courbes, aucune certitude es conclusions, & plusieurs fautes quant & quant : Tellement que je m'addonnay à escrire de mesme matiere sur d'autres fondemens, veu qu'Euclides en ses 17 & 18 propositions en pose d'autres, que ceux que Alhazen & Vitellon suivent en matiere de reflexion des superficies courbes ; lesquelles comme fondemens vaciles, causent la ruine de ce qui est basti dessus : Tellement que je les ay inseréz icy, d'autant que SON EXCELLENCE les a aussi reveus, ne l'ayant voulu conseiller à suivre ces autres-la, mais de prendre ces elemens pour principes necessaires à ceste fin, lesquels il a aussi remis en meilleur estat selon la coustume qu'il a de prendre garde de pres à ce à quoy il s'exerce, comme s'ensuit.

SOMMAIRE.

**A** Pres sept definitions & deux petitions, suivront neuf propositions : Et finalement un Appendice, contenant les Arguments lesquels selon nostre coustume, nous separons ordinairement des principes.

DEFINITIONS.

DEFINITION I.

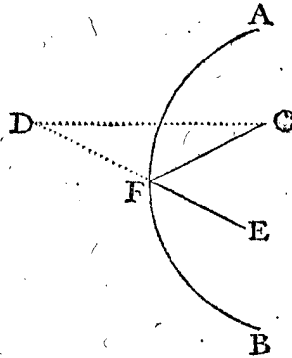
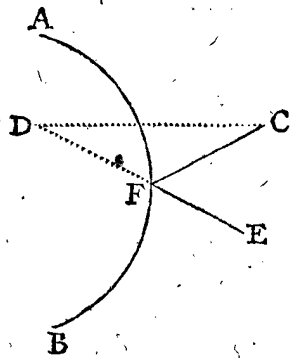
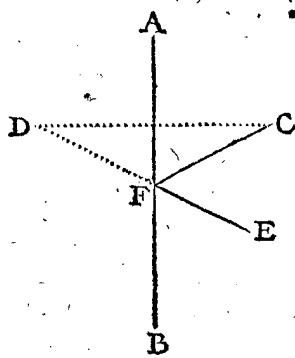
**E**lemens Catoptriques sont ceux, lesquels declarent les raisons de la forme des images, causées par la presence des corps devant les miroirs.

DEFINITION II.

**T**oute superficie Mathematique, en laquelle on se propose que soit la qualite des miroirs, nous la nommons aussi un miroir.

Pour en parler naturellement, toute superficie reluisante comme de voire, acier, eau & choses semblables,

peuvent estre aussi prises pour miroirs; Mais en ce traité Mathematique, nous posons des sujets Mathematiques, les prenans icy pour miroirs : lesquels nous nommons miroirs plats ayant la superficie platte, & miroirs spheriques ceux qui l'ont aussi spherique, & ainsi des miroirs coniques, ou cylindriaques, quand les superficies sont coniques ou cylindriaques. D'avantage miroir convexe, est quand la superficie convexe agit comme un miroir; & miroir concave, quand la superficie concave fait l'acte de miroir. Par exemple soient A B trois sortes de miroirs, comme plats, convexes, & con-



caves, prenans leurs superficies catoptriques du costé de E, œil & C, visible.

DEFINITION III.

**P**oint visible, est celuy duquel on peut voir l'image par le miroir.

Soit es trois figures de la deuxiesme definition devant chaque miroir C, dont l'image au miroir soit en D, & puis que C peut estre veu dans le miroir, nous appellons C point visible.

DEFINITION IV.

**O**eil est un point, lequel on suppose faire l'office de l'œil.

Comme es troisiemes figures de la deuxiesme definition le point E, lequel nous prenons faire l'office d'œil, assavoir à voir D, image du point visible C: nous nommons donc E œil.

DEFINITION V.

**R**ayon, & rayon du visible, sont les lignes droites de l'œil, & du visible jusqu'à l'image.

Comme es trois figures precedentes les lignes droites ED, CD sont dites rayons, assavoir ED rayon simplement, & CD rayon du visible.

DEFINITION VI.

**P**oint de conversion est la commune section du miroir & du rayon.

Comme es figures precedentes, la commune section de A B, & du rayon ED est F: lequel point F nous appellons point de conversion, dont la raison apparoitra en la septiesme definition suivante.

## DEFINITION VII.

**F**lexion, sont les deux lignes droites du point de conversion, vers l'œil & le point visible : celle qui est vers l'œil est dite flexion oculaire, & l'autre flexion visible.

Soit menée FC des figures précédentes, alors les deux lignes du point de conversion F vers l'œil E, comme FE, & vers le point visible C, comme FC, sont ensemble dites flexion : (comme si une ligne droite se plioit CFE) en particulier aussi FE flexion oculaire, qui est aussi le rayon : FC flexion visible, & le point F point de conversion ; tout ainsi que si une balle estant jettée de C en F, elle commençast en iceluy F, à se tourner vers E, tellement que F est le point de conversion, qui est à dire tournement, d'autant que c'est là que la conversion se fait.

ALB. GIRARD.

*L'adjoûteray encor icy ces trois définitions.*

## DEFINITION VIII.

**R**eflexion, est dit en general de l'acte, tant de la puissance de la veüe, que de l'office du miroir, & de la vision du visible, lequel requiert d'estre illuminé.

## DEFINITION IX.

**A**ngle de reflexion, est celuy qui est fait également de part & d'autre de la ligne de flexion & du miroir.

*Comme es trois figures précédentes, l'angle BFE, ou AFC, (lesquels sont égaux comme l'Auther dira en la 4 proposition suivante) de part & d'autre de la flexion CFE, & du miroir AFB.*

## DEFINITION X.

**I**mage Catoptrique, est la representation du visible à l'œil, laquelle semble estre veüe directement, quoy que non, mais est faite moyennant le miroir par le flechissement du rayon contre iceluy, & d'autant plus semblable au visible que la superficie du miroir est plane.

*C'est chose certaine que l'image catoptrique D, semble estre en autre lieu que n'est le visible C ; la cause est, que nous pensons que les choses que nous voyons soient directement où nous adressons nostre veüe. Or quand un miroir est en sa perfection n'ayant rien de diaphane, mais estant bien poly (c'est à dire sans angles) il doit estre invisible de luy mesme ; Et puis que ce que nous savons de plus certain, est ce que l'expérience nous monstre ; d'où s'ensuit qu'en un tel miroir nostre veüe nous trompera, d'autant qu'en le regardant, nous ne le voyons pas, mais sa vision nous represente autre chose selon la disposition d'iceluy & de la veüe : Mais comment dira-on, un tel miroir doit estre invisible ? c'est pource que nous voyons seulement les objects par la discontinuité qui y est, laquelle la lumière nous monstre, & en un mot nous ne voyons rien sans reflexion & discontinuité ; car si tout estoit poly comme un miroir en perfection & sans discontinuité, nous ne verrions que la lumière seulement, si on voyoit quelque chose : un miroir parfait est donc invisible, comme les choses diaphanes infinies & sans couleur ; & partant les plus expérimentez pensent voir directement en iceluy, ce que le miroir leur découvre, en menant nostre rayon visuel que nous luy adressons, selon quible recoit.*

## PETITIONS.

## PETITION I.

**L**e point visible posé devant le miroir plat, qu'on nous concede de dire qu'il est autant distant du miroir, que son image : Que le rayon aussi du visible est perpendiculaire sur le miroir.

Soit G au miroir plat de la deuxiesme definition la commune section d'iceluy miroir & du rayon du visible DC : On demande qu'il soit permis de dire que GC est égale à GD, que DC aussi est à angle droit sur

AB : car qui en veut faire l'espreuve le pourra faire avec deux stations, comme on mesure le distances inaccesibles, selon la 2 proposition du deuxiesme livre de la pratique de Geometrie. Quant au rayon du visible qu'il soit perpendiculaire sur le miroir plat, il se reconnoitra tel, si on pose l'œil mesme pour visible & œil tout ensemble, on verra avec une esquerre que le rayon sera perpendiculaire au miroir.

ALB. GIRARD.

*Il est aussi certain, que le rayon du visible est aussi perpendiculaire sur le miroir courbe ; & aussi que le visible & son image sont également distans du point de conversion en tous miroirs, selon ce que nous avons dit en la 10 definition : & que le rayon du visible, duquel parle Stevin ne sert qu'aux miroirs plats, d'autant que quand bien mesme le visible & le miroir seroyent immobiles ; l'image ne le sera point, si l'œil se meut comme es miroirs plats ; mais es miroirs courbes, l'image change de place aussi bien que l'œil, & partant on ne scauroit cognoistre son lieu par deux stations, comme es plats ; veu que l'image change de lieu selon le changement de station : es miroirs donc courbes, diverses personnes verront l'image en divers lieux, ou bien diverses images d'un mesme visible en mesme temps.*

## PETITION II.

**P**ar la commune section de la superficie du miroir, & le plan où sont l'œil, le visible & son image, soit entendu le miroir donné.

Soit AB la ligne (en la deuxiesme definition) de commune section de la superficie du miroir, & du plan où les trois points C, D, E sont : On demande qu'on concedé qu'avec la ligne AB, on entende le miroir proposé.

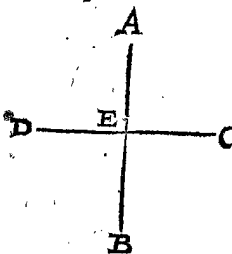
## S'ENSUIVENT LES PROPOSITIONS.

## PROBLEME I. PROPOSITION I.

**E**stant donné un miroir plat indefiny, & un point visible, trouver son image.

*Le donné.* Soit AB un miroir plat indefiny, & C un point visible au devant.

*Le requis.* Il faut trouver son image.



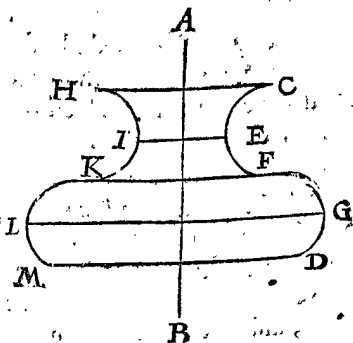
*Conclusion.* Estant donc donné un miroir plat indefiny, &c.

## CONSTRUCTION.

On menera CD perpendiculaire à AB, coupant iceluy en E ; ainsi que ED, soit égale à CE : Je dis que D fera l'image requise ; dont la demonstration est manifeste par la 1 petition.

## COROLLAIRE.

D'autant que la ligne consiste en une infinité de points, & que l'image d'un chacun peut estre trouvée par la 1 proposition précédente, il s'ensuit que la description de l'image de toute ligne en un miroir plat est notoire. Soit par exemple AB un miroir plat, & CD une ligne courbe, en laquelle soit marquée une infinité de points, comme C, E, F, G, D, &c. & ayant trouvé leurs images H, I, K, L, M, &c. comme



dessus,

dessus, alors la ligne menée par la pluralité infinie des points H, I, K, L, M, sera l'image requise. D'avantage d'autant que la superficie de tout corps, consiste en une infinité de lignes, & de mesme les corps d'une pluralité infinie de superficies; il s'ensuit comment on pourra descrire l'image de tout corps quelcôque en un plat miroir.

PROBLEME II. PROPOSITION II.

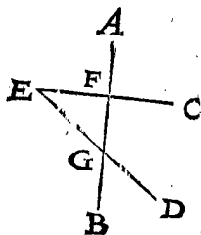
**E**stant donné un plat miroir indefiny avec un point visible, & l'œil: Trouver le point de conversion.

*Le donné.* Soit AB un plat miroir indefiny, C le point visible, D l'œil.

*Le requis.* Il faut trouver le point de conversion.

CONSTRUCTION.

On trouvera l'image de C, comme E, par la 1<sup>re</sup> proposition: assavoir CE perpendiculaire à AB, & EF égale à FC; puis menée ED, coupant AB en G, lequel G je dis estre le point de conversion.



DEMONSTRATION.

D'autant que E est l'image du visible C, par la 1<sup>re</sup> proposition, & D, l'œil par l'hypothese, ED sera le rayon par la cinquieme definition, & partant G conversion par la 6<sup>me</sup> definition.

*Conclusion.* Estant donc donné un miroir plat indefiny, avec un point visible & l'œil, nous avons trouvé le point de conversion, selon le requis.

THEOREME I. PROPOSITION III.

**L**e point visible & son image, sont equidistans du plan du plat miroir produit.

*Le donné.* Soit AB un plat miroir, duquel le plan produit indefiniment soit CD, & E le point visible, ainsi que E F perpendiculaire à CD, ne passe pas par le miroir AB, & EF coupe CD en G.

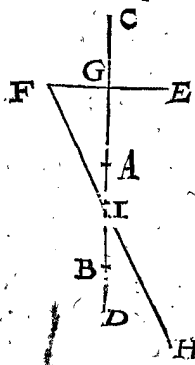
*Preparation.* Soit prise CD entierement pour un miroir, & ayant posé quelque œil, comme H, voyant l'image F, par le point de conversion I, au miroir AB.

DEMONSTRATION.

CD estant donc un plat miroir, F image de E, alors E & F seront equidistans de G, par la premier petition:

Ostons maintenant les parties du miroir AC, BD, n'y demeurant que le miroir AB: ce qu'estant ainsi, l'œil H voit encor l'image F, veu que le point de conversion I ne reçoit aucune alteration en cecy: Tellement que E & F demeureront equidistans du plan du plat miroir produit indefiniment.

*Conclusion.* Le point visible & son image donc, sont equidistans de la production du plat miroir: ce qu'il falloit demonstrier.



THEOREME II. PROPOSITION IV.

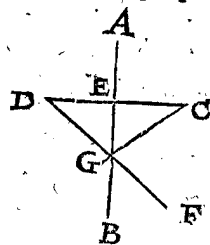
**L**a flexion (du point visible, & de l'œil) fait sur le plat miroir des angles egaux.

*Le donné.* Soit AB un plat miroir, & C point visible, D image, CD rayon du visible coupant AB en E, F l'œil, D F rayon: G point de conversion, GC flexion du visible, & GF oculaire.

*Le requis.* Il faut demonstrier que l'angle CGA est egal à l'angle FGB.

DEMONSTRATION.

Veue que EG est à angle droit sur DC, les triangles DGE, EGC seront de la condition de la 4<sup>me</sup> proposition du premier livre des Elements d'Euclide, assavoir deux costez DE, EG egaux aux deux costez CE, EG (par la premiere petition) & l'angle egal à l'angle en E; parquoy le reste sera egal au reste, comme icy l'angle DGE, ou bien par la 15<sup>me</sup> proposition du premier livre, BGF egal à CGE.



*Conclusion.* La flexion donc fait sur le miroir des angles egaux; ce qu'il falloit demonstrier.

THEOREME III. PROPOSITION V.

**E**stant un miroir spherique, & un point visible, duquel une ligne indefinie est menée par le centre du miroir: L'image en ceste ligne, & le point visible sont equidistans du miroir.

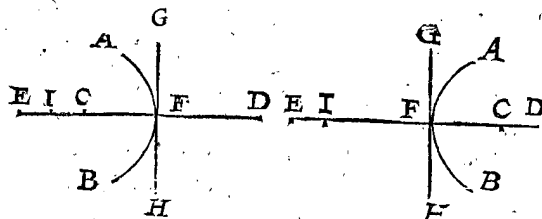
*Le donné.* Soient AB deux miroirs spheriques, l'un convexe, l'autre concave, C les centres, D points visibles, par C soit menée DE indefinie coupant le miroir en F.

*Le requis.* Il faut demonstrier que l'image dans la ligne DE, est autant distante du miroir F, que le point visible D.

*Preparation.* Soit menée le plat miroir GH par le point F, & perpendiculaire sur CF, puis marquant le point I, ainsi que IF soit égale à FD.

DEMONSTRATION.

D'autant que CF est perpendiculaire sur GH, alors GH touchera la ligne AB au point F, tellement que F sera un point commun des miroirs plat & spherique, par lequel point, le visible D apparoist: Parquoy



l'image aussi en l'un & l'autre miroir, sera en un mesme lieu: Or l'image du plat est I par la 1<sup>re</sup> proposition: l'image donc du spherique sera aussi en I: & pource que I au plat est autant distant de F, que D; pourtant aussi l'image du miroir spherique AB, est autant esloignée d'iceluy miroir spherique AB (c'est à dire du point F) que son point visible D.

Autre DEMONSTRATION.

Soit le miroir spherique AB reduit & remis en plat miroir GFH, ainsi qu'ils soyent en un mesme plan; alors I sera l'image commune es deux miroirs, du visible D, par la 1<sup>re</sup> proposition, & F commune section des miroirs, & de DI rayon du visible; Or prenons que le miroir plat reprenne sa premiere forme spherique AB, alors l'image I demeurera encor en son lieu, puis que les points qui la causent F, D, demeurent en leurs lieux: & partant I sera l'image de D au miroir spherique AB.

*Conclusion.* Estant donc un miroir spherique, & c'

NOTEZ.

Il est seulement parlé cy-dessus de l'image en la ligne DE; car c'est autre chose des autres images qui peuvent estre d'un nombre infiny au miroir spherique, comme on verra cy-apres.

## PROBLEME III. PROPOSITION VI.

**E**stant donné un miroir spherique, le point visible, & l'œil lequel puisse voir l'image: Trouver le point de conversion.

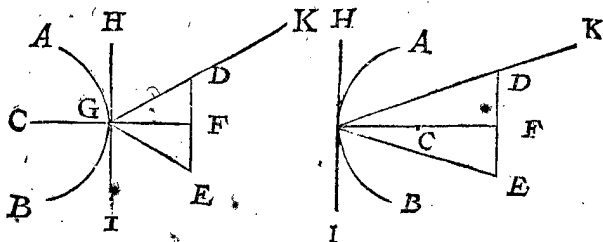
1 Exemple, où le point visible & l'œil, sont equidistans du centre du miroir spherique.

Le donné. Soit AB un miroir spherique, son centre C, & D le point visible; mais E l'œil, lesquels D & E sont equidistans du centre C.

Le requis. Il faut trouver le point de conversion.

## OPERATION.

On menera DE, & CF vers son milieu, coupant AB en G: lequel est le point de conversion requis.



Preparation. Soit menée GD, GE, & HI, touchant AB en G, comme plat miroir.

## DEMONSTRATION.

D'autant que DF est egale à FE, & les angles en F droits; les triangles GFD & GFE conviendront en tout, veu que GF est commun, & partant les angles DGF & EGF seront egaux; & pource que HI est perpendiculaire à CF, d'autant qu'elle touche AB en G, les angles FGH & FGI seront egaux, estans droits, & aussi les restans HGD & IGE; d'où s'ensuit que G est point de conversion du miroir plat, par la 2 proposition: & puis que G est point commun tant en l'un des miroirs qu'en l'autre, & ainsi G sera aussi point de conversion du spherique; ce qu'il falloit demonstrier.

2 Exemple, où le point visible, & l'œil ne sont equidistans du centre du miroir spherique.

Le donné. Soit le point visible maintenant en la figure precedente K, plus loing du centre C, que n'est l'œil E.

Le requis. Il faut trouver le point de conversion.

## NOTEZ.

Puis que pas une maniere Geometrique, en ceste description ne m'est venue en la memoire, je la construiray mechaniquement.

## ALB. GIRARD.

L'auteur dit qu'il n'avoit rencontré en ceste description aucune maniere Geometrique: Il y a toutesfois une operation Geometrique fort facile, que j'eusse mis icy, n'eust esté pour d'autres empeschemens; c'est un probleme solide, c'est à dire qu'il ne peut pas estre construit par la ligne droite, & la circulaire.

On menera deux lignes KG, EG, telles que le requis soit aussi precis, que l'œil puisse juger à la perfection, a sçavoir menant par C & G la ligne CGF; que si l'angle KGF est coupé en deux egalement, G sera le vray point cherché; dont l'operation est manifeste.

## PROBLEME IV. PROPOSITION VII.

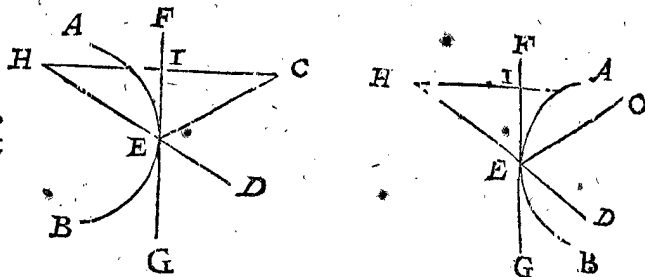
**E**stant donné un miroir spherique & le point visible, l'œil aussi, lequel puisse voir l'image: Trouver l'image.

Le donné. Soit AB un miroir spherique, C point visible, D l'œil, pouvant voir l'image.

Le requis. Il faut trouver l'image.

## OPERATION.

On trouvera le point de conversion par la 2 proposition, lequel soit E, tirant la ligne droite FG, tellement



qu'elle touche l'arc AB en E, puis CH perpendiculaire à FG; & faisant IH egale à IC, je dis que H fera l'image requise.

## DEMONSTRATION.

D'autant que FG touche l'arc AB en E, FG sera perpendiculaire sur le diametre du miroir qui passe par E, lequel diametre couperoit l'angle CED en deux parties egales; & partant l'angle CEF sera egal à l'angle DEG; & pourtant H est l'image requise du plat miroir, par la 1 proposition: Et d'autant que le point E est commun es deux miroirs, s'ensuit que le mesme H sera aussi l'image du miroir convexe; autrement si ce n'estoit là, il faudroit que la matiere à l'entour de E en soit la cause, ce qui est impossible, veu qu'elle n'y apporte aucune alteration. H est donc l'image requise, ce qu'il falloit demonstrier.

Conclusion. Estant donc donné un miroir convexe, le point visible, & l'œil pouvant voir l'image, nous avons trouvé l'image selon le requis.

## PROBLEME V. PROPOSITION VIII.

**E**stant donné un miroir de figure quelconque, le point visible, & l'œil pouvant voir l'image: Trouver le point de conversion.

Le donné. Soit AB un miroir courbé irregulier quelconque, C le point visible & D l'œil.

Le requis. Il faut trouver le point de conversion.

## NOTEZ.

Tout ainsi que pas une operation Mathematique ne m'est venue en memoire au deuxiesme exemple de la 6 proposition, je construiray aussi maintenant celle-cy par voye mechanique, comme s'ensuit.

## OPERATION.

Je marque un point E dans le miroir où il me semble qu'il doit arriver, menant par iceluy la ligne touchante FG; puis du mesme je mene EC, ED. Que si les angles CEF & GED sont egaux, le point E sera le vray point, autrement il en faudra choisir un autre jusques à ce qu'on aye trouvé que lesdits angles soyent egaux, & ainsi on trouvera le vray point de conversion; dont la demonstration est manifeste par l'operation.

Conclusion. Estant donc donné un miroir de figure quelconque, &c.

## PROBLEME VI. PROPOSITION IX.

**E**stant donné un miroir de figure quelconque, le point visible, & l'œil pouvant voir l'image: Trouver l'image.

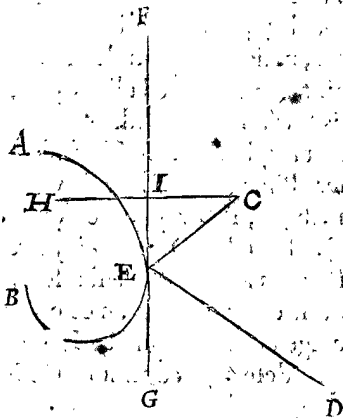
Le donné. Soit AB un miroir courbe irregulier quelconque, C le point visible, & D l'œil.

Le requis. Il faut trouver l'image.

## OPERA-

OPERATION.

On trouvera premierement le point de conversion par la 8 proposition, lequel soit E; & FG comme miroir plat (ayant fery à trotter ledit point E) puis soit menée CH perpendiculaire à celle, & IH egale à IG; alors H fera l'image requise.



DEMONSTRATION.

D'autant que les miroirs plat & courbe ont le point E cōmun, & que H est l'image du miroir plat; il s'ensuit que le mesme H fera aussi l'image du miroir courbé AB.

Conclusion. Estant donc donné un miroir courbe irregulier comme il advient, le visible, & l'œil qui puisse voir l'image, nous avons trouvé l'image, selon le requis.

COROLLAIRE.

La maniere de trouver l'image de quelque point visible que ce soit estant notoire par ceste 9 proposition il s'ensuit aussi qu'on pourra trouver l'image de quelque ligne, superficie, & corps que se puisse estre, & ce par l'invention d'une infinité d'images de points visibles, puis de là l'invention des images des lignes, puis des plans; puis finalement des corps.

A. P P E N D I C E.

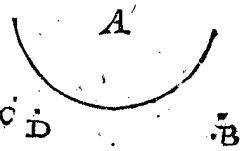
Contenant comment les propositions d'Euclides, d'Alhazen & de Vitellon, avec celles de leurs sectateurs, lesquelles enseignent à trouver les images es miroirs courbes, sont mal fondées, & que par consequent elles sont fausses.

Tout ainsi que nous avons deduit en l'Appendice, à la fin du livre des triangles spheriques, les erreurs des escrivains, nous en ferons aussi le mesme icy.

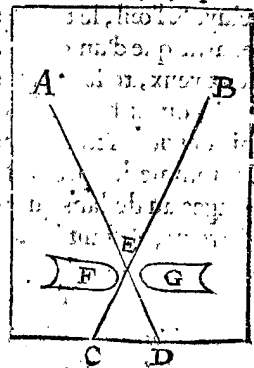
L'invention de la vraye place où l'image apparoist, est une des principales matieres de la Catoptrique, laquelle est cogne communement es plats miroirs, mais non pas es courbes; car *Euclides* es 17 & 18 propositions; *Alhazen* es 3, 6 & 16 propos. du 5 livre; & *Vitellon*, en l'onzieme prop. du 6 livre, ont en opinion que l'image estoit en la commune section du rayon, & de la ligne indefinie du visible vers le centre du miroir spherique; ce qui est absurde par la 7 prop. de ce livre, où il est demonstre par voye Mathematique que l'image est autreparr.

L'experience qui les fit fallir est telle: c'est que si on met un plat miroir estoigné du visage autant qu'un spherique, il semble à voir des deux yeux que l'image du spherique approche plus pres de sa superficie, que ne fait l'autre; ce qu'on peut mieux remarquer es miroirs ordinaires, qui ont des petites cōcavitez le long du bord par derrière, qui font apparoistre des miroirs spheriques, posant le miroir tellement que le spherique vienne à l'endroit du nez de la grande image, on verra que la petite image est plus pres que la grande. (car d'autant que sa dimension s'estend, autant cache-elle la grande image, ce qui seroit au contraire, si elle estoit plus estoignée.) [voyez à la fin touchant cecy.] Et est encor plus certain, lors qu'on regarde le bout du nez de l'image, car alors on a les deux prunelles tournées l'une vers l'autre; tellement qu'on est plus louche qui si on regardoit celuy de la grande image; & partant les deux lignes de la veuë, vers le bout du nez de l'image du spherique, sont dedans les deux lignes de la veuë vers le bout du nez de l'image du plat; d'où l'on peut conclurre, que l'image du spherique est plus pres de sa superficie, que celle du plat, par la 21 prop. du 1 livre d'*Euclides*. Or cela semblant estre ainsi, ils ont conclud qu'il estoit comme il sembloit, mais nous estans mieux fournis de l'une & l'autre, recognoissons qu'il y a faute en l'experience, & de la tromperie, d'autant qu'elle repugne aux regles fondamentales; ce qui se decouvre ainsi. Lors qu'on regarde quelque image des deux yeux, comme par exemple du bout du nez, comme cy-dessus, chaque œil a son point de conversion particulier, mais il ne voit qu'une image, assavoir l'œil droit voit l'image au costé gauche, & l'œil gauche voit l'image au costé

droit; tellement que par deux divers points de conversion on voit deux diverses images, lesquelles sont proprement plus estoignées des yeux que la commune section des rayons des yeux, & toutesfois il semble que l'image soit en icelle section. Il y a deux choses à remarquer en ce que nous avons dit; l'une est, qu'il y a deux images en divers lieux; l'autre, qu'il semble la en cōmune section des rayons que ce soit une mesme image. La premiere appert ainsi par effect: Prenez un miroir convexe, comme A, & une chandelle allumée, dont B soit la flamme en une chambre où il n'y ait point d'autre lumiere, C, D



(pour prendre un exemple plus certain) les deux yeux du spectateur C, D, assavoir D plus pres du miroir que C, tellement qu'il faudra voir de travers & à costé pour voir l'image, tenant la chandelle en la main droite, toutesfois d'un autre costé du miroir, que les yeux; mais en sorte que les deux images ne soyent au plan qui passé par les yeux C, D, ce qui se fait facilement en eleçant; ou abaissant la chandelle. Ce qu'estant ainsi, on verra distinctement les deux images de la flamme, lesquelles on ne peut pas remettre l'une sur l'autre, mesme en regardant louche, comme on peut faire en regardant droit vers le miroir convexe, pource qu'elles ne sont en mesme plan que les yeux, veu qu'en regardant louche on ne change pas de plan; car ce seroit contre nature que l'un regardast enhaut, l'autre enbas. Nous avons donc demonstre qu'avec deux yeux on voit dans le miroir spherique deux images diverses; reste à monstrer qu'elles semblent n'estre qu'une seule image en la commune section des rayons: Soyent posées sur une table deux chandelles A, B, de mesme hauteur, d'environ 1 ou 2 pouces, en une chambre où il n'y aye point d'autre luminaire, puis de l'autre costé de la table on marquera deux points C, D, de la distance des deux yeux de l'observateur, menant les lignes DA, CB se coupans en E, où l'on mettra une espingle ou une esguille toute droite debout, posant es angles A E C, B E D quelques obstacles, comme des livres F, G, ou autre chose, tellement que l'œil C ne puisse voir la flâme A, mais bien B; que l'œil aussi en D ne puisse voir B, mais A, puis on disposera les yeux es points C, D, regardant l'espingle F; alors on verra que les deux flâmes A, B, semblent n'estre qu'une seule flâme, & icelle au point E;

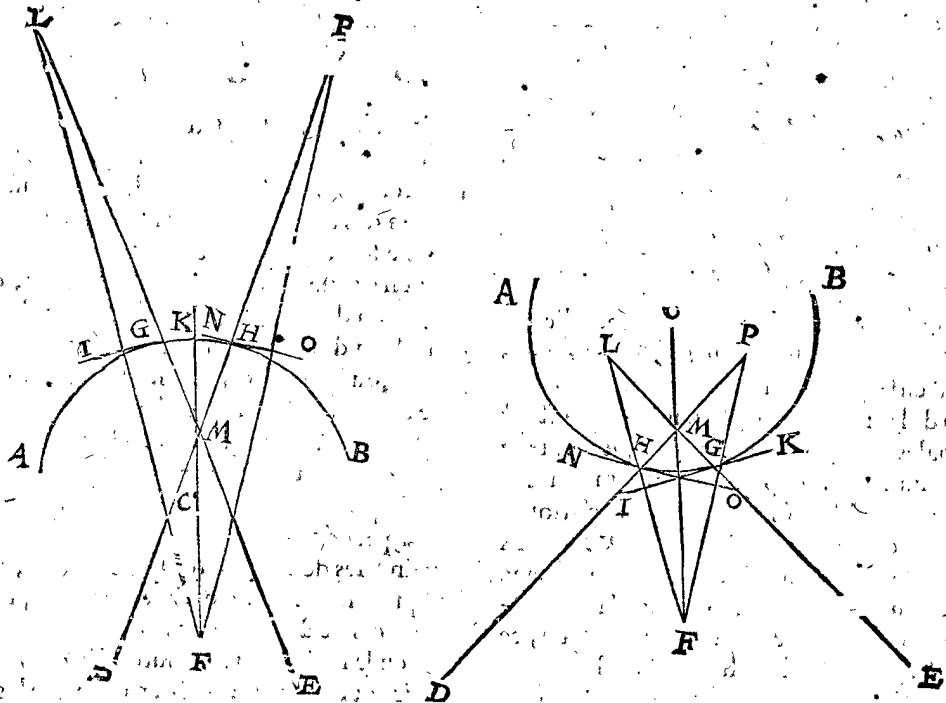


car

car A ne peut apparoître à D, hors la ligne AD, ny semblablement B à C, que le long de la ligne BC, lesquelles ne se coupent qu'en E; lequel est le seul lieu de telle apparence. Or il en est de mesme de l'exemple des miroirs spheriques; car cōme nous n'avons veu qu'une flamme pour deux, au point de section E en autre lieu que les vrais; ainsi on ne voit qu'une image pour deux, aux miroirs spheriques, & ce en autre lieu, que les vrais.

Lesquelles choses soyent declarées par exemple par les choses mesmes, soit A un miroir spherique, ou deux, l'un en fosse, l'autre en bosse, assavoir concave & convexe, leurs centres C, deux yeux d'observateur D, E; & F le bout de son nez; item G point de conversion de F, E; & H de F, D, aussi IK un plat miroir touchant le

spherique en G, & FL à angles droits sur IK, ainsi que LI soit egale à IF; alors L sera l'image de F, veu de l'œil E, par la 7 proposition de ces Elements, FL rayon du visible, mais EL rayon de l'œil, par la 5 definition. Soit maintenant menée la ligne par CF, coupant LE en M, puis soit PF, perpendiculaire au plat miroir NO touchant le spherique en H, faisant OF, OP egales: alors P sera l'image du visible F, veu de l'œil D, & FP rayon du visible, PD rayon de l'œil coupant le diametre par FC aussi en M; Or notez icy que L, P sont deux images, lesquelles apparoissent faussement estre en M, & ainsi ils ont esté trompez en ce qu'ils ont posé & pensé que l'image estoit au point M, qui est, comme nous avons dit cy-dessus, la commune section du rayon visuel LE,



& la ligne droite infinie du point visible F, par le centre C; par lesquelles choses la cause de l'erreur est declarée: car des susdites 3, 6 & 16 propositions des miroirs concaves & convexes d'Alhazen en son 5 livre, il se rencontre es miroirs creux & convexes, tant des cylindres que des cones; assavoir es 4, 7, 8, & 10 propositions du mesme 5 livre que Vitello comprend es 36 & 37 propositions de son 5 livre, lesquels principes sont tous faux, & desquels une quantité de fausses propositions sont dérivées, comme entre autres celles qui traitent que l'image es miroirs creux est en l'air, ce qui advient pour d'autres raisons qu'ils ne disent, desquels nous parlerons peut estre en la Catoptrique pratique. Quant à ce que l'image de F, au miroir concave apparoit & semble fallacieusement estre en M, hors le miroir, entre la surface d'icelui, & l'œil, le tout se reconnoit mieux lors qu'on ne regarde que d'un œil. Quand aussi on regarderoit des deux yeux, telle apparence ne pourroit estre derriere la veuë, ou autrepars en l'air, tellement que le miroir ne soit derriere l'image apparante, comme ils concluent. En somme les propositions qu'ils ont faites tant des images au dedans qu'au dehors le miroir, sont autant d'erreurs, n'estant basties que sur principes erronéz.

ALB. GIRARD.

J'ay enclos cy-dessus de parentheses ( ) & écrit en autres caracteres ces mots au commencement de cest Appendice, ainsi (car d'autant

que sa dimension s'estend, &c.) ce qui est absurdement conclu par l'Auteur, ne sachant pas qu'es miroirs de verre ou de cristal la surface anterieure ne cause pas ceste grande reflexion qu'on y remarque, mais la posterieure où la feuille est ioincte; car l'antérieure cause seulement une reflexion obscure imperceptible, ce qu'on apperçoit aux deux images d'espingles qu'on voit dans le miroir, n'y en ayant qu'une sur le bord du chapeau; or cela estant ainsi, comment seroit-il possible (y ayant une petite fosse à la surface posterieure, laquelle fait l'office d'un miroir convexe ou en bosse) que le miroir plat qui dessus où le miroir courbe est, puisse agir & faire reflexion n'y estant pas, mais un autre estant substitué en son lieu; & de là tirer conclusion que l'image du plat miroir est derriere l'image du spherique, puis qu'elle n'apparoit pas, disant que l'autre la couvre! Quant à l'opinion de l'Auteur elle est bonne, combien qu'elle soit contraire à Euclides, Alhazen & Vitellon, excepté qu'il semble poser une existence visible pour l'image; mais il faut dire ainsi (connoissant ce discours avec les definitions que nous avons mises cy-dessus, & principalement avec la dixiesme,) que la veuë nous trompe avec le miroir, en ce qu'il nous semble que nous voyons ce que nous avons nommé l'image devant nous directement; & neantmoins il n'y a image qui tienne, nous voyons le vray objet, mais non pas directement comme il apparoit, ny aussi tel qu'il est, si le miroir n'est plat en perfection, mais nous montre les choses autrement qu'elles nous devroyent apparoistre de simple vision; finalement on recueille d'icy que pour figurer l'image, qui nous semble fallacieusement apparoir devant nous (& notez ceste maniere de parler) qu'il faut prolonger le rayon visuel autant derriere le miroir; commençant au point de conversion, que l'objet visible est distant de mesme point de conversion sans nous servir en cela de plats miroirs touchants, comme fait Stevin: mais nous parlerons, s'il plaist à Dieu, de cecy plus amplement en un traité entier de l'Optique, sans oublier les refractions que l'Auteur à icy omises, quoy qu'il eut promis auparavant de le faire.

Fin du deuxiesme livre de l'Optique.



## SIXIÈME VOLUME

TRAITÉ DE LA

## FORTIFICATION

*Contenant trois parties, à savoir :*

- I. La Castrametation.
- II. La Fortification par Escluses.
- III. La Fortification.

## LA CASTRAMETATION.

## ARGUMENT.

**C**este Castrametation sera de deux sortes : La première de la manière dont on a usé es Camps des Tres-puissants Seigneurs, Messieurs les Estats, selon que requièrent leurs moyens & autres circonstances, de laquelle seront écrits trois Chapitres. La deuxième de la manière accomplie, comme les Romains, estans très-grands & puissants, ont jadis logé, dont je traiteray au quatrième Chapitre. Mais pour déclarer en brief le contenu desdits quatre Chapitres, il faut premièrement considérer, que devant qu'on vienne à la mesure, on doit sçavoir ce que signifie Castrametation, dont le premier sera tel :

I. CHAPITRE, contenant la définition ou description de la Castrametation.

Cognoissant ce qu'on entend par la Castrametation, il faut devant que de la commencer, sçavoir ce qui y doit estre logé ; pour ceste fin il faut descrire certaines listes qui seront comprises en ce Chapitre suivant.

II. CHAPITRE des Lystes, contenant ce qui doit estre logé en un Camp proposé.

En apres s'ensuit la manière de mesurer sous telle suscription :

III. CHAPITRE, de la manière de marquer ou mesurer un Camp.

Finalemēt suivra le Chapitre susdit de la manière de la Castrametation accomplie, avec la suscription comme s'ensuit :

IV. CHAPITRE, de ce que selon mon opinion, seroit utile & necessaire, à la forme durable d'un Camp qui pourroit continuellement demeurer le mesme,

Et pour plus grand esclarcissement, nous mettrons à chaque Chapitre son argument, comprenant les suscriptions des articles d'iceux.

## I. CHAPITRE,

Contenant la définition ou description de la Castrametation.

## ARGUMENT DE CE

## I. CHAPITRE.

**L**a qualité de la Castrametation se declarera en ce premier Chapitre en onze articles.

Le premier article de la forme de loger en general, avec la forme du Camp des Romains.

Les autres Articles sont des parties du Camp qui se descrira en ce traité, à sçavoir :

Le 2. de la forme des logis d'une Compagnie d'Infanterie.

Le 3. de la forme des logis d'un Regiment d'Infanterie.

Le 4. de la forme des logis d'une Cornette de Cavallerie.

Le 5. de la forme des logis d'un Regiment de Cavallerie.

Le 6. de la forme du quartier de SON EXCELLENCE.

Le 7. de la forme du quartier du General de l'Artillerie.

Le 8. de la forme du quartier des Officiers, qui se logent ensemble en ce Camp.

Le 9. de la forme du quartier des Chariots.

Le 10. de la forme du Marché.

Le 11. de la forme du Camp en son entier.

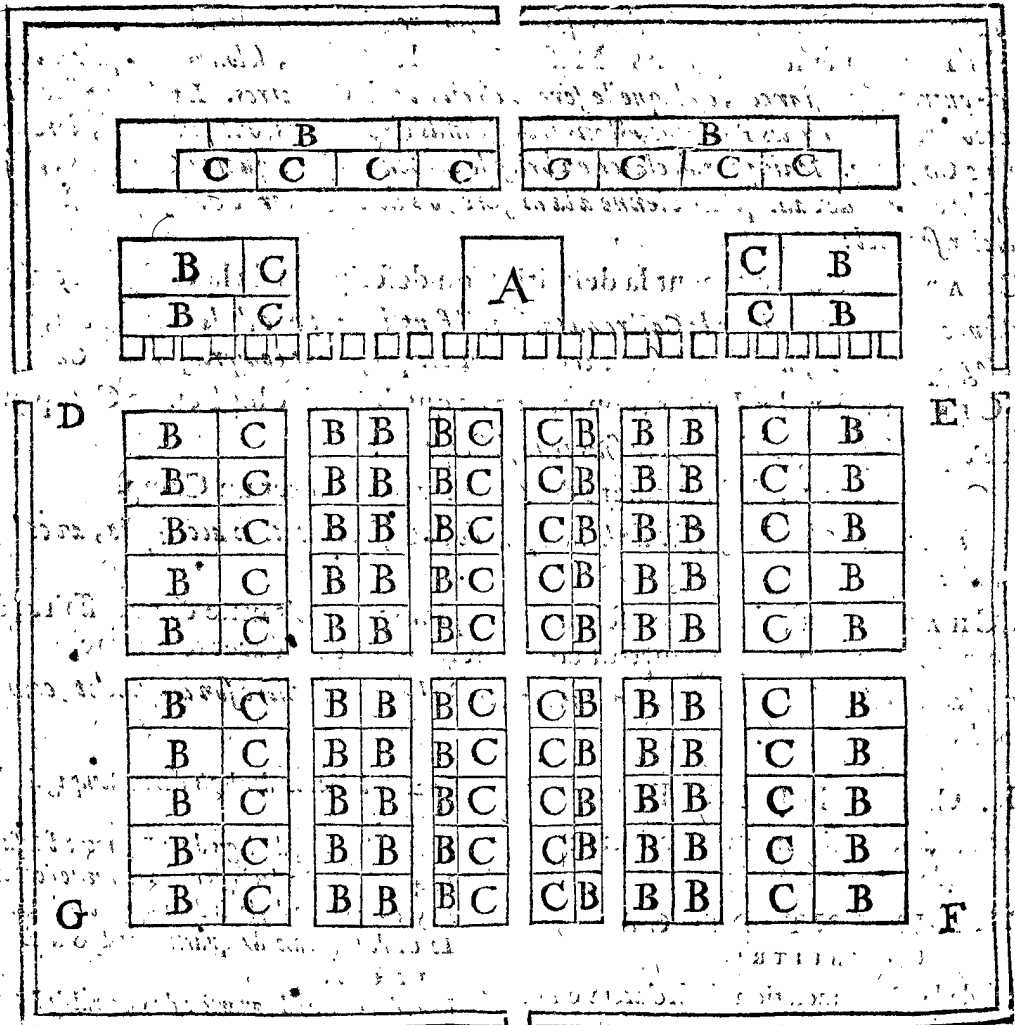
I ARTICLE.

*De la forme de loger en general, avec la forme du Camp des Romains.*

Pour declarer premierement la cause pourquoy ce logement en campagne se nomme Castrametation, il faut sçavoir qu'il se fait par une distribution de logis, d'une abondante metation ou mesurement par tout le Camp, parquoy les Romains le nommoient proprement, *Castrametatio*, c'est à dire mesurement de Camp, tellement qu'en les imitant, je retiendray ce nom. Or pour venir à la description des proprietes de la Castrametation, il faut sçavoir premierement, qu'encore bien que diverses personnes s'imaginent divers ordres, les uns mieux que les autres, si est ce toutesfois qu'il y a quelque chose de commun, à quoy on doit aspirer selon l'opinion des plus experts en matiere de guerre: Ce que décrit Xenophon en peu de mots, recitant la maniere du logement de Cyrus, dont le sens est tel: A sçavoir, que le General du Camp pour estre également esloigné de tous costez, doit loger au milieu du Camp, ayant pres de luy les Officiers qui ne sont point Soldats, avec le train de la maunition de guerre, vivres & bagage: Puis, que tout cecy doit estre environné de la Cavallerie, & à l'entour d'icelle l'Infanterie, à cause qu'elle est plus tost qu'eux en armes, & presté à combatre contre une subite surprinse de l'ennemy, & que les chevaux des Reytres doivent estre sellez & bridez, & eux mesmes armez: En outre les gens de pied sont plus idoines pour defen-

dre & empescher les avenues des ennemis venans passer à l'impourveu les trenchées & parapets du Camp, tandis que la Cavallerie se prepare: Mais Xenophon décrit ceste regle si generale, qu'on n'en peut tirer des plans selon la maniere que Cyrus s'en servoit en effect.

Il y a encore un ordre de Castrametation que Tamerlan a observé, lequel semble avoir esté fort singulier, décrit en langue Arabique par Alhazen au 3 Chapitre, & translaté en François par l'Abbé de Mortemer, lequel, pour la distinction de certains cinq autres Camps, se nommoit le Camp Imperial, comprenant continuellement 60000 pietons & 40000 chevaux: auquel Tamerlan voulut, que le premier nombre, sur lequel on commanderait en l'infanterie fut de 10, puis de 100, apres de 1000, & finalement de 10000. Outre cela il y avoit encore les gardes du General, contenant 4000 hommes de pied, & 2000 chevaux, qui logeoient alentour de sa personne, puis encore 25000 ouvriers es retrenchemens & fortification du Camp; car il ne se tenoit jamais dans les Villes, mais il falloit tousiours loger en Hyver & Esté en campagne, tant en temps de paix que de guerre; & se retirant d'un lieu en un autre, il se retrenchoit par tout: Ce Camp servoit tousiours pour estre presté à la haste, là où il estoit befoing, pour renforcer aussi & redresser les cinq autres Camps estans venus en desordre, lesquels estoient en Sorie; China, Cambaluz, Moscovie, & Cheronnese, chacun de 40000 gens de pied, & 20000 chevaux, mais non pas tousiours en campagne comme l'Imperial,



ains seulement quand il estoit nécessaire: Mais puis que quelque desordre arriva en ce Camp Imperial, que Tamerlan fit redresser par Axalla, cela demontre qu'il y aoit certaine regle sur la maniere de camper, veu que

ce delogement de place, à autre duroit continuellement, avec une mesme multitude de gens, & tousiours reparti en mesme ordre, & qu'outre cela Tamerlan print fort soigneusement garde à l'ordre en general, mais



mais la forme n'en estant point declarée, nous n'en pouvons rien dire de certain ny de particulier.

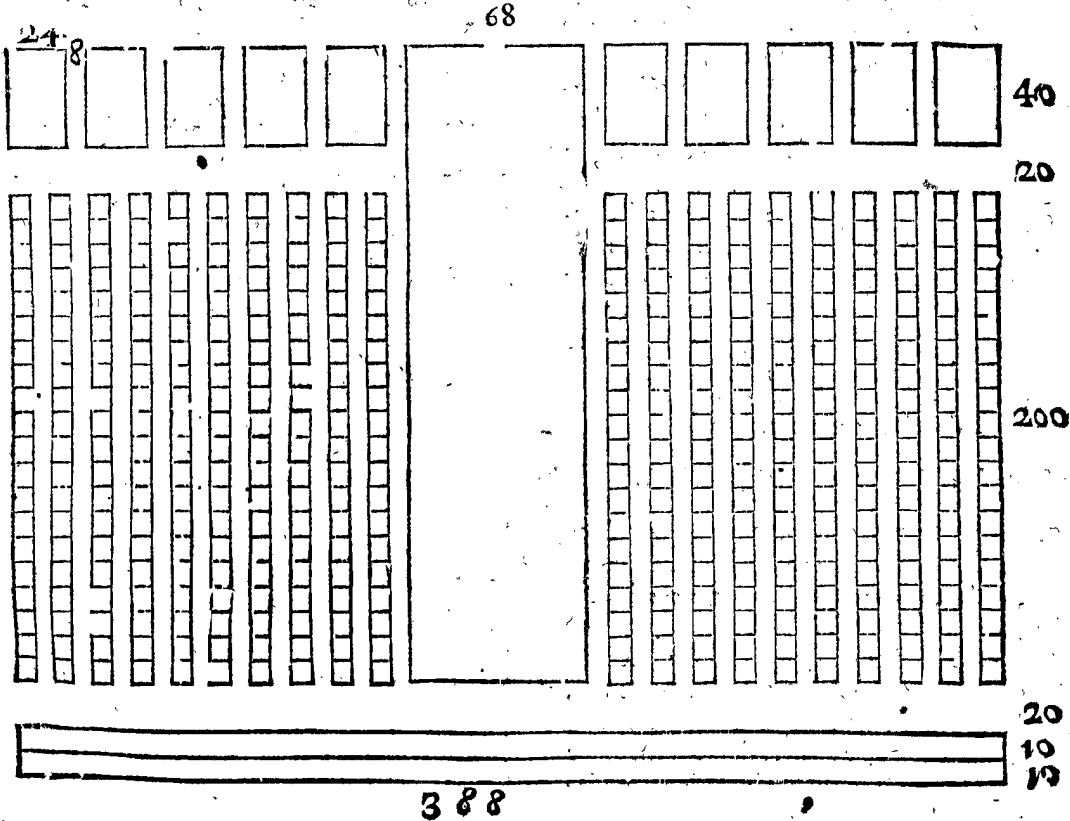
Mais Polybe décrit plus distinctement la Castrametation des Romains, tellement que divers Auteurs en ont tiré des plans, desquels ceux de Patrice, du Duc d'Urbain, Robertello, des Choux, & de Lipsius sont tombez entre mes mains, d'entre lesquels j'ay choisi & marqué la figure de Lipsius, pour servir d'exemple, en laquelle le quadrangle A signifie le logis du General, dit Pretoire; les quadrangles marquez par B, ceux des gens des pied, par C la Cavallerie, le reste c'est le marché, tresorerie, ruës & autres quartiers d'Officiers n'estant point Soldats; dont je parleray cy-apres plus particulierement, me contentant d'avoir traité icy en general de la maniere du loger des Romains, pour mieux declarer ce que le mot de Castrametation signifie.

Cecy estant entendu, il faut sçavoir que SON EXCELLENCE ordonnoit au commencement à chaque Soldat environ autant de place que faisoient les Romains, laissant ordonner & bastir à chacun selon le temps & la saison leurs huttes comme ils l'entendoyent, sans les astringre à quelque regle: Mais les Colonels & Capitaines s'en plaignoyent, disans qu'il estoit impossible de loger leurs gens en si petite place, ce qu'aussi l'experience monstra en effect. Polybe ne descrivant pas la partition des logis en chaque manipule ou enseigne, ains parle seulement des quadrangles, SON EXCELLENCE en ordonna selon ce qu'il luy sembloit que la guerre de ce temps requerroit, lequel ordre estoit tel, qu'eux ayans moindre circuit qu'ils n'avoient eu au paravant, disoyent avoir assez de place, & estre commodement logez: En outre il a formé une regle sur les autres quartiers, dont je descriroy les figures es articles suivans, à fin que le Lecteur estant préparé, il puisse comprendre plus facilement ce dequoy on parle, & à quoy finalement on pretend de parvenir.

II ARTICLE.

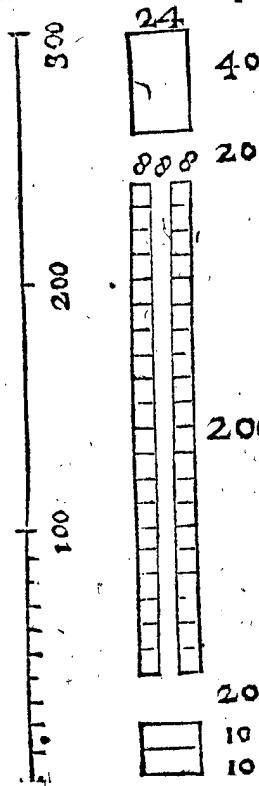
De la forme des logis d'une enseigne d'Infanterie.

Pour une compagnie de 100 Soldats on ordonne deux files de huttes, & pour chaque file la longueur



de 200 pieds, & la largeur de 8 pieds, & une ruë entre deux large de 8 pieds, en laquelle les huttes ont leurs portes ou sorties: Le Capitaine a devant ces huttes un

Echelle de 300 pieds, servant à cette figure & aux huit figures suivantes.



quadrangle aussi large que le front de sa compagnie de 24 pieds, & long de 40 pieds, & une ruë entre luy & ses Soldats, large de 20 pieds: Derriere ces Soldats est un quadrangle pour les huttes des Vivandiers, large de 24 pieds, & long de 20, duquel la moitié de derriere est une place vuide, pour y faire des puits, où les Vivandiers d'icelles huttes

cuisent leurs viâdes, comme aussi les Soldats d'icelle compagnie voulans cuisiner eux-mesmes; car on ne leur permet point de le faire pres de leurs huttes, pour le peril du feu: Puis il y a une ruë entre ces huttes & la gendarmerie, large de 20 pieds, en laquelle les huttes des Vivandiers ont leurs portes ou issues: Et la longueur pour une compagnie est en tout 300 pieds, & la largeur 24; dont la figure ci joignant sert de plus ample declaration.

Ceci est pour une compagnie de 100 hommes ou environ, mais il faut sçavoir que pour de plus grandes compagnies, le nombre des files se change; comme pour 150 hommes ou environ, trois files, pour 200 ou environ quatre files, & ainsi des autres à l'advenant.

III ARTICLE.

De la forme des logis d'un Regiment d'Infanterie.

Posé qu'un regiment contienne 10 compagnies, chacune de 100 hommes, auquel le Colonel se loge au

milieu entre les Capitaines, cinq de chaque costé, & chaque compagnie de mesme forme qu'il est dit a 4 Article, & entre chaque deux compagnies une rue large de 8 pieds, dans laquelle les dos des huttes sont à l'opposite l'un de l'autre, faisans proprement à la commodité des Soldats, le front du parc du Colonel fait 68 pieds, & le derriere autant de longueur qu'il est besoin, le reste est en partie pour les huttes du Ministre, Clerc, Barbier, & autres qui ne sont point Soldats; & le surplus pour les chariots & charettes des Vivandiers du regiment: Ceste place vuide au milieu du regiment est aussi fort propre contre le feu, pour le faire arrester, & preserver l'autre moitié. Les huttes des Vivandiers sont aussi ordonnées derriere les regiments, pour ceux qui y veulent venir, sans qu'ils soyent contraints de se loger sur le Marché, à cause que quelques Soldats y vont prendre journallement leur repas: où y achètent leur entretenement à credit. Il y a aussi des Soldats du regiment, desquels les femmes & enfans ou autres des leurs suivent le Camp comme Vivandiers, qui desirent loger pres du regiment de leurs Maris ou Peres, tellement que tant les uns que les autres sont mieux accommodés que s'ils estoient separez. Il y a aussi des Marchands, Fourbisseurs, Selliers, Esperonniers, Marechaux, Boulangers, Bouchers, Cousturiers, Cordonniers, & autres gens de mestier, dont aucuns suivent certains regimens pres desquels ils desirent loger, d'autres qui choisissent le Marché, ce qui est libre à un chacun; d'autant que le mesme se fait es Villes, pour la commodité des Bourgeois, là où chacun demeure, ou sur le Marché, ou en telle rue qu'il veut. Mais il faut noter que le lieu destiné pour les huttes des Vivandiers estant plein, qu'on n'en peut point mettre d'autres contre l'ordre, comme il sera dit plus particulierement au sixiesme Article du 3 Chapitre.

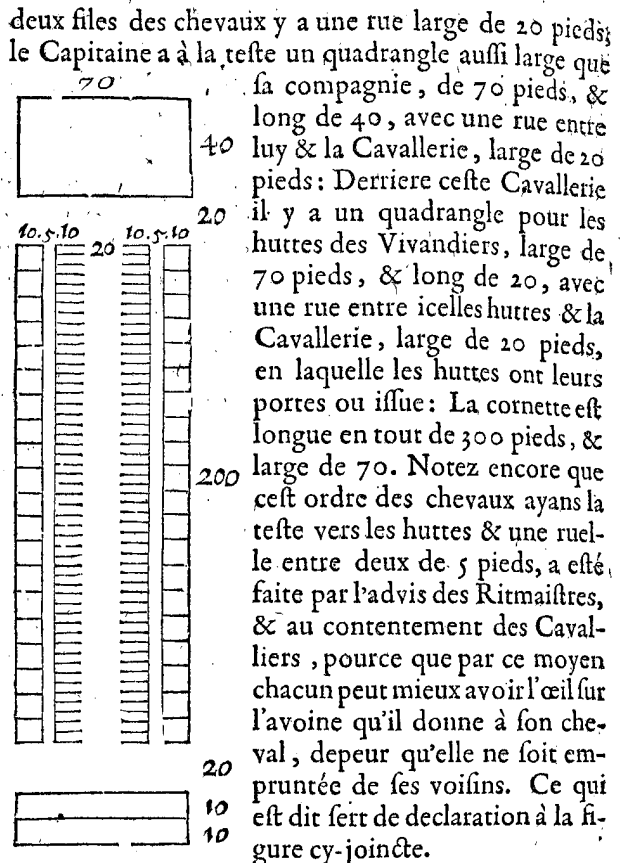
Il n'a esté parlé cy-devant que d'un regiment de 10 compagnies, mais il faut noter que selon une plus grande ou moindre quantité de compagnies, le regiment doit estre plus large ou plus estroit, le Colonel demeurant toujours au milieu, excepté quand les compagnies sont de nombre impair, car alors il y a une compagnie plus d'un costé que d'autre.

Notez encore que lors qu'on veut loger la Cavallerie, les Chariots, & le Camp entier dans le retrenchement, il advient que les regimens d'Infanterie, selon l'ordre precedent, ne sont bastans pour garnir les places d'alarme, & pour remplir le reste: Mais en telle occurrence on peut prendre la longueur des files des huttes de 100 pieds seulement, laquelle estoit ci-dessus de 200, donnant à chaque compagnie quatre files, mais tout le reste comme cy-devant; car par ce moyen les regimens deviennent quasi une fois aussi larges.

IV ARTICLE.

*De la forme des logis d'une cornette de Cavallerie.*

Pour une cornette de 100 chevaux on ordonne deux files de huttes, & pour chaque file une place longue de 200 pieds, & large de 10 pieds: entre ces huttes viennent deux files de chevaux, desquelles la place est large de 10 pieds, & longue comme des huttes de 200 pieds; de sorte qu'ayant 50 chevaux de chaque costé, chaque cheval a 4 pieds: Et chaque cheval a la teste tournée vers la hutte de son Maistre, demeurant entre les chevaux & les huttes une ruelle de 5 pieds, en laquelle les huttes ont leurs portes ou issue: Et entre les

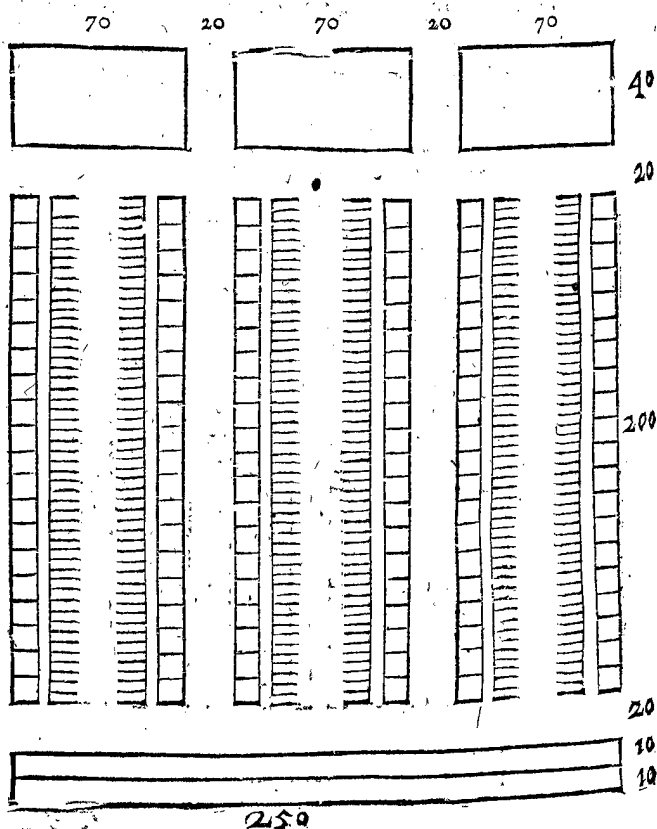


Il n'est icy parlé que d'une cornette de 100 chevaux, mais il faut noter que le nombre des rues des huttes s'augmente pour des plus grosses compagnies, selon qu'il est requis.

V ARTICLE.

*De la forme des logis d'un regiment de Cavallerie.*

Quelques regimens de Cavallerie se font icy de trois cornettes, & d'autres de quatre; soit par exemple icy une de trois, chaque cornette contenant 100 chevaux: Et que ces cornettes, suivant chacune la forme du 4 Article, se mettent routes trois l'une joignant



l'autre,

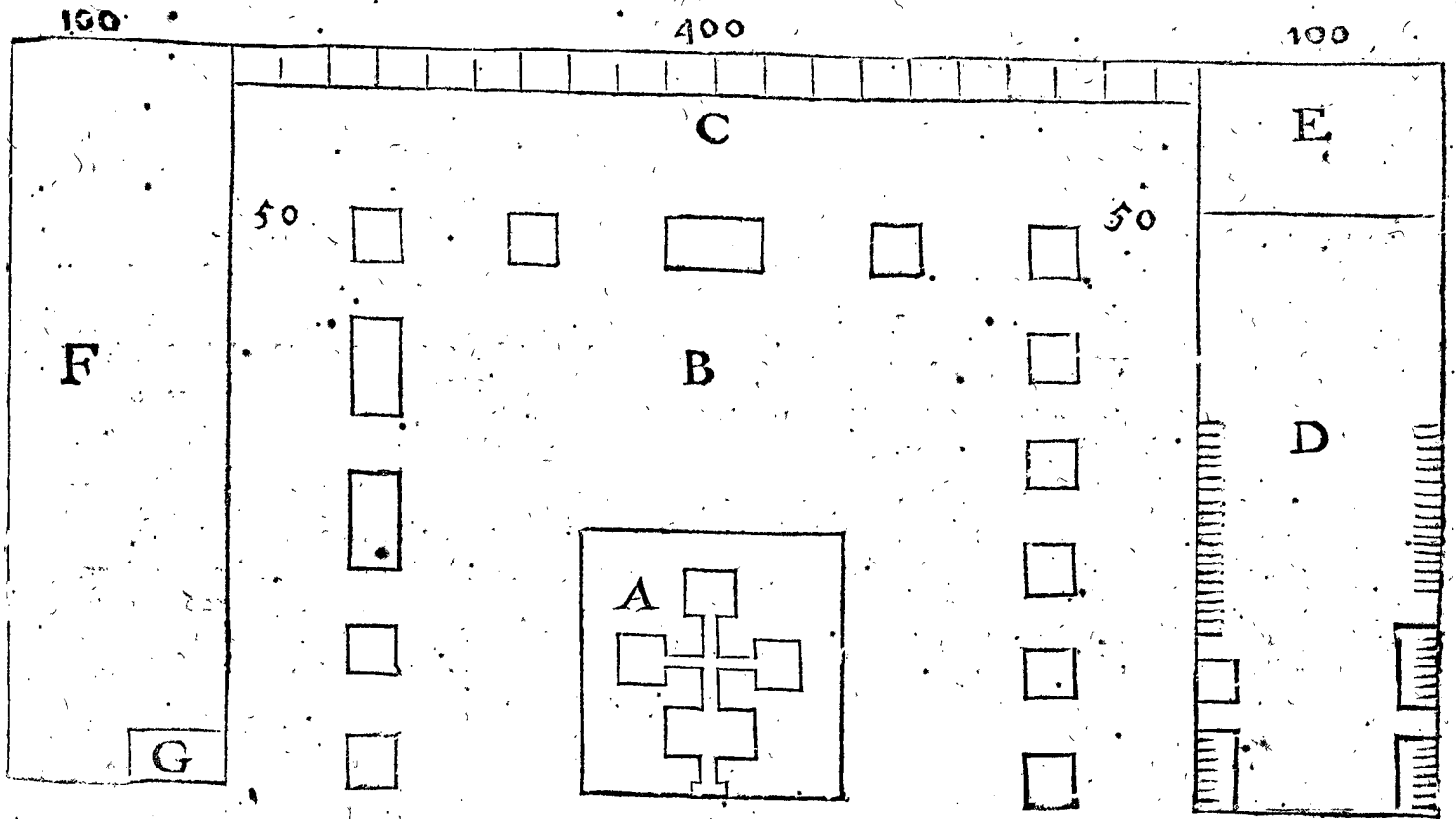
l'autre, demeurant une rue entre les deux large de 20 pieds, en laquelle les huttes viennent dos contre dos pour la particuliere commodité des Cavalliers: Le parc du Colonel est celuy du milieu: Et parce qu'un tel Colonel est icy tousjours un des Capitaines, qui n'a non plus de bagage que les autres, on ne luy donne aussi non plus de place. Ce regiment est long en tout comme les precedents de 300 pieds, & large de 250, dont la figure cy-devant sert de plus ample declaration.

VI ARTICLE.

*De la forme du quartier de SON EXCELLENCE.*

ON prend un quadrangle de la longueur des autres quartiers de 300 pieds, & large de 600, auquel les parties se mettent toujours en ceste façon. Le qua-

drangle A comprend les Tentes de SON EXCELLENCE; Les autres moindres quadrangles signifient des Tentes, comme celle du Maistre d'Hostel, du Secretaire, la Sale des Gentils-hommes, la Sale commune, la Cuisine; le Gardemanger, la Bouteillerie, le Gardelinge, & le reste pour d'autres personnes. La place B entre ces Tentes, & la Tente A, est un grand parc vuide où les domestiques de la Cours'assemblent, se pourmeinent, jouient de l'esteuf, & s'exercent. C sont les huttes des Despensiers, Bouteilliers, Gardemanger, Tireur de biere, Tireur du vin, Vallets de Sales, & autres serveurs: Entre ces huttes le Cellier de vin, & celuy de biere sont aussi fouis en terre; D est l'Ecurie, E les chevaux des Gentils-hommes, F les Chariots au service de la Cour, G est le Corpsdegarde de la Garde de SON EXCELLENCE.



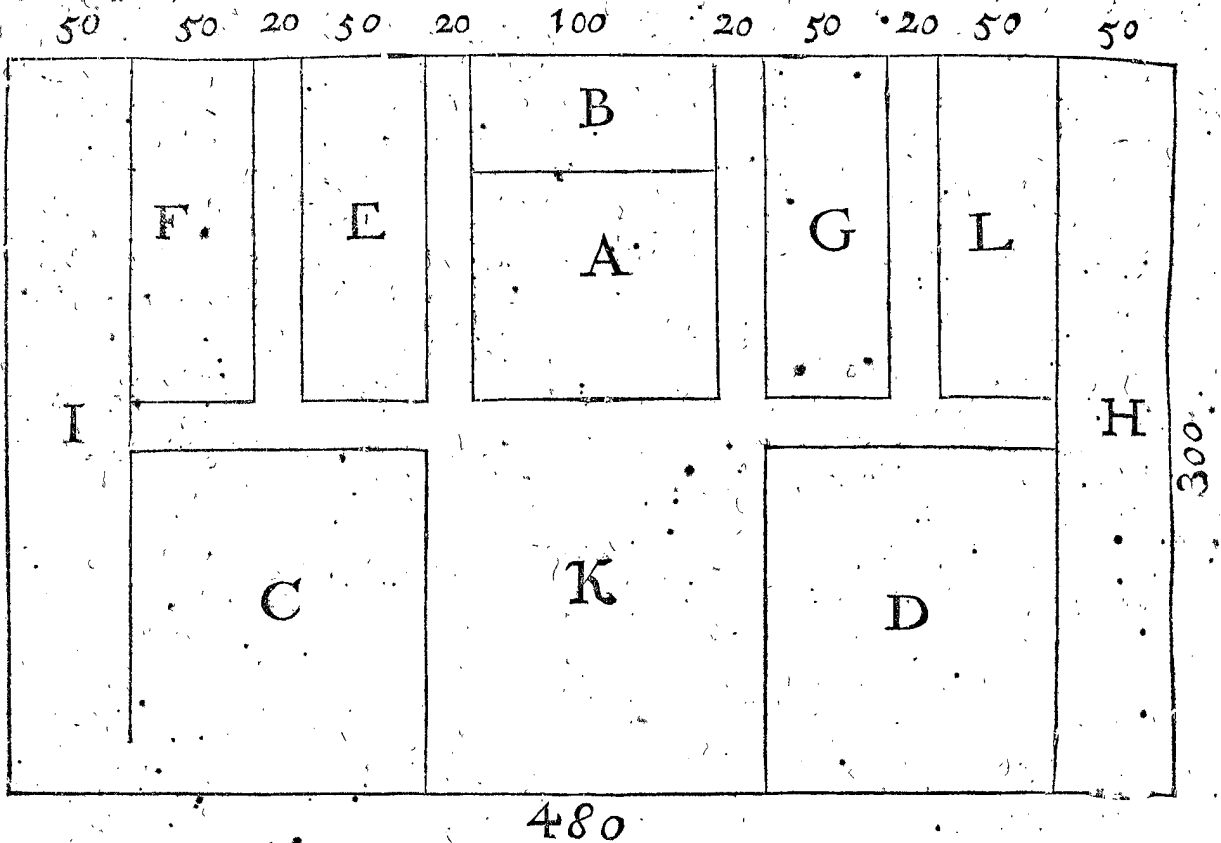
VII ARTICLE.

*De la forme du quartier du General de l'Artillerie.*

POUR cecy se prend un quadrangle de mesme longueur que les autres, qui est de 300 pieds, & large de 480, auquel les parcs quadrangulaires sont de telle signification que s'ensuit,

- A pour le General de l'Artillerie.
- B pour son Lieutenant avec ses Gentils-hommes de l'Artillerie.
- C le Magazin de l'Artillerie, avec son Commis, Contrerolleur & Conducteurs.
- D le Magazin de la Munition de guerre, avec ses Commis, Contrerolleur & Conducteurs.
- E les Ingenieurs avec leurs Conducteurs; Contrerolleurs de la fortification, & leurs Conducteurs, Commis & Clerc.

- F le Maistre Connestable, avec ses Canonniers, Maistre des feux artificiels, avec ses Conducteurs, Petardier, & Maistre des batteries.
  - G le Maistre Charpentier, son Lieutenant avec ses Charpentiers, Faiseur de chariots, Marefchaux, Maistre des Gabions, Harniceurs; Cuvelier, Prevost de l'Artillerie avec ses Sergeans, & le Chirurgien de l'Artillerie.
  - H les Marelots pour tirer le Canon de place à autre.
  - I les Pionniers & Mineurs.
  - K une place commune servant pour assembler les gens & chariots qui y ont à faire.
- Entre ces parcs il y a des rues larges de 20 pieds, à fin qu'un chacun puisse commodement aller & venir à son logis, tant à cheval, en chariot qu'à pied.
- L une place vuide pour les choses qui arrivent à l'improveu.



480

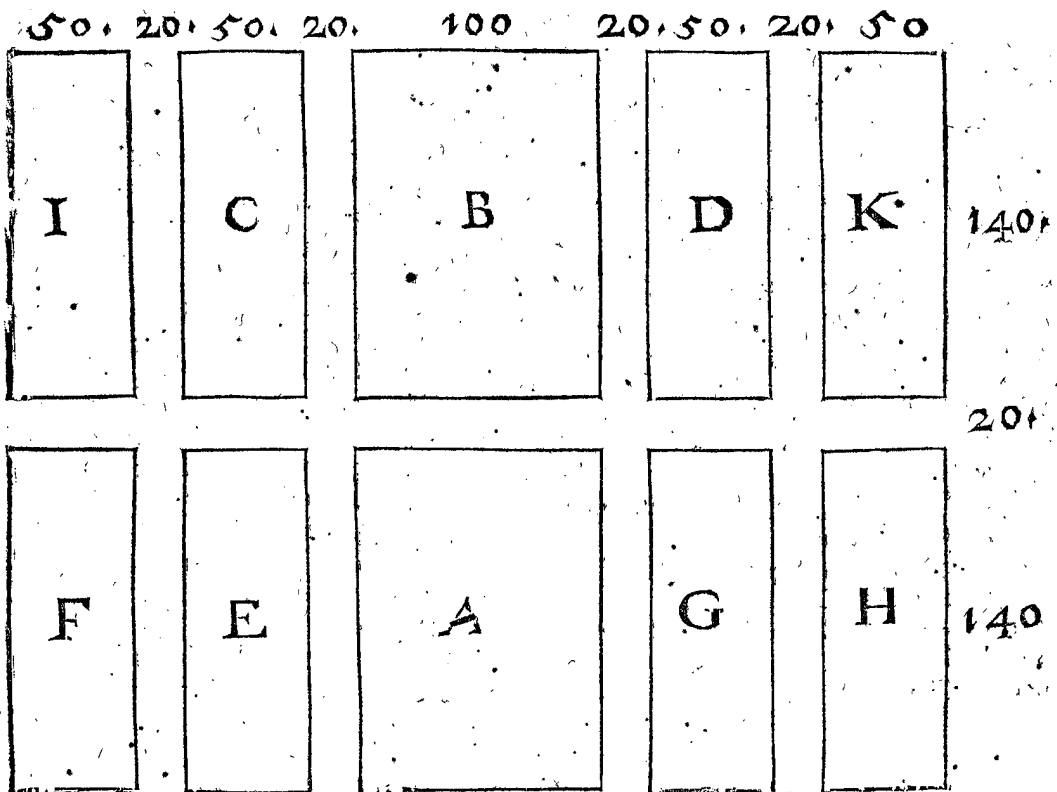
VIII ARTICLE.

*De la forme du quartier des Officiers qui logent ensemble en ce Camp.*

ON prend pour cecy un quadrangle long comme les autres de 300 pieds, & large de 380, auquel les parcs quadrangulaires sont de telle signification que s'ensuit.

- A du General de la Cavallerie.
- B du General de l'Infanterie.
- C du Lieutenant du General de la Cavallerie.

- D du Commissaire & Quartiermaistre de la Cavallerie.
  - E du President Fiscal, du Greffier du conseil de guerre.
  - F du Prevost General.
  - G du Sergeant Major.
  - H du Quartiermaistre General, & du Commis de l'argent.
  - I des Commissaires des Monstres.
  - K des Ministres, Medecin, & Chirurgien de la Cour.
- Entre ces parcs sont des rues larges de 20 pieds, tellement que chacun peut commodement aller & venir à son logis, tant à cheval, en chariot, qu'à pied.



NOTEZ.

NOTE Z.

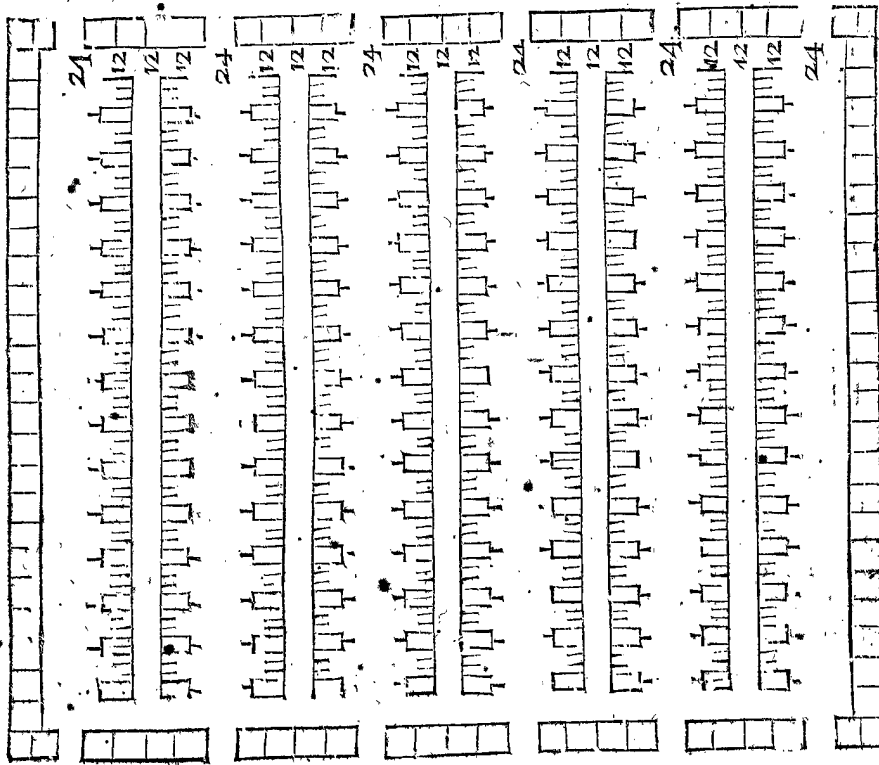
Veut que le General de la Cavallerie, son Lieutenant, le Commissaire, & le Quartiermaître sont logez en ce quartier des Officiers, quelqu'un pourroit demander pourquoy les Colonels, Capitaines, & autres Officiers de la Cavallerie n'y sont pas aussi logez, ou bien, puis qu'on met ceux-cy pres de leurs chevaux, pourquoy on n'y ordonne point aussi les autres? La raison est, que leur commandement & exercice s'estendant generalement sur la Cavallerie, & non pas sur un regiment particulier, comme celuy des Colonels, il n'est pas necessaire qu'ils soyent logez pres de quelque regiment particulier, mais en un quartier proche le milieu de toute la Cavallerie, afin d'estre par tout quasi en egale distance : Le mesme se doit aussi entendre des Officiers de l'Infanterie, & de tous les autres mis en ce quartier; car leur charge s'estend par tout le Camp en general.

Quant aux Officiers generaux, comme ceux de l'Artillerie, de la Munition de l'Artillerie, de la Munition de guerre, des vivres, & des chariots, il ne faut pas qu'ils soyent logez icy, mais chacun pres de son Magazin ou pres de ce dont il a la charge.

IX ARTICLE.

De la forme du quartier des Chariots.

ON prend aussi un quadrangle pour les chariots, aussi long que les autres de 300 pieds, & large selon que la quantité des chariots qui sont au Camp propose le requiert; laquelle largeur se prend icy par exemple de 348 pieds. En ce parc se mettent les chariots par files, le dos l'un contre l'autre, une ruelle de 12 pieds demeurant entre deux, en laquelle les Chartiers peuvent mettre leur fourage; mais il y a entre chaque couple de files une rue large de 24 pieds, par laquelle on entré &



sort hors du quartier. Aux quatre costez du quartier sont les huttes des Vivandiers, qui suivent les chariots, longues de 12 pieds. On donne pour un chariot, qui a trois chevaux, une place longue de 12 pieds, qui est la longueur du chariot, & pour la largeur 18 pieds, à sçavoir 6 pieds pour la largeur du chariot (car les essieux sont de  $3\frac{1}{2}$  pied) & 12 pieds pour les trois chevaux. Il faut aussi noter que les Chartiers ordinairement ne veulent point des huttes, logeans dessus ou dessous leurs chariots; mais ceux qui en veulent avoir, les peuvent faire derriere leurs chariots en la ruelle large de 12 pieds. Selon les susdites mesures en un quadrangle large de 348 pieds, & long de 300, se peuvent mettre dix files chacune environ de 14 chariots, faisant en tout 140. Et combien qu'il y en ait beaucoup d'avantage en service, ceux là demeurent pres de ceux auxquels ils servent. Ce qui est dit cy-dessus, donne icy plus grande clairté à la figure suivante.

NOTE Z.

On met bien aussi les chariots plus pres qu'il n'a esté dit cy-dessus, comme se touchans quasi l'un l'autre, & alors il y en a trois fois autant en une file, à sçavoir 42 chariots; mais il en provient de l'incommodité en

deux fortes. Premièrement, pource que les trois chevaux ne se peuvent mettre commodement devant leur chariot, n'ayant que  $5\frac{1}{2}$  pied de largeur. Secondement, pource que les rues entre les chariots estans remplies de chevaux, elles sont alors trop estroictes pour y passer avec les chariots & chevaux, si ce n'est qu'on les ordonne beaucoup plus larges, mais il faut alors plus de place que selon la premiere maniere, qui est bien la plus commode.

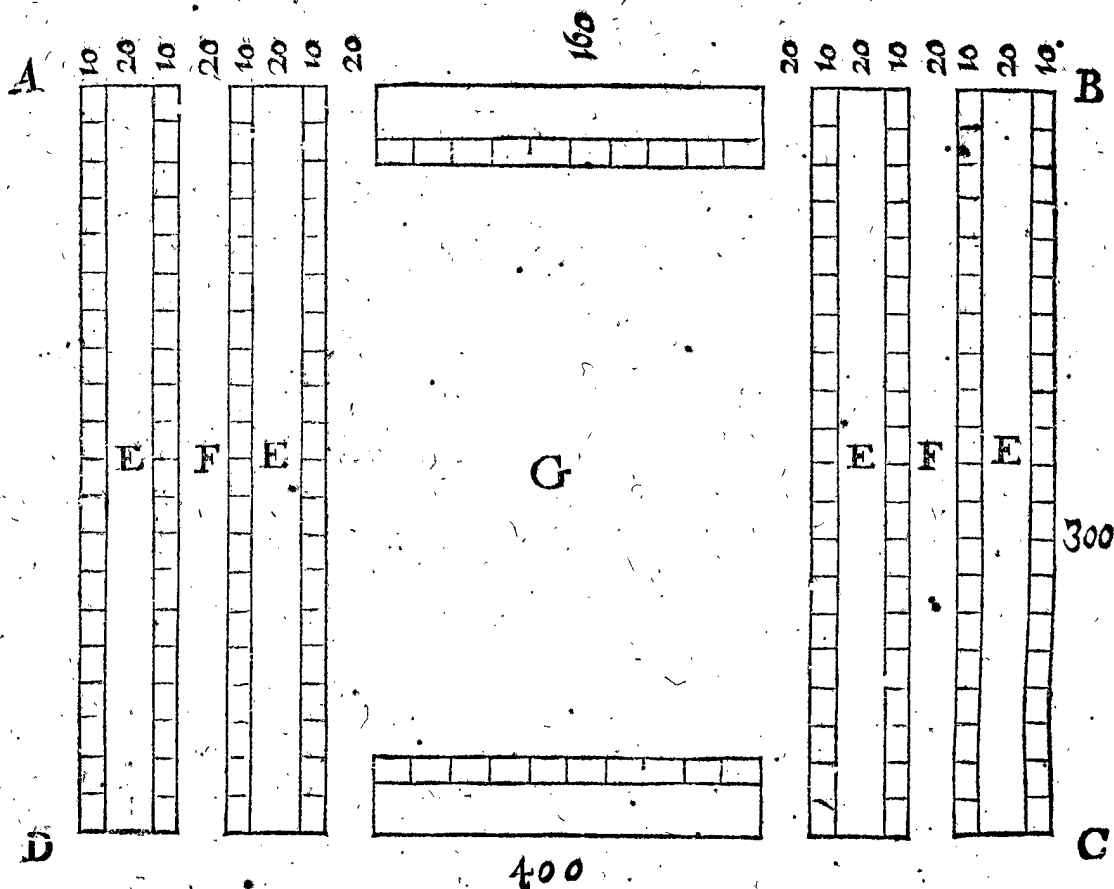
X ARTICLE.

De la forme du Marché.

ON prend pour le Marché un quadrangle, comme ABCD, long de A jusques à D, comme les autres quartiers de 300 pieds, & large comme AB; de 400 : Là dessus s'ordonnent divers couples de files de huttes, dont les places sont longues de 300 pieds, larges de 10, & une place entre deux large de 20 pieds, comme E, vers laquelle viennent les dos de huttes : Il n'y a point de chemin commun par ces places, comme par les rues, mais elles servent à y faire des puits ou des cheminées pour y cuisiner, & à autres particulieres commoditez des huttes : En chaque paire de files des

hutes il y a une rue large de 20 pieds, comme F, & au milieu de toutes les files des hutes un Marché, comme G, large de 200 pieds, comme la figure suivante le demontre plus clairement.

Il faut encore sçavoir que les gens qui sont logez sur le Marché, se divisent en Boutiquiers, Greffiers, Bouchers, & Taverniers, chaque sorte en des files particulieres, & sur la place du grand Marché les plus riches



Boutiquiers, comme Merciers & Marchands de drap de foye & d'autres marchandises de grand valeur. On fait aussi distinction en la distribution des Tavernes, ordonnant les logis honnestes l'un pres l'autre, & les Bordeaux pres de leurs semblables.

#### N O T E Z.

Il y a encore deux quartiers, l'un pour les Seigneurs estrangers, l'autre pour le Magazin des vivres, desquels je ne mets point icy de figures, pour ce qu'on donne seulement aux Seigneurs estrangers un quadrangle long comme les autres quartiers de 300 pieds, & large selon que leur train le requiert, dedans ils ordonnent & mettent leurs tentes, hutes & parc comme bon leur semble : Et le mesme se fait au General des vivres : & celui de l'Artillerie avec tous les chariots y appartenans, se mettent selon l'ordre des chariots declare au neufiesme Article.

#### XI ARTICLE.

##### De la forme du Camp entier.

S'il y avoit en chaque compagnie de nostre Camp egal nombre d'hommes, & en chaque regiment egal nombre de compagnies; & en un Camp, egal nombre de regimens, comme entre les Romains, SON EXCELLENCE ordonneroit les regimens de l'Infanterie & de la Cavallerie toujours de mesme forme, & d'egale grandeur de place, logeant les Picquiers de chaque compagnie en l'une des deux files de hutes, les Mousquetaires en l'autre file, & les hutes selon l'ordre que les Soldats auroyent en leur files, donnant au Camp toujours une mesme forme : Mais veu qu'en ce temps il n'y a icy ny ailleurs, à ce qu'il me semble, une telle

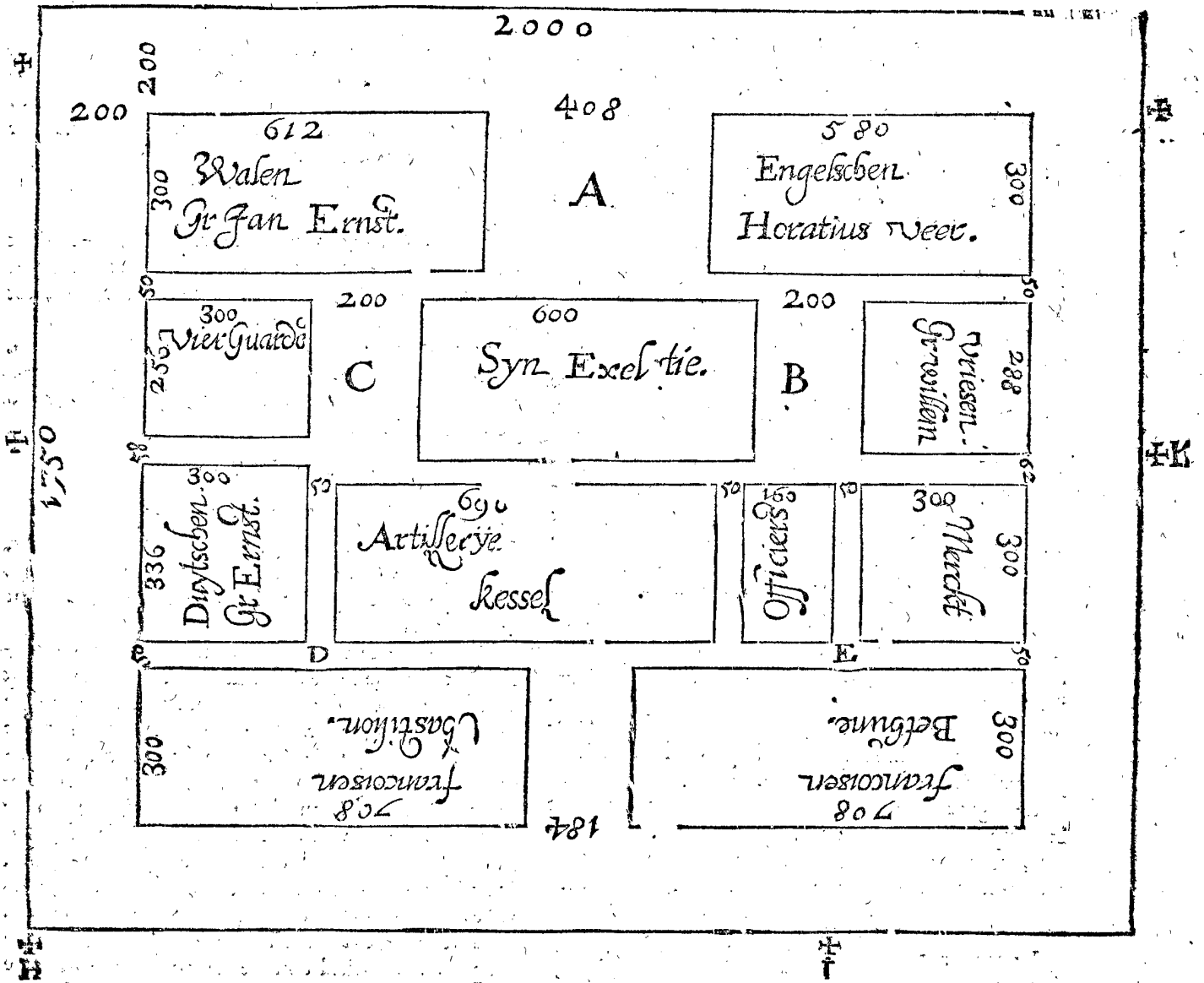
puissance & resolution qu'estoit celle des Romains, pour tenir les Compagnies, Regimens & Camps toujours regulierement complets, s'ensuit que quelque bonne regle sur un ordre non accompli, peut avoir maintenant plus d'usage que sur un ordre accompli; pourtant je mettray icy joignant les precedentes regles des parties d'un Camp, encore une declaration de la regle qu'on observe en nos Camps entiers, avec l'inegalité qu'ils ont, prenant pour exemple entre autres le Camp des Tres-puissans Seigneurs les Estats Generaux devant Juliers de l'An 1610, par lequel on pourra comprendre mon intention.

Tous les quartiers sont representez en ceste figure, chacun avec son escreteau & la quantité des pieds de front, quant à longueur de chacune d'icelle elle est de 300 pieds, de sorte qu'il n'est pas besoing d'en faire quelque autre declaration. On peut veoir en la figure de Camp, ce qui est dit dessus, & à quoy on doit pretendre, à sçavoir que les quartiers interieurs, n'estant point de Soldats, sont environnez de l'Infanterie logée le long des places d'armes selon l'ordre de la precedente regle commune, excepté que le Marché est mis à l'opposite de ladite place d'armes, mais comme le plan ne se poivoit signer plus commodement, il a esté ainsi resolu. La place vuide A, ordonnée par regle generale devant le quartier de SON EXCELLENCE, sert pour ceux qui ont journellement affaire à la Cour: les places vuides B, C, estoient gardées pour mes Seigneurs le Comte Guillaume, & le Comte Henri, qui y devoient loger, lesquels n'y vindrent point. Il est encore à noter que les rues par la largeur du Camp, comme D E deviennent droictes, & d'egale largeur de 50 pieds, à cause que tous les quartiers sont d'egale longueur, à sçavoir de

de 300 pieds, ce qui autrement ne succederoit point ainsi; dequoy comme aussi des autres circonstances, je parleray plus amplement en la designation du troisieme Chapitre.

Quant à ce qu'on ne trouve point icy de quartiers pour diverses parties du Camp, comme pour la Caval-

lerie, Artillerie, & Chariots, j'en declareray la cause au premier Article du 3 Chapitre, estimant que j'ay assez suffisamment déclaré par ceste figure du Camp & de ses parties precedentes, comme aussi du Camp des Romains, ce que signifie la Castrametation, ce qui avoit esté proposé en ce premier Chapitre.



II CHAPITRE.

Des Listes, contenant ce qui doit estre logé en un Camp proposé.

ARGUMENT DE CE II CHAPITRE.

Devant que de venir au mesurement des quartiers, il est besoing qu'on sçache ce qui doit estre logé en chaque quartier, pour en ordonner la grâdeur necessaire selon qu'il appartient, pour laquelle fin on livre au Castrametateur les copies des Listes appartenantes à cela, lesquelles au Camp de Juliers en l'An 1610 (que je prendray pour exemple) estoient comme s'ensuit:

- 1 Liste des Officiers du Camp.
- 2 Liste des regiments d'Infanterie.
- 3 Liste des regiments de Cavallerie.
- 4 Liste de l'Artillerie.
- 5 Liste de la Munition de guerre.
- 6 Liste des Chariots.
- 7 Liste des Batteaux, pour charger la Munition de guerre.

I LISTE.

Des Officiers du Camp.

- SON EXCELLENCE.
- Le Comte Henri de Nassau General de la Cavallerie.
  - Son Lieutenant General Marquette.
  - Le Comte Ernest General de l'Infanterie.
  - Le Sergeant Major General Sedlenifki.
  - Le Commissaire General de la Cavallerie Stakenbrone.
  - Le Quartiermaistre General Solem.
  - Le Prevost General.
  - Le President du Conseil de guerre.
  - L'Advocat Fiscal.
  - Le Greffier.
  - Le Commis de l'argent.
  - Le General des Chariots Doublet.
  - Son Lieutenant.
  - Le Quartiermaistre General de la Cavallerie Lievé Cijjs.
  - Le Prevost des Navires Kranendonc.
  - Le Medecin du Camp.
  - Les Chirurgiens.
  - Les trois Ministres de la Cour.

NOTEZ.

## N O T E Z .

Il y a encore d'autres Officiers, comme de l'Artillerie, de la Munition de guerre, des Vivres, & des Navires; mais veu qu'on a esgard en ceste liste aux Officiers qu'on ordonne au Camp en un quartier particulier, & que les autres logent aupres de ce dont ils ont l'administration, ils ne sont pas mis en ceste Liste.

## II L I S T E .

*Des regimens de l'Infanterie.**Les François.*

LE Regiment de Chastillon est de 19 compagnies, desquelles (selon la commission) la compagnie Colonelle est de 200 hommes, un compagnie de 100, & 17 chacune de 80, qui ont 40 files de huttes, le front de 708 pieds, & 1660 Soldats.

La maniere pour calculer ces 40 files de huttes, & le front, est telle: On ordonne pour chaque compagnie de 100 hommes ou environ (comme il est dit au deuxiesme Article du premier Chapitre) deux files de huttes, pour environ 150 trois files, pour environ 200 quatre files, & ainsi des autres: Or suivant ce qui a été dit, les 19 compagnies auront 38 files, & encore deux d'avantage; parce qu'il y a une compagnie de 200 testes, faisant comme il est dit, 40 files, à quoy adjoustant encore 40, à cause des rues qui sont entre les files (comme on peut veoir plus clairement en la figure du 3 Article du premier Chapitre) font ensemble 80, chacune de 8 pieds, faisant 640 pieds, & adjoustant 68 pieds pour le front du logis du Colonel, vient ensemble comme dit est cy-dessus pour le front du regiment 708 pieds: Et ainsi se trouvent les files & fronts des autres regimens suivans. Quant aux 1660 Soldats, on les adjouste encore, pour par ces nombres faire le calcul combien chaque regiment doit fouir, quand il faut retrencher le Camp, dont il sera parlé particulièrement au 5 Article du troisieme Chapitre.

Le regiment de Bethune est de 19 compagnies, dont la compagnie Colonelle est de 200 hommes, il y a une compagnie de 100, & 17 chacune de 80, qui ont 40 files de huttes, le front de 708 pieds, & 1660 Soldats.

*Les Allemans.*

Le regiment du Comte Erneste est de 6 compagnies, dont la compagnie Colonelle est de 200 hommes, trois compagnies chacune de 200, une de 150, & une de 100, qui ont 21 files de huttes, le front de 336 pieds, & 1050 Soldats.

*Les Valons.*

Le regiment du Comte Jean Erneste est de 16 compagnies, dont la compagnie Colonelle est de 200 hommes, deux compagnies chacune de 100, & 13 chacune de 70, qui ont 34 files de huttes, le front de 612 pieds, & 1310 Soldats.

*Les quatre Gardes.*

Une garde de 250 hommes, deux chacune de 200, & une de 150, lesquelles (estans sans place de Colonel) ont 16 files de huttes, le front de 256 pieds, & 800 Soldats.

*Les Frisons.*

Le regiment du Comte Guillaume est de 8 compagnies, dont la compagnie Colonelle est de 200 hommes, 7 compagnies chacune de 80, lesquelles (estans sans place de Colonel) ont 18 files de huttes, le front de 288 pieds, & 760 Soldats.

*Les Anglois.*

Le regiment de Horatio Veer est de 15 compagnies, dont la compagnie Colonelle est de 200 hommes, & les 14 compagnies chacune de 80, qui ont 32 files de huttes, le front de 380 pieds, & 1320 Soldats.

Le regiment de Cecil est de 10 compagnies, dont la compagnie Colonelle est de 200 hommes, & les 9 compagnies chacune de 80, qui ont 22 files de huttes, le front de 352 pieds, & 920 Soldats.

Le regiment de Halas est de 10 compagnies, dont l'une est de 90 hommes, quatre compagnies chacune de 80, & cinq chacune de 70, lesquelles (estans sans place de Colonel) ont 20 files de huttes, le front de 320 pieds, & 760 Soldats.

*Les Escossois.*

Le regiment de Cheec est de 10 compagnies, dont l'une est de 100 hommes, 3 compagnies chacune de 90, & 6 chacune de 80, qui ont 20 files de huttes, le front de 388 pieds, & 850 Soldats.

Le regiment de Henryson est de 19 compagnies, dont l'une est de 100 hommes, & 18 compagnies chacune de 70, qui ont 38 files de huttes, le front de 656 pieds, & 1360 Soldats.

## III L I S T E .

*Des regimens de la Cavallerie.*

LE regiment du Comte Henri est de trois cornettes, dont l'une est de 250 chevaux, l'autre de 150, & la troisieme de 70, qui ont 10 files de huttes, & le front de 430 pieds.

La maniere de calculer ces 10 files de huttes est semblable à la precedente de l'Infanterie. Quant au front de 430 pieds, il est fait comme s'ensuit: Chaque couple de files de huttes a (comme il se peut veoir en la figure du 4 Article du premier Chapitre) 70 pieds, & pourtant les cinq couples de files font cinq fois 70, qui montent à 350 pieds, & puis les 4 rues qui viennent entre deux chacune de 20 pieds, faisant 80 pieds, font ensemble pour le front d'iceluy regiment, comme dessus, 430 pieds: Et ainsi on trouvera les fronts de tous les autres regimens suivans de la Cavallerie. Quant à la quantité des Cavalliers en chaque regiment, on n'en fait icy aucun calcul comme de l'Infanterie, à cause qu'on ne les employe point pour retrencher le Camp.

Le regiment de Marquette est de 4 cornettes, dont l'une est de 100 chevaux, & trois chacune de 70, qui ont 8 files de huttes, le front de 340 pieds.

Le regiment de Stakenbrouc est de 4 cornettes, dont l'une est de 100 chevaux, une de 85, & deux chacune de 70, qui ont 8 files de huttes, & le front de 340 pieds.

Le regiment de Waghemens est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Ryhoven est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Marcelis Bacx est de 4 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 8 files de huttes, le front de 340 pieds.

Le regiment de la Salle est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Smeltzing est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.



Le regiment de *Quaer* est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment du *Comte Jean* est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de *Jean Bacx* est de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

IV LISTE.

De l'Artillerie.

Pieces d'Artillerie.

- 4 Canons entiers accomplis sur leurs affusts.
- 8 demy-Canons accomplis sur leurs affusts.
- 3 Pieces de campagne accomplies sur leurs affusts.

Poudre, Balles & Meiche.

- 153120 lb de Poudre.
- 3000 Balles de Canon entier.
- 6000 Balles de demy-Canon.
- 40 Boites de fer blanc pour le Canon entier.
- 20 Boites de fer blanc pour le demy-Canon.
- 1200 Balles de 12 lb.
- 3000 lb de Meiche.

Affusts & autres Chariots d'Artillerie en provision.

- 2 Affusts de Canons entiers.
- 4 Affusts de demy-Canons.
- 1 Affust pour Pieces de campagne.
- 8 Chariots de faix.
- 20 Avantrains.
- 2 Rouës de Canon entier.
- 3 Rouës de demy-Canon.
- 1 Rouë de Pieces de campagne.
- 5 Rouës d'Avantrains.
- 2 Rouës de derriere de Chariots de faix.
- 1 Traisneau pour passer les mares.

Instruments d'Artillerie, dont on se sert en tirant.

- 45 Culieres.
- 45 Houffes.
- 45 Escouvillons.
- 4 Culieres à balles embrasées.
- 4 Crocs à balles embrasées.
- 20 Barils à bourse, pour y mettre la poudre, avec leurs marteaux de bois & esquelles.
- 90 Corriers de bois.

Chevres avec leur dependences.

- 2 Chevres accomplies.
- 5 Escrines.
- 2 Cordes de Chevron.
- 2 Testes de Chevre.
- 8 Rouëlles de metal.
- 4 Moines.
- 8 Leviers.
- 4 Conets pour guinder à trois rouës.
- 4 Conets pour guinder à deux rouës.

Harnachures de limon.

- 41 Outils de limon accomplis.
- 41 Cordes de limon.
- 900 Ridelles.
- 450 Colliers.
- 60 Barres ferrées.

Bois necessaire à l'Artillerie.

- 150 Swalpes, qui sont certaines petites poutres qu'on met dessous les planches des lits.
- 54 Sappins de 10 aunes.
- 200 Planches de sappin.
- 200 Petits sappins.
- 500 Clays.

Outils à main.

- 50 Houës.
- 50 Pelles.
- 50 Coignées.
- 50 Serpes.
- 22 Picqs.
- 22 Besches.
- 80 Leviers de bois.
- 18 Pieds de chevre de fer.
- 2 Hies à main.
- 8 Barres à porter la poudre.
- 4 Bierres à porter la poudre.

Clous.

- 4000 Clous de 7 pouces.
- 1000 Clous de 6 pouces.
- 2000 Clous de 5 pouces.
- 3000 Clous de moindre grandeur.
- 6000 Clous de moindre grandeur.
- 8000 Clous encore de moindre grandeur.
- Toutes sortes de Chevilles, d'effieux, d'Affusts, & d'Avantrains.

De la Lumiere.

- 200 lb Chandelles.
- 12 Lanternes de bois.
- 4 Tonneaux de torches.
- 4 Falots.

Des Cordages.

- 2 Cordes entieres pour tirer le Canon.
- 3 Demy-cordes pour tirer le Canon.
- 22 Cordes pour gouverner les Pieces.
- 20 Cordes pour tirer les Navires avec des chevaux.
- 3 Cordes à col, avec lesquelles les hommes tirent les Navires.
- 2 lb du fil à voile ou chegros.
- 6 lb de la fisselle pour raccommoder les cordages.

Diverses choses.

- 1000 lb de fer pour les Mareschaux.
- 1 Mesure de houille ou charbon de terre.
- Outils de Mareschaux.
- Outils de Charpentier.
- 80 Couvertures de poil.
- 140 Peaux de Mouton.
- 6 Seaux de cuir.
- 570 Paniers quarrez.
- 400 lb de graisse.
- 6 Boites à mettre de la graisse.

Chevaux de trait pour tirer les Pieces d'Artillerie.

- Pour 4 Canons entiers sur leurs chariots de faix, ayant chacun 22 chevaux, fait 88
- Pour 8 demy-Canons, chacun de 18, fait 144
- Pour 3 Pieces de campagne, chacune de 10, fait 30
- Pour 6 Affusts de Canons entiers, chacun de 8, fait 48
- Pour 4 Affusts de demy-Canons, chacun de 6, fait 24
- Pour 2 Chariots de faix, chacun de 2, fait 4

Pour

|   |    |
|---|----|
| Pour 8 Avantrains, chacun de 2, fait    | 16 |
| Pour 6 Chariots qui portent les pontons | 48 |
| Pour 8 Chariots à Moulin.               | 48 |
| Pour la provision                       | 40 |

Somme des chevaux pour tirer l'Artillerie 290

### Les Officiers de l'Artillerie.

|   |  |
|---|--|
| Le General de l'Artillerie Kessel.  |  |
| Son Lieutenant Grenu.   |  |
| Le Controlleur de l'Artillerie Monier.  |  |
| Le Commis de l'Artillerie W tenbrouc.   |  |
| 10. Gentils-hommes de l'Artillerie.   |  |
| 25 Conducteurs.   |  |
| 6 Ingenieurs ; à sçavoir, Hillebrant Smits, Oom Kees, Lambert Cornelisz. Arent Arentsz. Raef Dexter, Samuel Kloot, ayant chacun deux Conducteurs.                                       |  |
| 2 Controlleurs des Fortifications, l'un Nicolas vander Mijl, l'autre Henric Schoutens, chacun avec leurs Conducteurs, Commis & Clerc.   |  |
| Le Maistre Canonnier, Joos de Nol.  |  |
| 36 Canonniers.  |  |
| Le Maistre des feux artificiels, avec deux Conducteurs.   |  |
| Le Petardier.   |  |
| 2 Maistres des Batteries.   |  |
| Le Maistre Charpentier, Proot.  |  |
| Son Lieutenant, Simon Gerbrantsz.   |  |
| 12 Charpentiers.  |  |
| 2 Faiseurs de chariots.   |  |
| 2 Marechaux.  |  |
| 1 Faiseur de gabions.   |  |
| 2 Harniceurs.   |  |
| 1 Tonnelier.  |  |
| Le Prevost de l'Artillerie, avec ses Sergeans.  |  |
| Le Chirurgien de l'Artillerie.  |  |
| Le Commis des chevaux de traict à tirer l'Artillerie.   |  |
| Ses 11 Conducteurs reparti comme s'ensuit : un à chacun des 6 Canons, un à chacune des 3 Pieces de campagne, un pour les Affusts & Avantrains ; & un pour chevaucher de l'un à l'autre. |  |
| 2 Capitaines des Pionniers, Jean Melchiorfen, & Jean Melissen.  |  |
| 100 Pionniers, 50 pour chaque Capitaine.  |  |
| Le Capitaine des Mineurs, Gille Louet.  |  |
| 25 Mineurs.   |  |
| 4 Capitaines de Navire.   |  |
| 240 Matelots, 60 pour chaque Capitaine.   |  |

### N O T E Z.

C'est à sçavoir qu'en tels Articles qu'est departie ceste Liste, & que telle consequence qu'ont les parties, que semblable sera celle des Listes qui se feront en apres chaque année, ou aussi souvent qu'il adviendra ; car cela est plus commode que de les mettre sans certain ordre, pour faire aussi des Listes nouvelles, avec moindre peine & plus d'assurance d'y tout mettre, à fin que ceux à qui la chose touche, puissent facilement examiner la concordance d'une Liste du temps present avec la precedente ; à sçavoir, si toutes choses necessaires y sont descrites sans aucun defect, ou si on n'y a rien mis de trop, si on a pris la quantité de poudre, balles, mesches, & autres choses necessaires, selon le requis des pieces comme on faisoit aux autres années avec bonne deliberation : Si aussi l'on s'est souvenu d'y adjouster ce qu'on trouvoit y manquer en la precedente fois. Toutes lesquelles choses se font plus facilement par telle egale consequence de parties, qu'en l'examinant par une fascheuse ponctuation des parties.

Notez, qu'encore bien qu'il soit dit que toutes les Listes suivantes auront un tel ordre que ceste-cy a, il n'est point dit pourtant, qu'elles doivent avoir toutes les parties des precedentes, car encore qu'il y en defaille plusieurs, (comme cela doit avenir necessairement en aucunes Listes) ce neantmoins elles peuvent avoir ledit ordre que celles-cy, jusqu'à la fin : En outre on suppose que l'amendement de l'ordre est toujours libre.

Ce que j'ay dit icy de ceste Liste de l'Artillerie, s'entend aussi des Listes suivantes de la Munition de guerre, des Chariots, Navires, & autres, esquelles il y a beaucoup de diversitez.

### V LISTE.

#### De l'Amunition de Guerre.

#### De la Poudre, Balles & Mesches.

|                                 |
|---------------------------------|
| 45000 lb de poudre à Mousquets. |
| 45000 lb de balles à Mousquets. |
| 45000 lb de Mesches.            |

#### Des Armes.

|                     |
|---------------------|
| 200 Mousquets.      |
| 800 Longues piques. |
| 50 Demy piques.     |
| 50 Rondaches.       |

#### Des Outils à main.

|                      |
|----------------------|
| 10000 Houës.         |
| 2000 Pelles ferrées. |
| 1000 Bescches.       |
| 500 Picquets.        |
| 1200 Coignées.       |
| 600 Coignées à main. |
| 600 Serpes.          |
| 4 Leviers de fer.    |

#### Du Bois.

|                                      |
|--------------------------------------|
| 1600 Planches de sappin.             |
| 25 Planches de sappin siées en deux. |
| 1500 Petites perches de sappin.      |
| 100 Sappins de 10 aunes.             |
| 100 Sappins de 12 aunes.             |

#### Des Clous.

|   |
|---|
| 2000 de 7 pouces.                       |
| 2500 de 6 pouces.                       |
| 3000 de 5 pouces.                       |
| 20000 Clous de moindre grandeur.        |
| 20000 Clous encore de moindre grandeur. |
| 10000 Clous encore de moindre grandeur. |
| 10000 Clous encore de moindre grandeur. |

#### De Lumiere.

|                       |
|-----------------------|
| 100 lb de Chandelles. |
| 8 Lanternes de bois.  |
| 2000 Torches.         |
| 6 Fallots.            |

#### De diverses autres choses.

|   |
|---|
| 1000 Brouëttes accomplies.                              |
| 100 Essieux.  |
| 30 Ponts de jonc, avec leurs cordes.                    |
| 50 Couvertures de poil.                                 |
| 100 Paniers quarrez.                                    |
| 600 Sacs à terre.                                       |
| 30 Rouëlles de bateau.                                  |
| 100 Banderolles pour signer les quartiers.              |
| 10 Cordes à tirer l'Amunition contre le cours de l'eau. |

- 1200 lb de toute sorte de cordes.
- 8 Formes de 12 trous à faire des balles de Mosquet.
- 8 Cullieres à fondre du plomb.

*Les Officiers de la Munition de Guerre.*

- Le Commis Bom.
- 20 Conducteurs.

VI LISTE.

*Des Chariots.*

ON suivra en ceste partition l'ordre des Listes precedentes, à sçavoir : En premier lieu, les chariots pour les Officiers du Camp : en second, pour l'Infanterie : en troisieme, pour la Cavallerie : en quatrieme, pour l'Artillerie : en cinquieme, pour la Munition de guerre : en sixieme, pour les Vivres.

*Les Chariots pour les Officiers du Camp.*

|      |  |    |
|------|--|----|
|      | SON EXCELLENCE.  | 66 |
|      | le Comte Henri de Nassau General de la Cavallerie.   | 30 |
|      | son Lieutenant le General Marquette.   | 6  |
|      | le Sergeant Major General Sedleniski.  | 3  |
|      | le Commissaire General de la Cavallerie Stakenbrouc.   | 2  |
|      | le Quartiermaistre General Solem.  | 1  |
|      | le Prevost General.  | 3  |
| Pour | l'Advocat Fiscal & Greffier.   | 2  |
|      | le Commis de l'argent.   | 2  |
|      | le General des chariots Doublet, son Lieutenant, Conducteurs, Faiseurs de chariots, Mareschaux & cordages. | 7  |
|      | le Quartiermaistre General de la Cavallerie Lieven Cijs.   | 1  |
|      | le Prevost des Navires Cranendonc.   | 1  |
|      | les deux Chirurgiens du Camp.  | 2  |
|      | les trois Ministres.   | 3  |

*Somme des chariots des Officiers du Camp* 129

*Le Chariots pour l'Infanterie.*

|      |  |    |
|------|--|----|
|      | le Colonel Chastillon.                       | 6  |
|      | son Lieutenant Colonel & Sergeant Major.     | 2  |
|      | le Chirurgien & Prevost.                     | 1  |
|      | 19 Capitaines.                               | 19 |
|      | le Colonel de Bethune.                       | 6  |
|      | son Lieutenant & Sergeant Major.             | 2  |
|      | le Chirurgien & Prevost.                     | 1  |
|      | 19 Capitaines.                               | 19 |
|      | le Lieutenant Colonel du Comte Ernest.       | 1  |
|      | le Sergeant Major & Quartiermaistre.         | 1  |
|      | le Chirurgien & Prevost.                     | 1  |
|      | 6 Capitaines.                                | 6  |
|      | le Colonel Comte Jean Ernest.                | 5  |
|      | son Lieutenant Colonel.                      | 1  |
|      | son Sergeant Major & Quartiermaistre.        | 1  |
|      | son Chirurgien & Prevost.                    | 1  |
| Pour | 16 Capitaines.                               | 16 |
|      | 4 Capitaines des 4 Gardes.                   | 4  |
|      | le Lieutenant & Port'enseigne de la Garde de |    |
|      | SON EXCELLENCE.                              | 1  |
|      | les armes de ladite Garde.                   | 1  |
|      | le Lieutenant Colonel des Frisons.           | 2  |
|      | le Sergeant Major & Quartiermaistre.         | 1  |
|      | 8 Capitaines.                                | 8  |
|      | 12 Capitaines du regiment de Veer.           | 12 |
|      | 2 Capitaines du regiment d'Ogle.             | 2  |

|      |  |    |
|------|--|----|
|      | le General Cecil.                                | 12 |
|      | deux Colonels, à chacun 4 chariots, fait         | 8  |
|      | 3 Lieutenans Colonels, à chacun 2 chariots, fait | 6  |
|      | 3 Sergeans Majors, à chacun 1, fait              | 3  |
| Pour | 3 Quartiermaistres, chacun 1, fait               | 3  |
|      | 3 Prevosts, chacun 1, fait                       | 3  |
|      | 2 Ministres, chacun 1, fait                      | 2  |
|      | le Chirurgien Maistre James.                     | 2  |
|      | 52 Capitaines.                                   | 52 |
|      | le Commissaire des chariots.                     | 1  |

*Somme des chariots de l'Infanterie* 212

*Les Chariots pour la Cavallerie.*

|  |   |    |
|--|---|----|
|  | 10 Colonels de la Cavallerie, à chacun 1 chariot, fait      | 10 |
|  | Le Lieutenant & Cornette de la compagnie de SON EXCELLENCE. | 1  |
|  | Pour les Armes.   | 1  |

*Somme des chariots pour la Cavallerie* 12

*Les Chariots pour l'Artillerie.*

|  |   |    |
|--|---|----|
|  | 40000 lb de Poudre, sur chaque chariot 4 tonneaux, fait               | 59 |
|  | 800 Balles de Canon entier, sur chaque chariot 20, fait               | 40 |
|  | 1600 Balles de demy-Canon, sur chaque chariot 40, fait                | 40 |
|  | 40 Boëtes de fueille de fer pour des Canons entiers                   | 2  |
|  | 60 Boëtes de fueille de fer pour des demy-Canons                      | 2  |
|  | Pour les equipages necessaires aux trois pieces de campagne de 12 lb. | 8  |
|  | Culliers, Houffes, Escouillions, Corriers, Leviers de bois & de fer.  | 2  |
|  | 4 Chièvres.   | 4  |
|  | Outils de limon, Colliers & Ridelles.                                 | 4  |
|  | Cordes.   | 3  |
|  | Barres ferrées, Leviers de fer & de bois.                             | 2  |
|  | Harniqueure.  | 2  |
|  | Houës, Pelles, Coignées, &c.  | 1  |
|  | 114 Planches.   | 14 |
|  | 40 Somniers de Sappin.  | 4  |
|  | 50 Planches de Sappin.  | 2  |
|  | 100 Clayes d'osier.   | 5  |
|  | Pour les ouvrages artificiels de feu.                                 | 2  |
|  | Pour les Petarts.   | 2  |

*Somme des chariots pour l'Artillerie* 198

*Les Chariots pour les Officiers de l'Artillerie.*

|      |                                       |   |
|------|---------------------------------------|---|
|      | le General de l'Artillerie Kessel.    | 4 |
|      | Son Lieutenant Grenu.                 | 2 |
|      | le Controleur de l'Artillerie Monier. | 2 |
|      | le Commis de l'Artillerie.            | 1 |
|      | les Gentils-hommes.                   | 2 |
|      | 6 Ingenieurs, chacun un chariot.      | 6 |
|      | 2 Controleurs de la Fortification.    | 2 |
|      | le Maistre Connestable.               | 1 |
|      | 12 Canonniers.                        | 2 |
|      | le Maistre d'ouvrages de feu.         | 1 |
|      | le Petardier.                         | 1 |
| Pour | le Maistre des batteries.             | 1 |
|      | le Maistre Charpentier.               | 1 |
|      | 12 Charpentiers.                      | 2 |
|      | 2 Faiseurs de chariots.               | 1 |
|      | 2 Mareschaux.                         | 1 |
|      | le Prevost de l'Artillerie.           | 1 |

ddd Pour

|      |  |     |   |   |
|------|--|-----|---|---|
| Pour | le Chirurgien de l'Artillerie.                               | 1   | Pour le Sergeant Major General.                     | 1 |
|      | le Maître des Ponts.   | 1   | Pour le Quartiermaître General.                     | 1 |
|      | le Commis des chevaux à tirer l'Artillerie                   | 1   | Pour le Prevost General, avec ses Sergeants, & les  | 1 |
|      | 2 Capitaines des Pionniers.                                  | 2   | Matelots.   | 2 |
|      | le Capitaine des Mineurs.                                    | 1   | L'Advocat Fiscal, avec le Greffier du Conseil de    | 1 |
|      | 4 Capitaines de Navires.                                     | 4   | guerre, en une Navire de munition.                  | 4 |
|      | <i>Somme des chariots pour les Officiers de l'Artillerie</i> | 41  | Pour le Commis de l'argent.                         | 1 |
|      | <i>Somme pour l'Artillerie en tout</i>                       | 239 | Pour le General des chariots, avec ses Conducteurs. | 1 |
|      |  |     | Pour les deux Chirurgiens du Camp & Apothicaire.    | 1 |

*Sommes des navires des Officiers du Camp* 38

*Les Chariots pour la Munition de Guerre.*

|      |   |  |     |
|------|---|--|-----|
| Pour | 20000 lb de Poudre  | 20   |     |
|      | 20000 lb de Balles de plomb.  | 20   |     |
|      | 20000 lb de Mefche.   | 20   |     |
|      | Moufquets avec les fournitures, Piques longues, Rondaches, Cafquets, Formes, Cuilliers. | 7  |     |
|      | 9000 Houës, & 500 Pelles.   | 20   |     |
|      | 400 Befches, 200 Pics, 400 Coignées, 300 Coignées à main, 300 Serpes.                   | 6  |     |
|      | Clous de toute forte.   | 1  |     |
|      | 100 lb de Chandelles, 12 Lanternes, 2000 Torches, 6 Falots.                             | 2  |     |
|      | 100 Brouërtes.  | 4  |     |
|      | 10 Ponts de joncs avec leurs cordes.  | 5  |     |
|      | 100 Paniers quarrez, & 100 Banderolles à marquer les quartiers.                         | 1  |     |
|      | le Commis Bom & ses Conducteurs.  | 2  |     |
|      |   | <i>Somme des chariots pour la Munition de Guerre</i> | 108 |

*Les Chariots pour les Vivres.*

|      |                                      |     |
|------|--------------------------------------|-----|
| Pour | les Vivres.                          | 242 |
|      | le Commiffaire des Vivres Kien.      | 1   |
|      | ses Conducteurs.                     | 1   |
|      | <i>Somme des chariots des Vivres</i> | 244 |

*Somme des Sommes des Chariots.*

|                           |                                   |     |
|---------------------------|-----------------------------------|-----|
| Des Officiers du Camp.    | 129                               |     |
| De l'Infanterie.          | 212                               |     |
| De la Cavallerie.         | 12                                |     |
| De l'Artillerie.          | 239                               |     |
| De la Munition de Guerre. | 108                               |     |
| Des Vivres.               | 244                               |     |
|                           | <i>Somme de tous les chariots</i> | 944 |

VII LISTE.

*Des Navires.*

ON suivra en ceste departition l'ordre des Listes precedentes, à sçavoir en premier lieu, les Navires pour les Officiers du Camp : En second, pour l'Infanterie : En troisièsmè, pour la Cavallerie : En quatrièsmè, pour l'Artillerie : En cinquiesme, pour l'Amunition de l'Artillerie : En sixiesme, pour la Munition de Guerre : En septiesme, pour les Vivres : En huitiesme les Pontons : En neufiesme des Navires pour diverses choses.

*Les Navires pour les Officiers du Camp.*

|                      |    |
|----------------------|----|
| Pour SON EXCELLENCE. | 20 |
| Pour le Comte Henri. | 12 |

NOTEZ.

Il y a encore des Officiers, comme ceux de l'Artillerie, de la Munition de Guerre, des Vivres, & des Navires, mais veu que ceux-cy s'accommodent es Navires chargés de ce dont ils ont l'administration, ils n'ont point besoing d'autres Navires particuliers.

*Les Navires pour l'Infanterie.*

|  |   |
|--|---|
| Pour deux regimens François, à chactn trois Navires, faisant | 6 |
| Le regiment des Allemans du Comte Ernest.                    | 1 |
| Le regiment des Walons.                                      | 2 |
| Le regiment des quatre Gardes.                               | 1 |
| Pour les armes & le bagage de la Garde.                      | 1 |
| Le regiment des Frisons.                                     | 1 |
| Le regiment des Anglois.                                     | 2 |
| Les Anglois marchants avec le Comte Henri.                   | 2 |
| Le regiment Escossois.                                       | 2 |
| Le regiment du Lieutenant Colonel Meetkercken.               | 1 |

*Somme des navires de l'Infanterie* 19

*Les Navires pour la Cavallerie.*

|   |    |
|---|----|
| Chaque regiment de la Cavallere a un Navire, ce qui monte à                 | 11 |
| Pour les armes & bagage de la Cavallerie de la compagnie de SON EXCELLENCE. | 1  |

*Somme des navires de la Cavallerie* 12

*Les Navires pour l'Artillerie.*

Ces Navires sont de trois sortes : La premiere pour les Officiers resortissants sous l'Artillerie : La seconde pour les pieces d'Artillerie, avec leurs Affusts & chariots : Et la troisièsmè pour la Munition de l'Artillerie.

*Les Navires pour les Officiers resortissants sous l'Artillerie.*

|  |   |
|--|---|
| Le General de l'Artillerie.  | 1 |
| Les Ingenieurs, Controlleurs & Conducteurs des Fortifications, & des ouvrages. | 1 |
| L'Ingenieur Arent Arehtsz.   | 1 |
| Le Maître Connestable avec tous les Canoniers.                                 | 1 |
| Le Maître Charpentier General pour luy & ses Charpentiers.                     | 1 |
| Le Commis des chevaux pour tirer l'Artillerie, avec ses Conducteurs & outils.  | 1 |
| Les Faiseurs de chariots, Marefchaux, Cordiers, avec leurs materiaux.          | 1 |
| Deux Capitaines de Pionniers, Faiseurs de feux, & Petardiens.                  | 1 |

*Somme des navires pour les Officiers resortissants sous l'Artillerie* 8

Les

*Les Navires pour les pieces d' Artillerie, avec leurs Affusts & chariots.*

Ces pieces d' Artillerie avec leurs Affusts & chariots sont mises en des Pontons, qui seront descrites cy-apres au penultiesme Article de ceste Liste des Navires.

*Les Navires pour la Munition de l' Artillerie.*

|   |   |
|---|---|
| 960 Tonneaux de poudre en quatre Kerveels, faisant                                  | 4 |
| 3000 Balles de 48 lb en quatre Damloopers.  | 4 |
| 6000 Balles de 24 lb en quatre Damloopers.  | 4 |
| Pour les Petarts & outils y appartenants un Damlooper.                              | 1 |
| Pour les Cordages, Mesches, Boërtes de fueille de fer, & autres choses, un Kerveel. | 1 |
| Pour 500 Clayes & quelques Paniers, un Kerveel.                                     | 1 |
| 150 Swalpes, & quelques Paniers, un Kerveel.  | 1 |
| 200 Planches de Sappin, 200 petits Sappins, un Navire.                              | 1 |
| Pour quelques Cordages, Colliers, Cullieres, & autres choses, un Navire.            | 1 |
| 1200 Balles de 12 lb, une Kague, faisant  | 1 |

Somme des navires pour la munition de l' Artillerie 19

Somme des navires de l' Artillerie en tout 27

*Les Navires pour la Munition de Guerre.*

|  |   |
|--|---|
| 45000 lb de Poudre.  |   |
| 45000 lb de Balles de Mousquets.   |   |
| 45000 lb de Mesche.  |   |
| 50 Couvertures de poil.  |   |
| 8 Formes.  |   |
| 8 Cuillieres.  |   |
| Ce que dessus est chargé en 4 Navires, chacun de 20 last, & dans un Damlooper, qui font ensemble | 5 |

|                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| 200 Mousquets.                        |  |
| 800 Piques.                           |  |
| 50 demy-Piques.                       |  |
| 50 Rondaches.                         |  |
| 12 Lanternes.                         |  |
| 100 lb de Chandelles.                 |  |
| 6 Falors.                             |  |
| 2000 Torches.                         |  |
| Toute sorte de Clous.                 |  |
| 100 Banieres à marquer les quartiers. |  |
| 600 Sacs à terre.                     |  |
| 10 Cordes à tirer.                    |  |
| 12000 lb de Cordes.                   |  |
| 30 Rouëlles de Navire.                |  |
| 100 Paniers quarrez.                  |  |

Ce que dessus est chargé en un Damlooper, faisant 1

30 Ponts de jonc, avec les cordes y appartenantes, chargées en une Navire de 20 last, & en un Damlooper, font ensemble 2

|               |  |
|---------------|--|
| 10000 Houës.  |  |
| 2000 Pelles.  |  |
| 1000 Besches. |  |
| 500 Pics.     |  |

|   |   |
|---|---|
| 1200 Coignées.  |   |
| 600 Coignées à main.  |   |
| 600 Serpes.   |   |
| Ce que dessus est chargé en trois Damloopers, faisant                 | 3 |
| 1000 Brouëttes.   |   |
| 100 Rouës.  |   |
| 100 Effieux.  |   |
| 25 Planches de Sappin fiées en deux.                                  |   |
| Ce que dessus est chargé en trois Navires, chacun de 20 last, faisant | 3 |

|   |    |
|---|----|
| 1500 Planches de Sappin.  |    |
| 1500 petits Sappins.  |    |
| 200 Sommiers de Sappin.   |    |
| 10 Cordes à tirer le Canon.   |    |
| 4 Leviers de fer.   |    |
| Ce que dessus est chargé en trois Navires, chacun de 20 last, faisant                                       | 3  |
| <i>Somme des navires pour la Munition de Guerre, de 11 à 20 last, &amp; 6 Damloopers, qui font ensemble</i> |    |
|   | 17 |

*Les Navires pour les Vivres.*

Ces Navires estoient en nombre. 66

*Les Pontons.*

|  |    |
|--|----|
| Dixsept Pontons pour les Pieces d' Artillerie, avec leur dependance, faisant               | 17 |
| Un grand Ponton à passer les Rivieres, faisant   | 1  |
| Un petit Ponton, faisant   | 1  |
| Six Naffelles pour les petits Pons, avec leurs chariots & harnacheures de chevaux, faisant | 6  |
| Un Paetschip pour charger les basteaux, chariots, & outils.                                | 1  |
| <i>Somme des Pontons</i>   |    |
|  | 26 |

Les personnes des Pontons qui s'accommodent tous dans leurs Navires, sont comme s'ensuit : Le Maistre des Pontons : Son Lieutenant : 83 Matelots de Pontons, departis en ceste sorte : Sur 15 grands Pontons en chaque Ponton 4 : Sur 2 moindres Pontons 3 en chacun : 3 Sur le grand Ponton à passer les Rivieres : 2 Sur le petit Ponton : Un à chacune des 6 Naffelles : 3 Sur le Paetschip : 3 Avec les Charpentiers de Navires.

*Navires pour diverses choses.*

|  |   |
|--|---|
| Le Commis de Navires, avec ses Conducteurs.  | 1 |
| Un Navire & quatre Kagues pour les Conducteurs des Navires & les Commis, avec les autres choses se recontrans à l'impourveu. | 5 |
| Six Kagueschuten pour aller & venir tant pour les Messagers que pour les Soldats blesez, faisant                             | 6 |

*Somme des navires à diverses choses* 12

*Somme des Sommes des Navires.*

|                           |    |
|---------------------------|----|
| Des Officiers du Camp.    | 38 |
| De l' Infanterie.         | 19 |
| De la Cavallerie.         | 12 |
| De l' Artillerie.         | 27 |
| De la Munition de Guerre. | 17 |
| Des Vivres.               | 66 |
| Pontons.                  | 26 |
| De diverses choses.       | 12 |

*Somme de tous les navires* 217

## NOTEZ.

Il y a outre les precedentes Listes (qui en ceste matiere peuvent assez servir d'exemple) encore quelques autres, mais il ne me semble pas necessaire de les descrire en particulier, ains il suffit d'en faire ceste narration :

Premierement le Camp se divise ordinairement en trois parties, comme en avantgarde, bataille, & arrieregarde, qui ont chacune leur Liste tant de l'Infanterie, que de la Cavallerie, ayant chacune aucunesfois (aussi bien en marchant qu'en l'assiegement & environnement des Villes) une partie du train, comme de l'Artillerie, Munition d'icelle, Munition de Guerre, & des Vivres : aussi des Officiers de telle qualite qu'il y a au Camp entier : Et entre autres on ordonne sur chacune d'icelles trois parties un Castrametateur avec ses aydes, qu'on eslit d'entre les Ingenieurs, auxquels on livre les Listes, selon lesquelles ils se gouvernent, & estans de forme comme les precedentes, il n'est pas besoing de les descrire au long. Il y a encore une Liste des Personnes de la Cour, qui doivent estre logees, avec encore deux autres des Chariots & Navires de SON EXCELLENCE, mais on en a seulement mis leur somme aux Listes des Chariots & Navires precedentes. Il y auroit encore selon le commun usage des Camps, une Liste des Vivres : Mais parce que nous sommes communement bien fournis de Vivres par Navires des Vivandiers & Marchands, & que la dessus on s'attend sur ce qu'on sçait qui se pourra recouvrir des Villes prochaines, quand il en est besoing, il n'y a icy aucunes Listes des Vivres qui soient dignes d'estre descrites.

## III CHAPITRE.

De la maniere de marquer ou mesurer un Camp.

ARGUMENT DE CE  
III CHAPITRE.

CE troisieme Chapitre aura six Articles :

Le 1 Article, comment il faut marquer des quartiers quadrangulaires de Camp sur du papier, pour les imiter en traçant sur la campagne.

Le 2 Article, du mesurement des quartiers quadrangulaires du Camp sur la campagne, qui se fait par le Castrametateur, avec ses aydes.

Cecy estant fait la partition des files des huttes & des ruës se doit marquer par chaque Quartiermaistre en son regiment; car il seroit impossible au Castrameteur de le bien faire en aussi peu de temps qu'il en est requis, tellement que ce troisieme Article suivant traictera de ceste matiere.

Le 3 Article, du mesurement des places necessaires aux files des huttes, & ruës entre icelles, qui se fait par chaque Quartiermaistre en son regiment.

Cecy estant accompli, il faut que la partition des huttes soit marquée par chaque Sergeant en sa compagnie; car il seroit impossible au Quartiermaistre de le bien faire en aussi peu de temps qu'il est requis, tellement que ce quatrieme Article suivant traictera de ceste matiere.

Le 4 Article, de la partition des huttes en leurs files, par chaque Sergeant en sa compagnie.

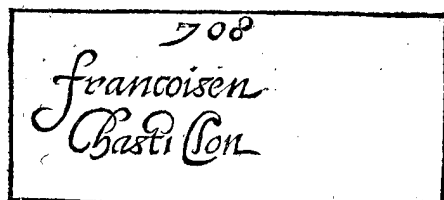
Le 5 Article, comment il faut des places d'Armes, rayer des trenchées, & calculer combien chaque regiment doit fouir.

Le 6 Article, contenant une admonition à fin que ce qui est bien marqué & basti, soit entretenu en bon ordre.

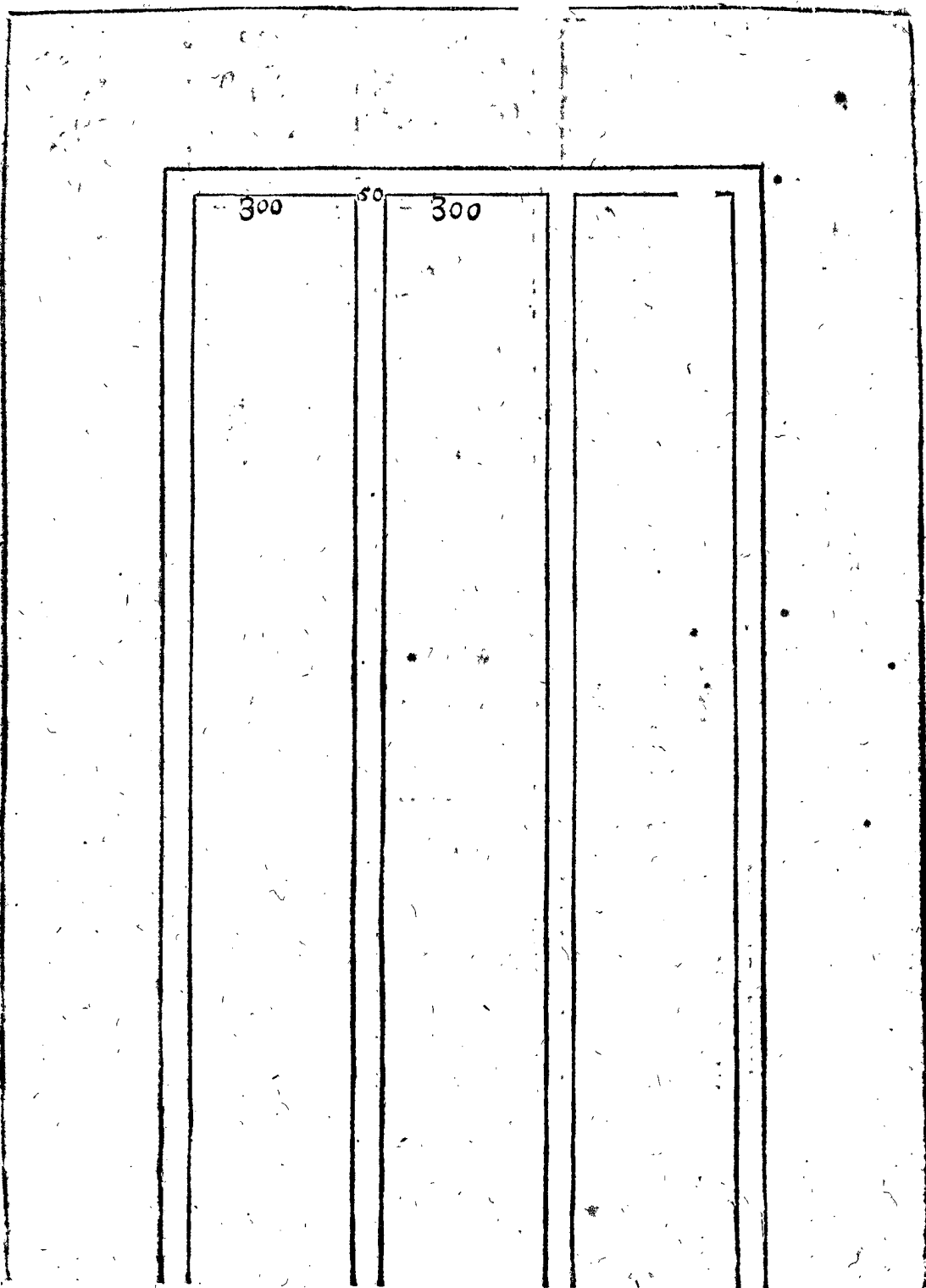
## I ARTICLE.

Comment il faut marquer des quartiers quadrangulaires de Camp sur du papier, pour les imiter en traçant sur la campagne.

VEU qu'il faut conjointre divers quartiers en ce Camp, à sçavoir onze troupes d'Infanterie; & encore onze regiments de Cavallerie, comme il se peut voir en la 1 & 2 Liste du 2 chapitre, avec encore les autres quartiers y appartenans, ce seroit chose difficile de les marquer, & designer à la haste en bon ordre sur du papier, si on n'en avoit ordonné quelque bonne regle; principalement quand il le faut faire à la haste, comme il advient souvent qu'apres avoir reconnu la place, il faut incontinent camper. La regle inventée pour cecy est telle : On marque chacun des fudits quartiers sur un petit quadrangle d'une feuille de carte, lesquels se coupent en sorte qu'ils ayent la commune longueur de 300 pieds, & la largeur comme la Liste le demonstre. Comme par exemple; pour le regiment de Chastillon ayant 300 pieds de longueur,



& 708 de largeur, on coupe selon certaine eschelle un petit quadrangle de telle longueur & largeur, laquelle on escrit dessus avec le nom du Colonel, comme cy joignant, & ainsi des autres. Ces petits papiers des quartiers estans ainsi tous coupez & preparez, on les met & remet jusques à ce qu'on les voye selon nostre desir. Et pour faire cela, avec encore plus de commodité, on tire sur un papier quelques lignes paralleles, entre lesquelles sont compris les communes largeurs de 300 pieds, avec les ruës de 50 pieds, comme la figure suivante demonstre, afin de mettre là dessus en ordre lesdits quartiers.



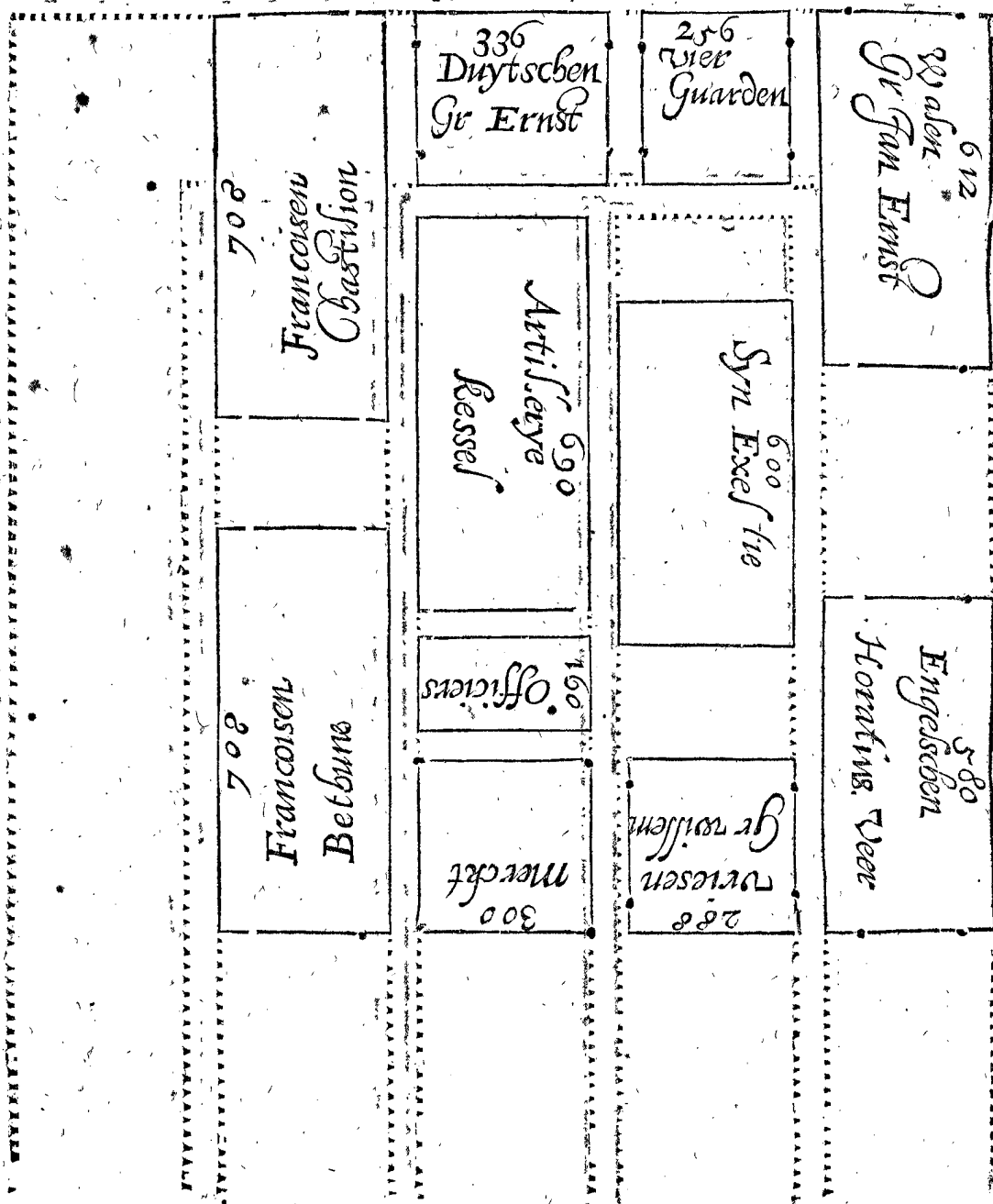
Cecy estant ainsi préparé, je viendray maintenant à la designation sur le papier, prenant pour exemple la figure qui se faisoit pour le Camp devant Juliers, là où le lieu estant reconnu, SON EXCELLENCE print resolution de loger hors de ce Camp la Cavallerie avec les chariots, les Anglois aussi & Escossois sous le General de Cecil, tellement que les petits quadrangles de papier de ces quartiers en estant separez, le reste se mit en ordre sur le susdit papier réglé, & montré à SON EXCELLENCE, lequel les remettant, selon son opinion, ils gifoyent par resolution comme cy-dessus.

Mais il faut noter qu'en mettant & ordonnant ces quartiers, on voit quelquefois que si aucuns d'iceux estoient plus larges ou plus estroicts, que ne portent les mesures marquées sur les petits papiers, que l'ordre du Camp se pourroit faire plus propre: en tel cas quel-

ques quartiers, qui le permettent, se peuvent prendre un peu plus larges ou plus estroicts, comme ceux des Chariots, Marché, Artillerie, Vivres, Seigneurs estrangers, & place vuide devant le quartier de SON EXCELLENCE; car ils ne sont si précisément calculez, qu'ils ne puissent estre un peu plus larges ou estroicts: Mais les regiments de l'Infanterie & de la Cavallerie, les quartiers de SON EXCELLENCE & du General de l'Artillerie, requierent de demeurer en leurs mesures posées.

Et suivant le precedent ordre des petits papiers ainsi mis, on marqua lors la figure sur du papier, avec les places d'armes alentour de la gendarmerie, laquelle estoit comme la figure de l'onzième Article du premier Chapitre.

Notez qu'encore bien que ceste maniere de marquer soit facile, que SON EXCELLENCE fait communement



nement preparer diverses figures devant que venir au lieu, l'une avec la Cavallerie & tout le reste en un retrenchement, l'autre sans la Cavallerie ou sans quelques autres quartiers; à fin que si la resolution se faisoit ainsi, on en fut pourveu, desquelles figures on en pourroit mettre encore icy quelques unes, mais estimant que la chose est assez entendue par le precedent, je passeray outre.

II ARTICLE.

*Du mesurement des quartiers quadrangulaires des Soldats en le campagne, qui se fait par le Castrametateur avec ses aydes.*

Après avoir cognu par le precedent plan sur le papier, comment sera la figure sur le Camp, on commence premierement à marquer les quadrangles ou quartiers de l'Infanterie, à quoy on y apporte environ 150 Bannieres de quartiers, ou autant qu'on voit estre necessaire; ce sont des bastons peincts, longs environ de 9 pieds, chacun avec une banderolle pour les mettre sur les angles des quartiers: Et l'on deffend à son de Tambour, & sur peine de punition corporelle de les arracher: Car il y a quelques années lors qu'on ne fai-

soit pas cela, qu'il estoit impossible que les marques des quartiers y demeuraissent, à cause que chacun ayant alors à faire du bois pour hutter, les autres bastons non peincts ou marquez estoient tirez. On deffend aussi à tous de venir en ceste place, pendant qu'on marque les quartiers, excepté ceux qui y sont ordonnez: Car quand par cy-devant cela n'estoit point deffendu, on ne sçavoit faire les quartiers, pour l'empeschement des hommes, chariots, chevaux, paille, & du bois, qu'on y apportoit pour hutter.

Notez encore qu'on a trouvé necessaire de se servir au Camp d'une mesure commune, à sçavoir d'une verge departie en pieds & poulces, qu'on nomme la mesure du Camp, à cause que les Entrepreneurs d'ouvrages, Ingenieurs, Controlleurs de Fortification, Charpentiers, & autres venans de diverses Villes & Pais, avoyent chacun une mesure laquelle estoit en usage en leur Ville, fort differentes les unes des autres, dont s'ensuivoient plusieurs absurditez.

Le Castrametateur est encore suivi de tous les Quartiermaistres des regiments, à fin qu'un quadrangle estant marqué, il leur soit montré.

Cecy estant entendu, on met les quatre Bannieres à marquer les quartiers de chaque regiment sur le Camp; selon



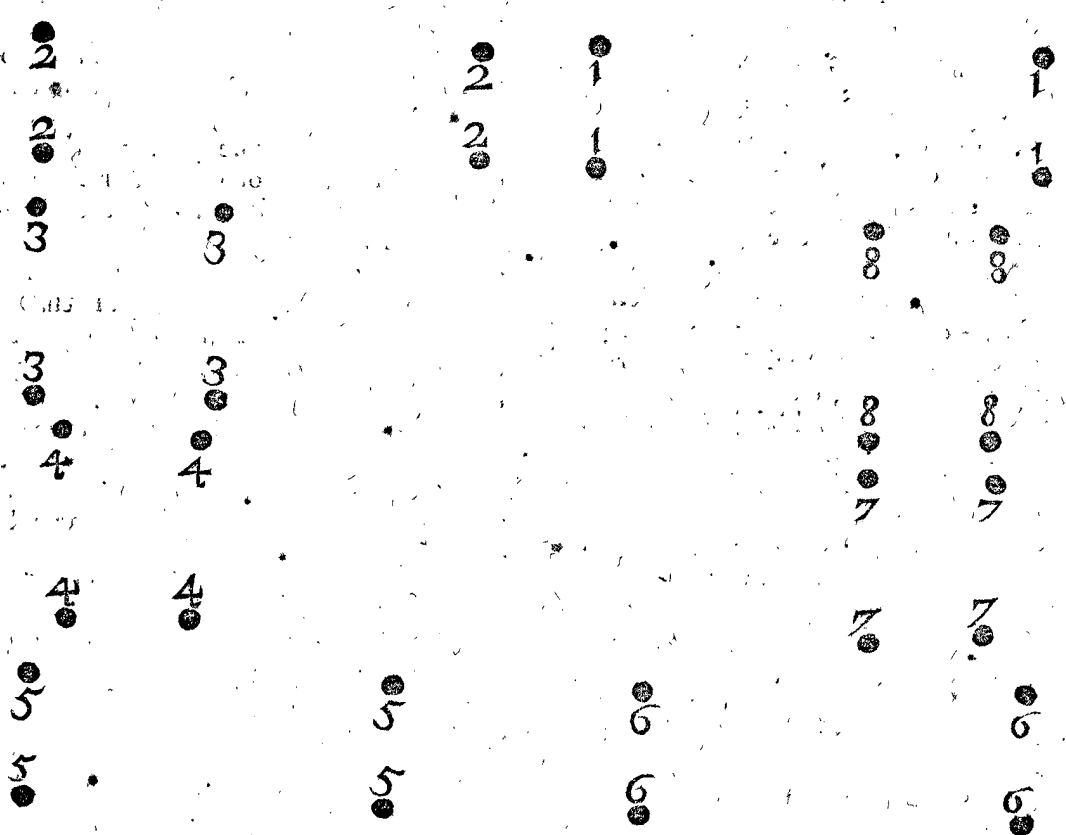
selon que la precedente figure en papier le requiert, comprenait des rectangles quadrangulaires, longs de 200 pieds, pour la gendarmerie. Lequel se fait par le moyen de la croix arpentique, & par le mesurement des longueurs selon la maniere vulgaire des Arpenteurs: ce qu'estant assez cognu aux Ingenieurs, il n'est pas besoyn d'en donner plus particuliere instruction; on pourroit faire seulement quelque advertissement de briefveté, à sçavoir que des quatre costez des quadrangles il n'en faut mesurer qu'un ou deux, là où un des costez du Camp commence, car le reste se fait plus commodement par le trimarquement & secours de la croix arpentique, comme il leur est assez cognu.

Notez encore que les quatre Banieres d'un regiment se marquent de nombres, qu'on y taille avec des lettres, comme I, V, & X, qui avec des crens droits se peuvent facilement tailler; à sçavoir les quatre Banieres du regiment qu'on marque le premier, chacun d'un I, du

deuxiesme chacun de deux II, & ainsi des autres, ce qui se fait pour eviter quelques difficultez; d'une part, pour ce que les Quartiermaistres mesmes, à cause de la grande multitude de Banieres, viennent quelquefois en dispute & dissention entre eux de leurs propres quartiers: Et d'autre part, afin que si on demande au Castrametateur ( qui escrit tels nombres sur son papier comme il y a ausdites Banieres ) ou à quelque autre apres quelque quartier, il le puisse monstter incontinent sans aller au lieu.

Si tost qu'un regiment est ainsi marqué, on le monstre à son Quartiermaistre pour le garder.

Mais toutes les Banieres de l'Infanterie de ce Camp proposé estant mises, elles sont en tel ordre que demontre la figure suivante, là où se peut voir combien il est necessaire de marquer les Banieres par des nombres taillez sur icelles comme dessus, pour cognoistre seurement chaque quartier.



III ARTICLE.

*Du mesurement des places necessaires aux files des huttes, & ruës entre icelles, qui se fait par chaque Quartiermaistre en son regiment.*

AYant traité de la maniere que doit observer le Castrametateur en marquant & mesurant, reste à parler de celle des Quartiermaistres chacun en son regiment, ce que le Castrametateur, comme il est dit en l'argument de ce Chapitre, ne peut pas effectuer en aussi peu de temps qu'il est requis icy.

Doncques le Quartiermaistre aura devant luy un plan de son regiment, comme celuy du troisieme Article du premer Chapitre, pour en trouver toutes les longueurs necessaires s'il ne les sçavoit assez par memoire, une mesure aussi de Camp longue au moins de 8 pieds, & certaines cordelles pour s'en servir comme il sera dit.

Ayant ainsi pourveu au lieu de son quartier, lequel soit entre les quatre Banieres A B C D, signifiant le quadrangle des logis des Soldats, il partit au long d'une cordelle tendue, la longueur A B de 8 en 8 pieds, comme son plan demontre, fichant à chaque point un rameau ou petit baston, ce qui est signifié par les points, entre A & B: Il fait aussi semblable partition au bout de derriere comme de D à C.

Estant venu jusques là, il faut maintenant que les Sergeans fassent la partition des huttes de la gendarmerie, dont il sera parlé au quatrieme Article, mais cependant les Quartiermaistres marquent les logis des Capitaines devant la gendarmerie, & les huttes des Vivandiers derriere la gendarmerie, comme le demontre la figure susdite du troisieme Article au premer Chapitre.

AEGI

DFHK

## IV ARTICLE.

*De la partition des huttes en leurs files, par chaque Sergeant en sa compagnie.*

LE mesurement des Quartiermaistres estant achevé comme dessus, s'ensuivent les partitions des huttes par les Sergeans, chacun en sa compagnie, ce que le Quartiermaistre comme il est dit en l'argument de ce Chapitre, ne peut pas effectuer en aussi peu de temps qu'il est icy requis.

Le Sergeant doit sçavoir (à quoy le Quartiermaistre luy doit assister) combien de huttes ou à peu pres il faut pour sa compagnie; ce qu'il peut sçavoir par la Castrametation precedente, ou si c'est pour la premiere fois, en demandant aux Soldats, qui sont ceux qui voudront loger seuls, ou avec des Camarades; en qu'oy faut noter qu'on donne à chaque Soldat, ou à chaque troupe de Camarades, autant de largeur qu'ils desirerent, mais de longueur, qui est depuis le front jusques au derriere, précisément 8 pieds, ny plus ny moins: & on trouve icy communement par experience que 100 Soldats ont assez de deux files de huttes; pource qu'ils ne font point volontiers leurs huttes plus grandes qu'il n'est besoing. Mais si le contraire se rencontroit en quelques compagnies (comme il pourroit advenir par beaucoup de Soldats qui ont femmes & enfans, on peut donner une moindre place, à ceux qui en demandent trop; ou si la necessité le requiert, leur donner une file de huttes d'avantage. Or le nombre des huttes ainsi trouvé, se partira en deux, mettant à chaque costé environ egal nombre, en telle distance les unes des autres, que les places vuides entre deux soient quasi egales; il faut aussi sçavoir, qu'il y doit toujours avoir une hutte à chaque bout des files, à fin que la figure de chaque compagnie, & aussi de tout le regiment soit toujours un rectangle, & que les rues au long d'icelles soient d'egale largeur & droites. Il faut aussi noter que les deux premieres huttes de chaque compagnie sont pour le Lieutenant & Port'enseigne, à sçavoir celle du Lieutenant à costé droit, l'autre à gauche, & les deux dernieres huttes pour les deux Sergeans, à fin que comme en marchant ils sont les derniers, qu'ainsi en logeant ils ayent aussi les dernieres huttes.

Les Sergeans donc sçachans à quoy il leur faut prendre garde, on marque les huttes comme s'ensuit: Chaque Sergeant qui a deux files de huttes, met quatre cordelles tendues entre les marques mises par le Quartiermaistre, entre lesquelles doivent venir les huttes, com-

me en la precedente figure du troisieme Article les quatre cordelles A D, E F, G H, I K, & pour marquer chaque hutte, il fiche en terre quatre petits bastons, signifiants les quatre coings; & ainsi le Sergeant a parachevé de marquer.

En apres, il est encore requis que chaque Sergeant en sa compagnie aye soing & face en sorte que les Soldats ne huttent point hors des limites qui leur sont données: Et chaque Quartiermaistre que les Sergeans fassent leur devoir: Et chaque Capitaine que sa compagnie soit bien regulierement logée: Et chaque Colonel que son regiment puisse servir d'exemple à tous les autres: Car ainsi la Castrametation pourra proceder par tout en bon ordre: A quoy les Officiers susdits se doivent addonner diligemment, parce que chacun d'eux espere ou doit esperer de parvenir au supreme degre, à quoy la cognoissance de bien & regulierement loger est tenue pour chose fort necessaire, comme il a esté dit cy-dessus amplement.

Par ce qu'a esté dit jusques icy de la maniere de marquer & mesurer le quartier d'un regiment d'Infanterie, on peut assez entendre qu'il en est de mesme des regiments de Cavallerie. Quant à la maniere de marquer les autres quartiers, comme celuy de SON EXCELLENCE, du General de l'Artilerie, des Officiers du Camp, Chariots, & Marché, dont les figures sont declarées aux 6, 7, 8, 9 & 10 Articles du premier Chapitre, veu qu'il ne faut marquer de chacun qu'une figure de peu d'ouvrage, & qu'il y a des Ingenieurs qui entendent bien leur fait; & qu'il peuvent estre expediez aussi tost que les quartiers de la gendarmerie, il n'est pas besoyn d'en donner une particuliere instruction.

Le tout estant ainsi mesuré & marqué, on mande à ceux auxquels on avoit defendu d'y estre presens, que chacun peut venir prendre place.

## V ARTICLE.

*Comment il faut marquer les places d'armes, rayer les trenchées, & calculer combien chaque regiment doit fouir.*

CESTE façon de marquer des places d'armes en rayant des trenchées, se fait par un Ingenieur avec ses Conducteurs, accompagné de 50 ou 60 Pionniers qui fouissent les rayes, le long des mesches tandues, faisant deux lignes droites, à 6 pieds l'une de l'autre, pour la largeur du fossé, dont l'interieur est 206 pieds distant des logis des Capitaines, tellement que les 200 pieds demeu-

demeurent pour la largeur des places d'armes, & 6 pieds pour l'espaisseur du parapet.

Notez qu'encore bien que cy-devant on ait mandé aux gens du Camp, que chacun peut venir prendre sa place, cela n'empesche point à ces marques, veu que ce ne sont que deux lignes droitez, assez esloignées de la gendarmerie.

Les susdits rayons estans ainsi marquez, il reste de faire le calcul combien de pieds de retrenchement chaque regimét doit fouir, ce qui au Camp des *Tres-puissants Seigneurs les Estats* se fait par l'Infanterie, comme par regle commune, sans en estre payée. A ceste fin je voy au precedent desseing sur le papier du premier Article de ce Chapitre (ce qui est encore plus clair en la figure de l'onzième Article du premier Chapitre) de quelle longueur sont les rayons, & les deux costez qui sont les plus longs; se trouvent chacun de 2000 pieds, & les deux plus courts, chacun de 1750, qui font ensemble 7500 pieds; en quoy il y a 8560 Soldats, à sçavoir en chaque regiment comme cy-dessous, tiré de la premiere Liste du deuxiesme Chapitre.

|                   |      |
|-------------------|------|
| Chaftillon        | 1660 |
| Bethune           | 1660 |
| Frisons           | 760  |
| Veer              | 1320 |
| Comte Jean Ernest | 1310 |
| Quatre Gardes     | 800  |
| Comte Ernest.     | 1050 |

Somme 8560 Soldats ont à fouir 7500 pieds.

Avec cecy je dis selon la maniere de la regle de Compagnie : 8560 Soldats doivent fouir 7500 pieds, combien 1660 Soldats de Chaftillon? 1454 pieds, que je mets joignant de Chaftillon : & faisant le semblable des autres regiments, la disposition du calcul, & ce que chacun doit fouir est comme cy-dessous :

|                   |                          |      |
|-------------------|--------------------------|------|
| Chaftillon        | 1660 Soldats ont à fouir | 1454 |
| Bethune           | 1660                     | 1454 |
| Frisons           | 760                      | 666  |
| Veer              | 1320                     | 1157 |
| Comte Jean Ernest | 1310                     | 1148 |
| Quatre Gardes     | 800                      | 701  |
| Comte Ernest      | 1050                     | 920  |

8560 Soldats ont à fouir 7500 pieds.

La longueur des pieds que chaque regiment doit fouir, se marque hors de l'extremebord de l'extreme rayon avec une croix fouie en terre. Posons par exemple qu'une telle marque commence au coing de H de la figure de l'onzième Article du premier Chapitre, là où une croix estant marquée, on mesure de là en avant 1454 pieds pour le regiment de Chaftillon, lesquels s'estendent jusques à I, là où se met aussi une croix, & ayant semblablement mesuré 1454 pieds pour Bethune, ils viennent jusques à la croix K : Et en procedant ainsi, la derniere partie restante est pour le regiment du *Comte Erneste*, laquelle (s'il n'y a point de faute es mesures) se doit trouver sur la terre de 920 pieds. Et ainsi j'ay démontré la maniere de marquer ou mesurer un Camp, laquelle je m'estois proposée de descrire en ce troisième Chapitre.

VI ARTICLE.

Contenant une admonition, pour entretenir en bon ordre ce qui est bien marqué & basti.

AYant parlé jusques icy de la maniere de marquer un Camp, il faut encore faire quelque advertissement

de ce que les Quartiermaistres ont à observer chacun en son quartier, à fin que ce qui est bien marqué & basti, soit entretenu en bon ordre.

En premier lieu, que nuls Soldats, leurs Femmes, Enfans, ou quelque autre de leur part, ne pourront tenir Taverne, ou vendre des denrées dans les regimens parmy les Soldats; car à tels sont ordonnées les huttes des Vivandiers derriere les regiments.

En second, que les Quartiermaistres, chacun devant, derriere, ou de costé de son quartier, ne permettent de fouir sur les places d'armes & ruës aucuns puits à cuisiner, tables à jouer aux dez, ni autres puits; parce qu'il y a du danger d'aller par tels chemins, en hazard de se rompre un bras ou le col, principalement s'il y survient des allarmes lors que la nuit est obscure; ce qui est defendu pour bonne raison, par ce que derriere toutes les huttes des Vivandiers est ordonnée place hors de tels chemins pour faire des puits à cuisiner.

En troisième, que chaque Quartiermaistre ne permette devant, derriere, ou à costé de son quartier aucun bastiment de huttes, position de Tentés, ou Boutiques, vendition de biens sur des chariots, ou autrement; mais leur commande d'aller au Marché.

En quatriesme, veu qu'on permet icy aux Bouchers de loger es huttes derriere les regiments, & qu'il vient une mauvaise odeur & puanteur des entrailles des bestes tuées, causant des maladies, dont quelques uns de nos Camps precedents, comme aussi d'autres, en ont esté infectez, on peut pourvoir à cela fouillant en terre des puits profonds, sur lesquels on met des forts bois, & dessus des branches d'arbres avec leurs fueilles, ou de la paille, mais observant qu'il demeure un petit trou au milieu, sur lequel on met un chassis de telle forme que cestuy-cy, avec une petite fenestre quarrée, d'environ 16 ou 18 doigts;

puis apres on met au-dessus la terre qui est venue du puits, mais en telle sorte qu'icelle fenestre se peut librement ouvrir & fermer pour ceux qui y jettent les entrailles ou ordures, & alors n'en sort nulle puanteur, comme il se trouve par experience, à quoy se peut aussi adjouster une raison, à sçavoir que les corps puants des hommes enterrez es cemetieres, voire es Eglises fermées, ne rendent aucune puanteur. Notez qu'encore bien que ces puits se font es ruës ou chemins, ils sont sans aucun danger tant pour les hommes que pour les bestes, qui de nuit ne peuvent tomber dedans, veu qu'ils sont estoupez. On s'en sert aussi commodement pres les cuisines des grands Seigneurs, qui sans cela sont communement infectées de puanteur.

En cinquième, le Quartiermaistra fera fouir aux Pionniers un petit fossé de la largeur de deux pieds, & autant profond au bout de dix pieds qui sont donnez pour place vuide des huttes des Vivandiers, & ce à fin de les faire demeurer dans telles limites; car autrement les puits à cuisiner que l'un met plus loing de sa hutte que l'autre, viennent sur la grande ruë, avec les incommoditez dont j'ay parlé cy-devant, causant aussi des ruës tortues & irregulieres, ce qui est empesché par le dit fossé.

En sixiesme, il faut sçavoir qu'il y en a quelques uns qui se disent Marchands & Vivandiers, & ne le sont pas; lesquels au commencement qu'on distribue les places, prennent les meilleurs, mais comme en apres elles demeurent vuides, & n'y apportent aucunes denrées

faisans

faifans feñblant de les attendre d'heure à autre, ils traitent fi longuement, qu'ils vendent icelles places le plus cher qu'ils peuvent, à d'autres Marchands qui viennent en apres: Pour obvier à cest inconvenient, on distribue les places à telle condition, que si un autre vient qui la veille, ayant ses biens prests à la main, qu'elle luy sera donnée, & le bastiment de huttes que sous pretexte ils pourroyent avoir commencé, sera perdu, sans pouvoir demander aucune chose de leur peine, ne aussi pour la matiere, car quand ils l'ont prinse du País, elle ne leur appartient: quant aux Tentés vuides ou Boutiques qui leur appartiennent, ils les peuvét oster & tenir pour eux.

#### IV. CHAPITRE.

De ce qui selon mon opinion seroit utile & necessaire, à la forme durable d'un Camp qui pourroit continuellement demeurer le mesme.

#### ARGUMENT DE CE IV CHAPITRE.

IL y aura icy trois Articles contenant ce qui s'ensuit:

- Le 1 Article, pourquoy en la precedente Castrametation la maniere des Romains n'est pas imitée d'aussi pres qu'on eust bien peu faire.
- Le 2 Article, contenant le dessein d'un Camp, dont la forme pourroit continuellement demeurer le mesme.
- Le 3 Article de la partition de la gendarmerie necessaire à la Castrametation reguliere.

#### I ARTICLE.

Pourquoy en la precedente Castrametation, la maniere des Romains n'est pas imitée d'aussi pres qu'on eust bien peu faire.

Plusieurs estiment que la Castrametation des Romains a esté tres-singuliere, tellement que leur ennemy le Roy Pyrrhus (comme recite Plutarche) s'en esmerveillant, disoit que cest ordre des Barbares n'estoit point barbare. Quand aussi on considere la forme selon la description de Polybe (laquelle est mise cy-devant au premier Article du premier Chapitre) on y trouve, outre la commodité, que la symmettie de similitude entre le costé dextre & senestre y est imitée, laquelle les vieux Architectes observoyent curieusement: Le Camp aussi avoit tousiours en divers lieux une mesme forme, tellement que par tout où il estoit planté, chacun pouvoit trouver tous logis, comme si sans mutation de lieu il eust tousiours demeuré en une mesme place, ce qui sans doute caufoit une grande commodité, tellement que ceste maniere est à bon droit louée de plusieurs. Cecy estant ainsi, quelqu'un pourroit penser pourquoy SON EXCELLENCE ne l'a entierement suivi, ou plus qu'il n'a fait. A quoy on respond: Premièrement que la cause pourquoy la susdite egalité de forme en tous lieux ne se peut practiquer en nos Camps, à l'exemple des Romains, est qu'ils n'avoient pas seulement egalité de gens aux compagnies & regiments, qu'ils nommoient manipules & cohortes, mais aussi encore en deux degrez plus haut, à sçavoir en Legions & Camp, dont il sera parlé plus particulièrement au troisieme Article suivant de la partition de la gendarmerie des Romains, lequel entretenement accompli, requiert un plus grand pourvoir qu'il n'y a pour le present (comme il semble) en quelques Princes ou Republicques menans la guerre. SON EXCELLENCE aussi estime pour plusieurs raisons, que les Camps de Romains n'ont pas

tousiours esté si reguliers, comme quelques uns se persuadent. Premièrement, pour ce qu'on ne trouve pas par tout (mais rarement comme il luy est notoire par experience) des Camps aussi longs que larges de 200 pieds, aufquels il n'y aye quelques incommoditez de hauteurs, profondeurs, marcsages, ou autres lieux où l'on ne peut loger, ce qui se rencontrant ainsi, il faut qu'ils s'enfuive grand changement en la forme. En second lieu, au siege des Villes, où il faut departir les Legions selon qu'il est requis pour la closture de la Ville, la reguliere Castrametation ne se pouvoit faire. En troisieme, à cause que le nombre de leur Infanterie nommée *Evocati*, estoit incertain & souvent plus grand que ne pouvoit comprendre la place marquée selon la regle generale. En quatrieme la gendarmerie estoit quelquefois logée sur le Marché, qui à ceste occasion fut transporté au questoire. En cinquieme, il y advenoit souvent en peu de temps grand changement de la gendarmerie qui s'enfuioit, mourroit de maladie, qui estoit battue des ennemis, qui estoit aussi mise en garnison dans les Villes & Fortereses gaignées, tellement que les manipules, cohortes & legions ne se pouvoient remplir à la haste: A quoy se doit aussi rapporter ce qu'escriit Cesar en son cinquieme livre, à sçavoir qu'encore bien que le Camp fut petit, & à peine de sept mille hommes & sans bagage, qu'il l'amoindrit tant qu'il peut, faifant les chemins plus estroicts. En sixieme, Polybe dit que les Legions estans plus remplies, les longueurs & largeurs estoient augmentées, selon qu'il estoit requis: Par lesquelles choses la Castrametation ne se pouvoit tousiours faire sur une mesme façon, selon les mesures desinies par la regle generale, mais il falloit faire nouveau calcul & plan selon ce que le Camp proposé requeroit: Mais il est à estimer qu'ils suivoient tousiours la regle le plus pres qu'ils pouvoient, tellemét que par cela les commoditez des rues & le trouver des logis estoit plus facile qu'il n'eust esté autrement.

Il est encore à noter, que le General de Camp des Romains avec les Officiers logeoyent d'un costé du Camp, mais la grande multitude de la gendarmerie, comme les deux Legions Romaines, avec les *Socii*, emplissoient la grande place du Camp DEFG: Desquelles choses ils avoyent leurs raisons particulieres, mais passant tout cela, il semble plus expedient de suivre la regle generale de Xenophon mentionnée cy-devant, à sçavoir que le General du Camp avec le train, soit logé au milieu de la gendarmerie, comme il en sera mis exemple au deuxieme Article suivant: Il semble aussi, selon la Castrametation de Polybe, qu'il n'y a point de places au Camp pour les machines, chariots, juments, mulets, magazins de munition de Guerre, magazins de vivres & fourrage, ny aussi pour les gens hors de service, comme Marchands, Taverniers, & gens de mestier, qui doivent avoir grande place, à quoy, comme l'on estime, servoient leurs Fauxbourgs qu'ils nommoient *procestria*, aufquels ils mettoient des gardes particulieres: Mais il semble qu'on les ordonne tous par meilleure raison selon la susdite regle generale de Xenophon dedans le Camp, car en augmentant sa largeur seulement de 200 pieds, ils l'auroyent agrandi d'une superficie large de 20000, & longue de 2000, cela faifant seulement 400 pieds de retrenchement d'avantage; tellement que par cela les susdites choses pourroyent estre comprises dedans le Camp avec moindre peine, despens, & garnison ou garde, & aussi avec plus de commodité & assurance, que d'en faire Fauxbourgs particuliers.

Toutes

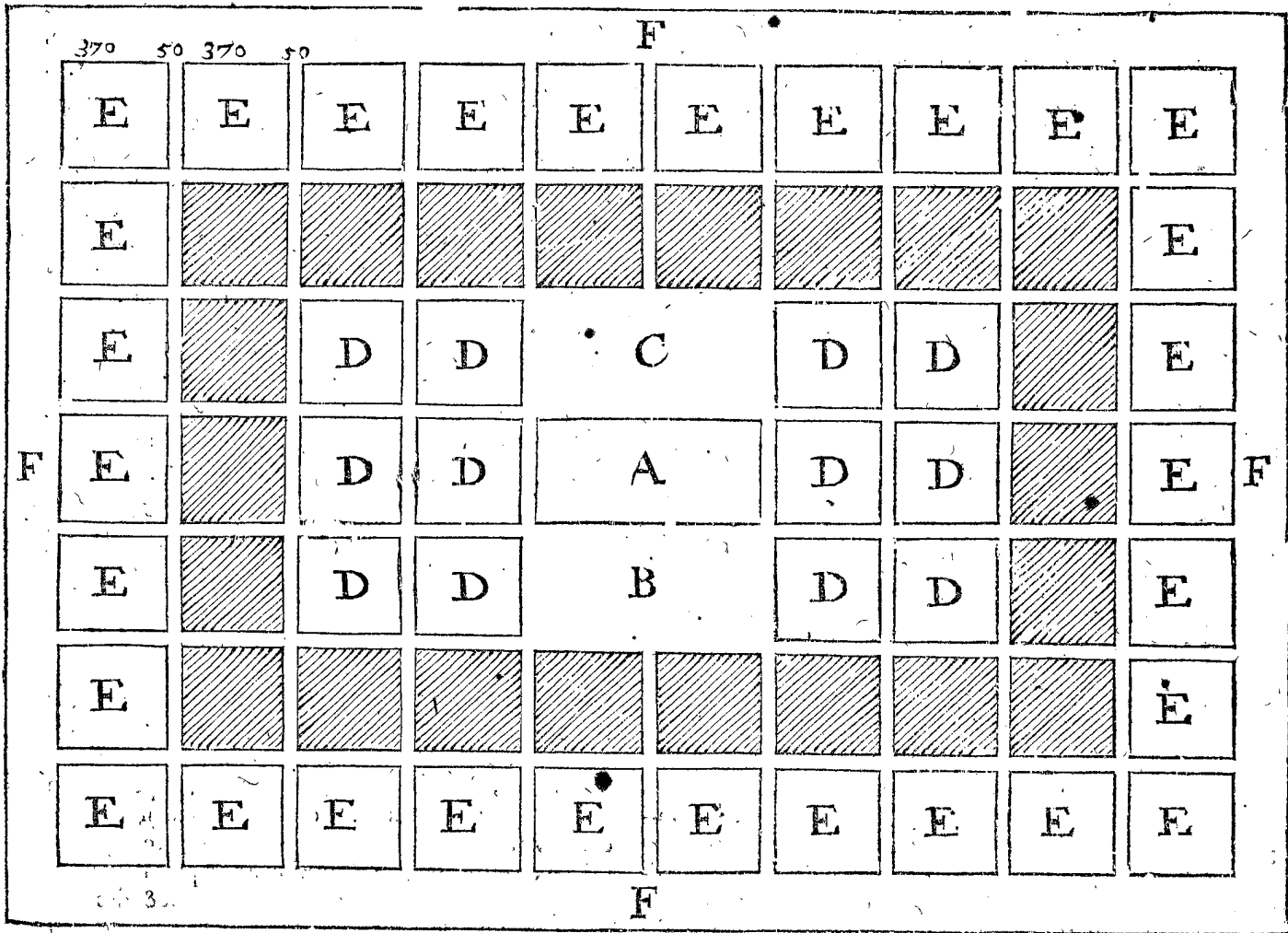
Toutes lesquelles raisons ont esté cause pourquoy SON EXCELLENCE n'a point imité en la precedente Castrametation, la maniere des Romains d'aussi pres qu'on eut peu bien faire; ce que j'avois envie de declarer en ce premier Article.

II ARTICLE.

*Contenant le dessein d'un Camp qui pourroit demeurer continuellement de mesme forme.*

Combien qu'on ne se puisse point faire de pourtraict qui demeure tousiours le meilleur, & qu'encore qu'il soit faisable qu'il ne se puisse prouver estre tel, si est-ce toutefois qu'un chacun peut declarer son opinion de ce qui luy semble presentement le meilleur, pour demeurer longuement & estre continuellement

amendé. A telle intention je mettray la figure suivante, en laquelle A signifie le quartier du General du Camp, B une place vuide devant, servant pour assembler ceux qui ont journallement affaire à luy, C le Marché derriere le quartier du General, D divers quartiers pour les Officiers, artillerie, munition de guerre, vivres, chariots, fourrage, Seigneurs estrangers, & autres qui se trouvent necessaires en un Camp: Les quarrez noircis alentour de ces quartiers, signifient les regiments de la Cavallerie, & alentour d'iceux les regiments d'Infanterie marquez par E, desquels les particulieres partitions n'estans point marquées, à cause de leur petitesse, il faut supposer qu'ils sont faits comme il est declaré es troisieme & cinquieme Articles du premier Chapitre: Alentour de l'Infanterie sont les places d'armes F: Toutes les ruës sont d'egale largeur de 50 pieds.



o. Mais pour reciter ce qui est dit jusques icy avec des mots, par lesquels si la figure estoit abusivement marquée, on pourroit faire une autre nouvelle mieux que par icelle narration, je dis que ce Camp sans places d'armes comprend 70 quarrez, 10 en longueur, & 7 en largeur, dont les 30 extérieurs marquez E sont pour l'Infanterie, les 22 quarrez noircis touchants les quartiers E, sont pour la Cavallerie: Les deux quarrez ensemble marquez de A, sont pour le General de Camp: Les deux quarrez devant ensemble marquez par B, sont la place vuide: Les deux quarrez ensemble derriere le quartier A, marquez C, sont le Marché: Les 12 quarrez avec D, à sçavoir six de chaque costé, sont pour le train. Or que le marquement sur la campagne en seroit facile, appert à la veüe. Ainsi faisant, on suivroit la susdite regle generale de Xenophon, à sçavoir que le General de Camp avec les Officiers, bagage & train, sont au milieu, environnez de la Cavallerie, & à l'entour d'icelle l'In-

fanterie. A ce que dit est sert la Figure suivante, sur laquelle on adviseroit plus particulièrement quand il seroit question de la mettre en pratique, par laquelle j'estime avoir assez declaré mon intention de ce deuxiesme Article.

III ARTICLE.

*De la partition de la gendarmerie necessaire à la reguliere Castrametation.*

Pour loger tousiours un Camp regulierement d'une mesme forme, il est necessaire d'avoir bonne partition de la gendarmerie, & parce que cela emporte beaucoup, tant en d'autres parties militaires, que pour la Castrametation, j'en traicteray un peu plus amplement.

Diverses Nations ont fait la partition de la gendarmerie diversément, chacune selon son opinion, dont je mettray icy quelques unes des principales pour exem-

exemple, à sçavoir les partitions des Hebreux, Grecs, Romains & Tartares.

*Partition de la gendarmerie des Hebreux.*

Moyse (selon ce qu'escrit Joseph) a mis par le conseil de Raguel, Pere de sa Femme, des Chefs sur chaque troupe de quantité, comme s'ensuit:

10000. 1000. 500. 100. 50. 30. 20. 10.

*Partition de la gendarmerie des Grecs.*

Les Grecs avoyent en leurs divers gouvernements en divers temps; diverses partitions, lesquelles Patritius recite en son huitiesme Livre, mais veu que la plus particuliere distinction se trouve en la partition descrite par Elian, j'en mettray icy seulement le sens en brief. Ils ont choisi une continuelle progression binaire, commençant par une file de 16 Soldats, qui avoyent le nom premier, second, troisieme, & ainsi des autres jusques au seiziesme: Il y avoit en l'enseigne 16 files, qui avoyent chacune de nom de premiere, seconde, troisieme, & ainsi des autres jusques à la seiziesme: Ils mettoyent aussi sur ces files & enseignes de progression binaire des Commandeurs nommez comme s'ensuit:

|                     |            |   |
|---------------------|------------|---|
| 1 file de           | 16 hommes. |   |
| Sur 2 files de      | 32         | } command-<br>doit un   |
| Sur 4 files de      | 64         |   |
| Sur 8 files de      | 128        |   |
| Sur 1 enseigne de   | 256        |   |
| Sur 2 enseignes de  | 512        |   |
| Sur 4 enseignes de  | 1024       |   |
| Sur 8 enseignes de  | 2048       |   |
| Sur 16 enseignes de | 4096       |   |
| Sur 32 enseignes de | 8192       | } Dilochita.<br>Tetrarcha.<br>Taxiarcha.<br>Sintagmatarcha.<br>Pentacosiarcha.<br>Chiliarcha.<br>Merarcha.<br>Phalangarcha.<br>Diphalangarcha.<br>(Tetraphalangarcha. |
| Sur 64 enseignes de | 16384      |   |

Quant à ce que quelques uns pourroyent dire que la susdite progression ne doit point commencer par une file de 16 hommes, mais suivant l'intention d'Elian par un homme, je respondray à ceste objection cy-apres en son lieu.

*Partition de la gendarmerie des Romains.*

Au temps dont escrit Polybe, une Legion Romaine estoit de 4200 gens de pied, & 300 chevaux: Les gens de pied estoient partis en 10 regiments, qu'ils nommoient *Cohortes*, chacune de 3 compagnies, nommées par eux manipules, qui avoyent chacune deux Capitaines nommez *Centuriones*: Les cohortes ou regiments n'avoyent point chacun un propre Colonel, mais sur les dix regiments de la Legion commandoyent six Officiers ensemble, nommez Tribuns. La premiere enseigne des trois d'un regiment estoit de 120 *Hastati*; La deuxiesme de 120 *Principes*; La troisieme de 60 *Triarii*; estans tous armez pesamment, & chaque compagnie avoir avec elle 40 legerement armez, à sçavoir *Jaculateurs* ou *Tireurs* qu'ils nommoient *Velites*, ce qui estoit comme on fait maintenant les compagnies de Piquiers armez & Mousquetiers: Les compagnies se partissoyent en files & rangs, les files estoient de 10 Soldats, lesquelles (la compagnie estant en ordre de bataille) estoient aux lignes depuis le front jusques au dos & rangs qui estoient aux lignes depuis le costé droit jusques au costé gauche, chacun des dix Soldats se nommoit en sa file, le premier, deuxiesme, troisieme, & ainsi des autres selon sa place: Les files se nommoient aussi la premiere, deuxiesme, troisieme, & ainsi des autres jusques à la dernière, celle des *Hastati* & *Principes*

alloit jusques à la douzieme, & des *Triarii* à la sixiesme. Les susdits 300 chevaux estoient partis en 10 troupes, chacune de 30, nommées *Turma*: Ces manipules & cohortes avoyent des banderolles pour enseignes, & les Legions chacune un aigle d'argent. Le Camp des Romains avoit deux Legions, & environ encore autant de ceux qui n'estoyent point Romains, comme *Socij*, *Evocati*, *Ablecti* & *Extraordinarij*, tellement qu'il estoit environ de 16000 hommes: Quand on avoit à faire de plus de gendarmerie, il y avoit deux Camps, chacun ayant son General, de forme comme le precedent, & ordonnez dos contre dos, ce qui estoit avec les costez pres lesquels logeoyent les Generaux.

*Partition de la gendarmerie des Tartares.*

Cangio qui a esté le premier grand Cam, comme Aiton escrit, a usé en la partition de la gendarmerie de la continuelle progression denaire, commençant par 10, mettant des Chefs sur 10, 100, 1000, 10000 hommes, lequel ordre duroit encore au temps de Tamerlan, qui faisant corriger quelques abus, & reduire à ses principes aucun des ordres, y introduit, comme il est dit au commencement du premier Article du premier Chapitre.

Jusques icy ont esté descrites quelques partitions anciennes: quant à celles du temps present, il n'y a maintenant au monde à ce que je sçache partition ordonnée selon regle, combien qu'elle soit fort necessaire & utile, mais on trouve en un Camp des enseignes d'un, deux, ou trois, les autres de quatre & cinq cens hommes, plus ou moins, & ainsi des regiments: de sorte que mon intention estant de declarer mon opinion touchant la meilleure partition, je ne parleray point de celles-la. Quant aux susdites autres, j'estime que la partition Hebraïque & celle des Tartares est une mesme, consistantes toutes deux en continuelle progression denaire, commençant par 10; car encore bien que Moyse mist entre 100 & 10 encore 500, 30, 20, semblablement entre 1000 & 100 encore 500, cela ne fait rien contre la regle de progression denaire. Ce que pour declarer par exemple, posons qu'il y eust une partition de gendarmerie à present avec telle progression, en laquelle une enseigne de 100 hommes aye la moitié de 50 Piquiers, l'autre moitié de 30 Mousquetiers, avec 20 Arquebusiers, & que sur chacune de ces troupes soit en combatant un Conducteur ou Commandeur, cela ne causeroit à la progression premierement posée (qui demeure en estre) aucune confusion, non plus si on y ordonnoit en l'enseigne encore un Lieutenant & des Sergeans avec un Port'enseigne & des Tambourins, qui menent aussi la gendarmerie à l'Enemy, l'un par signe visible, l'autre par la voix & l'ouye. Il faut aussi entendre le mesme de l'enseigne des 100 Hebreux; car si on prend que les 50 soyent pesamment armez, les autres 50 de 30 Sagittaires & 20 Jetteurs, comme les Grecs, Romains, & autres avoyent aussi leurs Sagittaires & Jetteurs, & comme il semble que la raison naturelle vueille telle maniere d'ordre, la cause seroit notoire pourquoy la partition des Hebreux de 50, 30 & 20 y est faite entre 100 & 10, sans toutefois rompre la progression denaire premierement posée, par ce que chacun demeure commandant sur ses dix comme au paravant: Quant aux 500 entre 1000 & 100, ceux qui concedent qu'un Lieutenant Colonel commandant à un regiment entier de 1000 hommes, ne rompent point la progression denaire, ceux-la concederont facilement le mesme de deux Lieutenants commandans chacun à la moitié du regiment, veu que le Colonel & chaque Capitaine demeu-

demeurent en commandement sur leurs dix comme devant : Tellement que si quelqu'un disoit que l'ordre Hebraïque consiste en progression denaire de Chefs sur 10. 100. 1000. 10000 gendarmes, la propriété en seroit exprimée, car iceux Officiers entreposez (aufquels on pourroit encore adjouster les Port'enseignes & Tambourins) ne sont que narration de l'appendice de ceste progression denaire. • •

Quant à ce que quelqu'un pourroit demander, pourquoy les Hebreux ne faisoient ceste partition entre 100 & 10 de 50. 25 & 25, divisant les 50 restans en deux troupes egales, comme les 100 se divisoient en 50 & 50, & comme ils faisoient aussi avec 1000 en 500 & 500: Il semble que la cause soit, que par deux troupes chacune de 25, l'ordre des files eust esté rompu; parce qu'il eust fallu qu'un Decurien eust eu sous luy 5 Sagittaires & 5 Jetteurs, ce qui eust esté absurd: parquoy la partition de 30 & 20 estoit meilleure, parce que par cela les Decuriens avoyent des files entieres de mesmes armes: Et si ce qui est dit n'est point la vraie cause, si est-ce qu'il seroit bon de le suivre, comme s'il estoit ainsi.

On pourroit encore demander que puis que Moysé a voulu observer la progression denaire, pourquoy il n'avançoit un degré plus outre, à sçavoir aux Capitaines sur 100000, veu que le Camp contenoit plus de 500000 hommes: La raison est qu'ils estoient repartis en onze lignées, ayant chacune son Chef, de sorte qu'il n'y avoit proprement qu'à prendre garde sur ces onze Chefs, & non pas sur une multitude outre 50, desquels il n'eust sceu observer le comportement de chacun en particulier, comme la chose le requeroit: Mais si l'accident d'icelles onze lignées ny eust pas esté, il semble qu'il auroit avancé le susdit degré, & mis des Chefs sur 100000 hommes.

Or ayant ainsi déclaré que la partition Hebraïque consiste en parfaite continuelle progression denaire, commençant avec 10, comme celle des Tartares, il reste à considerer que les Hebreux ayant esté les premiers, & que leur ordre estant long temps apres imité des Tartares, qu'il est raisonnable de la nommer là où il viendra à point, la partition Hebraïque. Quant à ce que quelques uns voudroyent soutenir, que Moysé n'estoit pas le premier qui la mit en pratique, & que Raguel qui luy donnoit le conseil, le pouvoit avoïr appris des tres-sçavants Egyptiens, je ne veux point tirer les armes à cause de cela; mais veu qu'elle est la premiere qu'on trouve par escrit, & qu'on a coutume de la nommer l'Hebraïque, je m'y arresteray, & dis de plus qu'elle me plaist sur la Grecque, Romaine, & toutes autres partitions: voire je ne pense pas qu'il s'en puisse trouver une meilleure: car encore bien qu'il ne se face rien de main d'homme si artificiellement, qu'on puisse dire qu'il est impossible de mieux faire, parce qu'on ne le sçauroit prouver; si est-ce qu'il y a autre raison en cecy, à peu pres comme de propositions mathematiques, dont il y a solution si certaine, qu'il ne s'en peut donner autre plus vraie. Pour doncques venir à la declaration des raisons, pourquoy j'estime qu'il n'y peut avoir de meilleure partition que ceste-cy, il faut premierement sçavoir, que puis qu'elle consiste en continuelle progression denaire, dont j'ay décrit un particulier livret, contenant sa dignité & utilité aux negotiations humaines, aussi ne sera-il pas besoing de le repeter, d'autant plus qu'il y a plusieurs qui levent la progression denaire, non seulement par paroles & escritures, mais qui s'en servent aussi en effect. Quant à son utilité particuliere en ceste partition de la gendarmerie,

je la descriroy comme s'ensuit: En premier lieu pour me faire bien entendre, je prendray premierement que les Soldats en chaque file (comme il a esté dit cy-devant des Grecs & Romains) sont nommez premier, deuxiesme, troisieme, & ainsi des autres jusques au dixiesme: Apres je pose que le nom de la marque de chaque 100 Soldats soit enseigne, & de chaque 1000 guimple, & de chaque 10000 estandart: Que les files aussi en chaque enseigne, les enseignes en chaque guimple, les guimples en chaque estandart, soyent nommez premier, deuxiesme, troisieme, & ainsi des autres jusques au dixiesme, si la multitude de la gendarmerie estoit d'un degré plus haut, qui est jusques à 100000, on choisiroit le nom d'une quatrieme marque: Les troupes de 10, 100, 1000, 10000, 100000 Soldats se nomment aussi decurie, centurie, troupe de mille, troupe de dix mille, troupe de cent mille; & leurs Commandeurs Decurien, Centurien, Conducteur de mille, Conducteur de dix mille, Conducteur de cent mille. Cecy estant entendu, je traiteray maintenant de l'utilité procedant de la partition Hebraïque.

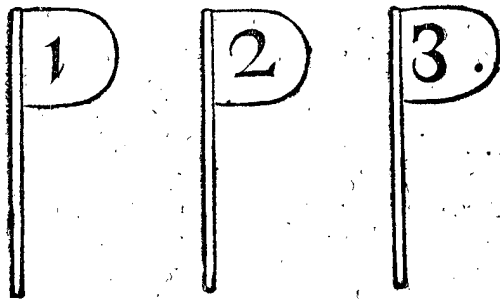
Premierement, que chaque Commandeur, de quelle grandeur que soit aussi le Camp, n'a proprement à soigner que sur dix hommes qui sont immediatement sous luy, observant que chacun d'eux face son devoir comme il appartient, ce qui pour la petite & commode quantité luy est possible, & par ainsi le tout peut estre bien gouverné: Comme par exemple chaque Decurien a à aprendre garde sur ses dix Soldats, chaque Centurien ou Capitaine sur ses dix Decuriens: Quant aux difficultez qui arrivent entre ses 100 Soldats es choses qui sont sous le jugement des Decuriens, ils en pourvoyent chacun en sa file, ou s'ils ne le font pas, le Capitaine en doit parler aux Decuriens, ausquels la chose touche, & les admonester ou conseiller selon que la chose le requiert: Semblablement chaque Colonel n'a seulement qu'à prendre garde sur ses dix Capitaines; quant aux difficultez qui se rencontrent entre ses cent Decuriens avec les 1000 Soldats en choses qui sont sous le jugement des Capitaines, ils en pourvoyent chacun en sa compagnie, où s'ils ne le font pas, le Colonel en doit parler aux Capitaines, ausquels la chose touche, & les admonester ou conseiller selon ce que la chose requiert, & ainsi des Chefs 10000 & de 100000.

En deuxiesme lieu, on peut par cest ordre avancer beaucoup en peu de temps les ouvrages de Camp comme fouir, couper branches, faire des fagots, gabions, & clayes, à cause que personne ne se peut cacher qu'avec peril, parce qu'il y a sur chaque dixaine un Decurien qui a l'œil sur eux, prenant continuellement garde à leur travail, parce aussi qu'il y a un Capitaine qui commande sur chaque dixaine de Decuriens, lequel a soin de leur faire faire leur devoir, comme il appartient: Il y a encore des Colonels, sur dix desdits Capitaines, & ainsi des autres.

En troisieme, ceste maniere de partition n'estoit point de longue declaration ny difficile à retenir par memoire, comme la precedente des Romains & autres; car sçachant seulement que c'est de progression denaire, tout est assez cognu: ce qui cause aussi facilité aux livres de Finance qu'on tient de la gendarmerie, de leurs payemens & descomptes. Les monstres peuvent aussi par là estre fort faciles, par ce qu'on peut journallement voir ce qui y manque sans faire monstre, pour ceste occasion: Estant commandé par regle generale que les compagnies ne soyent meslées en marchant, mais qu'elles aillent distinctement en leurs files & rangs, à sçavoir

chacune 50 Mousquetiers devant ou derriere leurs 50 Piquiers, quand on peut marcher seulement cinq de front, mais joignant leurs Piquiers quand la largeur du chemin le permet (ce que requeroit aussi l'ordre de bataille des Romains, que je tiens pour le meilleur, dont il sera parlé ailleurs) alors on voit en un clin d'œil si tout y est, à sçavoir cinq files de Piquiers avec autant de Mousquetiers; & si quelqu'un défaut, le Commissaire des monstres, ou quelque autre qui a la charge, peut demander au Decurien de la file, d'où vient la faute, où est demeuré cest homme, comme estant son office d'y prendre garde, & estant interrogué d'en dire ce qu'il en sçait, dont on peut faire encore plus particuliere enquete par le Soldat qui alloit derriere luy, estant obligé d'en dire ce qu'il en sçait; & par ainsi on descoüvre la qualité de l'offence; pour le chastier selon le merite, & prevenir aux difficultez & malheurs, qui procedent du desordre, comme la tromperie de tirer des gages sans en faire service, en marchant se separer de la compagnie & piller les Paysans, en cheminant en des surprises dangereuses se cacher, ne comparoistre point aux gardes & choses semblables; ce que pour la grande multitude des transgresseurs (qui par faute d'ordre s'y font ordinairement) il faut laisser impuni, ou quelquefois par grande necessité punir trop rudement, sans pouvoir avoir consideration des causes.

En quatriesme, il y peut avoir une grande commodité au logement du Camp par ceste partition denaire, & pour la declarer, il faut sçavoir qu'on mettra aux guimples les nombres de leur ordre, avec des lettres



tres-grandes, comme la premiere guimple avec 1, la deuxiesme avec 2, la troisieme avec 3, & ainsi des autres jusques à la dixiesme, comme il est icy monstré par exemple en ces trois figures. Les enseignes ont deux



nombres, le premier signifie la quantiesme elle est, l'autre signifie le nombre de la guimple, sous laquelle elle appartient, comme par exemple ceste enseigne avec 5. 7, montre qu'elle est la cinquiesme de la septiesme guimple, & ainsi consequemment des autres. Ces guimples estans en un Camp qui a toujours une mesme forme, mis par ordre tout de suite, chacune devant son regiment, & les enseignes chacuné devant sa compagnie, un chacun peut trouver telle guimple ou enseigne qu'il desire, sans le demander, pourveu que lesdits nombres luy soyent cognus: En outre, il peut trouver chaque Soldat y logé, moyennant que les deux nombres competens luy soyent cognus, à sçavoir la quantiesme de la file est son enseigne, l'autre le quantiesme Soldat il est en sa file. Il est aussi manifeste par les raisons susdites; qu'une armée entiere estant en campagne, en ordre de bataille, chaque homme qu'on veut avoir se peut trouver sans demander, pourveu que les susdits nombres necessaires soyent cognus. Quant à ce que quelqu'un pourroit proposer qu'il peut advenir que quelque Sol-

dat manqueroit en sa file, & que par cela l'ordre seroit rompu: On respond à cela, qu'il y a peu de difficulté en telle exception, car le chercheur ayant trouvé la file en laquelle son homme desire est, il l'y peut facilement trouver.

En cinquiesme, l'on peut par ceste partition denaire commodement marquer les armes des Soldats, comme piques, mousquets, & harnois, tellement que de plusieurs milliers de pieces se peut dire en un clin d'œil à qui chaque piece appartient: Comme par exemple, une pique marquée avec ces quatre nombres 8. 2. 7. 3. bruslez au bois, ou battu dedans le fer avec formes d'acier, on dit qu'elle appartient au huitiesme Soldat dedans la deuxiesme file de la septiesme compagnie de la troisieme guimple, & ainsi des autres armes: La marque des armes des Officiers, comme Decuriens, Capitaines, Colonels, & Chef d'Infanterie, est d'un, de deux & de trois nombres, comme par exemple 7. 3. 5, qui signifie les armes du Decurien de la 7 file de la 3 compagnie du 5 regiment: Secondement, 5. 8 signifie les armes du Capitaine de la 5 compagnie du 8 regiment: Tiercement 7, signifie les armes du Colonel du 7 regiment: Quartement 0, comme le commencement signifie les armes du Chef de l'Infanterie. Et le mesme se peut faire des armes de la Cavallerie. Et par ce moyen on peut prevenir beaucoup de debats, qui arrivent souvent entre les Soldats, à cause des armes: Quelques unes de ces armes aussi estant destrobées, le larron ne les ose vendre ni montrer; car on verroit incontinent l'homme à qui elles appartiennent; ou si les lettres en sont ostées, cela donne soubçon que celuy qui les montre l'a fait, & donne occasion d'en faire enquete. Les Soldats Romains marquoient bien leurs armes chacun de sa marque, mais cecy est plus comode.

En sixiesme, ceste partition denaire sert pour apprendre en fort peu de temps aux nouveaux Soldats l'art militaire, consistant principalement à bien tirer des mousquets & arquebuses, à bien manier les piques & armes à main, entendre le fait des revolutions, des escarmouches, les choses aussi touchant la garde, & les rendre aussi experts que s'ils avoyent hanté la Guerre beaucoup d'années, car chaque Decurien n'auroit qu'à instruire ceux qui entrent de nouveau en sa file. Par exemple, quand ce seroit une quantité de 10000 hommes du tout inexperts en matiere de Guerre, qui se devoient desfendre à la haste il y en a qui en peu de temps pourroient parvenir à la cognoissance, moyennant qu'il y en eust un bien expert, qui instruisist les 10 Colonels; puis chaque Colonel eust ses 10 Capitaines, puis chaque Capitaine ses 10 Decuriens, puis chaque Decurien ses 10 Soldats; par ainsi les 10000 inexperts se pourroient advancer & instruire tous ensemble en un mesme temps, & à peu de peine; parce que chaque Decurien en a si peu à enseigner, & qu'en outre il y a tels Surintendents, comme Capitaine, Colonel, & Chef de Camp, qui prennent garde s'ils se comportent comme il appartient.

En septiesme, l'on peut par ceste partition denaire acquerir une grande commodité au fait des chariots, les divisant comme s'ensuit: 10 chariots sous un Decurien, 100 sous un Centurien, 1000 sous un Chiliarche, & feront (comme il a esté dit cy-devant des armes de la gendarmerie) marquer de quatre nombres peints sur telles petites enseignes de feuille de fer qu'on met en quelques Camps sur les chariots: Comme par exemple, une de ces enseignes avec ces quatre nombres 2. 7. 3. 2, signi-



signifie le deuxiesme chariot sous le septiesme Decurien du troisieme Centurien du deuxiesme Chiliarche : La premiere enseigne de chaque dix, peut (pour en avoir une visible distinction) estre plus grande que les autres neuf. Semblablement chaque premiere enseigne de 100 peut estre plus grande que chaque premiere de 10, & chaque premiere de 1000 plus grande que chaque premiere de 100. En marchant chaque Decurien est tenu de faire suivre ses dix chariots par ordre tout de suite & demeurer continuellement aupres. Estant campé, les faire mettre en ordre au quartier des chariots : De bien cognoistre personnellement ses dix Chartiers, de rendre compte & donner advis des absents, quand & où ils se sont absentez, ou pourquoy ils ne sont presents; ce qui leur est facile de faire pour la petite quantité de dix. Chaque Centurien commandera sur ses dix Decuriens, prenant garde que chacun observe ce qui est de son devoir & officé, comme il appartient, & jugera des differens qui surviennent entr'eux; Demeurera aussi en marchant tousiours pres de ses 100 chariots : Et semblablement chaque Chiliarche commandera & prendra garde sur ses dix Centuriens; & le General des chariots sur les Chiliarches, & en general sur tous. Les commoditez qui en proviennent sont telles.

Pour le premier, puis que la place de chaque chariot est connue, on le peut facilement trouver avec les personnes & biens qui sont dessus, tant en marchant qu'en un Camp logé, sans estre tenu de s'en enquerir, moyennant que les nombres en soyent connus, tendant à grande commodité non seulement des Officiers en l'administration de leurs affaires militaires, mais aussi pour un chacun en particulier.

Les monstres aussi des chariots peuvent par ce moyen estre facilitées, parce que l'on peut bien voir journellement, sans faire montre, s'il y en a qui manquent; ce qu'advenant, un Commissaire des monstres, ou quelqu'autre qui en a la charge, peut demander au Decurien de la file en laquelle se trouve l'abus, où ce chariot est demeuré, dont il est tenu selon les conditions, sur lesquelles il est entré en officé, de dire tout ce qu'il en sçait.

Outre cela, il est possible par ce moyen en un Camp logé, de faire travailler les chariots egalemment, chacun attendant son tour, là où autrement il y en a qui sont espargnez, les autres se cachent, voire se retirent hors du Camp, gagnans ailleurs de l'argent, & la charge tombe sur les autres Chartiers, qui sont tant travailler leurs chevaux qu'ils en meurent, & ce ces Chartiers sont souvent battus comme des asnes, de sorte qu'avec beaucoup de chariots se fait moins de service qu'il ne se feroit autrement par peu, tendant au grand coust du País, ce qui est souvent causé que pour la grande multitude de leurs chevaux, il n'y a point de fourrage pour la Cavallerie, & que pourtant il faut que le Camp desloge avec grand des-avantage.

Es surprinses, là où il faut que l'Infanterie, aille en chariot avec la Cavallerie, pour hastivement faire le chemin, il ne faudroit faire advertissement au paravant pour amasser les chariots, parce qu'ils seroyent tousiours prests.

Par ce moyen s'eviteroyent aussi les querelles qui surviennent en marchant, parce que l'un chariot ne veut ceder à l'autre, car chacun desirant d'estre le premier au quartier, ils courent au grand gallop sans ordre, se renversant l'un l'autre, rompant leurs chariots avec les biens, & blessant les hommes qui sont dessus. Il y a aussi grande dissention là où il faut que les chariots passent les

Rivieres avec les Pontons, chacun voulant estre le premier, lesquelles difficultez n'arrivent point icy, parce que chaque Decurien observe l'ordre de ses dix chariots, par là se peut aussi prevenir le dommage de la munition de Guerre & autres biens qui se desrobent des chariots; ou demeurent perdus, à cause que par ceste maniere on cognoit celuy qui en doit & sçait répondre, parce qu'il a seulement dix chariots sous sa charge : On peut aussi sçavoir ce qu'il y a chargé sur chaque chariot, mettant en la Liste des charges, joignant les biens, le nombre des chariots sur lesquels ils sont chargez.

Notez encore que les chariots estans sans reguliere partition, & s'il y en manque pour executer les choses necessaires, il faut que le General du Camp excuse les Officiers d'iceux, lesquels n'en peuvent rendre compte, car il voit qu'il leur est impossible, à cause du des-ordre, par où aussi la porte leur est ouverte de franchement faire leur profit au dommage du País.

J'ay parlé jusques icy des chariots estans en service, mais on pourroit aussi en marchant tenir tel ordre de partition denaire avec les chariots qui sont hors de service, faisant tousiours marcher derriere ceux qui arrivent les derniers, ou en mettant telle regle comme on verroit estre convenable.

Quant à ce que quelqu'un pourroit dire, qu'il faudroit souvent rompre l'ordre de la regle, premierement à cause que quelquefois en marchant les chariots de quelques quartiers, comme par exemple des regiments de la gendarmerie, suivent leur regiment, lesquels chariots n'estans des files entieres que par accident, il faudroit que quelques Decuriens commandassent sur plus ou moins de dix chariots, & aucuns leur estre absens. D'autre part le Camp estant logé, il advient que quelques chariots ne se mettent point en leur quartier, mais sont continuellement employez par certaines personnes auxquelles ils servent particulièrement, comme ceux qui apportent journellement de l'eau, du bois, & toutes choses necessaires aux cuisines des grands Seigneurs, lesquels n'estans de files entieres que par cas fortuit, il y auroit aussi separation des dix chariots sur lesquels commande un Decurien, avec d'autres semblables accidents, qui romproyent la regle de l'ordre. Je dis là dessus qu'on pourroit répondre à chacun en particulier, mais veu qu'il ne semble pas que cela se mette si tost en pratique, je n'y veux employer le temps, ains dire seulement qu'on s'en est souvenu, & cependant on peut prendre ceste commemoration par maniere de theorie, que cela est possible avec le temps, & se pourroit amender, en le pratiquant.

En huitiesme, on peut par ceste partition denaire acquerir une telle commodité au fait des batteaux que celle des chariots, car les partissant en telle façon, & en mettant tels Officiers, & chaque Navire ayant de jour une banderolle avec ses nombres comme il est dit des chariots, & de nuit des lanternes desquelles la lumiere demonstre la forme de tres-grandes lettres (telles que j'en ay veu) & en suivant une regle, comme il a esté dit des chariots, tant en navigeant qu'estant aux Havres, on peut entendre par là les avantages qu'on en pourroit tirer.

En neuvieme, on pourroit par ceste partition denaire tenir aussi bon ordre des Pionniers & Matelots ou Tireurs de l'Artilerie, qu'avec moins de gens on expediroit plus d'ouvrage qu'autrement avec beaucoup, chacun ayant outre cela meilleur contentement qu'en desordre, dont on pourroit escrire plus amplement,

mais veü que cela se peut assez entendre parce que dit est de la gendarmerie, je passeray outre.

Ayant declaré jusques icy mon intention de l'utilité de la continuelle progression denaire commençant par 10, quelqu'un pourroit dire là dessus que la precedente partition Grecque, estant de continuelle progression binaire, commençant par 16, a sa particuliere utilité fort estimée de divers Autheurs, qui est que par continuelle mediation on parvient à l'unité, tellement qu'on peut diviser toutes troupes en deux parties egales, comme 16384 de la Tetraphalangarchie continuellement mediée jusques à la file, elle se trouve de 16, & divisant la mesme continuellement en deux, on trouve les moitez de 8. 4. 2. 1. qui finissent en unité. On respond à cecy, que ceste mediation n'est pas si parfaite, & qu'elle ne parvient à l'unité comme on estime, mais cesse au Commandeur de deux files de 32 Soldats pour ceste raison. La fin de la partition est pour établir sur chaque partie un Commandeur; comme par exemple, sur 16 files commande un Syntagmatarche, sur les 8 un Taxiarche, sur les 4 un Tetrarche, sur les 2 un Dilochite, mais il n'y a point de Commandeur établi comme devant, sur la seule file de 16 hommes. Il est bien vray que le premier, à sçavoir le Conducteur de la file est tenu pour tel, mais il commande seulement sur 15, estant luy mesme un des 16. La file partie en deux, chaque troupe est de 8 hommes sans Commandeur, ou si pour l'une des moitiés on prend le premier, pour l'autre le neufiesme nommé Diomertita, ils ne commanderont chacun que sur 7, & ainsi des autres, comme les Intergatores qui commandent sur 3, & point sur 4, aussi des Antistites qui commandent sur 1, & point sur 2: De sorte que tels Officiers ne commandent point sur troupes de binaire progression, comme font les autres sur les troupes de files en montant; ce qui estoit proposé de declarer.

Quant à ce qu'on estimeroit que par la mediation de 16384 jusques à 32, qui a ses Commandeurs établis, on seroit mieux pourveu d'un Commandeur établi sur toutes les parties des troupes, que par la partition denaire, cela ne succede point ainsi. Par

exemple, la necessité requerant (comme il advient souvent en effect) qu'il faille partir une Phalangarchie de 16 enseignes Grecques en 9 & 7, ou en 10 & 6, ou en 11 & 5, ou en 12 & 4, ou en 13 & 3, ou en 14 & 2, ou en 15 & 1, il n'y a point par tout des Commandeurs établis.

Outre les susdites absurditez il y a encore sur certaines troupes & Officiers des noms impropres, tirez hors de la progression denaire, sans toutefois qu'il y ait quelque denaireté, comme de nommer decurie les 16 Soldats d'une file, & le premier d'iceux Decurien, qui toutefois ne commande point sur dix, mais sur 15: Ils nomment le Commandeur sur la troupe de 256 (comme si elle estoit de 100) *Centurio*; & la troupe *Centuria*: Le Commandeur sur la troupe de 1024 ils l'appellent (comme si elle estoit de 1000) *Chiliarcha*; & la troupe *Chiliarchie*, lequel abus de noms fait plustost conjecturer une antiquité & dignité de la progression denaire, que de faire croire qu'elle soit bien imitée.

Quant à la partition Romaine mentionnée cy-devant, laquelle (joignant l'abus des noms tirez de la progression denaire sans denaireté) est fort inegale, sans observation d'aucune reguliere progression: Il est bien vray qu'elle est meilleure que de ne suivre point de regle, comme cela se fait maintenant par tout le monde, mais il ne la faut point accompagner à l'Hebraïque. Quant à ce qu'on pourroit dire sur cecy, que les actes militaires des Romains ont assez tesmoigné sa bonté: On peut respondre à cela, qu'ils eussent peu par une meilleure partition executer d'avantage en meilleur ordre & avec moindre peine qu'ils n'ont fait, & le confermer par l'exemple de Tamerlan, qui en matiere de Guerre a plus fait que les Romains, les Grecs, ou quelque autre du monde, dont la memoire nous en est demeurée, lequel entretenoit en son Camp Imperial la progression denaire, comme il a esté dit cy-devant au premier Article du premier Chapitre: Sur quoy je finiray ce que j'avois envie de declarer, touchant la commodité de la continuelle progression denaire en la partition de la gendarmerie, necessaire à la Castrametation reguliere.

*Fin de la Castrametation.*

NOUVEL.

# NOUVELLE MANIERE DE FORTIFICATION PAR ESCLUSES.

Argument de ce traité.

**V**eu que ceste nouvelle maniere de Fortification, se fait par une nouvelle maniere d'Escluses inventée nagueres; laquelle pourtant est incognue à plusieurs, j'en feray premierement la declaration, ensemble de l'affermissement de leurs fonds: En apres s'ensuivra la maniere & regle generale d'approfondir les Fossez & Havres des Villes, ce qui en matiere de Fortification se peut executer par lesdites Escluses: Mais parce que les exemples que je prendray seront d'une Ville de forme reguliere, comme étant idoine à la declaration de la susdite regle generale, & que toutefois l'usage se doit faire en effect avec des Villes, de telle forme qu'elles se proposent, j'en traiteray à la fin, comprenant le tout en quatre Chapitres, desquels les suscriptions sont comme s'ensuit:

Le I. CHAPITRE, de la nouvelle invention des Escluses.

Le II. CHAPITRE, de l'affermissement des fonds des Escluses & Dodanes.

Le III. CHAPITRE, contenant une regle generale de la nouvelle maniere de la Fortification des Villes par Escluses.

Le IV. CHAPITRE, contenant des exemples comment certaines Villes consistantes en effect, se peuvent fortifier par les regles generales du troisieme Chapitre.

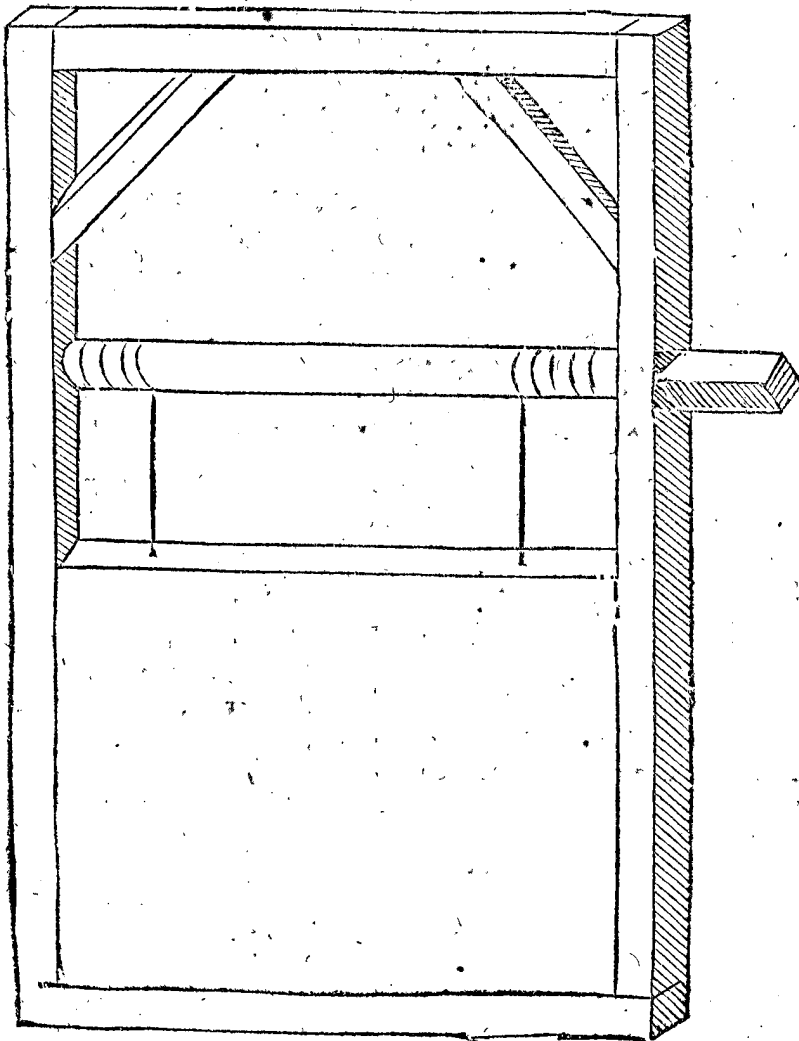
## I CHAPITRE.

*De la nouvelle invention des Escluses.*

**P**our bien declarer en quoy git, ceste nouvelle invention d'Escluses, je dis premierement que leur usage consiste en trois diversitez principales, comme pour ap-

profondir les Havres, seicher des bas Terroirs aquatiques: Et pour faire passer des Navires avec leurs masts droits. La premiere diversité d'approfondir les Havres, & la plus commode qu'on aye fait des long temps, est avec des portes d'Escluses guindées à mont, comme il est monsté par ceste 1 Figure, dont l'usage est tel:

1 FIGURE.

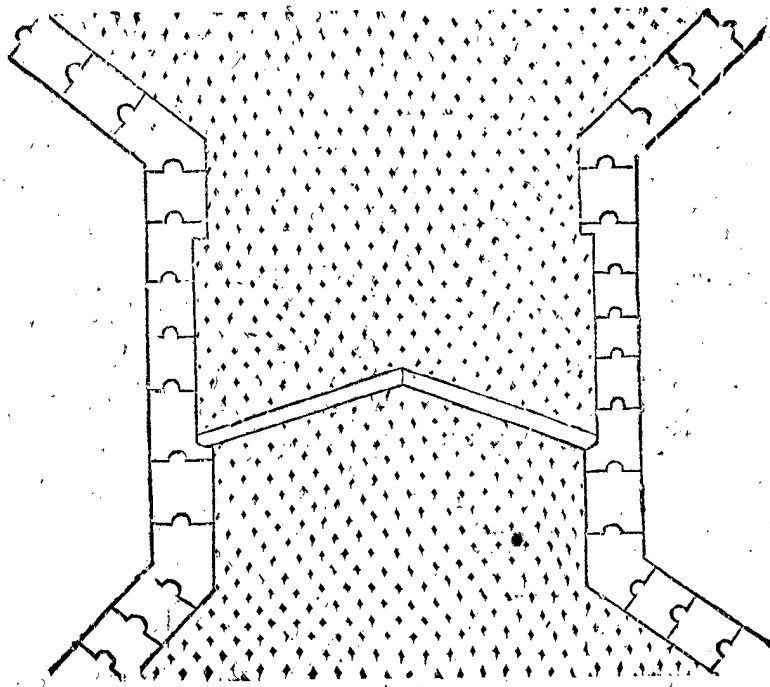


La porte estant guindée à mont, & le flux courant au receptacle jusques à ce qu'il soit au plus haut, on avale la porte, la laissant close jusques à ce que l'eau du reflux soit au plus bas : & alors la porte estant guindée à mont, l'eau soustenuë au receptacle tombe dans le Havre sec, & l'approfondit. Ceste profondeur se fait aussi avec eau de pluye, ou de petites Rivieres, laquelle amassée au receptacle assez haute, l'on en fait comme devant : Mais les grands Navires à masts droits ne peuvent passer par telles Escluses, à cause de l'empêchement de la porte, & de l'essieu par lequel on la guinde à mont.

Quant à la deuxiesme sorte d'escluses, servant à seicher les basses Terres aquatiques, les Escluses les plus commodes à cet effect sont celles, qui ont des portes poinctues (qu'on nomme aussi portes tournantes) qui

se mettent sous les Dignes, dont le plan est comme demontre la 2 Figure suivante, qui est telle que l'eau extérieure estant plus basse, les portes s'ouvrent d'elles-mêmes, quand l'eau sort : Mais quand l'eau extérieure devient plus haute, elles se ferment d'elles-mêmes. Et combien que quelques uns se servent à cecy de portes guindées à mont, comme celles de la 1 Figure, si est-ce qu'elles ne sont pas les plus commodes pour cela, car c'est chose moleste là où il y a journellement flux & reflux, d'observer nuit & jour le temps pour ouvrir telles portes, le guindement à mont est aussi chose laborieuse : en outre on ne les peut faire si larges pour vuidier beaucoup d'eau, pource quelles seroyent trop pesantes à guinder : Il est vray que les portes tournantes ont aussi leurs incommoditez, en ce que les

2 FIGURE.



grands Navires avec les masts debout n'y peuvent passer, à cause de la Digue qui est dessus : Secondement, qu'elles n'approfondissent gueres les Havres, paice que l'eau n'y tombe point d'en haut en fond sec, comme en la premiere sorte, mais decoule peu à peu.

Quant à la troisieme sorte d'Escluses servant pour passer les Navires avec leurs masts droits, elle se fait avec deux paires de portes poinctues, qui ne sont pas sous la Digue, comme celle de la deuxiesme sorte, mais en la Digue si haut que la Digue mesme, tellement qu'elles servent de Dignes du fond jusques en haut, pour resister à toutes eaux hautes, dont le plan se demontre par la 3 Figure suivante ; en laquelle la premiere paire est A, la deuxiesme paire B, comptenant entre deux un receptacle de Navires, avec deux petites Escluses faites dedans les murailles, comme CDE & FGH : Autrement on fait des petites portes à guinder dedans les grandes portes poinctues. L'usage en est tel : Quand un Navire avec le mast droit veut entrer, comme de A vers B, & que l'eau extérieure est plus haute que l'intérieure, on emplit par la petite Escluse CDE, le receptacle plein d'eau, laquelle estant à la hauteur de l'eau extérieure, les deux portes de B se sont fermées, mais celles de A se peuvent ouvrir avec la main, & les Navires qui doivent passer dedans le receptacle, lesquelles y estant, on ferme la petite Escluse CDE, aussi les deux portes de A, & on ouvre la

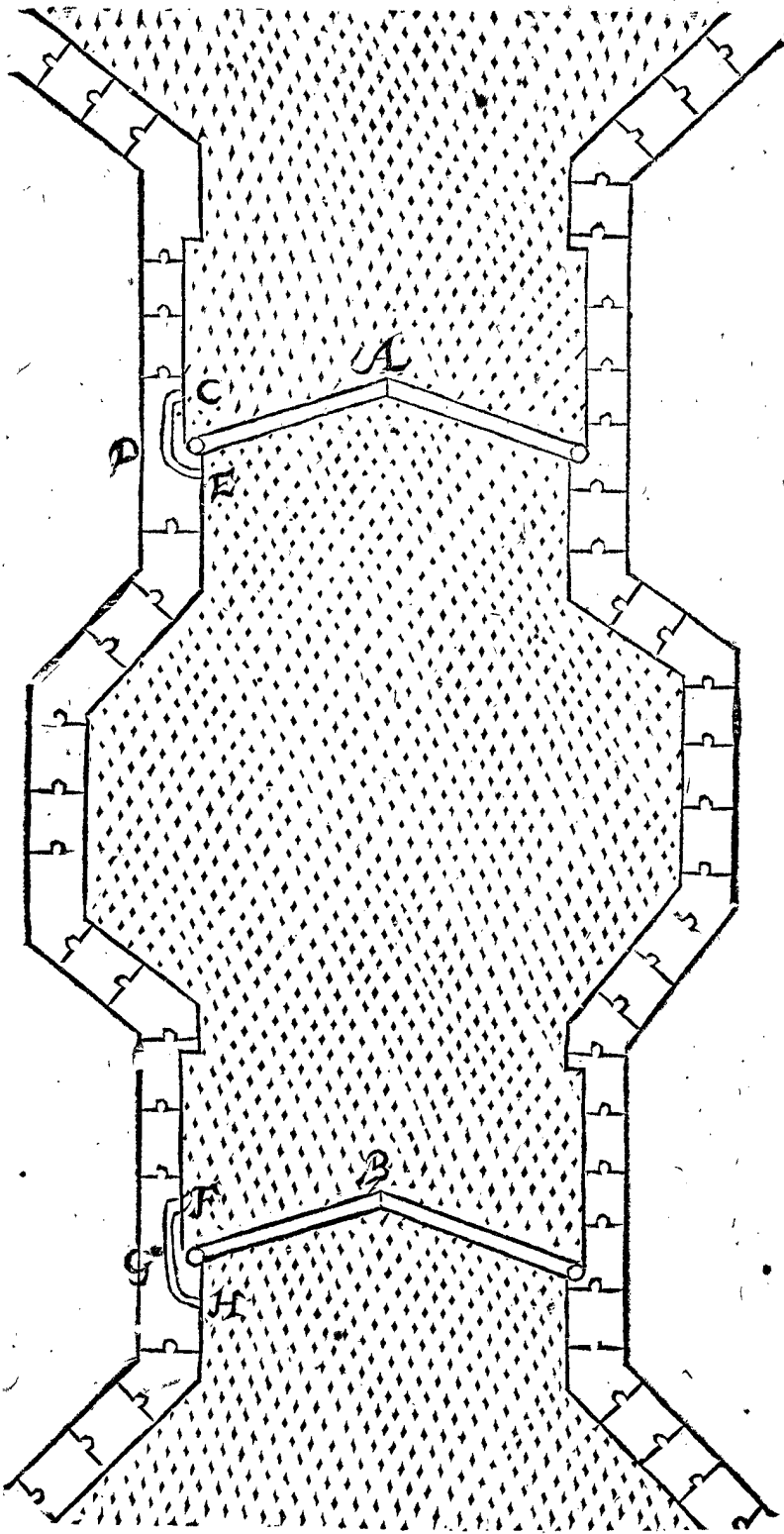
petite Escluse FGH, laissant sortir l'eau du receptacle jusques à ce qu'elle soit aussi basse que l'eau intérieure, tellement qu'on ouvre les portes de B avec la main, & les Navires passent dedans le País. Par ce que j'ay dit icy de l'entrée des Navires, la maniere de les faire sortir est assez intelligible.

Outre les precedentes manieres de portes, on en a bien fait d'autres, qui s'ouvrent d'elles-mêmes, avec le reflux tombant sur le list, & remontant avec le flux : des portes aussi que l'on guinde de costé dedans le país, mais l'usage n'en est pas si commode.

Nous avons parlé jusques icy de ce qui a esté usité passé long temps, à fin de declarer par ce moyen plus proprement la nouvelle invention comme s'ensuit :

Depuis que l'on a veu que ces grandes larges portes poinctues de la 2 & 3 Figure, servoient fort au seichement des Terres, & passage de Navires avec le mast droit, & que pour approfondir les Havres, il n'y manquoit que le moyen par lequel on pourroit commodement ouvrir ces portes quand l'eau seroit de l'un costé au plus haut, & de l'autre costé au plus bas ; plusieurs personnes s'y sont tres-serieusement occupé, principalement icy en Hollande, là où es Villes, Villages, & plat País, il y a si grande quantité d'Escluses, & il s'en fait continuellement tant des nouvelles, avec bonne deliberation, tant de grand coust que mediocres & petits, que j'estime qu'il n'y a País à present en tout l'uni-

3 FIGURE.

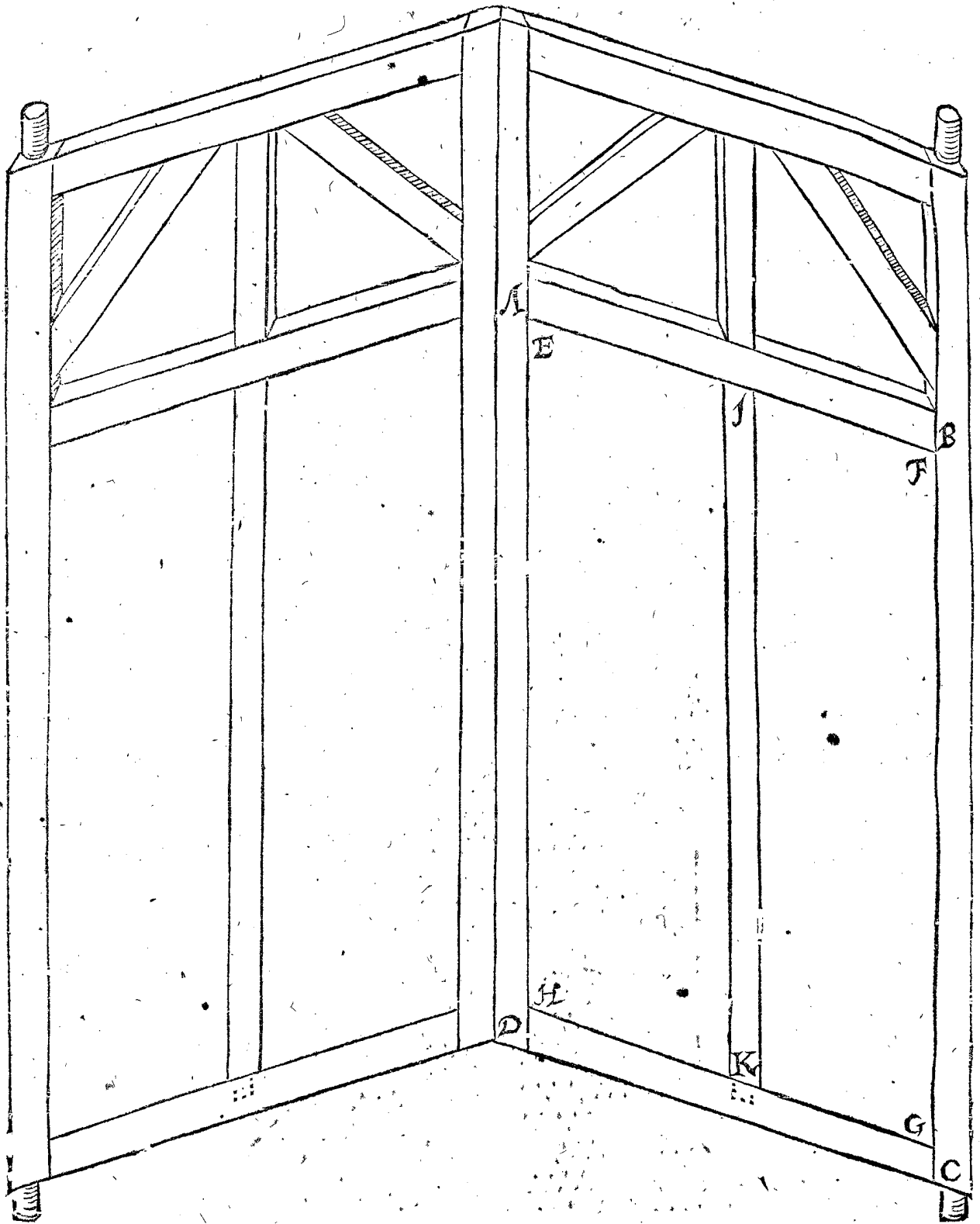


l'univers où on ayt fait plus d'expérience de ceste matière, ny là où plus de subtils esprits ayent travaillé pour chercher & trouver amendement aux Ecluses: D'iceux est venue en usage la maniere que je declareray, & qui me semble la meilleure.

Soit à icelle fin par ceste 4 Figure signifiée une Ecluse avec deux portes poinctues de ceste qualité: A B C D est un chassis quadrangulaire, auquel soit une porte, comme E F G H, tournant sur une esguille I K pres le milieu du chassis, ainsi que la partie I F G K, est environ 5 ou 6 doigts plus large que la partie I E H K, ou autant plus ou moins que la grandeur des portes pourroit requérir, & ainsi que les trois costez I E,

E H, H K de la moindre partie, viennent à presser contre des fueillieres ou fillerets faits au costé interieur du chassis, mais les trois costez I F, F G, G K, de la majeure partie, ne viennent point contre des fueillieres, tellement que l'eau la plus haute pressant contre ces deux parties, la porte E F G H tourneroit (parce que contre la majeure partie est le plus grand pressement) jusques à ce qu'elle auroit fait environ un quart de tour: Mais pour la tenir ferme & l'ouvrir facilement, lors qu'on veut, cela se fait avec une barriere de fer, qui estant debout, comme une esguille, & estant tournée, vient devant le costé F G de la porte, la tenant fermement ferrée.

4 FIGURE.

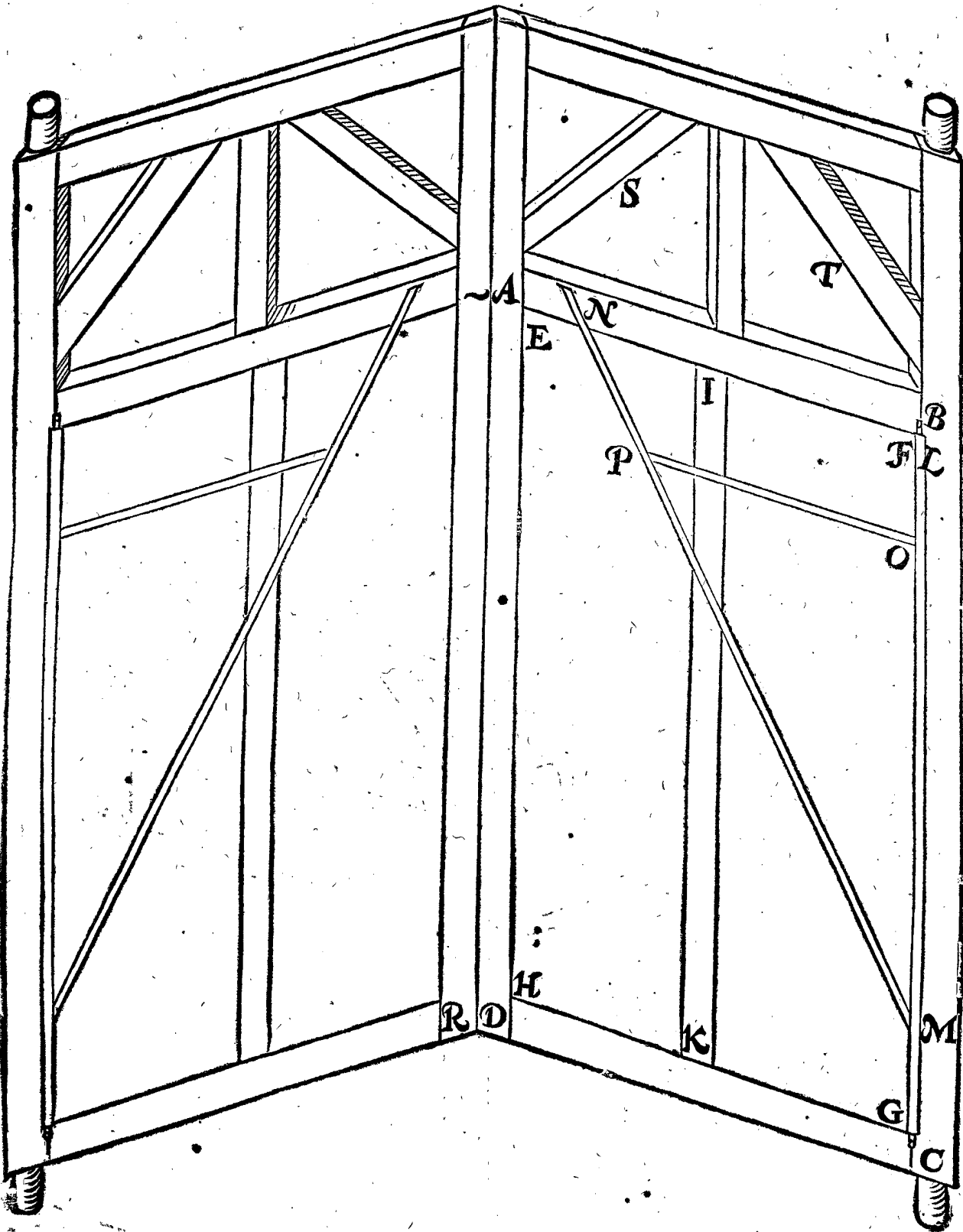


Mais pour declarer cecy plus amplement, qu'on remarque encore la 4 Figure, comme il se peut voir en ceste 5 Figure, y adjoustant la susdite barriere de fer comme LM, venant devant le costé FG, laquelle se tourne avec la regle MN, ayant au bout N un loquet de fer, tombant en un nez aussi de fer, attaché du costé d'enhaut du chassis. Or quand l'eau interieure est plus haute, elle presse contre le costé interieur de la porte, & lors que du costé exterior la barriere de fer est fermée avec son loquet, la porte EFGH a par tout une grande fermeté, pour pouvoir porter le pressement de l'eau sans bouger, car les trois costez IF, FG, GH viennent contre les fueillieres du chassis, comme il est

dit cy-dessus; & le costé EH contre l'arbre LM: Là dessus il y advient encore renforcement avec les deux regles MN, OP de la barriere, qui touchent contre le costé exterior de la porte. Cé que j'ay dit icy de l'une des portes poinctues, s'entend pareillement de l'autre; à sçavoir, qu'elle a semblable chassis, porte tournante sur une esguille & barriere de fer.

Il est encore à noter que les portes poinctues sur esguilles, ne doivent pas estre plus hautes que ne viennent les hautes eaux, avec lesquelles on veut approfondir le Havre, comme de D à A: Mais parce que les portes poinctues entieres doivent estre un peu plus hautes, à sçavoir à la hauteur de la Digue, pour resister à tou-

5 FIGURE.



à toutes eaux extraordinairement hautes qui viennent rarement, on fait le reste de A en haut fermé avec des soustenemens, comme pres de S, T, pour donner fermeté au chassis ABCD, afin qu'il ne se disloque, ce qui pourroit avenir facilement si ce renforcement n'y estoit pas.

Pour parler maintenant de l'usage, posé que l'eau interieure soit au plus haut, & l'eau exterieure au plus bas, & qu'on vueille ouvrir les portes pour approfondir: Pour cecy ne faut autre chose que lever le loquet N, & faire tourner la barriere comme l'on ouvre les autres barrieres: ce qu'estant fait, & le costé FG estant libre de la barriere LM, la porte EFGH tourne sur l'es-

guille IK tout doucement, jusques à ce qu'elle ait fait environ un quart de tour; ce qu'estant ainsi, l'eau soustenuë au receptacle sort des deux costez de l'esguille, approfondissant le Havre: Puis les deux portes avec leurs chassis estans ouvertes, les Navires avec les masts droits y peuvent passer. Il faut encore noter que le cours de l'eau reçoit quelque empeschement des deux costez AD & QR, de l'espaisseur aussi des deux portes, qui amoindissent l'ouverture de l'Escluse autant que cela monte; cest empeschement se peut oster, tirant les chassis (quand l'eau est en son cours) contre le mesme cours; ce qui se peut facilement faire, à cause que l'eau est alors devant & derriere d'egale hauteur.

Mais

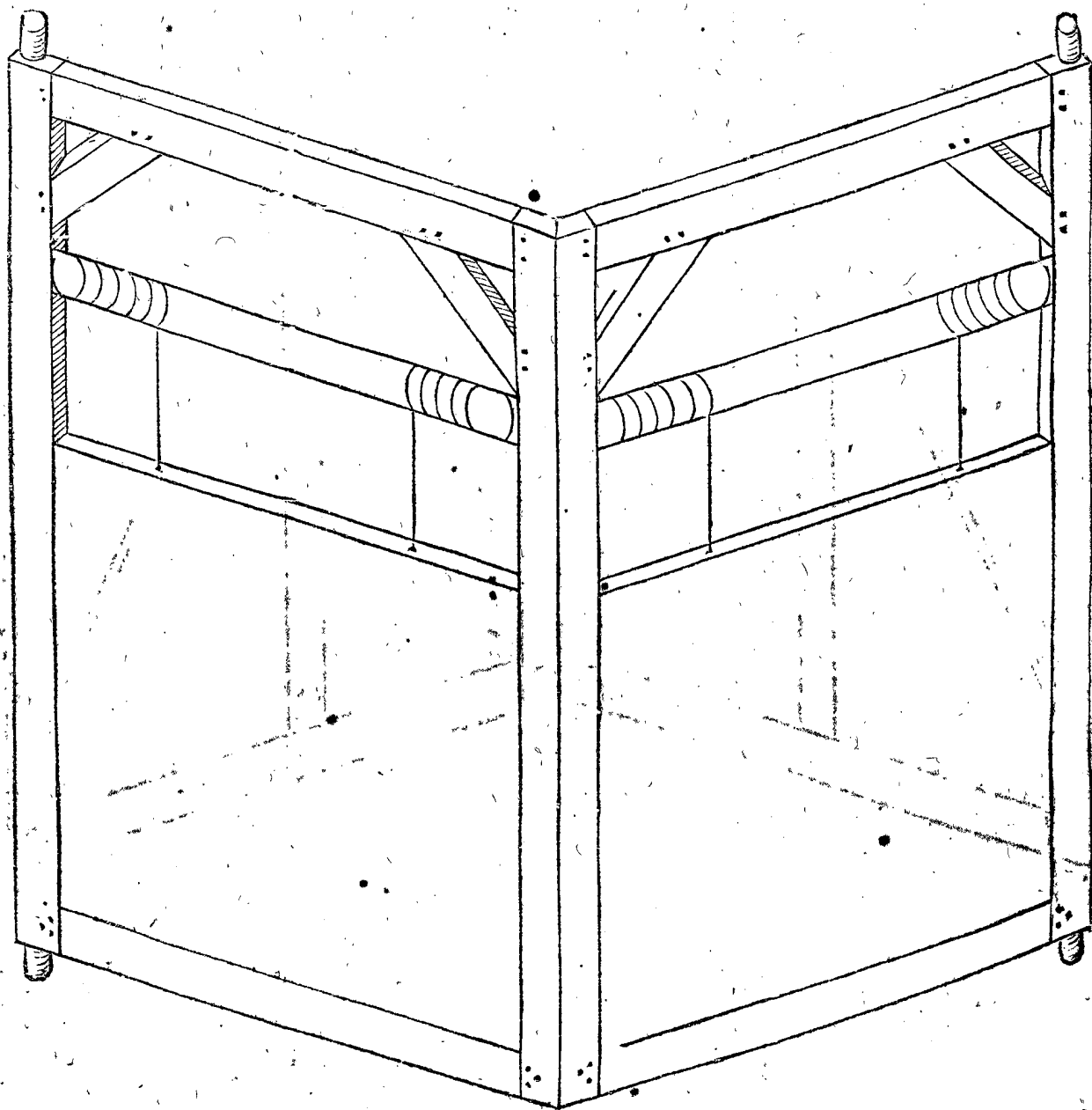
Mais pour dire maintenant comment ceste grande invention a prins son origine, il faut sçavoir qu'on avoit premierement fait une Escluse à la Briele, dont la porte tournoit sur une esguille, & de laquelle l'entier costé inferieur, tant de la partie majeure que de la moindre, pressoit contre une fueilliere faite dedans le chassis, à cause dequoy ladite porte estoit guindée par un instrument de fer si haut qu'elle estoit libre de fueilliere, ce qui estoit environ de 3 doigts, car alors elle se tournoit de soy mesme vuidant l'eau.

Et parce qu'alors (comme aussi presentement) entre les Maistres Charpentiers fut fort contesté de la maniere d'approfondir les Havres, & pour y faire passer des Navires à masts droits, il est advenu que comme je discouroye d'icelle matiere avec Adrien Ianssen, Maistre Charpentier de la Ville de Rotterdam, & avec Cornelis Diricxsen Muys, Maistre Charpentier de la

Ville de Delf, chacun de nous trois disoit avoit songé quelque chose qu'il estimoit estre bonne, & accordâmes entre nous, que chacun declareroit son invention, à condition que s'il en venoit profit ou dommage, que nous le porterions également, & que nous nous ayderions l'un l'autre : L'invention d'Adrien Ianssen estoit, qu'au lieu de guinder la porte hors de la fueilliere comme à la susdite Escluse de la Briele, il y appliquoit une barriere comme il est dit cy-dessus (ne la mettant point en un chassis ouvrant) avec quelque autre changement qu'il y adjoustoit.

Mon invention estoit de deux portes poinctues, tellement qu'on pourroit guinder chaque porte en haut, selon la vulgaire maniere, comme la 6 Figure suivante le demonstre, car des grands Navires avec les masts droits pourroient passer par icelle, & elle serviroit en outre pour approfondir les Havres.

6 FIGURE.

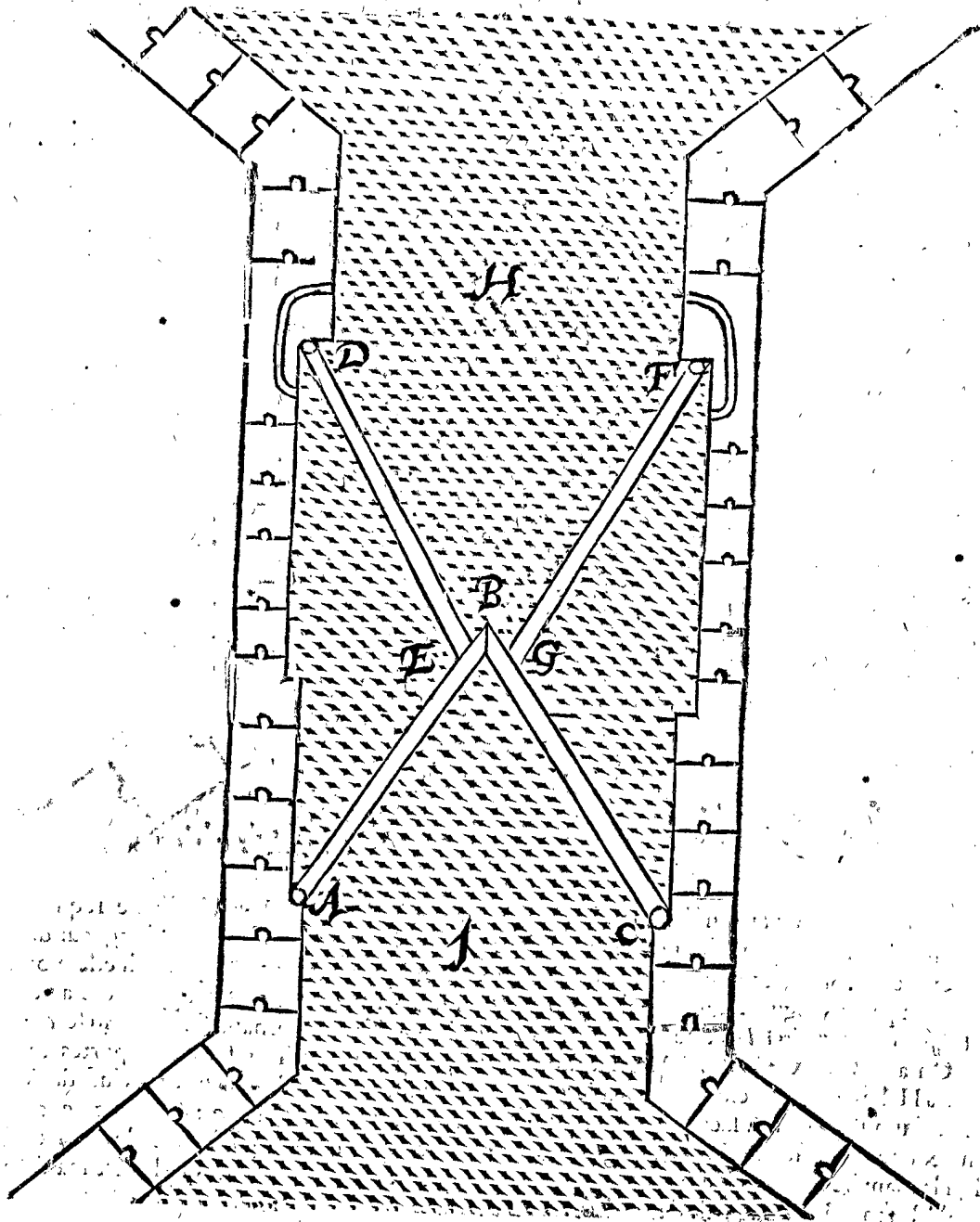




L'invention de Cornelis Diricxsen estoit comme il est demonstré avec le plan suivant : Soyent par AB & BC signifiées deux portes poinctues, s'assemblants à la poincte B : Et encore une autre paire de portes poinctues comme DE & FG, entre lesquelles vient ladite poincte B : Puis il y a deux petites Escuses, l'une pres de D, l'autre pres de F : L'eau basse extérieure est du costé de H, & du costé de I l'eau haute retenuë au receptacle : Pour declarer maintenant l'ouverture de ceste Escuse, il faut noter premierement que l'eau est

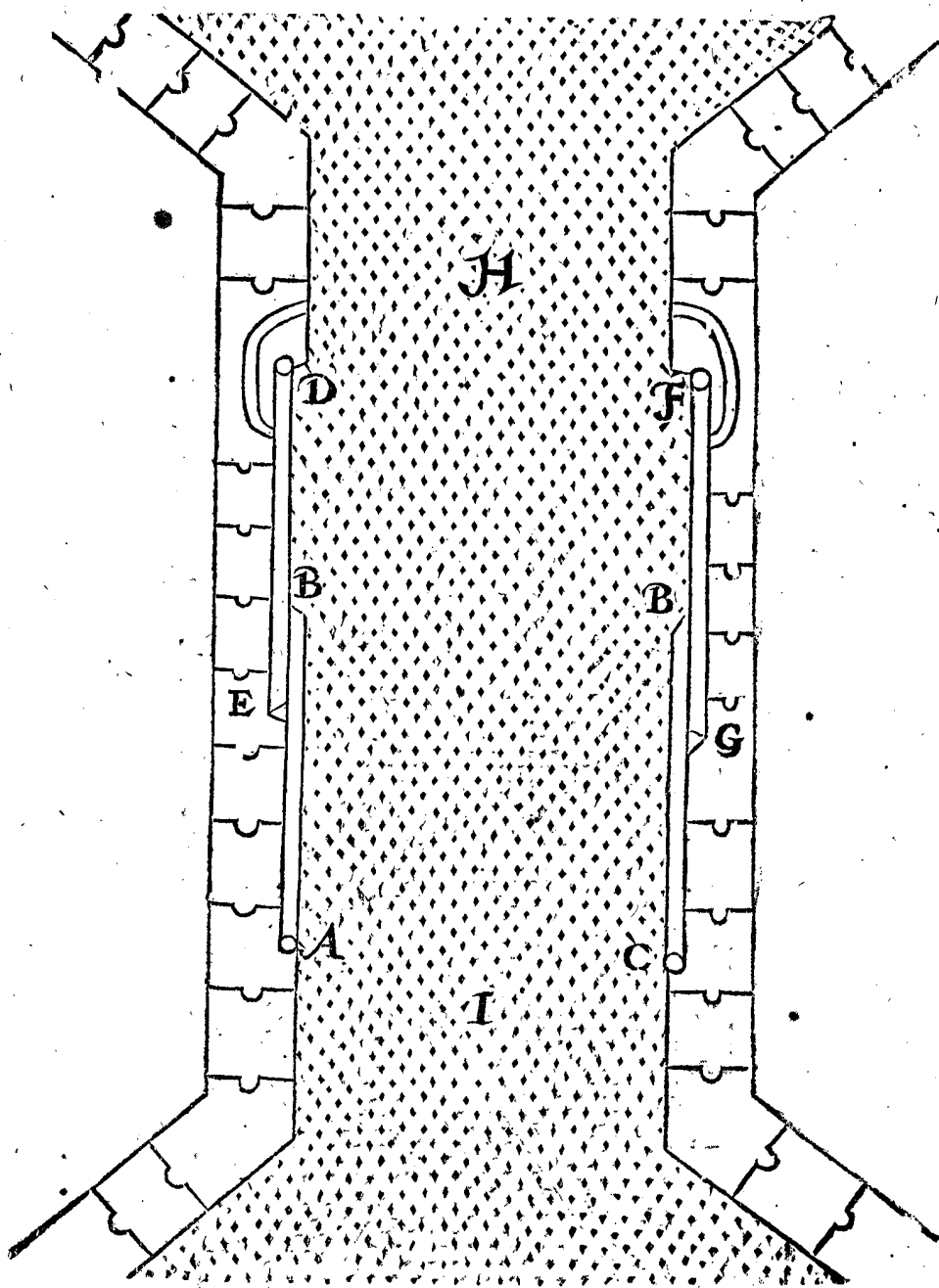
plus haute eau interieure I, avec quoy les deux portés DE, FG pressent contre la poincte B des deux portes AB, CB, lesquelles neantmoins demeurent closes ensemble : Mais l'eau des fudits deux triangles AED, CGF, estant vuidée par les deux petites Escuses pres de D & F, il n'y a alors aucun pressement contre les deux portes DE, FG, comme auparavant, mais vient contre les deux portes AB, CB, qui s'ouvrent pourtant & poussent les autres deux portes DE, FG, tellement qu'elles s'ouvrent aussi, l'eau fortant ainsi qui fait la profondeur.

7 FIGURE.



Mais pour demonstrier la disposition d'icelles portes ouvertes, je marque ceste 8 Figure.

8 FIGURE.



La susdite maniere d'Adrien Ianssen, a esté, en apres amendée par Adrien Diricxsen Charpentier à Delf; & appliquée en deux portes poinctues, comme il est déclaré cy-devant par la 5 Figure; dont il a obtenu octroy des Tres-Puissants Seigneurs les Estats, de les potyoir faire luy seul: On a mis deux Escluses à Mafelantfluys, & encore une à Hellevoetsluys, selon cette maniere.

On en a fait aussi une à Vlaerdingen, une autre à Schiedam, & une troisieme à Winnoxbergen en Flandres, selon la maniere de la 7 Figure.

Mais s'il estoit question, laquelle de ces deux manieres est la meilleure, & si j'en devois dire mon advis, il seroit que les portes de la 5 Figure me plaisent par dessus les autres: Premierement, pource que chacune des quatre portes de la 7 Figure sont environ deux fois aussi longues que chaque de la 5 Figure, à cause que l'angle D E A en la 7 Figure, doit estre fort obtus pour les pouvoir ouvrir, laquelle ouverture seroit impossible si cet angle estoit droit, tellement qu'icelles portes sont aussi longues que l'Escluse est large; celle de Schiedam est de 30 pieds; là où les Escluses à portes tournantes

sur esguilles avec leur chassis ne requerront chacune que 16 pieds: Ceste grande longueur de portes cause grand poids, tellement qu'à Schiedam on les fait aller sur des roulles de cuivre appliquées au costé inferieur des chassis, & tournant sur un fond ferré; de sorte que quand on voudroit faire des portes tournantes sur esguilles de telle longueur, l'Escluse deviendroit environ deux fois aussi large: Secondement, que l'ouverture d'une Escluse qui se fait en levant seulement un loquet, est plus commode que l'autre maniere.

## II CHAPITRE.

## De l'affermissement des fonds des Escluses &amp; Dodanes.

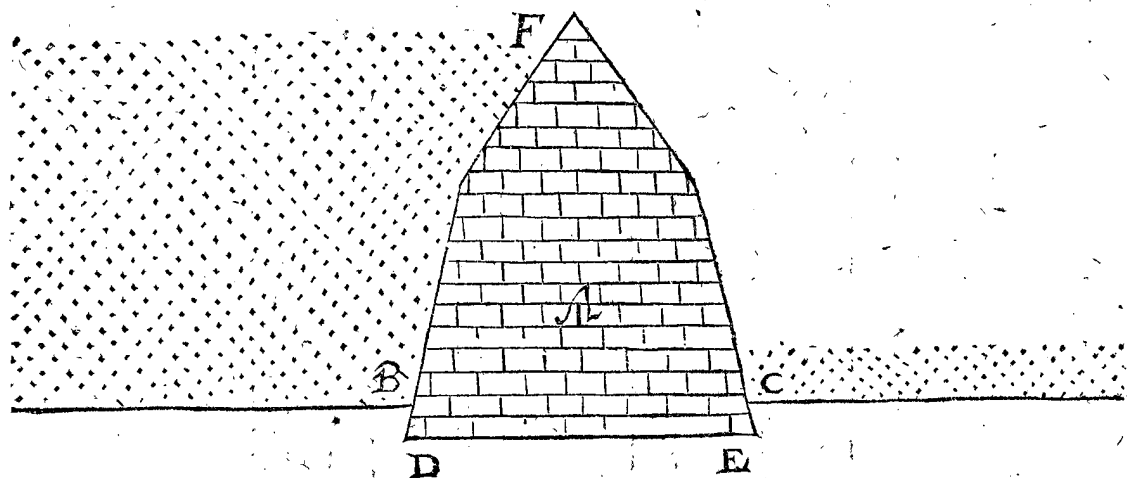
Q Uoy que les fonds des Escluses & Dodanes ou Retenuës se facent en ces Païs d'une bonne prevoiance, & grand coust, toutefois on n'a sçeu parvenir à telle assurance, qu'il n'en advienne souvent des grands inconveniens par les hautes eaux, desquelles les

les fonds sont tellement ruinez ou minez, que les Escluses deviennent infructueuses, les Dodanes tombent & s'enfoncent bien avant sous l'eau, noyant le Pais. Mais puis que cecy advient à des Escluses qui à beaucoup pres, n'ont telle largeur & profondeur, que les Escluses d'esquilles proposées, par lesquelles passeroient les plus grands Navires; quelqu'un pourroit douter, & non sans raison, si ceste imperfection de fonds ne seroit point cause finalement de ne pouvoir suivre ce qu'on en attend: Mais parce que mon opinion est toute autre, je descriroy premierement, pour bien la declarer, la cause d'icelle imperfection, à fin que par telle cognoissance ceste maniere d'affermissement puisse avoir meilleur succès.

Soit à ceste fin A relief d'un Dodane, B l'eau exterieure, C l'eau interieure, ou le fossé, D E le fond sur lequel git le Dodane: Ceste eau exterieure B venant

environ le sommet du Dodane pres F, comme il arrive quelquefois, il y a deux causes principales qui le font tomber: Premierement la profonde rupture, qui avec telles eaux extraordinairement hautes vient quelquefois au pied du Dodane là où auparavant, on n'avoit point esté: Ceste rupture venant plus bas que la maçonnerie du Dodane, & puis dessous le Dodane, ruine & dissipe le fond, renversant le Dodane: Et combien que telle rupture n'advienne pas quand on met le Dodane plus en arriere, aussi loing de l'embouchure du fossé que le flot de la Riviere n'y vienne point alencontre, il y a l'eau estant basse, un bout de fossé sec, depuis le Dodane jusques à l'embouchure, endommageable à la Fortification de la Ville. L'autre cause est le pressement, qui, telle eau estant extraordinairement haute, est si extremement fort, que le coulement de l'eau haute sous le Dodane de B par D E jusques en l'eau basse C,

I FIGURE.



acquiert la force de mouvoir ou remuer le sable; ce qui estant venu si avant, ce remuement devient subitement de grand en plus grand, procedant comme le feu és maisons, lequel commençant par un petit feu, s'augmente incontinent: De sorte que le fond estant dissipé, le Dodane se rompt, & aucunesfois s'enfoncent entierement sous l'eau: Ces deux causes adviennent a quelques Dodanes ensemble, qui alors le font tomber plus facilement.

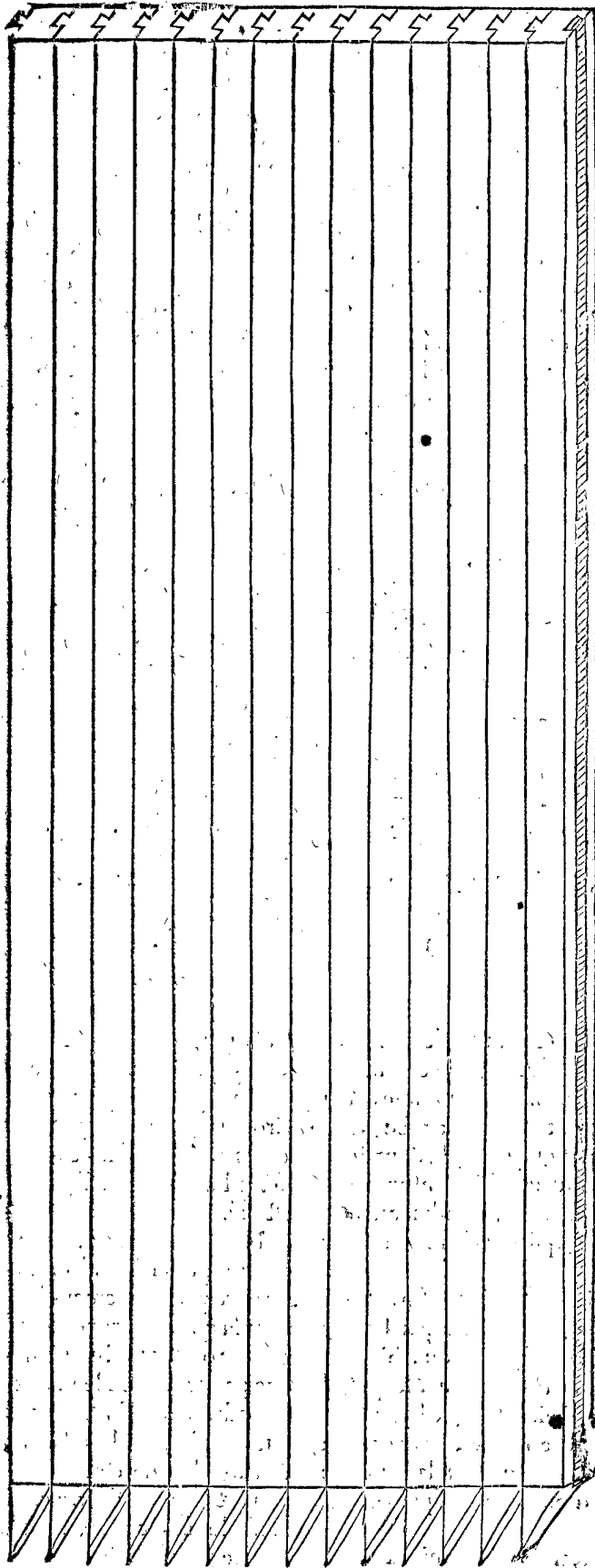
Quant au hiement de pieux pour le renforcement du fond des Dodanes, on ne pourroit pas par là à ces deux inconveniens, veu que la dissipation du sable, ensemble le pressement de l'eau au travers du sable, prend son cours entre les pieux: Tellement que la cause de ces inconveniens semble plus advenir, parce qu'on n'en peut trouver regle bastante, que par la faute des Ouvriers ou Entrepreneurs d'ouvrage, lesquels on accuse aucunesfois à tort.

Mais d'autant qu'on peut maintenant mieux pourvoir à ces deux inconveniens, que l'on n'a fait par cy devant, & cela avec des pieux hiez, ouvrez, & attachez

en la longueur l'un à l'autre avec des queuës d'arondelles, j'en mets icy ceste 2 Figure, en laquelle il faut sçavoir que la largeur d'une queuë d'arondelle est environ la troisieme partie de l'espeueur du pieu, les bouts inferieurs sont coupez de bihay, à fin qu'en hiant l'on face presser chaque pieu contre le pieu qui est hié.

Notez qu'encore bien que ces pieux soient marquez quatrez pour labienfiance, que toutefois il est libre de les faire plats seulement les deux costez, ausquels viennent la queuë d'arondelle & fueilliere, laissant demeurer la rondeur arbreuse des deux autres costez, à fin que par ce moyen le pieu comprenne plus de bois, à moindre coust du labeur. En outre, on peut faire les queuës d'arondelles d'une regle de bois particuliere, & l'attacher de cloux contre l'un des costés plats du pieu, & contre l'autre costé deux regles particulieres, aussi clouées, comprenant la fueilliere entre deux, car ainsi le pieu des deux costez tient aussi plus de bois, & avec moindre coust de labeur, que s'ils estoient faits par cavement du bois des pieux.

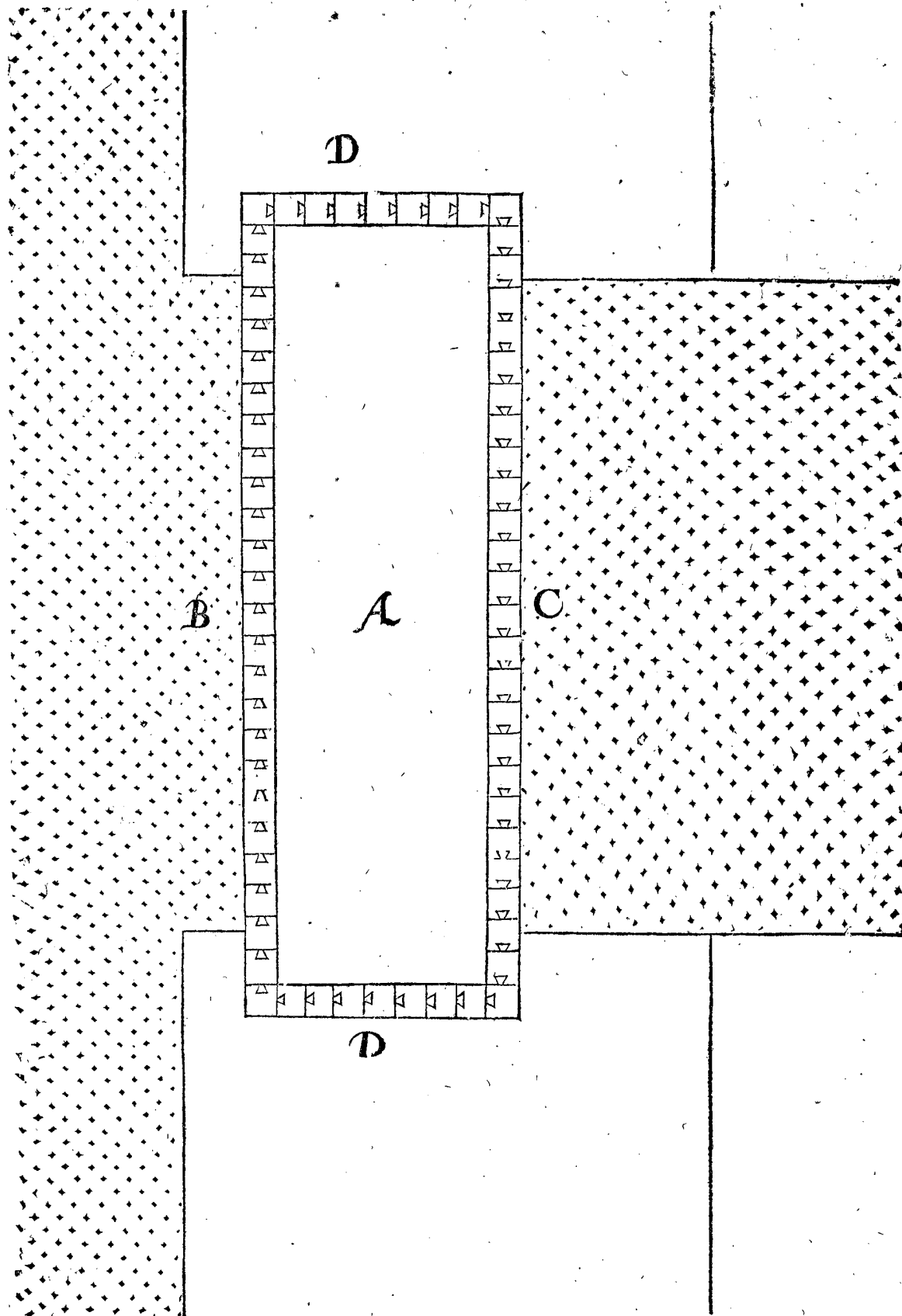
2 FIGURE.



Pour declarer maintenant comment les fonds des Dodanes se peuvent affermer avec ces pieux à queuës d'arondelles, j'en donne premierement le plan de ceste 3 Figure, en laquelle A signifie le fond du Dodane, estant un quadrangle comprins en pieux à queuës d'arondelle, qui sont hiez bien profond, & dont se voyent icy seulement les sommets, B est l'eau extérieure, D la Digue: Le sable ou fange qui est dedans le quadrangle A, se tire en haut sous l'eau, avec des outils

tels que ceux dont on tire les tourbes en Hollande, qui se fait bien jusques à la profondeur de 20 pieds (j'ay dit icy sous l'eau, ce qui est à fin que le sable flottant ne monte en haut) apres on hie en ce puits quadrangulaire des pieux sans queuës d'arondelle, pour porter la massonnerie: apre s'on emplit les places vuides entre les pieux de bonne argille. Notez encore que ce Dodane vient aux deux bouts D dedans la Digue, & non simplement alencontre, de peur qu'à cause du trop peu de

3 FIGURE.



de matiere, il advienne un tel percement de costé, qu'il est advenu pour le peu de matiere dessous le Dodane, dont nous avons parlé cy-devant en la premiere Figure.

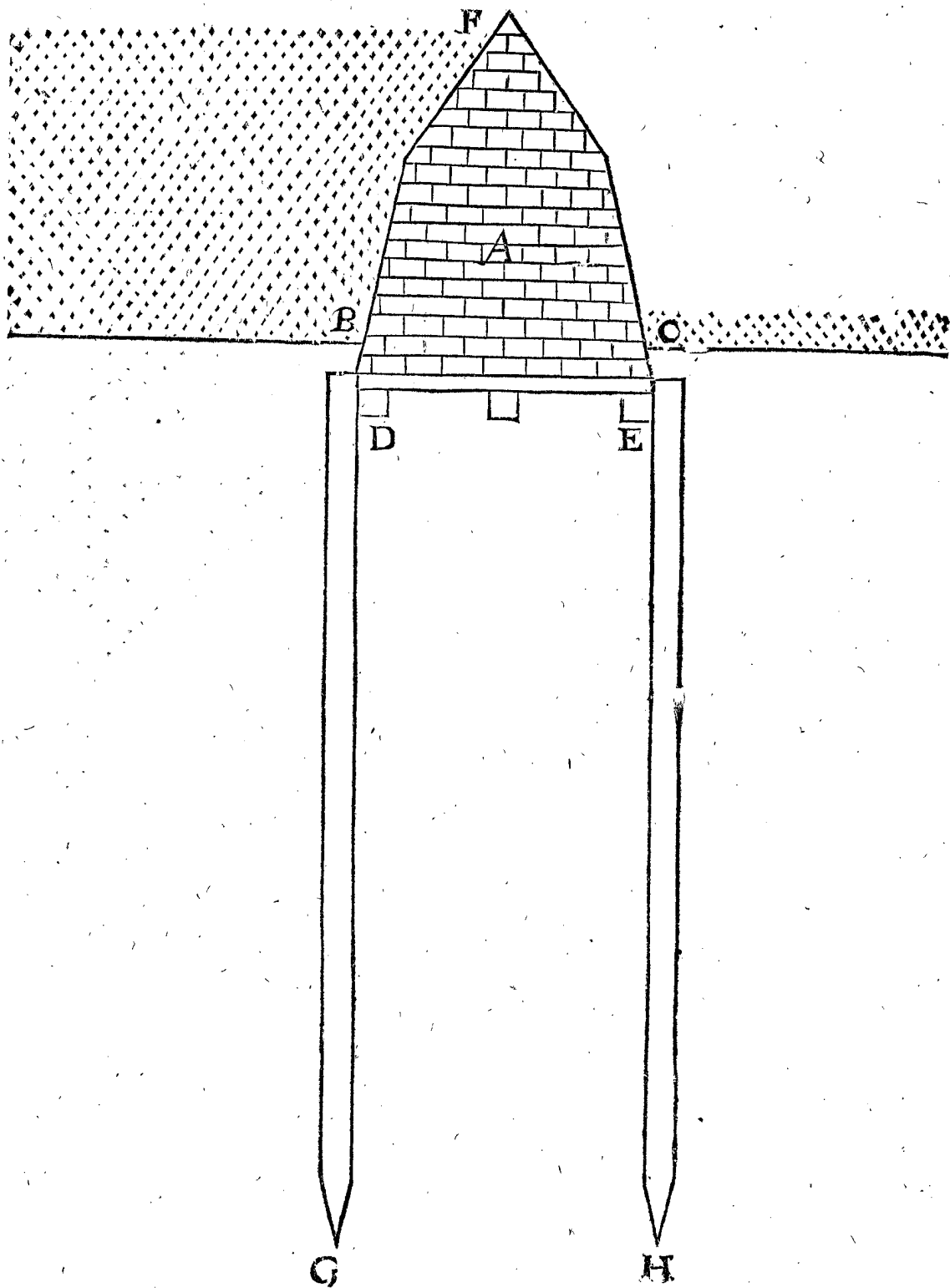
Cecy estant ainsi, on maçonné sur ce fond'un Dodane de pierre, dont le profil est comme demonstre ceste 4 Figure, en laquelle A, B, C, D, E, F sont de telle signification qu'en la 1 Figure, & on y applique encore les pieux à queuës d'arondelle P G, CH: Il appert en icelle Figure comment on pourroit contre les susdites

deux causes, car y ayant devant le Dodane une profondeur de 20, 30 ou 40 pieds, & que les pieux demeurent encore trois ou quatre pieds dedans le sable, le fond du Dodane demeure en son entier: Et apres que l'eau haute est finie, la Riviere est ordinairement encline de porter du sable en ceste profondeur, comme elle estoit auparavant. Quant à la deuxiesme cause du grand pressement de l'eau qui ruine le fond, cela est icy aussi empesché, car si le Dodane recevoit de dessous quelque coulement, cela se devoit faire dessous les

pieux à queuë d'arondelle, comme pres G & H, mais cela n'est pas bien possible, pour le grand corps d'argille & sable de B jusques à G, de G à H, & aussi de H à C en haut, qui en si grande profondeur se devoit

mouvoir : Et encore qu'il seroit dissipé de B jusques auprès de G, la grande quantité de sable de B jusques à H, & de H en haut jusques à C, ne se pourroit facilement mouvoir.

4 FIGURE.



Quant à ce que quelqu'un pourroit dire, que quand il arrive devant les pieux de B jusques à G, une plus grande profondeur que la longueur des pieux, & que la dissipation du sable vient plus avant sous le Dodane destruisant le fond, qu'il faut alors que le Dodane avec les pieux, & tout ce qu'il y a dedans vienne à tomber : On respond là dessus, qu'il y a grande difference entre un fond comme cestuy-cy, qui ne se peut dissiper que par une precedente profonde ruine, & un fond qui se dissipe seulement par pressement sans precedente ruine, comme celuy de la 1 Figure : Aussi qu'il advient rare-

ment, qu'icelle ruine vienne aussi profonde que la longueur de longs pieux.

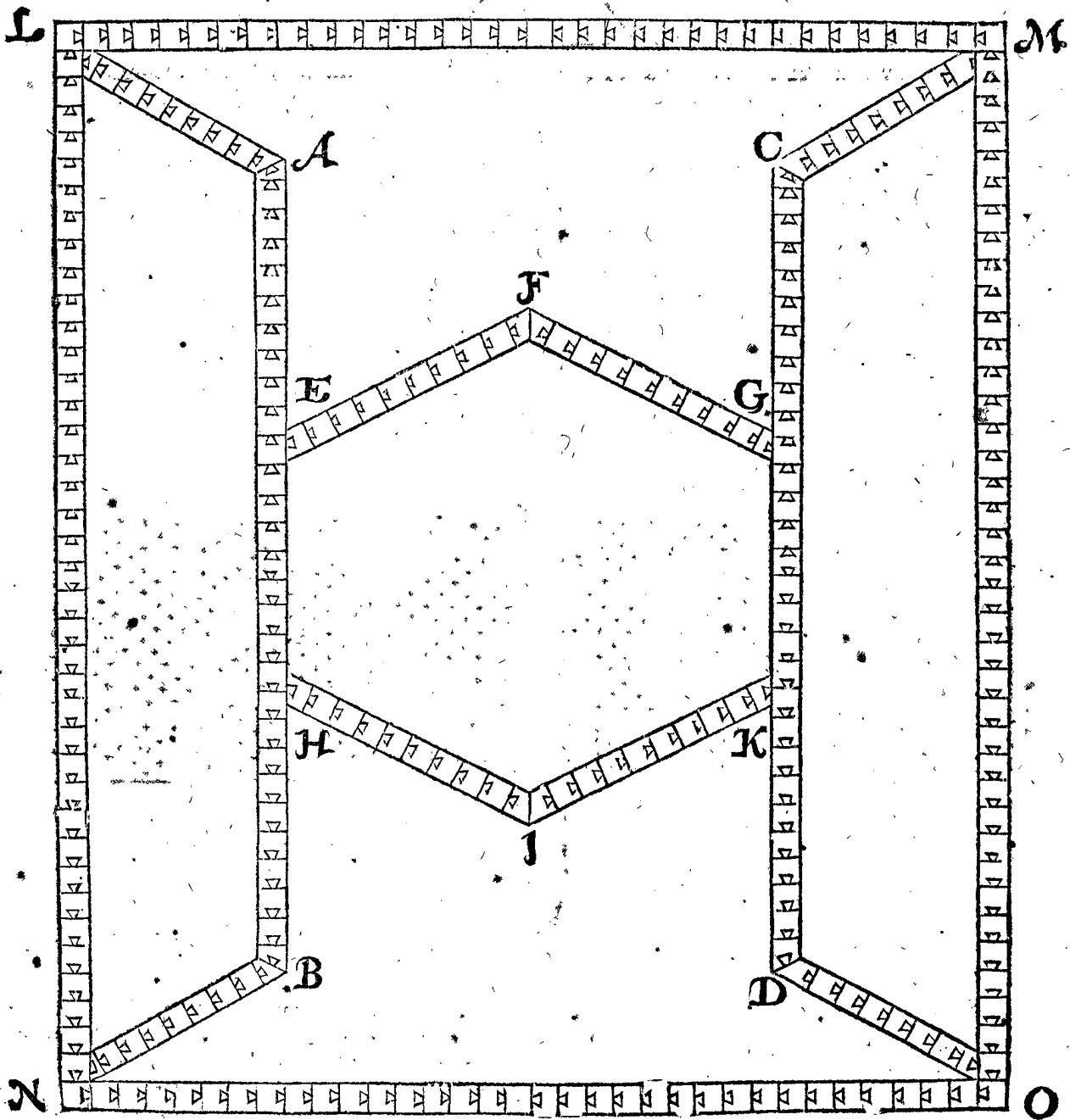
J'ay bien communiqué ceste mienne opinion de pieux à queuës d'arondelles à quelques Ingencieurs, dont s'en est ensuivi qu'on a mis en ces Pais devant quelques bastiments au bord de l'eau, des planches 3 ou 4 pieds de profond, & espaisës seulement de deux doigts, avec des fueillieres triangulaires fichées l'une en l'autre, mais telles planches ne peuvent supporter la hie pour venir à la profondeur cõperente ; mon intention est de tels pieux à queuë d'arondelles, comme j'ay declaré cy-devant.

Cecy estant dit des fonds des Dodanes, je viendray maintenant aux fonds des Escluses, mettant à icelle fin le plan de ceste 5 Figure, qui comme la 3 Figure consiste aussi en rangs de pieux à queuës d'arondelles (c'est assavoir qu'il y a encore en icelle autant de pieux sans queuës d'arondelles, comme requiert l'espaisseur des murailles & contreforts pour reposer là dessus) entre lesquelles AB, CD signifient les deux jouës, & la place comprise entre deux est le ruisseau pour le cours de l'eau, EFG se fueil de devant, HIK le fueil de derriere, AL, CM les ailles de devant, la place entre deux est le liët sur lequel l'eau tombe, BN, DO les ailles de derriere, la place entre deux est le liët, encore y a-il deux rangs LN, MO.

Des pieux estant ainsi fichez que tant leurs sommets que les pointes inferieures ayent leur competence profondeur, on en tirera toute la matiere (comme il est dit cy-devant du Dodane) de sable ou fange, & on remplira les places avec de l'argille chacune à sa hauteur requise, à sçavoir que le ruisseau & les deux liëts demeureront aussi profonds, que les conditions requierrent, pour fabriquer là dessus l'aire de bois & maçonnerie, mais les deux places LABN, MCDO aussi hautes d'argille comme la Digue.

• Pour declarer maintenant la fermeté de tel fond, je dis ainsi : Si lon pose que les pieux du rang LM ont la profondeur de 40 pieds, ils'ensuit qu'encore que l'eau tombante outre iceluy LM, seroit un puits profond

5 FIGURE.



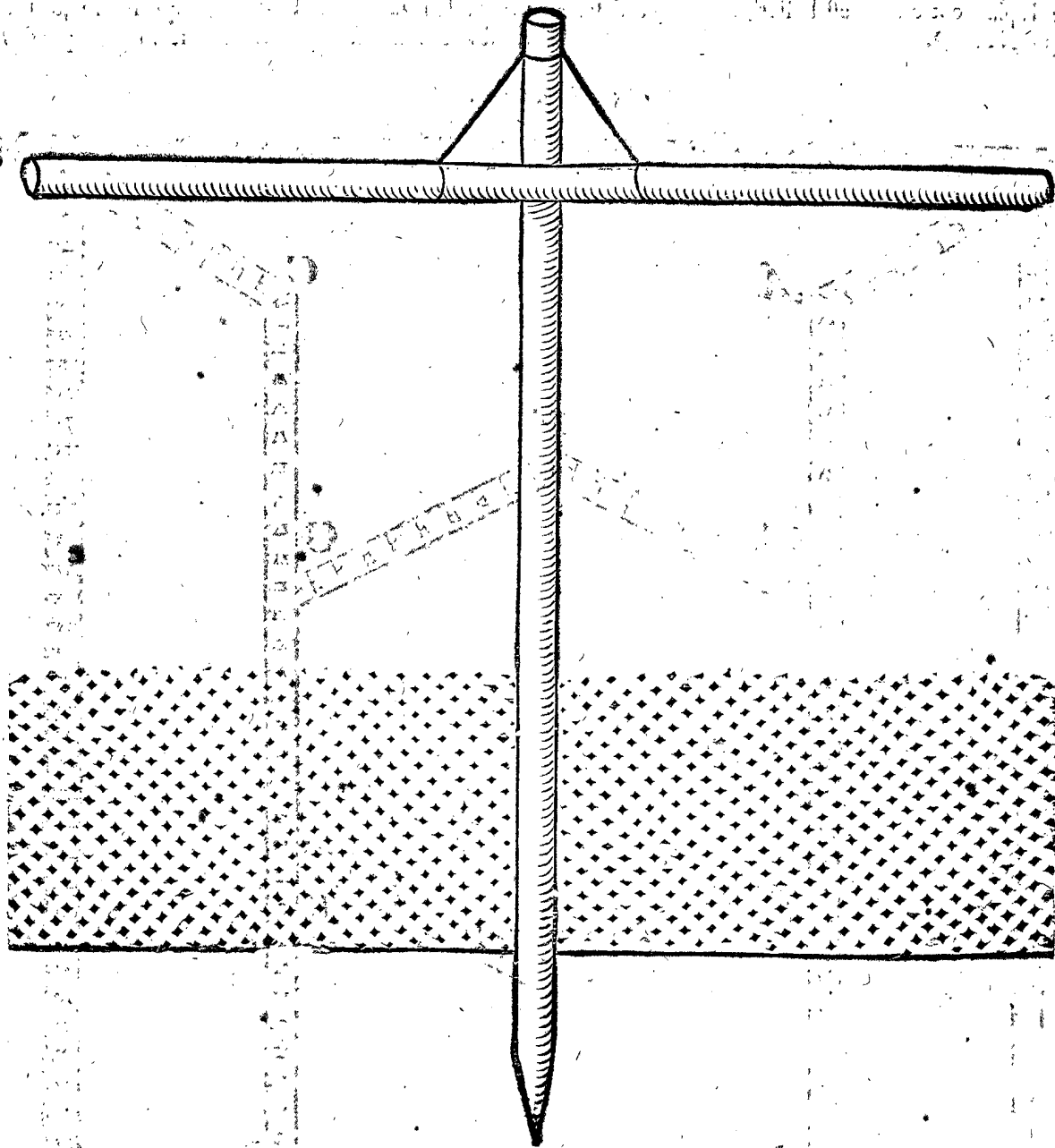
de 30 pieds, le liët LAEFGCM, & tout le reste demeure ferme : Secondement, encore qu'avec le temps l'argille comprise entre les susdits pieux à queuë d'arondelle seroit dissipée bien profondement (ce qui se peut remplir & reparer) si est-ce que l'Escluse demeurera toujours fermement close, car les portes estans fermées, les pieux à queuë d'arondelle font par tout ferme closture.

Il faut encore sçavoir, qu'il est utile de mettre pres le bout du liët des grosses pierres, aussi pesantes qu'elles ne se méuent par la chute de l'eau, à fin d'en garder le fond, car il pourroit advenir que le sable seroit cavé plus profondement que n'est la longueur des pieux à queuë d'arondelle, ce qu'advenant le fond du liët se dissiperoit, & autre malheur en pourroit ensuivre.

Noiez encore qu'il a bien esté parlé icy de l'assurance des fonds avec des pieux, estans hiez à la profondeur de 40 ou 50 pieds, mais quelqu'un pourroit penser que cela est par tout impossible, à cause que les pieux venant à toucher le sable flottant, ne veulent entrer plus avant. On répond à cecy, que cela se dit & se croit ainsi en ces Pais; mais il en est autrement, car pendant assez de poids au sommet du pieu ils se hient bien avant dans le sable flottant, sans puis apres se lever ou tomber: Cecy a esté en usage à Melving en Pruyse, là où l'Ar-

chitecte de ceste Ville, nommé Maistre Martin, natif de Haerlem, me dit avoir aprins cela d'un ouvrier Polonois, qui hioit avec les autres, lequel voyant qu'on desfiltoit de hiër, parce qu'on estoit parvenu au sable mouyant, sans pouvoir venir plus avant, disoit & monstroir par effect comment on hioit en son Pais; ce qui se faisoit avec un des pieux qui flottoyent en l'eau, qu'on pendoit au pieu qu'on hioit, comme ceste 6 Figure demontre, par laquelle se peut entendre que tant plus on pend de poids au pieu, que tant meilleur en est le succès;

6 FIGURE.



car on ne tient pas seulement ainsi ce qu'on gagne à chaque coup, mais d'avantage le pieu entre à chaque coup plus avant.

On s'est servi au siege d'Ostende d'une manière de faire entrer des pieux dedans le sable par remuement; à sçavoir tirant avec des cordes d'un costé & d'autre, & cela sans cesse, jusques à ce qu'ils avoyent leur profondeur competente; car estant coy aussi long temps que la sable se soit assis; on ne sçait en apres remuer le pieu: Et est à noter que le susdit pendement de poids

au pieu donne icy aussi grand avantage. Ceste maniere vint de ce que l'ouvrage se devoit faire de nuit, sans faire bruit avec le tombemét de la hie, vers lequell'ennemy tiroit des canonades: Mais on ne peut faire entrer ces pieux par tel remuement, à cause qu'ils sont fichez les uns aux autres avec les queuës d'arondelles, tellement que cecy est seulement recité pour memoire. Il faut aussi sçavoir, qu'on ne se peut servir de ce remuement quand dessous le sable il y a de l'argille, fangé ou semblable matiere ferme, par laquelle il faut hiër les pieux.



## III CHAPITRE.

Contenant une regle generale de la nouvelle maniere de fortification des Villes par Escloses.

## ARGUMENT DE CE

## CHAPITRE.

Avant parlé en l'Argument de ce Traicté de la difference, en general entre ce 3 Chapitre & le 4; laquelle suivant les suscriptions, particulieres des exemples de ce 3 Chapitre fera comme s'ensuit :

- 1 Exemple d'une Ville située au bord de l'eau, là où les Dunes ou Dignes viennent contre les remparts, & requerront amendement.
- 2 Exemple de l'amendement de la Ville du premier exemple par deux Escloses.
- 3 Exemple des Ravelins devant les Escloses.
- 4 Exemple des Moulins joignant les Escloses, & des Ravelins devant iceux, avec l'utilité qui en procede.
- 5 Exemple de la meilleure fortification & autres commoditez, que la susdite Ville acquiert par le fouissement d'un autre fosse.
- 6 Exemple contenant la maniere d'approfondir les fossez des Villes qui ne sont point situées aux bords de l'eau comme les precedentes, mais aussi loing de là qu'on pourroit mettre un Camp entre deux.
- 7 Exemple de l'approfondissement, qu'on peut faire es fossez des Villes situées au bord de la Mer, ou de grandes Rivieres sans flux & reflux, mais ayant seulement une petite Riviere venant à la Ville.
- 8 Exemple pour approfondir avec une grande Riviere navigable sans flux & reflux, sans petites Rivieres aussi venantes à la Ville.
- 9 Exemple de l'approfondissement des fossez des Villes loing de la Mer, ou de grandes Rivieres navigables, mais ayant une petite Riviere non navigable.
- 10 Exemple de l'amendement des receptacles qui sont en usage aux plats Pais, tant pour approfondir les Havres, que pour secher les Terres.
- 11 Exemple de l'approfondissement des fossez par tourbieres (qu'on nomme en Hollande Venen) où l'on fouit des tourbes.
- 12 Exemple de la maniere d'approfondir les Rivieres ou Fossez navigables entre deux Isles, ou entre Terre ferme & une Isle, là où il y a flux & reflux.

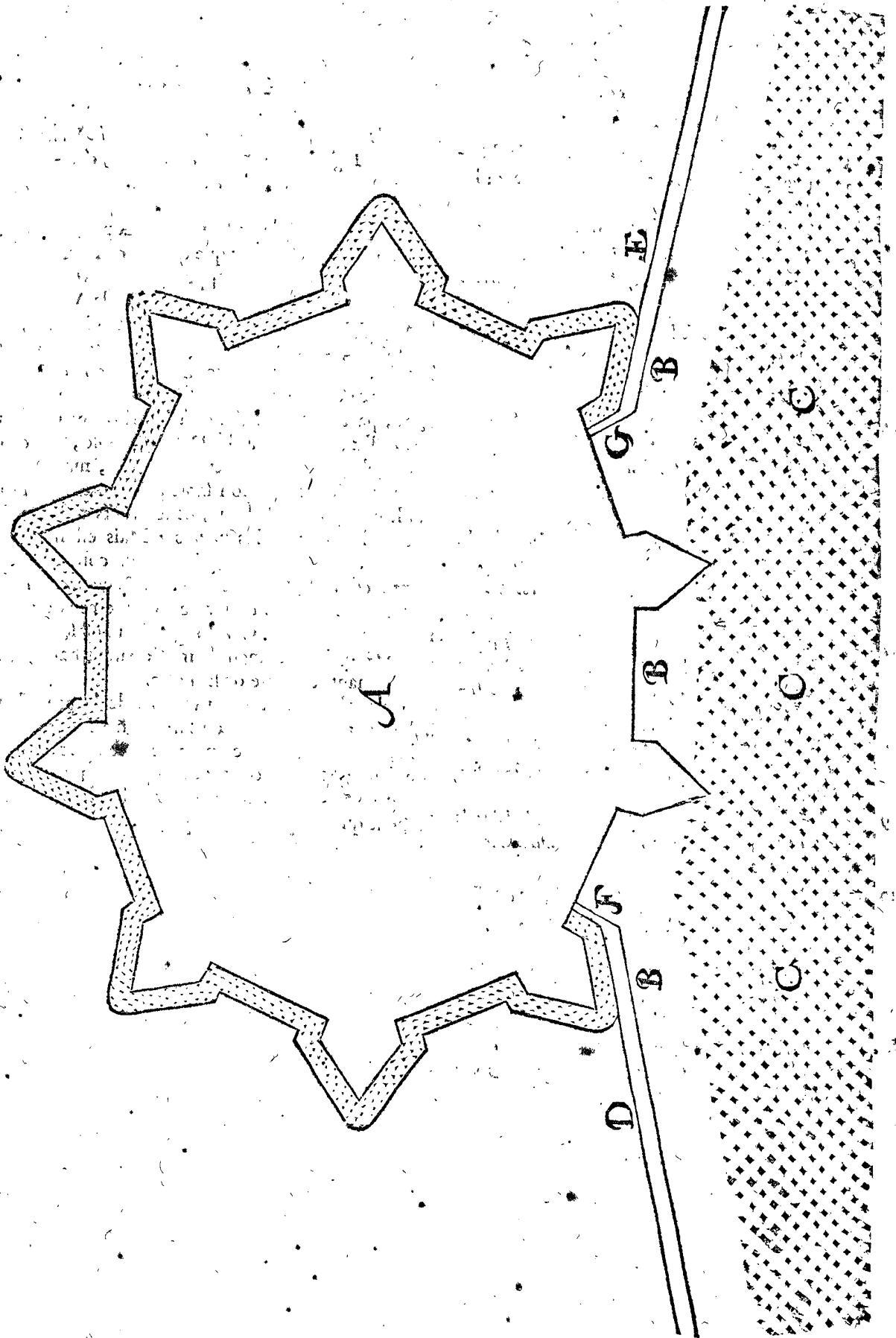
## I EXEMPLE:

D'une Ville située au bord de l'eau, là où les Dunes ou Dignes viennent contre les remparts, & requerront amendement.

SOit à telle fin en ceste 1 Figure A une Ville située au bord B, tellement que la Mer ou grande Riviere, ayant flux & reflux frappe, quand la Mer est haute contre la Ville, sans qu'entre l'eau & la Ville il y ait place pour loger un Camp: D & E signifient les Dunes ou Dignes, des deux costez touchant aux remparts. Telles Villes ont eü jusques à maintenant cet inconvenient, qu'on ne les a sceu fortifier comme il appartient, parce qu'aux lieux de D & E on ne peut faire des fossez, car s'il y a des Dunes de sable, la profondeur qu'on y creuse ne peut demeurer, mais se remplit incontinent avec son sable à la hauteur du bord, par le mouvement de l'eau, & les vents aussi tendent encore les Dunes plus hautes: Mais estant ausdits lieux D & E des Dignes qui touchent contre les remparts, elles emplissent les fossez; & encore qu'on y mette des Dodanes de pierre comme ceux qui sont marquez pres de F & G, le long du bord est sec, comme de F à G, principalement la marée estant basse, & les vents venants du costé de la Terre.

Pour obvier aux inconveniens de la precedenté Ville du 1 Exemple, je declareray ma susdite intention, proposant premierement les Exemples de moindre coust; & apres ceux de plus grand, pour se pouvoir gouverner en l'amendement, selon la necessité & l'argent qu'on y pourroit employer.

I. FIGURE.



## 2 EXEMPLE.

*De l'amendement de la Ville du 1 Exemple par deux  
Escluses à portes d'esquilles.*

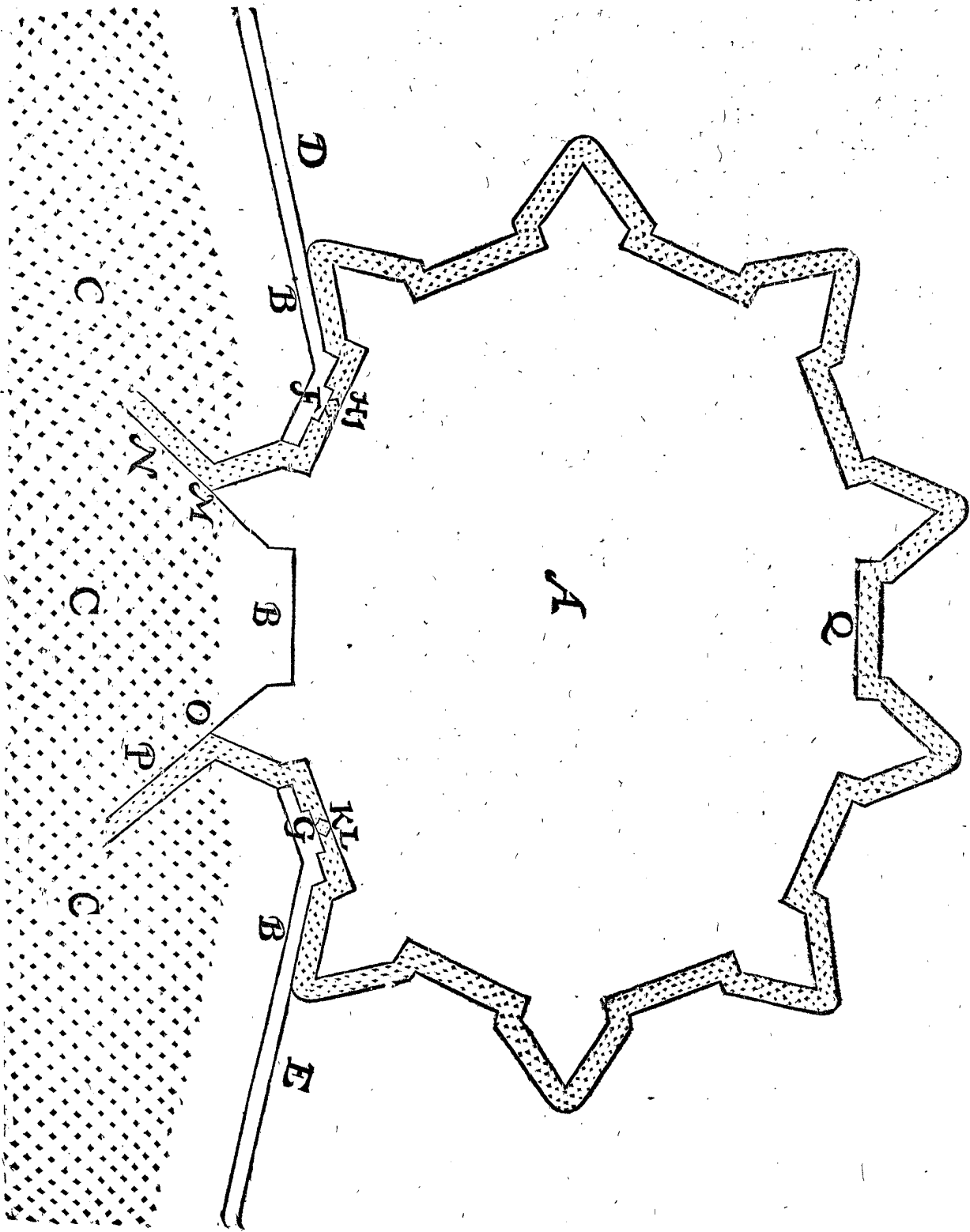
ON ôtera les deux Dodanes F, G, du 1 Exemple ;  
& on mettra pres de chacune d'icelles places une  
Escluse à portes d'esquille, large par exemple de 50  
pieds, chacune avec deux paires de portes, comme en

ce 2 Exemple, là où au lieu du Dodane F, sont mises les  
deux paires de portes H & I, & où au lieu du Dodane G,  
les deux paires de portes K L estant de forme comme  
le Sas de Flissinge, qui est large de 40 pieds 10 doigts  
mesure de Rhinlande, ayant aussi deux paires de portes  
pointues : Apres on fouira d'icelles portes jusques à  
l'eau de la Mer ou Riviere, aussi avant qu'il est neces-  
saire, comme est demonstré par les deux Fossez ou  
Hayres

Havres MN & OP, lesquels sont mis icy comme si par imagination ils estoient produits jusques à ce qu'ils se touchassent l'un l'autre, & fissent un rectangle; & ce à telle fin que je diray cy-apres : Il faut aussi sçavoir que

ces deux Havres doivent estre pourvus de testes, aussi longues que la necessité le requiert, à fin que le Havre demeure en icelle forme, pour faire meilleure profondeur par le bord de la Mer ou de la Riviere.

2 FIGURE.



Cecy estant ainsi, je declareray maintenant l'usage : la Mer haute du flux estant retenuë par les portes H, L, & apres l'eau exterieure estant venuë par le reflux au plus bas, on ouvrira une fois les portes L, laissant celles de H fermées, & alors toute l'eau qui est dans le fosse H Q L vuidera par les portes L, faisant profon-

deur à la partie du fosse K O P, une autrefois on ouvrira les portes H, laissant celles de L fermées, & alors toute l'eau qui est dans le fosse L Q H sortira par les portes H, faisant profondeur à la partie du fosse I N M, & outre cela approfondira tout le fosse ; parce que l'eau a le cours tres-fort. Il ya encore icy à considerer, qu'en-

qu'encore bien qu'à cause du fort cours il y aye dedans le fossé bonne profondeur, que toutefois elle ne sera pas si profonde qu'aux deux parties du fossé ou Havres HMN, LOP; parce que l'eau tombe en iceux de haut en lieu bas & vuide. Mais à fin d'avoir aussi tel approfondissement au fossé HQL, cela se fera ainsi: L'eau du reflux estant dedans le fossé au plus bas, on fermera les portes KI: Puis apres l'eau extérieure du flux estant venue au plus haut, on ouvrira l'une paire des portes, je prens I, & alors la haute eau extérieure tombera dans le fossé vuide, en faisant la profondeur plus grande que selon la première maniere: Et combien que le sable se porte de H par de là Q & K, s'assemblant là sans sortir pour icelle fois hors du fossé, parce que K demeure fermée; cela se peut puis apres oster par L, avec l'eau haute du fossé sur l'eau basse extérieure, selon la maniere cy-devant expliquée. Telle façon d'approfondir le fossé, l'une fois par l'ouverture des portes I, celles de K demeurant closes, se peut faire une autre fois par l'ouverture des portes K celles de I demeurant closes.

Par ceste maniere toute la Ville est entièrement environnée d'eau, sans qu'il y ait des parties seiches aux Dodanes FG, car en temps de necessité les portes estant ouvertes, & attachées contre les jones, avec des fortes ferrures, il y aura à icelle place la largeur de 50 pieds de fossé de grande profondeur, & ce encore l'eau estant basse: Outre cela on peut pour estre plus assuré mettre devant ces Escluses des Ravelins, dont je feray la declaration au 3 Exemple.

Cecy peut encore servir d'exemple, que presque par telle maniere la Ville d'Ostende a acquis la force, par laquelle elle a resisté le temps du si renommé & durable siege: Car au paravant c'estoit (comme sont communement telles Villes) une place foible, laquelle reçoit sa force par le percement de ses deux extremités sablonneuses.

Il faut encore sçavoir, que par dessus le renforcement que la Ville acquiert par ceste maniere, tel fossé est commode pour servir de Havre, pour en temps d'assiegement laisser entrer les Navires, & apporter toutes choses nécessaires: Puis pour en temps de Paix, lors qu'on n'a point crainte de l'ennemy, pouvoir faire grand traffique: Pour sauver aussi les Navires, lors que

la glace flotte, & y hyverner, tendant non seulement au grand avantage des Villes; mais aussi, comme il est dit cy-devant, à la grande commodité & assurance des Navires, corps & biens des hommes navigans: Et par ainsi les fossez qui auparavant estoient pleins d'eau puante, peuvent par ce moyen estre exempts de tels inconveniens.

Après, puis que les Havres MN, PO estans produits par imagination, ainsi qu'ils font un angle droit, s'ensuit que si l'on suppose que l'un des Havres, comme MN tende vers Septentrion, l'autre PO tendra vers Occident, d'où se peut conclure qu'on pourroit presque avec tout vent entrer & sortir, & ne pouvoir jamais avoir le vent entièrement contraire, moyennant qu'on choisisse un Havre auquel le vent à le plus grand avantage: De sorte qu'un tel fossé est comme une rade, à laquelle les Navires bien assurées peuvent attendre le bon vent, pour sortir par l'un ou l'autre Havre.

Mais parce que quelqu'un pourroit douter, si telles grandes profondeurs se pourroyent ainsi faire par les Dunes, comme au lieu de NM, PO, je dis qu'on le peut veoir par exemple, entre autres aux Havres à Calais, Dunkercke, Nieuport, Ostende, & plusieurs autres, lesquels sont faits & entretenus avec petites portes d'Escluses, lesquels Havres seroyent sans ces Escluses (combien qu'elles sont fort petites en comparaison de celles-cy) en peu de temps remplis de sable: En outre, on voit plusieurs Havres aux Villes, faits fort avant, avec petites Escluses & petits receptacle: Comme à Flissinge, là où on entretient la profondeur du viel Havre, avec une porte large seulement de 3 pieds 3 doigts, & avec un receptacle qui a la longueur & largeur environ de 55 verges, qui descend viftement, faisant toutefois dans le Havre une telle grande profondeur comme il appert: La porte du nouveau Havre est environ de 6 pieds 2 doigts, dont se peut conjecturer quelle grande profondeur se feroit avec des portes larges de 50 pieds, là où le fossé tout entier serviroit de receptacle, qui ne descendroit pas si hastivement qu'un petit receptacle.

Ceste maniere aussi est fort propre, & apporte une grande commodité au fait des Moulins aquatiques, dont je parleray au 4 Exemple.

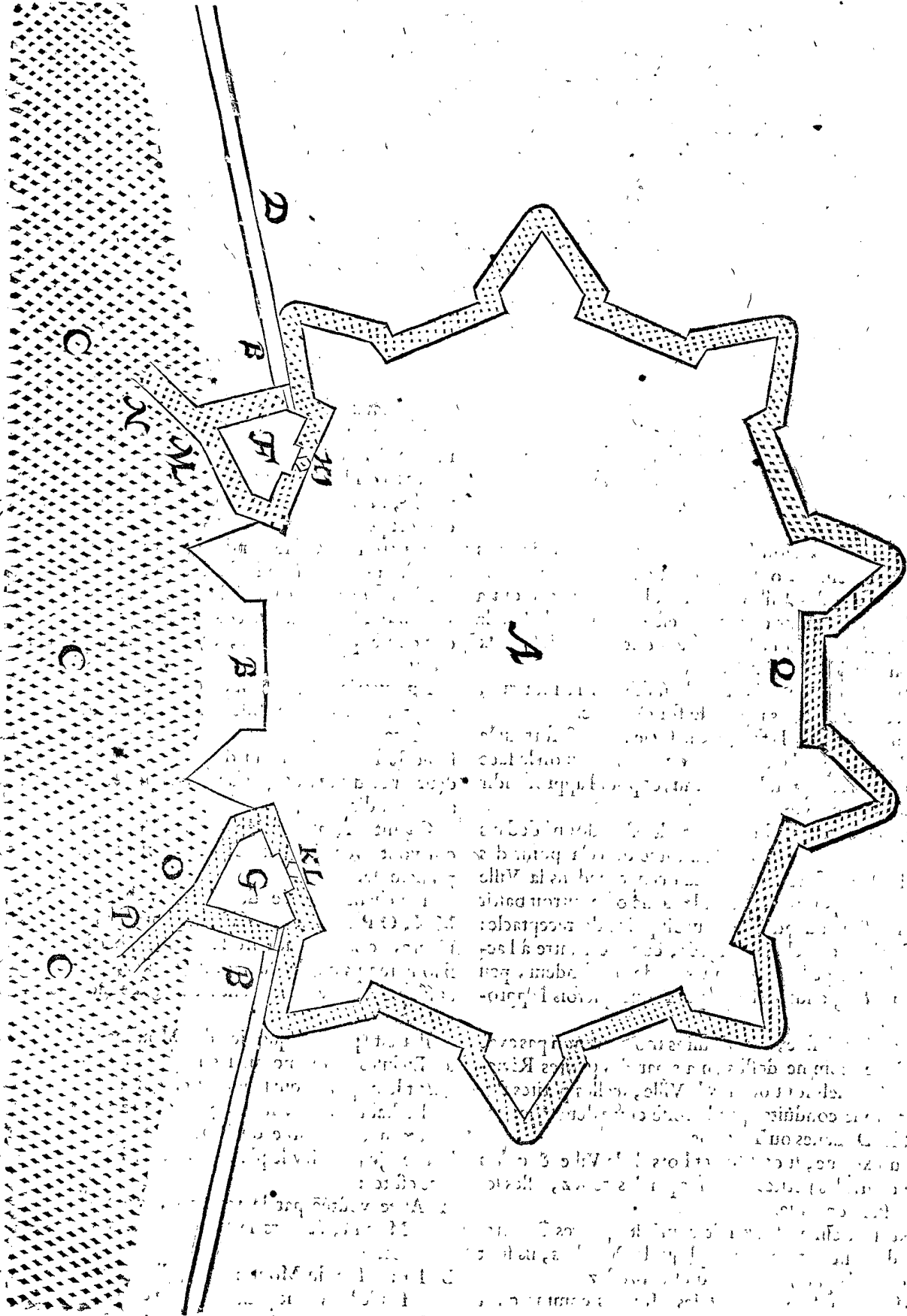
3 E X E M P L E .

*Des Ravelins devant les Escluses.*

**C**ombien que quelques Villes qui ne font point en guerre, ne veulent du commencement faire des Ra-

velins, aimant mieux laisser les Escluses nues comme au 2. Exemple, toutefois pour ceux qui les veulent, j'en mets icy ce 3. Exemple, auquel devant les Escluses HI & KL sont signez les Ravelins F & G, desquels les faces se nettoient hors des boulevarts joints, comme il se void.

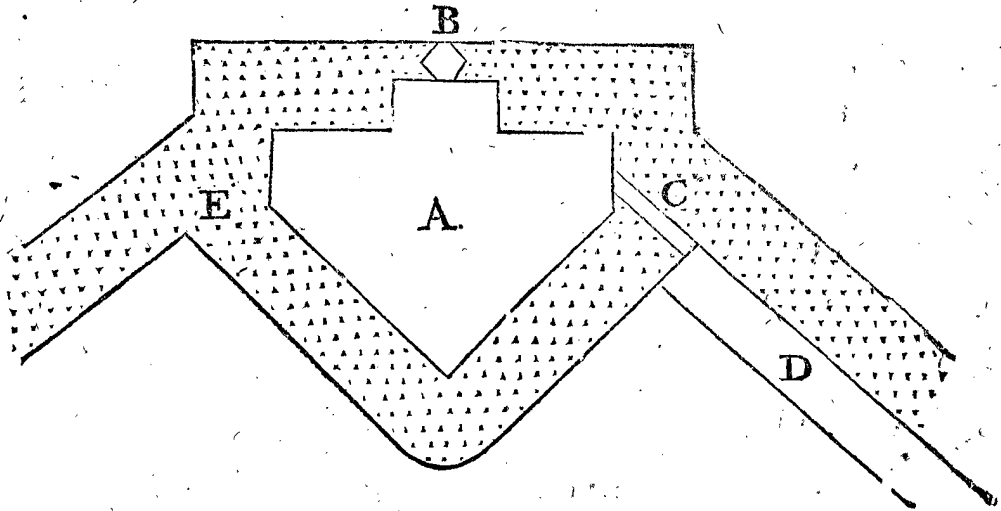
3 FIGURE.



Mais à fin que le sens soit mieux déclaré par une Figure plus grande, je marqueray icy ceste 4 Figure du Ravelin A, mis seul devant les deux paires d'Escluses pres B : Puis C signifie un Dodane au bout de la Digue D, dedans lequel doit (comme aussi aux Dodanes

des Figures suivantes) estre faite une petite Escluse, seulement large d'un pied, qu'on leue en haut pour approfondir le fossé du Ravelin, de C jusques à E. Les places pointées est l'eau du fossé.

4 FIGURE.



4 EXEMPLE.

*Des Moulins joignant les Escluses, & des Ravelins devant iceux, avec l'utilité qui en procede.*

Les Moulins selon la maniere dont on a usé jusques à maintenant, ont fait grand empeschement en la fortification des Villes, car moulant avec l'eau qui a flux & reflux, leur receptacle est dehors ou dedans la Ville : Estans dehors, le fossé a (pour le premier) deux dommageables Dodanes.

Au second, quand l'eau est vidée par la mouture, le receptacle (estans partie du fossé) est sec.

Au troisieme, la fange & le sable accroist fort sur le fond du receptacle, tellement que devant qu'on le face profond, il comprend peu d'eau, & pour l'approfondir il couste beaucoup.

Au quatrieme, si le receptacle est ordonné dedans la Ville, alors ne viennent à cause de cela point des Dodanes au fossé, mais cela occupe dedans la Ville une grande place vuide, sur laquelle on pourroit bastir des maisons quand il n'y auroit point de receptacle : aussi tel receptacle est subject, comme l'autre à l'accroissement de la fange, au peu de profondeur, peu d'eau, & grands despens pour quelquefois l'approfondir.

Au cinquieme, les Moulins moulans non pas avec la marée, comme dessus, mais par des petites Rivieres, & lesquels sont dedans la Ville, icelles petites Rivieres sont conduites par le fossé entre deux dommageables Dodanes ou Terrains.

Au sixieme, si on les met hors de la Ville, & qu'on face courir les petites Rivieres par les fossez, elles les emplissent de sable.

Au septieme, si on fait courir les petites Rivieres hors du fossé, & qu'on y applique les Moulins, ils sont en temps de guerre en peril d'estre bruslez.

Mais quand on ordonne les Moulins comme en la 5 Figure (qui est comme on les met vulgairement joignant leur porte qui se leve en guindant pour passer les

hautes eaux) les susdits accidens sont prevenus : Car premierement il n'y a point des dommageables Dodanes ou Terrains dedans les fossez.

Au second, tel receptacle ne se pourra vuider en une marée, ni demeurer sec ; car en ce temps l'eau descendra fort peu pour sa grandeur.

Au troisieme, le fond de tel receptacle ne s'accroistra point, ni ne le faudra aucunes fois approfondir à grands frais, mais il demeurera continuellement profond, ou pour le continuel approfondissement deviendra plus profond, & comprendra beaucoup d'eau.

Au quatrieme, il n'est pas besoing d'ordonner des receptacles dedans la Ville qui comprennent une grande place inhabitée, & sont comme les autres encore subjects à l'accroissement du fond, au peu de profondeur, peu d'eau, & grand despens pour aucunes fois les approfondir.

Quant à la prevention des accidens des Moulins, qui vont avec les petites Rivieres, il en sera parlé au 7 Exemple.

Touchant l'entrée des Navires hors des Havres MN, OP au fossé, aussi l'issue hors du fossé ausdits Havres, cela se peut faire sans empeschement la mouture si long temps que le flux court au fossé, si long temps aussi que l'eau haute ou basse est coye, les Escluses estant ouvertes.

Il a esté parlé jusques icy des Moulins mis joignant les Escluses, comme on les met communement joignant leurs portes qui se levent en guindant, pour passer les hautes eaux, mais pour en faire plus ample declaration, ensemble du Ravelin mis devant l'un & l'autre, je mets icy le plan de ceste 5 Figure, dont le sens est tel :

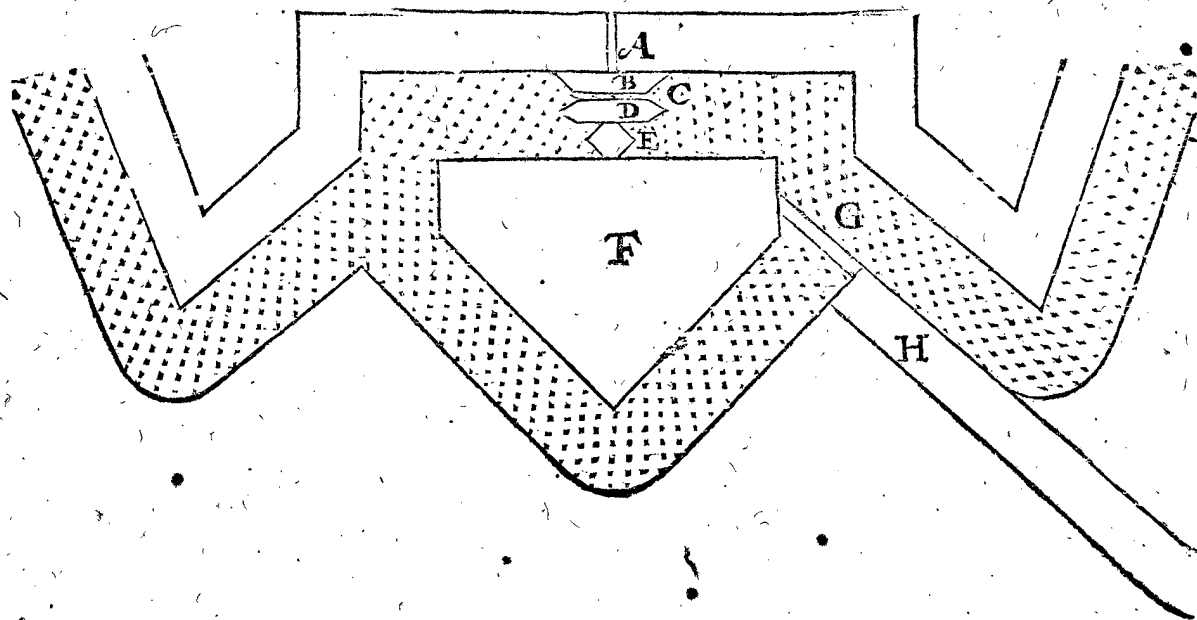
A Allée voûtée par le rempart, pour aller vers le Moulin, & vers le Ravelin, servant aussi aux sorties.

B La maison du Moulin, laquelle quand il y a une fausse braye, se peut mettre au chemin d'icelle.

C Le lieu de la grande rouë que l'eau fait tourner.

D L'un des costés de l'Escluse.

5 FIGURE.



- E Les deux paires des portes de l'Escluse.
- F Le Ravelin dont les faces se nettoient hors des deux boulevarts qui sont de costé, auquel en temps de necessité on peut faire garde extérieure, & estant commodément situé pour y entrer par le rempart, sans ouvrir les portes de la Ville.
- G Le Dodane de pierre.
- H La Digue.

5 E X E M P L E .

*De la meilleure fortification & autres commoditez, que la susdite Ville acquiert par l'ensoufflement d'encore un autre fossé.*

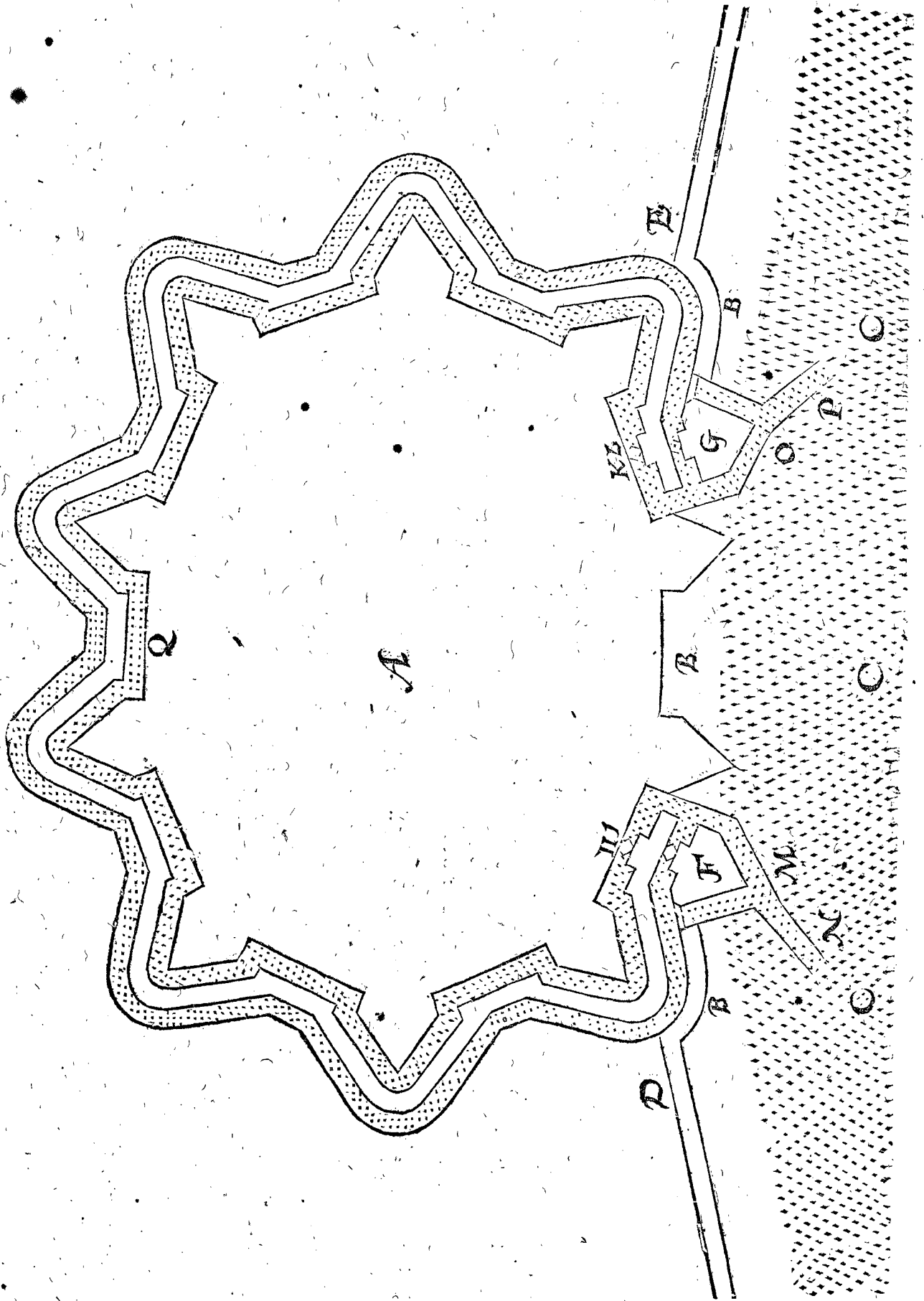
Les exemples precedens ont esté avec un fossé qui sert aussi de Havre, mais telles Villes ont en temps de guerre trois inconveniens : Le premier que les Navires sont là dedans nus, pouvans estre canonnez de l'Ennemy : Le deuxiesme que l'Ennemy peut venir à pied sec à ces Navires, & les brusler : Le troisiésme qu'il est dangereux de mettre les Navires contre les remparts de la Ville, parce qu'on peut facilement monter d'iceux sur les remparts, & par trahison ou surprise prendre la Ville. Or combien que plusieurs Villes permettent ce peril, toutefois ceux qui pour l'eviter veulent faire les despens, peuvent le long du premier fossé faire un autre fossé ou Havre alentour de la Ville, jettant la terre qui en sort entre deux, en faisant un parapet de chemin couvert, de telle hauteur que les Navires peuvent estre cachés derriere, & avec telle descente ou escarpe qu'il soit par tout nettoiyable des remparts, comme il est demonstré en ceste 6 Figure; en laquelle a l'entour d'une Ville, laquelle la Mer ou quelque grande Riviere navigable frappe, (comme de la 3 Figure) est fait encore un fossé ou Havre avec ses deux Escluses, dont l'usage sera comme du precedent : Mais il est notoire

qu'on peut approfondir ces deux Havres MN, OP avec plus d'abondance d'eau, que les deux precedens Havres, parce qu'on peut ouvrir en un même temps les deux Escluses respondant sur un Havre; de sorte que quatre telles Escluses large chacune de 50 pieds, feroient ensemble une largeur de 200 pieds, par laquelle les Havres se pourroient approfondir plus qu'on n'en a jamais ouy parler par cy-deyant.

Par cecy est aussi manifeste, que les trois susdites difficultez seroyent prevenuës en temps de guerre. Premièrement, pource que les Navires durant un siege se peuvent mettre au fosse interieur, là où avec le haut parapet ils seront couverts contre le Canon de l'Ennemy : Aussi contre le feu, veu qu'il n'y peut avenir pour le fosse extérieur; & combien qu'alors les Navires soient contre les remparts, on ne craint pas qu'on vienne monter par iceux sur les remparts, & qu'en tel temps d'une part on prend bien garde aux Navires, d'autre part qu'ils sont là comme dedans la Ville, à cause du fosse ou Havre extérieur : Mais en temps de paix, ou quand on ne craint point l'Ennemy, on les peut mettre au Havre extérieur, qui pour les raisons susdites peut servir de rade.

N O T E Z .

Quant le terroir est si bas, qu'à cause de la terre fouie pour faire le parapet du chemin couvert, on a un fossé ayant de l'eau commune avec l'autre grand fossé, & couurant par deux passages voûtez mis pres les Dodanes dessous le susdit parapet : Il est notoire, qu'on assuereroit ainsi les Navires au grand fosse contre l'Ennemy, & cela avec aussi peu de coust, qu'on employe communement aux chemins couverts qu'on fait es Fortereses, & le susdit fosse recevrait son approfondissement comme le reste.



6 EXEMPLE.

*Contenant la maniere d'approfondir les fossez des Villes qui ne sont point situées aux bords de leau, comme les precedentes, mais aussi loing de là qu'on pourroit mettre un Camp entre deux.*

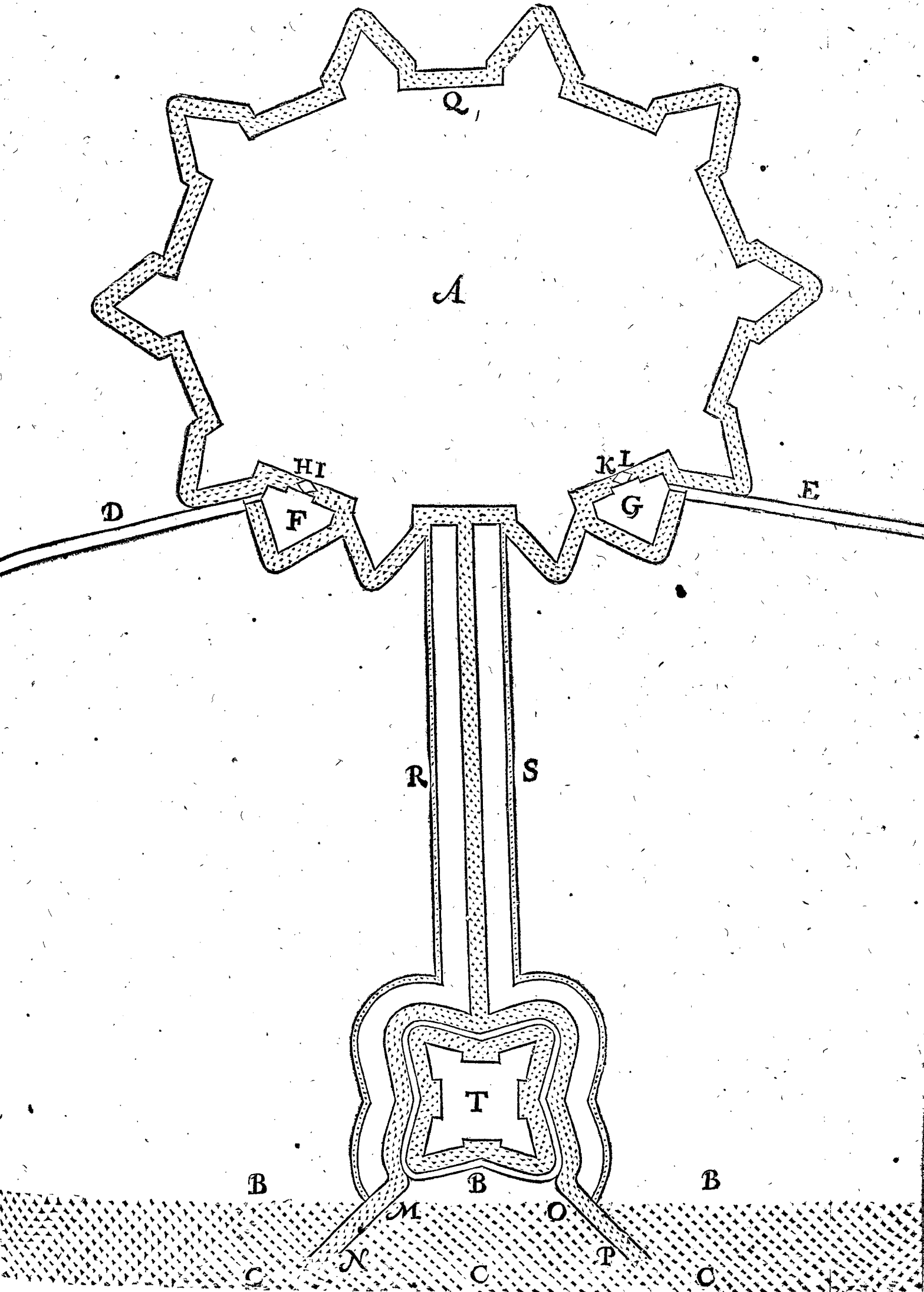
**O**N peut bien fouir tout alentour de telles Villes sans faire des Dodanes aux fossez, mettant les Digues,

si elles y sont devant les fossez, tellement que leurs descentes ou talus se peuvent nettoyer des remparts, & servir de parapets de chemins couverts, mais alors les Navires ne peuvent entrer en la Ville, ni aux fossez; parce qu'ils seroyent à sec l'eau estant basse: tellement que quand on y a voulu la naviger, il y a fallu jusques à maintenant mettre des Dodanes aux fossez, comme à Middelbourg, à la Briele, & autres semblables Villes.



PAR ESCLUSES.

7 FIGURE.



Villes. Mais pour declarer comment cela se peut faire sans Dodanes, je marque icy ceste 6 Figure avec les deux Escluses HI, KL, comme devant, mais avec un fossé de l'un à l'autre : De ce fossé court vers la grande eau un Havre, divisé en deux, aux deux parties MN, OP, venans l'un sur l'autre à angle droit; dont l'usage est manifeste par les Exemples précédens.

Mais parce qu'en temps d'assiegement on pourroit empêcher l'entrée, & sortie des Navires par un tel Havre, pource que l'Ennemy peut venir à pied sec jusques aux bords, il y a fouï icy joignant le Havre deux petits fossés, comme R & S, & de la terre jettée sur le costé interieur se font des parapets : Quant à ce qu'on pourroit douter que l'eau courante par ces deux petits fossés, pourroit trop amoindrir au milieu l'eau du Havre, qui par cela pourroit avoir trop peu de profondeur; Il faut considerer qu'on peut faire l'emboucheure d'iceux aussi estroicte qu'on veut, car encore qu'elles ne fussent chacune que d'un pied ou deux de largeur, on en pourroit faire assez de profondeur : Quatre tels pieds, voire quand ce seroit cinq ou six, sont de peu d'importance, estans comparez à l'ouverture de 100 pieds des deux Escluses, & encore de moindre, quand il y a quatre telles Escluses, comme au 5 Exemple.

Encore est-il utile de mettre à l'embouchure du Havre un fort, comme il est demonsté par T, entre lequel & la Ville les susdits deux parapets se peuvent nettoyer le long des deux petits fossés (qui sont tirez tout droit) aussi bien hors des deux boulevarts du Fort, comme hors de la Ville. Notez aussi qu'encore qu'entre la Ville & le Fort il y eust 1500 pieds de distance, il semble qu'il n'y faudroit autre Fort entre deux, mais telle distance estant trop longue, on en pourroit mettre un ou deux d'avantage.

#### 7 EXEMPLE.

*De l'approfondissement qu'on peut faire aux fossés des Villes situées au bord de la Mer, ou de grandes Rivieres sans flux & reflux, mais ayans une petite Riviere venant à la Ville.*

**I**'Ay parlé jusques icy des Villes situées au bord de la Mer ou de grandes Rivieres navigables avec flux & reflux : Mais d'autant que plusieurs Mers & grandes Rivieres navigables n'ont point de flux & reflux, les Villes situées au bord d'icelles ne se peuvent point approfondir par la maniere precedente : Mais cela se peut effectuer avec des petites Rivieres qui viennent communement aux Villes, pour la grande commodité que les Bourgeois en tirent tant de l'eau claire & freiche, fort necessaire à leur usage, comme aussi pour les Moulins qui en moulent, & d'autres semblables. Mais joignant ces commoditez, telles petites Rivieres ont jusques à present causé de grands dommages à la For-

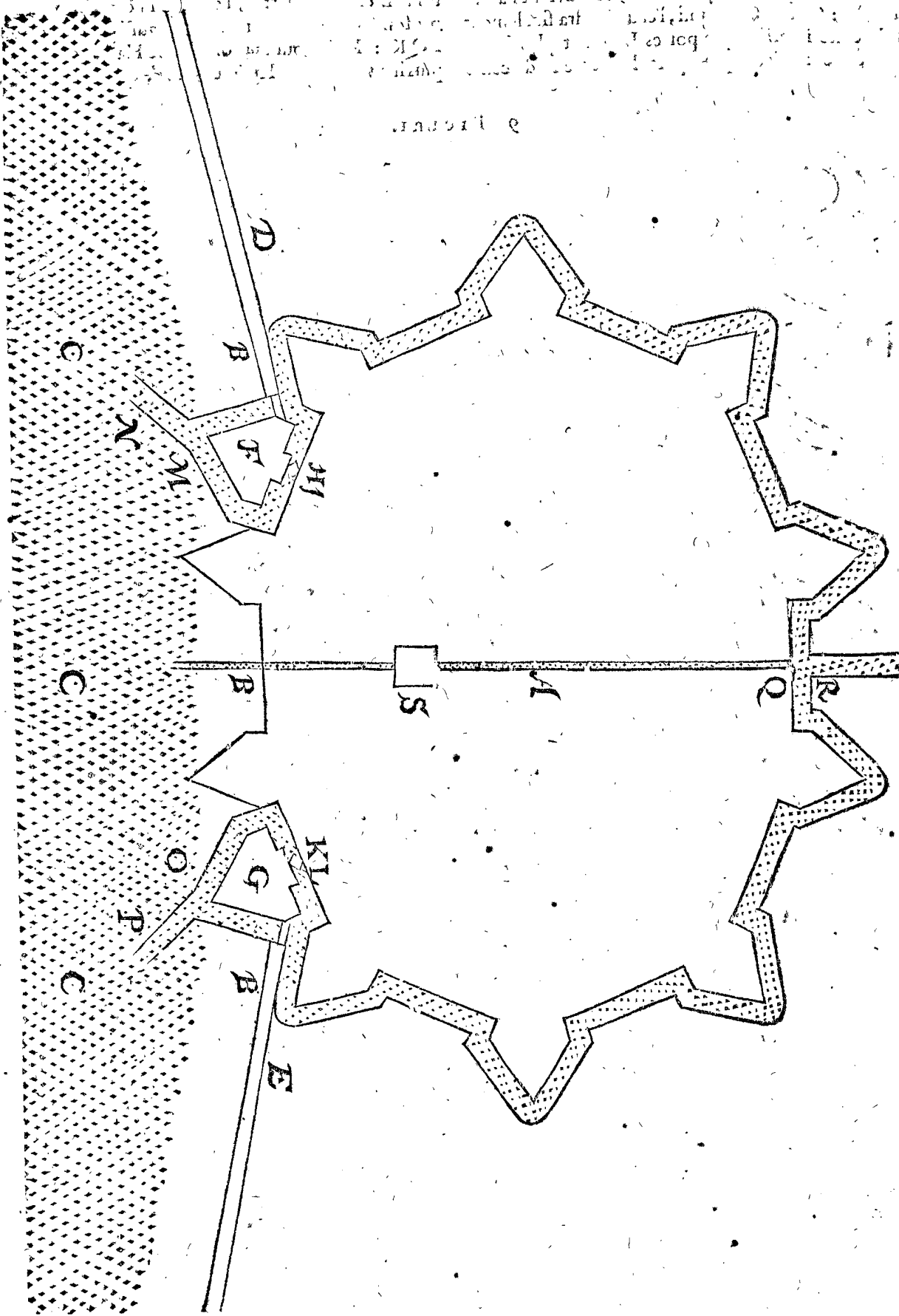
tification; car si on les fait courir par les fossés, elles les emplissent de sable, si on les conduit par la Ville entre deux Dodanes ou Terrains sans venir plus avant au fossé, les Moulins sont dedans la Ville bien asséurez contre le feu de l'Ennemy, les Bourgeois reçoivent aussi la commodité de l'eau, mais le fossé a quatre lieux emplis & foibles : Si on conduit icelles petites Rivieres dehors alentour du fossé, les Moulins sont bruslez en temps de Guerre, les Bourgeois aussi n'ont point la commodité de l'eau dedans la Ville. Mais pour declarer maintenant comment on peut prévoir à tous ces inconveniens, soit marquée en ceste 8 Figure la petite Riviere R, entrant au fossé de la Ville pres Q, sans Dodanes, & de là aussi par la Ville jusques au Moulin S, & puis de là par les remparts vers B jusques en la grande eau, comme (par exemple) il a courru au paravant. L'usage de cecy est tel : Les deux paires de portes LH estant closes, & l'eau de la petite Riviere R courant continuellement, le fossé s'amasse plein d'eau aussi haute qu'il se trouve par experience que les Terres & fruits peuvent endurer : Ceste eau estant ainsi au plus haut, on en approfondit comme devant estoit fait avec l'eau du flux retenue au receptacle, dont il est parlé au 2 & 3 Exemple, à sçavoir qu'on ouvre unefois les portes L, laissant celles de H fermées, une autrefois ouvrant les portes H, laissant les portes de L fermées, avec quoy est chassé tout le sable que la petite Riviere apporte avec les hautes-eaux au fossé.

Jusques icy est parlé d'approfondir les fossés pleins d'eau, servant principalement pour approfondir les Havres MN, OP; mais la profondeur des fossés se peut faire encore mieux par fossés vuides, ou auxquels l'eau est au plus bas, mettant une autre Escluse au lieu où la petite Riviere entre au fossé, comme il est signé pres R; car icelle Escluse estant fermée, & l'eau du fossé entierement vuidee par les Escluses HI, KL & l'eau tenue en la petite Riviere de R en haut, tombant par l'Escluse pres R es secs fossés, elle y fait plus grande profondeur que par la precedente maniere. Il est aussi notoire que quand la grande Riviere est au plus bas (comme il advient es Estez secs, & es Hyvers apres longue gellée) qu'alors telle maniere est de meilleur succès, parce qu'alors les fossés se peuvent rendre plus secs. Mais il faut noter icy qu'il est requis que les fossés qu'on approfondit ainsi avec des petites Rivieres, doivent par tout estre d'egale largeur, sans lieux irregulierement larges, comme il advient aucunesfois pour la disposition des places; car l'eau estant en tels endroits de foible cours, le sable pourroit s'y amasser.

Il est encore notoire que l'eau du Moulin pres S, aura sa cheute & vuiderement pour moudre comme devant, quand ceste maniere d'approfondir les fossés n'y estoit pas.

8. Figure

inconnu e



8 EXEMPLE.

*Pour approfondir avec une grande Riviere navigable sans flux & reflux, sans petites Rivieres aussi venantes à la Ville.*

**P**Osé que la Ville de ceste 9 Figure soit située sur une grande Riviere navigable sans flux & reflux, sans pe-

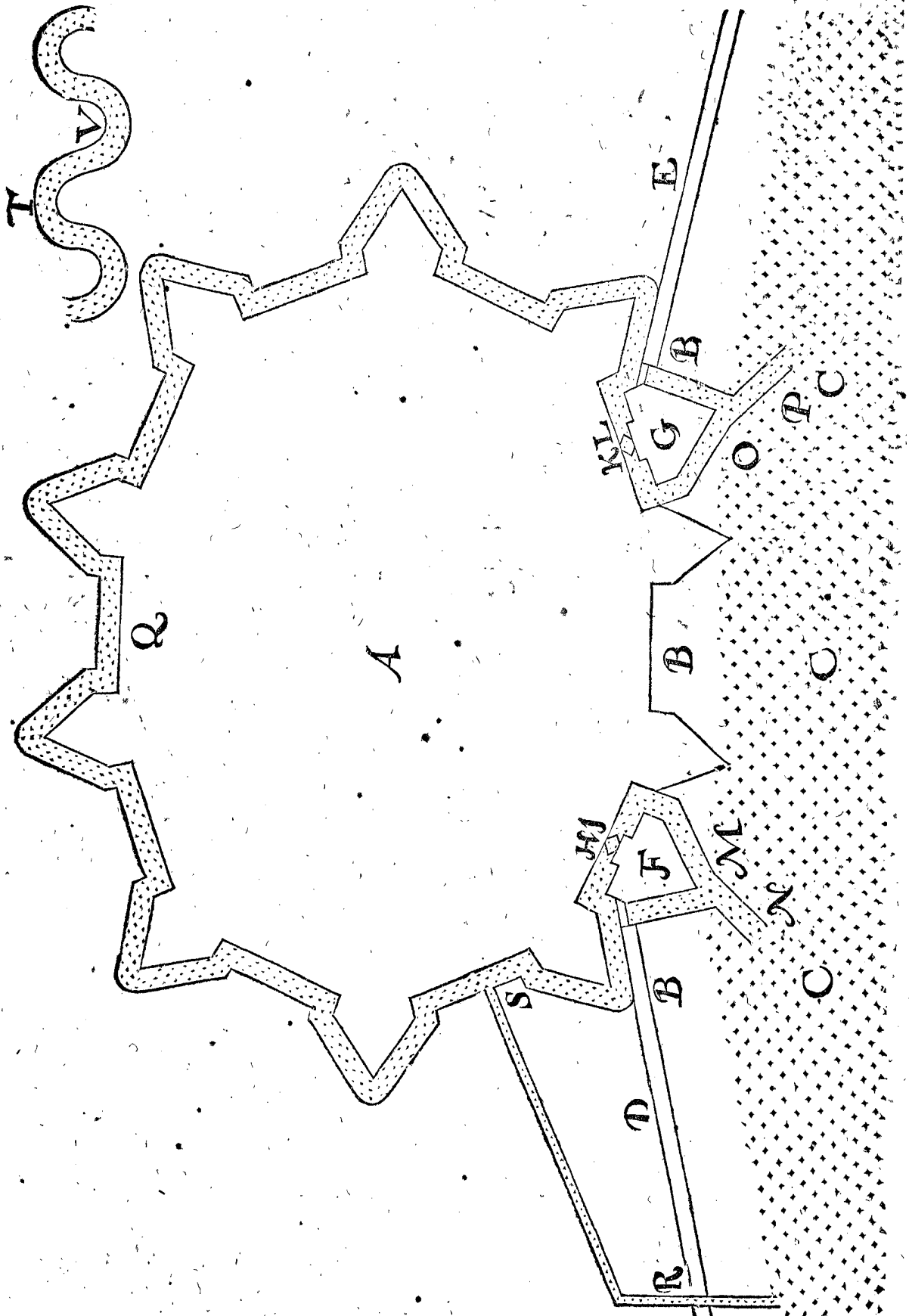
tite Riviere aussi par laquelle on pourroit hanfer l'eau comme en la 8 Figure : Or pour approfondir le fossé & les deux Havres MN, OP, seulement avec ceste grande Riviere que je pose courir de N vers P, on le peut executer comme s'ensuit :

Premierement pour approfondir le Havre OP vers le côté plus bas de la Riviere, il s'expediera en faisant hausser

hauffer l'eau du fossé au plus haut qu'elle peut venir, fermant l'une paire des portes à L, & ouvrant l'autre paire à I : Ce qu'estant ainsi, l'eau viendra finalement sur le costé interieur des portes L autant plus haute qu'au costé exterior, qu'emporte la cheute ou descende

de la Riviere sur la longueur de I à L; pourtant les portes à L estant ouvertes, l'eau retenuë plus haute, fera profondeur par le Havre OP, & aussi par tout le fossé I Q K ; Mais pour approfondir le Havre ML vers le plus haut bout de la Riviere, cela s'expédiera en faisant

9 FIGURE.



descendre l'eau du fossé au plus bas qu'il peut venir, fermant l'une paire des portes à I, & ouvrant l'autre paire à L : Ce qu'estant ainsi, l'eau deviendra finale-

ment sur le costé interieur des portes autant plus basse qu'au costé exterior, qu'emporte la cheute ou descende de la Riviere sur la longueur de I à L, pourtant les portes

res à I étant ouvertes, l'eau extérieure de la Rivière tombera au bas fossé, faisant profondeur par le Havre M N, & aussi par tout le fossé I Q K.

Il est encore notoire que les longues Villes, là où l'Escluse inférieure est beaucoup distante de la supérieure, reçoivent plus de descente & différence d'eau intérieure & extérieure, que là où elles sont plus proches l'une de l'autre, car comme plus grande longueur à moindre, ainsi assez près plus grande différence de descente à moindre.

Il est aussi manifeste que les Rivières ont plus de chute avec un cours vif, que les Rivières d'un cours lent; d'où l'on peut entendre que telle manière d'approfondir sera plus forte lors que les Rivières sont hautes, qu'elles sont basses; pource que le fossé lors que les eaux sont hautes étant autant approfondi que la Rivière y puisse passer lors qu'elle est au plus bas, il est apparent qu'en après il n'y viendra remplissement de sable ou fange, mais plus grande profondeur, & cela sans mettre des Dodanes, ce qui autrement est nécessaire, parce que le sable s'amasserait au fossé.

Il faut encore sçavoir qu'en telle manière d'approfondissement, que ceste-cy, il n'y faut pas les deux paires de portes à H & K, comme au susdit 2 & 3 Exemple.

Notez encore, que si dedans la Digue assez loing de la Ville vers le costé supérieur de la Rivière, estoit une Escluse d'esguille, comme au lieu de R, de laquelle quelque fossé vint jusques aux fossés de la Ville, comme de R à S, il est notoire qu'avec cela la différence de l'eau la plus haute & plus basse deviendrait d'autant plus grande qu'auparavant, comme porte la descente de la Rivière de R jusques joignant S. On auroit aussi semblable différence d'eau plus haute & plus basse, si on mettoit telle Escluse à la Digue depuis la Ville vers le costé plus bas de la Rivière. Mais si c'estoit terre haute point diguée, comme il advient en aucuns lieux, alors on pourroit fouir le fossé de R à S, sans mettre à R une Escluse, ordonnant (pour des raisons cognues) l'entrée comme R, à une courbure de la Rivière approfondissante comme T, & point à une courbure accroissante, comme V.

## 9 E X E M P L E .

*De l'approfondissement des fossés des Villes loing de la Mer, ou de grandes Rivières navigables, mais ayans une petite Rivière point navigable.*

Soit en ceste 10 Figure A une Ville loing de la Mer ou d'une grande Rivière navigable, mais ayant une petite Rivière navigable B C, entrant illec au fossé: L'affoiblissement des Villes & les inconveniens qu'apportent telles petites Rivières, soit qu'elles soient conduites par la Ville, ou par les fossés, ou alentour des fossés, sont décrits au 7 Exemple; là où il est bien dit comment on y remediera, mais s'il s'agissoit d'une Ville située au bord de la Mer ou d'une grande Rivière na-

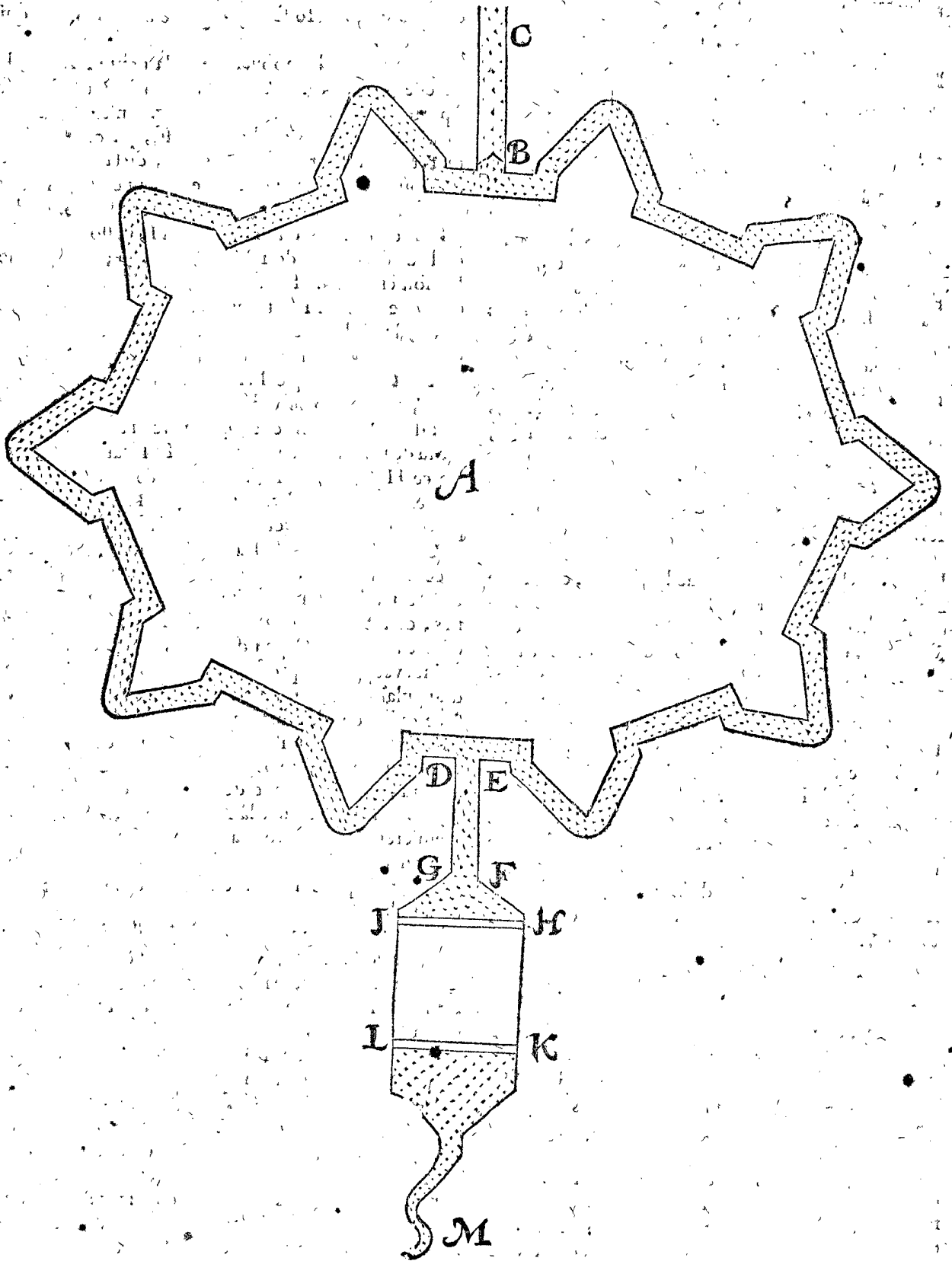
vigable, entre laquelle & la Ville il n'y a point de place de grande estendue comme icy, pourtant ceste manière d'approfondir le fossé requiert une autre manière qui peut estre telle.

On mettra à l'embouchure de la petite Rivière, là où elle entre au fossé, comme au lieu de B, une Escluse à portes d'esguille, comme il y est démontré, & au lieu où la petite Rivière sort hors du fossé, qui soit pres D E, on fouira un bout de fossé D E F G, de la longueur de trois ou quatre cens pieds, & de largeur comme les autres fossés, ou environ, puis on tirera les costés des fossés, comme de F à H, & de G à I, s'esloignant l'un de l'autre, comme de F à H, & de G à I; de sorte que H I soit cinq ou six fois aussi large que E G, & qu'à son estendue de H à I soit mis au niveau un arrestement d'eau, à telle hauteur que le fossé de la Ville puisse toujours tenir du moins 6 pieds d'eau. Puis soient tirez H K & I L, ainsi que I H K L signifie un fossé très-large, mais peu profond, au bout duquel comme au lieu de K L, est mis encore au niveau un arrestement d'eau de la mesme hauteur que H I. L'eau passant outre ce H I qu'on laisse prendre son cours vers la petite Rivière comme il adviendra, fait une Figure, par exemple, comme de K L vers la petite Rivière à M.

Cecy étant ainsi, & l'approfondissement étant fait avec l'Escluse B aussi souvent qu'on le trouve nécessaire; on parviendra à son souhait; car le fossé est sans Dodanes, étant par tout approfondi: Et combien qu'il se trouve auprès de G peu de profondeur, cela ne nuit point, veu qu'il y a profondeur pres D E. Le parc quadrangulaire I H K L aura fort peu de profondeur, & l'accroissement de sable ou fange y viendra, peut estre à la hauteur des arrests I H, K L, à cause du petit cours que l'eau y aura; mais cela ne fait aucun dommage, ains au contraire donne de l'avantage; car si l'Ennemy vouloit deduire par là l'eau du fossé, il luy faudroit premierement fouir tout au travers. Et quoy que cecy seroit malpropre pour la navigation, si est-ce sans prejudice, veu que comme il est dit cy-devant, il n'y en aura nul.

Il faut encore considerer qu'il est utile, de faire qu'on aye pres de l'Escluse, comme de B C en haut, autant d'eau qu'il est possible selon l'affiette & qualité du lieu, à fin qu'il ne s'avalle pas incontinent par trop, quand on commence à la faire courir.

Notez encore, que si au lieu entre D E, on mettoit une Escluse d'esguille, comme il est démontré avec deux portes illec marquées, (lesquelles on pourroit couvrir d'un Ravelin) on feroit par ce moyen devaller l'eau du fossé plus avant qu'auparavant, & on approfondiroit avec plus grande différence d'eau extérieure & intérieure. Il pourroit aussi advenir en aucuns lieux, que par tel moyen on feroit navigable une petite Rivière innavigable, ou que les petites Rivières qui portent des petits Navires, en pourroient porter de plus grands.



## 10 EXEMPLE.

*De l'amendement des receptacles qui sont en usage aux plats Pais, tant pour approfondir les Havres, que pour sécher les Terres.*

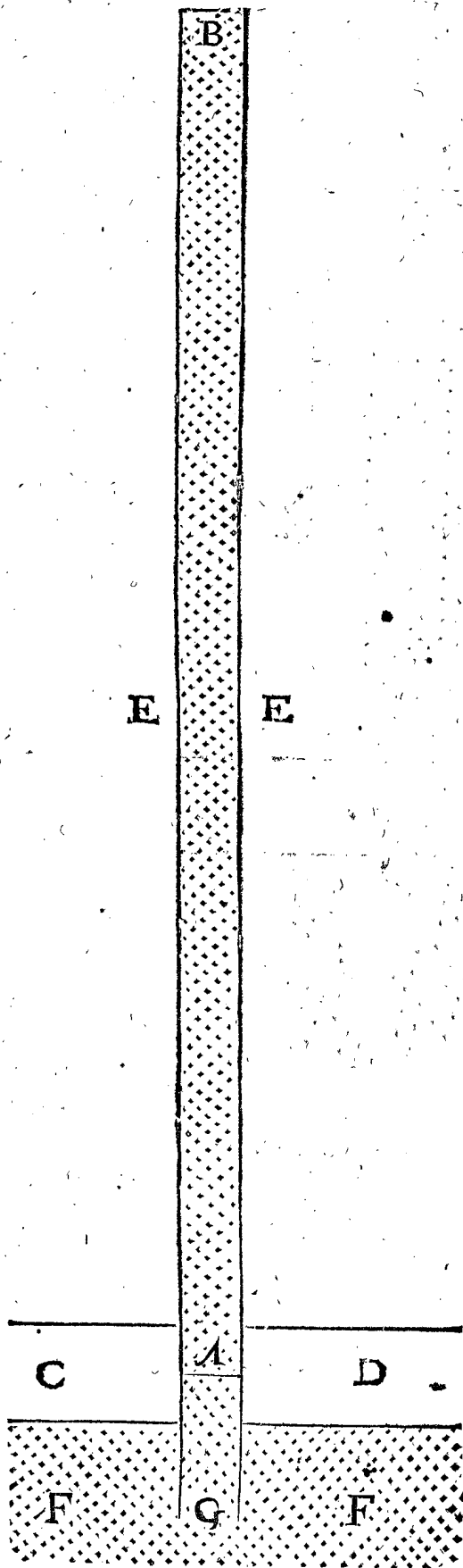
IL a esté dit cy-devant, comment les fossez des Villes peuvent commodément servir de receptacles, tant pour approfondir les Havres, & pour la mouture, que pour la fortification des Villes : Mais outre ce il y a icy hors des Villes au plat Pais plusieurs receptacles, servants non seulement pour approfondir les Havres, par lesquels passent des Nasses & Navires, & entrent aux

Pais & Villages, mais aussi pour les Moulins qui sechent les Terres, jettans sans cesse l'eau là dedans, cependant que l'eau extérieure est plus haute que l'intérieure: Mais veu qu'à mon advis la forme d'iceux receptacles se peut amender de beaucoup, & que je puis facilement declarer mon intention par le precedent, j'en diray ce qu'il m'en semble.

Soit à icelle fin en ceste 11 Figure A B un receptacle, tel que ceux dont on s'est servi ordinairement jusques à present, qui en certains lieux sont de la longueur de quelques milliers de verges, ou de quelques heures de chemin, CD signifie la Digue sous laquelle pres de A gist

gilt une Escluse à porte guindante, puis E est la terre, F l'eau extérieure, comme la Mer, ou quelque grande Riviere, A G le Havre qui avec l'eau haute retenuë A B, s'approfondit quand l'eau extérieure F est au plus bas.

11 FIGURE.

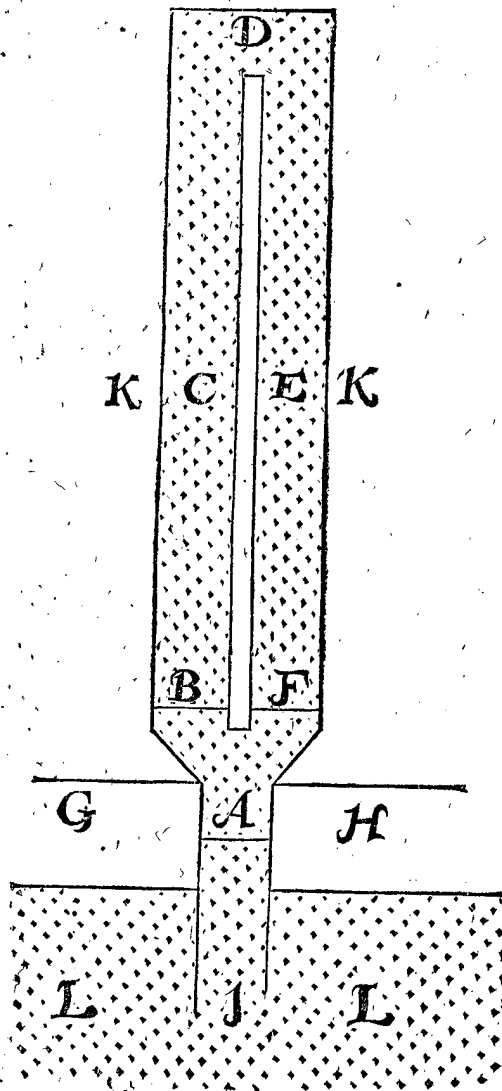


Tels receptacles ont le malheur de se combler continuellement de sable & fange, & principalement au bout B, parce que l'eau n'y a point de passage, tellement que comprenant peu d'eau, ils font peu de profondeur.

Au second, on ne peut mettre d'Escluses pour sécher les terres E; ou y estant mises, elles font peu ou nul service. Au troisieme, on n'y peut mettre des Moulins pour vider l'eau de ces receptacles ou y estant mis, il font peu d'effect; parce qu'il leur faut porter l'eau plus haut qu'ils ne feroient quand le receptacle est de bonne profondeur. Au quatriesme, quand par necessité on les approfondit par fouissement, cela ne se fait qu'avec tres-grands despens.

Pour prevenir à tous ces inconveniens on peut faire comme s'ensuit: Posé qu'en ceste 12 Figure le receptacle soit foui depuis l'Escluse à porte guindée A outre B, & C jusques à D, estant la moitié de la longueur de A B de la 11 Figure: Apres soit de D en fouissant retourné outre E & F jusques à A, une ceinture de terre demeurant entre C & E; puis par G H se signifie la Digue,

12 FIGURE.



sous laquelle gilt l'Escluse à porte guindée A, & A I est le Havre, K la terre, L l'eau extérieure: Au lieu de B est une porte, comme il y a aussi au lieu de F. L'usage en est tel: La porte de l'Escluse A estant guindée à mont, au temps de la plus haute eau intérieure, & la plus basse eau extérieure, l'approfondissement s'en fera l'une fois par F, B demeurant close, l'autre fois par B, F demeurant close; quelque fois estans les deux portes B & F ouvertes ensemble, quand on veut approfondir le Havre A I avec plus grande quantité d'eau, comme cela se peut entendre plus manifestement par ce que dit est de l'usage des Escluses au 2 Exemple de ce Chapitre, où l'on voit aussi qu'on peut encore plus fort approfondir le re-

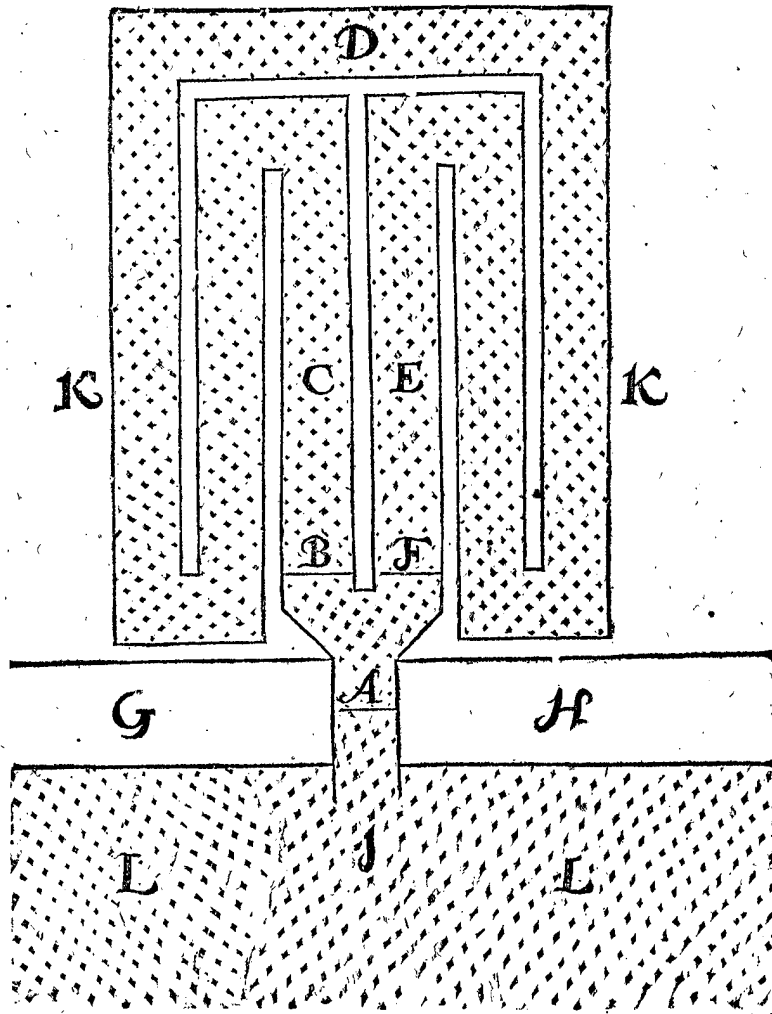
le receptacle, en laissant tomber l'eau haute extérieure en l'eau intérieure quand elle est au plus bas.

Quant aux deux portes mises pres de B & F, il ne faut pas que ce soyent des ouvrages de grand coust, veu qu'il n'y a point de cheute d'eau, comme à l'Escluse A, & que l'eau des portes fermées B F est presque aussi haute devant que derrière, dont on peut voir l'exemple en semblables portes, qui sont faites à aucuns ponts de Delf, pour conduire l'eau par devant les portes sans y entrer, quand les Moulins rafraichissent l'eau.

Notez aussi, qu'encore bien que la ceinture entre C & E soit icy marquée par exemple longue & étroite, toutefois on peut luy donner telle forme qu'il viendra à point selon les circonstances du lieu, à sçavoir longue ou large, droite ou tortue, prenant les fossés à son advantage & selon qu'on trouve utile.

S'il vient mieux à propos en quelques Pays d'ordonner le receptacle plus pres du Havre, sans tant l'essloigner, & que toutefois il contienne assez d'eau, cela se pourroit faire comme en ceste 13 Figure, en laquelle

13 FIGURE.



les lettres sont de telle signification qu'en la 12 Figure, mais l'eau de chaque costé des portes B, F, fait un tour d'avantage, de sorte qu'ouvrant une fois la porte B, l'autre fois F, il en vient approfondissement par tout le receptacle.

Mais si on vouloit encore à chaque costé un tour d'avantage, cela se pourroit faire comme en ceste 14 Figure, en laquelle les lettres sont aussi de la mesme signification, de sorte qu'ouvrant l'une fois la porte B, l'autre fois F, il en vient profondeur par tout le receptacle.

On voit assez l'intention par ceste 13 & 14 Figure, & la maniere pour faire que les receptacles comprennent encore plus d'eau.

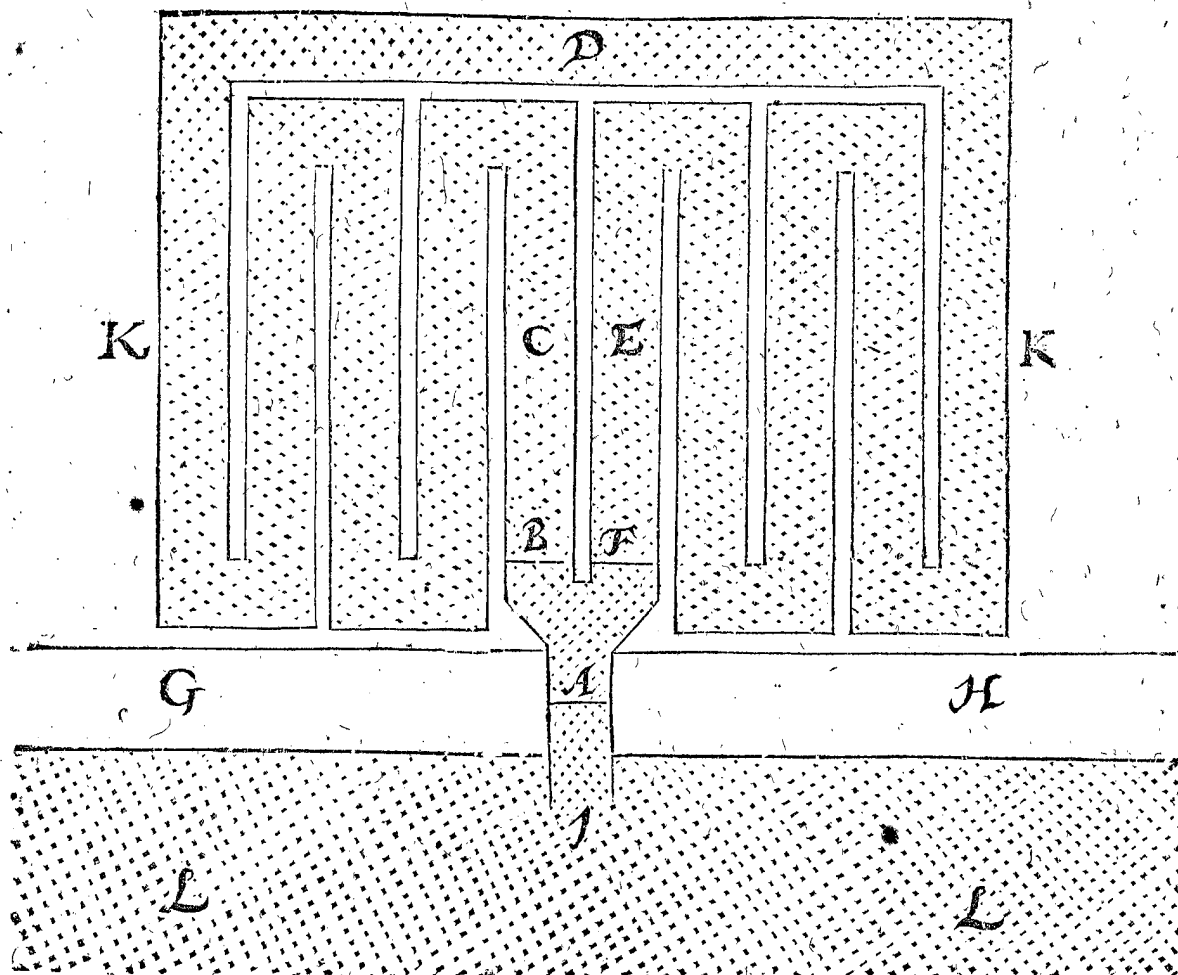
Il semble qu'il est possible par ce que dit est cy-devant, d'empescher non seulement l'accroissement qui vient es

receptacles de la 11 Figure, mais encore de les pouvoir faire aussi profonds, qu'avec plusieurs petites Escluses de peu de coust, vuidans leurs eaux dans les receptacles, on pourroit secher plustost les Terres qu'auparavant, & aussi avec moindre quantité de Moulins, qui pourront moudre aux profonds receptacles, pendant qu'ils sont plus bas que l'eau extérieure: Les receptacles qui servent de fossés navigables, seront plus commodes à la Navigation pour la grande profondeur: On evitera aussi selon ceste maniere les grands despens qui se font quand on approfondit avec des houës.

J'ay traité jusques icy de la maniere d'approfondir les receptacles avec des Escluses guindées qui y sont maintenant, d'où est assez notoire, que les Escluses à esguilles tournantes feroient encore beaucoup meilleur service.



14 FIGURE.



## II EXEMPLE.

*De l'approfondissement des fossez aux tourbieres (qu'on nomme en Hollande Venen) où l'on fouit des tourbes.*

Les tourbes en ces Pays se tirent hors de la terre en deux manieres; l'une de dessous l'eau jusques à la profondeur de 20 pieds & d'avantage, avec des rets appropriez à tirer des mares. L'autre maniere se fait au dessus de l'eau, en hoüant les tourbes avec des houës. Il est fort utile pour cet effect de faire un fossez par les tourbieres servant à deux fins principales; l'une à passer les Navires chargés de tourbes, pour venir à la grande Riviere ou Mer, & de là en divers lieux là où on veut: L'autre est, que l'eau descendant hors des tourbieres en iceluy fossez les tourbieres deviennent si seches, qu'on peut houër à son aise les tourbes au dessus de l'eau. Mais veu que j'ay intention de traiter principalement de ceste deuxiesme maniere, il faut sçavoir que plusieurs d'iceux fossez ont cet inconvenient de devenir secs, tellement qu'on fait des Escluses en divers lieux qui soustiennent l'eau: Cecy estant ainsi, & à fin de remédier audit inconvenient de secheresse, on fera tourner les portes des Escluses sur esquilles, selon la maniere descrite cy-devant, & les parties inferieures s'approfondiront par l'eau soustenuë des parties superieures du fossez, & le sable estant ainsi continuellement osté, on fera une profondeur plus grande qu'il n'y avoit auparavant, non pas seulement plus commode à la navigation, mais aussi pour l'enfouissement des tourbes, & sechement des terres: Et encore bien qu'en temps de longue secheresse, on n'aye point d'eau pour appro-

fondir, mais qu'il la faille garder pour la navigation des Navires; quand cela adviendroit, on peut approfondir plus souvent quand il y a abondance d'eau. Notez encore qu'à cause de ceste plus grande profondeur, il y a en tel temps sec moindre defaut l'eau pour naviger: Aussi qu'à cause de cela on pourra en temps de secheresse, faire decouler l'eau plus bas que par cy-devant, les navires retenant toutefois assez de profondeur pour naviger. Tout cecy consideré, & en outre le petit coust du changement des susdites portes d'Escluses, ceste admonition m'a semblé pouvoir estre utile.

Mais parce que quelqu'un pourroit penser, que ceste chose est de si petite importance, qu'elle ne merite pas d'en faire une telle narration, il faut sçavoir qu'en ces Pays, certaines tourbieres steriles valent plus en achapt que les meilleures terres labourables; & il advient encore en certains lieux, que les tourbes estans tirées des tourbieres, qui estoient auparavant infructueuses, qu'on trouve dessous icelle de bonnes terres labourables, & de pasture; de sorte que plusieurs en ont acquis des grandes richesses, lesquelles se pourroyent aussi acquerir en d'autres Pays, si la cognoissance en estoit commune.

Or cecy touchant les tourbieres estant consideré, il ne semble pas hors de propos qu'on tasche de sçavoir leur origine, parce que telle cognoissance pourroit aider à la chose: Je dis donc que les tourbieres ont esté des grands boscages espais, & que tous les grands boscages espais presentement en sont, & deviendront avec le temps tourbieres, en cas que les hommes n'extirpent point les boscages, mais là où la nature a son cours: Pour demonstrier cecy, il est notoire premierement que les

les arbres perissent avec le temps, quoy qu'il y en ait quelques especes qui durent les unes plus long temps que les autres, comme les chesnes, qu'on dit durer environ trois cens ans, à sçavoir cent ans croissants, cent ans demeurans en estat, & cent ans declinans.

Or donc posé que le chesne soit le plus durable, comme aucuns estiment, il s'ensuit necessairement que de tous les arbres qui croissent maintenant, il n'y en restera pas uns d'icy à trois cens ans. Quant à ce qu'on pourroit repliquer, que des glands & autres fruits ou semences qui tombent en terre, croissent des arbres nouveaux, & que par ainsi les boscs demeurent continuellement en estat: On respond là dessus que cela prend aussi fin, pour ceste raison: On voit aux boscs, que par les grandes tempestes les branches frappent tellement les unes contre les autres, qu'elles se rompent, & tombant couvrent la terre de dessous les arbres, aussi bien de grandes branches, que de petites vergettes, qui en apres se pourrissent: Mais ce qui advenant souventes fois annuellement, & durant plusieurs centaines d'années, cela cause une grande quantité de branches pourries, lesquelles brisées s'amassent les unes sur les autres quelques pieds de haut, sur lesquelles finalement s'accumulent encore les arbres entiers ruinez & pourrissans; ce qui est une matiere de bois sans terre, en laquelle les glands & autres semences d'arbres tombant, ne peuvent croistre: Cecy estant venu jusques à la, les boscs s'aneantissent du tout, & demeurent terres steriles que nous nommons tourbieres.

Quant à ce que quelqu'un pourroit penser, comment cecy se peut accorder avec la susdite premiere sorte de tourbieres, dont les mares se tirent avec des rets plus de vingt pieds du dessous l'eau, là où il semble que nuls arbres n'ayent peu croistre; mon opinion est que cela se peut faire comme s'ensuit: Les terres diguées n'accroissent plus hautes apres le diguement, les boscs estant en icelles deviennent tourbieres, comme il est dit cy-devant; mais les Terres hors des Dignes accroissent continuellement, ce qu'on trouve en plusieurs endroits en vingt ou trente années, estre acru de la hauteur de deux ou trois pieds & plus, mais par longue continuation telle difference estant si grande, que le fond de la Riviere est beaucoup plus haut que la Terre diguée, comme l'on trouve par effect en plusieurs lieux, dont j'ay escrit plus particulierement à la 13 proposition du mouvement materiel de la sphere terrestre, les Terres diguées ne peuvent decouler leur eau de pluye, mais demeurent destruites, & l'eau exterieure y entrant, les tourbieres, qui sont de matiere de bois, montent aussi haut que l'eau, puis le sable avec la matiere argilleuse qui vient avec les hautes eaux, tombant par les tourbieres jusques au fond, le Pays recroist en haut, la tourbiere flottant sur l'eau; ce qui est aussi l'occasion que les profondes tourbieres branlent quand on marche dessus, ce qui va comme de la sieure de bois, laquelle mise en l'eau, & pressant dessus, elle s'encline en bas; mais quand on cesse de la presser, elle remonte en son premier lieu: Et hors de telles tourbieres on peut tirer des tourbes fort avant sous l'eau, comme j'avois proposé de declarer.

Les arbres qu'on trouve communement dedans les tourbieres, tesmoignent aussi que ces lieux ont esté des boscs: La raison pourquoy tels arbres ne sont point pourris, ni changez en matiere de marais ou tourbes comme les autres, mais qu'ils sont fort durs, semble telle: A sçavoir qu'avant que d'estre pourris, ils ont esté convertis du susdit accroissement, & demeurant

ainsi hors de la gelée & splendeur du Soleil, en apres ils ne se pourrissent point, mais deviennent d'autant continuellement plus durs.

Voy-là ce que j'avois proposé de declarer, touchant mon opinion de l'origine des tourbieres; si la chose n'est assez claire, elle pourra (peut estre) servir de commencement pour cy-apres y prendre garde de plus pres.

## 12 EXEMPLE.

*De la maniere d'approfondir les Rivieres ou Fosse navigables entre deux Isles, ou entre Terre ferme & une Isle, là où il y a flux & reflux.*

L'On se propose presentement en divers lieux de ces Pays de faire profondeur entre deux Isles, ou entre Terre ferme & une Isle, par laquelle elles peuvent demeurer separées l'une de l'autre, sans devenir seches: Comme la Nieuwerhaventse Vaert de long de Cadfant & de Groe: La Riviere Eendrecht ou Vosmeer le long de Ter-Tolen: La Roovaerts pres le Clunder: Le Fosse par le Schorre joignant Ter-Muyden, & plusieurs autres. La cause des guais ou peu de profondeur de tels fossez est de deux sortes: Premièrement pour le wan-tije (qui signifie en Flamen un lieu où le flux vient de deux costez, l'un des flux contre l'autre) Au second, pour le grand rediguement (advenu nagueres durant les Treves) des Terres dont les Dignes au temps de Guerre estoient percées, desquelles terres l'eau de reflux ne tombe maintenant au fosse, & n'y fait telle profondeur qu'elle faisoit devant le rediguement. Les raisons pourquoy on desite tant ces profondeurs sont diverses: Premièrement, pour naviger par icelles: Au second, à fin qu'elles assurent les terres contre l'Ennemy: Au troisieme, veu que les terres qui ne sont point diguées, ont d'un & d'autre costé du fosse un grand accroissement, & que pourtant par les reflux journaliers il avale moins d'eau au fosse, il est apparent qu'icelles terres & les fonds de tels fossez se hausseront si fort en brief, qu'on ne pourra en temps de Guerre les mettre sous l'eau: Il est bien vray que l'accroissement des terres est empesché par diguage; mais alors l'accroissement du fosse est encore plus grand, parce qu'il n'y a point d'avallement de la susdite eau de reflux de terres joignantes. Au quatrieme, veu que ceste maniere d'approfondissement se fait par diguage des terres, il s'en suivroit le profit qui en procede les terres demeurant là dessus idoines pour (par leurs Escluses ou percement de Dignes) les pouvoir submerger quand la necessité le requiert. Au cinquieme, quand les fossez sont profonds, alors les terres diguées peuvent vuider en iceux abondamment l'eau par leurs Escluses, & estre seches de bonne heure, ce qui ne réussit pas ainsi quand les fossez sont estoupez, pour lesquels avantages on pourroit par bonne raison faire contribuer les Digueurs, aux despens des Escluses & leurs forts qui y sont necessaires.

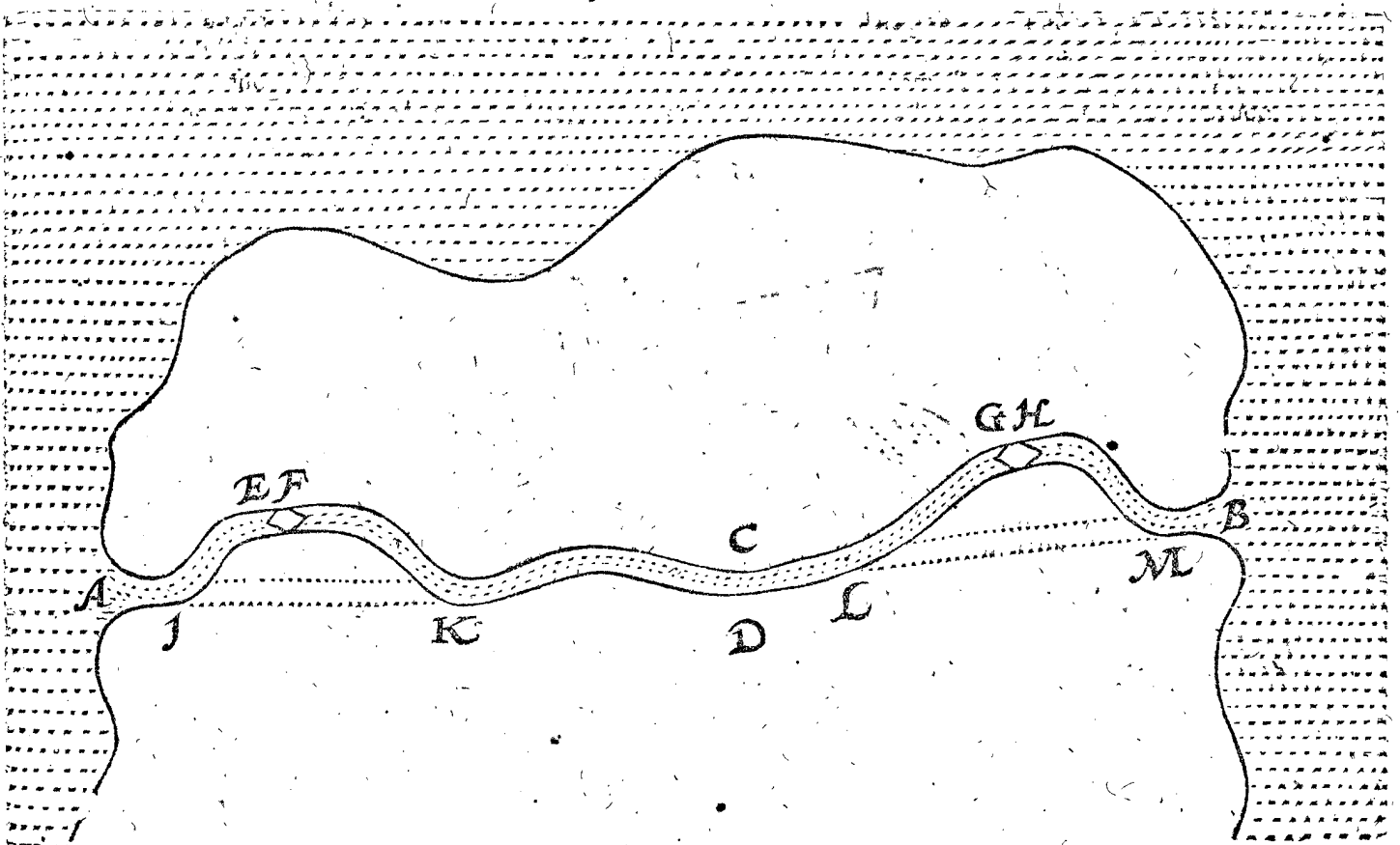
Mais pour parvenir aux susdits profits, & eviter ces difficultez, la regle en pourroit estre comme s'ensuit:

Soit AB un Fosse entre l'Isle C, & l'Isle ou Terre ferme D, lesquelles terres n'estant point diguées, le reflux journalier tombe vers le bas Fosse AB, en faisant grande profondeur; mais il devient annuellement pour les raisons susdites, comme on void par experience, moins profond. Pour obvier à cecy, & ne retenir seulement la profondeur qui y est, mais pour l'augmenter encore, on mettra (les terres estans premierement diguées)

diguées) aux deux bouts des Fosse, des Escluses d'éguille, chacune avec deux paires de portes, comme E F & G H, par lesquelles se peut faire profondeur de deux fortes : L'une avec l'eau haute du Fosse, tombant en la basse Mer; L'autre avec l'eau haute de la Mer, tombant au bas Fosse : Car l'eau du Fosse estant venue par le flux au plus haut, on ferme les deux paires des portes F & G; Le reflux estant en apres au plus bas, on ou-

vre l'une fois une des paires de portes, comme F, une autre fois l'autre paire, comme G; & l'eau fera sa profondeur sans rencontrer le susdit van-tije. Mais pour approfondir selon la deuxiesme maniere, avec le flux de la Mer au bas Fosse, on ferme les deux paires de portes E H, quand le reflux est au plus bas; Le flux estant puis apres au plus haut, on ouvre l'une fois l'une des paires de portes, comme E, une autre fois l'autre

15 FIGURE.



paire, comme H : Et combien que le sable ne sorte ainsi hors du Fosse, & qu'il s'amasse à l'un des bouts, si est-ce que par le suivant reflux on le peut oster par l'eau haute du Fosse, comme il est dit d'un semblable au 2 Exemple de ce 3 Chapitre.

La premiere maniere d'approfondir des susdits deux, n'est au Fosse pas si forte que la deuxiesme, à cause que les Dignes sont en certains lieux fort esloignez l'un de l'autre; parquoy l'eau haute entre deux est fort large, ce qui est cause qu'au commencement le cours de l'eau est fort lent : Mais d'autre part il fait un cours plus fort & durable aux bancs devant les embouchures du Fosse : Là dessus il faut encore considerer que la terre entre les Dignes & le Fosse, accroist & hausse continuellement, de sorte qu'en peu de temps les communes hautes marées seront comprises en un Fosse estroit, y faisant plus de force.

La deuxiesme maniere d'approfondir, est plus forte au Fosse, à cause que l'eau haute extérieure du flux, tombe dedans la basse estroite carine ou cave du Fosse. De ceste deuxiesme maniere de la closture des portes E H sur eau basse peut suivre un autre notable avantage au séchement des terres, parce que les Escluses d'icelles terres peuvent au bas Fosse exonder autant de l'eau comme il peut comprendre sans empeschement de l'eau croissante.

Mais veu que par ceste 15 Figure avec la 16 suivante, on peut facilement declarer encore un autre advanta-

ge, & aussi quelque defavantage, procedant de ceste maniere de digage, j'en diray ce mot. Si la terre entre E & H des deux costez du Fosse, estoit aussi haute que les plus hauts flux vulgaires dont on veut approfondir, il ne faudroit point faire des Dignes de chaque costé du fosse, qu'il y faudroit mettre autrement sans telles Escluses, dont les despens montent beaucoup quand la distance de E à H est grande : Outre ce on est dechargé des despens annuels des reparations de telles Dignes, comme aussi du peril de rupture causant inondation, qui en advient quelquefois : Mais ladite terre entre E & H estant plus basse que les plus hauts flux dont on veut approfondir, alors il faut seulement des petites Dignes, aussi hautes qu'il suffit ausdits plus hauts flux, sans faire des hautes grosses Dignes contre toutes tempestes & eaux d'extraordinaire hauteur. Mais d'autre costé est à considerer, qu'ainsi faisant, il faut estouper non sans grands despens le Fosse en deux lieux, comme pres de I & M, avec la Digue qui y passe, ce qui n'advient point selon l'autre maniere de digage, de sorte qu'en la calculation des despens, on se peut souvenir de ce defavantage contre les susdits avantages.

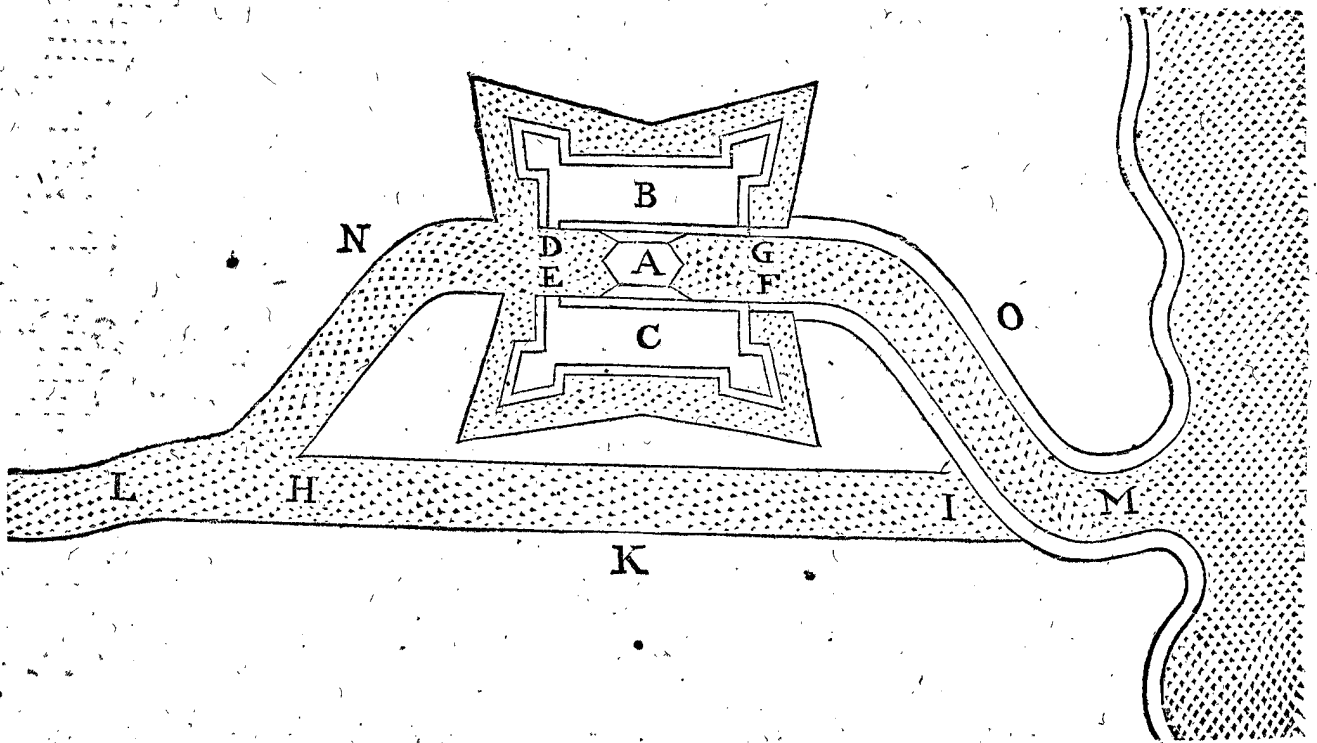
La maniere d'approfondir ayant esté declarée, reste à considerer, que la navigation ne soit empeschée, pendant qu'on fait l'Escluse ce qui redonderoit au grand dommage du Pays : Mais pour effectuer cecy, soit par les lignes poinctées de I à K, & de L à M, signifie le cours du Fosse comme il estoit, devant que les Escluses y aient

y aient esté mises, à sçavoir de A tout droit par I K, & de là à L; & puis par L M jusques à B, la terre estant alors au lieu des Escluses sans Fossé: Cecy estant ainsi, on mettra les Escluses sur icelle terre, comme au lieu de E F & G H (ce qui est aussi nécessaire, parce qu'on ne les doit mettre entre I K & L M au plus mol fond du Fossé) lesquelles estant faites, on fouira de chaque costé de l'Escluse une profondeur nouvelle, tant qu'on vienne au Fossé, & puis on estouppera le vieil Fossé avec la Digue qui y passe au travers, comme au lieu de I & M: Tout cecy se peut faire sans empescher la navigation d'une seule journée.

Notez encore, que par ceste manière de la courbure nouvellement fouie, par laquelle la navigation demeure

libre cependant qu'on fait les Escluses, s'ensuit un autre avantage: Mais pour en faire plus ample declaration, ensemble de la manière des Forts qu'on pourroit ordonner devant les Escluses, je mets icy la suivante 16 Figure d'une Escluse seule avec son fort, auquel A signifie les deux paires de portes d'esguille: B & C sont deux parapets aussi hauts que les Dignes, empeschant que de dehors on ne soit veü dedans le Fort: Aux deux bouts d'iceux parapets pres D & E sont des ouvertures, par lesquelles on peut passer pour venir le long du talu aux portes des Escluses, pour les ouvrir & fermer: Aussi pour de là venir de l'une partie du Fort à l'autre, outre une allée faite sur les portes: F G sont deux Dodanes aux bouts des Dignes, là où ils touchent contre le Fort:

16 FIGURE.



HI est le vieil Fossé estouppé au bout I, avec la Digue traversant le mesme vieil Fossé: K est la terre là où l'Ennemy peut venir: Tellement qu'avec ceste courbure L A M, I H est signifié en majeure forme, ce qu'en la 15 Figure signifioit la partie L G H B M.

L'avantage procedant de ceste courbure L A M nouvellement fouie, est (outre ce qu'en faisant ainsi on ne donne aucun destourbier à la navigation cependant qu'on bastit) qu'elle cause que les portes des Escluses ne sont veües, ou canonées de dehors, car de l'autre costé du Fossé comme au lieu de N & O, où l'on suppose que l'Ennemy ne peut venir, ces portes sont entiere-ment descouvertes.

Notez encore, que si au commencement quand les Escluses sont premierement mises, il n'y eust pas eu assez de profondeur au Fossé & que de nuict on craignist quelque surpris de l'Ennemy, on pourroit de nuict retenir l'eau haute du flux, & approfondir de jour, jusques à ce qu'avec la basse marée il y aye assez de profondeur.

Il faut encore sçavoir qu'en des fossez fort longs, on pourroit mettre une troisieme Escluse, avec deux paires de portes, environ le milieu du Fossé, & approfondir l'une moitié basse, avec l'autre moitié haute, l'une fois d'un costé, une autre fois de l'autre.

Cest approfondissement estant fait une fois la semaine, ou aussi souvent qu'on le trouve nécessaire, & y

mettant bon ordre, comme es Villes là où on approfondit les Havres par Escluses, le passage journal des Navires n'en seroit non plus incommodé qu'esdites Villes.

Or donc les terres de la 15 Figure estant ainsi diguées, n'accroisteront point puis apres plus hautes, pouvant quand il est besoing estre mises sous l'eau, par l'ouverture des Escluses ou percement de Dignes: Le profond Fossé empesche le passage de l'Ennemy: Il est idoine à la navigation: Il est aussi fort utile pour secher les terres diguées, dont il est parlé cy-devant plus particulièrement. Tellement que par cecy l'intention de cest 11 Exemple semble estre assez declarée.

## IV CHAPITRE.

*Contenant des exemples comment certaines Villes consistantes en effect, se peuvent fortifier par les regles generales du 3 Chapitre.*

## I EXEMPLE

## DE CALAIS.

NOUS avons declaré assez manifestement par les Exemples du 3 Chapitre, comment les Villes & Fortereses qu'on fait de nouveau, se peuvent fortifier avec des Escluses: Mais parce que le principal usage est d'appliquer cecy à des Villes vieilles toutes faites avec confi-

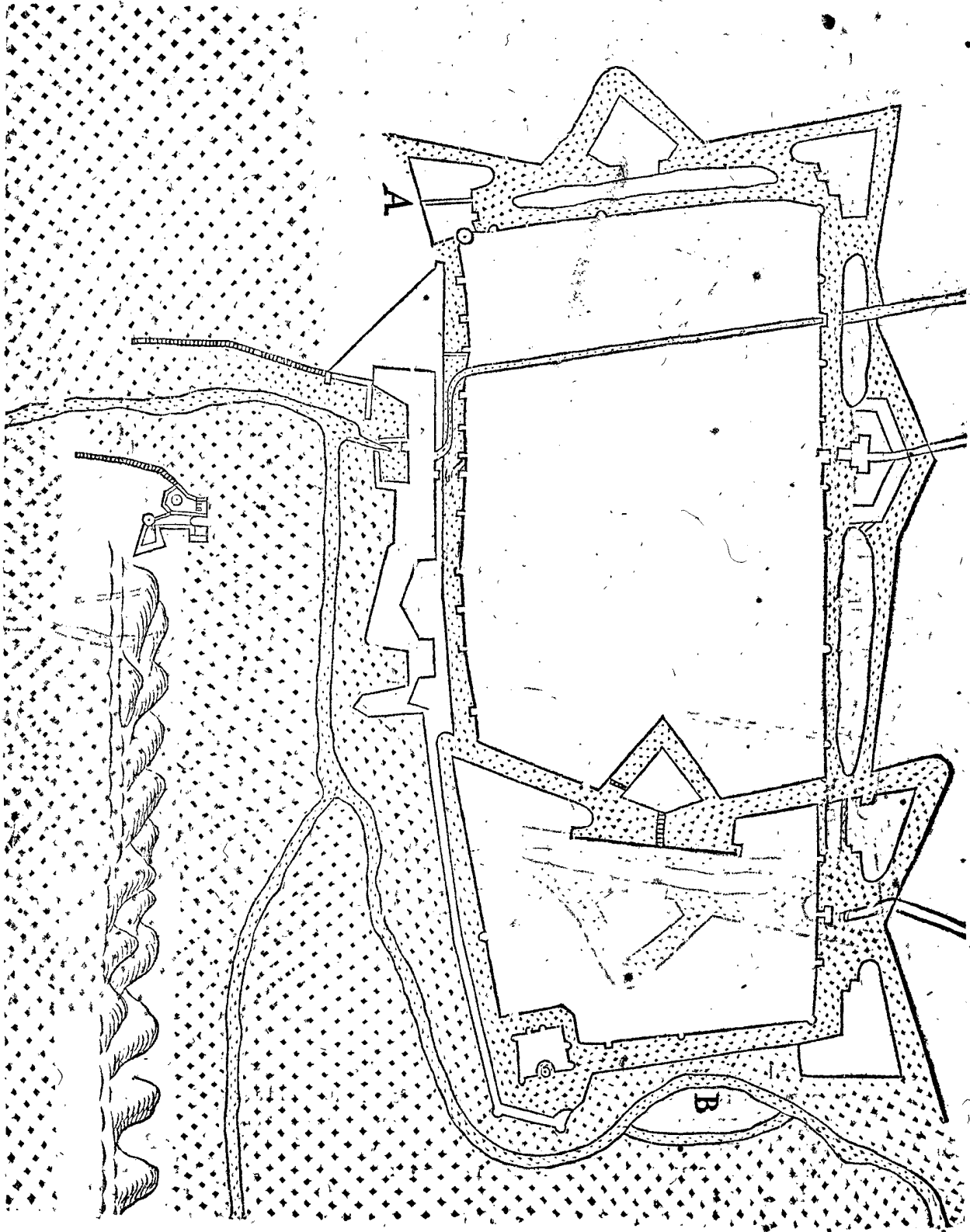
consideration des circonstances, j'en-descriray ce particulier Chapitre.

Calais estant une Ville de grande importance, contre laquelle la Mer frappe avec flux & reflux, a du costé d'Orient des Dunes, outre lesquelles on peut venir à pied sec contre les remparts. Pour fortifier celieu foible, on y fait une haute muraille, & aussi un haut boulevard de pierre, de si grand coust (selon que m'ont dit ceux qui en disoyent avoir cognoissance) que je ne le veux icy escrire, & le tout avec peu d'avancement; car puis qu'on y peut advenir à pied sec, comme il

est dit, il ne peut longuement resister contre les approches dont on use maintenant, ni estre asseuré d'escalades.

Mais comme le Gouverneur *Monseigneur de Vic* de bonne memoire, estoit en peine de cecy, il desira devant son trespas que je me portasse sur le lieu, pour adviser sur la fortification de la Ville; ce que je fis, & me fut livré (oultre la vísitation) que je faisoys un plan semblable à ceste 1 Figure, en laquelle A signifie le soldit costé d'Orient sans fossé, là où on peut venir contre les remparts: B est le costé d'Occident.

1 FIGURE.



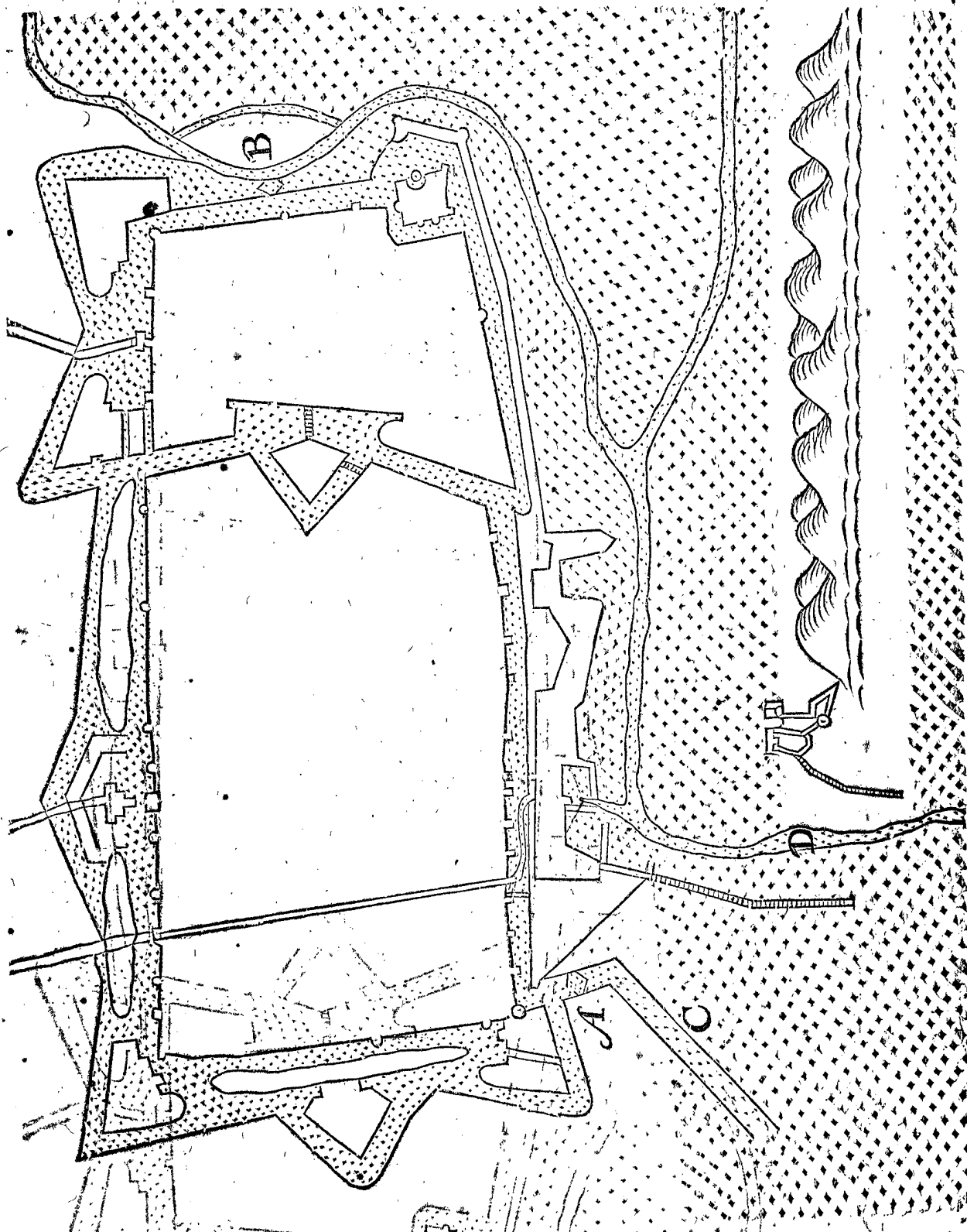
Sur quoy je declaray mon opinion, laquelle estoit que suivant la precedente regle du 2 Exemple du 3 Cha-

pitre, on devoit mettre deux Escloses à portes d'equille, l'une exondant son eau par un Havre nouveau, qu'elle

qu'elle feroit comme C, l'autre à B exondant son eau par le vieil Havre D, comme il est demonsté au suivant plan changé de la 2 Figure.

Avec quoy se feroit une profondeur selon la maniere plus amplement declarée au 2 Exemple susdit du 3 Chapitre, dont l'effect feroit tres vchement, pour la

2 FIGURE.



grande difference entre l'eau haute & basse, estant illec sur les marées communes de 13 pieds. Outre ce, est encore à considérer, que devant ces Ecluses se peuvent mettre des Ravelins pour leur defense, avec leurs Moulins, dont il est parlé particulièrement au 3 & 4 Exemple du 3 Chapitre, mais ils ne sont point icy marquez pour brieveté.

Or comme le susdit Gouverneur (homme de grand jugement, & fort expérimenté en matière de Guerre) croyoit fermement que de cela suivroit bonne fortifi-

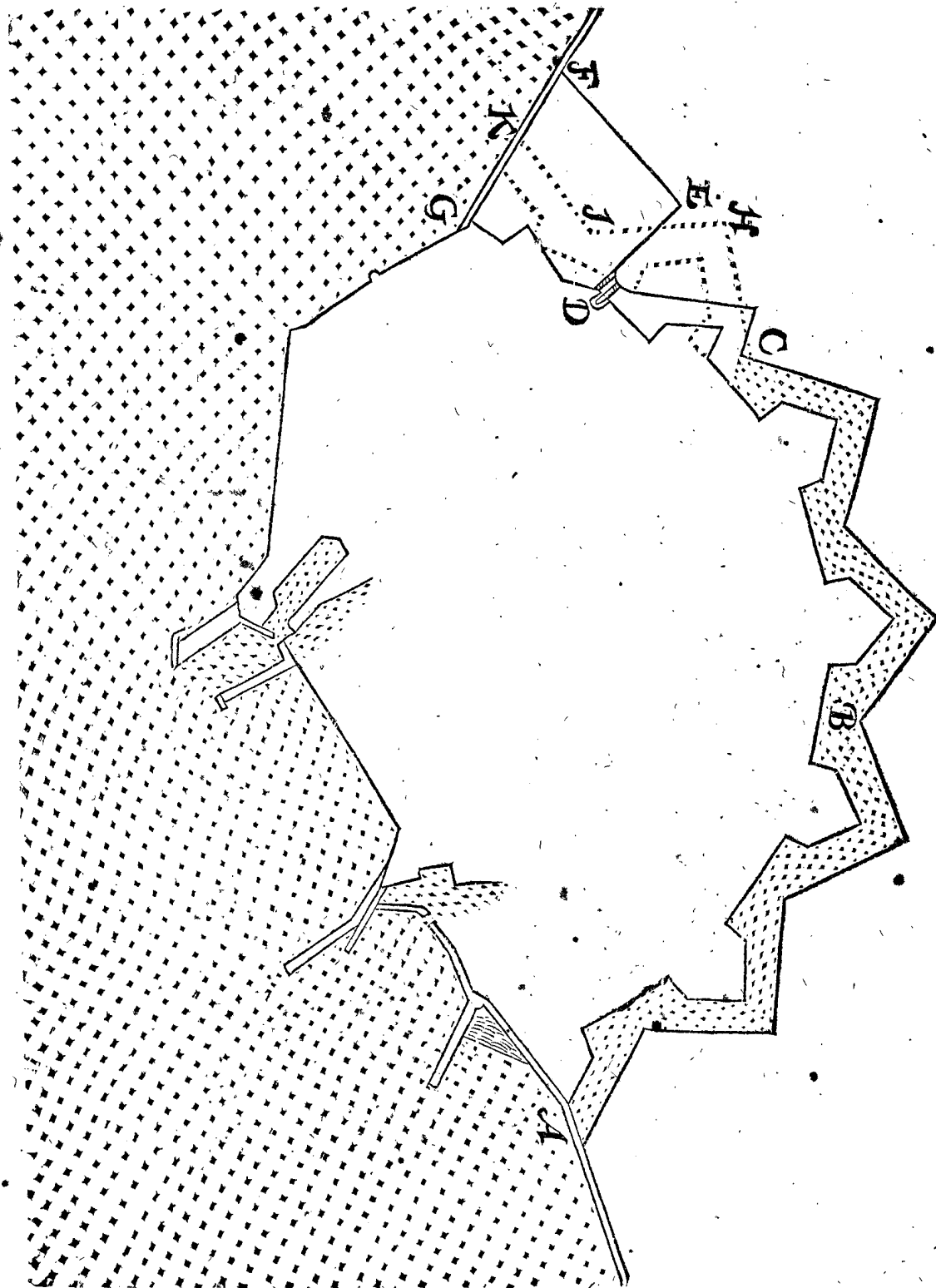
cation d'icelles deux places foibles, ensemble de la Ville entière, & aussi au grand avancement du trafic, & cela avec despens, qui accompagnez à la grandeur de la chose, seroyent fort petits, il se retira vers le Roy, pour le persuader aux despens, mais en fin il ne peut obtenir sa proposition: Plusieurs routes fois prenans cognoissance de la chose par ce qui a esté dit, elle pourroit bien avec le temps avoir meilleur succès, j'en ay aussi voulu faire ceste addition.

2 EXEMPLE  
DE FLISSINGUES.

parts & Fossez qui sont faits à Flissingues : Les lignes de C outre D E F G signifient les vieux ouvrages qui ne sont point refaits, dont le parc D E F G est le receptacle de l'eau du Moulin, les lignes poinctées de C outre H I K signifient le changement qu'on pretend de faire cy-apres, pour accomplir l'ouvrage regulier.

Par les lignes de la 3 Figure suivante de A outre B à C, s'entendent les nouveaux ouvrages des rem-

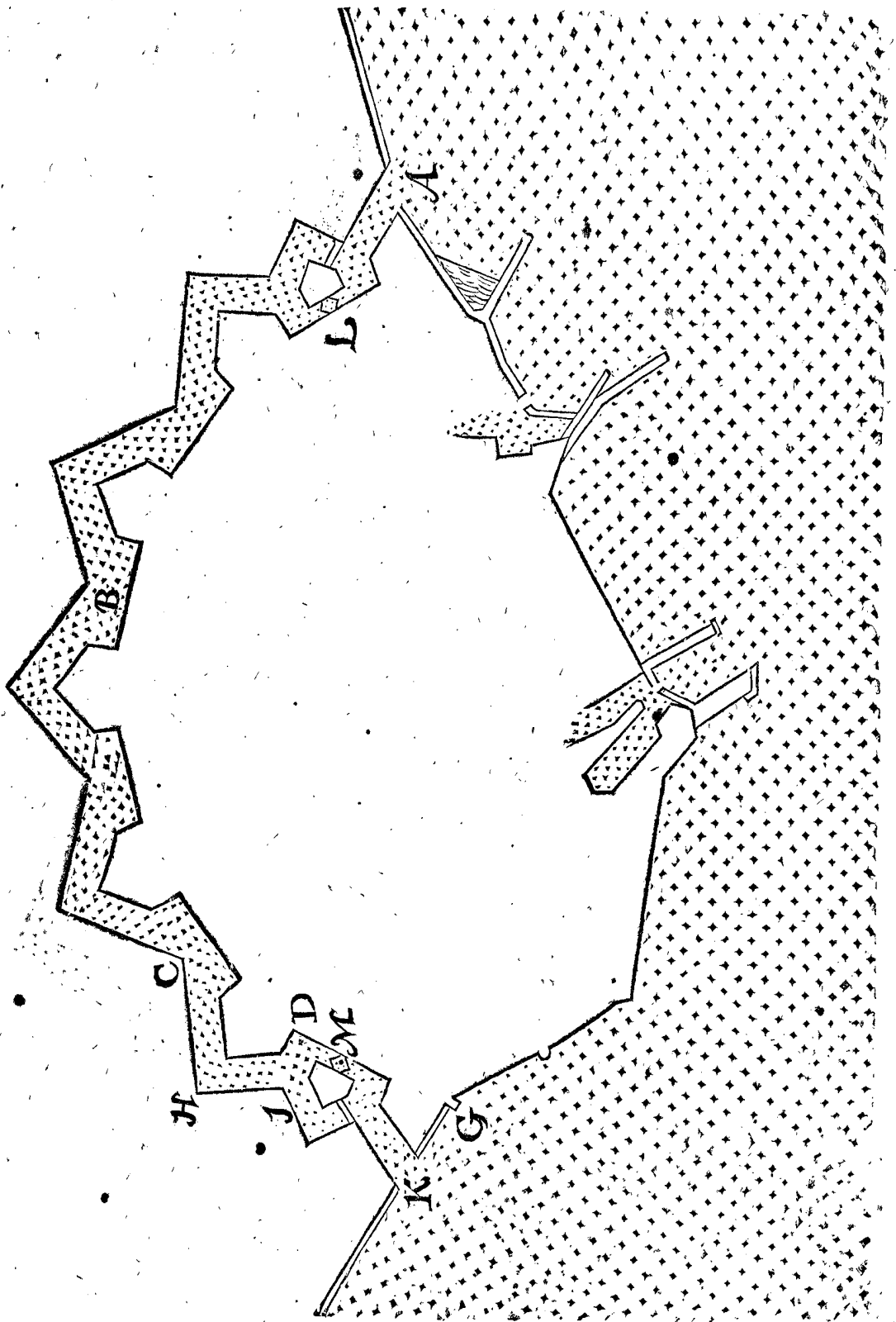
3 FIGURE.



Mais si la chose venoit si avant, & qu'on voulut bastir des Escloses à portes d'esguille, on pourroit oster les trois Dodanes pres A, G, D, de la 3 Figure, & mettre deux Escloses à L & M, comme en la 4 Figure suivante, rompant le receptacle D E L G, & moudre selon la maniere declarée au 4 Exemple du 3 Chapitre : Et si on ne vouloit laisser les Navires dedans le fossé, mais les ordonner de venir en la Ville, cela se pourroit faire

avec une entrée par le rempart, ou par les autres vieux Havres. On pourroit traicter icy plus amplement des particularitez qui sont à considerer en ceste matiere, oyant l'avis & instruction de ceux à qui la chose touche ; Mais ceste regle commune n'estant entendue ni concedée, ne prise resolution de refaire les vieux remparts, il pourroit estre que ce que j'en ferois seroit peine perdue, pourtant il suffira d'en avoir fait ceste narration.

4 FIGURE.



3 EXEMPLE  
DE DEVENTER.

*Deventer est presentement de telle forme que ceste  
5 Figure demonstre.*

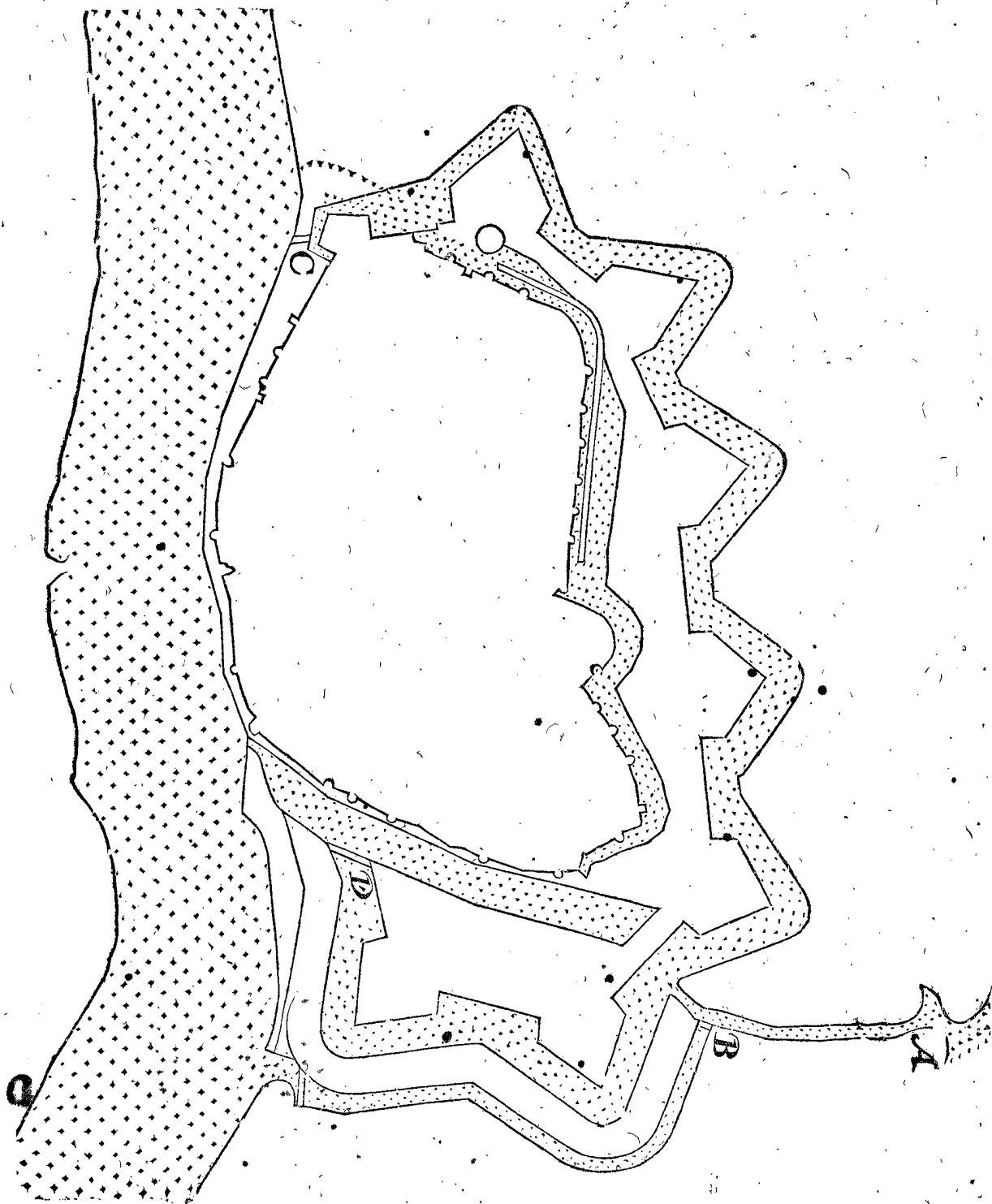
**E**T combien que l'Issel qui y court à l'encontre n'a flux ne reflux, toutefois l'approfondissement s'y

peut faire de grande vehemence, avec la petite Riviere A B nomme Schibbeke, laquelle donne souvent-fois grande abondance d'eau, pour y faire grande profondeur de Fosse & Havres, sans deux bouts sablonneux; comme en la 5 Figure, mais au lieu deux Havres profonds, & cela selon la commune regle du 7 Exemple du 3 Chapitre, à sçavoir qu'ostant les deux

Doda-



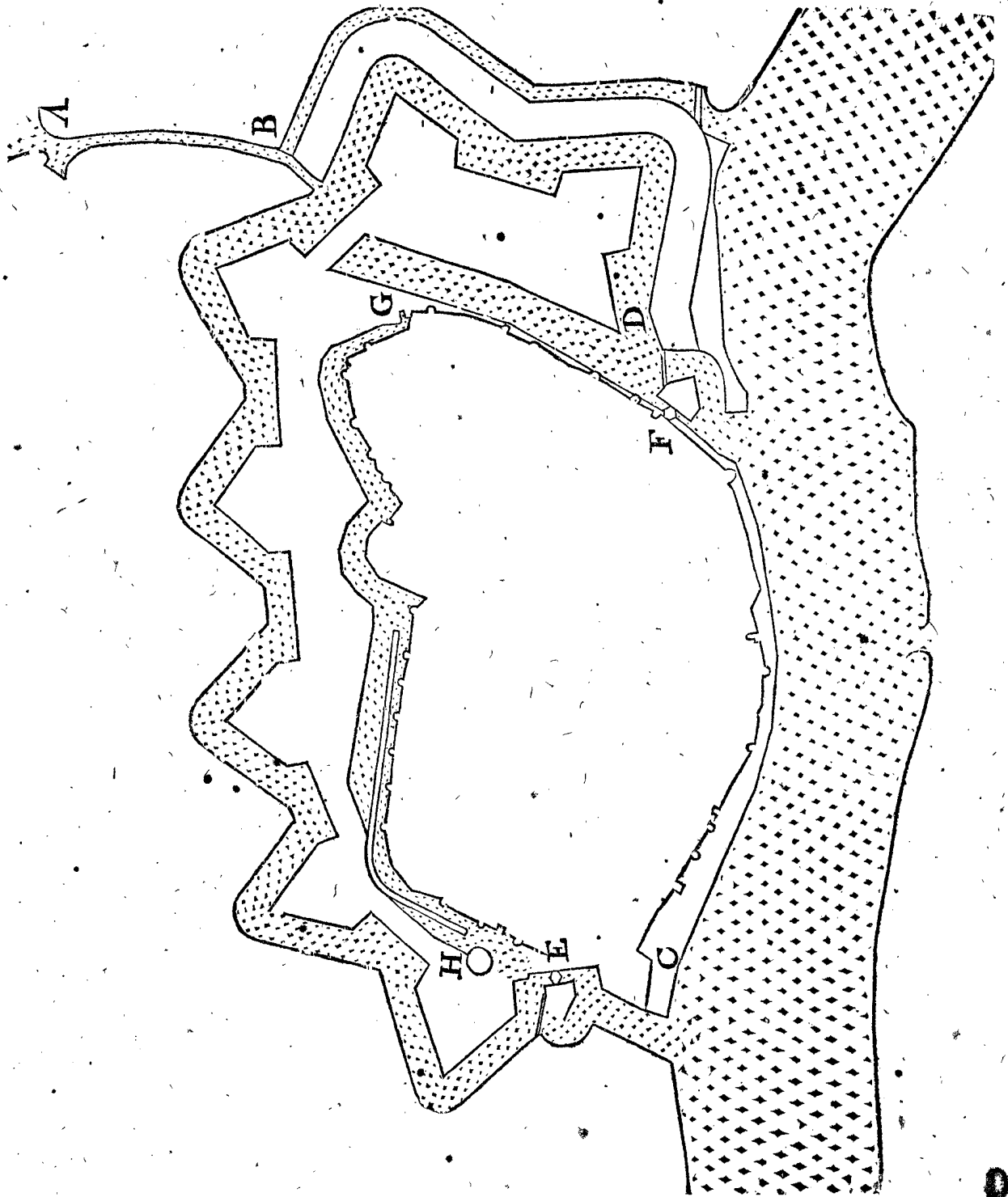
5 FIGURE.



Dodanes C D. de la 5 Figure, on mettroit comme à la suivante 6 Figure deux Escluses à portes d'esguille au lieu de E F, ou ailleurs si on le croyoit plus utile : Et pour sauver les Navires contre le cours de la glace, on

les pourroit cacher & mettre dedans la Ville au vieil fossé, lequel avec l'approfondissement ordinaire se pourroit aussi faire plus profond, si on perçoit le bout pres G.

6 FIGURE.



## NOTEZ.

Ma première intention estoit de décrire plus d'Exemples en la fortification de ces Villes qui consistent en effect, mais voyant qu'il y faudroit plus de temps que je n'y peux employer, & qu'outre cela tel amendement ne peut souvent succeder, pour les pretentions & oppositions des Pays & Villes circonvoisines; de sorte qu'on pourroit perdre beaucoup de peine, j'ay resolu de changer tel dessein, & au lieu de cecy, dire quelque chose en general, comme s'ensuit:

Les Villes situées au bord des grandes eaux avec flux & reflux, comme en ces Pays; Ysendicque, l'Escluse, Ter-Tolen, Ter-Vere, Ziericzee, Willemstadt, Geertruyden Bergue, Rotterdam, Dordrecht, Enchuyfen, Amsterdam, & semblables, se peuvent fortifier par Escluses selon la maniere du 2, 3, 4 & 5 Exemple du 3 Chapitre: Comme aussi les Villes pres des grandes

eaux sans flux & reflux, ayant des petites Rivieres, comme Aernhem, Zutphen, Deventer, & semblables.

Les Villes situées pres des grandes eaux avec flux & reflux, mais aussi loing de là, qu'il se peut mettre un siege entre deux, comme Bergues op den Zoom, Midelbourg, la Bricle, Schiedam, & semblables, se peuvent fortifier par Escluses selon la maniere du 6 Exemple du 3 Chapitre: Comme aussi telles Villes pres des grandes eaux sans flux & reflux, moyennant qu'il y ait une petite Riviere, comme Doubsbourg, & semblables.

Les Villes situées au bord des grandes Rivieres sans flux & reflux, & sans petite Riviere, comme Worckum, Heusden, Bommel, Kampen, Emmeric, Reez, & semblables, se peuvent fortifier avec des Escluses selon la maniere du 8 Exemple du 3 Chapitre.

Les Villes loing des grandes eaux, mais ayans des petites Rivieres innavigables: Comme Breevoort, Moers, la Haye, & semblables, se peuvent fortifier par des

des Escloses selon la maniere du 9 Exemple du 3 Chapitre : Comme aussi les Villes loing des grandes eaux, avec de petites Rivieres navigables qui sont entierement estouppées par des Escloses, comme Breda, & semblables.

Les Villes qui ont peu de flux & reflux, mais des petites Rivieres, comme Harderwyc & semblables, ces deux ensemble, à sçavoir la petite Riviere avec le petit flux & reflux, peuvent faire l'approfondissement plus fort avec plus grande difference de l'eau haute & basse, que celle qui vient seulement de la marée.

Combien que le fond du haut fossé d'Aernhem, soit environ 14 pieds plus haut que le bas fond hors de ses Dodanes ; si est-ce que je tiens pour chose possible (moyennant qu'il n'y ait point au fond de rochers ou de matiere trop dure) de le pouvoir approfondir par des Escloses, aussi profond que sans Dodanes on pourroit naviguer avec des batteaux alentour de la Ville : Car combien que le Rhin n'y ait point de flux & reflux, toutesfois pour la commodité de la petite Riviere nommée la Beque, par laquelle on peut amasser l'eau fort haute, j'estime que cela se pourroit effectuer. Les raisons qui me le font croire plus franchement, est l'experience advenue à Lingue, devant laquelle Ville du temps que SON EXCELLENCE la gagna, il y avoit aux bords des fossés des hautes montagnes, qui commandoyent à la Ville : Mais par la bonne conduite des eaux hautes de la petite Riviere nommée Aa, les montagnes sont anichilées bien jusques à mille pieds du fossé ; & cela à fort peu de despens : Et que cecy n'est point un songe, se peut croire d'autant plus fermement, parce que les Bourgeois sortoyent souvent pour voir les montagnes qui tomboient, estans cavées au dessous par le cours de ladite petite Riviere. Il est bien vray que c'estoyent des montagnes entierement sablonneuses, esquelles la dissipation est plus facile qu'en matiere ferme ; mais on peut tirer son profit de cecy, pour s'en servir selon que les circonstances le permettent. Par ce qui est dit icy d'Aernhem, le semblable se peut entendre des autres Villes qui ont telle disposition.

Il y a pieçà long temps, que ceux de Leyde commencerent à faire une Esclose pres de Carwyc, pour naviguer par icelle de Leyde à la Mer, & pour vuider aussi les eaux ; mais les troubles survenans, le dessein demeurait imparfait, tellement que l'œuvre commencé a obtenu le nom de Mallegat, qui est autant à dire que trou follement conceu. Mais pour declarer mon opinion d'un tel dessein, je dis ainsi : Si on faisoit à ce lieu trois Escloses d'esguilles l'une dans l'autre, larges chacune de 50 pieds, faisant ensemble une ouverture de 150 pieds, & hors des Dunes deux testes longues selon qu'il appartriendroit, j'estime qu'il deviendroit un des plus fameux Havres dont on parle maintenant, qui ne seroit aussi sujet à tel changement de bancs accroissans à l'embouchure, comme les Havres causés par des Rivieres, dont je traiteray plus particulièrement cy-dessous. Mais si on mettoit pres de la Ville d'autres Escloses d'esguilles selon que requerroit un tel dessein, on pourroit faire qu'il n'y auroit point aucun meslange de l'eau marine avec la fraiché de la Ville, laquelle aussi en temps que le vent demeure longuement en un endroit, seroit journellement rafraichie mieux que maintenant.

Je diray encore un mot de certaines proprietés, qui en matiere d'Escloses sont à remarquer : Quelques uns n'estiment point profitable de tirer entierement en haut à un coup la porte d'une Esclose ; parce (disent-ils) que l'approfondissement est alors incontinent fini ; mais

qu'il vaut mieux qu'on la hausse par intervalles, pour moderer le cours, & faire que l'approfondissement dure plus long temps : Mais quant à moy, la maniere de ceux qui font desgorger l'eau tout à coup, aussi tost qu'il est possible, me semble meilleure. Et pour en donner raison, je dis par exemple ainsi : Comme une balle de Canon de 48 lb, roullant en une gouttiere mise de bihay, & courant de là en un monceau de pots de terre, y fera plus de bresche en peu de temps, que 48 lb de petites balles de mousquet, roullant l'une apres l'autre en icelle gouttiere pendant un plus long temps : Ainsi dis-je qu'une grande eau soutenue, tombant tout ensemble par une grande ouverture en un fond sablonneux, y fait plus de bresche ou approfondissement en peu de temps, que l'eau tombant lentement par une petite ouverture sur le mesme fond durant un plus long temps : Ce que semblant assez consister en raison, je n'en diray d'avantage, mais je passeray à une autre question.

On a veu souvent qu'il s'est fait plus de degorgement d'eau ou sechement de terre avec une Esclose plus estroite, qu'il n'avoit esté fait auparavant avec une plus large ; ou que plusieurs Escloses l'une joignant l'autre, faisoient auparavant moindre service que peu d'Escloses qu'on y faisoit apres : Comme entre autres au lieu des cinq Escloses pres de Schiedam on y avoit fait une grande Esclose, mais beaucoup moindre que les cinq ensemble ; rendant toutefois beaucoup meilleur service que n'avoient fait les cinq premieres, dont quelques uns pourroient conclurre avec des raisons d'apparence, que les plus larges Escloses, auxquelles nous buttons si fort, ne font point toujours la plus grande profondeur. Pour respondre à cecy, il faut sçavoir qu'en l'ordonnance d'icelles cinq Escloses, & des semblables esquelles se rencontre tel accident, on a commis une faute, de laquelle il se faut garder en l'ordonnance des Escloses d'esguille : Mais à fin de donner à cognoistre cette faute à ceux auxquels elle est incogne, il est notoire que si l'ouverture d'une Esclose, ou toutes les ouvertures de plusieurs Escloses ensemble, estoit aussi large que la commune largeur du Canal sur lequel l'Esclose, où les Escloses sont basties, qu'alors c'est chose naturelle, que tel sable ou fange s'assemble en l'Esclose, comme il y a des deux costez du Canal le long de la terre devant & derriere l'Esclose, à cause que le cours n'est pas plus fort dans l'Esclose, que dehors le Canal : Mais le sable estant ainsi essemblé dedans & devant les portes de l'Esclose, elles demeurent fermes sans se pouvoir ouvrir ny fermer, & par conséquent sans rendre service aux terres : Il est bien vray que la regle est certaine, à sçavoir que par les plus grandes ouvertures des Escloses se fait la plus grande profondeur, mais cela s'entend à condition que les portes n'ayent tel empeschement : Pourtant il faut en ordonnant les Escloses d'esguilles ; soigner que l'ouverture soit toujours autant plus estroite que la largeur du Canal ou du receptacle, que tel estouppement n'en provienne.

J'adjousteray à ce qui est dit encore cecy : A sçavoir, que les Havres faits par Escloses d'esguilles avec eau marine sans qu'il y entre aucune Riviere ; acquerrent moindre accroissement de bancs que les Havres faits par Rivieres, à cause que là advient seulement accroissance du sable, qui vient aucunesfois sous l'eau avec les grandes tempestes, & qui apres en est rejetté avec le cours des Escloses : Mais l'accroissement devant l'embouchure des Rivieres ; est outre cela autant plus grand que causent les hautes eaux qui apportent telle quantité de sable, des montagnes & hautes terres, que les bancs

en acquierent si grand changement, qu'on cherche souventefois la plus grande profondeur pour remettre les tonneaux : Voire cet accroissement est tel, que les grandes Isles qu'on voit accroistre à l'embouchure des Rivières en viennent, comme devant l'Escau les Isles de Zeelande, & devant la Meuse les Isles d'Hollande, comme Briele, Vooren, Goeree, Beyerlandt, & plusieurs autres qui au temps de *Ptolomée* n'y estoient pas, & depuis sont fort changées, comme il se peut voir par ses Cartes & celles du temps present : de sorte que plusieurs Villes qui estoient alors Maritimes, sont depuis devenues champêtres : On voit aussi que devant les Havres, comme de Marseille, Genes, Napels, & semblables, par lesquels il ne court point de Rivières en Mer, un tel accroissement ne vient point comme es autres. Tellement que les Havres des Villes situées au bord de la Mer loing de Rivières, & approfondis par Escluses, ne sont point sujets à telle difficulté comme

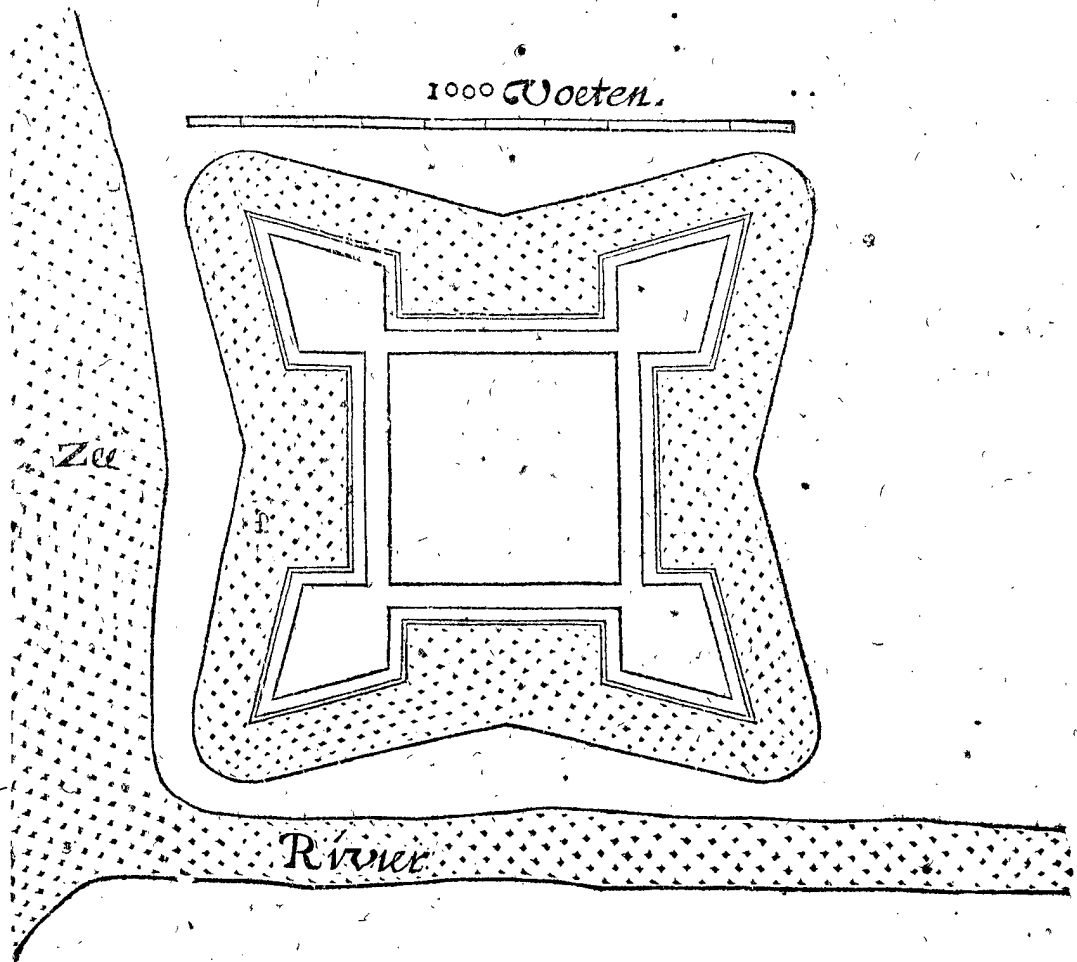
la première sorte de Villes situées aux bords des Rivières. Quant à ce que quelqu'un pourroit repliquer, que les Villes situées au bord des grandes Rivières navigables, ont joignant la navigation externe en Mer, encore la navigation interne dedans le Pays, & que les Villes sans Rivières n'ont point tel avantage : On peut répondre, qui ayant depuis icelles Villes jusques à la grande Rivière, des Fossees avec des Escluses d'esguille es Diguées, les Navires peuvent par iceux Fossees entrer dans les Rivières, & naviguer dedans le Pays comme si les Villes estoient situées aux bords des Rivières, & si tels Fossees n'y sont pas, on les y peut (quand la commodité le permet) fouir de nouveau.

Or ayant mis premièrement en ce 4 Chapitre des Exemples comment certaines Villes consistentes en effet, se peuvent fortifier par Escluses, & puis apres ayant encore discouru en general de ceste matiere, je mettray fin à ce Traité.

## A P P E N D I C E.

**I**L est advenu lors qu'on imprimoit la fin de ce Traité, qu'on fit le plan d'un grand Fort quarré, comme en ceste première Figure suivante, lequel on a envie de bastir en quelque lieu, ayant un costé le long d'une Rivière, l'autre le long de la Mer, & à l'entour un fosse, estant icy marqué aussi pres de la Rivière, & de la Mer, qu'il n'y demeure point de place pour loger un Camp : Laquelle maniere on estime meilleure, que de faire battre les ondes contre les boulevarts, pour les raisons amplement déclarées cy-devant. Telles places

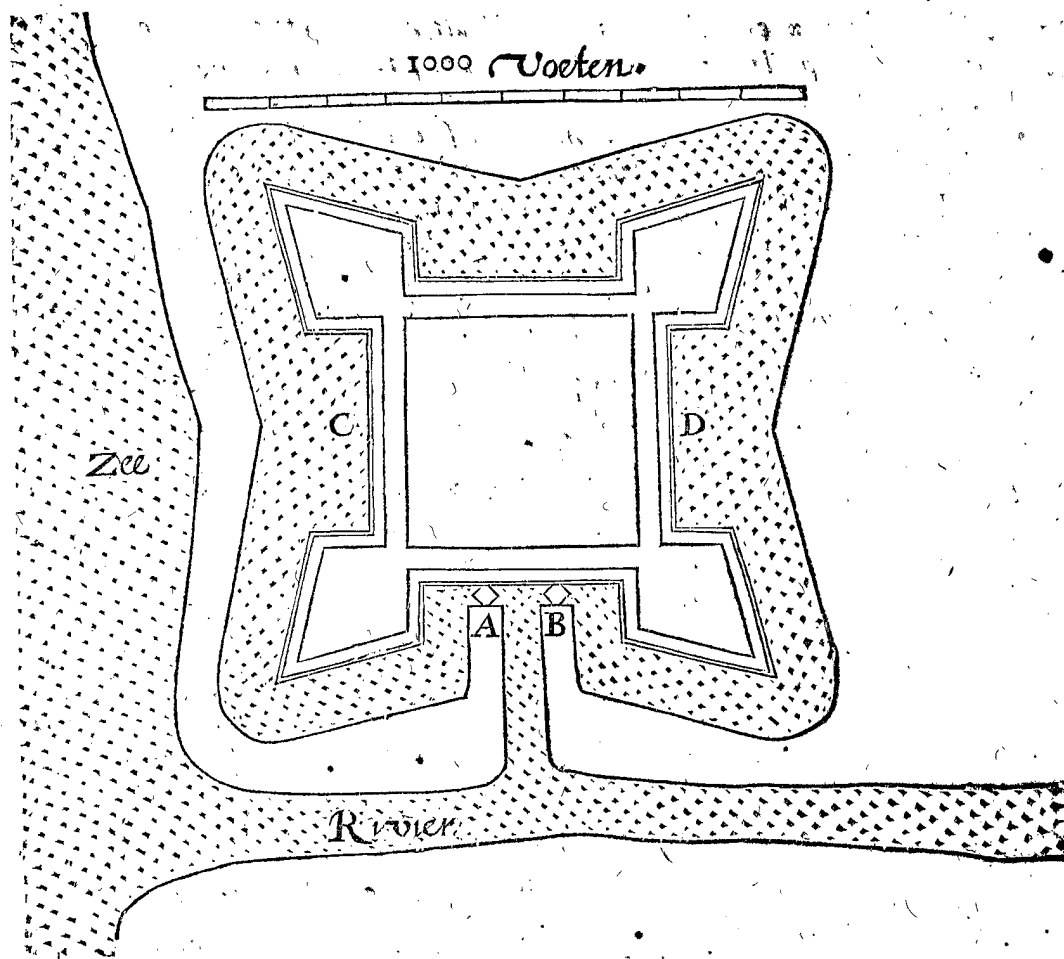
sont entre autres Gorckum, Aernhem, Thiel, le Fort sur la Vooren, S. André, Lillo, Liefkens Hoec, & plusieurs autres en Flandres. Le susdit plan m'a esté montré pour en dire mon advis, lequel j'ay voulu joindre au precedent comme s'ensuit : Premièrement il est bien vray, qu'à telle maniere de fosse il ne faut point de Dodanes pour soutenir l'eau du fosse : Mais d'autre part pas un Navire ne peut entrer au fosse, pour y estre assuré contre l'Ennemy, ce qui toutefois est fort necessaire en temps de siege, pour estre garanti contre les canonnades & le feu.



Il est bien vray qu'on peut prevenir ces difficultez avec des Escluses d'esguille, selon la maniere descrite au 3 Chapitre; Mais parce que cest Exemple semble requerrir plus ample declaration, je mets à ceste fin le

plan suivant dudit Fort, là où A signifie l'une des Escluses d'esguille, B l'autre, mises entre deux boulevarts devant une mesme courtine, faisant l'approfondissement par le Havre C, l'une fois avec A, B demeurant close, l'autre

l'autre fois avec B, A demeurant close, selon la maniere  
 declarée plus amplement au 3 Chapitre. On doit aussi  
 sçavoir que la contrescarpe aura son chemin cou-  
 vert, avec son fossé devant, pour couvrir les Navires,  
 selon sa maniere descrite à la fin du 5 Exemple du  
 3 Chapitre.



La difference entre cest Exemple, & les Exemples  
 du 3 Chapitre, est qu'il y a icy deux Escluses d'esguille  
 ordonnées entre deux boulevarts devant une mesme  
 courtine, là où chacune des autres est devant une courtine  
 particuliere, dont la raison est telle : Si chaque  
 Escluse d'esguille gisant icy pres de A & B, estoit mise  
 devant le milieu d'une courtine, comme au lieu de C  
 & D, comme elles sont mises aux Exemples du 3 Cha-  
 pitre, il est notoire qu'on ne pourroit tenir qu'une moi-  
 tié de l'eau du fossé pour approfondir, là où autrement  
 on a l'entier fossé. Secondement, les deux Escluses  
 d'esguille A, B, l'une aupres de l'autre, sont mieux des-  
 fendues avec leurs boulevarts tous deux vers la Riviere,  
 là où on n'attend point de siege, & sans avoir mestier  
 de Ravelin, qu'une Escluse pres de D, par où on peut  
 estre assiegé du costé de la terre, & qui requerroit bien  
 un Ravelin pour sa defense : De sorte que pour ceste

raison, les Escluses d'esguille es petits Forts avec peu de  
 boulevarts, veulent estre mises l'une aupres de l'autre  
 devant une mesme courtine, pourveu que l'eau de la  
 Mer ou de la Riviere ne frappe point contre la Fortre-  
 resse, auquel cas les Escluses d'esguille veulent estre mi-  
 ses selon l'autre maniere.

La cause pourquoy je ne mettoye cest Exemple avec  
 ceux du 3 Chapitre, estoit qu'il me sembloit alors assez  
 manifeste, & que chacun le pourroit facilement confi-  
 derer par soy-mesme, sans en faire plus ample declara-  
 tion : Mais venant au fait, & tirant le plan d'un fort,  
 lequel on veut faire en effect, ceste plus ample explica-  
 tion me sembloit convenable : De sorte qu'à cause de  
 cela je l'ay appliquée en cest Appendice, en intention  
 de faire le mesme des autres semblables qui dorenavant  
 se pourroyent rencontrer.

*Fin de la Fortification par Escluses.*

## L A F O R T I F I C A T I O N .

## A R G U M E N T .

**A**V premier Chapitre nous declarerons les significations des mots propres à ce Traicté en 21 definitions. Au second, la maniere de projecter une forteresse Hexangulaire accomplie en petite forme. Au troisieme, la structure de semblable forteresse Hexangulaire en grande forme, à sçavoir comme elle doit estre dressée en effect. Au quatrieme, le project & la structure des forteresses accomplies, qui ne sont point Hexangulaires tant en petite qu'en grande forme. Puis quand l'apprentif aura entendu par les choses susdites les proprietés, & circonstances requises en une forteresse accomplie, & pouvant par là comprendre les questions, qui se rencontrent entre les Architectes, qui sçavent bien la façon des forteresses: il trouvera puis apres ces mesmes questions deduites. Mais par ce qu'il est expedient pour en bien juger, d'avoir premierement cognoissance du but de ceste matiere, nous en declarerons au cinquieme tous les poincts principaux. Le susdit but selon lequel en jugeant il se faut souvent gouverner, estant ainsi descrit, s'ensuiront au sixiesme quelques questions des forteresses accomplies: & au dernier des forteresses imparfaites, qu'il faut bastir selon la qualité du lieu. Par ainsi le tout sera compris en sept Chapitres.

Et pour declarer encore plus apertement la nature de la Methode de ceste matiere, nous comprendrons toute la matiere de ce livre en une table comme s'ensuit:

|   |                   |   |   |   |
|---|-------------------|---|---|---|
| Ceste fortification cōsiste en la déclaration des | chofes comprenant | propres mots, declarés en 21 definitions du premier Chapitre.             | } sur le fond dit Ichnographie, eslevé qui se nomme Orthographie, ombré qui s'appelle Scenographie, } tous trois compris au deuxiesme Chapitre.   |   |
|   |                   | la maniere de la structure des forteresses accomplies lesquelles sont, ou |   | project en petite forme, lequel se rencontre  |
|   |                   | les raisons de la meilleure maniere de structure, consistant en           |   | project de la grande structure comme elle doit estre bastie en effect, descrit au troisieme Chapitre. |
|   |                   | Hexangulaires, esquelles se considere le                                  | d'autres angles que de six, dont le project tant en petite qu'en grande forme est declare au quatrieme Chapitre.  |   |
|   |                   | Arguments sur les   | la declaration du but d'icelle matiere, la cognoissance de laquelle estant utile à l'intelligence des arguments & au jugement d'iceux, nous en descrirons trois poincts principaux compris au cinquieme Chapitre. |   |
|   |                   |   | forteresses accomplies compris en 17 questions du sixiesme Chapitre.  |   |
|   |                   |   | forteresses imparfaites compris en 12 questions du dernier Chapitre.  |   |

## C H A P I T R E I .

Contenant les definitions des mots propres à ce traicté.

**C**ombien que nostre intention soit de descrire la fortification, si est ce que par cela nous n'entendons point un commun recit des forteresses du temps passé: mais seulement de celles, qui pour le present, sont estimées les plus propres selon les moyens, dont on a besoin contre un vaillant ennemy, pour le vaincre. Mais veu qu'il faut avoir la cognoissance des mots propres à ceste matiere, à fin de pouvoir entendre ce qu'ils signifient, nous definirons premierement ceux qui nous semblent avoir besoin d'explication pour ceux qui n'y sont point versez, & cela par trois communes manieres de projects: assavoir Ichnographie, Orthographie & Scenographie, qui seront represen-

tées au deuxiesme Chapitre suivant par huit diverses figures, dont la premiere est de l'Ichnographie; mais veu qu'aucunes parties y sont marquées fort petites & peu visibles; és figures 2. 3. 4. & 5 elles sont representées plus grandes: La 6. & 7. sont de l'Orthographie: La 8. de la Scenographie.

## D E F I N I T I O N I .

**B**Oulevarts sont testes qui sortent des forteresses.

Comme en la premiere figure les six boulevarts B, C, D, E, F, G, où en la 8 figure les deux A, B. Quant à l'etymologie du nom, elle est des Allemans, qui l'appellent *Bolwyverck*, nom composé de *Bol* & *wyverck*, qui signifient *Bouille* & *ouvrage*: comme pour dire ouvrage pour le fait des bouilles, à sçavoir pour leur resister estans tirées là dessus par l'ennemy. Les Italiens usans

usans de ce mot Allemand, disent en langue corrompuë *Balvardo*, aucuns *Belovardo*, autres *Balluvardo* : lequel *Jacomo Castriotto* définissant au 1. liv. chap. 9. Le fait deriyer de *Bellum & garda*; autant à dire que *garde contre la guerre*. Mais si la vraye etymologie Allemande luy eust esté cogneuë, j'estime qu'il ne l'eust point défini de telle sorte.

DEFINITION II.

**R**emparts, sont les terrains entre deux Boulevarts.

Comme *KH* en la premiere figure *CQR* en la 6. *C* en la 8.

DEFINITION III.

**C**aies, sont les bords extérieurs du fossé.

Comme en la premiere figure *bdc* : en la 6. *bLP* : en la 8. *D*.

DEFINITION IV.

**G**rand fossé, est ce qui est contenu entre les Boulevarts & Remparts d'un costé, & le Caies de l'autre.

DEFINITION V.

**C**ontre-fossé, est celuy qui gist aux fosses secs environ le milieu du grand fossé.

Comme en la premiere figure *khi* : en la 6 *Y* : en la 8 *E*.

DEFINITION VI.

**T**errepleins, sont les chemins dessus les remparts.

Comme en la premiere figure entre les deux lignes *o, p*; en la 6 *SK* signifient le Terreplein du rempart inférieur. Mais *qr* en la premiere figure, *Q* en la 6, & *F* en la 8, le Terreplein du rempart supérieur.

DEFINITION VII.

**P**arapet, est la levée derriere laquelle on est deffendu jusques à la poitrine.

Comme en la premiere figure *no, pq*; en la 6 *kT*, & *iR* Parapets du haut, & bas rempart, lesquels se nomment aussi vulgairement Courtines, par ce que l'on s'y cache comme derriere une courtine.

DEFINITION VIII.

**P**ente de parapet, c'est son costé supérieur panchant vers le dehors.

Comme *Rc*, & *Td* en la 6 figure : *G & H* en la 8.

DEFINITION IX.

**E**scarpe, est le costé oblique qui se fait devant les remparts, & murailles, pour les garder de cheoir.

Comme en la 6 figure *c, S, I, V, L, b*.

DEFINITION X.

**C**hemain couvert, est ce qui gist sur la Caie, & dans lequel on peut aller couvert derriere un parapet.

Comme en la premiere figure *bdef* : en la 6 *LP* : en la 8 *D*.

DEFINITION XI.

**N**ettoyer, est tirer les boulets d'artillerie au long d'un mur, rempart, chemin, ou semblable.

DEFINITION XII.

**F**lancs, sont les costez des boulevarts.

Comme en la premiere figure les flancs *LPH*, & *QK*.

DEFINITION XIII.

**O**reillon, est la partie du boulevard, qui couvre le flanc.

Comme en la 1 figure *PlmM* : en la 8 *I, K, L, M*.

DEFINITION XIV.

**S**upérieure, moyenne, & inférieure place, sont les trois divers lieux aux flanc là où l'artillerie prend sa reculée.

Comme en la 3 figure, l'aire où sont les lettres *N, O, P, Q, R, B, H, G*, inférieure.

DEFINITION XV.

**C**anonnières, sont les ouvertures, qui se font aux parapets des trois places, & ailleurs, pour mettre en icelles l'artillerie.

Comme en la 3 figure, les canonnières de la place supérieure *N, O, P, Q, R* : de la moyenne *C, E* : & de l'inférieure *I, K*.

DEFINITION XVI.

**M**erlon, est la partie du parapet, qui demeure entre deux canonnières.

Comme en la 2 & 3 figure, toutes les parties des parapets entre les susdites canonnières.

DEFINITION XVII.

**C**avalliers, sont certaines hauteurs aux forteresses en forme de montagnes.

Comme en la 1 figure, les Cavalliers sur les boulevarts *B, C, D, E, F, G* : en la 7 *A* : en la 8 *A, B* : pour descouvrir par iceux la campagne, & mieux molester l'ennemy de loing.

DEFINITION XVIII.

**P**lattes formes, sont Cavalliers, ou boulevarts qui sont plats par devant.

Comme quand on met dessus, ou derriere la Courtine quelque hauteur, qui est par devant toute platte, sans poincte; comme sont les boulevarts, cela s'appelle Platte-forme. Semblablement quand on met quelque teste platte par devant sortant de la grande courtine (ce qui vient souvent à poinctés courtines avec angles intérieurs : à fin de pouvoir nettoyer iceluy costé plat, comme il sera plus emplement déclaré en son lieu) telle teste, ou boulevard s'appelle aussi Platte-forme. De sorte que Platte-forme est comme genre ayant deux especes, qui sont Cavallier plat, & Boulevard plat.

DEFINITION XIX.

**C**ontre-mine, est l'allée voûtée au fond du rempart, à l'entour de la Forteresse.

Comme en la 6 figure *fgh* : & s'appelle Contre-mine, parce qu'on resiste par là aux mines des ennemis.

DEFINITION XX.

**S**orties ou Fausses portes sont celles, par lesquelles on sort secrètement hors de la forteresse, desquelles l'issuë se met communément pour le présent au costé intérieur de l'Oreillon.

Comme en la 5 figure, la sortie *DEFG*, dont la porte de l'issuë gist hors le merlon de la place inférieure; comme en la 3 figure entre *K & L*.

DEFINITION XXI.

**L**es desfences, qui se font d'un costé & d'autre de la parfaite forteresse, pour s'asseurer encore mieux; s'appellent Casemattes.

Le mot Casematte me semble Espagnol composé de *Casa & matta* : comme qui diroit *casa por donde se matta* : qui signifie maison, ou bastiment par lequel on tuë.

Aucuns on par cy-devant auffi nommé Cafemattes la moyenne, & inferieure place des flancs : mais l'usage a obtenu entre les derniers Auteurs qu'elles soyent appellées plus proprement moyenne, & inferieure, ou seconde & troisieme place ; à cause (peut estre) qu'on ne les bastit plus couvertes & voûtées comme maisons, selon la maniere ancienne, dont il sera parlé plus amplement en son lieu.

Outre les explications precedentes touchant les huit figures suivantes, nous mettrons en brief par escrit les significations de leurs parties, pour plus grande evidence.

## CHAPITRE II.

### *Contenant l'exemple du pourtraict d'une forteresse Hexangulaire, en petite forme.*

**V**eu que l'on doit sçavoir l'ordre des forteresses avant que venir à l'œuvre de bastir, à fin de ne s'abuser en ce qui ne sçauroit puis apres estre changé sans de tres-grands frais qui en dependent, on a de coustume de pourtraire premierement diverses figures selon la situation du lieu & de toutes les circonstances ; à fin que les personnes qui en ont à discourir se puissent facilement entendre l'un l'autre par tels pourtraicts, & finalement en mieux conclure. Ces projectz se font en deux manieres : Premierement, plats sur le papier, puis apres solides d'argille, cire, bois, ou d'autre matiere commode : finalement on vient au bastiment mesme. Or pour suivre icy cet ordre naturel, nous avons proposé premierement de faire le pourtraict d'une forteresse accomplie Hexangulaire equilaterale inscriptible au cercle sans avoir egard aux empeschemens, avantages ou desavantages de hauteurs, profondeurs, mers, ou marecages : mais comme sur un champ egal & commode pour y bastir tout ce qui est requis à une forteresse parfaite selon la maniere du temps present ; à sçavoir avec doubles courtines, l'une haute l'autre basse, avec fossez secs chaque flanc ayant trois places. Et par ce que la pourtraicture en plat se rencontre (comme dit est) en trois manieres, l'une sur le fond dite Ichnographie ; l'autre debout nommée Orthographie, desquelles chacune requiert ses propres mesures, nous mettrons pour en traicter plus distinctement, toutes les mesures de l'Ichnographie en une particuliere description. Puis apres les mesures de l'Orthographie en une autre. Au dernier suivra la pourtraicture Schenographique.

Il faut aussi sçavoir qu'en la description nous n'userons point de methode par Dichothomie du tout en ses parties, ains mettrons devant ce qui precede commodement en l'effectuel pourtraict.

Mais avant que traicter de ces mesures nous voulons dire encore un mot au Lecteur expert. C'est qu'au cas qu'il trouve quelque mesure ou ordonnances lesquelles ne soyent pas bonnes à son advis, nous n'avons pas deliberé de luy en rendre compte en ce lieu, mais à fin que nostre doctrine ne soit obscurcie par argumens, nous n'en traicterons qu'aux Chapitres suivans 6 & 7.

#### *Mesures de l'Ichnographie.*

**P**remierement chaque costé de l'hexagone, sur lequel se figurent les boulevarts sera long de 1000 pieds, par lesquels nous entendons pieds de Delf ; de la comparaison desquels, avec autres mesures, nous parlerons en la premiere question du sixiesme Chapitre.

Secondement, de chaque angle de l'hexangle, jusques au costé exterior du merlon il y aura 180 pieds.

3. La largeur des flancs sur le costé exterior du merlon de la moyenne place avec l'espaisseur de l'oreillon, font ensemble 140 pieds.

4. La largeur du flanc mesurée sur le costé exterior du merlon de la moyenne place de 30 pieds.

5. L'espaisseur du merlon de 20 pieds.

6. Quand on prolonge de 120 pieds la ligne signifiant la largeur du flanc, avec son oreillon (laquelle nous avons dite cy-dessus devoir estre de 140 pieds) alors se tirera le raid qui doit venir à l'opposite par la poincte exterior d'icelle ligne de sorte que le grand fosse sera large en ce lieu de 120 pieds.

7. Le chemin couvert sera large au coing à l'opposite du milieu de la grande courtine de 20 pieds.

8. Le contre fosse se mettra nettoiyable par la canoniere inferieure, & sera large sur le coing à l'opposite du milieu de la grande courtine de 20 pieds : & puis par tout de mesme largeur.

9. La longueur de l'oreillon, de 100 pieds.

10. L'espaisseur du merlon de la courtine basse tant du boulevard comme de la grande, de 20 pieds.

11. La largeur de son terre-plain, ou allée de 20 pieds.

12. L'espaisseur de l'escarpe du haut rempart, de 10 pieds, adjousté encore au mesme l'espaisseur du parapet 20 pieds, qui font ensemble 30 pieds. Ce parapet superieur se produira, & on en fera une guirlande superieure du boulevard ; comme on avoit fait la guirlande inferieure du parapet inferieur : tirant les courtines des boulevarts hors du coing interieur de la place superieure ; laissant pour longueur de la place moyenne, 30 pieds.

13. La largeur du terre-plain de 50 pieds.

14. L'espaisseur de l'escarpe interieure du haut rempart, 20 pieds.

15. La largeur de la ruë entre les maisons, & le rempart, de 30 pieds.

16. L'espaisseur de l'escarpe du cavallier de 10 pieds : auxquels adjoustez l'espaisseur de son parapet de 20 pieds, font ensemble 30 pieds. Et feront les costez du devant du cavallier tirez du coing interieur de la place superieure : Et le contenu entre le parapet de la place superieure, & le cavallier, sera pour largeur de la place superieure de 30 pieds.

17. Il y aura un chemin au coing, où se conjoignent deux chemins couverts, par lequel peuvent aller & venir, tant les chevaux & bestail, que les hommes, pour venir du fosse au chemin couvert : mais en montant sans degrez en tout 40 pieds : le mesme chemin sera long de 240 pieds, large par dessus de 20 pieds : & sera tiré hors du costé exterior du flanc. Si il se fait de bois, on le peut plus facilement desfaire ou rompre quand on veut.

18. On mettra semblables chemins en chaque coing, où se conjoignent deux parapets, qui ont des chemins couverts : pour par iceux monter du chemin couvert dessus son parapet ; lesquels chemins seront longs de 40 pieds, larges de 20 : & seront, comme les precedents, sans degrez, & tirez du costé exterior des flancs. On entend aussi, que l'on bastira de semblables chemins dedans la forteresse en chaque coing où se rassemblent deux remparts, par lesquels on pourra monter de la ruë au terre-plain, pour par iceux amener la grosse artillerie, & autres choses necessaires.

19. Il y aura une petite voûte en chaque partie du haut rempart gisant sur l'oreillon, pour pouvoir venir par là, de l'allée du bas rempart, qui est entre deux boulevarts, outre la moyenne place, en l'allée du bas rempart



part des boulevarts : pour ainsi pouvoir aller tout à l'entour de la forteresse sans empeschement. La mesme voûte doit estre si basse, qu'elle soit assez couverte du parapet, qui est devant, à sçavoir de la hauteur de 6 pieds, & autant de large.

20. Les deux canonnières de la moyenne place seront larges au lieu où elles sont les plus estroictes, de 2 pieds; & seront aussi mises en sorte qu'on puisse voir par icelles, jusques au coing du parapet du chemin couvert, qui est apposé au milieu de la grande courtine.

21. La longueur de la place inferieure qui est l'ouverture entre le merlon de la place inferieure, & le merlon de la moyenne place, de 30 pieds.

22. L'épaisseur du merlon de la place inferieure de 20 pieds.

23. Les trois canonnières de la place inferieure seront au lieu le plus estroict, larges comme les autres de 2 pieds, & tendans vers le chemin couvert, jusques à ce qu'on puisse par icelles nettoyer la contrescarpe.

24. Au parapet de la place supérieure on mettra cinq canonnières, desquelles les trois interieures, seront accommodées en sorte qu'elles puissent nettoyer le parapet du chemin couvert: mais les deux exterieures en telle sorte, qu'elles puissent nettoyer un costé de la basse courtine, & tirer vers le costé exterieur, aussi loing, que l'oreillon le permet.

25. Dedans les remparts & cavalliers gifans derriere lesdites canonnières des trois places, on fera des voûtes larges de 12 pieds, longues de 20: qui viendront à la hauteur d'iceux, & d'autant qu'elles se rencontreront aussi peu en la suivante pourtraicture Orthographique, qu'en cette Ichnographique, nous mettrons icy seulement, comme par memoire, qu'elles seront de 7 pieds; à sçavoir si basse, qu'elles soyent couvertes des merlons: On entend aussi que derriere chaque canonnière, elles se peuvent bastir en divers lieux de la courtine basse, tellement qu'aux flancs il y aura une telle voûte: aussi seront mises en leur lieu propre & commode les montées pour venir de la place supérieure à la moyenne & de la moyenne à l'inferieure.

26. Les portes seront larges de 10 pieds, au milieu de la grande courtine la voûte tendant tout droit à travers du rempart.

27. Il y aura au bout de la porte, dans la forteresse, un petit rempart de l'épaisseur de 40 pieds, ayant par dedans son parapet, & canonnières: Et il y aura de costé une autre porte de mesme largeur que la precedente à sçavoir de 10 pieds, & le reste selon la necessité des circonstances. Nous entendons aussi, qu'il y aura un pont de bois traversant le fossé, depuis la porte, tout droit jusques au coing du chemin couvert, qui est à l'opposite, & sera tellement fait, que quand il sera besoing on le pourra facilement rompre, ou demolir.

28. Les sorties seront dans les boulevarts, voûtées & larges de 8 pieds, ayans leur entrée de dedans és angles, où se rassemblent deux remparts: Et à fin que les chevaux y puissent commodement passer, elles pancheront également sans degrez 40 pieds en profondeur, à sçavoir jusques à la porte de l'issue, qui sera en chaque costé interieur des oreillons, au bout du merlon de la place inferieure, & feront lesdites voûtes hautes de 8 pieds.

29. Pour venir dedans la forteresse en la place inferieure, & à fin d'y pouvoir amener de la grosse artillerie, & autres choses necessaires, l'on ira par la susdite sortie, jusques à ce qu'on vienne environ les voûtes qui sont au bout de la place inferieure, & depuis là il y aura un chemin voûté particulier, tendant vers la susdite voûte.

30. Pour venir aussi à telle fin (comme dessus) de dedans la forteresse à la place moyenne, & à l'allée de la courtine basse, qui sont 10 pieds plus haut que le commun terroir, l'on fera depuis la porte interieure de la sortie, un autre chemin voûté, large & haut de 8 pieds; montant en tout 10 pieds, & sortant à la voûte interieure qui est au bout de la moyenne place. Le devant de l'entrée de la contre-mine sera commodement au lieu où elle se rencontre avec la sortie.

*Pourtraicture Ichnographique, selon les precedentes mesures.*

OR pour faire un pourtraict selon les mesures susdites, & pour avoir premierement l'hexangle; je pren avec le compas sur l'eschelle 1000 pieds pour un costé, & parce qu'il est egal au demy-diametre de son cercle circonscriptible, par la 15 proposition du quatriesme livre d'Euclide, j'en tire sur le centre A un cercle occulte B C D E F G, lequel je parti avec la mesme distance du compas en six parties egales és points B, C, D, E, F, G, & tire des lignes de point à autre: ce qui me donne l'hexangle requis.

2. Je mets le compas sur 180 pieds, pour la longueur, depuis chaque angle de l'hexangle, jusques au costé exterieur du merlon de la moyenne place, & marque ladite distance depuis B jusques à H d'un costé: & depuis B jusques à I, d'autre costé: puis de C à K, & de G à L: & ainsi des autres.

3. Pour avoir la largeur du flanc avec l'épaisseur de son oreillon, je tire H M longue de 140 pieds en angle droit sur B C. Et de mesme sorte, je tire I N en angle droit sur B G, & K O en angle droit sur C B; faisant le mesme des autres lieux semblables.

4. Je tire H P 30 pieds, pour la largeur du flanc, sur le costé exterieur du merlon de la moyenne place: signant aussi 30 pieds de K à L: & ainsi de toutes autres semblables lignes.

5. Je signe H R de 20 pieds en la ligne C B, pour l'épaisseur du mesme merlon, & tire RS parallele à H P; faisant de mesme à tous les autres lieux semblables. Puis je mets le point T au milieu de H R, & semblable point pres de K en V, & pres de L en X. Puis je tire depuis A par le point C une ligne infinie: pareillement des lignes infinies par tous les autres points semblables. Puis du point T, je tire une autre ligne par le point O touchant l'infinie A C en Y. Semblablement la ligne depuis le point V par le point M touchant l'infinie A B en Z, puis la ligne Z X: Et si en l'œuvre on n'a point failli, la ligne Z X passera par le point N. Le mesme se fera aussi à tous autres lieux semblables.

6. Pour avoir la largeur du grand fossé, je tire la ligne H M plus avant jusques à a, si bien que M a fait 120 pieds: Je tire puis apres une ligne du point Q par le point a, jusques à ce qu'elle touche l'infinie A B au point b. Apres je prens la longueur B b: & la marque de C à c à sçavoir en l'infinie A C: & tire la ligne P c, coupant Q b en d. Ce qui estant ainsi, les deux lignes c d & d b signifient les rayès d'iceluy costé de la forteresse & selon la mesme maniere on tirera toutes les autres rayès & le fossé sera large depuis M jusques à a de 20 pieds, selon le requis.

7. Pour figurer le chemin couvert, je tire une ligne infinie de A par d & par tous les autres endroits semblables. Puis je signe depuis d jusques e la longueur de 20 pieds, pour la largeur du chemin couvert, là où il est le plus estroict; & tire la ligne de Q par e, jusques à ce qu'elle touche l'infinie A B en f: Puis je prens avec le

compas la longueur *bf*, & la marque despuis *c* jusque à *g*; à sçavoir en l'infinie *AC*, & tire la ligne *ge*, de sorte que les deux lignes *ge*, & *ef*, signifient le parapet du chemin couvert d'iceluy costé de la forteresse: & ce qui est compris entre iceluy parapet, & les extremités du raid *ed*, *db*, signifie le chemin couvert lequel sera de mesme figure aux autres lieux à l'entour de la forteresse.

8. Pour avoir le contre-fossé, je marque le point *b* au milieu de *Ma*; par lequel je tire *Vi* (ou pour dire encore plus proprement, ladite ligne sera tirée vers *P*, despuis un point qui est distant de *V* vers *O* d'un pied, à sçavoir au milieu du plus estroit de la canonniere, lequel est déclaré au precedent huitiesme article) coupant *Ae* en *k*, & touchant *AF* en *i*. Puis des deux costez de ceste ligne *ki*, je tire deux paralleles finissantes en *Ae*, & *Af*: tellement que despuis la ligne *ki*, jusques à chaque ligne qui est tirée joignant icelle, on trouve l'espace de 10 pieds, lesquels estans comptés aussi en la ligne *Ae*, ou *Ma*, font ensemble, pour la largeur du contre-fossé au coing, qui est à l'opposite du milieu de la grande courtine 20 pieds, comme il a esté mis cy-devant aux mesures. Or comme ceste partie de contre-fossé est designée icy, ainsi s'achevera tout le reste, qui est à l'entour de la forteresse.

9. Pour avoir la longueur de l'oreillon de 100 pieds, je marque despuis le point *P* en la ligne *Pe* 100 pieds, comme *Pl*. Puis je tire la ligne *lm* parallele à *PM*, à sçavoir le point *m* en la ligne *MV*; & le trapeze *mMPl*, est le parapet requis.

10. Il faut que l'espaisseur du parapet de la courtine basse soit de 20 pieds, laquelle je marque despuis *n* jusques à *o*, & tire par *o* une parallele à *n*. Je marque aussi une semblable espaisseur pour les parapets inferieurs des boulevarts.

11. Je marque despuis *o* jusques à *p*, 20 pieds, pour la largeur de l'allée du rempart inferieur: & tire par *p* une parallele à *e*.

12. Je marque despuis *p* jusques à *q* 30 pieds, pour l'espaisseur de l'escarpe, & parapet du haut rempart, & tire par *q* une parallele à *p*. Puis je conduis ce parapet superieur d'une telle façon, qu'il en soit une guirlande du parapet superieur; comme du parapet inferieur se faisoit la guirlande inferieure, en tirant lesdictes faces des boulevarts de l'angle interieur de la place superieur joignante, laissant pour la longueur de la moyenne place 30 pieds.

13. Je marque despuis *q* jusques à *r* 50 pieds pour la largeur du haut terre-plein: & tire par *r* une parallele à *q*.

14. Je marque despuis *r*, jusques à *s*, 20 pieds, pour l'espaisseur de l'escarpe inferieure du haut rempart: & tire par *s* une parallele à *r*.

15. Je marque despuis *s* jusques à *t* 30 pieds, pour la largeur de la rue entre les maisons, & le rempart: & tire par *t* une parallele à *s*.

16. Je pren pour escarpe, & parapet du cavalier tout ensemble 30 pieds; & marque sur telle espaisseur la guirlande du cavalier *F*, & tire les costez anterieurs d'iceluy de l'angle interieur de la place superieure, laissant entre le parapet de la place superieure & le cavalier 30 pieds, pour la largeur de ladite place superieure: puis je fay les choses susdites à toutes les autres places semblables.

17. Pour avoir le chemin, par lequel on vient du fond du fossé, sur le chemin couvert, je marque le point *u* d'une telle façon, que *cu* face 20 pieds. Je tire puis apres la ligne *Pu*, prenant la longueur d'icelle

pareille à la longueur *ux* de 240 pieds. Ainsi j'ay le chemin requis *uxc*.

18. Pour avoir le chemin par lequel on va du chemin couvert, jusques au dessus de son parapet, je marque le point *y* en sorte que *fy* fait 20 pieds. Je tire puis apres la ligne *Qy*, prenant la longueur d'icelle pareille à la longueur *fz* de 40 pieds. Ainsi j'ay le chemin desiré *yzf*.

19. Il faut qu'il y ait une petite voûte en chaque partie, gisant sur l'oreillon comme au lieu de *V*, ayant son issué à un costé de la moyenne place: d'autre costé en l'allée de la courtine basse, à sçavoir haut & large de 6 pieds, à tellé fin qu'il a esté dit au precedent dix-neufiesme article des mesures.

20. Il nous faut avoir deux canonnières de la moyenne place: mais veu que le contenu de la premiere forme en seroit trop petit; & que le tout viendroit trop invisible, nous mettons en la deuxiesme figure un flanc tout seul, & plus grand, où par *AB* est signifié la ligne *TP* de la premiere figure; à sçavoir la largeur du flanc de 30 pieds: le costé *AC* signifié *TR*, espaisseur du merlon de 20 pieds: par le costé *CD* s'entend une partie d'icelle grande courtine *RK*: & le costé *BE* denote *PL* costé interieur de l'oreillon: le costé *CF* est pour *RS* costé interieur du merlon, laquelle *CF* est touchée au point *G* par la produicte *EB*. Or pour faire cy-dessus selon le requis, je donne à *GH*, & à *CI* chacun 2 pieds, pour la largeur des canonnières, où elles sont le plus estroictes; apres je tire *HK* en telle façon que au long d'icelle, ou puisse voir une partie de la courtine *AD*. Puis *IL* tout droit vers la pointe du parapet du chemin couvert, qui (si la figure estoit parfaite) seroit vis à vis du milieu de la grande courtine. Ce qui estant ainsi, l'on peut voir, selon le contenu du 20 article des mesures, par ces deux canonnières ladite pointe du parapet du chemin couvert: car *GE* costé interieur regarde tout droit, & *il* est tirée vers iceluy.

21. Il nous faut marquer la longueur de la place inferieure entre le merlon de ladite place inferieure, & le merlon de la moyenne. A ceste fin nous prenons pour plus grande evidence une autre figure à part, à sçavoir la troisieme, où *A* signifie le merlon de la deuxiesme figure, duquel le costé anterieur, avec son escarpe, est *B*; & *CD* signifie la courtine, *HF* le costé interieur de l'oreillon. En ladite figure je tire la ligne *GH*, parallele à *B*, en sorte qu'il y ait entre les deux lignes 30 pieds, pour l'ouverture requise de la place inferieure.

22. Je tire dans ladite troisieme figure la ligne *IK* parallele à *GH*, de sorte qu'il y aye entre deux 20 pieds pour l'espaisseur du merlon y comprenant 3 pieds pour l'escarpe. Or à fin de figurer icy les canonnières, selon le requis; à sçavoir en telle façon que l'escarpe des remparts, & la contrescarpe n'empeschent point de nettoyer, je tire premierement les escarpes des susdites *KL*, *IM* tellement qu'il y ait entre deux 6 pieds, pour l'espaisseur de l'escarpe, sur la hauteur de l'artillerie.

23. Je marque en la mesme troisieme figure les deux canonnières pres *K* & *I*; comme selon le 20 article elles ont esté marquées en la moyenne place. Puis encore une au milieu, comme il appert plus amplement par la figure.

24. Il y a encore à mettre cinq canonnières de la place superieure, lesquelles nous denotons en la troisieme figure par *N*, *O*, *P*; *Q*, *R*. Les trois interieures *N*, *O*, *P*, doivent estre constituées en telle façon, que les costez exterieurs tendent vers la pointe du parapet du chemin couvert, à fin que par icelles on puisse nettoyer

nettoyer le parapet, aussi de telle sorte que P puisse nettoyer la basse courtine du boulevard. Mais les deux canonnières extérieures QR gisent en tel estat qu'elles peuvent nettoyer d'un costé la basse courtine CD, & les costez extérieurs de ces deux canonnières sont tirez vers le coing de l'oreillon pres S, pour pouvoir tirer par là autant de costé, que l'oreillon le permet. Ce qui estant ainsi Q peut aussi nettoyer la basse courtine du boulevard.

25. Pour avoir les voûtes dans les remparts derrière les canonnières, je tire premierement en la susdite deuxième figure la ligne MN, signifiant l'escarpe du rempart derrière les canonnières de la moyenne place: tellement que le contenu entre les deux lignes C-F & MN estant large de 30 pieds signifie le pavé descouvert de la place moyenne. Puis je marque dans le rempart les deux voutes requises OP, chacune large de 12 pieds longue de 20. Et s'entend que semblables voutes seront aussi mises derrière les canonnières des places supérieures, aussi derrière les canonnières, qui se peuvent mettre en divers lieux de la basse courtine, à fin que s'il estoit besoing, l'artillerie y puisse prendre sa reculée.

Quant à la montée, pour venir couvertement & commodement de la place supérieure à la moyenne, elle sera bastie pres TV en la troisième figure: & est bon de sçavoir, que ledit TV signifie un trou haut de 20 pieds, large de 10. Mais pour declarer la qualité d'icelle plus apertement, je marque XY, signifiant l'allée voûtée, qui tend de la place moyenne au travers du rempart, jusques à la basse courtine dont nous avons parlé au dixneuvième article. Or quand on descend ceste montée TV jusques en l'allée XY, on pourra tourner à main gauche vers l'huis X pour venir à la place moyenne, & à la main droite pour venir en l'allée de la basse courtine.

La raison pourquoy le trou TV est seulement de 20 pieds de haut, & que le reste de la montée vient sous terre, c'est à fin que l'artillerie d'en haut au lieu de S, y puisse prendre sa reculée. J'enten que ceste montée soit séparée de la place moyenne avec un mur, qui est signifié par les deux lignes entre lesquelles est l'huis X, & ledit mur vient plus haut que le pavé de la place supérieure (comme aussi sont les petites murailles dont le trou de la montée est entourné) quatre pieds servant de parapet. Puis pour avoir l'autre montée par laquelle on vient de la place moyenne à l'inférieure, elle prendra son commencement en haut à un costé de l'allée XY, & tendra de là sous S jusques à ce qu'elle sorte en la voûte, qui est derrière la canonnière extérieure de la place inférieure: de sorte que, si l'on veut prendre toute la largeur de l'allée, comme pour un degré, l'on peut venir de la place supérieure à l'inférieure par une continuë & droite montée.

26. Il nous faut avoir les portes; mais pour voir en plus grande forme plus clairement la pourtraicture, nous en mettrons la suivante quatrième figure, là où ABCD signifié l'épaisseur du rempart; en icelles je signe EF de 10 pieds, pour largeur de la porte, & depuis EF jusques à GH il y a une voûte tendant tout droit sous les remparts.

27. Je marque au bout de la porte un petit rempart, comme I, large de 40 pieds (qui avec les autres costez) doit avoir par dedans un parapet avec ses canonnières large de 2 pieds: La susdite largeur de 40 pieds, est à fin qu'une piece d'artillerie gisant vis à vis du milieu de la porte y puisse prendre sa reculée. Puis il y aura encore une porte au lieu de K, large comme l'autre de 10 pieds.

Devant ce petit rempart sera encore une profondeur en maniere de fossé, large de 10 pieds, comme démontré le lieu punctué; la mesme profondeur sera tout à l'entour garnie d'apuis de bois, à fin que ni hommes, chevaux, ni chariots ne tombent dedans: il y aura encore par dessus ceste profondeur un pont levé devant la porte K au lieu de L. La place carrée M sert à ceste fin: Quant il y a des chariots venans par la porte K pour sortir, qui voyans qu'il y en a d'autres entrans sous la voûte EFGH pourront alors reculer à la mesme place M pour laisser passer ceux qui doivent entrer.

28. Il faut marquer les sortiés. A ceste fin nous ferons la suivante cinquième figure, là où ABC signifie un boulevard, & D le coing, où se rencontrent deux remparts. En ce coing j'enten qu'il y ait un huis, depuis lequel il y ait une allée voûtée large & haute de 8 pieds, descendant également vers E, de là vers F, & ainsi jusques à G, sortant au costé inférieur de l'oreillon, devant le merlon de la place inférieure sur le fond du fossé, qui gist 40 pieds plus bas, que le commun terroir, sur lequel est mis l'huis D. De sorte que ladite allée doit descendre en tout 40 pieds. Puis comme elle tourne d'un costé de E vers F à G, ainsi se tourne de l'autre costé depuis E vers H à I.

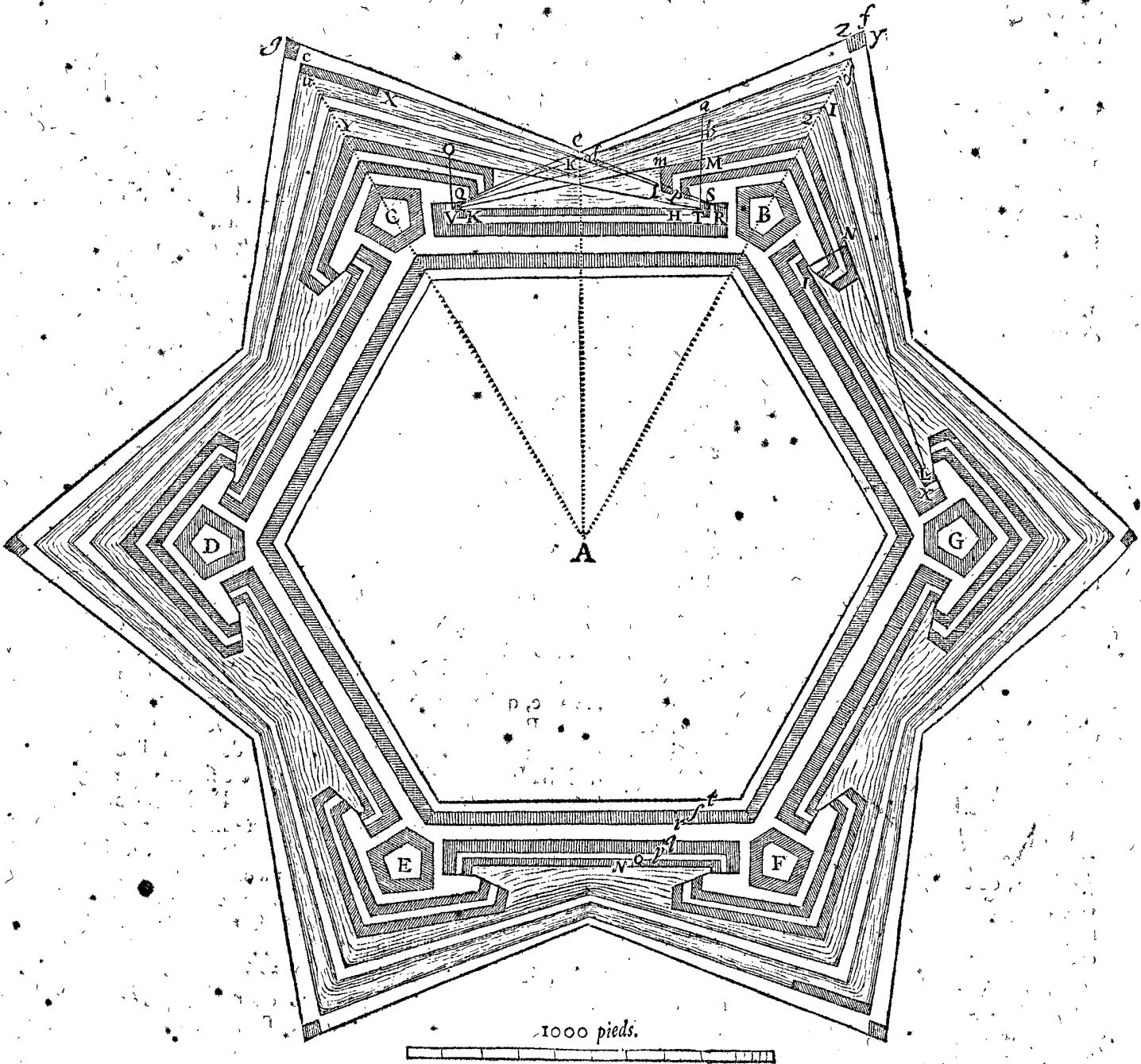
29. Pour signer le chemin par lequel on peut commodement venir vers la place inférieure, laquelle est de 30 pieds plus basse que le commun terroir; l'on y ira de D à E en la cinquième figure, de là à K, & depuis K sera mise une autre voûte, pour venir de derrière en la voûte, qui est au bout de la place inférieure.

30. Reste l'allée, par laquelle on peut venir de dedans la forteresse vers la place moyenne, de là sur l'allée de la basse courtine à l'entour de la forteresse. A ceste fin, nous prenons la cinquième figure, là où depuis l'huis inférieur est mise encore une autre allée voûtée, tendant vers L, haute & large, comme les autres, de 8 pieds: mais montant en tout 10 pieds (car d'autant gist l'allée de la courtine basse, où la place moyenne plus haute que le commun terroir) & sortant à la voûte inférieure, qui est au bout de la place moyenne. Quant à l'entrée de la contre-mine, elle sera au lieu où la mesme contre-mine, & la sortie se rencontrent, pres de l'huis extérieur de la sortié entre G & F.

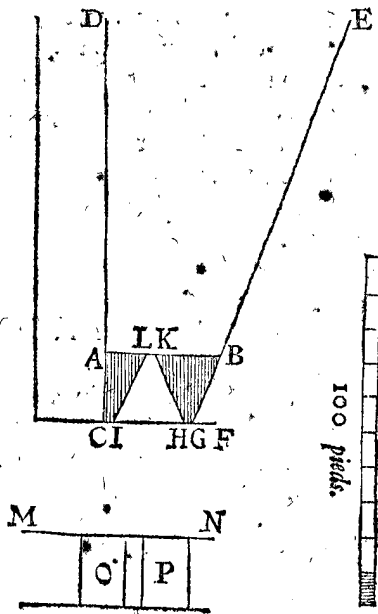
Parties de la premiere Figure, estant l'Ichnographie d'une forteresse entiere.

- ts Ruë entre les maisons & le rempart.
- sr Escarpe interieure du haut rempart.
- rq Terre-plein du haut rempart.
- qp Parapet, avec l'escarpe du haut rempart.
- po Terre-plein du bas rempart.
- on Parapet du bas rempart.
- Ma Grand fossé.
- khi Contre-fossé.
- bdc Cajes.
- bdef Chemin couvert.
- cux Allée pour monter hors du fossé sur le chemin couvert.
- syz Allée pour monter du chemin couvert sur son parapet.
- lpsrth Flanc.
- plm Oreillon.
- plm MZN Boulevard.
- bcdefg Cavaliers.

I FIGURE.



2. FIGURE.

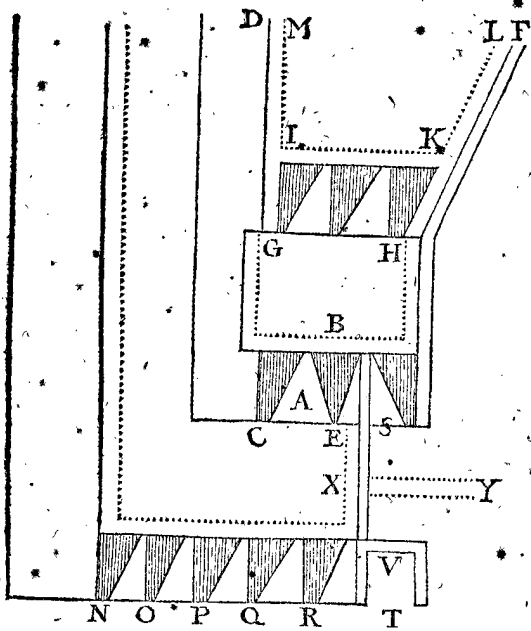


Parties de la deuxiesme Figure estant l'ichnographie d'un flanc avec sa place.

- GE Costé interieur de l'oreillon.
- CD Partie de la basse courtine.
- ACL Canonnere interieure.
- KHGB Canonnere exterieure.
- LKH Merlon.
- MCFN Moyenne place du flanc.
- OP Voûtes derriere la moyenne place.

3 FIGURE.

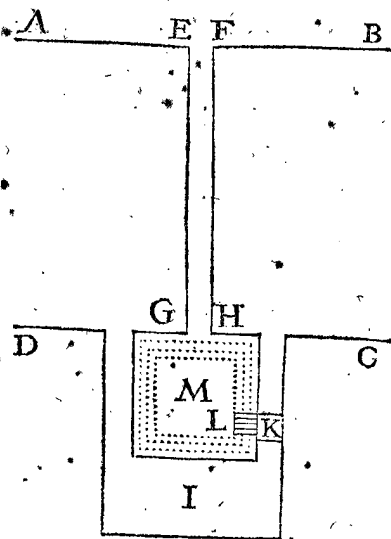
3 FIGURE.



Parties de la troisieme Figure estant l'Ichnographie d'un flanc avec ses trois places.

- HF Costé interieur de l'oreillon.
- KL Son escarpe.
- CD Partie de la basse courtine.
- MI Son escarpe.
- GBH La place inferieure, entre GH, sont ses trois canonniers.
- CEX Place moyenne.
- CE Ses deux canonniers.
- Le lieu sur lequel sont NOPQR signifie la place superieure.
- NOPQR Ses cinq canonniers.
- S Une canonniere sur la mesme hauteur des autres NOPQR.
- XY L'allée voûtée depuis la place moyenne vers l'allée de la basse courtine.
- TV Le trou dessus la montée, pour venir de la place superieure vers la moyenne.

4 FIGURE.

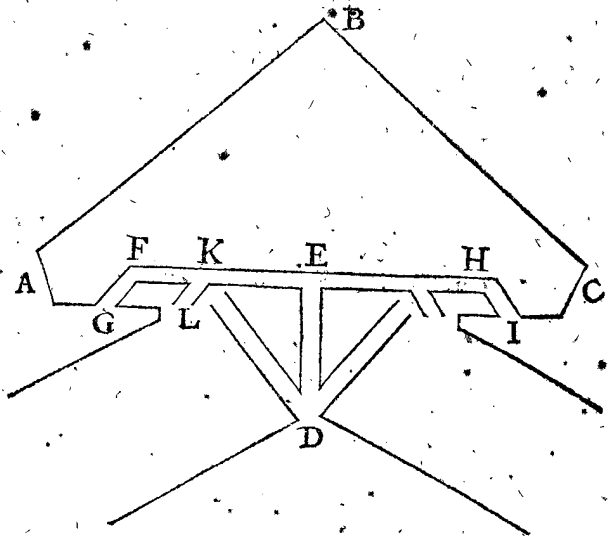


Parties de la quatrieme Figure estant l'Ichnographie d'une porte.

- ABCD Espaisseur des remparts.
- EF Largeur de la porte.

- EFGH Voûte sous les remparts.
- I Petit rempart derriere la porte.
- M Place entre le petit rempart I & la voûte.
- K Deuxiesme porte.
- L Pons levis.

5 FIGURE.



Parties de la cinquieme Figure, estant l'Ichnographie d'un boulevard avec ses allées voûtées interieures.

- D Huis au coing où se rencontrent deux remparts.
- DEFG Sortie d'un costé.
- DEHI Sortie de l'autre costé.
- GI Huis des sorties aux costez interieurs des oreillons.
- DEKL Allée vers la place inferieure.
- DL Allée vers la place moyenne.

Veü que la précédente Ichnographie montre seulement la forme de la forteresse selon sa longueur & largeur, & que la contemplation de sa situation en hauteur, ou profondeur, est fort necessaire à la parfaite cognoissance, nous viendrons maintenant à l'Orthographie : mais pour declarer le sens d'icelle un peu plus amplement ; je suppose qu'une forteresse corporelle soit coupée par un plan infini par le milieu, entre deux boulevarts ( telle est la maniere de faire des Mathematiciens qui coupent ainsi Cieux & Terre, pour trouver ce qu'il y a dans la coupure ) où à fin d'en parler selon le vulgaire, posons qu'il y ait un modele corporel de bois coupé, ou scié en deux par le milieu entre deux boulevarts : ce qui estant ainsi, la figure qui se voit en la coupure, est celle que nous proposons de pourtraire.

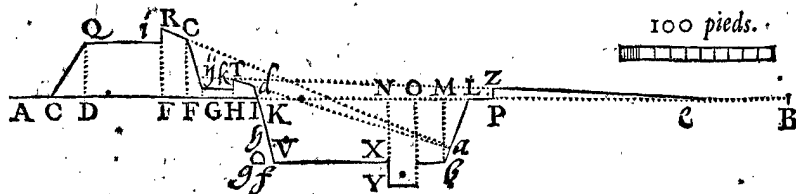
Mesures de l'Orthographie, procedant d'une coupure, par le milieu, de la grande courtine.

- P**Remierement, il nous faut marquer sur le commun terroir la largeur de la rue, entre les maisons & le rempart, de 30 pieds.
- 2. L'espaisseur de l'escarpe interieure du rempart de 20 pieds.
- 3. La largeur du terre-plein du haut rempart de 50 peds.
- 4. L'espaisseur du parapet du rempart de 20 pieds.
- 5. L'espaisseur de l'escarpe, qui est devant 10 pieds.
- 6. La largeur de l'allée de la basse courtine de 20 pieds.

7. L'épaisseur du parapet qui est devant de 20 pieds.
8. L'épaisseur de l'escarpe de la basse courtine de 8 pieds.
9. La largeur du grand fossé mesuré sur le bord de 140 pieds : mais qu'elle doit faire autant suivant le proposé, on le démontre mathématiquement.
10. L'épaisseur de la contrescarpe de 8 pieds.
11. La largeur du contre-fossé de 20 pieds, & faut sçavoir, que le côté intérieur du même contre-fossé viendra  $88\frac{2}{3}$  pieds de l'escarpe de la courtine. Comment cette longueur se trouve arithmétiquement, suivant le proposé, sera annoté au troisième Chapitre.
12. La largeur du chemin couvert de 20 pieds.
13. La hauteur du haut terre-plein de 40 pieds.
14. La hauteur du parapet, qui est devant de 47 pieds.
15. La hauteur de l'allée de la basse courtine de 10 pieds.
16. La hauteur des parapets, qui sont devant de 17 pieds.
17. La profondeur du grand fossé de 40 pieds.
18. La profondeur du contre-fossé de 15 pieds.
19. La hauteur du parapet du chemin couvert de 7 pieds.
20. L'on fera la pente du parapet du haut rempart, aussi du parapet du bas rempart, en telle façon qu'on puisse voir au long d'icelle les deux tiers de la contrescarpe.
21. La pente du parapet du chemin couvert se tirera selon le cours du rayon, venant du parapet de la basse courtine, par le sommet du parapet du chemin couvert, jusques au commun terroir, laquelle longueur contée depuis le parapet, jusques au commun terroir, fait 126 pieds, dont l'opération Arithmétique sera déclarée au troisième Chapitre.
22. La courtine sera sous le bas rempart de 8 pieds de l'extrémité de l'escarpe, & sera large de 5 pieds, haute de 6 & par dessus une voûte.
23. Il y aura derrière chaque parapet un banc haut de 3 pieds, & large de 3; à fin que quand on est dessus on puisse regarder en la campagne : mais en étant descendu, qu'on ne soit alors veu de ceux qui sont en la campagne.

*Pourtrait Orthographique, selon les précédentes mesures.*

**P**remièrement, je tire en la suivante 6 figure le commun terroir (que l'on nomme autrement ligne horizontale) *AB* & marque en icelle *AC* de 30 pieds, pour largeur de la rue entre les maisons & le rempart.



*Parties de la sixième Figure étant Orthographie, procédant d'une coupure par le milieu de la grande courtine.*

*AC* Largeur de la rue entre les maisons & le rempart.  
*CDQ* Escarpe intérieure du rempart.  
*Qi* Largeur du haut terre-plein.  
*i* Son banc.

2. *CD* de 20 pieds; pour l'épaisseur de l'escarpe intérieure du rempart.
3. *DE* de 50 pieds, pour largeur du haut terre-plein.
4. *EF* de 20 pieds, pour l'épaisseur du parapet du haut rempart.
5. *FG* de 10 pieds, qui sont l'épaisseur de l'escarpe, qui est devant.
6. *GH* de 20 pieds, qui sont la largeur de l'allée de la basse courtine.
7. *HI* de 20 pieds, qui sont l'épaisseur du parapet, qui est devant.
8. *IK* de 8 pieds, qui sont l'épaisseur de l'escarpe de la basse courtine.
9. *IL* 140 pieds, qui sont la largeur du grand fossé mesuré sur le bord.
10. *ML* de 8 pieds, qui sont l'épaisseur de la contrescarpe : mais tellement que *NK* face  $88\frac{2}{3}$  pieds, selon le contenu du précédent 11 article.
11. *NO* de 20 pieds, pour la largeur du contre-fossé.
12. *LP* de 20 pieds, pour la largeur du chemin couvert.
13. *DQ* de 40 pieds, pour la hauteur du haut terre-plein.
14. *ER* de 47 pieds, pour la hauteur du parapet, qui est devant.
15. *Gj* de 10 pieds, pour la hauteur de l'allée de la basse courtine.
16. *HT* de 17 pieds, pour la hauteur du parapet.
17. *KV* de 40 pieds, pour la profondeur du grand fossé.
18. *XY* de 15 pieds, pour la profondeur du contre-fossé.
19. *PZ* de 7 pieds, pour la hauteur du parapet du chemin couvert.
20. Je marque le point *a* en la contrescarpe *Lb* tellement que *aL* soient deux tiers de *Lb* : & tire sur le point *a* deux lignes *Ra*, *Ta* ; & sur la ligne *Ra* je tire le côté supérieur du parapet du haut rempart ; comme *Rc* jusques à *Fc*, qui est à angle droit sur *AB* : Semblablement sur la ligne *Ta* le côté supérieur du parapet, comme *Td*.
21. Je tire la ligne de *T*, parapet de la basse courtine par *Z*, jusques à ce qu'elle vienne à toucher le commun terroir en *e* : & *Pe* devienne long de 126 pieds, pour la levée de la pente.
22. Pour signer la contre-mine, je pren de *V* à *f* 8 pieds, & de *f* à *g* 5 pieds : & tire la dessus l'arc *hg* jusques à la hauteur de 6 pieds ; & j'ay la contre-mine requise *ghf*.
23. Je marque derrière les trois parapets *R*, *T*, *Z*, les bancs *ik*, chacun haut de 3 pieds, & large aussi de 3, à telle fin qu'il a été dit au précédent vingt-troisième article.

*iR*, Parapet, qui est devant.  
*Rc* Pente du parapet.  
*ijc* Escarpe du haut rempart.  
*jk* Largeur de l'allée de la basse courtine.  
*k* Son banc.  
*kT* Son parapet qui est devant.  
*Td* Pente du parapet.

- IV Escarpe de la basse courtine.
- g hf Contre-mine.
- IL Largeur du grand fossé.
- XY Contre-fossé.
- bL Contrescarpe.
- LP Largeur du chemin couvert.
- PZ Parapet avec son banc.
- Ze Sa pente.
- cB Commun terroir, ou horizon.

Les parapets là dessus, 7 pieds plus hauts.  
 Les parapets seront, comme dit est cy-dessus, de l'épaisseur de 20 pieds.  
 Les escarpes de 10 pieds.  
 La pente du parapet du cavalier, fera faite en sorte qu'on puisse voir les deux tierces parties de la contrescarpe.

Nous entendons aussi, que le susdit parapet s'abaissera tout à l'entout du cavalier, tant vers les maisons de la forteresse, que vers le fossé; à fin qu'on n'y soit pas à descouvert par derriere aux ennemis, desquels on pourroit estre veu & tiré.

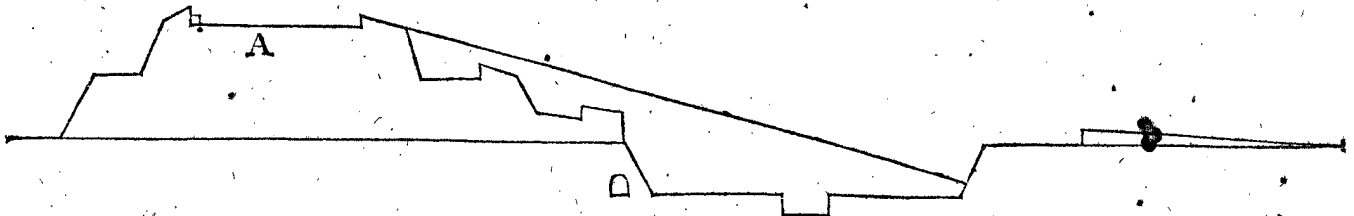
Il faut aussi entendre qu'on ira en haut vers le pavé par une montée bastie dedans le cavalier, de laquelle l'huis sera en l'escarpe, ayant son issuë au terre-plein.

Selon toutes ces choses nous pourrions reciter au long la maniere d'en tirer le pourtrait orthographique de point en point: mais veu que cela mesme est assez notoire par les precedents, nous le passerons outre; pour la briefveté, en méttant seulement la 7 figure, comme s'ensuit.

Nous avons jusques icy décrit l'Orthographie, procedant d'une coupure par le milieu de la grande courtine: mais veu que le cavalier ne se présente en icelle, nous mettrons encore la 7 figure pour voir représentée une forme precedente de la coupure par le milieu du boulevard, passant aussi par le milieu du cavalier, là où les chemins & les fossez sont beaucoup plus larges, comme l'on voit aussi dans la premiere figure.

Le pavé de ce cavalier doit gesir 40 pieds par dessus le terre-plein du haut rempart.

7 FIGURE.



Parties de la septiesme Figure, estant Orthographie, procedant d'une coupure par le milieu d'un boulevard.

A Le cavalier.

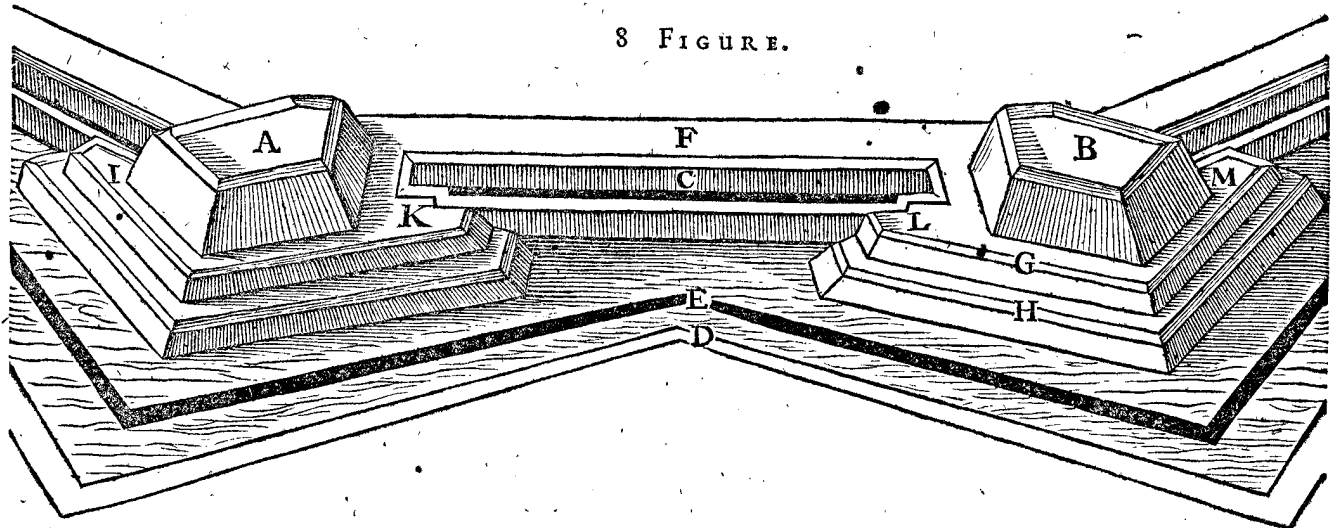
Les autres parties sont assez notoires par la declaration de la 6 figure.

*Pourtrait Scenographique, décrit selon les mesures precedentes.*

Ve u que nous avons cy-devant assez apertement déclaré le sens de l'Ichnographie, & de l'Orthographie

de la forteresse proposée; J'estime que ceste figure Scenographique ou ombragée s'expliquera assez clairement soy mesme: & combien que de six boulevarts on n'y en a mis que deux; toutesfois, veu que par la disposition d'iceux tous les autres sont facilement entendus, nous les avons obmis pour briefveté, & pour voir en de plus grands boulevarts plus de particularitez. Je souhetteroy à ceste fin encore icy la Scenographie d'un demy-boulevard avec son flanc, trois places, & tout ce qui vient en icelles: mais je craindroye que le travail me fist esvanouïr le desir de le faire.

8 FIGURE.



Parties de la huitiesme Figure, estant Scenographie de deux boulevarts selon les precedentes mesures.

F Haut rempart.  
 C Courtine superieure.

G Pente de la courtine superieure.  
 H Pente de la basse courtine.  
 E Contre-fossé.  
 D Chemin couvert.  
 I, K, L, M, Oreillons.  
 A, B, Cavalliers.

Après

Après avoir ainsi décrit les trois communes especes des pourtraictures en plat, il sera utile, pour ceux qui desireront une parfaite cognoissance des proprietés & ordonnances des forteresses, d'avoir encore outre cela des modelles corporels de quelque matiere propre, comme bois, cire ou argille : car comme il sert beaucoup en la Cosmographie d'avoir avec les pourtraictures plattes, encore diverses spheres corporelles : comme de la Terre, du Firmament, des Planetes & semblables : ainsi sont icy fort utiles les figures corporelles des forteresses, pour entendre encore plus parfaitement toutes les circonstances y appartenantes ; & pour comprendre, non pas seulement ce que disent les autres, mais à fin de pouvoir juger qu'elles opinions entre les discordantes sont les meilleures. A ceste fin j'estime profitable d'avoir un modele sur sa propre mesure de deux boulevardts, comme est la Scenographie de la 8 figure en plat : & outre cela il est bon d'avoir encore deux autres modelles de bois, l'un d'une forteresse accomplie, avec ses boulevardts : l'autre seulement d'un demy-boulevardt, sans fosséz : la raison est telle : quand ces trois modeles de bois seront tous d'egale grandeur, on verra en celuy de la forteresse entiere (qui sert pour contempler l'entier comme les ruës, Eglise, maisons, avec le reste) peu de perfection des parties dont l'Ichnographie est faite en la 3 figure, comme de canonnières, merlons, voûtes; montées, huis, & choses semblables contenues au flanc, lesquelles choses y viendroyent trop petites & invisibles : mais un demy-boulevardt estant aussi grand comme l'autre forteresse entiere, l'on y pourra avoir ces choses assez grandes & selon leur mesure. Le modele de deux boulevardts, qui deviennent plus grands, que deux boulevardts du modele entier, est commode, pour rechercher avec un fillet tendu tous les flancquemens, ou nettoiyemens, venans tant des flancs, que des parapets, des remparts, & des cavaliers, vers tous les lieux nettoiyables.

### CHAPITRE III.

*De l'Ichnographie des forteresses en effect, & du bastiment qu'il faut dresser suivant icelle.*

Combien que l'Ichnographie, & bastiment sur la campagne ait grande convenance avec l'Ichnographie & Orthographie sur le papier, lesquelles semblent avoir esté cy-devant assez copieusement descrites, toutesfois ceste operation effectuelle est si differente d'icelle theorique, qu'elle requiert des explications particulieres. Pourtant nous en declarerons ce qui nous semble necessaire, proposant qu'il y ait à bastir en plaine campagne une forteresse de forme & mesures, comme la precedente du deuxiesme Chapitre. A ceste fin la premiere chose qui se presente à faire, cest de designer l'hexagone equilateral inscriptible au cercle, ayant de chaque costé 1000 pieds : laquelle forme se pourtraict communement par l'ayde d'une Astrolabe, ou autre semblable petit instrument : mais pour avoir le tout plus parfait avec moins de peine, je prendroye (suivant la commune regle, contenant que les plus grands instrumens Mathematiques sont les plus certains) deux cordes d'egale longueur, chacune de 1000 pieds, mettant l'une d'icelles avec une laisse au baston qui est au lieu de A (en la precedente premiere figure) comme centre de la forteresse à faire, & menant l'autre bout vers B, en sorte que la corde soit mediocrement tendue, je mettroye là un baston de bout, signifiant un des six angles requis. Or pour avoir un autre angle, je

prends en la main gauche le bout de ladite corde, signifiant le demy-diametre du cercle circonscriptible ; & en la main droite un bout de la corde qui signifie le costé de l'Hexagone, faisant tenir ferme l'autre bout par une personne, & m'en vay ainsi avec ces deux cordes vers C, jusques à ce qu'elles soyent tendues ; & au lieu ou s'assemblent leurs extremités j'y plante le baston C, pour le deuxiesme angle. Et pour avoir le troisieme, je m'en vay vers D, & comme l'Arpenteur se fait communement suyvre par quelqu'un avec le bout de la chaisne ; ainsi je me fay suivre par l'autre personne, jusques à ce qu'elle soit avec le bout de la corde au lieu de C : estant là, je tire les deux cordes tellement qu'elles soyent tendues comme devant : & là où s'assemblent les deux bouts qui sont en D j'y mets un baston, signifiant le troisieme angle : je fay aussi le mesme pour avoir le quatrieme angle E avec les autres. Or les six angles estant ainsi marqués & trouvant par la veüe que les trois bastons E, A, B, sont en un mesme rayon, & que le semblable se trouve de F A C ; & de G A D, je tend au long du terroir une corde, depuis le baston B jusques au baston C : & au long du mesme, je fay creuser une petite graveure large & profonde environ de demy pied : le semblable estant aussi fait des autres cinq costez, j'ay sur le terroir une figure hexangulaire marquée de rayés, comme l'hexangle B C D E F G est tiré de lignes sur le papier.

Secondement, je mesure dans l'entiere B C depuis B vers C 180 pieds, pour la longueur depuis l'angle jusques au costé anterieur du meilon ; & à la fin de ces 180 pieds, qui sont au lieu de H, j'y mets une crois d'Arpenteur.

Tiercement, pour avoir la largeur du flanc, avec son oreillon, ensemble 140 pieds, je tourne ladite crois, jusques à ce qu'on voye par les deux dioptrés ou visieres les deux bastons B C. Puis je fay mettre un baston M 140 pieds loing de H, en sorte que je puisse voir le baston M par les autres deux dioptrés.

Quartement, pour avoir la largeur du flanc, je mesure 30 pieds en la gourtiere depuis H jusques à M, & au bout, qui est P, je mets un baston ; y faisant fouir une raye depuis H jusques à P, par le moyen d'une corde tendue comme devant.

Quintement, pour avoir l'espaisseur des merlons, je mesure dans la raye depuis H jusques à B 20 pieds, je suppose que la fin d'iceux vient en R. Puis je mets un baston en T milieu de H R, & mets semblablement un baston au lieu de V. Puis je viens pres de Z, y appliquant encore un autre baston, lequel je mets & remets d'un costé & d'autre, jusques à ce que je le voye d'un costé en ligne droite les trois bastons B A E, & d'autre costé en ligne droite les deux bastons M V. Ce baston Z y estant ainsi fiché, signifie l'extreme pointe de l'angle d'iceluy boulevardt. Et de mesme maniere se trouveront tous les autres angles, avec les rayes qui y seront necessaires. Mais encore faut il noter qu'au lieu des lignes occultes on ne doit point marquer de rayes, pour ce qu'elles pourroyent puis apres causer de la confusion ; car on les peut trouver par la veüe, par le moyen de la crois d'Arpenteur : comme il appert assez clairement par ce qui en a esté dit cy-dessus.

Il faut encore sçavoir que quand on pourtraict ainsi en grande forme, il est necessaire de sçavoir la longueur d'aucunes lignes, lesquelles par faute d'autres œuvres imparfaites, ne se peuvent commodement tirer ; comme par exemple : posons le cas qu'avec la terre, qui vient du grand fossé, l'on vueille faire la longue pente du

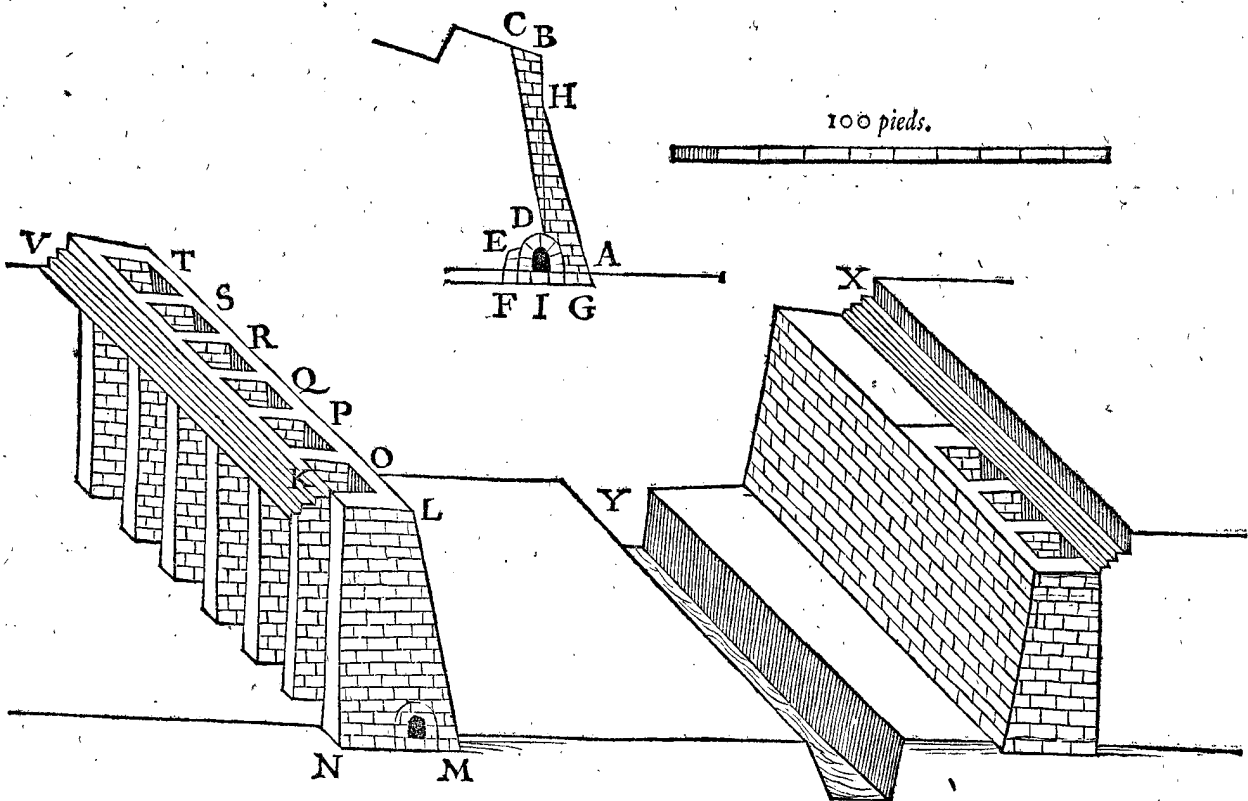


du parapet du chemin couvert, & que les parapets de la basse courtine (de la hauteur desquels la longueur désirée se trouveroit par la vue) ne sont pas encore faits : posons aussi qu'on les vueille avoir plus assurément par opération d'Arithmetique, que par petites figures qu'on pourroit à telle fin sur du papier : c'est à dire, qu'on vueille sçavoir par pieds la longueur de la ligne *Pe* en la précédente 6 figure. Pour ce faire je pose en mon imagination que la ligne droite du point *P* y soit tirée jusques à l'inférieur du parapet *T*, à sçavoir 7 pieds sous *T*; qui est 10 pieds par dessus *H*: pourtant je dis qu'icelle ligne par dessus *H* de 10 pieds, donne *HP* 180 pieds (comme il se peut conter aux mesures Orthographiques) combien *PZ* 7 pieds? (car veu que le parapet *ZP*, est egal au parapet sous *T*; le triangle compris entre *PH*, & le point intérieur du parapet sous *T*, est semblable au triangle *ePZ*) vient *Pe* 126 pieds. Et comme ceste ligne *Pe*, est icy trouvée de 126 pds; ainsi se peuvent trouver les longueurs de toutes les autres lignes : Comme la ligne *NK* (dont il est parlé au second Chapitre en l'onzième article des mesures de l'Orthographie) fait  $88\frac{27}{71}$  pieds : ainsi la ligne *IL* 140 pieds : mais veu qu'il est nécessaire en telle opération d'avoir la cognoissance de l'Arithmetique, & de la Geometrie, les regles desquelles nous n'avons point proposé d'enseigner icy, à cause qu'elles doivent estre cherchées en leurs propres lieux, chacune en son art, nous n'en ferons plus de mention.

OR le pourpris de la forteresse estant ainsi tracé avec des rayons au lieu de lignes, il reste encore à parler de la maçonnerie, en laquelle vient premierement à considerer, qu'il y faut un fond dur & ferme, pour supporter les boulevarts & remparts sans enfoncer, ou renverser; comme il advient aucunesfois : à ceste fin on pilotera aux lieux, ou la debilité du fond le requerra.

La maniere de la maçonnerie des escarpes, parapets & contre-mines, qui doivent venir sur ledit fond à l'entour de la forteresse, sera declarée par la figure suivante, en ceste sorte. Ce qui est compris entre *ABCDEFGHIG* signifie la muraille antérieure de la forteresse avec sa contre-mine voûtée, dont les mesures sont telles : *AG* fait 2 pieds, outre que la maçonnerie se met plus profonde que le fond du fossé *A* : puis *BC* est l'épaisseur du mur, faisant 4 pieds. La perpendiculaire *BH* à angle droit sur l'horizon, signifiant le costé antérieur du parapet, est produite jusques au fond du fossé, au lieu de *I*; de sorte que *IA* est l'épaisseur de l'escarpe venant devant le rempart de 8 pieds : ceste ligne *HI* coupe l'arc de la voûte au point *D*, duquel se tire la ligne *DC*. La largeur de la contre-mine est de 5 pieds; la hauteur de 6 : l'épaisseur du mur vers *E*, sur lequel repose l'arc & le costé, est de 5 pieds.

Ceste muraille doit encore avoir ses contre-forts, à fin que la terre du rempart s'attache à la muraille. Or



pour declarer cecy pleinement nous mettons la suivante 2 figure, là où *KL MN* signifient la longueur, largeur, & hauteur d'un contre-fort : & de mesme se bastissent au mur de 10 en 10 pieds, comme les contre-forts *OPQRST*. Et faut noter qu'ils sont plus espois au bout vers le rempart, qu'au costé où ils touchent le mur, à sçavoir vers le rempart de 3 pieds, & au mur seulement de 2 : pour faire ainsi mieux attacher la terre qui vient entredeux à la muraille. Puis, pour renforcement de la contrescarpe, on bastist aussi (comme il est démontré clairement en la présente figure) des contre-forts tels qu'il y a pour la fermeté du rempart. La dessus se repre-

sente encore la disposition des bancs *VX* derrière chaque parapet, hauts de 3 pieds, & par dessus larges aussi de 3 pieds, dont il est fait mention au deuxiesme Chapitre, & au 23 article de la pourtraicture Orthographique.

Touchant le haut rempart, avec son parapet & les cavalliers dessus les boulevarts, ils seront sans murailles tout entierement de terre, semée de quelque herbe propre : *M. Aurelio* de *Pastino* conseille de prendre à ceste fin l'herbe appellée des Latines *Medica*, dont la propriété selon *Columella*, *Pline*, *Mathiole* & autres est telle, qu'elle s'enracine tres-profondement en la terre, ce qui n'est pas seulement bon, pour entretenir longuement

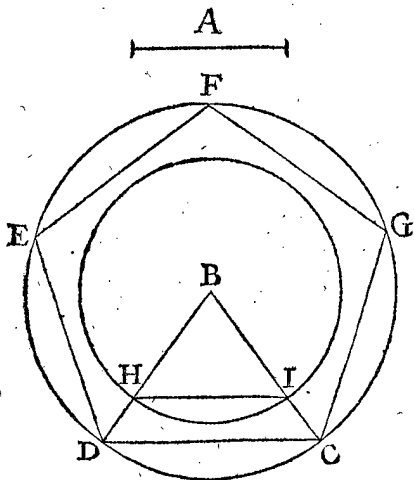
ment le rempart sans se ruiner, mais un tel entrelacement donne aussi force contre le canon de l'ennemy. Secondement, elle sert de bonne pasture pour les bestes, ce qui en temps de siege vient fort à propos. Tiercement, elle defend les remparts en temps de pluye contre le degout de l'eau, & durant la secheresse empesche que les vens n'emportent la poussiere.

#### CHAPITRE IV.

*Comment on figurera les forteresses de plusieurs angles autres que de six, tant en grande forme qu'en petite.*

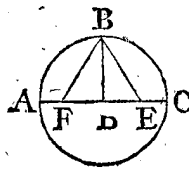
**N**ous avons décrit aux precedents second & troisieme Chapitre, la maniere de la pourtraicture, tant en petite forme qu'en grande; d'une forteresse hexangulaire equilaterale inscriptible au cercle, dont le demy-diametre est toujours egal au costé, sans y avoir dit comment l'on feroit aux forteresses, que l'on requiert avec plus, ou moins de costez: La raison estoit, que nous avions, pour plus grande evidence, destiné à ceste fin ce Chapitre particulier, à fin de ne m'arrester là ennuyusement és choses, qui n'estoyent point requises en iceux Chapitres.

A fin de venir au fait; posons qu'il nous faille pourtraire en petite forme sur le papier une forteresse pentangulaire equilaterale inscriptible au cercle; & que chaque costé du pentagone, sur lequel la forteresse sera signée doive estre egal à la ligne A, l'on demande de qu'elle longueur doit estre le demy-diametre? Je prens sur le compas quelque demy-diametre BC, qui est plus long que celuy que je requiers; & descriis par iceluy un cercle, lequel je divise, en tant, en cinq parties egales CDEFG, & tire la dedans le pentagone CDEFG:



pareillement la ligne BD. Puis je pren avec le compas la longueur de la ligne A, & l'applique entre les deux lignes BC, BD, tellement qu'elle soit parallele avec CD, comme la ligne HI. Ce qui estant fait, BH est le demy-diametre désiré, à sçavoir du cercle, dont HI sera le costé de son pentagone. Or par cet exemple du pentagone, est assez notoire la regle commune de tous les polygones.

Nous avons dit cy-devant, qu'on partira le cercle en cinq parties egales en tant; mais si quelqu'un au lieu de telle operation mechanique ayroit mieux l'operation Mathematique, selon le contenu de la 11 proposition du quatrieme livre d'Euclide, il pourra suivre ceste maniere: Je tire dans le cercle ABC par le centre D le diametre AC, partissant DC au milieu en E: puis je note la longueur EB, depuis E jusques à F, qui estant



ainsi, la longueur FB est egale au costé du pentagone désiré. Et FD (pour celuy qui le demande) au costé du decagone. Mais veu qu'en la pratique on cherche la plus grande facilité, & que la maniere theorique d'Euclide sert plus pour demonstrier

mathematiquement la composition, & les proprietés des corps reguliers, aussi des proportions qu'il y a entre les lignes de telles formes servant à la construction des tables de Sinus, & semblables; la suddite maniere en tant m'a semblé en ce lieu plus commode: principalement au regard des polygones dont la construction Mathematique est incognüe, comme del'Heptagone & autres.

Nous avons parlé jusques icy de la vulgaire pourtraicture en petite forme. Mais veu que l'Ichnographie du troisieme Chapitre est aussi declarée en grande forme à sçavoir en campagne par un hexagone, là où les deux cordes pour le costé & demy-diametre sont egales; l'on pourroit icy demander comment on fera pour former d'autres polygones, dont telles deux cordes sont inegales: car la precedente maniere de ceux cy seroit à telle fin impropre sur la campagne. Posons d'oc que l'on desire un pentagone ayant chaque costé de 1000 pieds, on demande, de qu'elle longueur devra estre l'autre corde, signifiant le demy-diametre? L'on verra en une table de Sinus qu'elle raison a le demy-diametre à une corde tirée sous un arc contenant la cinquieme partie du cercle, qui est un arc de 72 degrez, & se trouve comme de 10000000 à 11755704: car le demy-arc 36 deg. a sa demy corde 5877852, lesquels estant doublés font le nombre, comme dessus, pourtant je dis 11755704, donne 10000000, combien 1000 pieds? fait pour la longueur requise de l'autre corde 805 pieds  $7\frac{9529272}{11755704}$  pouces, il faut sçavoir qu'il y a 12 pouces au pied.

Mais s'il falloit signer un heptagone, l'on trouve la raison du demy-diametre au costé:

|                       |                     |
|-----------------------|---------------------|
| Du mesme heptagone de | 10000000 à 8677674. |
| De l'octogone de      | 10000000 à 7653668. |
| De l'enneagone de     | 10000000 à 6840402. |
| Du decagone de        | 10000000 à 6180340. |

#### CHAPITRE V.

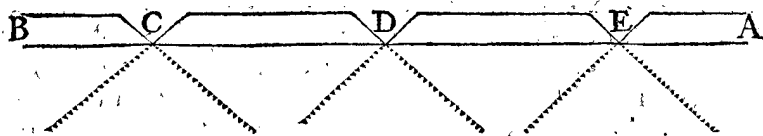
*Contenant le but ou point principal dont la consideration est requise en l'ordonnance des forteresses du temps present.*

**V**eu que nostre intention est de recueillir au suivant sixieme Chapitre quelques questions touchant les forteresses accomplies: & au septieme Chapitre quelques questions des forteresses imparfaites, selon l'exigence de la situation du lieu, il m'a semble utile de descrire premierement le but ou les points principaux & necessaires à l'ordonnance desdites forteresses; à fin de pouvoir plus seurement juger par la cognoissance d'iceux, de ces questions. Je dis donc que comme les hommes sont de diverses opinions quant à la forme de leurs accoustremens: car une façon est estimée en un pays qui ne l'est pas en l'autre; voire en une mesme province desplait maintenant, ce qui auparavant y estoit fort agreable. Et ce qui touche encore la chose de plus pres: c'est, qu'une mesme personne tenoit hier un accoustrement pour commode, qui luy semble aujourd'huy mal seant. Il est de mesme des humeurs differentes touchant l'ordonnance des forteresses: pourtant comme quelqu'un se romperoit la teste en vain, s'il vouloit par

raison persuader les hommes à porter tous ensemble une mesme façon d'accoustrement, selon son instruction, veu mesmement que luy mesme ne sçait pas combien de temps luy durera son opinion : Tout ainsi travaillent en vain ceux qui es ordonnances des forteresses, veulent qu'un chacun face à leur fantasia. Toutesfois, comme l'opinion des hommes en la forme des accoustremens, n'est pas en tous poincts si diverse, qu'ils n'ayent quelque chose de commun : comme par exemple, veu qu'il ne nous est pas expedient en nos besoins, d'avoir les orteils separez, nous les mettons bien tous ensemble dans un chauffon : mais de mettre les deux jambes dans une chauffe, personne ne l'approuve, & n'y a homme qui desire tel accoustrement : car veu qu'il faut se servir des jambes separees pour aller d'un lieu en un autre, la raison requiert de donner à chaque jambe sa propre chauffe. Puis d'ordonner un accoustre-

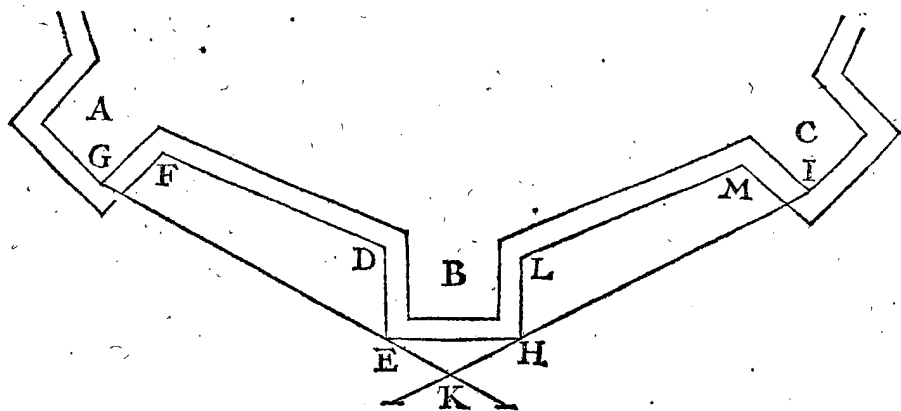
ment qui couvriroit la veüe, de sorte qu'on ne pourroit voir où l'on iroit, ni ce qu'on feroit, personne ne le fait, ni le desire. Il en est de mesme pour la composition des forteresses : car les opinions des Architectes ne sont pas tellement differentes, qu'ils n'ayent par un instinct naturel quelque but commun, tel, que celuy qui y contrediroit seroit estimé faire contre le sens commun.

Or pour venir à la declaration du but, servant comme de touche à laquelle on peut examiner diverses inventions, ou opinions, qui de jour en jour se rencontrent ; il faut premierement sçavoir, qu'on souloit jadis, avant l'invention de la poudre à canon, faire pour la defence des forteresses, des murailles droites ayans des trous, pour tirer par iceux avec des fleches, & autres tels instrumens, qui alors estoient en usage : comme cy-dessous le mur A B avec les trous C D E.



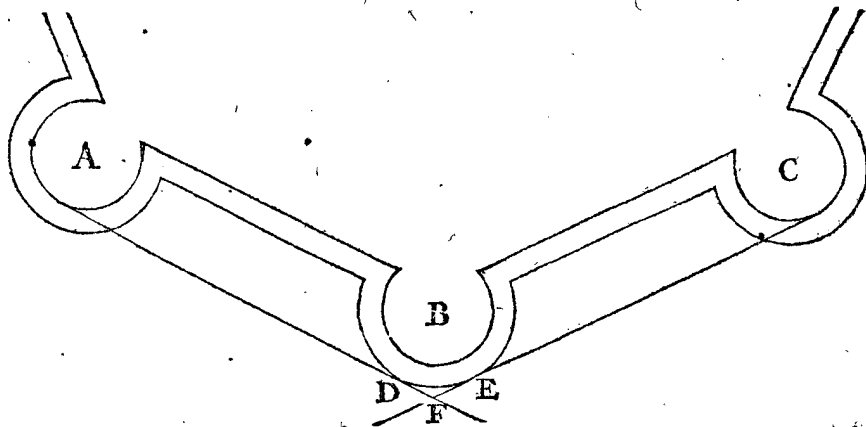
Mais pource que les assiegez ne pouvoient ainsi resister à leur ennemy qu'en front, & que la dessus les ennemis se couvroient par devant de leurs targes, & qu'estans tout pres du mur entre deux trous, ils estoient en seureté contre iceux trous ; & contre l'artillerie, on bastit puis apres des testes, ou tours quarrées sortans desdites murailles droites, autant esloignées l'une de

l'autre, que leur artillerie pouvoit porter : comme cy-dessous les trois tours A B C, à fin d'endommager par les costez D E, F G, l'ennemy assillant le mur F D entre deux tours, & tirer sur luy, non seulement de devant, mais aussi des deux costez là où il n'avoit point de targe ; à fin de bien defendre par ce moyen le mur F D, & plus seurement repousser l'assaut.



Mais l'ennemy cherchant d'autre costé son avantage, laissoit le mur entre deux tours, & assailloit seulement les costez exterieurs, comme E H : car l'artillerie venant ( au pis aller ) des angles enterieurs G & I des tours qui sont à costé, tout ce qui estoit dans le triangle E H K, estoit assésuré contre les deux tours A & C. Eux considerans ceste faute firent puis apres des tours rondes, au lieu des quarrées, comme cy-dessous A B C,

à fin de pouvoir ainsi mieux voir d'une tour la partie anterieure de l'autre, & mieux s'entrayder : car l'artillerie venant des deux tours A & C, pouvoit beaucoup mieux atteindre l'ennemy assillant la partie anterieure de la tour B, qu'avec les precedentes tours quarrées : & combien que cela ne se peust parfaitement, toutesfois le triangle D E F est beaucoup plus petit, que celuy de E H K.

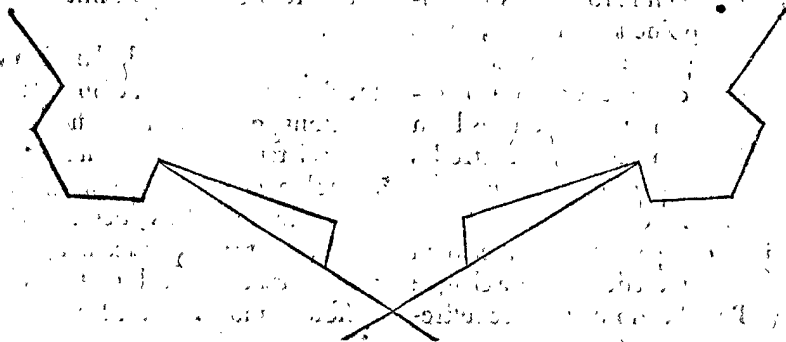


kkk

Mais

Mais puis apres le gros canon venant à estre en usage, par la grande vehemence duquel on ne bleffoit ou tuoit pas seulement un homme à la fois, comme d'une fleche, ou d'une fonde; mais on emportoit plusieurs hommes, eschelles, & instrumens; on apperceut, que ni testes, ni tours rondes ou quarrées n'estoyent les formes com-

modes, pour s'en servir à son plus grand avantage contre les canons: mais qu'icelles testes doivent estre posées en telle sorte qu'on puisse tirer de chaque angle des deux testes de costé, au long de la face de celuy du milieu, & que l'on puisse aussi tirer au long des murailles entre deux testes, comme cy-dessous.



Or cecy estant puis apres mis en œuvre, & trouvé fort bon en effect (car l'on pouvoit defendre la forteresse tout à l'entour avec des traicts venans de costé au long des murs, & des testes, par lesquelles on peut tuer beaucoup d'ennemis, sans toutesfois rompre les propres bastimens) on y a plus soigneusement pris garde, si bien que la chose parvint quasi à la perfection d'une science particuliere; comme étant fondée en la perspective, & ayant grande communauté avec les mathématiques. L'on donna (ce que requierent communement les sciences nouvelles) aux choses inventées des noms nouveaux, & entre autres, tirer au long des murs, & des costez anterieurs des testes, ils nommerent cela nettoyer, comme nous avons dit en la 11 definition. Ils trouverent puis apres, que nettoyer n'estoit seulement pas utile au long du costé interieur du fossé, mais aussi à plusieurs autres endroits; comme de pouvoir commodement nettoyer la contrescarpe: le dessus du parapet du chemin couvert, & mesme iceluy chemin couvert. Puis apres il fut quelque temps en usage de mettre le contre-fossé environ le milieu du grand fossé à raison: mais quand on eut prins de plus pres garde à l'utilité de nettoyer, on a finalement situé ledit contre-fossé en sorte qu'il puisse estre nettoyé tout du long: Et afin de ne nettoyer pas seulement le long des courtines, rayes, & parapets des chemins couverts, mais aussi du commun terroir: On ordonne des doubles remparts; l'inférieur, ou basse courtine, pour nettoyer ledit commun terroir: Et le haut rempart (parce que les autres courtines sont trop basses) sert à fin que la forteresse soit mieux gardée: aussi pour plus aisement descouvrir l'ennemy derriere ses forts. De ces doubles remparts, procédoit encore une maniere de doubles boulevarts, desquels les places superieures, aussi bien que les inferieures, nettoient leurs boulevarts vis à vis, & à costé les grandes courtines, avec tous les autres costez extérieurs nettoiables; puis on fit aux forteresses ayans les fossés secs, encore une place au flanc, à sçavoir l'inférieure, à fin de nettoyer le fond dudit fossé, ensemble la contrescarpe, basse courtine, & tous lieux nettoiables se presentans à la veüe. En somme NETTOYER, NETTOYER, dije, est le but & poinct principal de l'ordonnance des forteresses du temps present, & celuy qui veut oster ou mespriser ce nettoiyement, il veut faire un accoustrement, auquel on fourre deux jambes dans une chauffe, ou qui couvre la veüe: je veux dire qu'il parle contre le sens commun.

Secondement, l'on peut adjouster encore à cecy, pour regle commune, que les boulevarts les plus obtus,

ou moins aigus (moyenant qu'ils soyent nettoiables) sont tenus pour les meilleurs: car veu que les boulets tirez entrent dans la terre vingt pieds & plus, s'enfuit que les acutangles peuvent estre de costé facilement renversez voire qu'on y peut tirer tout à travers: mais quant aux boulevarts qui sont assez obtus on n'y peut faire breche de costé.

Tiercement, que les forteresses equilaterales inscriptibles au cercle, que l'on nomme autrement polygones reguliers, sont les plus commodes figures: car ils comprennent en moins de rempart plus de terrain, ce qui n'est pas seulement de moindre frais pour bastir, mais outre cela il n'y fait pas tant d'artillerie, ni de gens pour la defendre. Qui plus est, les boulevarts ont de meilleurs angles: car celles des costez inegaux, ont bien quelques angles plus obtus, ou moins aigus, mais ils en ont au contraire d'autres moins obtus ou plus aigus; ce qui n'est pas profitable, veu que l'ennemy expert laisse les endroits plus forts, & attaque les plus foibles. Cet avantage de faire plus comprendre aux remparts, ne s'observera seulement pas es polygones reguliers, mais aussi en toutes formes autant que les situations le permettront.

Ayant doncques ainsi descrit ces trois communs & principaux poincts; à sçavoir Nettoyer, Boulevarts obtus, & de faire comprendre plus aux remparts, servant en matiere de forteresses, comme de but, auquel il faut tousiours prendre garde, nous viendrons aux deux derniers Chapitres des questions, esquelles le souvenir de ces choses aura souvent son usage, à fin de pouvoir plus seurement juger des opinions contraires les unes aux autres.

## CHAPITRE VI.

### Questions sur une forteresse accomplie, comme est la precedente.

J'ay dit au commencement du deuxiesme Chapitre la raison, pourquoy nous ne voulions mesler les questions, qui se rencontrent au fait des forteresses, avec les pourtraictures du mesme Chapitre: aussi que ce 6 Chapitre, ensemble le suivant septiesme sont destinéz à la particuliere declaration d'icelles: Or suivant ceste resolution nous procederons comme s'enfuit.

#### I. QUESTION,

##### Des Mesures.

Les opinions des Architectes sont fort differentes, quant aux mesures des forteresses: quelques uns veulent

lent (comme dit *Girolamo Maggi*) que la longueur de la grande courtine, entre deux boulevarts soit de 600 à 700 *bracci* : D'autres de 300 à 400 : *Tartaglia* de 250 à 300 pas : *Capitan Frate da Modena* 140 cannes : *Cataneo* prend pour diverses forteresses diverses longueurs, comme 192, 232, 240, 244, 256, 310 *bracci* : Les forteresses de 149, 152 *bracci* (comme dit *Maggi*, mais en l'impression que j'en ay, je la trouve d'environ autant de pas) *Secretario Fiorentino* 200 *bracci* : *Girolamo Maggi* de 250 à 300 *bracci* : *Carlo Theti* de 80 à 100 cannes : *M. Aurelio de Pasino* aux pourtraictures de ses deux forteresses, environ de 80 & 90 toises. *Daniel Speckel*, en diverses figures 500, 600, aussi 650 pieds. Cecy est dit de la grande courtine, & pourrions assembler encore icy semblables differences des autres parties des forteresses: mais nous le laissons pour ne perdre point de temps.

ment, c'est que le nom des mesures, nous abuse quelque fois, lesquelles combien qu'elles ayent souvent un mesme nom, sont toutesfois en une ville beaucoup plus longues, qu'en une autre: pourtant quand la raison des mesures de diverses Villes, n'est assez expressement definie, nous n'avons nulle seureté de leurs simples noms.

Or pour en faire quelque declaration, nous assemblerons quelques mesures vulgaires es impressions Italiennes, Françoises & Allemandes, lesquelles un chacun, à qui il plaira, pourra conferer les unes aux autres, & à nostre mesure de Delf.

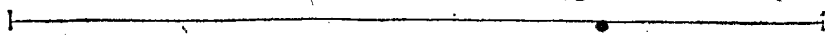
Le pied de Delf, sur lequel les precedentes pourtraictures sont signées, contient 12 poulces, & les 12 pieds font une verge: mais nous n'avons point expliqué cy-devant les longueurs par verges; pource qu'il nous semble plus commode de le faire par pieds. Le  $\frac{1}{4}$  d'un desdits pieds, est de cette longueur:

Il y a plusieurs causes de telles diversitez. Premiere-

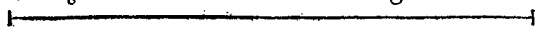


Les quatre mesures suivantes sont tirées de Carlo Theti.

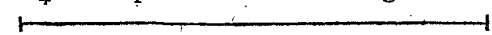
La *canna* contient 10 paumes, la moitié d'une paume est de ceste longueur.



La *canna* contient quatre *bracci*, la  $\frac{1}{8}$  d'un *braccio* est de ceste longueur:



La *canna* contient 8 paumes, le  $\frac{1}{4}$  d'une paume est de ceste longueur:



Le *passo* contient 6 pieds, le  $\frac{1}{4}$  d'un pied est de ceste longueur:

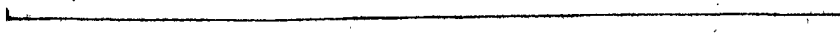


Les trois mesures suivantes sont tirées de Girolano Catanico.

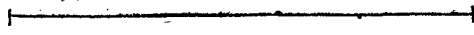
Le pas contient cinq pieds de Venise, le  $\frac{1}{4}$  d'un pied est de cette longueur:



Ceste longueur est le  $\frac{1}{4}$  d'un *braccio Bresciano*:

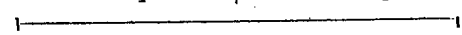


Ceste longueur est le  $\frac{1}{4}$  d'un pied antique:



Les quatre mesures suivantes sont tirées de Jacomo Castriotto.

La *canna* contient 10 paumes Romaines antiques, le  $\frac{1}{4}$  d'une telle paume est de ceste longueur:



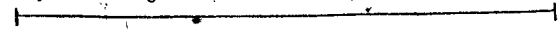
La toise de France contient 6 pieds, le  $\frac{1}{4}$  d'un d'iceux pieds est de ceste longueur:



La *canna* contient 10 pieds d'*Vrbis*, ou de la *Marque* le  $\frac{1}{4}$  d'un pied est de ceste longueur:



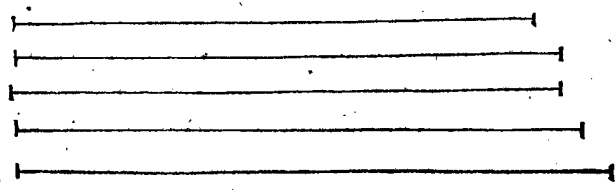
La *canna* contient quatre *bracci Toscani*, le  $\frac{1}{8}$  d'un *braccio* est de ceste longueur:



Les deux pas de Venise, comme dit *Castriotto*, font une *canna*.

Les cinq mesures suivantes sont tirées de Daniel Speckel:

Le  $\frac{1}{4}$  d'un pied.



de Strasbourg.

de Bavières.

de Nurremberg.

de Vienne.

de Paris & Inspruck.

Aux figures de *Sebastiano Serlius* Antique Latin lib. 3. traduité d'Italien en Latin par *Ioannes Carolus Saracenus*, il y a aussi diverses mesures de *Brachia*, *Palmi*, *Pedes Antiqui*, *Pedes recentiores*, qui sont fort differentes tant entre elles, comme entre les precedentes. Jusques icy nous avons rapporté assez de mesures de diverses longueurs.

Secondement, il y a souvent de la difference entre les mesures d'un bastiment & d'un autre; par ce qu'il faut, que les Architectes s'accommodent à la qualite du lieu, laquelle les empesche de pouvoir suivre la regle commune.

Tiercement, pource qu'une piece d'Artillerie tire plus loing qu'une autre, voire qu'une mesme piece fait plus de force avec une sorte de poudre, qu'avec une autre, ce n'est point de merveille si les hommes en jugent differemment chacun selon son experience.

Quartement, il y en a qui font leur compte de tirer avec de la grosse artillerie, qu'ils appellent reale, par laquelle ils entendent pieces, dont les boulets pesent depuis 8 livres en montant: Les autres avec non reale, qui est depuis 8 livres en descendant, laquelle ne porte point si loing.

Quintement, l'opinion d'aucuns est, que dessus la grande courtine doivent estre quelques bastimens, comme cavalliers plates formes, ou flancs, pour l'ayde desquels ils ordonnent la grande courtine entre deux boulevarts, plus longue, que ne font ceux qui n'ordonnent point de tels bastimens.

Sixtement, aucuns veulent, comme *Iacome Castriotte*, & autres que la grande courtine soit si longue, & les boulevarts si loing l'un de l'autre, qu'ils ne soyent endommagés de la grosse artillerie de leurs flancs qui sont vis à vis : Laquelle regle est rejectée par d'autres, les raisons & demonstrations desquels seront déclarées en la suivante huitiesme question de ce Chapitre, contre ceux qui à telle fin font des courtines obliques.

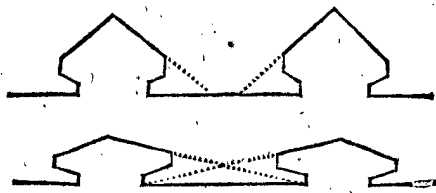
Finalement, j'adjouste encores, que l'on ne veut estre réputé avoir la science d'un autre ; principalement de ceux qui sont encore en vie (des tres-passez comme *Vitruve*, *Archimede*, & autres il n'y a point de danger) estimant que par là leur estime seroit amoindrie. C'est pourquoy les hommes sont communement enclins à se mettre en différent entre eux, & conséquemment toutes choses ont leur cours naturel.

Quant aux mesures mises cy-devant au deuxiesme Chapitre, j'en ay suivi, (apres la consideration des argumens de plusieurs Auteurs, & des circonstances) ce qui me sembloit alors le plus conforme à la raison : S'il y a quelque chose plus longue ou plus courte ; plus espoussée ou plus menue, qu'il ne plaist au Lecteur, il le pourra changer, ou accommoder à son opinion, & ce que je pourray cognoistre devoir estre corrigé, je le suivray en cela aussi volontiers, comme j'ay fait les autres : Ce que requiert aussi la raison, pource que nostre but principal ne doit point tendre à soutenir ce que nous avons une fois dit, mais à faire les meilleures forteresses qu'il nous est possible.

## II. QUESTION.

*Des boulevarts obtus & aigus.*

Combien que l'on tienne pour regle generale, qu'on peut plus facilement tirer à travers des angles aigus des boulevarts, & les demolir, que non pas des obtus ; routesfois il y en a qui sont d'opinion, qu'on n'en doit point faire d'obtus, encore qu'on le peust commodement faire, & que pour l'éviter, on doit tirer les courtines du boulevard depuis le milieu, ou quelque autre point de la grande courtine, comme en la suivante premiere figure non pas des flancs, selon la commune maniere de la deuxiesme figure, lesquelles sont descrites sur une courtine droite.



Mais pour demonstrier, que les Architectes des forteresses fameuses taschent, à bonne raison, de se servir des angles obtus, nous debattons ceste matiere par articles distincts.

### I. ARTICLE.

*Si la breche se fait plus large es boulevarts aigus, ou es obtus.*

Premierement, il y en a qui proposent, qu'en la pointe d'un boulevard qui à l'angle aigu, estant rasée, il s'y fait une breche plus estroite, qu'en l'obtus : ce qui est

bien vray, quand on presuppose, que la pointe de l'un est rasée aussi longue que celle de l'autre : mais mettons la comparaison à lequité ; à sçavoir qu'il y ait autant de coups tirés sur une pointe que sur l'autre ; & puis examinons la chose. Car posez le cas, que le boulet entraist seulement 20 pieds en terre (aucuns tesmoignent de beaucoup d'avantage) l'on pourra tirer au travers de la pointe du rectangle sur sa longueur (comme sçait le Geometre) de  $\sqrt{200}$ , qui est plus de 14 pieds : Que ne feroit-on doncques à travers les angles fort aigus ? mais ceux qui sont assez obtus, ne se peuvent ruiner par coups de canon venans de costé.

\* Quant à ce qu'on dit, que quand l'ennemy plante son artillerie devant le milieu d'un boulevard obtus, qu'il peut alors d'une seule place faire breche aux deux costez des boulevarts : Je respons que quand l'ennemy aura planté son artillerie devant le milieu de la grande courtine, joignant laquelle sont des boulevarts aigus, il pourra faire breche es quatre costez des deux boulevarts : car veu que, comme dit est, les boulets y passent tout au travers, chacun sera endommagé de deux costez, avec grande extension de la matiere : mais au boulevard obtus, sur lequel on tire de devant pour rompre deux courtines ensemble, les boulets y entrent, & demeurent dedans, avec beaucoup moindre dommage.

### II. ARTICLE.

*De la defence des courtines des boulevarts de dessus la grande courtine.*

Quand la face, ou courtine du boulevard aigu est tirée du milieu, ou de quelque autre point de la grande courtine, on pourra, disent ils, d'une partie de la mesme grande courtine, defendre la face du boulevard. A cecy on respond que de la grande courtine, on ne pourroit pas bien defendre la face du boulevard ; parce qu'une bonne partie d'icelle demeure couverte à cause de l'espaisseur de la grande courtine : car (à fin d'expliquer cecy par contemplation perspective) si l'on produit à l'infini par imagination le plan de la pente du parapet de la grande courtine, tout ce qui de l'oreillon, & de la courtine du boulevard, gist sous ledit plan, demeure caché pour celuy qui voit au long de ladite pente du parapet : mais cela n'avient point quand on voit du flanc qui est vis à vis, ou de la courtine de l'oreillon. Car de là ne se decouvre pas seulement la face toute entiere, jusques au fond de l'autre boulevard, mais encore une grande partie du fond du fossé. Secondement, on ne peut commodement faire des canonnieres au parapet de la grande courtine : pour nettoyer la partie de la face du boulevard qui se pourroit presenter à la veüe, par ce que le traict devoit passer trop de biais par la largeur du parapet. Pourtant, veu qu'il ne vient aucun flaquement ou nettoiyement qui vaille de la grande courtine, & que du flanc mesme le boulet ne pourra alors parfaitement nettoyer, la face n'auroit point de nettoiyement accompli.

Quant à ce qu'aucuns veulent qu'on face la grande courtine joignant le flanc avec un giron, dont le costé antérieur du parapet se tourne vers la courtine du boulevard opposite, à fin de pouvoit ainsi mieux defendre la mesme face du boulevard par des canonnieres, qui n'auront point le susdit empeschement de l'espaisseur du parapet, comme nous avons dit de la grande courtine : & à fin de descouvrir de ce lieu là une partie de la campagne ; à cecy on respond. Premierement, que telles canonnieres estans peu couvertes de l'oreillon, sont exposées & fort descouvertes à la veüe de l'ennemy, & qu'il

qu'il vaut mieux défendre la face du boulevard obtus, avec des canonnières qui soyent suffisamment dans le flanc. Secondement, touchant le moyen de descouvrir la campagne, il y a d'autres lieux de la grande courtine, comme aussi des faces des boulevarts, qui sont plus près de l'ennemy pour luy tirer à laise des coups de canons. Tiercement, que la grande courtine, au lieu de ce giron ne peut estre parfaitement nettoyée. Quartement, que de ces canonnières ne se peut nettoyer la grande courtine, comme du flanc: en somme que cet œuvre est defectueux, dont il ne procede point d'avantage.

III. ARTICLE.

*Du nettoyage des boulevarts aigus avec des arquebuses à main.*

Quant à ce qu'on face l'angle d'un boulevard si aigu, qu'on tire de dessus la grande courtine de plus parfaits coups nettoysans les faces avec mousquets, ou semblables petites arquebuses à main, cela n'est pas de grande estime pour une invention impropre; car celuy qui prendra bien garde à la qualité du nettoyage, & considerera comment sur une petite largeur, est ordonnée une si grande multitude de grosse artillerie, venant des cavalliers, des places hautes & basses des courtines, des oreillons hauts & bas, & ce tout, comme dit est, sur une si petite largeur, il confessera que tout cela n'est pas nécessaire: mais que c'est contre la raison de vouloir encore nettoyer la face du boulevard avec de petites arquebuses, qui ne peuvent rompre les eschelles, ni les parapets des ennemis, ni l'endommager dessus la breche avec des pieces de pierre, ou brique, qui rejaillissent. Il est bien vray que les arquebuses à main sont fort commodes & nécessaires en temps d'assaut pour tirer, à ceux qui viennent à la veüe: mais d'en vouloir user comme de coups principaux nettoysans les courtines des boulevarts, dont une grande partie ne s'offre à la veüe pour les raisons du second article, à quoy aussi l'autre grosse artillerie est destinée plus proprement, & par un tel abus faire le nettoyage defectueux, qui se fait par la grosse artillerie, & d'ordonner les boulevarts d'angles foibles, & d'éviter les forts obtus angles, cela ne semble point estre fondé sur aucune raison.

IV. ARTICLE.

*Du demolissement des remparts, que l'ennemy peut renverser dans le fossé contre la face des boulevarts.*

Aucuns estiment, que si l'ennemy se retranche devant la face d'un boulevard, pour s'asseurer contre les flancs, qu'on ne scauroit en tel cas si bien endommager ses retranchemens à coups de canon nettoysans les boulevarts obtus parfaitement, comme par ceux qui nettoient pas les boulevarts aigus: mais la chose, estant bien considerée va tout autrement: Car le coup nettoyant parfaitement & jettant la matiere en arriere espard au long & au large les pieces rejaillissantes, & les boulets traversans molestent l'ennemy, & tel rempart peut estre explané jusques à la face: mais le coup venant de biais, & entrant dans le boulevard jette les ruines contre le boulevard, de sorte que la matiere ne se peut si bien espartre qu'autrement, & le boulet traversant n'apporte tant de dommage à l'ennemy: parce qu'il demeure dans la face, ou bien y fait un bond incertain. Mais pour declarer cecy plus intelligiblement; notez qu'on tient pour regle generale, que les remparts se peuvent plus facilement endommager par coups horisontaux, que par ceux qui viennent de haut en bas: pourtant la face du boulevard estant prise pour l'horizon,

& le parapet de l'ennemy pour rempart, alors le coup nettoyant parfaitement, servira comme de coup horisontal; mais celuy qui vient de biais, n'est pas si bon, non plus que celuy qui viendroit de haut en bas.

V. ARTICLE.

*De la defence de la face d'un boulevard par l'autre.*

Il s'en dit encore, que quand les angles des boulevarts ne sont pas obtus, alors les deux faces des deux boulevarts se peuvent mieux voir l'une l'autre; pourtant si l'oreillon & son flanc estoit rasé, l'on pourroit de la face de l'un mieux voir & defendre la face de l'autre boulevard. A cecy on respond, que telle imagination de voir n'est pas fondé sur ce à quoy on doit principalement prendre garde à sçavoir sur le nettoyer: car peut estre qu'une telle largeur de la face d'un boulevard obtus y est dommageable. De sorte que les boulevarts aigus, outre qu'il requierent plus de matiere & frais que les autres, causent en plusieurs manieres grand prejudice.

L'on y pourroit encore adjouster cecy. Veui que vous mesmes estimez la grande courtine pour mieux gardée, laquelle toutesfois peut estre nettoyée du flanc à coups de canon qui volent tout au long d'icelle luy estant quasi parallele; pourquoy semblable maniere de nettoyer au long des faces des boulevarts seroit elle mauvaise? ou si vostre nettoyage imparfait des boulevarts est le meilleur, pourquoy n'appliquez-vous une pareille meilleure maniere sur la grande courtine, faisant les cols des boulevarts si longs, ou y adjoustant quelque autre telle chose, qu'on y puisse gagner semblable avantage? Mais comme il vous est cognu, que ce seroit au dommage de la grande courtine, ainsi est il notoire que cela seroit aussi prejudiciable aux faces des boulevarts.

Les argumens precedens sont plus fermes encore par l'experience des forteresses fameuses basties en divers lieux: comme entre autres en celle de Malte l'une des principales du monde, qui est de grande consequence, & laquelle on peut estimer l'une des plus remarquables, qu'on a commencé à edifier, l'an 1566, par meure deliberation des principaux Architectes de toute la Chrestienté & exercez au fait de la guerre, lesquels cerchans soigneusement tous avantages ont (comme il se peut voir aux figures, qui en ont esté imprimées & divulgées) tiré des flancs les courtines des boulevarts nettoysables, à fin d'acquiescer ainsi les angles des boulevarts les plus obtus qu'il estoit possible, avec les autres avantages qui en peuvent proceder. Nous concluons doncques avec les plus experts, que les plus obtus boulevarts qu'on peut former, selon les regles perspectives, ont la meilleure forme de bastiment qu'on ait ordonné jusques à ceste heure selon l'exigence des forteresses accomplies du temps present.

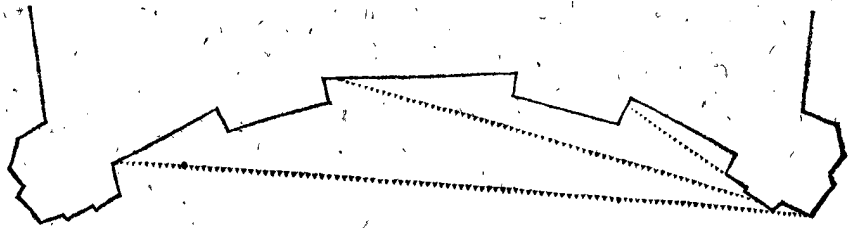
III. QUESTION.

*Des boulevarts ronds, ou polygones, tendans à la rondeur.*

Aucuns ont pris plaisir aux boulevarts ronds: d'autres à deux courtines se rencontrans en façon d'arc; d'autres à plusieurs angles, dont les costez estoient nettoyez de divers flancs bastis dans la grande courtine, comme demonstre la figure suivante:

kkk;

Or



Or veu que la precedente figure des boulevarts, estant de plusieurs angles approche de la rondeur, & que la forme ronde disent ils est la plus forte, parce que la matiere canonnée s'amasse plus vers le centre, & s'endurcit, il faut que telle maniere de boulevarts soit plus forte que de deux faces droites. On respond à cecy, qu'en un tel commun jugement il y a faute de distinction: car combien que le Masson choisisse aux voûtes la figure ronde, ou multangulaire, à fin de faire des arcs ferrans mieux: Le Charpentier au contraire tasche de joindre ou fortifier son ouvrage par corbeaux, c'est, pour parler plus clairement; il evite le polygone, & tend vers le triangle, lequel encore qu'au contraire il soit la plus simple entre toutes les figures rectilignes, toutesfois il est ferme, mais non pas le quadrangle, le pentagone encore moins, & conséquemment tant plus de costez aura le polygone du Charpentier, d'autant plus approche elle de la rondeur, & d'autant plus sera elle foible. Pourtant, de dire par regle commune, que les figures de plus de costez tandans à la rondeur, sont les plus fortes, & l'affirmer simplement par l'hauteur de quelqu'un: il semble, veu qu'on donne des exemples de contraires effects, que l'opinion de telles personnes d'autorité n'a pas esté bien entenduë, ou autrement qu'on donne plus de credit à l'autorité, qu'à la raison. Il faut doncques, avant que donner son jugement considerer la qualité de l'ouvrage, puis conclure selon le requis d'icelle. Car les bastimens qui sont creux, en dedans ou caves recevans pressement par le dehors requierent la rondeur, comme voûtes de caves, ponts, eglises & semblables, là où larc mesme portant avec soy la pesanteur pressant la rondeur, en cela est le plus grand avantage: pource que les pierres de l'arc estans plus estroictes par dedans que par dehors, tel pressement cause leur plus ferme closture. Semblablement un puits, contre lequel la terre presse de tous costez, la figure ronde y est la plus commode: mais si, par exemple, on mettoit le tuyau du puits dessus la terre, & qu'on le remplir de terre, en sorte que le pressement de dedans poustast vers l'exterieur; il est notoire qu'on n'en auroit point d'avantage; car comme les pierres par le pressement de dehors vers l'interieur (pource qu'elles sont plus larges au costé exterieur) sont forcées à faire plus ferme closture; ainsi elles sont au contraire (estans plus estroictes par dedans) plus faciles à se desjoindre par le pressement de l'interieur vers l'exterieur: partant, si en l'usage des boulevarts il estoit besoin d'un pressement qui resistast à tous les costez de la partie exterieure qui pousteroit à l'encontre, la figure multangulaire ou ronde seroit à telle fin la plus forte. Mais on n'y peut attendre un tel pressement. Quant aux boulets qui s'y tirent à l'encontre par dehors, cela n'est point pressement, à sçavoir portant la qualité pour laquelle on doit faire des ouvrages ronds: car comme quelqu'un fait aussi facilement un trou avec une barre de fer dans le mur d'un boulevard rond ou multangulaire, comme dans celuy d'un boulevard de peu d'angles, ainsi fait le boulet autant de breche sur l'un que sur l'autre. Pourtant il ne faut pas tascher, pour telle fantasie, de faire

des boulevarts ronds, ou multangulaires, veu que cela repugne aux articles du but, sur lesquels les forteresses du temps present sont fondées, notement au nettoyer, & plus grande comprehension de place: Contre le nettoyer, parce qu'aux boulevarts ronds, ou multangulaires il faut beaucoup d'artillerie, pour faire ce qu'autrement on peut faire avec peu: Contre le moyen d'avoir plus grande comprehension; parce que la grande courtine ayant une flechisseure interne, & estant pource plus longue & de plus grands frais, perd toutesfois autant de place, qu'il en pourroit estre compris entre la courtine oblique, & la ligne droite. Gardons nous bien doncques de nous estudier à la recherche des boulevarts multangulaires, comme s'il estoit possible de clore une forteresse avec des boulevarts nettoyyables estans par devant tous plats sans angle (desquels il sera parlé en son lieu, à sçavoir en la 2 question du septiesme Chapitre) les devant faire ainsi par election. Finalement j'adjouste cecy, que le vice & incommodité des vieux boulevarts ronds nous à par cy-devant appris d'inventer des boulevarts nettoyyables, comme il à esté dit au precedent cinquiesme Chapitre. Nous finirons icy concluans que les boulevarts, avec leurs courtines entieres & droites sont la meilleure forme, dont on ait usé jusques à maintenant, selon la maniere des forteresses de ce temps.

#### IV. QUESTION.

##### *Des Ravelins ou Moineaux.*

ON a en plusieurs endroits; durant ces guerres, aux Pays-bas, & en France, fait des boulevarts (qu'on appelle Ravelins ou Moineaux) hors de la grande courtine, & separez d'icelle, comme des Isles, esquels on entre par un pont de bois. L'avantage qu'on en espere c'est qu'encore que l'ennemy aye gagné un tel boulevard, il n'a pas pour cela la ville, veu qu'il y a encore une profondeur entre le boulevard, & la courtine.

Les dommages d'autre costé sont tels. Premièrement, que les assieges durant l'assaut, ne se peuvent si bien assister l'un l'autre pour y amener toutes choses necessaires & entendre les parolles qu'ils disent & crient. Outre que quand l'ennemy tient le chemin couvert pour soy, il peut facilement demolir ce pont de bois à coups de canon, de sorte qu'ils sont entierement separez les uns des autres: il est vray qu'aux fossez secs, on peut venir de la ville au boulevard par un chemin voûte sous terre: mais on ne remedie pas pourtant aux autres inconveniens: car n'ayans toutes choses necessaires, on s'ayde l'un l'autre à la haste, qui n'est pas une petite incommodité: de sorte que tels boulevarts se peuvent plus facilement gagner que d'autres: & combien que l'ennemy n'aye pourtant point la ville alors, cependant il est maistre du fosse, ou le peut facilement devenir. La matiere de cela mesme luy peut servir pour remplir le lieu entre le boulevard, & la courtine. En somme apres qu'on a veu, que le plus grand avantage ne consiste point en tels boulevarts separez, on les refait en plusieurs lieux comme les boulevarts ordinaires attachez à la courtine. Suivant laquelle invention nous



ne les avons voulu ordonner comme par election aux forteresses accomplies : mais là où il se faut accommoder, selon la situation du lieu, la chose pourroit requerrir autre consideration.

V. QUESTION.

*Des Oreillons ronds ou angulaires.*

Ceux qui desirerent des oreillons ronds, estiment la figure ronde la plus forte, & que les parties rejaillissantes des oreillons angulaires, endommagent plus les assiegez, & emplissent d'avantage le fossé.

Quant à la fermeté, qui seroit plus en la figure ronde qu'en l'autre, la consideration en peut estre en deux sortes ; à sçavoir des coups qui y viennent dessus directement pour raser tout à fait le bastiment, ou du canonner seulement de costé pour rompre les angles. Quant au premier, nous avons prouvé, en la precedente troisieme question, le contraire, & demonsté qu'à cause d'une telle imagination, il se faut davantage abstenir d'ordonner des ouvrages ronds qui seroyent defectueux. Touchant l'autre consideration, il faut confesser, que les angles se rompent plus facilement, que les costez extérieurs des figures rondes : mais si on presuppõe, que l'oreillon rond consiste potentiellement dans l'angulaire, & que par dessus sa rondeur il est encore espais garni & renforcé d'iceux coings, la chose requerera un autre jugement.

Quant à ce qu'aucun pourroit dire cy-dessus, qu'on peut aussi bien imaginer un oreillon angulaire dans le rond, duquel les angles soyent espais de rondeur, comme un rond dans l'angulaire, duquel la rondeur est espaisie avec des angles : On respond la dessus, que si on le presuppõe d'egale largeur, comme en tel cas la raison le semble requerir, le premier demeure & l'autre doit faire place.

Touchant les pieces rejaillissantes, suivant lesquelles on ne peut encore reconnoistre la difference des pieces des oreillons angulaires d'avec celles des Ronds : On respond que supposant le cas que telle difference fust appercevable les assiegez sont munis de parapets. Notez aussi qu'aucuns ordonnent les costez des canonnières avec des degrez, au lieu de costez unis, sans craindre tel rejaillissement. Pource que telle petite difference, avec la petite difference de l'emplissement du fossé qui pourroit suivre de l'un plus que de l'autre n'est de nulle estime en comparaison des avantages procedans des oreillons angulaires : comme d'avoir leur forme parfaite selon le requis du nettoyage ; qu'ils couvrent mieux les flancs ; qu'au long d'iceux on nettoye plus parfaitement. A quoy on peut encore adjouster que pour avoir jadis evité telle rondeur, on est parvenu à l'artificielle structure des forteresses nettoiables du temps present ; comme nous l'avons déclaré plus amplement au precedent cinquiesme Chapitre. Or apres avoir compté & pesé ces avantages contre les dommages, les oreillons angulaires m'ont esté plus agréables que les autres.

VI. QUESTION.

*Si le costé interieur de l'oreillon doit estre mené parallel à la grande courtine, ou non.*

Aucuns veulent que le costé interieur de l'oreillon, comme la ligne *Pl* en la premiere figure du deuxiesme Chapitre, soit tirée parallelle à la grande courtine *HK* ; estimans que le flanc seroit ainsi plus couvert, & mieux gardé, que si on le mettoit au costé de devant plus ouvert. D'autres au contraire veulent tirer ledit

costé de biais, selon le cours de l'extreme qu'on se propose de vouloir tirer devers la contrescarpe ; l'opinion desquels me plaît le mieux, pour ces raisons : Il est certain, ou au moins on le peut supposer, que par la canonnière extérieure on ne veut pas seulement nettoyer la grande courtine, mais aussi, la nécessité le requerant, tirer plus de costé peu ou beaucoup vers le boulevard opposite, ou vers la contrescarpe : pourtant, quand on tire ainsi, & qu'alors le costé interieur de l'oreillon designé par *L* est parallel à la grande courtine, il faut qu'entre la ligne descrite du boulet volant, & l'angle de l'oreillon *P*, soit une place vuide ou creusée si grande, que telle declination le requiert : Or si ce lieu vuide estoit rempli le flanc seroit-il pourtant plus descouvert l'extremité de l'oreillon, demeurant sur sa mesme place ? Non point du tout, mais l'oreillon en sera d'autant plus espais, & plus fort & son angle *b* d'autant plus obtus, & meilleur que ne seroit iceluy sans remplissement : Ou, pour plus grande évidence, disons ainsi : Quand le costé interieur *PL* decline ainsi de la grande courtine, si lon rompoit alors du mesme costé tant de matiere, qu'il fust parallel à ladite grande courtine le flanc en seroit-il pourtant mieux assuré ? Sans doute non, mais l'oreillon en seroit d'autant plus attenué & affoibli, & l'angle d'autant plus aigu à cause de la matiere qui en seroit ostée. Nous concluons donc, que le costé interieur de l'oreillon se designe avec plus grand avantage selon la declination, que l'on se propose de vouloir tirer de costé, que parallel à la grande courtine.

VII. QUESTION.

*Touchant les places du flanc, & ce qui est en icelles.*

IL y a quelque temps que l'on couvroit par des voûtes, la place inférieure & moyenne de l'angle flancqué, à fin de donner ainsi plus de lieu à la place supérieure sur les voûtes de la moyenne. De ces voûtes s'ensuivent, comme à monsté puis apres l'expérience, quelques inconveniens, à sçavoir que ce pendant que l'ennemy les canonnoit on ne pouvoit estre assuré la dessus, à cause des pieces rejaillissantes, en apres les voûtes se fendoient, & rompoient par la force de leur propre artillerie, tellement qu'on n'y estoit assuré ni dessus, ni dessous. Tiercement ces places se remplissoient si fort de la fumée de l'artillerie, qu'on ne voyoit pas ce qu'on y avoit à faire, & on ne pouvoit demeurer dedans sans grande anxiété, qui causoit la perte de l'ouye & de la veuë : & combien qu'on fist à ceste fin des souspiraux, pour faire exhaller la fumée, encore n'estoit-ce pas assez, pour obvier à tel accident : on n'a point depuis ce temps là basti ces places droitement l'une sur l'autre, mais la moyenne un peu plus reculée que la basse, & la supérieure un peu plus reculée que la moyenne ; de sorte que les places sont ouvertes par enhaut : & on fait seulement des voûtes dans le rempart, qui y est derriere, comme nous avons dit au 25 article de l'Ichnographie du second Chapitre, à fin d'estre sous icelles à couvert de la pluye, neige, & chaleur du Soleil, aussi pour mettre la dessus en lieu sec l'artillerie, boulets, & semblables choses necessaires.

Quant à la montée pour venir de la place moyenne à la supérieure, qu'aucuns ordonnent du tout ouverte, & decouverte sans aucune closture, cela ne semble point sans quelque peril, car l'ennemy estant venu par force, ou par finesse en ceste place moyenne, il peut aller de là par dessus le haut rempart, & entrer dans la forteresse, sans qu'il y ait aucun bastiment qui l'empesche : Pourtant nous avons, au susdit project Ichno-

graphique, séparé par un mur ceste montée, en sorte que la moyenne place puisse estre séparée par un huis, de la supérieure.

Touchant les canonnieres des trois places, on les a jadis basties en telle façon, que le plus estroict d'icelles vient au bout extérieur du parapet, & de là vers le costé intérieur s'eslargissent de plus en plus. Or par telle maniere les assiegez estoient bien mieux gardez contre le glissement des boulets de l'ennemy, que maintenant avec des canonnieres, qui sont au contraire plus larges par dehors & plus estroictes par dedans: Mais, au contraire les coings des merlons devenoyent ainsi fort attenuez & foibles, & estoient facilement rompus de canonnades, & les trous fort agrandis. Secondement, les merlons se fendoyent, & rompoient par la violence de la poudre allumée qui devoit passer par un lieu fort estroict. Pour remedier à cest inconvenient, on ordonna puis apres le plus estroict de la canonniere au milieu du parapet: mais tout l'avantage estant puis

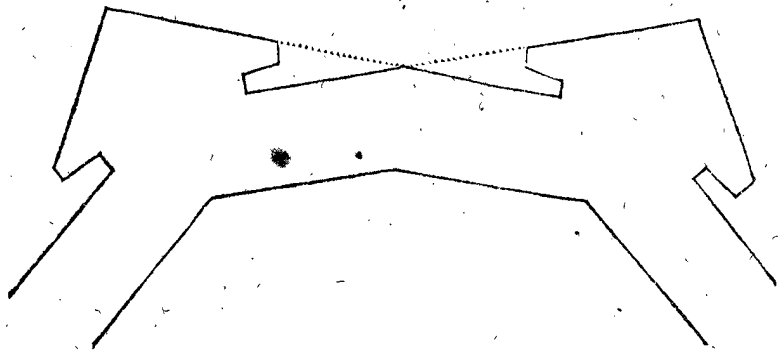
apres bien comparé avec le desavantage, on estime maintenant le plus expedient de mettre le plus estroict sur le costé intérieur, en telle maniere, qu'il est fait en l'Ichnographie de la deuxiesme & troisieme figure du second Chapitre.

### VIII. QUESTION.

*Des courtines droites, & obliques.*

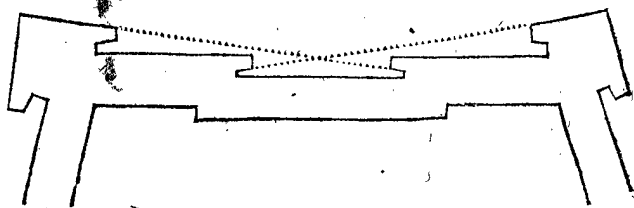
#### I. EXEMPLE.

**A**ucuns ont estimé, que si on vouloit defendre du flanc la grande courtine toute droite, qu'en canonant, l'un des flancs endommageroit l'autre, ensemble son artillerie, & boulevard. Pour à quoy obvier ils ont donné à la grande courtine, au milieu un pli extérieur, en façon, que chaque moitié corresponde en ligne droite à la courtine d'un boulevard comme en la figure cy-dessous là où chaque moitié couvre un flanc en sorte qu'on ne peut voir de l'un à l'autre.



#### II. EXEMPLE.

**A**ucuns ont party la grande courtine entre deux boulevarts en trois: la partie moyenne mise en dedans, à laquelle sont appliquez deux flancs desquels on nettoye non seulement ceste partie moyenne, mais aussi la courtine des boulevarts, comme cy-dessous; estimans que par ainsi la courtine est plus forte & mieux deffendue.



On respond à cecy, que chaque demi-courtine en telle maniere ne se peut nettoyer que d'un costé, ce qui autrement se peut faire de deux costez; pource que l'ennemy ayant demoli un flanc, sa demi-courtine demeure sans defence.

Secondement, c'est une incommodité en toute grande courtine, qui ne peut estre nettoyée que d'un costé seulement, qu'il y demeure un lieu indessenfable: pour descrire ce lieu, prenons par imagination deux plans infinis, tendans, l'un au long de la pente du parapet de la grâde courtine, l'autre au long de la pente du parapet du flanc, ou de l'oreillon: car le lieu qui est compris entre ces deux plans, devant le flanc ou oreillon ne peut en aucune maniere venir à la veüe de celuy, qui regarde au long desdites pentes des parapets, & par consequent, tout ce qui est audit lieu entre les plans, demeure caché: de sorte que l'ennemy pourroit fouir, & rompre de ses mains à son plaisir tant sous le flanc que dans la grande courtine, sans pouvoir estre empesché des assiegez.

Tiercement, si l'ennemy assaut la grande courtine avec des eschelles sans breche, en tel cas on tire des flancs des pierres, chaisnes, & choses semblables, qui font grand murtré d'ennemis sans endommager les boulevarts.

Quartement, si l'assaut se fait par breche, l'on tire franchement de la grosse artillerie aux pieces de la ruine, pour endommager l'ennemy avec les pieces rejallissantes, & cela sans rompre les boulevarts: car le boulet venant sur la matiere de la breche, ou il y demeure dedans, ou y perd sa force ou prend un saut incertain.

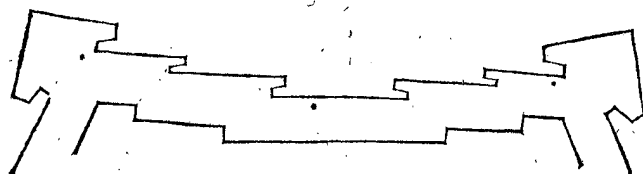
Quintement, les assauts se font rarement & ne durent pas si long temps, que les boulevarts cependant puissent souffrir si grand dommage que le profit ne soit plus grand, lequel procede de la continuelle crainte que l'ennemy à de donner l'assaut entre deux flancs.

On respond à cela, qu'il faut de deux choses l'une, ou que les deux boulevarts soyent si esloignez l'un de l'autre, que l'artillerie de chacun ne puisse nettoyer toute la courtine, ou si pres qu'elle la puisse defendre. Que s'ils sont si esloignez, chaque tierce partie de courtine, qui est joignant chaque boulevard, sera seulement deffendue d'un flanc, à sçavoir de celuy auquel elle est adjointe: car l'autre flanc est trop loing, & elle ne peut estre nettoyée du flanc de la moyenne partie: de sorte que l'ennemy ayant coupé un flanc des boulevarts, la tierce partie de la courtine qui luy est adjointe, demeure sans defence. Ou autrement un flanc de la partie moyenne estant demoli, une face du boulevard demeure sans nettoyage par ce que l'autre boulevard est trop loing. Que si les deux boulevarts sont assez près l'un de l'autre pour nettoyer toute la courtine, entre deux, & aussi pour pouvoir nettoyer du flanc de l'un la face de l'autre, les deux flancs de la partie moyenne n'y sont point necessaires, car si l'artillerie peut defendre

dre l'extrémité de la courtine du boulevard ; à plus forte raison pourra elle défendre la moyenne tierce partie de la grande courtine , qui luy est plus proche. Ce qu'estant bien considéré, telles courtines apres de grands frais sont plus foibles que les droites: car l'artillerie peut faire plus grande breche sur les coins des oreillons des cortines divisées, que sur celles qui sont toutes droites: Secondement, elles sont de moindre comprehension de place: Tiercement, les angles antérieurs des boulevarts en deviennent plus aigus, ou moins obtus, ce qu'on doit éviter selon la regle commune.

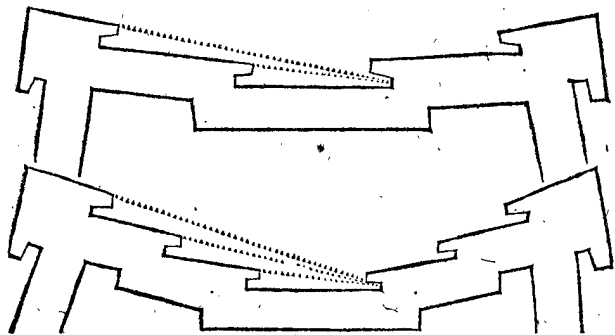
III. EXEMPLE.

D'autres n'ont pas seulement party la grande courtine en trois parties, comme dessus, mais en cinq comme cy-dessous: Laquelle maniere doit pour les raisons susdites estre estimée pire, que celle de second exemple, comme estant de defence moins de moindre comprehension, & de boulevarts usagius, ou moins obtus, & le tour avec des despens plus grands & inutiles.



IV. EXEMPLE.

Comme on s'est puis après apperçu de la faute du susdit second, & troisieme exemple; à sçavoir que de chaque flanc on ne pouvoit voir ni nettoyer les autres parties de la courtine on les a ordonnées autrement plus nettoyyables, comme cy-dessous.



Sur quoy je dis que ceste correction cause un plus grand défaut; à sçavoir que les angles des boulevarts deviennent ainsi encore plus aigus: & qu'avec plusieurs remparts de grands frais l'on comprend encore moins de place. Nous concluons donc qu'une grande courtine entiere & droite entre deux boulevarts, est la plus commode maniere dont l'on ait usé jusques à maintenant es forteresses accomplies.

IX. QUESTION.

*De l'épaisseur de la basse courtine, & de la largeur de son allée.*

Le nettoiyement requis en toutes forteresses est de deux sortes; l'un au long des plans qui sont debout, comme des escarpes & contrescarpes du costé interieur & exterieur du fossé, auquel est proprement destinée l'artillerie des flancs: L'autre au long des plans horisontaux, comme de la campagne, & des pentes du parapet du chemin couvert, dont le plus parfait nettoiyement est celuy qui se fait de la courtine basse, à fin de tuer ainsi plus d'ennemis, & pouvoir plus facilement rom-

pre ses remparts que par coups venans d'en haut, parce que la matiere des remparts s'espand ainsi plus au long & au large, & que le boulet en les traversant, peut faire plus de dommage. Pourtant les forteresses, qui ne peuvent parfaitement nettoyer les plans horisontaux sont privées d'une bonne partie de la perfection: Telles sont celles, lesquelles, au lieu de la basse courtine, ont un parapet de muraille d'un pied & demy, ou de deux pieds d'épaisseur, avec leurs canonnières, par lesquelles on tire les mousquets & autres arquebuses à main, puis une allée large seulement de cinq ou six pieds. La raison de leur defectuosité est telle: Premièrement, qu'on ne peut sur telles courtines se servir de grosse artillerie, pour nettoyer la campagne; parce que l'allée est trop estroicte & est trop tost remplie de la matiere qui tombe de la breche du haut rempart. Secondement, que tel parapet de pierre ne peut résister contre la grosse artillerie de l'ennemy, & que les pieces rejailissantes font un grand dommage aux assiegez, leur empêchant de s'y pouvoir défendre. Pour éviter tel inconvenient, & jouir des susdites avantages, nous avons suivi aux pourtraictures des forteresses accomplies, l'intention de ceux qui ordonnent le parapet de la basse courtine aussi espais que le parapet de la haute, avec une allée de 20 pieds, avec des bûtes dans le haut rempart, es lieux convenables, à fin que l'artillerie y prenne sa reculée. Et si, outre les choses susdites, l'on considère encore que les places inferieures des flancs requierent, par regle commune, la plus grosse artillerie, il s'ensuit, que l'on se doit servir d'artillerie sur la basse courtine: non seulement aussi grosse que sur la haute, mais mesme plus grosse, & conséquemment la raison requiert, que le bastiment de ladite basse courtine soit accommodé à tel effect.

Aucuns cognoissans assez bien la grande utilité de ce nettoiyement horisontal, ordonnent certains manieres de flancs à la pointe du parapet du chemin couvert, qui est à l'opposite du milieu de la grande courtine, pour de là molester l'ennemy de flanc, & de front, & rompre ses remparts sur la pente & sur le terroir: Mais la basse courtine estant ordonnée comme elle doit estre, elle y est beaucoup plus commode: car quand l'ennemy est sur la pente du parapet du chemin couvert à l'opposite d'un boulevard, on est non seulement plus pres de luy en estant dessus la basse courtine dudit boulevard, que d'un tel flanc: mais qui plus est on luy demolit ses remparts, les assiegez estans en plus grande seureté, & commodité: Aussi, quand il faut delaisser ces flancs exterieurs, cela apporte grand dommage aux assiegez.

Quand au cordon qui se fait communement, pour ornement de la basse courtine dessus son escarpe, ceux qui disent qu'ils n'en voudroient, ne me desplaisent pas.

X. QUESTION.

*S'il est utile de marquer les deux costez du chemin couvert, comme aussi la contrescarpe, avec son parapet, en sorte que des flancs ils soyent nettoyez parfaitement.*

Quand le cay est tiré de la moyenné place, aucuns sont d'avis, qu'on ne sçaurait de la place inferieure nettoyer le cay, qui est le bord de la contrescarpe, à cause de sa pente en biais, estimans, que pour la nettoyer parfaitement, il la faudroit designer par traicts s'elargissans: Or encore que cela causeroit un bastiment desordonné, à sçavoir des contrescarpes plus espais d'un costé que d'autre, ils n'y veulent point avoir

avoir d'égard. A cecy je respons, que celui qui par contemplation perspective considere la qualite du 22 article de l'Ichnographie, entendra assez que les canonnières de la place inferieure ; sont constituées de telle sorte, qu'elles nettoient parfaitement ladite contrescarpe : estant toutesfois par tout degale espaisseur ; en outre que les deux canonnières deviennent plus esloignées l'une de l'autre, que les canonnières de la moyenne place ; en sorte que l'on y peut mettre encore une troisieme canonnière entre deux, à cause que le parapet de la place inferieure s'aggrandit, par l'inclinaison de l'oreillon.

Veü doncques que de cecy il n'y a point de danger, & qu'il faut que l'ennemy aye le parapet du chemin couvert avec la contrescarpe, avant que venir aux boulevarts, ou à la grande courtine, il est utile à fin de luy pouvoir là faire beaucoup d'empeschement ; de faite ledit parapet, & contrescarpe, en telle sorte qu'on en aye le plus grand avantage qui se puisse, estans parfaitement nettoiables des flancs, comme on voit en la premiere figure du deuxiesme Chapitre : car les remparts, & travaux, que l'ennemy y peut faire & bastir, peuvent ainsi plus commodement estre ruinez, que par coups venans dudit parapet, & contrescarpe ; comme on peut assez clairement voir par le parfait nettoiyement des courtines des boulevarts, dont nous avons plus amplement parlé en la deuxiesme question, & principalement au quatriesme article d'icelle. Secondement, autant de fois que l'ennemy s'avance de venir au fossé, soit pour donner assaut, soit pour y chercher autrement son avantage, il n'y peut entrer, ni en sortir, que par le chemin couvert : Pourtant quand son parapet & contrescarpe, ne sont point designez selon le requis du nettoyer, il y a defaut de ce qui autrement seroit de grand avantage, & qui le voudroit faire ainsi, il seroit contre le commun sentiment ; comme nous avons dit au cinqiesme Chapitre.

Quant à ce que par ceste maniere le chemin couvert devient plus large aux angles comme C, qu'aupres les pointes comme d, cela vient à point avec les susdits avantages, pour y mettre les chemins, par lesquels on vient sur la pente : car ainsi peut on encore tenir assez de largeur sur le chemin couvert.

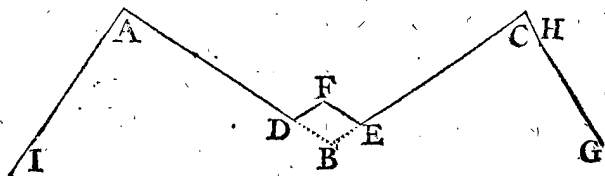
Touchant la largeur du fossé, laquelle vient par ceste maniere plus estroicte devant le milieu de la grande courtine, que quand on la tire parallele aux faces du boulevard, ou plus large devant les oreillons, que devant l'angle du boulevard. On respond que comme ainsi soit, que le milieu de la grande courtine, laquelle se nettoye de deux costez, est le plus fort & invincible lieu, & que sur cela le fossé y devient plus large que devant les oreillons, lesquels puis qu'ils se nettoient seulement d'un costé, sont plus foibles, il n'est point necessaire d'y faire le fossé encore plus large, & d'ordonner pourtant des contrescarpes, & parapets du chemin couvert, qui ne puissent estre parfaitement nettoyez.

Quant à ce que le fossé, par ceste maniere, devient plus large devant les pointes des boulevarts, cela requiert aussi que j'en die la raison, veü que la forteresse est en ces pointes plus debile pour plusieurs causes : Premierement, parce que chaque costé d'iceluy est nettoyé seulement d'un flanc : Secondement, les faces sont là plus esloignées des flancs ; parquoy les remparts de l'ennemy y peuvent estre moins endommagez des flancs : Tiercement, les faces des boulevarts peuvent estre plus facilement endommagées & recevoir breche es pointes des boulevarts par les canonnières de costé,

que d'autres endroits. Quartement, l'ennemy pour les raisons susdites, peut en icelles pointes plus facilement remplir le fossé, sans recevoir beaucoup d'empeschement des assiegez : Pourtant si on le designe plus estroit, au lieu, ou il requiert plus grande largeur, & plus large, ou il doit estre plus estroit, c'est donner advantage à l'ennemy, qui recherche en plusieurs manieres, le desavantage des assiegez.

Aucuns de ceux qui ne tirent pas les contrescarpes & parapets du chemin couvert, pour estre parfaitement nettoyez, cognoissans bien en qu'elle necessité ils sont quand l'ennemy s'y rempare, ordonnent sur le costé exterior du fossé devant la pointe de la contrescarpe, qui est à l'opposite du milieu de la grande courtine, divers parapets avec leurs canonnières, à fin de pouvoir de là nettoyer des deux costez lesdites contrescarpes, & parapets du chemin couvert : mais veü que cela se peut faire plus commodement des flancs jouissant encore de tous les autres avantages mentionnez c'y dessus, il n'est point de besoing de mettre hors de la forteresse des nouveaux, & particuliers bastimens, lesquels outre les susdits desadvantages de la vicieuse largeur des fosses, & chemins couverts, on ne peut defendre ni tenir qu'avec plus de peine, despens, incommodité ; & incertitude, & quand finalement il les faut abandonner, cela vient au grand avantage de l'ennemy.

Aucuns mettent au parapet du chemin couvert, à l'opposite du milieu de la grande courtine, un giron avec ses canonnières, pour de là, disent ils, pouvoir nettoyer la pente des deux costez : Ce qui ne semble pas mal à propos, encores qu'on puisse d'un parapet nettoyer en flanc la pente de l'autre sans giron. Mais pour declarer cecy plus intelligiblement, soit ABC le parapet du chemin couvert, dont B est la pointe à l'opposite du milieu de la grande courtine. Or posez le cas, qu'on ne tire les lignes AB & CB toutes droites, mais seulement jusques à D, & E de là vers F, de façon que le parapet du chemin couvert soit maintenant ADFEC, son giron estant DFE, à fin de pouvoir, du parapet DF, nettoyer de costé la pente de AD, & du parapet EF de costé la pente de EC : posons aussi, qu'à icelle fin, il y ait des canonnières aux parapets DF & EF.

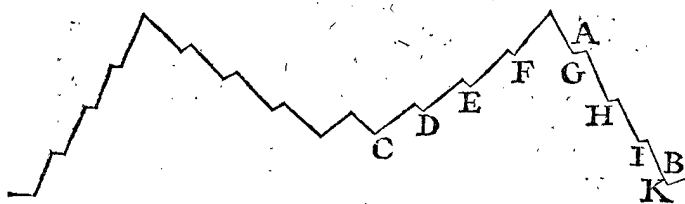


On dit la dessus que quand ledit parapet est sans giron, ayant seulement deux lignes droites AB, BC, qu'alors les assiegez tirent aussi bien de derriere le parapet BE au long de la pente de BA, qu'ils pourroient faire autrement, de la pente DF. Semblablement ils peuvent aussi bien tirer de BD, au long de la pente de BC, qu'ils feroient de EF ; de sorte que le giron n'apporte en cecy nul avantage. Mais si on vouloit poser le cas qu'il n'y eust point de gens de defence sur le chemin couvert CG, tellement que l'ennemy s'avançast pour venir par dessus le parapet au lieu de H, en tel cas le giron DFE donneroit de l'avantage, car les assiegez estans devant le parapet DF, pour nettoyer la pente de DA, ils seroient couverts par deniere du coing E devant l'ennemy qui est audit lieu de H. Mais les assiegez, qui à telle fin sont devant le parapet BE, seroient descouverts à l'ennemy au lieu de H, & tirez à dos, ou de costé. Sur cecy on peut repliquer, que si l'on veut poser

poser que l'ennemy soit si hardi que de venir au lieu de H dessus le parapet, sans craindre l'artillerie qui peut venir des boulevarts & courtines, il faut pour la mesme raison aussi poser, qu'il aura la hardiesse de venir à l'un des giron, auquel il appercevra son plus grand avantage : car l'entrée en est aussi facile, & d'autre part on peut facilement descendre au bas du parapet qui est de 4 ou 4  $\frac{1}{2}$  pieds de haut : comme par exemple l'ennemy occupant le giron DFE se servira des deux coings D & E pour oreilles, à fin de tirer de là avec plus d'avantage sur les assiegez qui seroyent sur les chemins couverts E C & D A. Quant à ce que quelqu'un pourroit objecter, que les assiegez qui sont dans la forteresse ne permettroient pas à l'ennemy de demeurer au giron, on répond à cela, que cela ainsi supposé, il faut aussi quant & quant supposer qu'on ne permettra pas non plus à l'ennemy de se tenir sur ledit parapet. Ce qu'estant considéré, ledit giron seroit de cette façon aussi bien au dommage qu'à l'avantage de la forteresse.

Quant à ce qu'aucuns fortifient iceluy giron par maniere de flancs, pour de là avec de grosse artillerie rompre les remparts de l'ennemy sur la pente, cela ne semble point utile à telle fin, mais au contraire dommageable; veu que cela se peut faire plus commodement de la basse courtine, comme dit est plus clairement sur la fin de la precedente question.

Il y en a d'autres, qui au devant du parapet ne font pas seulement un giron, comme dessus, mais divisent chaque parapet en forme de cremaillere, avec quatre nez, comme cy-dessous :



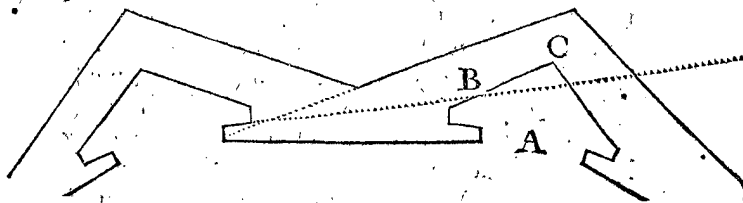
Les raisons pour l'avantage, & desavantage en sont assez cognees en celles que nous avons mentionnées du giron cy-dessus : car ou l'on presuppõe, que l'ennemy aura la hardiesse de venir sur le parapet A B, pour de là molester ceux du chemin couvert C D E F, ou qu'il ne l'osera entreprendre : s'il le fait, il osera quant & quant, pour avoir encore plus d'avantage, venir du parapet sur le chemin couvert, & se servir des nez G H I K, avec aussi grand avantage, que les assiegez se pourroyent servir des nez C D E F. Mais s'il n'ose apparoitre sur le parapet A B, il n'est point besoin de bastir contre luy les nez C D E F, pour en estre couvert. Il est aussi bon de sçavoir, que ces cremailleres, pour estre nettoyyables des flancs, requierent plus grande ouverture des oreillons; parquoy les canonnières deviennent plus decouvertes, de sorte qu'elles pourroyent estre canonnées de la campagne. Pour conclusion, apres avoir compté tout le profit contre le dommage, la maniere de ceux qui designent le chemin couvert tout droit, sans giron, ou cremailleres, veu qu'il est nettoyyable des flancs, comme au project de la precedente Ichnographie du second Chapitre, est meilleure qu'aucune autre.

XI. QUESTION.

*S'il se faut servir de la canonniere exterieure de la moyenne place sur le chemin couvert, ou non.*

SI l'oreillon s'ouvre tant (comme veulent aucuns) que par la canonniere exterieure de la moyenne pla-

ce, on puisse nettoyyer le parapet du chemin couvert, comme en la premiere figure du deuxiesme Chapitre, l'ennemy pourra aussi du mesme chemin couvert (s'il s'en rend maistre) emboucher ou rompre ladite canonniere. Mais si l'oreillon est formé par devant si estroit, que ladite canonniere exterieure demeure couverte du boulevard opposé A, de sorte qu'elle ne puisse estre veuë d'aucun endroit du chemin couvert, comme cy-dessous, l'ennemy ne peut rompre telle canonniere. De sorte qu'il est bon de considerer lequel seroit le plus utile, ou de mieux couvrir le flanc sans se pouvoir servir du canon exterieur sur le chemin couvert, ou de mettre le flanc plus ouvert & qu'icelle piece d'artillerie y puisse tirer.



Pour le premier, on pourroit dire, veu que l'artillerie est ordonnée au flanc, aussi bien pour rompre les remparts, & autres instrumens de l'ennemy sur le chemin couvert, que dans le fossé, la raison requiert, que l'on y employe toute l'artillerie laquelle y peut faire commodement service. Cy-dessus a esté dit que quand la canonniere exterieure est couverte de l'oreillon, & du boulevard opposite, elle ne peut estre endommagée de dehors : C'est pourquoy, encore que tout le reste du flanc fust demoli, l'on tient toujours cette canonniere exterieure assurée contre l'assaut, que l'ennemy pourroit faire. Contre cecy on dit, que comme l'oreillon empesche l'ennemy de pouvoir rompre la canonniere exterieure, ainsi empesche il aussi les assiegez de s'en pouvoir servir sur la partie du boulevard B C : de sorte que la canonniere interieure estant rasée, il pourra librement assaillir ladite partie B C, sans recevoir empeschement d'icelle canonniere exterieure ainsi gardée : pourtant qu'el avantage est-ce de pouvoir tenir une canonniere entiere par laquelle on ne puisse endommager l'ennemy ? Aquoy on peut encore adjouster cecy, que si l'on eust peu nettoyyer le chemin couvert aussi bien de la canonniere exterieure, que de l'interieure, & qu'une piece eust peu ayder l'autre, peut estre que l'ennemy n'eust sceu fortifier, ne tenir pour soy ledit chemin couvert, ni par consequent avoir le moyen de venir à l'assaut. Pour conclusion, ayant bien pesé l'avantage contre le desavantage, considerant aussi que l'ennemy n'ayant pas le chemin couvert, il ne peut faire notable dommage aux flancs, parce qu'il en est trop loin ; Que la dessus la canonniere R de la place superieure en la troisieme figure du second Chapitre, & la canonniere, qui en la mesme figure peut estre mise au lieu de S, sont deux canonnières ainsi couvertes, la susdite maniere de l'Ichnographie, qui est en la premiere figure nous a semblé la meilleure, là où le parapet du chemin couvert, & la contrescarpe, recoivent leurs traits du costé exterieur du flanc P, & la canonniere exterieure ordonnée selon tel dessein ; sans qu'il faille pour cela que ladite canonniere exterieure puisse de costé decouvrir plus avant la campagne, comme veulent aucuns, qui à cette fin ouvrent le flanc encore plus large : car l'artillerie des courtines & cavalliers sert plus proprement à tel effect.

XII. QUES-

## XII. QUESTION.

*Si le parfait nettoyage de la face d'un boulevard, se fait mieux de la canonnière intérieure de la moyenne place, que de la canonnière intérieure de la place supérieure.*

Si l'on tire la face basse d'un boulevard, comme veulent aucuns, de la canonnière de la moyenne place, l'on ne pourra voir ni nettoyer icelle face par la canonnière intérieure de la place supérieure. A cecy on peut repliquer, que si on designe la mesme face par un trait venant de la canonnière intérieure de la place supérieure, que tel nettoyage venant de haut en bas, ne peut si parfaitement passer au long de toute la face, que s'il venoit de la moyenne place, qui est de la mesme hauteur. Secondement, qu'on ne pourra nettoyer alors si parfaitement cette face de la moyenne place, de sorte qu'elle n'aura point de nettoyage parfait. Tiercement, si l'on tire icelle face d'en haut cela causera des boulevarts plus aigus, ou moins obtus, ce qu'il faut éviter selon la regle commune. Quartement, icelle face du boulevard (encore qu'elle soit designée come cy devant au 2 Chapitre) se peut nettoyer par deux canonnières de la haute place, comme Pl en la 3 figure du deuxiesme Chapitre. Ces avantages, & desavantages estans conferez, il m'a semblé plus convenable d'ordonner, que le parfait nettoyage de la basse face des boulevarts soit fait de la canonnière intérieure de la moyenne place: Ce qu'aussi la qualité naturelle de la forme semble requerir, si l'on considere, que la haute & basse face sont quasi comme deux forteresses l'une par dessus l'autre, dont chacune peut parfaitement nettoyer sa propre face du boulevard par sa propre canonnière intérieure.

## XIII. QUESTION.

*Des Cavaliers.*

Combien que de dessus les cavaliers on ne puisse bien nettoyer la campagne, par ce que le coup vient d'en haut, toutesfois leur usage est estimé fort nécessaire, parce, qu'avec le nettoyage des autres places, l'on a encore de l'artillerie plus haute pour decouvrir l'ennemy derriere les remparts: de sorte qu'il est contraint de les faire plus hauts, avec plus de travail, & perte de temps, en quoy les Architectes s'accordent assez bien les uns avec les autres: mais quant au plus propre lieu du cavalier, ils en sont en dispute. Car les cavaliers, sur le milieu de la grande courtine, estans canonnez, les pieces tombantes emplissent grandement les fosses: Mais si pour obvier à cecy on les mettoit plus en arriere, on ne peut de là, disent ils, voir ni defendre les faces des boulevarts. Cecy a esté corrigé ailleurs en tirant les faces des boulevarts jusques aux cavaliers, en sorte qu'ils puissent estre rasés d'iceux, ce qui seroit bon pour ce regard: Mais mauvais puis apres pour ce que les faces des boulevarts ne pourroyent estre nettoyées des flancs. Et outre cela les angles flanqués du boulevard seroyent plus aigus, ou moins obtus. Plusieurs les ont jusques à présent mis autre-part, comme par dessus la gorge ou angle du polygone: aucuns sur chaque angle du polygone: autres au devant de l'angle du polygone, toutesfois separez du boulevard. Mais si on considere chaque situation bien particulierement, on y trouvera de la faute sur tout. Il m'a semblé que la methode de ceux qui les mettent sur les boulevarts est la meilleure, selon la maniere declarée au deuxiesme Chapitre.

Quant à ce que quelqu'un pourroit penser, que la place du cavalier y seroit trop petite: Je respons à cela,

que l'experience en donne un cognoissance certaine; assavoir, que le terre-plein d'en haut où est le cavalier entre ses parapets se trouve de 80 pieds de large, & on le pourroit bien faire de beaucoup moins. Le calcul peut estre fait par les costez de l'hexagone, sur lequel la forteresse est figurée, comme les deux parties des deux costez BC, BG, qui sont comprises entre le point B, & le parapet du cavalier qui se trouvent en longueur chacun de 40 pieds, les costez extérieurs du terre-plein estans encore plus longs, & qui plus est, les parapets & escarpes aussi espaisés qu'elles doivent estre, comme aussi les places inférieures, & les allées aussi larges qu'il est nécessaire.

Mais pource que plusieurs sont opiniâtres à vouloir qu'il y ait une grande place entre les cavaliers & la guirlande du boulevard, il nous en faut parler plus amplement. L'experience nous apprend (comme il est aisé à cognoistre) que la place entre la courtine du boulevard inférieur, & le rempart de la courtine du haut boulevard qui est derriere luy, ne doit pas estre pris aussi large qu'on pourroit bien, mais seulement un chemin autant large, qu'il est nécessaire pour la reculée de l'artillerie, & recevoir les ruines d'une breche. Ce qui est fondé sur la raison, car une si grande place seriroit à l'ennemy, qui arrivant dessus, en tireroit son avantage, car elle luy fourniroit de la matiere pour se fortifier, & commodité, pour avec plus grandes troupes assaillir & avancer fort & ferme. Car si vous pensés faire une grande place sur le boulevard à fin de la pouvoir garder avec beaucoup de gens, vous faites une chose bonne à l'ennemy, qui avec multitude d'assaillans vous y attaquera; ce qui est inutile, remarquant qu'on n'y peut courir devant eux par le haut rempart. Mesme l'ennemy sçachant, qu'il n'auroit commodité d'y demeurer, la nécessité l'induit à tascher de faire breche en la haute courtine avant que donner l'assaut. C'est pourquoy les Architectes par une regle generale, & pour bonne raison font l'allée de la courtine basse si estoicte, comme nous avons dit; de peur d'y donner de l'avantage à l'ennemy: & au contraire à fin que des flancs & cavaliers prochains de l'allée estroicte de la courtine, on puisse nettoyer d'un bout à l'autre. Cecy estant justement requis pour l'allée de derriere, & la basse courtine: remarquez aussi que la guirlande du boulevard où il y a derriere un cavalier & la basse courtine, ont la veüe de la face du cavalier, c'est pourquoy l'allée qui est derriere ladite guirlande, requiert en suite ceste forme & façon; à fin que l'ennemy soit contraint de faire aussi breche au cavalier, avant que pouvoir donner l'assaut, & que pour prendre un advantage, il luy faille éviter un desavantage comme il est dit cy-dessus.

Pour mieux eclaircir ce qui est dit, prenez qu'il y ait un boulevard seulement (comme on trouve en plusieurs endroits) avec une courtine, en sorte qu'il n'y ait autre courtine qui luy puisse respondre soit haute, soit basse pour y estre commodement. Pour plus grande seurété de ce boulevard on y veut encore faire une hauteur par dessus: on demande qu'elle largeur assez commode on y laissera, entre ceste hauteur, & le parapet du boulevard? On pourroit justement respondre en ceste sorte, que la face de ceste hauteur se considere comme la haute & la face du boulevard comme la basse, & qu'ainsi on designera la haute face, telle que l'experience nous apprend qu'il est convenable es autres faces basses & hautes; assavoir avec une allée nettoyable entre deux, autant large qu'elle suffise à la reculée du canon, & pour les ruines d'une breche. Quant à ce que quel-

quelqu'un pourroit icy dire, que ceste hauteur n'est point mise par devant sur la grande courtine, & que par consequent elle ne peut estre courtine superieure, mais un cavalier, & qu'à cause de cela il voudroit pour ceste raison bailler à ceste hauteur une autre forme, ne voyant pas qu'il se trompe aux noms, ne prenant pas garde à la chose.

Mais à fin que je ferme la bouche à tous controleurs par un argument qui les presse de deux costez, & qui montre qu'ils se contredisent eux mesmes. Posons de rechef qu'il y ait un boulevard comme auparavant, ayant seulement une courtine, laquelle il faut fortifier avec une hauteur de terre pour avoir plus d'avantage. Vous mettrés ceste hauteur, ou loing du parapet de la courtine du boulevard, ou bien fort pres tellement qu'elle remplisse presque le terre-plein du boulevard. Si vous la mettrés loing vous l'appellerés cavalier; si vous la mettrés pres vous l'appellerés haute courtine. Or est il que de ces deux façons il ny en a qu'une qui puisse estre la meilleure: Laquelle est ce donc à vostre avis? si vous me dites sur cecy que c'est la premiere, assavoir la hauteur qui est loing de la courtine du boulevard; Pourquoi est-ce doncques que vous n'ordonnés point selon ce choix tous les boulevarts remarquant le plus grand avantage par tout où il peut estre recherché? Pourquoi conseillés vous ailleurs tout le contraire pour en faire une chose incômode, assavoir un boulevard avec des hautes courtines ce qui selon vostre dire n'est pas si bon? Mais si vous respondiés icy que l'autre methode est la meilleure, assavoir la hauteur située pres la courtine du boulevard; Pourquoi donc dites vous ailleurs le contraire que la hauteur loing de là courtine est meilleure? Nous avons jusques icy parlé touchant les places entre les cavaliers & les parapets.

Quant à ce que quelqu'un pourroit encore dire que la matiere qui tombe lors qu'on tire contre les cavaliers, empescheroit qu'on ne se peust servir de la place superieure du flanc. A cecy je dis que la place superieure ne peut recevoir non plus de dommage des ruines du cavalier que la moyenne place des ruines du haut rempart, car il y a telle espace entre les merlons de la place superieure & l'escarpe du cavalier, qu'il y a entre l'autre merlon & le rempart qui est derriere. N'y ayant donc nul danger de ce costé, nous ferons mention de la commodité qui provient des cavaliers: Premièrement, ils peuvent estans situés en ce lieu là, rasés de deux costez les grandes courtines haute & basse. Secondement, ils peuvent eux mesmes estre rasés des flancs tout joignans. Tiercement, quand l'ennemy veust tirer à ceux qui sont dessus le chemin couvert, on le decouvre bien mieux derriere ses tranchées, qu'on ne feroit en estant sur quelque autre place. Quartement, ils n'amoindrissent point la le contenu de la forteresse, comme ils font derriere les remparts. Quintement, on ne les construit pas là à si grand frais, que derriere les remparts, à cause que (par maniere de dire) ils sont bien a demy faits avant qu'estre commencés, pour ce que le boulevard leur apporte desja sa propre hauteur. Sextement, alors que les boulevarts, les faces desquels ne sont nettoyées que d'un costé, sont plus foibles que la grande courtine, adonc pour pouvoir nettoyer de costé & d'autre, le plus expedient est de fortifier les places foibles avec des cavaliers. Septiemement, ils sont là plus commodes, à fin qu'au besoing on en puisse faire des retranchemens (les Italiens les appellent *retirati*, & les Flamans *vertreck-vallen*) car l'ennemy ayant ruiné la guirlande, ou la face du boulevard, on n'a que faire, pour se forti-

fier, de mettre une demi-lune ou autre forme aussi grande que la breche, comme on fait es boulevarts sur lesquels il n'y a point de cavaliers, mais seulement deux petits remparts à travers la largeur du chemin entre le cavalier & les deux bouts de la breche, avec un fossé profond par devant, pour donner de la peine à l'ennemy, & de cet endroit là jettant du cavalier en bas, du feu, des sagots ardans, de la poix bouillante, & telles choses, il ne s'en pourra garantir à cause que le chemin est fort estroit. Finalement, si avec tous ces avantages vous venés encor à songer qu'une partie des tours de la vieille fortification s'advançoit hors des murailles, & que maintenant les cavaliers leur ressemblent en cela, il semble que la raison naturelle requiert qu'ils doivent tenir cette situation, de maniere qu'une partie avance hors de la grande courtine.

XIV. QUESTION.

Touchant les portes.

Quelques uns veulent que les portes soyent defendues par leurs propres boulevarts & autres ouvrages fortifiés: ce que d'autres n'approuvent pas, car ils disent, que si les forteresses, qui meritent le nom de forteresses, se prennent de force par les portes, ces ouvrages ne sont que des despens inutiles, qui gastent parfois la forme naturelle d'une forteresse, dont pour autre consideration on reçoit quelque fois du dommage. Et pourtant ils veulent qu'elles soient mises simplement au milieu de la grande courtine ou autre part en ladite courtine pres du flanc, tellement qu'elles soyent assés couvertes par l'oreillon: Et au devant on y bastira un pont tortu avançant à l'entour de l'oreillon jusques au chemin couvert. Nous avons au deuxiesme Chapitre suivi le premier avis, où la porte est mise au milieu de la grande courtine, & ainsi la voûte de la porte est fort bien ordonnée sous le rempart, comme le pont à travers du fossé. Il y a deux raisons pour lesquelles on tient que c'est là la place qui leur est la plus propre, l'une est prise de la forteresse, l'autre du nettoyage, sur lesquelles choses, comme principales en ceste matiere il faut attentivement prendre garde. La forteresse consiste en cecy: remarqués qu'au bout de la voûte il y a un fort rempart avec ses parapets & canonnières au même endroit, ainsi il y a là de quoy tenir bon, encor que la premiere porte E F en la quatriesme figure du deuxiesme Chapitre fust ouverte, & que le pont demeurast en estat pour y courir librement à travers (sans parler de la coutume tenuë quant on voit l'ennemy s'apprester pour donner sur une porte, on leve le pont levis & on rompt l'autre, on ferme les portes, lesquelles par dedans on remplit de terre, & telles autres choses) l'ennemy pourtant sachant comment on est bien appresté dedans, n'oseroit prendre la hardiesse d'y entrer, car la deuxiesme porte de la place K ne peut estre endommagée par l'artillerie. Il luy faudroit donc demeurer là à la veüe d'un fort rempart & devant son parapet & ses canonnières, en plus grand danger que lors qu'il estoit devant le rempart exterieur pouvant là estre tiré jusques au bout du pont: On peut avoir pareil avantage de ce nettoyage à l'encontre des attaques subites de l'ennemy voulant surprendre la place à l'improviste.

Plusieurs estiment que les portes qui avancent hors des murailles avec des colonnes & tels autres ornemens (que je ne trouve pas mal à propos) ne sont pas bien ordonnées, disans qu'une forteresse qui est bien foite à assés d'ornement en sa force, car tels ouvrages

advancez empeschement qu'on ne puisse parfaitement nettoier les courtines & peuvent servir d'oreillons à l'ennemy pour assaillir.

## XV. QUESTION.

*Touchant les contreforts.*

Quant on fait les contreforts moins espais vers la muraille que vers le costé du rempart, comme nous les avons marqués au troisieme Chapitre, alors la muraille & le rempart de terre peuvent durer ensemble bien mieux qu'autrement; Mais au lieu de cela il adviendra un plus grand inconvenient, dira quelqu'autre, si dehors on tire à travers la muraille, car le trou qui se fait entre deux contreforts, est plus large vers le fossé, que vers le rempart, en sorte que la terre d'entre deux est plus preste à tomber, que si au contraire ceste place estoit plus estroite vers le fossé, & plus large vers le rempart, c'est à dire, avec des contreforts plus espais vers la muraille, que vers le rempart. Mais si on les fait de ceste façon, ils ne peuvent estre de telle durée, car si la muraille vouloit pancher d'un costé, ou le rempart de l'autre, alors la terre qui est entre deux ne les tient pas si fort ensemble. Quelques uns les font aussi espez derriere que devant. Quelques autres pour prevenir ces incommodités, le font moins espés au milieu, où une moitié de la terre qui est entre deux contreforts joint la muraille & le rempart ensemble, & l'autre moitié devient plus estroite vers le fossé, afin que la terre s'y tienne mieux unie si la muraille venoit à estre rompue. Il y en a encore d'autres qui ne font point estat de faire une muraille au rempart & qu'on n'a fait cela pour autre commodité que pour l'opinion qu'on a que les pierres peuvent mieux resister contre le canon que ne fait la terre, veu qu'au contraire la bonne terre fait meilleure resistance que les pierres: mais que seulement il est muré pour estre tenu plus long temps en estat à fin qu'il ne tombe. Pour ce regard donc il n'est pas besoin que nous prenions le soin de fortifier la terre destituée de murailles avec des contreforts plus larges vers le fossé: Mais au contraire il les fait plus estroits & suivant ce dessein nous l'avons ainsi representé au susdit troisieme Chapitre. Ceux auxquels l'experience ou une raison plus subtile aura appris une meilleure methode, la pourront mettre en pratique.

## XVI. QUESTION.

*Touchant les sorties ou fausses-portes.*

Pour ce qu'au temps passé il n'y avoit point de chemin couvert sur les cayes les fausses-portes pouvoient peu servir, de sorte qu'une ou deux suffisoient en une grande forteresse. Mais comme on est venu à se servir de chemins couverts, on en a mis deux à chaque boulevard des forteresses qui ont un chemin couvert. Quelques uns ont fait la sortie ou la porte de ladite sortie au dessous du flanc & pour y aller faisoient des degrés par dedans le boulevard. Il y en a d'autres qui ne font point de degrez, mais aiment mieux (sur tout, és forteresses qui ont les fossez secs) un chemin qui devale sans degrez pour y faire entrer de la cavallerie: Et ceux cy n'ont pas aussi mis la porte au dessous du boulevard, mais justement par dehors au costé interieur de l'oreillon, comme il est déclaré au deuxiesme Chapitre 22 article de l'Ichnographie, & aussi en la cinquieme figure.

## XVII. QUESTION.

*Touchant les Casemattes.*

Plusieurs veulent que dans le fossé entre deux boulevarts il y ait un petit mur & peu espais ayant plusieurs canonnières qui tirent en tous endroits. Contre cela, voicy ce qu'on dit: Premièrement, que ce mur empescheroit l'escarpe du rempart inferieur de pouvoir estre nettoyée par les flancs qui luy sont à costé: Puis apres que delà on ne pourra avec l'artillerie empescher l'ennemy de se fortifier dans le fossé: Tiercement, que les pieces qui tomberoyent de la courtine, accableroient ceux qui sont derriere ce mur. Autres desirent qu'on face une casematte au bout de l'oreillon, comme devant le costé *lm* en la premiere figure du deuxiesme Chapitre: Mais à cause qu'il est trop petit & foible pour y mettre du canon à fin de s'en servir plusieurs rejettent ce conseil. D'autres (dont l'opinion m'agrée davantage) veulent avoir les casemattes aux coings des cayes vis à vis de l'angle flancqué comme au lieu *b*, disans que celles la sont mieux defenduës & qu'on pourroit avec moins de peine de ce lieu là endommager long temps l'ennemy, car s'il avançoit au fossé, on le molesteroit par derriere & par devant.

Ils sont aussi d'avis qu'on ne face pas ces casemattes si fortes, ni fort grandes à fin que si il les falloit abandonner on les puisse mieux abatre sans qu'elles remplissent beaucoup le fossé, & aussi à fin que les pieces rejallissantes puissent plus endommager l'ennemy. Il veulent aussi que depuis ces angles jusques à l'angle flancqué du boulevard qui est vis à vis, & delà jusques dans la forteresse, on face des voütes en terre dessous le fossé, pour aller & venir à couvert au long d'icelles depuis la forteresse jusques ausdites casemattes.

Toutesfois d'autant que ces casemattes ne semblent point estre parties de la forteresse, mais pourroyent seulement estre faites en temps de guerre en telle place & en telle forme que la necessité requiert, pourtant nous ne les avons point descrites en la pourtraicture du deuxiesme Chapitre, estimans que cestoit assez d'en faire icy mention.

## CHAPITRE VII.

*Traitant quelques questions des forteresses imparfaites, à sçavoir celles qu'on ordonne selon l'assiette du lieu & autres circonstances.*

Nous avons décrit cy-dessus la maniere de bastir une forteresse parfaite de tout point, selon la maniere d'aujourd'huy: avec un Chapitre des principales questions qui peuvent estre proposées touchant les forteresses parfaites. Mais pource qu'il arrive souvent que l'assiette du lieu & autres circonstances ne permettent pas de faire tout ce qu'on voudroit bien, & que l'on est contraint de s'accommoder autrement. Nous recueillerons en ce Chapitre quelques questions là dessus.

## I. QUESTION.

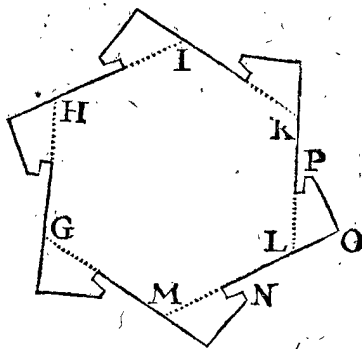
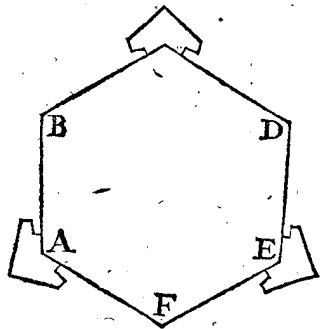
*Touchant les Demy-boulevarts.*

Pofons qu'on ait à bastir une figure equilaterale hexangulaire inscriptible au cercle, de laquelle on veut pour certaine cause nettoier la grande courtine seulement d'un costé. On demande lequel des deux est le meilleur, ou de faire trois boulevarts entiers, comme en l'hexangulaire *ABCDEF*, ou bien six demy-boulevarts, comme en l'hexangulaire *GHIKLM*? (or je les



les nomme demy-boulevarts, pource que NO estant considerée comme une entiere grande courtine droite, il ne reste que OP pour la moitié d'un boulevard entier) les demy-boulevarts me plaisent plus pour plusieurs raisons. La premiere, pource que leurs angles flancqués peuvent estre rendus plus obtus ou moins aigus que non pas aux entiers : Ou si on les fait egalement aiguz alors le demy-boulevard pourra estre nettoyé de bien plus pres par la grande courtine. Secondement, la courtine du demy-boulevard peut ainsi bien mieux estre nestoyée pour ce qu'il n'est pas necessaire de tirer si fort de travers par dessus le parapet de la grande courtine ; Car de tirer si fort de travers n'est pas si bon

pour se deffendre & le lieu est assez mal propre pour y faire des canonnières. Tiercement, on peut avoir plus d'espace sur les gorges des demy-boulevarts pour y mettre des cavalliers, ou hauteurs. On peut adjouster à cecy que les demy-boulevarts conviennent mieux aux figures dont les angles sont impairs que ne font les boulevarts entiers ; à sçavoir quant selon la maniere susdite on ne veut nettoyer chaque grande courtine que d'un costé. Comme pour exemple, trois boulevarts entiers en un pentagone sont trop : pource que contre l'intention il y a une courtine pouvant estre rasée de deux costés. Mais deux sont trop peu, car une grande courtine y demeureroit sans pouvoir estre nettoyée.



N O T E 2.

Toutes les forteresses dont la grande courtine ne peut estre nettoyée que d'un costé soit du flanc d'un demy ou entier boulevard n'est pas bien defenduë. En partie d'autant que ni la courtine des merlons n'y la courtine du boulevard ne peut estre bien defenduë de dessus la grande courtine à cause de la pente de leur parapet, comme plus amplement est déclaré au sixiesme Chapitre, deuxiesme question, deuxiesme article. D'autre part pource que la grãde courtine mesme à un espace

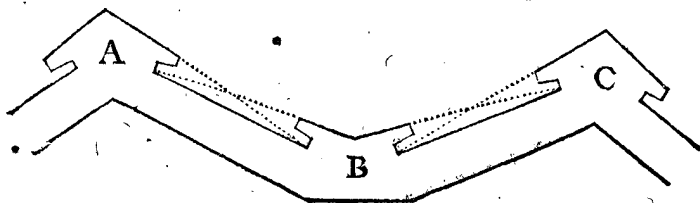
qui ne peut estre defendu comme nous avons monstré au sixiesme Chapitre, huitiesme question, au deuxiesme article du premier exemple.

II. Q U E S T I O N .

*Pour fortifier les remparts avec des angles obliques ou internes.*

I. E X E M P L E .

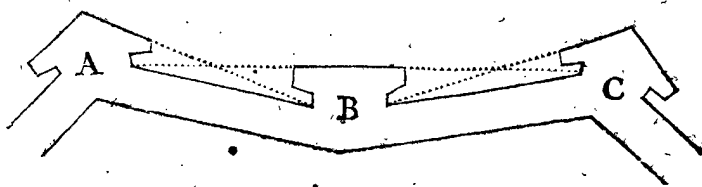
SOit un rempart A B C avec un coing interieur au milieu de la place B, comme s'en suit :



II. E X E M P L E .

Je presuppõse qu'il se faille accommoder a cet angle recourbé pour y mettre un boulevard en la meilleure façon qu'il est possible de l'y faire. Je dis que tels coins interieurs ont une incommodité pour y pouvoir mettre des boulevarts plus forts (comme icy est le boulevard B) qu'aucune autre forme equilaterale inscriptible au cercle & aussi plus fort qu'en un rempart tout droit ; le boulevard B est meilleur qu'un des deux A C, & cecy pour deux raisons : La premiere tout le costé par devant du boulevard B est veu & defendu de chaque boulevard d'un costé & d'autre A & C, ce qui ne peut estre au regard de A & C. Car leurs faces ne peuvent estre rasées que d'un costé. Secondement, pour ce que le boulevard B n'a point d'angle poinctu en dehors comme un autre, on ne luy peut endommager ni rompre son angle n'estant pas poinctu en dehors.

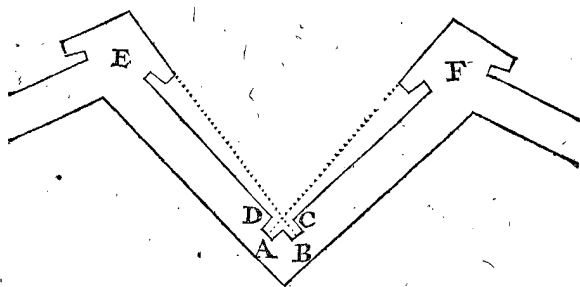
ET pour déclarer plus parfaitement le commun naturel du flancquement. Remarqués que quant le coing est mis en telle forme que le devant du boulevard peut estre tout entier tiré en droite ligne, comme ceste deuxiesme platte forme represente ( tel est à Malte le boulevard de S. Barbara, suivant les figures qu'on en trouve imprimées ) telle forme est la plus forte qu'on puisse donner à un boulevard, car la face de devant peut estre rasée tout entiere parfaitement de deux costés. Pourtant si quelqu'un venoit à penser que le boulevard du milieu n'a pas la forme requise d'un boulevard, pour ce qu'il n'a pas par devant un angle avancé en dehors, il semble qu'il s'arreste plus à la mode qu'à la raison qui doit faire la mode.



Mais encor que nous ayons dit que ceste forme est la plus forte de toutes celles qu'on pourroit donner à un boulevard : Il ne faut pas pourtant que vous imaginiez qu'il soit loisible d'en faire toutes les fois que vous voudrés es places, où vous designerés à vostre volonté des remparts. Car pour une de ces formés là, il faudroit que les autres boulevarts fussent plus foibles estans necessairement plus aigus ou moins obtus, ce qui ne donneroit aucun avantage ; d'autant qu'un ennemy rusé laisse les places les plus fortes, & attaque les plus foibles. Puis apres c'est que l'on comprend ainsi moins de place avec plus de rempart.

## III. EXEMPLE.

Les angles internes des remparts estans assez aigus ou peu obtus peuvét estre aussi fortifiés sans boulevarts, à sçavoir avec des angles flancquans en tenaille bastis outre le parapet dans le rempart comme cy-dessous, se voyent deux angles flancquans A, B, nettoyans la grande courtine l'un de l'autre, & les faces des boulevarts. Les Italiens appellent ceste maniere de fortifier *à forbici*, & les François *en tenaille*, les Flamans *tange-vvys*, pour ce que cela à la façon d'une tenaille.



Ces angles interieurs flancquans sont quelque fois voûtés ; Mais remarqués en bien les defauts, suivant les angles flancquans voûtés dont est fait mention en la septiesme question du sixiesme Chapitre, dont ceux cy ne peuvent estre garantis.

Les angles interieurs fort obtus des remparts, ne sont pas si commodes que les autres pour fortifier avec des angles flancquans en tenaille : pource que les angles comme C & D, avançans en place d'oreillon demeureroient trop aigus & foibles. Pourtant on pourroit pour le plus expedient y faire un boulevard, selon la maniere du premier ou deuxiesme exemple.

Combien que ceste façon de fortifier soit belle en apparence, & qu'elle puisse servir quant la necessité nous y contraint, ce neantmoins il ne faut pas à son plaisir l'ordonner, comme veulent aucuns, es places où l'on en a la liberté. Car si d'aventure il y avoit une courtine droite depuis le boulevard E, jusques au boulevard F, elle seroit causé qu'il y auroit des angles plus obtus à ces boulevarts. Secondement, cela cousteroit moins que ces deux icy. Tiercement, elle comprendroit plus d'espace.

## III. QUESTION.

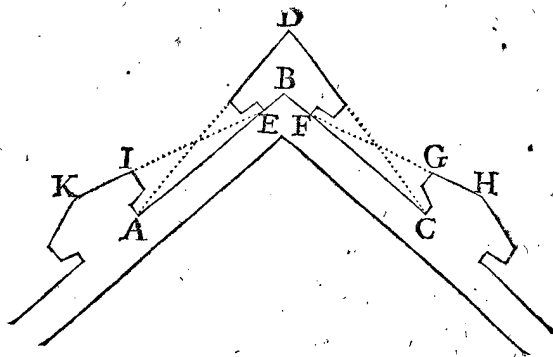
De la fortification des remparts ayans des angles extérieurs.

## I. EXEMPLE.

Quant il se faut accommoder aux angles extérieurs, il y peut avoir des considerations diverses, selon la commodité qu'ils ont, estans ou aigus ou obtus avec quelques autres circonstances. Si d'aventure un angle comme A B C, estoit si obtus ou si peu aigu que l'on y puisse mettre un boulevard convenable au devant, du-

quel l'angle flanqué comme D demeurast assez obtus ou peu aigu ; & si outre cela la longueur des courtines A E, C F, peussent permettre un tel boulevard, il vaudroit mieulx alors y en faire un que de n'y en point faire du tout, & ce pour trois notables raisons.

Premierement, cest que par ce moyen les courtines, qui sont entre deux boulevarts, comme A E, C F, peuvent estre nettoyées de deux costez, au lieu que sans le boulevard B D, l'une & l'autre ne peut estre nettoyée que d'un costé.

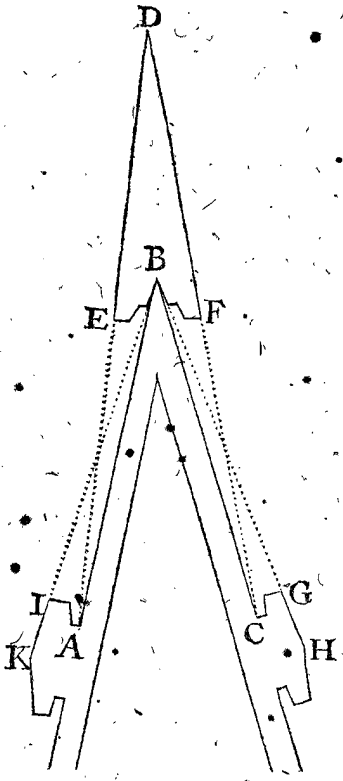


Secondement, les deux faces G H, I K des deux boulevarts, peuvent estre nettoyées de leurs flancs, au lieu qu'autrement elles devroient estre nettoyées de quelque place de la courtine entre A E, & entre C F. Or ce nettoyement n'est pas si bon, si bien qu'à cause de la pente de la grande courtine, on ne peut voir une partie de la face du boulevard, n'y mettre commodement des canonnieres de travers dans la grande courtine, comme il est déclaré plus amplement au sixiesme Chapitre, deuxiesme question, deuxiesme article, & aussi au sixiesme Chapitre, huitiesme question, deuxiesme article du deuxiesme exemple.

Tiercement, quand les faces G H, I K du boulevard sont nettoyées du milieu, ou de quelque autre point des grandes courtines A E, C F, il faudroit tirer les faces desdits boulevarts vers ce milieu, ou autre point, & ainsi les angles H & K des boulevarts deviendroient plus aigus, ou moins obtus, & conséquemment plus foibles.

## II. EXEMPLE.

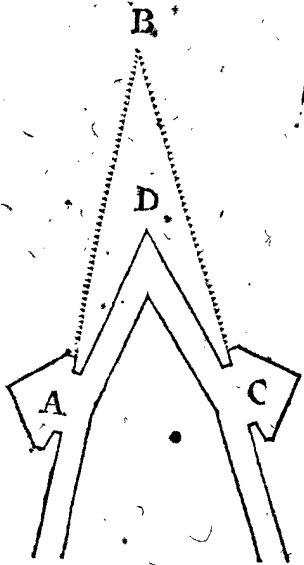
Posons maintenant que l'angle extérieur A B C soit beaucoup plus aigu que le precedent, sur lequel il faut tracer un boulevard, duquel les flancs & oreillons ayent leur largeur & espaisseur requise, alors l'angle flanqué D se fait trop aigu, non seulement pource qu'avec le temps on le pourroit abbatre avec le canon : mais aussi à cause qu'il est si estroit qu'on le perceroit de chaque coup de canon, à cause de l'obliquité des escarpes ayans leur hauteur convenable. Il peut aussi arriver que les deux faces E D & F D (si on baille aux flancs & aux oreillons leur convenable largeur & espaisseur) se rencontreront paralleles l'une à l'autre ou que tant plus elles seront prolongées, tant plus elles selargiront, & en tel cas il est impossible de faire un boulevard convenable sur l'angle B. De sorte que si l'on ne veut changer ni le rempart ni l'angle A B C, il seroit meilleur de laisser sans boulevard l'angle B, lequel est moins aigu que l'angle D, que de faire un boulevard si defectueux tirant les faces G H, I K, des deux autres boulevarts nettoyables de quelque point entre A B & entre C B. Car encor que les courtines entre C F & A E, soyent autrement nettoyées des deux costez ; si est ce que l'on seroit



seroit ( outre le defect qu'à le boulevard estant si fort aigu ) deux faces ; à sçavoir  $FD$ ,  $ED$ , si extrêmement estoignées , que l'artillerie ne sçauroit advantageusement porter depuis  $C$  jusques au bout  $D$ .

III. EXEMPLE.

Mais si d'aventure l'angle  $B$  peut estre racourci, alors il y a plusieurs methodes pour mieux faire. Premièrement, l'angle qui auparavant estoit  $B$ , estant transporté au lieu  $D$ , côme cy-dessous, alors l'angle  $ADC$  est bien



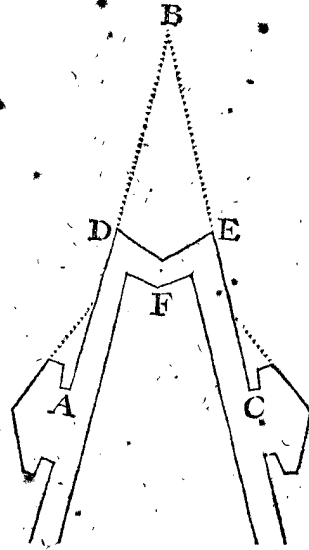
meilleur que l'angle  $ABC$  pour demeurer sans boulevard. Ou si d'aventure l'angle  $B$  estoit assés obtus, on y pourroit mettre un boulevard, comme au premier exemple, si la place le permet, c'est à dire si les grandes courtines n'en estoient pas trop courtes, & que les trois boulevarts ne fussent point trop pres l'un de l'autre, ce qui seroit cause sans doute non seulement qu'on despendroit beaucoup pour la defence de peu de remparts, mais aussi que les boulevarts ne seroyent pas bons ayans l'angle trop aigu.

Si l'on desire que les trois susdits boulevarts, comme  $A$ ,  $C$ , & celuy qu'on voudroit avoir en  $D$ , soyent d'e-

gale forcé ( comme il est raisonnable de faire, si ce n'est que les circonstances donnent plus d'avantage à l'un qu'aux autres ) il faudroit approcher le point  $D$  si pres de  $AC$ , que leurs angles flancqués fussent egaux. Car si quelqu'un des boulevarts estoit plus obtus, il faudroit que l'un des autres fut plus aigu, ce qui seroit incommode. Outre cela trois boulevarts d'angles egaux ont plus de contenu, si on regarde la proportion de la grandeur de leur superficie à la longueur des remparts.

IV. EXEMPLE.

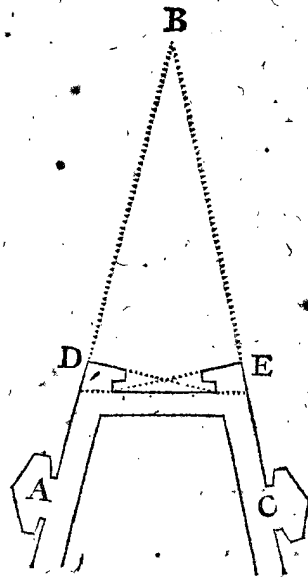
ON peut encor changer convenablement l'angle aigu  $ABC$ , en deux angles egaux plus obtus, ou moins aigus, comme cy-dessous, les deux angles  $DE$ , faisant un



angle interieur  $F$ , lequel peut estre fortifié avec un angle flancquant en tenaille. Selon la maniere du deuxiesme exemple de la deuxiesme question. Puis on peut laisser les angles  $D$ ,  $E$ , sans boulevarts, soit entiers soit demy-boulevarts, si la commodité de la longueur des courtines & autres circonstances les permettent.

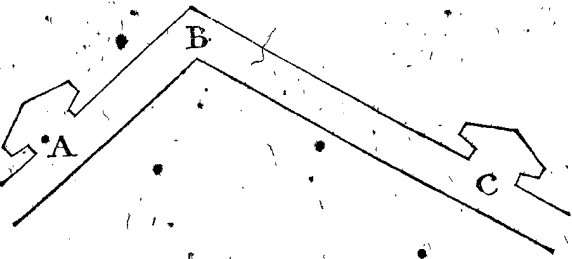
V. EXEMPLE.

ON peut encor autrement racourcir l'angle  $ABC$  avec une ligne droite  $DE$ , laquelle face deux angles obtus, à sçavoir  $ADE$  &  $CED$ , pour y mettre deux boulevarts entiers si la commodité du lieu le permet, & non pas deux demy-boulevarts comme cy-dessous:

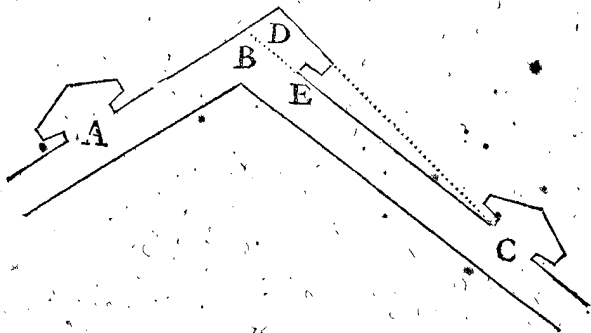


## VI. EXEMPLE.

Posons qu'il y ait un rempart avec un angle extérieur ABC, & deux boulevarts AC: Mais tellement que le boulevard A, soit bien pres de B, & le boulevard C, esloigné du mesme boulevard B, à cause dequoy on desire faire un boulevard à B, de telle sorte que la courtine BC raccourcie puisse estre nettoyée d'une part & d'autre. Mais ce boulevard estant là mis, la courtine AB qui maintenant n'estoit pas assez longue, sera encor plus courte.

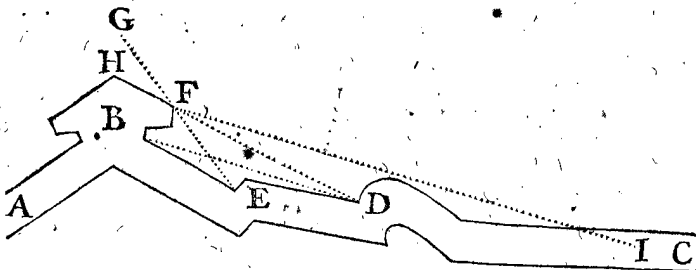


Pour donc remedier à ces deux incommodités, on pourra plus commodement mettre un demy-boulevard à l'angle B, come cy-dessous: car par ce moyen on allonge la courtine AB de BD, & la courtine BC est raccourcie de BE.



## VII. EXEMPLE.

SI d'aventure il falloit mettre un boulevard en quelque endroit au devant d'un vieux rempart ou d'une porte, comme il arrive en plusieurs lieux, alors on doit prendre garde aux prochaines pointes ou angles du rempart, s'il y en a, & tirer les faces du boulevard vers lesdits angles, ou pointes, d'où lesdites faces pourront estre aisement nettoyées, en sorte neantmoins que l'angle flancqué soit assez obtus. Prenés par exemple qu'il y ait un rempart ABC auquel il faut avoir un boulevard en la place B, lequel rempart a deux pointes D, E. Posés maintenant que la pointe E soit si proche de B, que si de là on tiroit la courtine du boulevard, il faudroit qu'elle vint de F jusqu'à G, ce qui feroit un boulevard avec un angle trop aigu. Posés encor que I en soit si esloigné que le canon n'y puisse pas bien porter:



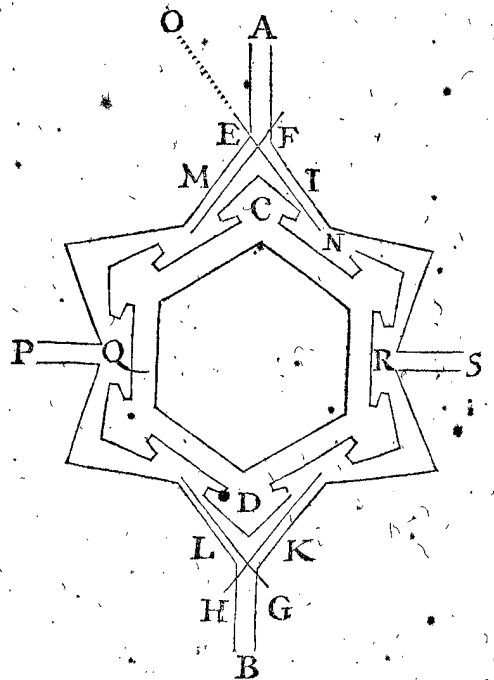
Mais la pointe D est (comme je pose) en une distance convenable de B, & sa ligne DH fait un bon angle assez obtus au boulevard, s'il est ainsi, la face FH du boulevard est meilleure estant tirée & nettoyée de la pointe D, que d'aucune autre place. Car puis que le

point I est trop loing, le parapet ne pourroit assez bien defendre en travers, comme il est plus amplement déclaré au sixiesme Chapitre deuxiesme question deuxiesme article: mais en la pointe D vous pouvez, si vous voulés, faire un flanc convenable, avec des canonnieres par lesquelles on peut bien nettoyer la face FH du boulevard.

## IV. QUESTION.

*Touchant les rivières, ou canaux propres pour l'entrée & sortie des fossés d'une forteresse.*

IL arrive en plusieurs lieux, que d'un costé de la forteresse il se rencontre une riviere ou canal avec les fossés, sortant par un autre costé. Icy la question est touchant l'entrée & la sortie. Quelques uns sont vis à vis les angles flancqués, comme cy-dessous les canaux A, B, vis à vis des angles des boulevarts C, D. Mais les chemins couverts (à sçavoir des forteresses qui en ont) sont par ainsi à descouvert & en danger. Car quelqu'un estant es places de E, F, G, ou de H, peut voir les chemins couverts I, K, L, M, d'un bout à l'autre. C'est pourquoy l'ennemy de telles places comme E, F, G, H, tire en droite ligne tout au long d'iceux, comme ON, & y ayant fait des forts les assiegés n'en peuvent tirer aucun service. Mesmes estant un contre un il y a plus de seureté & d'avantage en la place E, ou en la ligne EO, que dans le chemin couvert I. Car en E, ou en la ligne EO, on a la campagne pour se retirer au long & au large: mais au chemin estroit I, on peut estre nettoyé depuis un bout du chemin jusques à l'autre sans qu'on se puisse retirer ou gauchir d'un ou d'autre costé. Pour remedier à ce defect, il faut ordonner une plus commode entrée & sortie du canal vis à vis le milieu de la grande courtine, comme les canaux des places PQ, & RS.



Considerés, que si d'aventure l'eau qui entre, avoit sa source d'un pays haut en sorte que la pluye & la neige la fit deborder, amenant quant & soy quantité de boue, sable, & tels amas, & qu'ensuite de cela, la quantité de l'eau coulast aupres des fossés, & devint si basse, que son cours se fist trop lent, & presque point remarquable, pour ne pouvoir retenir une juste profondeur, au contraire se remplissant tousiours: En tel cas il seroit bon de faire un petit conduit d'eau traversant le fossé par le milieu

milieu de la forteresse, pour détourner les ordures qui rempliroient le fossé. Mais si la riviere estoit si grosse & forte, qu'elle emportast avec soy ses ordures, & qu'ainsi elle laissast durer la profondeur du fossé, il ne seroit pas besoing de faire un tel conduit d'eau.

Quant à ce que quelqu'un pourroit penser que le lieu de ceste cinquiesme question, conviendrait aussi bien au precedent sixiesme Chapitre, & questions des forteresses accomplies, qu'en ce septiesme Chapitre, & questions des forteresses imparfaites. Il faut qu'il sache là dessus qu'en ces precedentes forteresses accomplies nous entendions des forteresses qui ont les fossés secs pour donner des exemples de flancs de trois lieux, qui nettoient le fond du fossé. C'est pourquoy il nous à semblé que cest exemple conviendrait mieux icy.

#### V. QUESTION.

*Touchant les hauteurs qui peuvent incommoder, & doivent estre hors la forteresse.*

SI hors de la place, qu'on desire fortifier, il y a quelque hauteur qui puisse incommoder, laquelle pour quelque autre incommodité on ne vueille pas enclorre dans la forteresse; alors quelques uns estiment qu'il seroit expedient de faire un boulevard vis à vis de ceste hauteur incômode. Il y en a d'autres qui veulent qu'au devant d'icelle on accommode le milieu de la grande courtine, disans que cela vaut mieux qu'un boulevard: La raison est qu'elle est defenduë avec deux flancs, au lieu que chaque face du boulevard est defenduë seulement d'un costé; ce qui n'est pas sans raison: Mais si d'aventure il y avoit un cavallier eslevé sur le boulevard selon la façon declarée cy-dessus au deuxiesme Chapitre, à fin de commander avec iceluy sur la hauteur incômode, il semble de prime abord que cela seroit avantageux.

Jusques icy nous avons discouru touchant les demy-boulevarts, la fortification des remparts avec des angles internes & externes, les sorties & entrées des rivieres par des canaux, & des hauteurs incommodes qui doivent demeurer hors d'une forteresse. Pour ce qui touche le reste, à sçavoir quand on ne peut suivre les regles generales des forteresses accomplies, pour d'autres empeschemens, nous en toucherons un mot: C'est qu'il faut approcher des parfaites le plus qu'on pourra disposant le nettoiyement autant à l'avantage de la forteresse & la couvrant si bien au desavantage des ennemis, que les circonstances le permettront. Mais puis que cecy est dit trop generalement on desireroit encor une maniere & declaration adressant plus particulierement comment on doit faire. Là dessus on dit que la forme des lieux esquels on peut faire des forteresses accomplies est simple: mais que les diverses formes des autres sont (par maniere de dire) infinies, cest pourquoy qui commenceroit à l'entreprendre seroit capable de commencer un ouvrage infini. Il me plairoit fort qu'on assemblat tous les pourtraits mis en lumiere par diverses personnes de forteresses semblables diverses & notables, qui se trouvent en effect en diverses places, avec une declaration en Flaman des choses qui selon le temps present est bien ou mal: mais je craindroy qu'il ne fallust finalement que les imprimeurs vendissent leurs papiers aux Apothicaires pour en envelopper leurs epiceries; ne sçachant combien long temps nos Flamans aymeront mieux dire, à la façon des papegais, *contrescarpe, flanquer, sapper*, que comme les gens d'esprit & qui ont du sçavoir dire *cabeschoeyfel, strijcken, graven*, &c.

Laissant ces choses à part; nous mettrons au lieu de tels exemples particuliers, quelques questions generales touchant les avantages ou desadvantages qui sont en diverses situations des places où l'on veut avoir des forteresses, comme des plattes campagnes, pays de montagnes, pays secs & humides, & tels autres, sans toutefois conclure qu'elle assiette est la meilleure: car le pour & le contre des deux costez est si douteux que l'on ne sçait qu'en juger. Le profit que l'on peut recevoir de ces questions irresoluës, est, que quiconque voudra discourir touchant les assiettes des forteresses, ou en donner des raisons, ou desirera ordonner en quelque lieu une forteresse, trouve icy en bref un recueil des avantages & desadvantages qui luy peuvent survenir, comme aussi ce qui pourroit estre expedient en l'architecture, & cela sur les diverses opinions des Autheurs, qui pour le present sont estimés y estre tres bien versés desquels j'ay recueillis brievement ces questions.

Nous commencerons donc par les forteresses sur pays plat & uni: Mais puis qu'il y en a de deux sortes, aucunes sur des hauteurs lesquelles ont leur egalité quelque fois de quelque vallée insensible (je parle d'egalité fort justement horizontale) d'autres qui reçoivent leur egalité au bas des rivieres, ceste derniere sorte doit estre icy principalement descrite, cest pourquoy je declareray premierement la façon de leur debordement, à fin que par ceste cognoissance les desseins des Architectes, & semblables choses appartenantes aux terres qui pourroient servir à cecy soyent plus aisées à cognoistre.

Il faut sçavoir que l'eau de pluye & encor l'eau de neige fonduë tombe en grande abondance des lieux hauts es lieux bas, d'où finalement elle se degorge dans les rivieres, y apportant quant & soy de la terre, de l'argille, de la bouë & telle matiere qu'on voit descendre avec l'eau des montagnes & pays hauts. Et pource que ceste eau espaisse des rivieres s'elevé fort pour la grande abondance qui y devalé, elle coule à travers la basse campagne d'alentour. Cest pourquoy le fleuve venant à s'élargir, il perd la force de son cœurs qu'il avoit estant estroit, & pourtant devenant fort cove, la matiere d'argille & de bouë occupe le fond, dont puis apres l'eau ne coulant que tout doucement, la terre se hausse de plus en plus. Cest accroissement arrive en deux sortes de places, l'un icy es prairies qui sont des deux costés des rivieres, l'autre aux emboucheures des rivieres lors qu'elles trouvent un lieu large & aboutissent en la mer; car aussi l'eau des rivieres perdans là la rapidité de leur cours, laissent au fonds la matiere espaisse. Cest ainsi que la Hollande est accruë (comme on peut juger des autres semblables pays) à l'emboucheure du Rhin par la matiere qu'il à apporté d'en haut. Ayant tellement nettoiyé avec le temps la terre en haute Allemagne par la pluye & les neiges, que finalement en plusieurs endroits il n'y est resté que dures pierres des rochers tous secs, côme les Alpes d'où ceste matiere est devalée: Et la Hollande avec quelques prairies joignant le Rhin ont reçu ces accroissemens & en reçoivent encor d'an en an. Et comme le Rhin est grand, venant d'un pays grand & lointain, à aussi de grands accroissemens, ainsi voit on les petites rivieres, mesmes les fontaines desquelles l'eau estroicte au commencement n'a qu'un pied de largeur, ont leur petit accroissement, grand selon la situation du pays, leurs ordures s'en vont à val avec la pluye & l'eau de neige. De ces petites fontaines, nous avons dequoy apprendre en ceste affaire. Car comme avec des boules figurées que nous tournons & renversons comme nous voulons, on

parvient aisément à la cognoissance de l'idée de la grande boule de l'univers : Ainsi par des petites fontaines (desquels nous detournons & faisons aller leur cours comme il nous plaist, & nous servent comme de quelque instrument à laver & nettoyer, faisant un peu plus loing des petits bancs de sable, ailleurs assemblant la bouë, & choses semblables) nous venons aisément à la cognoissance de la nature & propriété des grands fleuves.

Mais pour parler plus amplement de la Hollande, sçachez qu'au temps passé le Rhin passoit par Leide auprès du Chateau Breton en la mer, alors le grand accroissement de Hollande estoit à l'emboucheure du Rhin en ceste place, tellement que ceste maison estoit quelques lieues esloignée de l'Ocean. Mais puis apres par une grande tempeste à l'endroit du Rhin (comme cela arrive en beaucoup d'autres lieux) vint un banc de sable qui le boucha si bien, qu'il a esté contraint de prendre sa course vers Utrecht dans le Lecque, ayant trouvé passage auprès de la Brile & Goederede : tel a esté de ce temps-là jusqu'à maintenant le grand accroissement de Hollande en cest endroit, si abondant, qu'en certains endroits le pays est fort eslevé tant avec des digues que sans digues esquels il y a encor des hommes qui se souviennent y avoir passé avec des grands bateaux. Et ce pays acru, joignant le Chateau Breton, n'ayant plus la nourriture accoustumée de la matiere qui devalloit, par le lavement continuel de l'Ocean, s'est escoulé tellement que le fondement de ceste maison est maintenant par delà les dunes & montagnes de sable dans la mer. Et comme il y a encor un semblable accroissement à l'emboucheure d'une partie du Rhin auprès de la Brile se dechargeant dans la mer, aussi y a il un pareil accroissement à l'emboucheure de l'autre corne du Rhin, qu'on appelle Issel, qui se va rendre dans la mer Australe auprès de la ville de Campe. Tellement que la mer Australe avec le temps sera un jour un pays, comme elle estoit anciennement, par lequel le Rhin passera comme il fait maintenant par le pays d'Over-Issel. Et quant la mer Australe sera remplie, alors son accroissement (pourveu que comme nous avons dit la riviere ne se destourne point ou que par une grande tempeste il n'arrive une nouvelle breche des montagnes de sable) prendra sa sortie du Texel & Flielant : Car encor que l'Ocean semble gagner ceste place, cela pourtant n'arrivera point tant que l'emboucheure du Rhin apportera la son accroissement. Et si quelqu'un ne peut adouër cecy, cest pource qu'il en ignore la cause ; car si long temps qu'il y aura de la matiere venante du pays haut, lequel se diminue, il faut qu'un autre s'accroisse. Voilà l'origine du mouvement terrestre, dont Aristote a fait mention, lequel, comme les autres Elemens a une succession continuelle devenant terre ce qui paravant n'estoit que mer (comme en font foy les coquilles de Mer qui se trouvent en terre fort loing de la mer) & devenant mer, ce qui estoit auparavant une terre. Quant à ce qui est de quelques rivieres ou fontaines, lesquelles entre leur source & la mer courent par les rochers & fonds graveleux, & n'amenent avec eux aucun accroissement à leurs emboucheures, quant elles se rendent en la mer, mais que tout au contraire il y fait très profond comme entre les rochers de Norwege & semblables places. On en peut donner une bonne raison & aisée à comprendre : Car quand toute la matiere des pays hauts, qui fait maintenant accroissement sera une fois toute emportée par le courant des pluyes & des neiges, & que les alpes se trouveront dans la mer, comme sont

maintenant les rochers de Norwege, alors on verra que la mesme chose y arrivera. Nous pourrions bien encor icy rapporter comment & pourquoy en diverses places il ne s'assemble que du sable, en d'autres des cailloux & des pierres, en quelques endroits de la bouë molle, en d'autres de l'argille dure, avec telles autres circonstances : Mais considerant que j'en ay assez dit pource qui peut concerner les forteresses, nous n'en parlerons plus.

Ayant donc ainsi déclaré la façon de l'accroissement des pays bas, leurs propriétés generales en peuvent estre coguës par les causes : & s'ils n'avoient pas des digues, ils seroyent submergés, par les plus grands fleuves, ainsi qu'il advient communement au Primitifs (en quelques endroits de l'Europe aux pays qui ne sont pas plus Meridionaux que l'Egypte) car si d'aventure, le contraire arrive, à sçavoir que les hautes rivieres n'entraînent pas la terre pas dessous, il faudroit dire que ces hautes rivieres la auroient fait des accroissemens aussi hauts, ou plus hauts qu'elles sont elles mesmes, ce qui ne peut estre absolument en ce seul regard. Je dis en ce seul regard, d'autant que pour déclarer les exceptions il faudroit un plus grand discours que nous n'avons deliberé d'escire icy. Secondement, puis que cela est notoire, pourquoy est ce que telles terres sont si uniës voire paralleles à la superficie de l'eau. Tiercement, pourquoy est ce qu'elles sont grasses. Quartement, pourquoy est ce qu'elles sont ordinairement auprès de quelque riviere : Je dis ordinairement, en partie pource que les rivieres quelques fois si débordent, en partie à cause qu'en plusieurs places il vient beaucoup d'accroissement qui ne dure seulement que jusques à ce que l'eau de pluye, ou de neige, soit ecoulée. Ce qu'estant entendu nous viendrons à l'application.

## VI. QUESTION.

*Touchant les avantages & desavantages des forteresses sur un pays plat ayant accroissement.*

### *Avantages.*

**P**remierement, on y a abondance de bonne terre grassse pour en faire de bons remparts & des cavalliers.

2. On peut mener aisément par la riviere à peu de frais tout ce qui est necessaire pour bastir la forteresse, comme aussi tout ce dont les citoyens ont affaire.

3. C'est un terroir fertile lequel estant labouré donne abondance de vivres pour les habitans de la forteresse.

4. Quand la riviere monte plus haut que les terres, on peut noyer tout le pays ouvrant des escluses ou rompant les digues pour perdre l'armée de l'ennemy.

5. Il n'est pas si suiet à estre miné, en partie pour ce que la terre est aquatique : en partie pour ce qu'on peut voir de loing ceux qui minent.

6. On y peut faire la forteresse de telle forme qu'il plaira, & plus accomplie qu'es autres places.

7. L'ennemy a de la peine de s'y cacher & couvrir pouvant estre incommodé de loing.

### *Les desavantages.*

Premierement, les 2, 3, & 4 articles peuvent estre aussi au desavantage de la forteresse. Pour le premier, si la terre est bonne pour faire de bons remparts, boulevarts & cavalliers, elle est aussi bonne à l'ennemy pour faire de bons forts, parapets & hauteurs.

2. Si on peut aisément amener par la riviere toutes choses necessaires pour bastir la forteresse, & tout ce qui est de besoing aux habitans, aussi pourra l'ennemy aisément amener avec peu de despens tout ce qu'il faut à son armée.

3. Les vivres viennent aussi fort bien à point à l'ennemy pour entretenir son armée.

4. Quant à ce que les assiegés peuvent noyer le pays pour leur avantage, aussi peut l'ennemy se faire maistre de la digue, & noyer le pays au desavantage des assiegés quand il luy plaira, les reduisant par ce moyen à l'extremité avec peu de gens, & avec la plus grande partie de son armée songer à quelque autre execution.

5. Une telle forteresse (si ce n'est que l'eau empesche) peut estre assaillie de tous costez.

6. Elle couste beaucoup pour ce qu'il faut qu'elle ait de grands cavalliers sur les boulevarts & grands fossés, où il n'y a pas tant d'avantage que sur une montagne.

7. Le fondement est si mol qu'il peut bien arriver qu'un boulevard ou rempart enfonce qui ne pourroit pas estre redressé en peu de temps & à peu de frais.

VII. QUESTION.

*Touchant les avantages & desadvantages des forteresses sur les montagnes.*

*Advantages.*

PREMIEREMENT, elles sont assurées à l'encontre des profondeurs & vallées inegales, contre la cavallerie, les tranchées, & grosse artillerie.

2. S'il y a assez de terre la forteresse peut estre achevée plustost & à moins de despens qu'au pays plat, car elle ne requiert pas de si grands fossés, boulevarts, ni cavalliers, au lieu desquels elle mesme peut servir.

3. Il faut que l'ennemy s'en esloigne fort, d'où vient que le secours des uns ne peut si bien à temps aider les autres.

*Desadvantages.*

1. Les profondeurs inegales d'alentour & les vallées, comprises au premier article, peuvent aussi tourner à l'avantage de l'ennemy, pour y venir à couvert par les lieux bas & la surprendre inopinément par assaut.

2. Toutes les necessités pour bastir soit pour soutenir le siege n'y peuvent estre transportées qu'avec grand peine & despens.

3. Les hauteurs ont d'ordinaire faute d'eau.

4. Elles sont sujettes à estre minées.

5. Elles reçoivent du dommage de la pluye, pourtant la terre ordinairement n'est pas la si bonne qu'en un pays plat, qui reçoit accroissement, & aussi pour ce que l'eau de pluye demolit grandement.

6. Les Architectes n'y peuvent pas choisir telle forme qu'il leur plaist; mais il faut qu'ils s'accommodent à l'afficte du lieu, prenant plus de place qu'il n'ont de besoing, on moins qu'il seroit necessaire.

VIII. QUESTION.

*Touchant les avantages & desadvantages des forteresses environnées de la mer.*

*Advantages.*

PREMIEREMENT, quant elles sont esloignées de 1500 pieds de terre, elles sont garanties du canon.

2. Elles sont assurées contre les tranchées.

3. Elles sont seures contre les assauts, car on ne peut empescher qu'elles ne reçoivent bien tost du secours.

4. Elles ne requierent point de boulevarts de grands fraiz.

5. Elles n'ont pas besoing de beaucoup de provisions de bouche, de guerre, ni de gens veu qu'on y en peut aisément porter.

6. Elles ne peuvent pas estre beaucoup incommodes du canon ou navires, car elles sont foibles & inconstantes à cause de l'agitation de la mer, mais plustost les navires peuvent estre endommagées.

7. On y peut tenir des navires pour la garde de la forteresse & mesmes pour molester l'ennemy.

8. On en peut faire une ville marchande, & y entretenir aussi des gens de mestiers & de trafique.

*Desadvantages.*

PREMIEREMENT, elles n'ont pas les bornes si commodes que sur terre ferme, à cause qu'on n'en peut pas toujours sortir librement.

2. La cavallerie y peut estre peu profitable & on auroit de la peine à l'y faire passer.

IX. QUESTION.

*Touchant les avantages & desadvantages des forteresses situées au bord de la mer.*

*Advantages.*

PREMIEREMENT, elles sont participantes des avantages de celles qui sont en mer principalement du 5, 6, 7, & 8 article, comme aussi de celles qui sont tout à fait sur terre.

2. L'ennemy doit avoir deux armées pour l'assieger, l'une sur terre l'autre sur mer.

3. Elles ont l'usage libre des bornes du costé de la mer & de la terre, car au besoing elles peuvent recevoir par terre autant de cavallerie & d'infanterie qu'il luy en faut aussi bien que par les navires de guerre.

*Desadvantages.*

Elles sont en danger de pouvoir estre assiegées, non seulement par l'ennemy voisin, mais aussi d'un autre qui de pays loingtain y aborderoit, pouvant recevoir secours de divers quartiers du monde & pourroit aussi mettre à terre son armée.

X. QUESTION.

*Touchant les avantages & desadvantages des forteresses dans les marais loing de terre.*

*Advantages.*

PREMIEREMENT, on y est fort, car on n'y peut aborder par aucun costé.

2. Elles ne requierent point de boulevarts de grande consequence ni de remparts ni de cavalliers.

*Desadvantages.*

PREMIEREMENT, elles coustent beaucoup à bastir pour ce que la terre doit estre apportée de loing, & que les fondemens sont fort mauvais.

2. Elles ont un air puant (principalement aux pays chauds) qui cause des maladies aux habitans.

3. Ils sont aisés à assieger avec peu de gens, car l'ennemy peut faire un fort à l'endroit où passent les assiegés pour venir en terre. Pourtant comme elles semblent estre plus fortes d'afficte, autant sont elles plus dommageables à elles mesmes.

4. La

4. La vaillance des bons foldats qui font pour la garder ou pour repouffer l'ennemy ne peut pas s'y faire paroistre.

### XI. QUESTION.

*Touchant les avantages & desadvantages des fossés secs.*

#### *Advantages.*

**P**remierement, une defroute de gens tant de guerre que de paisans avec leurs bestes & meubles se peuvent sauver dans les fossés secs en temps de necessité.

2. Si l'ennemy y jette du bois pour le remplir, on y peut mettre le feu, mais si cest de la terre, des pierres & matiere incombustible qu'il y jette, il y a moyen d'en retirer une grande partie par le moyen des chemins couverts.

3. S'il y a assez de monde dans la forteresse, on peut aller à son plaisir dans le fossé pour le garder, & aussi surprendre l'ennemy par les fausses-portes: principalement quand il y a un chemin couvert.

4. En ces places seches l'air y est fort sain.

#### *Desadvantages.*

Premierement, si l'ennemy devient maistre des cayes, il empeschera les assiegés de tenir leurs bestes dans le fossé & en recevra beaucoup d'autres commodités.

2. On ne pourra pas alors si aisement empescher l'ennemy d'emplier le fossé, d'y miner & y faire des travaux avec lesquels il se defendra à l'encontre des surprises des assiegez.

3. Il pourra avec l'ayde de ses petits forts venir fort pres pour sapper le pied du boulevard, ou courtine pour l'abbattre par le moyen qu'il trouvera à propos, & cela sans recevoir aucun dommage du flanc.

### XII. QUESTION.

*Touchant les avantages & desadvantages des fossés remplis d'eau.*

#### *Advantages.*

**P**remierement, ils sont mieux assurez contre les mines.

2. Encor que l'ennemy ait gagné les cayes, ce n'est pas à dire pourtant qu'il puisse enter au fossé.

3. Si l'ennemy en veut espuiser l'eau, il y employeroit beaucoup de temps & de travail.

4. Il ne peut pas approcher la muraille avec l'ayde des petits forts ni la sapper dans le fossé.

5. Si l'eau coule, & s'il y jette de la matiere pour estre emportée, elle ne s'arreste pas ou il desire.

6. S'il y jette d'une matiere qui enfonce, cela emporte beaucoup de temps & de peine avant qu'il emplisse le fossé.

#### *Desadvantages.*

Premierement, l'ennemy y peut faire un pont sur des batteaux.

2. Les assiegés ne peuvent pas si commodement y faire des chemins couverts.

3. L'eau se gele si fort es pays froids, que les hommes y peuvent passer dessus & plusieurs choses pesantes.

4. L'eau y engendre un mauvais air aux pays chauds.

Dans les precedentes 11 & 12 questions, nous avons declare les avantages & desadvantages des fossés secs, & humides, & combien qu'il y ait des gens de differente opinion touchant cecy, l'un estimant que cecy est bon, l'autre que cela est meilleur, s'y est ce toutefois qu'ils conviennent en cecy, qu'il est tres bon de tenir les fossés pour y garder le bestial, les pouvant emplir d'eau lors qu'on veut, & derechef les seicher.

F I N.

